

Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní

Modely rezerv v neživotním pojištění

Osladil Radek

Diplomová práce

2010

Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní
Akademický rok: 2009/2010

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Radek OSLADIL**
Studijní program: **N6209 Systémové inženýrství a informatika**
Studijní obor: **Pojistné inženýrství**
Název tématu: **Modely rezerv v neživotním pojištění**
Zadávací katedra: **Ústav matematiky**

Zásady pro vypracování:

Úvod 1. Rezervy v neživotním pojištění 2. Metody modelování rezerv neživotního pojištění
3. Ukázka stanovení rezerv v neživotním pojištění Závěr

Rozsah grafických prací: --
Rozsah pracovní zprávy: cca 50 stran
Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

CIPRA, T. Pojistná matematika: teorie a praxe. Praha: Ekopress, 2006. 411 s. ISBN 80-86929-11-6. PACÁKOVÁ, V. Aplikovaná poistná statistika. Bratislava: Iura Edition, 2004. 261 s. ISBN 80-8078-004-8. WÜTHRICH, M.V.; MERZ, M. Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance. Chichester: John Wiley & Sons, 2008. 426 s. ISBN 978-0-470-72346-3.

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Bohdan Lúnda, CSc.
Ústav matematiky

Datum zadání diplomové práce: 29. června 2009
Termín odevzdání diplomové práce: 30. dubna 2010

doc. Ing. Renata Myšková, Ph.D.
děkanka

L.S.

doc. RNDr. Bohdan Lúnda, CSc.
vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 14. července 2009

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 30. 6. 2010

Bc. Radek Osladil

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval vedoucímu práce doc. RNDr. Bohdanu Lindovi, CSc. za vedení mé diplomové práce a odbornou pomoc.

SOUHRN

Diplomová práce se zabývá pojistně-technickými rezervami v neživotním pojištění, konkrétně rezervou na výplaty pojistných plnění za škody, které již nastaly, ale pojišťovně dosud nebyly nahlášeny. Po úvodní části věnované obecnému seznámení s tvorbou rezerv v neživotním pojištění jsou zde představeny různé metody k modelování IBNR rezervy. V praktické části jsou potom všechny metody demonstrovány na reálných datech s cílem poskytnout představu o tom, jak proces tvorby rezerv probíhá v běžné aktuárské praxi.

KLÍČOVÁ SLOVA

Technické rezervy, pojištění, pojistné, pojistné plnění, trojúhelníkové metody, Řetězová žebříková metoda, Separační metoda, metoda Cape Cod, metoda Bornhuetter-Ferguson

TITLE

Models in non-life insurance reserves

ABSTRACT

This diploma thesis deals with technical reserves in non-life insurance, in particular with provisions for future claim payments for damages that have occurred, but has not yet been reported to the insurance company. After the introductory section containing a general introduction to the issue of claims reserving in non-life insurance different approaches to modeling of IBNR reserves are briefly presented. The practical part then all the methods illustrated with real data to give insights into how the process of building up reserves in place of normal actuarial practice.

KEYWORDS

Technical reserves, insurance, premium, insurance benefit, run off triangle, Chain-Ladder method, Separation method, Cape Cod method, Bornhuetter-Ferguson method

OBSAH

1	Úvod	12
2	Charakteristika neživotního pojištění	14
2.1	Pojem komerční pojištění	14
2.2	Členění neživotního pojištění	15
2.3	Základní pojmy neživotního pojištění	15
2.4	Neživotní pojištění a pojistný trh v České republice	17
3	Pojistně technické rezervy	18
3.1	Základní druhy pojistně technických rezerv	20
3.2	Členění pojistně technických rezerv v neživotním pojištění	20
3.3	Společná ustanovení k technickým rezervám	20
3.4	Jednotlivé druhy pojistně technických rezerv	21
3.4.1	Rezerva na nezasloužené pojistné	21
3.4.2	Rezerva na pojistná plnění	22
3.4.3	Rezerva na prémie a slevy	23
3.4.4	Vyrovňovací rezerva	24
3.4.5	Rezerva pojistného neživotních pojištění	25
3.4.6	Rezerva na závazky kanceláře	25
3.5	Nakládání s pojistně technickými rezervami	25
4	Metody modelování rezerv neživotního pojištění	28
4.1	Trojúhelníkové metody	30

4.2	Obecný postup trojúhelníkové metody	31
4.3	Řetězová žebříková metoda.....	32
4.4	Řetězová žebříková metoda s inflačním vyrovnáním	34
4.5	Separální metoda	35
4.6	Metoda Cape Cod.....	38
4.7	Metoda Bornhuetter - Ferguson	39
4.8	Stochastické metody.....	40
5	Ukázka stanovení rezerv v neživotním pojištění	40
5.1	Řetězová žebříková metoda.....	41
5.2	Řetězová žebříková metoda s inflačním vyrovnáním	44
5.3	Separální metoda	47
5.4	Metoda Cape Cod.....	51
5.5	Bornhuetter – Ferguson.....	53
5.6	Porovnání metod	55
6	Závěr.....	58
	SEZNAM LITERATURY	60
	POUŽITÉ PROGRAMY	62
	PŘÍLOHY	63

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Druhy metod pro odhad IBNR rezerv	29
Obrázek 2: Porovnání metod.....	57

SEZNAM GRAFŮ

Graf 1: Podíly jednotlivých pojistně technických rezerv na trhu v ČR	28
--	----

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Vývoj počtu pojišťoven v ČR podle typu	18
Tabulka 2: Finanční umístění.....	26
Tabulka 3: Rozložení pojistně technických rezerv na trhu ČR (v tis. Kč).....	27
Tabulka 4: Kumulativní vývojový trojúhelník.....	31
Tabulka 5: Schéma řetězové žebříkové metody.....	33
Tabulka 6: Forma zápisu $P_{i,j}$	35
Tabulka 7: Matice standardizovaných hodnot	36
Tabulka 8: Vhodnější forma zápisu hodnot	37
Tabulka 9: Celková kumulovaná pojistná plnění.....	38
Tabulka 10: Výchozí hodnoty nekumulativních pojistných plnění	41
Tabulka 11: Hodnoty kumulativních pojistných plnění.....	41
Tabulka 12: Koeficienty vývoje.....	42
Tabulka 13: Odhad rezerv na pojistná plnění po roce 2006.....	42
Tabulka 14: Nekumulativní odhady rezerv na nevyřízená pojistná plnění v letech 2007 až 2012	43
Tabulka 15: Odhad pojistných rezerv na konci roku 2006	43
Tabulka 16: Nekumulativní hodnoty pojistných plnění.....	44

Tabulka 17: Míry inflace v letech 2000 až 2006	44
Tabulka 18: Nekumulativní forma pojistných plnění upravená o inflaci	45
Tabulka 19: Kumulativní hodnoty pojistných plnění a koeficienty vývoje.....	45
Tabulka 20: Odhadnuté kumulativní hodnoty rezerv na nevyřízené škody.....	45
Tabulka 21: Nekumulativní forma rezerv na nevyřízené škody	46
Tabulka 22: Odhad pojistných rezerv ke konci roku 2006	47
Tabulka 23: Výchozí nekumulativní forma pojistných plnění.....	47
Tabulka 24: Standardizované hodnoty $S_{i,j}$	48
Tabulka 25: Výpočet vývojových koeficientů a podílu pojistných plnění	49
Tabulka 26: Výpočet standardizovaných hodnot $S_{i,j}$ pod diagonálou	49
Tabulka 27: Přepočet na skutečné platby $P_{i,j}$	50
Tabulka 28: Celková výše rezerv podle separační metody	50
Tabulka 29: Výchozí nekumulativní hodnoty pojistných plnění	51
Tabulka 30: Kumulativní hodnoty pojistných plnění a jejich koeficienty vývoje	51
Tabulka 31: Vypočtené hodnoty pod diagonálou pomocí koeficientů vývoje	52
Tabulka 32: Celková výše rezerv podle metody Cape Cod	53
Tabulka 33: Výchozí nekumulativní hodnoty pojistných plnění	53
Tabulka 34: Kumulativní hodnoty pojistných plnění	54
Tabulka 35: Vypočtené hodnoty pod hlavní diagonálou	54
Tabulka 36: Vypočtené celkové škodní průběhy	54
Tabulka 37: Výpočet technických rezerv podle metody Bornhuetter - Ferguson	55

Tabulka 38: Konečné hodnoty rezerv	56
--	----

1 Úvod

Ke krytí rizik z pojišťovací činnosti je pojišťovna povinná a nucena vytvářet technické rezervy. Technické rezervy sehrávají v pojišťovnictví významnou roli, protože přímo souvisí se solventností pojišťovny. K tvorbě rezerv je tedy důležité ze strany pojišťovny přistoupit korektním způsobem, který respektuje i možné náhodné, krajně nepříznivé situace, byť jsou jen velmi málo pravděpodobné.

Pojišťovnictví je jedním z nejvíce regulovaných odvětví v ekonomice. Značná část státního dohledu, představovaná Českou národní bankou, je věnována právě pojistně technickým rezervám. Legislativa určuje typy technických rezerv, možné způsoby stanovení jejich výše a podmínky jejich tvorby a použití. Pojišťovny se při rozhodování o investování prostředků z technických rezerv snaží sladit otázky bezpečnosti, rizika, výnosnosti i likvidity a přitom se musí pohybovat v rámci limitů stanovených vyhláškou.

Tématem této práce jsou modely rezerv v neživotním pojištění. Práce se zabývá oblastí matematiky neživotního pojištění, kde jednu z nejzásadnějších rolí hraje tvorba technických rezerv. Konkrétně se zaměřuje na rezervu IBNR (incurred but not reported), jejímž účelem je pokrýt závazky pojišťovny vyplývající ze škodních událostí, které již nastaly, ale pojišťovna o nich dosud nebyla ze strany pojistníků informována a není tedy jasná ani výše jejich pojistných nároků. Značný objem finančních prostředků, který je sem pojišťovna nucena alokovat na úkor svých zisků, vyvíjí tlak na co možná nejpresnější odhady budoucích výplat plnění, proto zde nacházejí uplatnění nejrůznější matematicko-statistické postupy. Přestože pojistná matematika není oborem s příliš dlouhou historií, nabízí mnoho různých postupů jak určit potřebnou výši technických rezerv, a to od nejjednodušších výpočetních algoritmů po vysoce sofistikované přístupy s propracovanými teoretickými základy.

V úvodu této práce se budu zabývat teoretickým výkladem oblasti neživotního pojištění, jeho začleněním do komerčního pojištění, jeho druhy a také seznámím s aktuální situací na trhu neživotního pojištění v České republice.

Další část již bude věnována pojistně technickým rezervám, jejich členění a zásadami pro jejich investování. Zde uvedu také několik předpokladů pro tvorbu rezerv a také způsobů, pomocí kterých je možné k určení výše rezerv přistoupit. Tato část se bude značně opírat o nejnovější legislativu v oblasti pojišťovnictví.

Následující kapitolou budou metody pro výpočet technických rezerv. Zde pro nás bude zásadní pochopit význam vývojových trojúhelníků, ze kterých se veškeré deterministické metody odvíjejí. První uvedenou metodou bude tzv. Řetězová žebříková metoda (Chain

Ladder), jež pro svou jednoduchost patří k základním metodám výpočtu pojistných rezerv. Následovat bude její modifikace s inflací, která též patří k velice oblíbeným a využívaným metodám. Třetí v pořadí bude Separační metoda, jež se vyznačuje vyšší složitostí a také je pro její výpočet potřebná doplňující informace v podobě počtu pojistných událostí pro každý rok jejich vzniku. Posledními metodami budou, Cape Cod a Bornhuetter-Ferguson. Pro ně je typická nutnost doplňující informace o zaslouženém pojistném. Poté všechny metody porovnáme a pokusíme se objasnit důvody rozdílů mezi jejich výsledky.

Cílem této práce je tedy teoretický popis metod pro výpočty pojistně technických rezerv a následná aplikace těchto metod na datech v tabulkovém procesoru MS Excel.

Všechny výpočty budou založeny na datech, která jsou odvozena právě pro tyto účely. Jedná se o modifikovaná reálná data jedné z předních pojišťoven, která působí v oblasti neživotního pojištění na území České republiky.

2 Charakteristika neživotního pojištění

Neživotní pojištění je jedním z odvětví komerčního pojištění, které se často označuje jako všeobecné pojištění (general insurance). Spadá sem veškeré krytí rizik, která nejsou spojena s životním pojištěním. V rámci neživotních pojištění jsou kryta rizika různého charakteru, a to rizika ohrožující zdraví a životy osob (úraz, nemoc, invalidita apod.), rizika vyvolávající přímé věcné škody (živelní rizika, odcizení, vandalství, strojní rizika apod.), rizika vyvolávající finanční ztráty (přerušení provozu, úvěrová rizika, rizika finančních ztrát, odpovědnostní rizika atd.). Pod pojmem neživotní pojištění se tedy rozumí pojištění majetku, odpovědnosti, osob, právní ochrany či cestovní pojištění. [10]

2.1 Pojem komerční pojištění

Komerční pojištění je jedním z nástrojů finanční eliminace negativních důsledků nahodilosti. Zabývá se pouze jevy náhodného charakteru, jejichž potenciálním důsledkem je vznik nějaké škody. Takové jevy se v této souvislosti označují jako pojistná rizika. V případě, že dojde k realizaci tohoto rizika, jedná o pojistnou událost, kterou pojišťovna na základě pojistné smlouvy musí vyřídit, vyplatit pojistné plnění.

Pojišťovnictví patří mezi finanční služby a hraje významnou roli v hospodářství každého státu. Zajišťuje pojistnou ochranu jednotlivců i podnikatelských subjektů, ovlivňuje fungování tržní ekonomiky zásluhou krytí ztrát v případě realizace nahodilých událostí, má nezastupitelné místo na finančním trhu.

Komerční pojištění dělíme podle způsobu tvorby rezerv [10]:

- pojištění rezervotvorná, kde se vytváří rezerva na výplatu pojistné částky v případě dožití či úmrtí pojištěného. Zde se vyplácí pojistné plnění vždy buď jednorázově či prostřednictvím pravidelného důchodu,
- pojištění riziková, kdy se pojistné plnění vyplácí na základě přímého projevu rizika na pojistné události, u kterých není jasné kdy, v jakém rozsahu a zda vůbec nastanou.

Dále dělíme pojištění podle druhu krytých rizik [10]:

- pojištění životní, které kryje rizika úmrtí či dožití (je spjato s pojištěním rezervotvorným),
- pojištění neživotní, kryjící celou řadu neživotních rizik (je spjato s pojištěním rizikovým).

2.2 Členění neživotního pojištění

Neživotní pojištění se zabývá krytím celé řady rizik, které nespádají do životního pojištění. Jedná se o rizika, která souvisí s každodenním životem, a je pro nás nezbytné jejich krytí. V případě nepostoupení těchto rizik může dojít k velmi závažným finančním ztrátám, které mohou mít těžké následky. Oproti životnímu pojištění se pojistné smlouvy v neživotním pojištění uzavírají na kratší pojistné doby (nejčastěji na jeden rok) a dále se dají automaticky prodloužit. Pojistná událost může za pojistné období nastat i vícekrát nebo ani jednou. Pojistné plnění bývá omezené velikostí škody (např. v požárním pojištění) nebo dobou trvání následků škody (např. v pojištění pro případ přerušení provozu nebo pojištění denní dávky při pracovní neschopnosti). Jak již bylo uvedeno výše, neživotní pojištění se rozděluje:

- neživotní pojištění osob (úrazové pojištění, nemocenské pojištění),
- pojištění majetková,
- pojištění odpovědnostní,
- pojištění právní ochrany,
- cestovní pojištění.

V dnešní době se čím dál častěji projevuje trend kombinace různých druhů pojištění, který má za cíl zlepšení komplexní pojistné ochrany. S tím také souvisí cena těchto služeb, které se výrazně liší od pořízení jednotlivých druhů pojištění.

2.3 Základní pojmy neživotního pojištění

Mezi základní pojmy v neživotním pojištění patří [10], [16], [17]:

Pojistné riziko

Pojistné riziko je souhrn rizik, která jsou pojišťovnou kryta na základě pojistné smlouvy na určitý druh pojištění. Pojistná smlouva se uzavírá na základě splnění pojistně technických podmínek. Pojistné riziko se specifikuje prostřednictvím pojistného práva v zákonech, vyhláškách, smluvních ujednáních, pojistných podmínkách a interních směrnících pojišťoven.

Pojištění

Pojištění je přenesení rizika z pojištěného na pojišťovnu, která si za tuto službu účtuje pojistné, ze kterého následně vytváří rezervy na krytí těchto rizik.

Pojistník

Pojistník je osoba, která uzavřela pojistnou smlouvu s pojistitelem, ve které se zavázala platit pojistné za poskytnutou pojistnou ochranu.

Pojištěný

Pojištěný je osoba uvedená v pojistné smlouvě, které v případě pojistné události vzniká nárok na pojistné plnění.

Pojistná smlouva

Pojistná smlouva je smlouvou o finančních službách, ve které se pojistitel zavazuje v případě vzniku nahodilé události poskytnout ve sjednaném rozsahu plnění a pojistník se zavazuje platit pojistiteli pojistné.

Pojistná doba

Pojistná doba je doba zaznamenaná v pojistné smlouvě, na kterou je sjednáno pojištění. Pojištění může být sjednáno na dobu určitou, kdy je stanoven termín konce platnosti pojistné smlouvy nebo na dobu neurčitou.

Pojistné podmínky

Pojistné podmínky právně vymezují určitý pojistný produkt a jsou vydané pojistitelem. Využívají se všeobecné pojistné podmínky a tzv. zvláštní pojistné podmínky, které konkretizují všeobecné pojistné podmínky. Pojistné podmínky obsahují zejména vymezení podmínek vzniku, trvání a zániku pojištění, vymezení pojistné události, výluky z pojištění, způsob určení rozsahu pojistného plnění a jeho splatnost.

Pojistné

Pojistné představuje úplatu za pojištění, tedy cenu, za kterou je ochotna pojišťovna danou službu provádět.

Pojistné plnění

Peněžní částka vyplacená pojišťovnou jako náhrada vzniklé škody v souladu s pojistnou smlouvou a pojistnými podmínkami.

Životní pojištění

Životní pojištění je určeno pro krytí životního rizika, tj. riziko úmrtí a riziko dožití. Smyslem životního pojištění je pojistná ochrana pojištěné osoby. V případě pojistné události (úmrtí, závažné onemocnění, plný invalidní důchod apod.) pojišťovna vyplatí obmyšlené osobě (osoba uvedená ve smlouvě) pojistné plnění.

Neživotní pojištění

Pojištění neživotní zahrnuje krytí celé řady druhů neživotních rizik (úraz, nemoc, požár, odcizení apod.). Jedná se zejména o pojištění osob, majetku a odpovědnosti. Od životního pojištění se "neživot" liší především tím, že pracuje s absolutně náhodnými jevy zatímco "život" pracuje s jevy relativně náhodnými (smrt nastane - jen nevíme kdy). Neživotní pojištění není rezervotvorné, nefunguje tedy za jinými účely, než je krytí rizika.

Solventnost

Schopnost pojišťovny nebo zajišťovny trvale zabezpečit vlastními zdroji úhradu závazků z pojišťovací nebo zajišťovací činnosti.

2.4 Neživotní pojištění a pojistný trh v České republice

Na pojistném trhu v České republice působilo k 31. 12. 2009 celkem 35 tuzemských pojišťoven a 17 poboček, z nichž 16 patří pojišťovnám z EU a jedna ze států mimo EU/EHP. Mimo výše uvedené tuzemské pojišťovny a pobočky zahraničních pojišťoven s licencí ČNB mohou na českém pojistném trhu poskytovat služby i pojišťovny a pobočky pojišťoven z jiných členských států EU a EHP na základě svobodného pohybu služeb a počet takových subjektů se během roku 2009 zvýšil o dalších 60 na celkových 614.

Hodnota předepsaného pojistného za celý pojistných trh v roce 2009 dosáhla 144,1 mld. Kč, tempo růstu činilo 3,3%. Meziroční zpomalení tempa růstu předepsaného pojistného je způsobeno zejména stagnací na trhu neživotního pojištění, kde došlo k nárůstu předepsaného pojistného pouze o 1,6%. Naopak oblast životního pojištění si svou dynamiku udržela, došlo k nárůstu předepsaného pojistného o 5,9%. Podíl neživotního pojištění na celkovém předepsaném pojistném si tedy oproti roku 2008 mírně pohoršil, když dosáhl úrovně 58,2%. Dominantní postavení si i nadále drží pojištění odpovědnosti za škodu z provozu vozidla s podílem 29,0%, následované pojištěním škod na majetku s podílem 23,7% a havarijním pojištěním, kde dosáhl tržní podíl 19,9%.

Celkové náklady na pojistná plnění dosáhly v roce 2009 hodnoty 75,8 mld. Kč, když meziročně vzrostly o 9,7%. Na tomto růstu se podílely rostoucí náklady na pojistná plnění jak u životního, tak i neživotního pojištění. Tempo růstu nákladů na pojistná plnění v neživotním pojištění se v porovnání s růstem 6,5% v roce 2008 zvýšilo na 10,0%.

Objem celkových aktiv pojišťoven vzrostl během roku 2009 o 7,6% na 369,9 mld. Kč, tedy rychleji než v předchozím roce, kdy tempo růstu činilo 7,2%. Nejvýznamnější položkou v rozvaze pojišťoven představuje i nadále finanční umístění s podílem 80,2% a konkrétně se jedná o dluhové cenné papíry s podílem 62,8% na celkových aktivech. Podíl finančního umístění pojišťoven v celkové bilanční sumě pojišťovacího sektoru se však postupně pozvolna snižuje především ve prospěch finančního umístění životního pojištění, kde je nositelem investičního rizika pojistník. Na pasivní straně bilance pak zaujímají 72,9% podíl technické rezervy.

Finanční umístění aktiv tuzemských pojišťoven, jejichž zdrojem jsou technické rezervy neživotního pojištění, tvoří stejně jako v případě životního pojištění především dluhopisy,

jejichž podíl dosahuje 69,9% a meziročně se tento podíl zvýšil o 7,9%. Dále pak v této kategorii významně vystupují i pohledávky za zajišťovnami s podílem 14,5%.

Hospodářský výsledek sektoru pojišťoven činil 15,5 mld. Kč, což představuje navzdory období finanční krize meziročně nárůst o 64,3% [6].

Tabulka 1: Vývoj počtu pojišťoven v ČR podle typu

Struktura pojišťoven podle typu								
		31. 12. 2006	31. 12. 2007	31. 12. 2008	31. 3. 2009	30. 6. 2009	30. 9. 2009	31. 12. 2009
Životní	celkem	6	6	7	7	7	7	7
	tuzemské	3	3	3	3	3	3	3
	zahr. pob.	3	3	4	4	4	4	4
Neživotní	celkem	26	29	29	30	30	29	29
	tuzemské	15	16	17	17	17	17	17
	zahr. pob.	11	13	12	13	13	12	12
Smišené	celkem	17	17	17	17	16	16	16
	tuzemské	15	15	15	15	15	15	15
	zahr. pob.	2	2	2	2	1	1	1

Zdroj: Vlastní úprava podle [7].

3 Pojistně technické rezervy

Přirozenou vlastností každého živého organismu je tvorba určité rezervy. Ne jinak je tomu i u pojištění. Tvorba rezerv je jednou z nejdůležitějších činností v pojišťovně. Správné stanovení pojistných rezerv (ekvivalentně se používá pojem pojistně technické rezervy nebo pouze technické rezervy) je velmi důležité jak pro oblast životního, tak neživotního pojištění. Velmi důležitý je zde odhad potřebných budoucích rezerv, jelikož zjištění konečných škod může u některých druhů pojištění trvat i několik let (např. v případě vážného poškození na zdraví se musí čekat na výsledky léčby, na expertní rozhodnutí o invaliditě či na rozhodnutí soudu).

Vzniklé, ale zatím neodškodněné pojistné události obvykle patří mezi velmi drahé pojistné události a často tvoří značný podíl celkového objemu škod. Proto rezervy na takovéto pojistné události mohou dosahovat i několikanásobku ročního příjmu pojišťovny a mnohonásobku celkového zisku pojišťovny. Podceňování tvorby rezerv může vést ke značným ekonomickým problémům pojišťovny.

Pojistně technické rezervy pojišťovna tvoří z vybraného pojistného a využívá jich tehdy, když nemá dostatek běžných příjmů na výplaty pojistných plnění v daném pojistném období. Pojistně technické rezervy se jinak tvoří u rezervotvorných a rizikových typů pojištění.

V případě rezervotvorných pojištění se pojistně technické rezervy vytváří z celého přijatého pojistného (s odpočtem spotřebovaných správních nákladů). Výplatu sjednaného pojistného plnění pojišťovna hradí ze shromážděného pojistného, které se obvykle akumuluje po delší časové období.

U rizikových typů pojištění, kdy se přijaté pojistné spotřebovává během pojistného roku, přichází do pojistně technických rezerv přiměřené množství přijatého pojistného a technické rezervy vyrovnávají časové, místní a věcné výkyvy ve výplatách pojistných plnění. Tedy v rámci rizikových pojištění se vytváří rezervy na vyrovnávání výkyvů v pojistných plněních a rezervy určené na vyrovnávání časového nesouladu ve vývoji přijatého pojistného a vyplacených pojistných plnění.

Pojistně technické rezervy se musí vytvářet podle určitých pravidel, které pojišťovnám určují státní orgány v právních předpisech. Rozdílná je tvorba těchto rezerv pro potřeby neživotní pojišťovny, kdy se jedná o riziková pojištění a je zde velmi důležité, aby byly tyto rezervy v krátké době likvidní. U životní pojišťovny, pro kterou je typický dlouhodobý charakter smluv, je zásadní správné nakládání s rezervami a to především jejich dlouhodobé investování na finančním trhu.

Pojistně technické rezervy tedy slouží ke krytí závazků, rizik a ztrát z pojišťovací a zajišťovací činnosti. Mají charakter dlouhodobých zdrojů. Představují pojistná plnění v neživotním pojištění i s několikaletým zpožděním po vzniku pojistné události. Pro pojišťovnu představují značný objem finančních prostředků a jsou zdrojem investičních výnosů. Hrají velmi důležitou roli při výpočtu solventnosti pojišťovny a určují se z pojistného určeného na vlastní vrub pojistitele.

Na odhady rezerv má vliv řada vnitřních a vnějších faktorů [10]:

- vnitřní
 - politika pojišťovny,
 - interní administrativní postupy,
 - subjektivní faktory při odhadu rezerv,
- vnější
 - růst cen a inflace,
 - úroková míra,
 - ekonomické a legislativní změny.

3.1 Základní druhy pojistně technických rezerv

Pojišťovny vytvářejí jednotlivé druhy rezerv v závislosti na zaměření činnosti pojišťovny a v souvislosti s účelem, na který jsou tyto technické rezervy vytvářeny. Mezi základní druhy pojistně technických rezerv patří [10]:

- technické rezervy (často označovány jako matematické rezervy), v rámci kterých se postupně shromažďuje přijaté pojistné způsobem, kterým na konci sjednané pojistné doby bude nashromážděná částka odpovídat sjednané velikosti pojistného plnění,
- tzv. výkyvové rezervy, které jsou určené na pokrytí nenadálých výkyvů ve škodním průběhu,
- rezervy spojené s časovým rozlišením přijatého pojistného.

3.2 Členění pojistně technických rezerv v neživotním pojištění

Je-li provozována pojišťovací činnost podle jednoho nebo více pojistných odvětví neživotních pojištění, vytváří pojišťovna tyto technické rezervy [16]:

- a) rezervu na nezasloužené pojistné,
- b) rezervu na pojistná plnění,
- c) rezervu na prémie a slevy,
- d) vyrovnávací rezervu,
- e) rezervu pojistného neživotních pojištění,
- f) rezervu na splnění závazků z ručení za závazky Kanceláře podle zákona upravujícího pojištění odpovědnosti z provozu vozidla
- g) jinou rezervu.

Tvorbu jiných rezerv schvaluje Česká národní banka na základě žádosti pojišťovny.

Součástí žádosti je návrh způsobu tvorby a použití této rezervy.

3.3 Společná ustanovení k technickým rezervám

O každé technické rezervě účtuje pojišťovna odděleně od svých ostatních závazků. Pojišťovna předkládá České národní bance výkaz o tvorbě a výši technických rezerv. Vyhláška stanoví způsob předkládání, formu a náležitosti výkazu o tvorbě a výši technických rezerv, včetně období, za která má být tento výkaz zpracován, a lhůt, do kterých má být České národní bance předložen.

Pojišťovna je povinna mít technické rezervy vytvořené s ohledem na celý rozsah své činnosti a v dostatečné výši tak, aby tato pojišťovna byla schopna v kterémkoli okamžiku dostát svým závazkům vyplývajícím z jí uzavřených pojistných smluv.

Ve skladbě finančního umístění je pojišťovna povinna postupovat v závislosti na charakteru provozované činnosti tak, aby [10]:

- jednotlivé složky finančního umístění poskytovaly záruku návratnosti vložených prostředků (zásada bezpečnosti),
- jednotlivé složky finančního umístění zabezpečovaly výnos z jejich držby nebo zisk z jejich prodeje (zásada rentability),
- v závislosti na charakteru provozované pojišťovací činnosti byla část finančního umístění pohotově k dispozici k výplatě pojistných plnění ve lhůtě stanovené zvláštním právním předpisem (zásada likvidity),
- jednotlivé složky finančního umístění byly rozloženy mezi větší počet právnických osob, mezi nimiž není vztah ovládané a ovládající osoby, ani osob, které jednají ve shodě podle zvláštního právního předpisu (zásada diverzifikace).

3.4 Jednotlivé druhy pojistně technických rezerv

Správný odhad pojistných rezerv je komplexní problém, při kterém je nutné brát v úvahu mnoho vnějších a vnitřních faktorů. Za vnější faktory považujeme např. inflaci, úrokovou míru, očekávané ekonomické a legislativní změny. Mezi vnitřní faktory můžeme zařadit hlavně momentální politiku pojišťovny či různé přístupy pojišťovny k řešení pojistných událostí.

V dalších částech se zaměřím na vysvětlení jednotlivých pojistně technických rezerv vytvářených v neživotním pojištění podle [3], [10], [16].

3.4.1 Rezerva na nezasloužené pojistné

Rezerva na nezasloužené pojistné (dříve rezerva na pojistné jiných období) se tvoří jak u životních, tak i u neživotních pojištění, s výjimkou životních pojištění s jednorázovým pojistným. Výše této rezervy odpovídá části předepsaného pojistného, které časově souvisí s následujícím nebo s pozdějším účetním obdobím a stanoví se jako souhrn těchto částí pojistného vypočítaný podle jednotlivých pojistných smluv. Nelze-li tímto způsobem rezervu stanovit, tak se využívají matematicko-statistické metody. U těch pojištění, u kterých se

pojistné riziko v průběhu roku opakovaně mění, se pro stanovení výše rezervy použijí matematicko-statistické metody, které k průběhu pojistného rizika přihlížejí.

Pojistná doba je ve většině případů rozložena do dvou po sobě jdoucích účetních období, ale samozřejmě existují i smlouvy, které začínají a končí právě v jednom účetním období. Tato rezerva se zabývá první z možností, kdy se uplatňují dvě účetní období. Znamená to, že přijaté pojistné připadá částečně ke sledovanému období a částečně také k budoucímu období. Můžeme tedy přijaté pojistné rozdělit na zasloužené, které patří ke sledovanému pojistnému období a nezasloužené, které patří k následujícímu období. Rezerva na nezasloužené pojistné je tedy část přijatého pojistného, která se přenesla do následujícího období a která vlastně představuje část rizika odpovídající budoucímu pojistnému krytí.

Jako jediná pojistně technická rezerva je nezávislá na počtu pravděpodobnosti a její výpočet je dán výší předepsaného pojistného a období, na které je toto pojistné určeno. Výpočet výše rezervy je velice jednoduchý a zjistíme ho z následujícího vztahu:

$$\text{výše rezervy} = (\text{délka období po 31.12.} / \text{délka pojistného období}) \times \text{pojistné}$$

V případě životních pojištění, kde se diferencuje velikost správních nákladů zahrnovaných do tarifu pojistného, by zjednodušený postup výpočtu vypadal následovně:

$$\text{výše rezervy} = (\text{délka období po 31.12.} / \text{délka pojistného období}) \times (TP - PJN), \text{ kde } TP \text{ je tarif pojistného a } PJN \text{ značí počáteční jednorázové náklady.}$$

3.4.2 Rezerva na pojistná plnění

Rezerva na pojistná plnění v životním i neživotním pojištění je určena na krytí závazků z vzniklých pojistných událostí. Představuje část pojistného, která se vztahuje k danému období (účetnímu roku), ale často nelze tuto pojistná plnění v daném období realizovat. Je to dáno různou dobou ke zjištění výše pojistného plnění, a proto se část přijatého pojistného soustředí v této rezervě. Rezerva má dvě složky, u kterých se zvlášť stanovuje velikost. Jde o rezervy na pojistná plnění z pojistných událostí:

- **v běžném účetním období vzniklých a ohlášených, ale zatím nezlikvidovaných (často se používá zkratka RBNS z anglického Reported But Not Settled)** – jde o tvorbu rezervy pro výplatu pojistného plnění v případech, kdy pojistná událost nastala, byla pojistníkem ohlášena, ale z různých důvodů ještě neskončilo likvidační řízení a škoda nebyla vyřízena, jde vlastně o sumu závazků na konci účetního období, které pojišťovna zná, ale

z různých důvodů (probíhající soudní spor, policejní šetření atd.) ještě nebyly uhrazeny,

- **v běžném účetním období vzniklých, ale v tomto období zatím nehlášených (používá se označení IBNR rezerva z anglického Incurred But Not Reported)** – tyto rezervy se tvoří pro případy, kdy vznikla škoda, ale v daném účetním období nebyla ohlášena, vyplývá z určité prodlevy mezi vznikem události a jejím ohlášením pojišťovně.

Pro odhad této rezervy se využívají právě matematicko-statistické metody, popř. metody kvalifikovaného odhadu. Při výběru metody závisí hlavně na typu pojistného produktu, na počtu škod v minulých obdobích a jejich výši. Při výpočtu této rezervy se vychází z těchto údajů o škodním průběhu v rámci daného pojistného:

- počet škod na jeden den,
- průměrný odstup mezi vznikem škody a nahlášením škody,
- počet pozdních škod,
- průměrná výše škod.

Tato rezerva též obsahuje předpokládané výdaje spojené s likvidací pojistných událostí a snižuje se o předpokládanou výši pohledávek, na něž má pojišťovna v souvislosti s pojistnými plněními nárok.

Poskytuje-li se u jednotlivých druhů pojištění pojistné plnění formou důchodu, tvoří se rezerva na pojistná plnění na základě pojistně matematických metod.

Závazky z pojistných událostí nastalých a ohlášených v běžném účetním období, včetně nákladů na likvidaci těchto událostí, které byly zahrnuty do rezervy pojistného životních pojištění nebo do rezervy pojistného neživotních pojištění, nesmí být zahrnuty do rezervy na pojistná plnění.

Rezerva na pojistná plnění je z pohledu neživotního pojištění nejdůležitější pojistně technickou rezervou. Využívají se zde různé metody výpočtu, kterým bude věnována další kapitola.

3.4.3 Rezerva na prémie a slevy

Rezerva na prémie a slevy je určena k poskytování premií a slev na pojistném v souladu se všeobecnými pojistnými podmínkami dané pojišťovny (sleva na pojistném se poskytuje např. v případě bezškodního průběhu či za ročně placené pojistné vždy na začátku pojistného roku místo měsíčního či čtvrtletního placení atd.). Prémie a slevy na pojistném slouží jako

stimulace pojištěného ke snížení škodovosti a také slouží proti hlášení velkého počtu malých škod.

3.4.4 Vyrovnávací rezerva

Vyrovnávací rezerva se tvoří k jednotlivým odvětvím neživotního pojištění a je určena na vyrovnávání zvýšených nákladů na pojistná plnění, která vznikla z důvodu výkyvů ve škodním průběhu způsobených skutečnostmi nezávislými od vůle pojišťovny.

Škodní průběh je vlastně poměr mezi čistým pojistným plněním a zaslouženým pojistným. Čisté pojistné plnění je část pojistného plnění, která připadne na vrub pojistitele, to znamená, po postoupení části pojistných plnění předepsaných na výplatu zajišťovně, upravené o čistou změnu stavu rezervy na pojistná plnění za sledované období a za příslušné pojistné odvětví. Čistým zaslouženým pojistným se rozumí objem předepsaného hrubého pojistného očištěného o sumy postoupené zajišťovně za sledované období a příslušné pojistné odvětví, upravené o změnu netto stavu rezervy na nezasloužené pojistné, to znamená, po odpočtu části postoupené zajišťovně, za tyto pojistná odvětví. Sledovaným obdobím se rozumí období nejméně 5 po sobě jdoucích let. V případě, že činnost pojišťovny trvá méně než 5 let, je sledovaným obdobím celé období její činnosti.

Vyrovnávací rezerva se tedy tvoří pro případné pokrytí výkyvů ve výplatách pojistných plnění. Vytváří se z přijatého pojistného u některých druhů neživotních pojištění, kdy náklady na pojistná plnění během posledních let přesáhnou hranici zaslouženého pojistného. Od další tvorby vyrovnávací rezervy se upustí, dosáhne-li její výše maximální hranice, kterou stanoví Česká národní banka vyhláškou. Od tvorby této rezervy se upustí i u těch pojistných odvětví, jejichž podíl na čistém pojistném za všechna odvětví neživotních pojištění, která pojišťovna provozuje, klesne ve sledovaném období pod 4% a zároveň objem netto pojistného z tohoto pojistného odvětví nepřesáhne ani v jednom roce za sledované období částku 1 mil. Kč.

V České republice bylo vymezení tohoto typu rezervy upraveno vyhláškou Ministerstva financí ČR č. 96/2006 Sb. Výška vyrovnávací rezervy se stanoví na základě vztahu:

$$T = T_1 + \dots + T_n,$$

kde

- i příslušné odvětví neživotního pojištění, $i = 1, \dots, n$,
- T_i tvorba rezervy pro příslušné odvětví stanovené tímto postupem,
- T celková tvorba vyrovnávací rezervy.

3.4.5 Rezerva pojistného neživotních pojištění

Rezerva pojistného neživotních pojištění se vytváří k těm pojistným odvětvím, u kterých se pojistné stanovuje podle vstupního věku, tj. rozdílu mezi kalendářním rokem počátku pojištění a kalendářním rokem narození pojištěného, a pohlaví pojištěného nebo pouze podle vstupního věku pojištěného.

Rezerva pojistného neživotních pojištění představuje hodnoty závazků pojišťovny vypočtené pojistně matematickými metodami včetně již přiznaných podílů na zisku (podílů na přebytcích pojistného) nebo smluvních nároků na vrácení pojistného a rezerv nákladů spojených se správou pojištění, a to po odpočtu hodnoty budoucího pojistného.

Výše rezervy pojistného neživotních pojištění se vypočítává pojistně matematickými metodami za použití stejných statistických dat a stejných pojistně technických parametrů jako při stanovení pojistného.

3.4.6 Rezerva na závazky kanceláře

Rezervu na splnění závazků z ručení za závazky Kanceláře podle zákona upravujícího pojištění odpovědnosti z provozu vozidla tvoří pojišťovna provozující odvětví neživotních pojištění. Mezi tyto odvětví patří pojištění odpovědnosti za škodu vyplývající z:

- provozu pozemního motorového a jeho přípojného vozidla,
- z činnosti dopravce,
- z provozu drážního vozidla.

Tato rezerva je určena k plnění závazků Kanceláře, ke kterým nemá Kancelář vytvořená odpovídající aktiva. Pojišťovna tvoří tuto rezervu v rozsahu, v jakém se podílí na celkových závazcích Kanceláře, její výše se stanoví matematicko-statistickými metodami.

3.5 Nakládání s pojistně technickými rezervami

Pojistně technické rezervy představují nejvýznamnější složku v pasivech bilance pojišťoven. Rozdílnou roli hrají v životním a neživotním pojištění. V životním pojištění se jedná o dlouhodobé investice představující v průměru asi 85 % z celkových pasiv. Oproti tomu v neživotním pojištění se jedná zhruba o 60 %, což je dáno jeho zcela odlišným charakterem pojištění.

V České republice se do roku 2000 mohli pojistně technické rezervy vkládat pouze do 11 forem aktiv na domácím finančním trhu. Se změnou přišla vyhláška Ministerstva financí České republiky č. 75 ze dne 17. 3. 2000, která rozšířila možnost investování a další formy,

ale hlavně umožnila pojišťovnám umisťovat své prostředky na mezinárodním finančním trhu. K nejvýznamnějším formám investování patří:

- dluhopisy vydané Českou republikou nebo Českou národní bankou a dluhopisy, za které převzala záruku Česká republika,
- dluhopisy vydané bankami,
- veřejně obchodovatelné dluhopisy vydané obchodními společnostmi,
- pokladniční poukázky,
- půjčky, úvěry a jiné pohledávky,
- směnky, akcie, zástavní listy,
- nemovitosti atd.

Kromě struktury portfolia aktiv upravuje vyhláška i limity pro jednotlivé kategorie aktiv. Aby bylo dosaženo potřebné kontroly, tak jsou pojišťovny povinny dvakrát do roka předložit ministerstvu výkaz o tvorbě a výši pojistné technických rezerv a skladbě finančního umístění aktiv.

V následující tabulce je znázorněna velikost jednotlivých forem finančního umístění na trhu v České republice k 31. 12. 2009 [5].

Tabulka 2: Finanční umístění

Finanční umístění - použité ke krytí technických rezerv v neživotním pojištění	v tis. Kč	%
Finanční umístění celkem	92 723 442	100,00%
Dluhové cenné papíry	64 265 860	69,31%
dluhopisy vydané členským státem nebo jeho centrální bankou	44 380 650	47,86%
kotované dluhopisy vydané bankami členských států	3 430 409	3,70%
nekotované dluhopisy vydané bankami členských států	0	0,00%
kótované dluhopisy vydané obchodními společnostmi	3 325 745	3,59%
pokladniční poukázky	3 174 937	3,42%
kótované komunální dluhopisy	868 416	0,94%
hypoteční zástavní listy	6 986 843	7,54%
dluhopisy vydané EIB, ECB, EBRD nebo IBRD	1 125 112	1,21%
nekótované akcie a jiné CP obdobné akciím a dluhové CP (dluhové)	0	0,00%
zahraniční CP, obchodované na regulovaném trhu členských států OECD (dluhové)	973 748	1,05%
Majetkové cenné papíry	5 223 989	5,63%
kótované akcie	153 222	0,17%
CP vydané fondem kolektivního investování splňující požadavky práva ES	2 118 227	2,28%

CP vydané fondem kolektivního investování nesplňující požadavky práva ES	0	0,00%
nekótované akcie a jiné CP obdobné akciím a dluhové CP	2 038 263	2,20%
zahraniční CP, obchodované na regulovaném trhu členských států OECD	914 277	0,99%
Půjčky, úvěry a jiné pohledávky	364	0,00%
Ostatní pohledávky	48 324	0,05%
Směnky	170 227	0,18%
Nemovitosti	2 280 473	2,46%
Vklady a vklady potvrzené vkladovým certifikátem, vkladním listem	6 766 128	7,30%
Předměty a díla umělecké kulturní hodnoty	104 038	0,11%
Pohledávky za zajišťovny	13 864 039	14,95%
Deriváty	0	0,00%
Ostatní finanční umístění	x	0,00%

Zdroj: Vlastní úprava podle [5].

Při umisťování prostředků do pojistně technických rezerv se pojišťovny musí řídit následujícími zásadami:

1. zásada bezpečnosti, tzn. způsob investování, kterým se zaručí spolehlivé uložení prostředků,
2. zásada rentability, tzn. způsob investování, kterým se zabezpečí výnos nebo zhodnocení prostředků,
3. zásada likvidity, tzn. způsob investování, kterým bude zajištěn rychlý přístup k prostředkům, které jsou nutné na výplaty pojistných plnění,
4. zásada přiměřeného rozložení, tzn. rozložení rizika do více forem,
5. zásada diverzifikace, tzn., že se do každé formy může umístit jen omezená část prostředků.

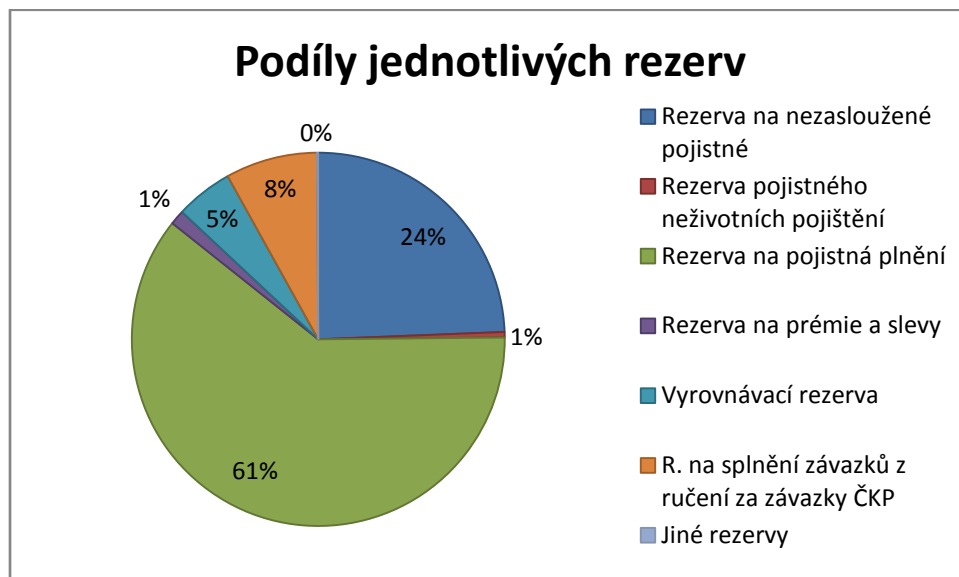
V následující tabulce a grafu uvedu velikosti pojistně technických rezerv na trhu v České republice k 31. 12. 2009 [8].

Tabulka 3: Rozložení pojistně technických rezerv na trhu ČR (v tis. Kč)

Podíl jednotlivých rezerv na celkových technických rezervách - neživotní pojištění (tis. Kč)	Hrubá výše technických rezerv	%
Technické rezervy celkem	67118928	100,00%
Rezerva na nezasloužené pojistné	16356520	24,37%
Rezerva pojistného neživotních pojištění	318189	0,47%
Rezerva na pojistná plnění	40841980	60,85%
Rezerva na prémie a slevy	854141	1,27%
Vyrovňovací rezerva	3336538	4,97%

R. na splnění závazků z ručení za závazky ČKP	5332788	7,95%
Jiné rezervy	78772	0,12%

Zdroj: Vlastní úprava podle [8].



Graf 1: Podíly jednotlivých pojistně technických rezerv na trhu v ČR

4 Metody modelování rezerv neživotního pojištění

Správný odhad pojistných rezerv je komplexní problém, kterým se zabývá jak životní, tak i neživotním pojištění. Odhad budoucích potřeb zde představuje hlavní problém, neboť zjištění konečné výše těchto potřeb (škod) může v různých typech neživotního pojištění trvat i několik let.

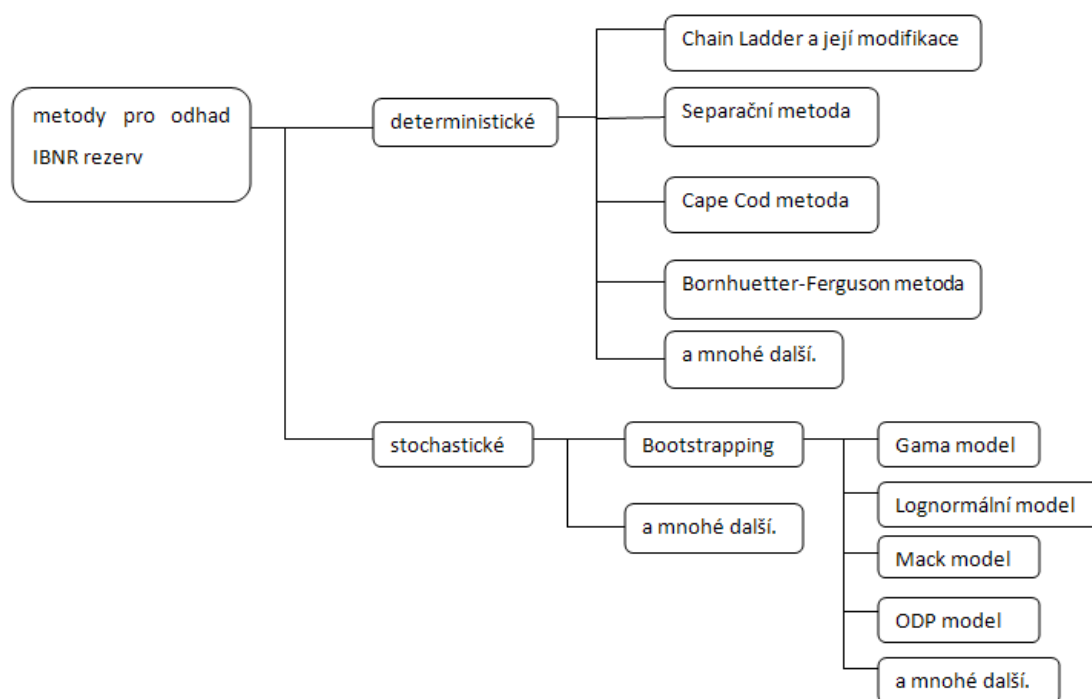
Při odhadování pojistných rezerv je nutno brát do úvahy množství vnitřních a vnějších faktorů působících na stanovení rezerv. K vnitřním faktorům můžeme zařadit především momentální politiku pojišťovny (např. ochota proplácet pojistná plnění či naopak agresivní přístup pojišťovny vedoucí ve zvýšené míře k soudním sporům). Mezi vnější vlivy pak hlavně řadíme růst cen a inflace, kdy nejistota inflačního vývoje nutí pojišťovny volit opatrnou strategii a rezervy systematicky oceňovat, což je velmi vhodné řešení pro danou pojišťovnu. Větší rezerva znamená převod zisků do rezervních fondů a z toho vyplývající i menší daně a dividendy akcionářům. Dále jsou velmi důležité očekávané legislativní a ekonomické změny.

Nejdůležitější a objemově největší rezerva se v neživotním pojištění tvoří na pojistná plnění. Při odhadování výšky rezerv na pojistná plnění se používají trojúhelníkové metody. Jak již bylo uvedeno výše, odhadujeme rezervy z pojistných událostí:

- vzniklých, ale zatím nehlášených, tzv. IBNR (Incurred But Not Reported) škody,
- hlášených, ale zatím nezlikvidovaných, tzv. RBNS (Reported But Not Settled) škody,

které se souhrnně označují jako rezervy vzniklé, ale zatím nevybavené pojistné události, tzv. IBNS škody (Incurred But Not Settled). Škody, které s těmito rezervami souvisí, představují značný podíl celkového objemu škod, neboť se většinou týkají tělesného poškození, což patří mezi velice nákladné pojistné události. Tyto rezervy pak mohou několikanásobně přesáhnout příjmy pojišťovny z pojistného a mnohonásobně celkový zisk pojišťovny. Podceňování těchto rezerv může zavést pojišťovnu do značných finančních problémů.

Tato práce je orientována výhradně na IBNR rezervy, které se počítají pomocí různých metod. Na následujícím obrázku jsou metody výpočtu rozděleny do dvou skupin. Na deterministické a stochastické, které se dále ještě dělí na různé typy. Nás zajímají především metody deterministické, které jsme schopni získat bez jakéhokoliv speciálního výpočetního programu. [11], [13]



Obrázek 1: Druhy metod pro odhad IBNR rezerv

Zdroj: Vlastní úprava podle [11].

Samotný výpočet a aplikaci jednotlivých metod je možné uskutečnit využitím různých softwarových programů. Nejpoužívanější a také nejjednodušší je MS Excel, který bude využit i v této práci. Samozřejmě byly vyvinuty i speciální programy jako např. ReservPro, který umožňuje jednoduchou aplikaci deterministických metod. Dalším programem je ResQ, který se už uplatňuje i pro výpočty stochastických metod. Uživatelsky nejnáročnější je např. Igloo, který se využívá jak pro deterministické metody, tak i stochastické. Má tedy velmi všestranné využití. [11]

4.1 Trojúhelníkové metody

Pro odhad výše rezervy na pojistná plnění se používají právě matematicko-statistické metody, popř. metody kvalifikovaného odhadu; navíc tato rezerva zahrnuje také předpokládané výdaje spojené s likvidací pojistných událostí a snižuje se o předpokládanou výši vymahatelných pohledávek, na něž má pojišťovna nárok v souvislosti s pojistnými plněními. Základní metody pro stanovení rezervy na pojistná plnění jsou trojúhelníkové metody, které vycházejí z dat uspořádaných do tzv. vývojových trojúhelníků. Základem trojúhelníkových metod je doplnění vývojových trojúhelníků na obdélníky hodnotami předpověďmi $X_{j,s}$ a především získání odhadu celkových škod $X_{j,\infty}$ vzniklých v roce j ($j=1, \dots, t$):

$$\widehat{X_{j,\infty}} - X_{j,t-j} \approx \widehat{X_{j,t-1}} - X_{j,t-j} \\ j = 1, \dots, t$$

(část rezervy na pojistná plnění, která na konci roku t připadá na škody vzniklé v roce j , pro dostatečně velké t je $\widehat{X_{j,t-j}} \approx \widehat{X_{j,\infty}}$).

Vývojový trojúhelník je specifické uspořádání minulých dat. Jsou v něm chronologicky uspořádány celkové velikosti vyplacených pojistných plnění pro různá po sobě jdoucí období. V takovém trojúhelníku jsou dosud vyplacená pojistná plnění členěna do řádků podle období původu a do sloupců podle období vývoje (na diagonálách vývojového trojúhelníku pak přirozeným způsobem vzniká členění podle kalendářních období). Nejčastějším členěním jsou celková pojistná plnění za rok, ale běžně se používají i součty za dílčí období, tedy za pololetí či čtvrtletí. Pro lepší pochopení vývojových trojúhelníků si popíšeme, co přesně vyjadřují dané řádky a sloupce:

- rok původu je nejčastěji rok vzniku pojistných událostí, ale mohl by to být také rok uzavření pojištění, zpravidla v tabulkách s vývojovými trojúhelníky to

bývá první řádek týkající se pojistných událostí vzniklých (resp. uzavřených) v daném roce řádku,

- rok vývoje pojistných plnění je počet let uplynulých od vzniku odpovídajících pojistných událostí (zpravidla v tabulkách s vývojovými trojúhelníky to bývá první sloupec „0“ obsahující pojistná plnění vyplacená vždy ještě v roce vzniku odpovídajících pojistných událostí),
- kalendářní rok pojistných plnění reprezentuje všechna pojistná plnění v daném kalendářním roce (zpravidla hlavní diagonála pro daný rok, ze kterého diagonálně vychází).

Mezi metody, které vycházejí z těchto trojúhelníkových metod, se používají zejména:

1. Řetězová žebříková metoda (Chain Ladder Method),
2. Řetězová žebříková metoda s inflačním vyrovnáním (Inflation Adjusted Chain Ladder Method),
3. Separační metoda,
4. metoda Cape Cod,
5. metoda Bornhuetter Ferguson.

V této práci budou uvedeny všechny vyjmenované metody. [1], [3], [13]

4.2 Obecný postup trojúhelníkové metody

Předpokládáme, že při určitém typu pojištění je na úplnou likvidaci škody potřebných maximálně n roků. Celkové vyplacené pojistné plnění $C_{i,j}$ v posledních n rocích na škody, vzniklé v tomto období, se uspořádají podle vzniku i příslušné pojistné události a současně podle počtu roků j , které přešly od vzniku pojistné události. Tímto způsobem dostaneme zápis celkových vyplacených pojistných plnění $C_{i,j}$ ve formě trojúhelníka. Tento zápis znázorňuje následující tabulka.

Tabulka představuje celkové (kumulované) pojistné plnění $C_{i,j}$, které bylo vyplaceno do konce vývojového roku j za škody, které vznikly v roce vzniku i . Nejaktuálnější stav vyplacených pojistných plnění za škody s rokem vzniku $0, 1, \dots, n$ ke konci vývojového roku n najdeme na hlavní diagonále tohoto schématu.

Tabulka 4: Kumulativní vývojový trojúhelník

Rok vzniku i	Vývojový rok j						
	0	1	2	...	$n - 2$	$n - 1$	n
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$	...	$C_{0,n-2}$	$C_{0,n-1}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-2}$	$C_{1,n-1}$	

2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-2}$		
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
$n-1$	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$					
n	$C_{n,0}$						

Zdroj: Vlastní úprava podle [13].

Jestliže $C_{i,j}$ jsou kumulovaná plnění za škody vzniklé v roce i a vyplacené do konce roku j , tedy v období $0, 1, \dots, j$, by mělo platit:

$$C_{i,0} \leq C_{i,1} \leq C_{i,2} \leq \dots$$

Podle tohoto předpokladu by škody vzniklé v roce vzniku 0 měly být zlikvidovány do konce vývojového roku n , proto na škody s rokem vzniku 0 nejsou potřebné žádné RBNS rezervy. Ve vývojovém roce n jsou známy hodnoty $C_{i,j}$ pro $i + j \leq n$.

Problémem je zde odhadnout vstupy $C_{i,j}$ pro $i = 1, 2, \dots, n$ a současně $n < i + j \leq 2n$ pod diagonálou $C_{i,j}$, kde $i + j = n$.

V této metodě předpokládáme stabilní míru inflace a stabilní vývoj vyplacených pojistných plnění pro každý rok vzniku škody, který charakterizujeme tzv. koeficient vývoje pojistného plnění λ_j . [13]

4.3 Řetězová žebříková metoda

Řetězová žebříková metoda patří mezi nejzákladnější metody pro výpočty pojistně technických rezerv. Je základem pro mnoho jiných metod, které se v ní odrážejí a s různou modifikací vznikají nové. Využití této metody spočívá v tom, že vývoj škod z minulosti aplikujeme do budoucnosti, tj. předpokládáme, že se škody budou v budoucnosti vyvíjet stejně jako v minulosti. [13]

Pro použití řetězové žebříkové metody, která se velmi často používá v praxi, musíme předpokládat [13]:

1. koeficient vývoje pojistného plnění λ_j definujeme jako poměr

$$\lambda_j = \frac{C_{i,j}}{C_{i,j-1}} \text{ pro } i = 0, 1, \dots, n$$

2. homogenní portfolio pojistek, obsahující podobné pojistky,
3. stabilní inflaci ve vývojových rocích $0, 1, \dots, n$.

Proto je třeba věnovat velkou pozornost všem změnám ve vývoji portfolia, škod, likvidaci pojistných událostí a také změnám v metodice výpočtů rezerv. Všechny změny je

nutné zohlednit. Zároveň je nutné brát do úvahy i změny, které mohou nastat v blízké budoucnosti.

Jestliže jsou všechny tyto předpoklady splněné, odhad rezerv na IBNR škody bude mít následující postup [13]:

1. Když je splněn předpoklad 1, tedy $\lambda_j = \frac{C_{i,j}}{C_{i,j-1}}$, potom z tohoto vztahu dostáváme

$$C_{i,j} = \lambda_j C_{i,j-1} \text{ pro } i = 0, 1, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$$

Problém odhadu $C_{i,j}$ pro $i = 0, 1, \dots, n$ a současně $n < i + j \leq 2n$ se tak prakticky zúžil na odhad λ_j pro $j = 1, 2, \dots, n$. Koeficient vývoje λ_j dostaneme jako poměr součtu j -tého sloupce tabulky č. 4 a kumulativních plnění ve sloupci $j-1$ této tabulky. Tedy

$$\widehat{\lambda}_1 = \frac{C_{0,1} + C_{1,1} + \dots + C_{n-1,1}}{C_{0,0} + C_{1,0} + \dots + C_{n-1,0}}$$

$$\widehat{\lambda}_2 = \frac{C_{0,2} + C_{1,2} + \dots + C_{n-2,2}}{C_{0,1} + C_{1,1} + \dots + C_{n-2,1}}$$

.

.

$$\widehat{\lambda}_n = \frac{C_{0,n}}{C_{0,n-1}}$$

2. V dalším kroku se doplní trojúhelník pod diagonálu v tabulce č. 4 a dostaneme odhady plnění $\widehat{C}_{i,j}$, kde $n < i + j \leq 2n$, uvedené v tabulce č. 5. Jejich výpočet se získá takto:

$$\widehat{C}_{n,1} = \widehat{\lambda}_1 C_{n,0}$$

$$\widehat{C}_{n,2} = \widehat{\lambda}_2 \widehat{C}_{n,1} = \widehat{\lambda}_2 \widehat{\lambda}_1 C_{n,0}$$

$$\widehat{C}_{n-1,2} = \widehat{\lambda}_2 C_{n-1,1}$$

.

.

$$\widehat{C}_{n,n} = \widehat{\lambda}_n \widehat{\lambda}_{n-1} \dots \widehat{\lambda}_2 \widehat{\lambda}_1 \widehat{C}_{n,0}$$

Mezi odhadnutými rezervami $\widehat{C}_{i,j}$, $n < i + j \leq 2n$, budou i odhadnuté kumulativní rezervy v posledním vývojovém roce (poslední sloupec tabulky č. 5) $\widehat{C}_{i,j}$ pro $i = 1, 2, \dots, n$.

Tabulka 5: Schéma řetězové žebříkové metody

Rok vzniku i	Vývojový rok j						
	0	1	2	...	$n-2$	$n-1$	
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$	...	$C_{0,n-2}$	$C_{0,n-1}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-2}$	$C_{1,n-1}$	$\widehat{C}_{1,n}$

2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-2}$	$\hat{C}_{2,n-1}$	$\hat{C}_{2,n}$
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
$n-1$	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$	$\hat{C}_{n-1,2}$	...	$\hat{C}_{n-1,n-2}$	$\hat{C}_{n-1,n-1}$	$\hat{C}_{n-1,n}$
n	$C_{n,0}$	$\hat{C}_{n,1}$	$\hat{C}_{n,2}$	...	$\hat{C}_{n,n-2}$	$\hat{C}_{n,n-1}$	$\hat{C}_{n,n}$

Zdroj: Vlastní úprava podle [13].

3. Odhad celkových rezerv na konci n -tého vývojového roku na pojistné události, vzniklé ve všech sledovaných rocích spolu, dostaneme podle vztahu

$$\sum_{i=1}^n (\widehat{C}_{i,n} - \widehat{C}_{i,n-1})$$

Metoda Chain Ladder patří k těm spíše jednodušším. Poskytuje však velmi kvalitní výsledky, což z ní spolu se snadnou interpretovatelností činí jednu z neoblíbenější a nejvíce využívaných metod. [13]

4.4 Řetězová žebříková metoda s inflačním vyrovnáním

Jestliže jsou vývojové trojúhelníky spjaté s delším časovým obdobím, je nutné při výpočtech zohlednit i inflaci. Potom je postup následující [13]:

1. Vycházíme z trojúhelníkového schématu kumulativních plnění $C_{i,j}$ (tabulka č. 4). Vypočítáme plnění, která byla skutečně vykonána v každém vývojovém roce $j = 1, 2, \dots, n$ pro každý rok vzniku $i = 1, 2, \dots, n$ podle vztahu

$$P_{i,j} = C_{i,j} - C_{i,j-1} \text{ pro } j \geq 1$$

$$P_{i,0} = C_{i,0}$$

2. Podle míry inflace z předcházejících roků přepočítáme všechna známá vyplacená plnění na úroveň cen ke konci n -tého vývojového roku.
3. Trojúhelníkové schéma z takto upravených finančních plateb znovu přepočítáme na kumulativní trojúhelníkové schéma.
4. Dále použijeme řetězovou žebříkovou metodu (uvedenou v předchozí kapitole) na odhad rezerv na nevyplacené škody odděleně podle roku plnění, v cenách platných ke konci n -tého vývojového roku.
5. Nakonec v každém roce upravíme výšku odhadnutých rezerv vzhledem k odhadnuté míře inflace v příslušném roce.

4.5 Separační metoda

Předešlé dvě metody výpočtu rezerv na nevyplacená pojistná plnění se stali nevyhovující zhruba v polovině sedmdesátých let minulého století. Bylo to z důvodu čím dál vyššího růstu inflace a jeho stále obtížnějšího odhadu budoucího vývoje. Separační metodu uveřejnil v roce 1975 australský aktuár G. Taylor v ASTIN Bulletin a oproti dvěma předešlým metodám v sobě separační metoda zahrnovala i odhad míry inflace. [13]

Základem separační metody je opět trojúhelník pojistných plnění P_{ij} , vykonaných v každém vývojovém roce j definovaných vztahem $P_{ij} = C_{ij} - C_{ij-1}$ pro $j \geq 1$, $P_{i,0} = C_{i,0}$. Narozdíl od dvou předešlých metod je znám počet škod n_i , které byly zaznamenány v každém roce vzniku i a předpokládáme, že se tento počet bude v jednotlivých letech měnit.

Předpokládáme také, že kdyby neexistovala inflace, v každém vývojovém roce j by byl z celkové škody bez ohledu na rok vzniku plnění i vyplacen konstantní podíl r_j a v celém sledovaném období se neměnila průměrná výška c individuální škody. Též předpokládáme stacionární portfolio pojistek, resp. proporcionální zastoupení jednotlivých typů rizik v portfoliu za předchozí období, ze kterých vycházíme při odhadu rezerv se nemění a také zůstane následujících k let (max. počet let na likvidaci). Dále označíme symbolem λ_{i+j} výšku skutečné průměrné individuální škody v roce $i + j$, přičemž i je rok vzniku a j je vývojový rok pojistných plnění. Hodnoty λ_{i+j} jsou konstantní pro každý kalendářní rok, tedy jsou konstantní na každé diagonále trojúhelníkového schéma. Za těchto předpokladů platí

$$P_{ij} = n_i r_j \lambda_{i+j}$$

Rozdíl hodnot λ_{i+j} v různých kalendářních letech je způsobený změnou míry inflace. Na následující tabulce je přehledně znázorněná forma zápisu plnění P_{ij} , která je vyjádřena vztahem $P_{ij} = n_i r_j \lambda_{i+j}$. [13]

Tabulka 6: Forma zápisu P_{ij}

i	n_i	Vývojový rok j					
		0	1	..	$n - 2$	$n - 1$	n
0	n_0	$n_0 r_0 \lambda_0$	$n_0 r_1 \lambda_1$	..	$n_0 r_{n-2} \lambda_{n-2}$	$n_0 r_{n-1} \lambda_{n-1}$	$n_0 r_n \lambda_n$
1	n_1	$n_1 r_0 \lambda_1$	$n_1 r_1 \lambda_2$	..	$n_1 r_{n-2} \lambda_{n-1}$	$n_1 r_{n-1} \lambda_n$	
2	n_2	$n_2 r_0 \lambda_2$	$n_2 r_1 \lambda_3$	..	$n_2 r_{n-2} \lambda_n$		
.				.	.	.	.
.				.	.	.	.
$n - 1$	n_{n-1}	$n_{n-1} r_0 \lambda_{n-1}$	$n_{n-1} r_1 \lambda_n$				
n	n_n	$n_n r_0 \lambda_n$					

Zdroj: Vlastní úprava podle [13].

Ze znalosti hodnot $P_{i,j}$ chceme nejdřív odhadnout hodnoty $r_0, r_1, \dots, r_n$ a pomocí nich hodnoty $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$. Tyto odhady nám poslouží k doplnění pravé dolní části tabulky 3.

Pro hodnoty r bude zřejmě platit $r_0 + r_1 + \dots + r_n = 1$, kde n je maximální počet roků na zlikvidování škody. [13]

Vývoj míry inflace můžeme posoudit z vývoje hodnot $\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n$. Pro odstranění vlivu hodnot n_i na výšku plateb, bude se dále analyzovat matice standardizovaných hodnot

$$S_{i,j} = \frac{P_{i,j}}{n_i} = r_j \lambda_{i+j} \text{ pro } i, j \geq 0, i + j \leq n$$

Tyto standardizované hodnoty jsou znázorněny v následující tabulce.

Tabulka 7: Matice standardizovaných hodnot

Rok vzniku i	Vývojový rok j						
	0	1	...	j	...	$n - 1$	
0	$S_{0,0}$	$S_{0,1}$	...	$S_{0,j}$	...	$S_{0,n-1}$	$S_{0,n}$
1	$S_{1,0}$	$S_{1,1}$	...	$S_{1,j}$	...	$S_{1,n-1}$	
.		.		.			
.		.		.			
i	$S_{i,0}$	$S_{i,1}$	...	$S_{i,j}$			
.		.					
.		.					
$n - 1$	$S_{n-1,0}$	$S_{n-1,1}$					
n	$S_{n,0}$						

Zdroj: Vlastní úprava podle [13].

Jinou formou zápisu hodnot v tabulce č. 4, vhodnější pro další postup odhadů, je uveden v tabulce č. 5.

Hodnoty r_j pro $j = 0, 1, \dots, n$ a λ_{i+j} pro $0 \leq i + j \leq n$ odhadneme následujícím postupem.

Označme symbolem d_i vstupy na i -té diagonále tabulky č. 4 pro $i = 1, 2, \dots, n$. Potom

$$\begin{aligned} d_n &= S_{n,0} + S_{n-1,1} + \dots + S_{1,n-1} + S_{0,n} = r_0 \lambda_n + r_1 \lambda_n + \dots + r_{n-1} \lambda_n + r_n \lambda_n \\ &= \lambda_n (r_0 + r_1 + \dots + r_n) = \lambda_n \end{aligned}$$

Tedy d_n je odhadem λ_n , symbolicky zapsané jako

$$\widehat{\lambda}_n = d_n$$

Jediný vstup v trojúhelníku v tabulkách 4 a 5, který obsahuje r_n , je $S_{0,n} = r_n \lambda_n$, ze kterého dostaneme odhad $\hat{r}$ ve tvaru

$$\hat{r}_n = \frac{S_{0,n}}{\widehat{\lambda}_n}$$

Podobně

$$\begin{aligned} d_{n-1} &= S_{n-1,0} + S_{n-2,1} + \dots + S_{0,n-1} = r_0\lambda_{n-1} + r_1\lambda_{n-1} + \dots + r_{n-1}\lambda_{n-1} = \\ &= \lambda_{n-1}(r_0 + r_1 + \dots + r_{n-1}) = \lambda_{n-1}(1-r_n) \rightarrow \end{aligned}$$

$$\widehat{\lambda_{n-1}} = \frac{d_{n-1}}{1 - \widehat{r_n}}$$

Z údajů ve vývojovém roce $(n-1)$ dostáváme odhad $\widehat{r_{n-1}}$, protože podle tabulek 4 a 5 platí

$$S_{0,n-1} + S_{1,n-1} = r_{n-1}(\lambda_{n-1} + \lambda_n) \rightarrow$$

$$\widehat{r_{n-1}} = \frac{S_{0,n-1} + S_{1,n-1}}{\widehat{\lambda_{n-1}} + \widehat{\lambda_n}}$$

Tabulka 8: Vhodnější forma zápisu hodnot

Rok vzniku i	Vývojový rok j				
	0	1	...	n - 1	n
0	$r_0\lambda_0$	$r_1\lambda_1$	...	$r_{n-1}\lambda_{n-1}$	$r_n\lambda_n$
1	$r_0\lambda_1$	$r_1\lambda_2$	...	$r_{n-1}\lambda_n$	
.	.	.			
.	.	.			
n - 1	$r_0\lambda_{n-1}$	$r_1\lambda_n$			
n	$r_0\lambda_n$				

Zdroj: Vlastní úprava podle [13].

Analogicky ze součtu d_{n-2} prvků další diagonály tabulky 5 dostaneme odhad

$$\widehat{\lambda_{n-2}} = \frac{d_{n-2}}{1 - \widehat{r_n} - \widehat{r_{n-1}}}$$

Tento postup opakujeme, dokud nezískáme všechny odhady $\widehat{\lambda_n}, \widehat{\lambda_{n-1}}, \dots, \widehat{\lambda_1}, \widehat{\lambda_0}$, jako i $\widehat{r_n}, \widehat{r_{n-1}}, \dots, \widehat{r_1}, \widehat{r_0}$.

Pro $t > n$ odhadneme λ_t použitím předpokladů a vývoji inflace v dalších letech. Jestliže ve sledovaném období předpokládáme konstantní průměrnou výšku individuální škody ve stabilní měně, potom $\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} - 1$ vyjadřuje zřejmě míru inflace plnění v roce t . [13]

Potom odhad rezervy na nezlikvidovaná plnění, která budou vyplacená ve vývojovém roce k za škody vzniklé v roce i , přičemž $i = 0, 1, \dots, n$ a $n < i+k \leq 2n$, je dán vztahem

$$\widehat{P_{i,k}} = n_i \widehat{r_k} \widehat{\lambda_{i+k}}$$

4.6 Metoda Cape Cod

Tato metoda je pojmenovaná podle místa aktuárské konference, kde byla poprvé prezentována a to v americkém státě Massachusetts. Je specifická tím, že bere v úvahu i škodní poměr, tedy podíl pojistného plnění a pojistného. Přičemž jsou-li řádky vývojového trojúhelníku sestaveny podle roku vzniku pojistných událostí (resp. podle roku uzavření pojistné smlouvy), pak se použije zasloužené pojistné (resp. předepsané).

Tato metoda využívá stejné vstupní údaje jako metoda řetězová žebříková, avšak dále je nutné zahrnout i další údaje a to především výšku pojistného. V případě, že uvažujeme s rokem, kdy byla pojistná smlouva uzavřena, potřebujeme znát výšku zaslouženého pojistného.

Jako u předchozích metod jsou základem nekumulovaná pojistná plnění, která je potřeba převést na kumulovaná (tabulka č. 6).

Tabulka 9: Celková kumulovaná pojistná plnění

Rok vzniku i	Vývojový rok j						
	0	1	2	...	$n - 2$	$n - 1$	n
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$	...	$C_{0,n-2}$	$C_{0,n-1}$	$C_{0,n}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-2}$	$C_{1,n-1}$	
2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-2}$		
.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.
$n - 1$	$C_{n-1,0}$	$C_{n-1,1}$					
n	$C_{n,0}$						

Zdroj: Vlastní úprava podle [13].

Při výpočtu rezervy vycházíme tedy z nekumulovaného vývojového trojúhelníku a postupujeme následovně [2]:

1. Vypočítáme koeficienty vývoje pojistného plnění λ_j , podle vztahů

$$\widehat{\lambda}_1 = \frac{C_{0,1} + C_{1,1} + \dots + C_{n-1,1}}{C_{0,0} + C_{1,0} + \dots + C_{n-1,0}}, \dots, \widehat{\lambda}_n = \frac{C_{0,n}}{C_{0,n-1}}$$
 z řetězové žebříkové metody.

2. Pomocí koeficientů vývoje dopočítáme hodnoty pod diagonálou.
3. Nyní vypočítáme inverzní koeficienty pomocí posledního roku vývoje pro každý rok vzniku. Využijeme vztah $K_i = \frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}}$, pro $i = 0, 1, \dots, n$.
4. Pomocí inverzních koeficientů zjistíme doplněk inverzního koeficientu $K'_i = 1 - K_i$.
5. Vypočítáme upravené pojistné jako součin zaslouženého pojistného a K_i .

6. Vypočítáme dlouhodobý škodní poměr jako podíl součtu dosavadních pojistných plnění a součtu upraveného zaslouženého pojistného za jednotlivé roky.
7. Rezervy pro jednotlivé roky vzniku pojistné události určíme vynásobením škodního poměru zaslouženým pojistným a hodnotou K'_i , tedy (zasloužené pojistné * dlouhodobý škodní poměr * K'_i).
8. Odhad celkové rezervy určíme jako součet rezerv za jednotlivé roky.

4.7 Metoda Bornhuetter - Ferguson

Metoda Bornhuetter – Ferguson se značně podobá metodě Cape Cod, rozdíl je však v tom, že pracuje s individuálními škodními průběhy. Podobně jako předchozí metody se i tato odráží z řetězové žebříkové metody. Tato metoda oproti předchozím bere na vědomí skutečnost, že se v trojúhelníku údajů za delší časové období bude výrazně lišit škodové procento pro každý rok, a proto je velmi důležité a zásadní jeho správné stanovení.

Budeme opět vycházet z nekumulativního vývojového trojúhelníka, který se přepočítá na kumulované hodnoty. Postup je následující [2]:

1. Vypočítáme koeficienty vývoje pojistného plnění λ_j , podle vztahů

$$\widehat{\lambda}_1 = \frac{c_{0,1} + c_{1,1} + \dots + c_{n-1,1}}{c_{0,0} + c_{1,0} + \dots + c_{n-1,0}} \text{ a } \widehat{\lambda}_n = \frac{c_{0,n}}{c_{0,n-1}} \text{ z řetězové žebříkové metody.}$$
2. Pomocí koeficientů vývoje dopočítáme hodnoty pod diagonálou.
3. Nyní vypočítáme inverzní koeficienty pomocí posledního roku vývoje pro každý rok vzniku. Využijeme vztah $K_i = \frac{c_{i,n-i}}{c_{i,n}}$, pro $i = 0, 1, \dots, n$.
4. Celkové škodové průběhy – dopočítá se pod diagonálu extrapolace těchto škodových průběhů v jednotlivých sloupcích. Pro rok vývoje i se předpovídá průměrem hodnot sloupce, které mají srovnatelnou velikost. V každém řádku se pak škodní průběhy sečtou.
5. Pomocí inverzních koeficientů zjistíme doplněk inverzního koeficientu $K'_i = 1 - K_i$.
6. Rezervy pro jednotlivé roky vzniku pojistné události určíme vynásobením škodního poměru celkovými škodními průběhy a hodnotou K'_i , tedy (celkové škodní průběhy * škodní poměr * K'_i).

4.8 Stochastické metody

V současnosti se v pojišťovnách čím dál více hovoří o využití stochastických metod výpočtu IBNR rezerv. Základním významem těchto metod je získání variability odhadovaných rezerv, tj. určení standardní odchylky a následné určení intervalů spolehlivosti pro odhadované rezervy.

Využívají se v nich nejrůznější modely, jako jsou např. Lognormální, Over-dispersed Poisson (ODP), Gama či Mack model. ODP a Gama model patří vůbec k nejvyužívanějším modelům v procesu odhadování výšky rezerv, avšak již dříve zmíněný problém je nutnost speciálního softwaru pro jejich výpočty. Uživatelsky jednodušší je např. Lognormální model, který ale nelze aplikovat na data záporných hodnot. Speciální případy ODP nebo Mackova modelu mohou vést mnohdy ke stejným výsledkům jako u základní Chain Ladder metody.

Stále populárnější stochastickou metodou je tzv. technika Bootstrap. Je založena na mnohonásobných simulacích tzv. pseudo dat, jejichž výsledkem jsou stále nové odhady výšky rezerv. Jejich následnou sumarizací dostaneme výslednou hodnotu rezerv.

Jelikož jsou stochastické metody velmi výpočetně náročné a nelze je bez případného softwaru počítat, nebudu se k nim v této práci již vracet. [11]

5 Ukázka stanovení rezerv v neživotním pojištění

V této kapitole se budu zabývat konkrétními výpočty rezerv za použití výše uvedených metod. Použitá data jsou získaná z jedné nejmenované české pojišťovny, která patří mezi špičku na poli neživotního pojištění v České republice. Jedná se o velmi citlivá data, a proto zde nemohu zmínit její název. Pro mé účely jsou data mírně modifikovaná, tedy skutečné hodnoty se mírně liší od použitých v této práci, ale jelikož je cílem seznámit s metodami výpočtu rezerv, tak konkrétní reálná data nejsou nutná. Získaná data jsou součtem tří neživotních pojistných odvětví a to odpovědnosti z provozu vozidla, neprůmyslového majetkového pojištění a živelného pojištění průmyslového majetku. Jsou to data za období 2000 až 2006, kdy byla například v roce 2002 Česká republika postižena ničivými záplavami a v roce 2006 velkým množstvím sněhu. Data jsou od těchto katastrofických škod očištěna, nejsou do nich zahrnuty škody přesahující 10 mil. Kč. Jako první uvedu řetězovou žebříkovou metodu, dále řetězovou žebříkovou metodu s inflačním vyrovnáním, Separační metodu, metodu Cape Cod a jako poslední metodu Bornhuetter – Ferguson.

5.1 Řetězová žebříková metoda

Při výpočtech budeme vycházet z postupu, který je uveden v kapitole 3.3. Při každé matematické operaci uvedeme příklad (jedno číslo), který bude barevně zvýrazněn a bude popsána cesta, kterou jsme k němu došli.

Základem pro každou z metod je tabulka ve formě nekumulativních hodnot pojistných plnění (v tisících peněžních jednotek) při určitém typu neživotního pojištění ve vývojových letech 0, 1, ..., 6, přičemž bereme v úvahu předpoklad, že se všechny nároky na pojistná plnění zlikvidují do konce šestého roku od vzniku pojistné události. Touto metodou odhadneme celkové pojistné rezervy na plnění v letech 2007 až 2012 pro nevyřízené pojistné události z let 2000 až 2006. V následující tabulce jsou tedy uvedené nekumulativní hodnoty pojistných plnění.

Tabulka 10: Výchozí hodnoty nekumulativních pojistných plnění

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	33214	1943	1173	100	116	90
2001	1	64370	20512	3056	1242	91	85	
2002	2	302388	205041	15315	7307	1951		
2003	3	101522	43006	8092	1873			
2004	4	125914	54793	7268				
2005	5	136082	54334					
2006	6	317083						

Zdroj: Vlastní (upravená reálná data).

V dalším kroku je třeba z nekumulativních hodnot vytvořit hodnoty kumulativní. Tyto hodnoty získáme postupným kumulováním v řádcích. Jako příklad uvedeme hodnotu 85713, v tabulce č. 11 zvýrazněnou tučně (85713=50556+33214+1943).

Tabulka 11: Hodnoty kumulativních pojistných plnění

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	83770	85713	86886	86986	87102	87192
2001	1	64370	84882	87938	89180	89271	89356	
2002	2	302388	507429	522744	530051	532002		
2003	3	101522	144528	152620	154493			
2004	4	125914	180707	187975				
2005	5	136082	190416					
2006	6	317083						

Zdroj: Vlastní výpočty.

Nyní nás čeká výpočet koeficientů vývoje $\widehat{\lambda}_1$ až $\widehat{\lambda}_6$ podle vztahu $\widehat{\lambda}_1 = \frac{C_{0,1} + C_{1,1} + \dots + C_{n-1,1}}{C_{0,0} + C_{1,0} + \dots + C_{n-1,0}}$

... $\widehat{\lambda}_n = \frac{C_{0,n}}{C_{0,n-1}}$ [13] uvedených v následující tabulce. Z těchto rovnic potřebujeme nejprve

získat čitatele a jmenovatele tím způsobem, že sečteme dané hodnoty ve sloupcích, poté

vypočtené hodnoty dělíme. Hodnotu $\widehat{\lambda}_1 = 1,526234$, tučně zvýrazněnou, jsme získali jako

podíl $\frac{83770+84882+507429+144528+180707+190416}{50556+64370+302388+101522+125914+136082}$.

Tabulka 12: Koeficienty vývoje

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	83770	85713	86886	86986	87102	87192
2001	1	64370	84882	87938	89180	89271	89356	
2002	2	302388	507429	522744	530051	532002		
2003	3	101522	144528	152620	154493			
2004	4	125914	180707	187975				
2005	5	136082	190416					
2006	6	317083						
$C_{0,1} + C_{1,1} + \dots + C_{n-1,1}$			1191732	1036990	860610	708259	176458	87192
$C_{0,0} + C_{1,0} + \dots + C_{n-1,0}$		780832	1001316	849015	706117	176257	87102	
koef. vývoje λ_j			1,526234	1,035627	1,013657	1,003033	1,00114	1,001033

Zdroj: Vlastní výpočty.

Dalším krokem je doplnění vývojového trojúhelníka pomocí vypočtených koeficientů vývoje. Tím odhadneme pro všechny roky vzniku pojistných událostí pojistné rezervy na pojistná plnění po roce 2006. Hodnoty pod diagonálou získáme použitím vztahu $\widehat{C}_{n,1} = \widehat{\lambda}_1 C_{n,0}$... $\widehat{C}_{n,n} = \widehat{\lambda}_n \widehat{\lambda}_{n-1} \dots \widehat{\lambda}_2 \widehat{\lambda}_1 \widehat{C}_{n,0}$ [13]. Tučně zvýrazněnou hodnotu $\widehat{C}_{4,5} = 191338$ získáme vynásobením hodnot 1,00114 ($\widehat{\lambda}_5$) a $\widehat{C}_{4,4} = 191120$. Další odhady jsou vypočteny obdobně a jsou uvedeny v tabulce č. 13.

Tabulka 13: Odhad rezerv na pojistná plnění po roce 2006

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	83770	85713	86886	86986	87102	87192
2001	1	64370	84882	87938	89180	89271	89356	89448
2002	2	302388	507429	522744	530051	532002	532609	533159
2003	3	101522	144528	152620	154493	154962	155138	155299
2004	4	125914	180707	187975	190542	191120	191338	191536
2005	5	136082	190416	197200	199893	200500	200728	200936
2006	6	317083	483943	501184	508029	509570	510151	510678

Zdroj: Vlastní výpočty.

V další tabulce jsou uvedeny odhady rezerv na nevyřízená pojistná plnění v letech 2007 až 2012 v nekumulativní formě. Údaje v této tabulce pro každý rok vzniku (každý řádek) dostaneme jako rozdíly odhadnutých rezerv v daném a předcházejícím vývojovém roce (v daném a předcházejícím sloupci). Například tučně uvedená hodnota 6784, získaná rozdílem hodnot 197200 a 190416, je odhadnuté plnění, které bude třeba vyplatit ve vývojovém roce 1 (2007) na pojistná plnění z roku 2005.

Tabulka 14: Nekumulativní odhady rezerv na nevyřízená pojistná plnění v letech 2007 až 2012

Rok <i>i</i>		Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0							
2001	1							92
2002	2						607	550
2003	3					469	177	160
2004	4				2567	578	218	198
2005	5			6784	2693	606	229	207
2006	6		166860	17241	6845	1541	581	527

Zdroj: Vlastní výpočty.

Nakonec získáme výšky předpokládaných rezerv na nevyřízená pojistná plnění, která budou potřeba v letech 2007 až 2012 jako součty na diagonálách pod hlavní diagonálou. Tyto součty jsou uvedeny v tabulce č. 15.

Tabulka 15: Odhad pojistných rezerv na konci roku 2006

Rok	Odhady rezerv
2007	177379
2008	21240
2009	7829
2010	1967
2011	789
2012	527
celkem	209731

Zdroj: Vlastní výpočty.

Odhadnutá rezerva by měla být po zaokrouhlení na konci roku 2006 (s předpokladem vyřízení do 6 let) 209731 peněžních jednotek.

5.2 Řetězová žebříková metoda s inflačním vyrovnáním

Rozdíl mezi klasickou řetězovou žebříkovou metodou a řetězovou žebříkovou metodou s inflačním vyrovnáním je patrný již z názvu. Zohledňuje se zde vliv inflace, jelikož likvidace pojistných událostí představuje často několikaletý proces. V našem případě se jedná o likvidaci škod do šesti let, ale v praxi se může jednat i o delší období. V této metodě opět vycházíme z nekumulativních hodnot pojistných plnění u škod, vzniklých v období 2000 až 2006.

Tabulka 16: Nekumulativní hodnoty pojistných plnění

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	33214	1943	1173	100	116	90
2001	1	64370	20512	3056	1242	91	85	
2002	2	302388	205041	15315	7307	1951		
2003	3	101522	43006	8092	1873			
2004	4	125914	54793	7268				
2005	5	136082	54334					
2006	6	317083						

Zdroj: Vlastní výpočty.

Dalším krokem je zjištění skutečné míry inflace v předcházejících obdobích. Tyto hodnoty jsou uvedené v následující tabulce.

Tabulka 17: Míry inflace v letech 2000 až 2006

Období	Míra inflace	
06/1999-06/2000	3,9	1,039
06/2000-06/2001	4,7	1,047
06/2001-06/2002	1,8	1,018
06/2002-06/2003	0,1	1,001
06/2003-06/2004	2,8	1,028
06/2004-06/2005	1,9	1,019
06/2005-06/2006	2,5	1,025

Zdroj: Vlastní úprava podle [9]

Nyní podle velikosti inflace přepočítáme všechna známá pojistná plnění na úroveň cen ke konci *n*-tého období. Pro příklad uvedeme hodnoty, které jsou tučně zvýrazněny ($60174 = 50556 * 1,039 * 1,047 * 1,018 * 1,001 * 1,028 * 1,019 * 1,025$; $107 = 100 * 1,028 * 1,019 * 1,025$).

Tabulka 18: Nekumulativní forma pojistných plnění upravená o inflaci

Rok	i	Vývojový rok j						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	60174	38049	2126	1261	107	121	92
2001	1	73740	22443	3285	1334	95	87	
2002	2	330855	220377	16444	7632	2000		
2003	3	109115	46176	8452	1920			
2004	4	135196	57230	7450				
2005	5	142134	55692					
2006	6	325010						

Zdroj: Vlastní výpočty.

S hodnotami upravenými o inflaci pokračujeme stejně jako u řetězové žebříkové metody. Z nekumulativních hodnot vytvoříme hodnoty kumulativní a dále zjišťujeme koeficienty vývoje. Vypočtené hodnoty jsou uvedeny v následující tabulce.

Tabulka 19: Kumulativní hodnoty pojistných plnění a koeficienty vývoje

Rok	i	Vývojový rok j						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	60174	98223	100349	101609	101717	101838	101930
2001	1	73740	96183	99468	100801	100896	100983	
2002	2	330855	551232	567676	575308	577308		
2003	3	109115	155292	163744	165663			
2004	4	135196	192426	199876				
2005	5	142134	197827					
2006	6	325010						
$C_{0,1} + C_{1,1} + \dots + C_{n-1,1}$			1291182	1131112	943382	779920	202821	101930
$C_{0,0} + C_{1,0} + \dots + C_{n-1,0}$		851215	1093355	931235	777718	202613	101838	
koef. vývoje λ_j			1,51687	1,034532	1,013043	1,002832	1,001028	1,000906

Zdroj: Vlastní výpočty.

Vývojové koeficienty se použijí pro zjištění hodnot pod hlavní diagonálou, tedy odhadnutých rezerv na nevyřízené škody. Opět je postup stejný jako u řetězové žebříkové metody.

Tabulka 20: Odhadnuté kumulativní hodnoty rezerv na nevyřízené škody

Rok	i	Vývojový rok j						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	60174	98223	100349	101609	101717	101838	101930
2001	1	73740	96183	99468	100801	100896	100983	101075
2002	2	330855	551232	567676	575308	577308	577901	578424

2003	3	109115	155292	163744	165663	166132	166303	166454
2004	4	135196	192426	199876	202483	203056	203265	203449
2005	5	142134	197827	204658	207327	207914	208128	208317
2006	6	325010	492998	510022	516675	518138	518670	519140

Zdroj: Vlastní výpočty.

Z kumulativních plnění pod hlavní diagonálou se vypočítá jejich nekumulativní forma, která představuje odhadnuté plnění v příslušném vývojovém roce. Tato operace je opět stejná jako v předchozí metodě.

Tabulka 21: Nekumulativní forma rezerv na nevyřízené škody

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0							
2001	1							91
2002	2						593	523
2003	3					469	171	151
2004	4				2607	573	209	184
2005	5			6831	2669	587	214	189
2006	6	167988	17024	6652	1463	533	470	

Zdroj: Vlastní výpočty.

V budoucím období se předpokládá míra inflace 2,5% a platby se budou diskontovat roční úrokovou sazbou 0,75%. Tyto předpoklady jsou pouze odhady, které se v praxi zjišťují nejčastěji ze zpráv České národní banky, která na každý následující rok vydává odhady vývoje inflace i úrokové míry. Odhad rezerv na nevyřízené škody se tedy zjistí jako součet odhadnutých plnění na diagonálách (barevně rozlišeno), který se dále vynásobí předpokládanou mírou inflace. Celkové rezervy jsou tedy s předpokládanou mírou inflace 2,5% 214007 peněžních jednotek ($180799 = 178580 \cdot 1,025^{0,5}$).

Dále je nutné zahrnout vliv technické úrokové míry a hodnoty diskontovat. Odhad rezervy 214007 předpokládá, že jeho dílčí hodnoty jsou odhadnuté vždy ke konci roku. Předpokládá-li se, že pojistná plnění jsou rovnoměrně rozdělena v celém roce, aproximuje se to tím, jako kdyby byla všechna pojistná plnění realizována uprostřed roku. To znamená, že se hodnoty budou diskontovat postupně o 0,5; 1,5; 2,5; 3,5; 4,5 a 5,5 roku ($7933 = 7599 \cdot 0,993^{2,5}$).

Odúročitel je v našem případě $v = 1/1 + 1,0075$.

Tabulka 22: Odhad pojistných rezerv ke konci roku 2006

Rok	Odhady rezerv	Vliv inflace	Vliv TÚM	Předpokl. míra inflace	Technická úroková míra	Odúročitel
2007	178580	180799	180125	2,5	0,75	v=
2008	20961	21752	21510			
2009	7599	8083	7933			
2010	1861	2029	1976			
2011	721	806	779			
2012	470	538	517	1,025	1,0075	0,993
celkem	210192	214007	212840			

Zdroj: Vlastní výpočty.

Odhadnutá rezerva by měla být po diskontaci na konci roku 2006 (s předpokladem vyřízení do 6 let) 212840 peněžních jednotek.

5.3 Separační metoda

Východiskem této metody je vývojový trojúhelník nekumulativních hodnot pojistných plnění $P_{i,j}$ rozdělených podle roku vzniku pojistné události i a podle vývojového roku j .

Zároveň u této metody známe počet škod N_i , které byly zaznamenány v roce vzniku i .

Údaje v tabulce se opět týkají určitého typu neživotního pojištění. Vyplacená plnění jsou vyjádřena v peněžních jednotkách a předpokládáme, že všechna plnění jsou vyřízena do konce vývojového roku 6. Zároveň předpokládáme pro další vývoj roční míru inflace 2,5%, kterou do výpočtů zahrneme. Separační metodou se odhadnou rezervy na pojistná plnění z pojistných událostí, které vznikly v období 2001 až 2006 a budou vyplácené v následujících šesti letech.

Tabulka 23: Výchozí nekumulativní forma pojistných plnění

Rok i		Počet škod N_i	Vývojový rok j						
			0	1	2	3	4	5	6
2000	0	4494	50556	33214	1943	1173	100	116	90
2001	1	5241	64370	20512	3056	1242	91	85	
2002	2	8886	302388	205041	15315	7307	1951		
2003	3	6371	101522	43006	8092	1873			
2004	4	7876	125914	54793	7268				
2005	5	8756	136082	54334					
2006	6	12500	317083						

Zdroj: Vlastní výpočty.

Z nekumulativních hodnot vytvoříme podle vztahu $S_{i,j} = P_{i,j}/N_i$ [13] hodnoty standardizované, jak je znázorněno v tabulce č. 24 ($0,261015=1173/4494$).

Tabulka 24: Standardizované hodnoty $S_{i,j}$

Rok	i	Počet škod N_i	Vývojový rok j						
			0	1	2	3	4	5	6
2000	0	4494	11,24967	7,390743	0,432354	0,261015	0,022252	0,025812	0,020027
2001	1	5241	12,28201	3,913757	0,583095	0,236978	0,017363	0,016218	
2002	2	8886	34,02971	23,07461	1,723498	0,822305	0,219559		
2003	3	6371	15,93502	6,750275	1,27013	0,293988			
2004	4	7876	15,98705	6,956958	0,922803				
2005	5	8756	15,54157	6,205345					
2006	6	12500	25,36664						

Zdroj: Vlastní výpočty.

Dalším krokem zjistíme součty sloupců c_j ($0,04203=0,02581+0,1622$) a součty na diagonálách d_i ($19,67275=12,28201+7,39074$). Potom se vypočítají odhady

$\widehat{\lambda}_n, \widehat{\lambda}_{n-1}, \dots, \widehat{\lambda}_1, \widehat{\lambda}_0$ a $\widehat{r}_n, \widehat{r}_{n-1}, \dots, \widehat{r}_1, \widehat{r}_0$, takže [13]:

$$d_6 = \widehat{\lambda}_6$$

$$\widehat{r}_6 \widehat{\lambda}_6 = c_6 \rightarrow \widehat{r}_6 = \frac{c_6}{\widehat{\lambda}_6}$$

$$d_5 = \widehat{\lambda}_5(1 - \widehat{r}_6) \rightarrow \widehat{\lambda}_5 = \frac{d_5}{1 - \widehat{r}_6}$$

$$\widehat{r}_5(\widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6) = c_5 \rightarrow \widehat{r}_5 = \frac{c_5}{\widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6}$$

$$d_4 = \widehat{\lambda}_4(1 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6) \rightarrow \widehat{\lambda}_4 = \frac{d_4}{1 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6}$$

$$\widehat{r}_4(\widehat{\lambda}_4 + \widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6) = c_4 \rightarrow \widehat{r}_4 = \frac{c_4}{\widehat{\lambda}_4 + \widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6}$$

$$d_3 = \widehat{\lambda}_3(1 - \widehat{r}_4 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6) \rightarrow \widehat{\lambda}_3 = \frac{d_3}{1 - \widehat{r}_4 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6}$$

$$\widehat{r}_3(\widehat{\lambda}_3 + \widehat{\lambda}_4 + \widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6) = c_3 \rightarrow \widehat{r}_3 = \frac{c_3}{\widehat{\lambda}_3 + \widehat{\lambda}_4 + \widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6}$$

$$d_2 = \widehat{\lambda}_2(1 - \widehat{r}_3 - \widehat{r}_4 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6) \rightarrow \widehat{\lambda}_2 = \frac{d_2}{1 - \widehat{r}_3 - \widehat{r}_4 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6}$$

$$\widehat{r}_2(\widehat{\lambda}_2 + \widehat{\lambda}_3 + \widehat{\lambda}_4 + \widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6) = c_2 \rightarrow \widehat{r}_2 = \frac{c_2}{\widehat{\lambda}_2 + \widehat{\lambda}_3 + \widehat{\lambda}_4 + \widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6}$$

$$d_1 = \widehat{\lambda}_1(1 - \widehat{r}_2 - \widehat{r}_3 - \widehat{r}_4 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6) \rightarrow \widehat{\lambda}_1 = \frac{d_1}{1 - \widehat{r}_2 - \widehat{r}_3 - \widehat{r}_4 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6}$$

$$\widehat{r}_1(\widehat{\lambda}_1 + \widehat{\lambda}_2 + \widehat{\lambda}_3 + \widehat{\lambda}_4 + \widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6) = c_1 \rightarrow \widehat{r}_1 = \frac{c_1}{\widehat{\lambda}_1 + \widehat{\lambda}_2 + \widehat{\lambda}_3 + \widehat{\lambda}_4 + \widehat{\lambda}_5 + \widehat{\lambda}_6}$$

Nakonec

$$\widehat{r}_0 = 1 - \widehat{r}_1 - \widehat{r}_2 - \widehat{r}_3 - \widehat{r}_4 - \widehat{r}_5 - \widehat{r}_6$$

$$\widehat{\lambda}_0 = \frac{d_0}{\widehat{r}_0}$$

Ostatní hodnoty $\widehat{\lambda}_n$ pro $i = 7, 8, 9, 10, 11, 12$ se dopočítají podle vztahu

$$\widehat{\lambda}_{6+i} = \widehat{\lambda}_6(1 + \text{míra inflace})^i, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Předpokládaná míra inflace je v našem případě 2,5%. Následující tabulka znázorňuje získané hodnoty koeficientů a podílů pojistných plnění.

Tabulka 25: Výpočet vývojových koeficientů a podílů pojistných plnění

i	Rok	Počet škod N_i	Vývojový rok j							$\widehat{\lambda}_{i+j}$
			0	1	2	3	4	5	6	
0	2000	4494	11,24967	7,39074	0,43235	0,26101	0,02225	0,02581	0,02003	17,20508
1	2001	5241	12,28201	3,91376	0,58309	0,23698	0,01736	0,01622		20,66872
2	2002	8886	34,02971	23,07461	1,72350	0,82230	0,21956			39,06565
3	2003	6371	15,93502	6,75027	1,27013	0,29399				40,03301
4	2004	7876	15,98705	6,95696	0,92280					24,75309
5	2005	8756	15,54157	6,20534						24,64908
6	2006	12500	25,36664							33,04458
7	součty sloupců c		130,39166	54,29169	4,93188	1,61429	0,25917	0,04203	0,02003	33,87070
8	součty na diagonál.		11,24967	19,67275	38,37582	39,85374	24,72005	24,63414	33,04458	34,71746
9										35,58540
10										36,47503
11	r_j		0,653857	0,297955	0,030529	0,01318	0,003144	0,000729	0,000606	37,38691
12										38,32158

Zdroj: Vlastní výpočty.

Podíl pojistných plnění r_j ve vývojovém roce j s rostoucím j klesá $\widehat{r}_0 > \widehat{r}_1 > \dots > \widehat{r}_6$ což odpovídá realitě. Na druhé straně, výška skutečné průměrné individuální škody $\widehat{\lambda}_i$ s rostoucím i roste, což vyjadřuje vliv inflace.

Hodnoty pod diagonálou se vypočítají podle vztahu $S_{i,j} = r_j \lambda_{i+j}$ [13] a pro příklad je zde hodnota tučně zvýrazněná ($0,02592 = 0,000729 \cdot 35,58540$).

Tabulka 26: Výpočet standardizovaných hodnot $S_{i,j}$ pod diagonálou

i	Rok	Počet škod N_i	Vývojový rok j							$\widehat{\lambda}_{i+j}$
			0	1	2	3	4	5	6	
0	2000	4494	11,24967	7,39074	0,43235	0,26101	0,02225	0,02581	0,02003	17,20508
1	2001	5241	12,28201	3,91376	0,58309	0,23698	0,01736	0,01622	0,020527	20,66872

2	2002	8886	34,02971	23,07461	1,72350	0,82230	0,21956	0,02468	0,02104	39,06565
3	2003	6371	15,93502	6,75027	1,27013	0,29399	0,10647	0,02529	0,02157	40,03301
4	2004	7876	15,98705	6,95696	0,92280	0,44642	0,10914	0,02592	0,02211	24,75309
5	2005	8756	15,54157	6,20534	1,03405	0,45758	0,11186	0,02657	0,02266	24,64908
6	2006	12500	2,53666	10,09196	1,05990	0,46902	0,11466	0,02724	0,02322	33,04458
7	součty sloupců c		130,39166	54,29169	4,93188	1,61429	0,25917	0,04203	0,02003	33,87070
8	součty na diagonál.		11,24967	19,67275	38,37582	39,85374	24,72005	24,63414	33,04458	34,71746
9										35,58540
10										36,47503
11	rj		0,653857	0,297955	0,030529	0,01318	0,003144	0,000729	0,000606	37,38691
12										38,32158

Zdroj: Vlastní výpočty.

Abychom dostali nekumulativní formu pojistných plnění na pojistné události vzniklé v roce i a zaplacené ve vývojovém roce j , musíme použít vzorec $P_{i,j} = S_{i,j} * N_i$ [13] (4007=8756*0,45758).

Tabulka 27: Přepočet na skutečné platby $P_{i,j}$

Rok	i	Počet škod N_i	Vývojový rok j						
			0	1	2	3	4	5	6
2000	0	4494							
2001	1	5241							108
2002	2	8886						219	187
2003	3	6371				678		161	137
2004	4	7876				3516	860	204	174
2005	5	8756			9054	4007	979	233	198
2006	6	12500	126149	13249	5863	1433	340	290	

Zdroj: Vlastní výpočty.

Celkovou výši rezervy na pojistná plnění vyplacená v letech 2007 až 2012 získáme opět dílčím sečtením na diagonálách (barevně rozlišeno) a poté sečtením těchto dílčích součtů. Podle separační metody by měla být velikost rezervy ke konci roku 2006 168041 peněžních jednotek (tabulka č. 28).

Tabulka 28: Celková výše rezerv podle separační metody

Rok	Odhady rezerv
7	139725
8	18463
9	7184
10	1840
11	539

12	290
celkem	168041

Zdroj: Vlastní výpočty.

5.4 Metoda Cape Cod

Metoda Cape Cod využívá pro výpočet stejné vstupní údaje jako základní řetězová žebříková metoda, avšak podobně jako separační metoda i tato vyžaduje určité doplňující údaje. Tímto údajem je výška pojistného, pomocí které zjistíme tzv. škodní poměr, tedy podíl pojistného plnění a pojistného.

Základem jsou opět nekumulovaná pojistná plnění (tabulka č. 29) určitého typu neživotního pojištění ve vývojových letech 0, 1, ..., 6. Předpokládáme zde opět, že během těchto 6 let dojde k vyřízení veškerých škod. Cílem, kterého chceme dosáhnout, je výška pojistných rezerv, které by si měla pojišťovna vytvořit ke konci roku 2006.

U této metody je opět postup k hodnotám zvýrazněným tučně uveden v závorkách.

Tabulka 29: Výchozí nekumulativní hodnoty pojistných plnění

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	33214	1943	1173	100	116	90
2001	1	64370	20512	3056	1242	91	85	
2002	2	302388	205041	15315	7307	1951		
2003	3	101522	43006	8092	1873			
2004	4	125914	54793	7268				
2005	5	136082	54334					
2006	6	317083						

Zdroj: Vlastní výpočty.

První operací je získání kumulativních hodnot pojistných plnění (stejný postup jako u řetězové žebříkové metody), ze kterých zjistíme koeficienty vývoje (tabulka č. 30).

Tabulka 30: Kumulativní hodnoty pojistných plnění a jejich koeficienty vývoje

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	83770	85713	86886	86986	87102	87192
2001	1	64370	84882	87938	89180	89271	89356	
2002	2	302388	507429	522744	530051	532002		
2003	3	101522	144528	152620	154493			
2004	4	125914	180707	187975				
2005	5	136082	190416					

2006	6	317083						
$C_{0,1} + C_{1,1} + \dots + C_{n-1,1}$			1191732	1036990	860610	708259	176458	87192
$C_{0,0} + C_{1,0} + \dots + C_{n-1,0}$		780832	1001316	849015	706117	176257	87102	
koef. vývoje λ_j			1,526234	1,035627	1,013657	1,003033	1,00114	1,001033

Zdroj: Vlastní výpočty.

Pomocí koeficientů vývoje dopočítáme hodnoty pod diagonálou (jako u řetězové žebříkové metody). Dosavadní pojistné plnění je zvýrazněno šedou barvou (tabulka č. 31) a najdeme ho na hlavní diagonále. Tyto hodnoty nám v dalším kroku poslouží ke zjištění inverzních koeficientů.

Tabulka 31: Vypočtené hodnoty pod diagonálou pomocí koeficientů vývoje

Rok	i	Vývojový rok j						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	83770	85713	86886	86986	87102	87192
2001	1	64370	84882	87938	89180	89271	89356	89448
2002	2	302388	507429	522744	530051	532002	532609	533159
2003	3	101522	144528	152620	154493	154962	155138	155299
2004	4	125914	180707	187975	190542	191120	191338	191536
2005	5	136082	190416	197200	199893	200500	200728	200936
2006	6	317083	483943	501184	508029	509570	510151	510678

Zdroj: Vlastní výpočty.

Následují inverzní koeficienty, které vypočítáme podle vztahu $K_i = \frac{C_{i,n-i}}{C_{i,n}}$ ($0,99783 = 532002/533159$) [2]. Poté dopočítáme doplněk inverzního koeficientu pomocí vzorce $K'_i = 1 - K_i$. Abychom zjistili škodní poměr, potřebujeme dopočítat upravené pojistné, které budeme porovnávat s dosavadním pojistným plněním. Upravené pojistné získáme vynásobením zaslouženého pojistného s K_i ($184333 = 184523 \cdot 0,998968$). Základním odlišením od ostatních metod je využití škodního poměru, který vypočítáme, když vydělíme sumu dosavadního pojistného plnění se sumou upraveného pojistného ($0,706773 = 1558517/2205117$).

Posledním krokem je výpočet odhadnutých rezerv pro jednotlivé roky, jež získáme součinem dlouhodobého škodního poměru, zaslouženého pojistného a doplňkem inverzního koeficientu ($1285 = 0,706773 \cdot 350450 \cdot 0,005188$). Jejich součet je konečná požadovaná výše rezerv 179098 peněžních jednotek. Získané výsledky jsou uvedeny v tabulce č. 32.

Tabulka 32: Celková výše rezerv podle metody Cape Cod

Rok vzniku	i	Zasloužené pojistné	Dosavadní pojistné plnění	Inverzní koeficienty K_i	Doplňek K_i	Upravené pojistné	Odhadnutá rezerva
2000	0	149571	87192	1	0	149571	0
2001	1	184523	89356	0,998968	0,001032	184333	135
2002	2	230439	532002	0,99783	0,00217	229939	353
2003	3	350450	154493	0,994812	0,005188	348632	1285
2004	4	458070	187975	0,981409	0,018591	449554	6019
2005	5	517584	190416	0,947647	0,052353	490487	19151
2006	6	567882	317083	0,620906	0,379094	352601	152155
Celkem			1558517			2205117	179098
			0,706773				

Zdroj: Vlastní výpočty.

Odhadnutá rezerva, kterou by měla pojišťovna disponovat ke konci roku 2006 je 179098 peněžních jednotek.

5.5 Bornhuetter – Ferguson

Budeme opět vycházet z nekumulativních hodnot pojistných plnění, které jako u předchozích metod přepočítáme na hodnoty kumulativní a vznikne nám kumulativní vývojový trojúhelník. K tomu ještě potřebujeme údaje o zaslouženém pojistném, jelikož budeme pracovat s individuálními škodními průběhy.

Základem jsou tedy nekumulovaná pojistná plnění (tabulka č. 29 předchozí metody) určitého typu neživotního pojištění ve vývojových letech 0, 1, ..., 6. Předpokládáme zde opět, že během těchto 6 let dojde k vyřízení 100% škod. Cílem, kterého chceme dosáhnout, je výše pojistných rezerv, kterou by si měla pojišťovna vytvořit ke konci roku 2006.

U této metody je opět postup k některým hodnotám (tučně zvýrazněným) uveden v příslušných závorkách.

Tabulka 33: Výchozí nekumulativní hodnoty pojistných plnění

Rok	i	Vývojový rok j						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	33214	1943	1173	100	116	90
2001	1	64370	20512	3056	1242	91	85	
2002	2	302388	205041	15315	7307	1951		
2003	3	101522	43006	8092	1873			
2004	4	125914	54793	7268				
2005	5	136082	54334					

2006	6	317083
------	---	--------

Zdroj: Vlastní výpočty.

Počáteční postup je shodný s předchozími metodami, kde se vytvoří kumulativní trojúhelník, spočítají se koeficienty vývoje a hodnoty pod hlavní diagonálou.

Tabulka 34: Kumulativní hodnoty pojistných plnění

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>						
		0	1	2	3	4	5	6
2000	0	50556	83770	85713	86886	86986	87102	87192
2001	1	64370	84882	87938	89180	89271	89356	
2002	2	302388	507429	522744	530051	532002		
2003	3	101522	144528	152620	154493			
2004	4	125914	180707	187975				
2005	5	136082	190416					
2006	6	317083						

Zdroj: Vlastní výpočty.

Hodnoty pod hlavní diagonálou nám přibližuje následující tabulka.

Tabulka 35: Vypočtené hodnoty pod hlavní diagonálou

Rok	<i>i</i>	Zasloužené pojistné	Vývojový rok <i>j</i>						
			0	1	2	3	4	5	6
2000	0	149571	50556	83770	85713	86886	86986	87102	87192
2001	1	184523	64370	84882	87938	89180	89271	89356	89448
2002	2	230439	302388	507429	522744	530051	532002	532609	533159
2003	3	350450	101522	144528	152620	154493	154962	155138	155299
2004	4	458070	125914	180707	187975	190542	191120	191338	191536
2005	5	517584	136082	190416	197200	199893	200500	200728	200936
2006	6	567882	317083	483943	501184	508029	509570	510151	510678

Zdroj: Vlastní výpočty.

V dalším kroku vypočítáme škodní průběhy. Dostaneme je vydělením nekumulativního pojistného plnění (tabulka č. 33) zaslouženým pojistným (tabulka č. 35) za jednotlivé roky vzniku ($0,889784 = 205041/230439$).

Hodnoty pod diagonálou je zjistit jednoduše. Jako průměr hodnot nad hlavní diagonálou pro každý vývojový rok *j* (pro každý sloupec), který se následně pro všechna *i* pod diagonálou nemění ($0,003209 = (0,000669+0,000493+0,008566)/3$).

V každém řádku se pak tyto škodní průběhy sečtou (tabulka č. 36).

Tabulka 36: Vypočtené celkové škodní průběhy

Rok	<i>i</i>	Vývojový rok <i>j</i>	Celkový
-----	----------	-----------------------	---------

		0	1	2	3	4	5	6	škodní
2000	0	0,338007	0,222062	0,01299	0,007842	0,000669	0,000776	0,000602	0,582947
2001	1	0,348845	0,111162	0,016562	0,006731	0,000493	0,000461	0,000602	0,484856
2002	2	1,312226	0,889784	0,06646	0,031709	0,008466	0,000618	0,000602	2,309865
2003	3	0,28969	0,122717	0,02309	0,005345	0,003209	0,000618	0,000602	0,445271
2004	4	0,274879	0,119617	0,015867	0,012907	0,003209	0,000618	0,000602	0,427699
2005	5	0,262918	0,104976	0,026994	0,012907	0,003209	0,000618	0,000602	0,412224
2006	6	0,558361	0,26172	0,026994	0,012907	0,003209	0,000618	0,000602	0,86441

Zdroj: Vlastní výpočty.

Všechny získané výpočty se následně uspořádají (tabulka č. 37). Inverzní koeficienty a doplňky k nim se vypočítají, jako v předchozí metodě Cape Cod.

Tabulka 37: Výpočet technických rezerv podle metody Bornhuetter - Ferguson

Rok vzniku	i	Zasloužené pojistné	Celkové škod. Průběhy	Inverzní koeficienty K_i	Doplňk K_i	Odhadnutá rezerva
2000	0	149571	0,583	1,000	0,000	0
2001	1	184523	0,485	0,999	0,001	92
2002	2	230439	2,310	0,998	0,002	1155
2003	3	350450	0,445	0,995	0,005	810
2004	4	458070	0,428	0,981	0,019	3642
2005	5	517584	0,412	0,948	0,052	11170
2006	6	567882	0,864	0,621	0,379	186091
celkem						202960

Zdroj: Vlastní výpočty.

Odhadnutá rezerva se pro každý rok získá vynásobením zaslouženého pojistného, celkovým škodním průběhem a doplňkem inverzního koeficientu ($810 = 350450 \cdot 0,445 \cdot 0,005$). Součet těchto dílčích rezerv představuje odhadnutou rezervu, kterou by si měla pojišťovna vytvořit ke konci roku 2006. Výše této rezervy je podle metody Bornhuetter – Ferguson 202960 peněžních jednotek.

5.6 Porovnání metod

V této podkapitole se pokusím objasnit rozdíly ve výsledcích jednotlivých metod. Jsou dány především v rozdílech použitých doplňujících veličin.

Jedinou metodou, která neobsahuje žádné doplňující hodnoty je řetězová žebříková metoda. Tato metoda se sestavuje pouze za pomoci hodnot pojistných plnění, které jsou výchozím bodem ve všech ostatních metodách. Z hlediska výsledku se v této metodě musí

počítat s téměř nejvyšší rezervou pro následující období. Je to dáno především tím, že v ostatních metodách jsou použity doplňující údaje, které konečnou hodnotu rezervy ve většině případů snižují.

Další metodou je modifikace řetězové žebříkové metody s inflačním vyrovnáním. Výsledná hodnota se velmi blíží klasické řetězové žebříkové metodě, avšak je mírně zvýšena v důsledku vlivu předpokládané inflace a následně snížena díky předpokládanému výnosu, tedy vlivu technické úrokové míry. Vliv inflace je v porovnání s technickou úrokovou mírou prakticky vždy silnější, a proto je konečná hodnota rezerv vyšší než předchozí metoda.

Třetí v pořadí byla použita separační metoda, výpočetně nejnáročnější, která kromě hodnot pojistných plnění pracuje i s počtem škod. Tento počet zapříčiňuje, že se výsledná hodnota rezervy dostala přibližně o pětinu níže než u první použité metody. Rozdíl je dán především strukturou dat, počtem škod a především typem pojištění, ke kterému se rezerva počítá.

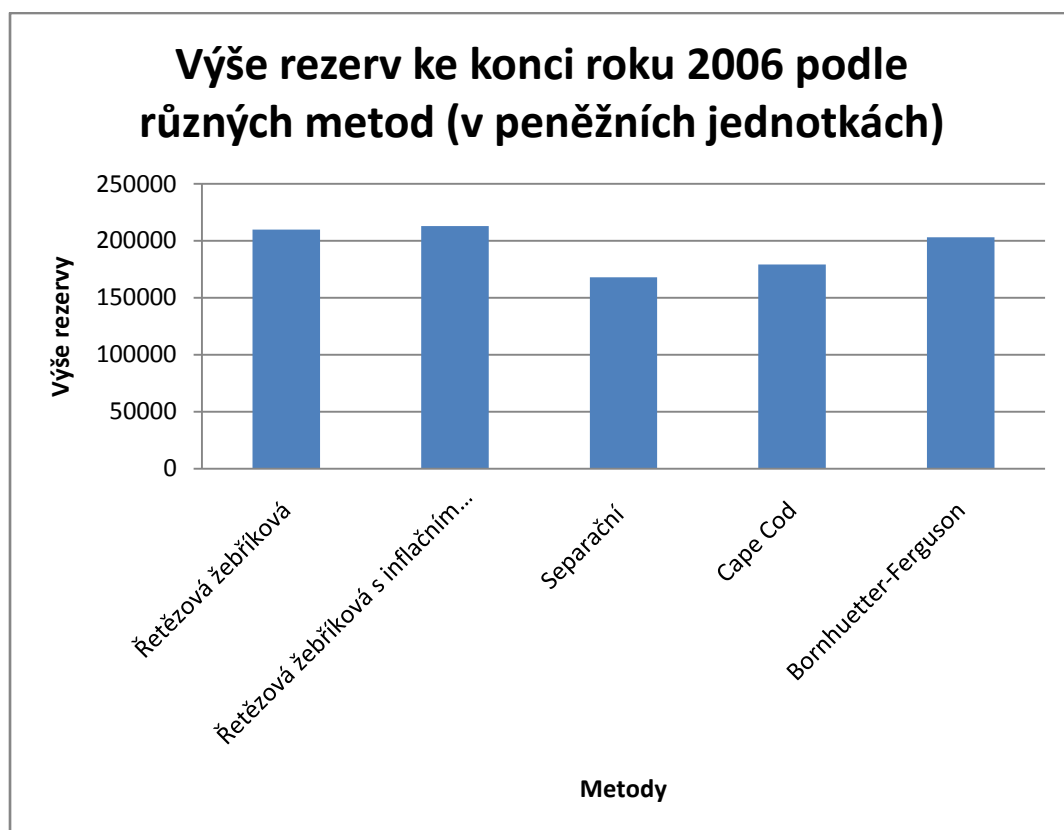
Metoda Cape Cod se od předchozích metod odlišuje především tím, že používá informaci o zaslouženém pojistném, které bylo nashromážděno v daných letech. Tato metoda se nejlépe porovnává s poslední metodou Bornhuetter-Ferguson, jelikož ta také pracuje s touto proměnnou. Ve výsledku je však celkem výrazný rozdíl mezi těmito metodami a to téměř 24 000 peněžních jednotek.

V následující tabulce a grafu jsou uvedeny pro přehled konečné odhady rezerv použitých metod.

Tabulka 38: Konečné hodnoty rezerv

Metoda	Odhadnutá rezerva
Řetězová žebříková	209731
Řetězová žebříková s inflačním vyrovnáním	212840
Separací	168041
Cape Cod	179098
Bornhuetter-Ferguson	202960

Zdroj: Vlastní výpočty.



Obrázek 2: Porovnání metod

6 Závěr

Tato práce se zabývá problematikou technických rezerv v neživotním pojištění a především metodami modelování těchto rezerv. Jde o oblast pojišťovnictví, která je neustále v pohybu, stále se vyvíjí a přizpůsobuje dané situaci na trhu neživotního pojištění. Správné stanovení pojistně technických rezerv je základem úspěchu každé pojišťovny.

Cílem této diplomové práce je výklad matematicko-statistických metod pro výpočet pojistně technických rezerv a jejich následné využití na modifikovaných reálných datech za použití tabulkového procesoru MS Excel.

V úvodu této práce (kapitola č. 2 a č. 3) se věnuji teoretickému základu neživotního pojištění a pojistně technickým rezervám, především jejich druhy podle platné legislativy a zásadami jejich investování. Následuje teoretický popis vybraných metod pro výpočty pojistně technických rezerv. Pro účel této práce jsem si vybral několik deterministických metod, jelikož nejsou tak složité jejich výpočty a postačí pouze tabulkový procesor. Mezi tyto metody patří Řetězová žebříková metoda (Chain Ladder), Řetězová žebříková metoda s inflačním vyrovnáním, Separační metoda, metoda Cape Cod a Bornhuetterova-Fergusonova metoda.

Výše uvedené metody jsou v kapitole č. 4 použity na datovém souboru a jsou zde popsány a vysvětleny všechny kroky vedoucí k získání výsledných výší rezerv. Mezi výsledky jsou celkem velké rozdíly, které jsou důsledkem především struktury dat, což je patrné např. v letech 2002 a 2006, které se vyznačovaly velkým počtem pojistných událostí. Neméně jsou tyto rozdíly dány také tím, že některé z metod využívají kromě původních dat, ze kterých vycházejí všechny metody i doplňující data. V případě Řetězové žebříkové metody s inflačním vyrovnáním je to právě výše inflace za uplynulá období. Pro období následující je zde důležitý odhad inflace a odhad technické úrokové míry, o který se výsledná výše rezerv snižuje. U Separační metody je tato doplňující informace počet pojistných událostí a u metod Cape Cod a Bornhuetter-Ferguson nás zajímá mimo jiné velikost zaslouženého pojistného.

Přestože je popsáno množství různých metod jak stanovit odpovídající výši rezerv, žádná z nich nedává univerzální návod. Záleží tedy na úsudku pojistného matematika, ke které z nich se přikloní a použije. Dochází zde navíc vždy k určitému střetu zájmů mezi mírou bezpečnosti rezerv, která je požadována co nejvyšší, a naopak tlakem akcionářů na co možná nejnižší odliv zisku na tvorbu rezerv. Mezi těmito protipóly je třeba najít střední cestu.

V této práci samozřejmě není možné uvést všechny metody na výpočet uvedeného typu rezerv. Je jich velké množství a výběr té správné metody musí pojišťovna vždy velmi dobře

zvážit. Před použitím konkrétní techniky je třeba důkladně prozkoumat vstupní data, získat informace o extrémních pojistných událostech, změnách v prodávaném produktu apod. Hodnota výšky rezerv totiž ovlivňuje hodnotu pasiv. Tvorba a rozpouštění rezerv zároveň ovlivňují hospodářský výsledek společnosti. Nejdůležitější však je, aby pojišťovna byla schopna z uvedených rezerv splatit všechny závazky, které pro ni z uzavřených pojistných smluv vyplývají.

SEZNAM LITERATURY

- [1] CIPRA, T. *Finanční a pojistné vzorce*. 1. vyd. Praha : Grada, 2006. 374 s. ISBN 80-247-1633.
- [2] CIPRA, Tomáš. *Kapitálová přiměřenost ve financích a solventnost v pojišťovnictví*. Praha : Ekopress, 2002. 271 s. ISBN 80-86119-54-8.
- [3] CIPRA, T. *Pojistná matematika, Teorie a praxe*. Praha : Ekopress , 2006. 411 s. ISBN 80-86929-11-6.
- [4] *Česká asociace pojišťoven* [online]. 2010 [cit. 2010-06-13]. Statistické údaje / Pravidelné. Dostupné z WWW: <<http://www.cap.cz/Folder.aspx?folder=Lists%2fMenu%2fPojistn%C3%BD+trh%2fStatistick%C3%A9+%C3%BA+daje>>.
- [5] *Česká národní banka* [online]. 2010 [cit. 2010-03-26]. Finanční umístění. Dostupné z WWW: <http://www.cnb.cz/cs/dohled_financni_trh/souhrnne_informace_fin_trhy/zakladni_ukazatele_fin_trhu/pojistovny/poj_ukazatele_tab06.html>.
- [6] *Česká národní banka* [online]. 2010 [cit. 2010-03-31]. Komentář k základním ukazatelům o sektoru pojišťoven k 31. 12. 2009. Dostupné z WWW: <http://www.cnb.cz/cs/dohled_financni_trh/souhrnne_informace_fin_trhy/zakladni_ukazatele_fin_trhu/pojistovny/poj_ukazatele_komentar.html>.
- [7] *Česká národní banka* [online]. 2010 [cit. 2010-03-26]. Počet a struktura pojišťoven. Dostupné z WWW: <http://www.cnb.cz/cs/dohled_financni_trh/souhrnne_informace_fin_trhy/zakladni_ukazatele_fin_trhu/pojistovny/poj_ukazatele_tab01.html>.
- [8] *Česká národní banka* [online]. 2010 [cit. 2010-03-26]. Základní informace o neživotním pojištění podle odvětví neživotního pojištění. Dostupné z WWW: <http://www.cnb.cz/cs/dohled_financni_trh/souhrnne_informace_fin_trhy/zakladni_ukazatele_fin_trhu/pojistovny/poj_ukazatele_tab05.html>.
- [9] *Český statistický úřad* [online]. 2010 [cit. 2010-06-09]. Míra inflace. Dostupné z WWW: <http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/mira_inflace>.

- [10] DUCHÁČKOVÁ, E. *Principy pojištění a pojišťovnictví*. Praha: nakladatelství Ekopress s. r. o., 2005. 178 s. ISBN 80-86119-92-0.
- [11] FUNGÁČOVÁ, Martina. *Allianz - Slovenská poisťovňa, a. s.* [online]. 2007 [cit. 2007-06-25]. PRIEREZ METÓDAMI POUŽÍVANÝMI NA VÝPOČET IBNR REZERVY V NEŽIVOTNOM POISTENÍ. Dostupné z WWW: <<http://www.speednet.sk/users/cerco/zbornik/poi2007/prisp/Fungacova.pdf>>.
- [12] KUBANOVÁ, J. *Statistické metódy pro ekonomickú a technickú praxi*. Bratislava: Statis, 2004. 249 s. ISBN 80-85659-37-9.
- [13] PACÁKOVÁ, V. *Aplikovaná poisťná štatistika*. Bratislava: vydavateľství IURA EDITION, 2004. 261 s. ISBN 80-8078-004-8.
- [14] PACÁKOVÁ, V. Modelovanie a simulácia rizík v neživotnom poistení. *Ekonomika a management*. roč. 10, Technická univerzita v Liberci, 3/2007, ISSN 1212-3609.
- [15] M.V., Wüthrich; M., Merz. *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*. Chichester : John Wiley & Sons, 2008. 426 s. ISBN 978-0-470-72346-3.
- [16] *Business.center.cz* [online]. 2009 [cit. 2010-06-13]. Zákon č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví . Dostupné z WWW: <<http://business.center.cz/business/pravo/zakony/pojistovnictvi-2009-277/>>.
- [17] ZLATÁ KORUNA. Co byste měli vědět o neživotním pojištění [online]. [cit. 2010-01-12] Dostupné na: <<http://www.penizevip.cz/clanky/498-492-nezivotni-pojisteni/14565-co-byste-meli-vedet-o-nezivotnim-pojisteni>>.

POUŽITÉ PROGRAMY

Microsoft Office Excel 2007

PŘÍLOHY

CD ROM – výpočetní postup v programu MS Excel