

UNIVERZITA PARDUBICE
FAKULTA FILOZOFICKÁ
DOPLŇKOVÉ PEDAGOGICKÉ STUDIUM
Běh 26

Didaktika kvantového modelu a tomu

Autor: Ing. Ivo Vykydal

Pardubice 2024

Abstrakt

Tato závěrečná práce se zabývá didaktikou kvantového modelu atomu na základní škole ve vztahu ke geometrii. Jedná se o pedagogický experiment, který mě vede k závěru, že edukace abstraktních témat, kterým je pochopení struktury atomu lze nejpřesvědčivěji zvládnout na formátu Waldorfské školy. Vzhledem k organizaci vyučování na státní ZŠ do vyučovacích hodin po 45 min jsem neměl příležitost plnohodnotně uplatnit výuku v epochách. Současně jsem dospěl k názoru, že „tradiční“ výuka obohacená o některé prvky Waldorfské školy nepřinese potřebnou kvalitu do edukčního procesu. Tedy tradiční výuka je nereformovatelná koncepce, která neslouží žákům k prospěchu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Geometrie, kvantový model atomu, orbitaly,

I. Úroveň kompetencí žáků 8. tříd ZŠ v geometrii

Úvod

Představte si, že jste učitel chemie v 8. ročníku ZŠ, a vaším edukačním záměrem je objasnění struktury molekul. Z 6. třídy z fyziky děti vědí, že molekuly se skládají z atomů, a to jsou kuličky, které vypadají jako cibule, ale s jádrem. V jádře jsou protony, ty nás teď nezajímají. Zajímají nás slupky cibule, kde každou slupku obývá přírodou předem povolený počet elektronů. A tuto představu cibulového atomu, Bohrova modelu atomu, potřebujete žáky odnaučit. Protože není pravdivá. Takto atom nevypadá. Už sto let učíme, zkoušíme a známkuje děti za nikoli zjednodušenou, přibližnou představu atomu, ale za zcela mylnou představu atomu. Z Bohrova modelu atomu žádným způsobem následně nevyplývá struktura molekul, ze struktury fyzikální a chemické vlastnosti molekul a odtud fyzikální a chemické vlastnosti látek. Děti pak volí memorování témat chemie jako jedinou strategii učení, protože vyžadované (dle aktuálního RVP pro chemii) kompetence stojí na pochybných základech a každá z nich povstávající nadstavba navazuje na předchozí úroveň pouze formálně. Nemá tedy význam se v osmé třídě žáků ptát, co vědí o atomu. Didakticky je proto správné začít zcela s čistým stolem.

Pro přiblížení ne-Bohrova modelu atomu je třeba zavést představu atomových orbitalů, které jako balonky z pouti nebo chomáče cukrové vaty různých tvarů obklopují makové zrno atomového jádra. Elektrony se nachází v baloncích nebo cukrové vatě a omezeny tímto prostorem v něm rozkmitané pádí zbesilou rychlostí. Idea objektů mikrosvěta klade nároky na úroveň dětské představivosti, abstraktního myšlení a znalost práce s geometrickými pojmy tvary a vztahy.

Řekl jsem si, že zde bych mohl začít. Že by bylo dobré vědět, jak dovedně a s jakým porozuměním žáci pracují v matematické disciplíně geometrii ([1]). Optimální by bylo, kdybych měl k dispozici výsledky všeshrnujícího didaktického testu (dále jen test) z geometrie, ale ten nemám, protože takový test zkrátka neexistuje. Mám však ke každému žákovi k dispozici sérii deseti vyhodnocených průběžných navazujících testů, které mi poskytly kolegyně učitelky matematiky, a které obsahují příklady z aritmetiky a sláva, každý test zahrnuje i dva příklady z geometrie.

Lze tento časosběrný soubor jednotlivých testů shrnout a zhodnotit jeho použití v dalším pedagogickém výzkumu?

Původně nadměrný trend využívání didaktických testů u nás postupně vedl k jejich úplnému vyřazení z vyučovacího procesu po roce 1948. Nyní však zaznamenáváme návrat, což je reflektováno aktuálním stavem. Tento trend je odrazem současného vývoje, který zdůrazňuje aplikace testů od 60. let minulého století. Mezi nejčastěji zmiňované důvody podporující zavádění testů do vyučovacího procesu patří trvalá potřeba zvýšení objektivity diagnostické, kontrolní, ale také prognostické fáze výukového procesu a zároveň efektivní využití prostředků při poskytování zpětné vazby.

Test je forma hodnocení nebo zkoumání, která je navržena s ohledem na pedagogické cíle a zahrnuje otázky nebo úkoly, které měří úroveň znalostí, dovedností nebo schopností žáka/studenta (edukovanou osobu) v konkrétním učebním předmětu. Cílem testů není pouze poskytnout zpětnou vazbu o úrovni studijních výsledků, ale také podporovat učení tím, že klade důraz na aspekty, které jsou relevantní pro vzdělávací cíle daného kurzu. Jinak řečeno, didaktické testy reflektují studijní úspěchy i efektivitu výuky.

Pro výše zmíněný proces spočívá význam testu jako diagnostického nástroje ve dvou ohledech:

- 1) v krátkém čase lze otestovat celou učební jednotku
- 2) názor a zkušenost učitele (examinátora) nemají vliv na výsledky testu

1. Cíl práce

Cílem této práce je provést zhodnocení přínosů **exploratorní analýzy dat** statistického souboru tvořeného kumulativním součtem bodů z jednotlivých testových úloh z geometrie žáků 8. tříd. Práce je zaměřená na prozkoumání a vyzdvižení metod, které přesahují běžné statistické ukazatele a na demonstraci, jak tyto metody mohou poskytnout hlubší a kontextově bohatší porozumění datovému souboru. Zhodnocení se bude opírat o konkrétní příklady a aplikace exploratorní analýzy dat, s důrazem na identifikaci nečekaných vzorů, odhalení skrytých vztahů a zlepšení interpretace dat. Tímto způsobem práce přispěje k rozvoji metodologie analýzy dat a poskytne praktické poznatky pro efektivní využití exploratorní analýzy dat v různých oborech a kontextech.

2. Výzkumný záměr

Jaký vliv má úroveň pedagogického přístupu na Z-skóre žáků v didaktických testech a jaký je vzájemný vztah mezi Z-skóre a relativní úspěšností žáků ve sledovaném vzdělávacím prostředí?

Z-skóre, také nazývané standardizované skóre nebo Z-hodnota, je statistický ukazatel, který vyjadřuje, o kolik standardních odchylek se hodnota jednotlivce liší od průměru dané sady dat.

Při posuzování úspěšností žáků v testu má Z-skóre několik významných využití:

Normalizace výsledků: Z-skóre pomáhá normalizovat výsledky testu, což znamená, že je nezávislé na konkrétní měřítku nebo jednotkách testu. To umožňuje porovnávání výsledků mezi různými testy nebo skupinami žáků, i když mají různou obtížnost nebo jiné charakteristiky.

Porovnání relativních pozic: Z-skóre umožňuje porovnání relativní pozice jednotlivce ve srovnání s ostatními v testované populaci. Záporné z-skóre znamená, že hodnota je pod průměrem, zatímco kladné Z-skóre naznačuje nadprůměrný výkon.

Identifikace odchylek: Z-skóre pomáhá identifikovat odchylky od průměru. Velké záporné nebo kladné z-skóre může naznačovat, že jedinec se odchyluje od většiny ostatních ve sledované populaci.

Pomoc při rozhodování: Z-skóre může být použito při rozhodování o tom, zda jsou výsledky jedince v testu statisticky významné. Například z-skóre může ukázat, zda je žákova výkonnost v testu odlišná od náhodného chování.

Stanovení percentilu: Z-skóre je často spojeno s percentily, což umožňuje určit, v jakém procentuálním postavení se jedinec nachází v porovnání s ostatními. Z-skóre 0 by odpovídalo průměrné hodnotě, a Z-skóre ± 1 by znamenalo, že jedinec je přibližně v 68 % populace.

Používání z-skóre poskytuje komplexnější pohled na výkonnost jedince v testu, umožňuje porovnávání mezi různými testy a poskytuje informace o relativním postavení jednotlivce ve sledované populaci.

2.1 Dílčí výzkumné otázky

Jaký je vliv pedagogického procesu doučování na výsledky žáků? Je oprávněné sloučit dílčí části didaktických testů z geometrie do jednoho statistického souboru (agregátu)? Jsou dílčí složky aditivní? Jaké statistické vlastnosti má souhrnný soubor didaktických testů z geometrie? Existuje statisticky významný rozdíl mezi agregáty žáků dvou 8. tříd ZŠ?

2.2 Význam geometrie v systému edukace

Vyplývá z konceptuální povahy geometrie, která se zaměřuje na porozumění vlastnostem a vzájemným vztahům geometrických objektů. Budování poznatkové základny každého vyučovaného předmětu je sice založeno na memorování (izolovaných) informací a může žákům poskytnout prvotní přiblížení oboru, ale nedopomáhá jim porozumět tomu, jak tyto koncepty spolu souvisí a jak je možné je aplikovat v různých situacích.

Geometrie klade důraz na analytické a problémové myšlení. Místo toho, aby si žáci pouze pamatovali vzorce, je důležité, aby byli schopni porozumět logice a postupům, které vedou k danému geometrickému vztahu nebo řešení problému.

Geometrické koncepty mají aplikace v reálném světě. Porozumění umožňuje žákům lépe aplikovat své znalosti ve skutečných situacích, což je klíčové pro praktické využití geometrie v různých oblastech života. Podporuje schopnost žáků logicky uvažovat a zdůvodňovat své postupy, což jsou klíčové dovednosti vyžadované ve vědeckém a matematickém prostředí. Jak je naznačeno v úvodu práce, zkoumáním úspěšnosti žáků v geometrii shromažďujeme poznatky o jejím významu pro mezipředmětové vazby geometrie/chemie.

3. Metodika výzkumné práce

K dosažení cíle výzkumu jsem postupoval následovně:

- a) specifikace rozsahu a způsobu práce s výzkumným souborem
- b) věcné posouzení vlivů na výzkumný soubor v prostředí pedagogické reality
- c) konstrukce agregátu tvořeného součtem bodů z didaktických testů z geometrie, které žáci psali v průběhu r. 2023
- d) Zhodnocení statistických vlastností agregátu exploratorní (explorační) analýzou dat EDA
- e) Realizace statistických testů
- f) vyhodnocení a interpretace výsledků

Zde, v teoretické části práce, nyní rozvedu výše uvedený bod d) popis metody EDA, který představí klíčový nástroj přístupu ke zpracování statistických dat.

Ostatní body a) až f), vyjma d), mají experimentální povahu a budou rozvedeny ve výzkumné části práce.

3.1 Exploratorní (průzkumová) analýza dat

Jedním z kroků, které mají naplnit výzkumný záměr je průzkumová analýza dat (Exploratory Data Analysis, EDA), kdy se snažíte získat přehled o datech, která máte k dispozici. Jde o proces zkoumání dat s cílem porozumět jejich charakteristikám, vzorcům a skrytým informacím. Dlužno říci, že monografie, které se týkají pedagogického výzkumu ji sice zmiňují ([2]), avšak její praktické použití rozšířené není.

EDA je tak klíčovým krokem v procesu porozumění dat a připravuje půdu pro další formální analýzy a modelování. Je to nástroj pro objevování, porozumění a formulování otázek, které povedou k hlubšímu pochopení zkoumaného jevu.

Potenciál EDA pro pedagogický výzkum spočívá v několika oblastech:

- 1) **Objevování vzorců ve vzdělávání:** Pomáhá identifikovat nečekané vzory a trendy v chování studentů, výsledcích testů nebo v jiných vzdělávacích aspektech. To může poskytnout učitelům a výzkumníkům nový pohled na to, jak studenti reagují na různé výukové metody.
- 2) **Identifikaci oblastí vyžadujících pozornost:** Tato analýza může odhalit oblasti, kde jsou studenti nejvíce významně vystaveni obtížím nebo nepochopením. To umožňuje včasnou identifikaci potřebujících zlepšení a úprav ve vzdělávacím procesu.
- 3) **Podpora rozhodování o výuce:** Výsledky exploratorní analýzy mohou být využity ke zlepšení učebních strategií a vytvoření efektivnějších výukových programů. Pomáhá lépe porozumět tomu, co funguje a co by mohlo být zdokonaleno ve vzdělávacím prostředí.
- 4) **Identifikace silných a slabých stránek:** Analýza dat může odhalit, ve kterých oblastech studenti vynikají, a ve kterých potřebují více podpory. Tím lze identifikovat silné a slabé stránky ve vzdělávání a lépe přizpůsobit výuku potřebám studentů.
- 5) **Příprava na další podrobný výzkum:** Výsledky EDA slouží jako základ pro formulaci konkrétních výzkumných otázek a hypotéz pro následné detailnější šetření. Pomáhá vytvářet cesty pro další specifický výzkum.

- 6) **Poskytnutí přehledu pro rozhodování na úrovni vedení škol:** Pro vedení škol či školských systémů je EDA užitečná pro zhodnocení celkového výkonu a pro identifikaci oblastí, kde by bylo možné zavést změny na úrovni vzdělávací politiky.

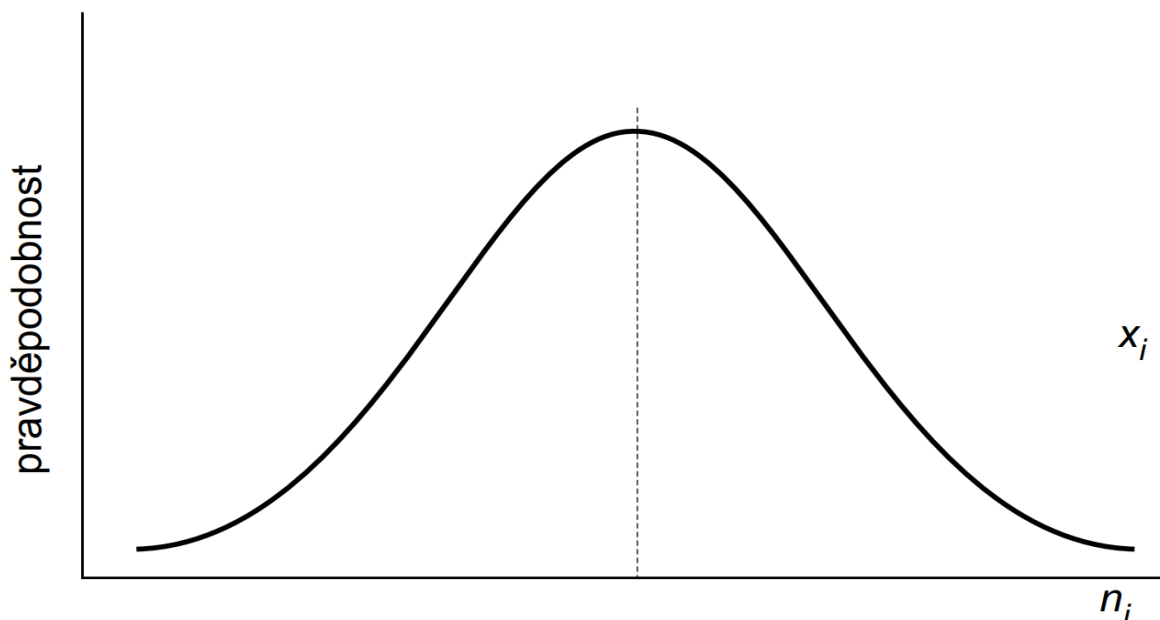
Lze shrnout, že EDA v pedagogickém výzkumu přispívá k lepšímu porozumění vzdělávacím procesům, což umožňuje včasnou intervenci a úpravy ve prospěch žáků.

3.1.1 Normální rozdělení

V kvantitativním výzkumu pracujeme se statistickým konceptem distribuce náhodného jevu, který popisuje možné hodnoty, které daný náhodný jev může nabývat, a pravděpodobnosti, s jakými se tyto hodnoty vyskytují. Distribuce náhodného jevu může být diskrétní nebo spojitá. V kvantitativním pedagogickém výzkumu při měření výsledků edukačního procesu žáků pomocí didaktických testů mlčky předpokládáme tzv. normální distribuci statistických znaků, jehož grafickou reprezentací je Gaussova křivka ([3]).

Model má svůj vrchol (střední hodnotu) uprostřed, od kterého se symetricky rozprostírá na obě strany (obr. 1).

Obr. 1 Gaussova křivka



Při interpretaci tvaru křivky sledujeme následující parametry:

Průměr (střední hodnota): Střední hodnota gaussovského rozdělení odpovídá průměrnému výsledku ve skupině žáků. Pokud jde o didaktický test, průměrný výsledek by byl umístěn uprostřed zvonu.

Standardní odchylka: Charakterizuje rozptýlení výsledků od střední hodnoty. Malá standardní odchylka naznačuje, že výsledky jsou koncentrovány blízko průměru, zatímco větší standardní odchylka značí větší variabilitu mezi výsledky.

Rozdělení skóre: Gaussovské rozdělení umožňuje rozlišovat, jak často se různá skóre vyskytují. Většina žáků by měla dosahovat skóre blízko průměrné hodnoty, zatímco extrémně nízké a vysoké skóre by měla být vzácná.

Percentily: Gaussovské rozdělení umožňuje identifikovat percentily výsledků. Například 68 % výsledků by mělo být v rozmezí jedné standardní odchylky od průměru, 95 % ve dvou standardních odchylkách, a 99.7 % ve třech standardních odchylkách.

Zjišťování odchylek: Odchylky od průměru mohou být interpretovány jako míra, do jaké se jednotliví žáci odchylojí od průměrného výkonu. To může být užitečné pro identifikaci žáků s výrazně nadprůměrným nebo podprůměrným výkonem.

Odchylky od gaussovského rozdělení může poskytnout učitelům a výzkumníkům vhled do distribuce výsledků didaktických testů. Tato distribuce může být užitečná pro plánování výuky, identifikaci potřebné individuální podpory nebo porovnání výsledků mezi různými třídami či skupinami žáků. Výrazné odchylky od normální distribuce mohou také signalizovat potřebu dalšího zkoumání nebo přehodnocení vzdělávacích postupů.

V ideálním případě, kdy je proces edukace velmi efektivní a vedoucí k vysoké akademické úspěšnosti žáků, by Gaussova křivka mohla mít střední hodnotu (průměr) přibližně kolem 80 až 90 bodů. To by naznačovalo, že většina žáků dosahuje vysokých skóre v testu, což je v souladu s vysokou úspěšností, které žáci dosahují. V tomto kontextu by vyšší střední hodnota naznačovala, že většina žáků prochází efektivním procesem edukace a úspěšnými pedagogickými intervencemi.

3.1.1.2 Ověření normality datového souboru

V pedagogickém výzkumu se často používá testování hypotéz k ověření různých pedagogických teorií a strategií. Před aplikací statistických testů však bývá důležité ověřit předpoklad o normalitě dat. Zde uvedu příklad a vysvětlím, proč je to nezbytné.

Představme si, že pedagogický výzkum zkoumá účinnost dvou různých výukových přístupů na zlepšení výsledků žáků ve standardizovaném testu z matematiky. Chceme porovnat skupinu studentů vyučovanou tradiční metodou (Skupina A) se skupinou studentů, kteří využívají novou interaktivní výukovou technologii (Skupina B). Nyní předpokládejme, že chceme použít t-test nebo analýzu variance (ANOVA) k porovnání průměrných skóre obou skupin. Tyto testy však a priori *předpokládají*, že data mají normální rozdělení, tedy distribuce dosažených skóre žáků má tvar zvonovité Gaussovy křivky s maximem v jejím středu.

Proč ověřovat normalitu dat? Výzkum je drahý. Se stoupajícím množstvím dat roste jeho organizační a časová náročnost. Před provedením konkrétního výzkumného průzkumu je nezbytné vyřešit klíčovou otázku, a to jak velký vzorek (n) je potřeba, aby bylo možné dosáhnout dostatečně kvalitních a zobecňujících závěrů. Pokud se výzkum týká charakteristik, u kterých můžeme předpokládat normální rozdělení, postačuje pro dosažení přesných výsledků relativně malý rozsah výběru. Výpočet rozsahu výběru a praktický přístup s příklady vhodný pro společenskovědní obory podává např. publikace ([4]).

Normalitu dat ověřujeme **kvůli přesnosti statistických testů**. Statistické testy, jako je t-test nebo ANOVA, jsou nástroje používané k rozhodování o statistické signifikanci rozdílů mezi skupinami nebo podmínkami při výzkumu. Tato testování zahrnují formulování hypotéz, sběr dat a následné vyhodnocení, zda jsou nalezené rozdíly ve výběrech statisticky významné. Klíčovým předpokladem mnoha statistických testů je normalita dat, což znamená, že data by měla být přibližně normálně rozdělena.

Při porušení předpokladu normality může docházet ke **zkreslení výsledků testů statistických hypotéz**. To může vést k chybným závěrům o statistické signifikanci rozdílů mezi soubory dat, jež chceme posoudit.

Předpoklad o normalitě je důležitý pro **interpretaci výsledků**. Pokud jsou data odchýlena od normálního rozdělení, ovlivní to výklad statistických testů.

Postup ověření normality dat:

- 1) **Výpočtem.** Pro ověření normality dat se často používají statistické testy, jako je Shapiro-Wilkův test nebo Kolmogorov-Smirnovův test. Tyto testy generují p-hodnotu, která

indikuje, zda lze předpokládat normální rozdělení. Například, pokud je p-hodnota větší než 0,05, můžeme předpokládat normální rozdělení.

- 2) **Vizualizací dat.** Vytvoření histogramu nebo Q-Q plotu může také pomoci vizuálně posoudit, zda distribuce našich dat připomínají normální rozdělení.
- 3) **Transformací dat.** Pokud data nevykazují normální rozdělení, netnamená to, že je veškerá práce zmařena. V některých případech může být vhodné provést transformaci dat (např. logaritmickou, kvadratickou nebo Box-Coxovu), aby lépe odpovídala předpokladům normality.

Ověřování normality dat v pedagogickém výzkumu je klíčovým krokem, který zajistí správnost a spolehlivost statistických testů použitých k porovnání skupin nebo hodnocení efektivnosti výukových strategií. Tím se minimalizuje riziko chyb a zvyšuje validita závěrů z výzkumu.

EDA normalitu dat ověřuje, nepředpokládá ji, kromě jiných atributů, protože se jedná o úhelný kámen kteréhokoliv statistického zpracování dat ([5]). Interaktivní postup řešení nabízí řada statistických programů. V této práci byl použit statistický software QCExpert ([6]) a NCSS 2001 a program MS Excel.

3.1.2 Statistická hypotéza

Statistická hypotéza je předpoklad nebo tvrzení, které je formulováno s cílem být testováno pomocí statistických metod a analýzy dat. Tyto hypotézy jsou typickým prvkem ve statistickém výzkumu a mají za úkol poskytnout rámec pro ověření výzkumných otázek. Existují dvě hlavní druhy statistických hypotéz: nulová hypotéza (H_0) a alternativní hypotéza (H_1). Pro testování míry asociace mezi dvěma nebo více proměnnými formulujeme statistickou hypotézu, která v obecné formě může znít takto:

Nulová hypotéza (H_0): Neexistuje žádný statisticky významný vztah mezi výsledky v didaktickém testu z geometrie a výsledky v testu z kvantového modelu atomu.

Alternativní hypotéza (H_1): Existuje statisticky významný vztah mezi výsledky v didaktickém testu z geometrie a výsledky v testu z kvantového modelu atomu.

Dále, podle stylizace alternativní hypotézy, členíme testy na oboustranné a jednostranné.

Oboustranná hypotéza je charakterizována tím, že nulová hypotéza H_0 tvrdí, že mezi proměnnými neexistuje žádný rozdíl, tedy že platí pouze rovnost mezi nimi. Naopak

alternativní hypotéza H_A uvádí, že mezi proměnnými existuje rozdíl, avšak nespecifikuje, zda je jedna proměnná větší nebo menší než druhá.

Jednostranná hypotéza ve statistice specifikuje směr, v němž očekáváme rozdíl nebo efekt. Nulová hypotéza (H_0): Tvrdí, že mezi proměnnými není žádný rozdíl nebo efekt.

Alternativní hypotéza (H_A): Indikuje směr rozdílu nebo efektu. Může být jednostranná vlevo (levostranná), kde očekáváme, že jedna proměnná je menší než druhá, nebo jednostranná vpravo (pravostranná), kde předpokládáme, že jedna proměnná je větší než druhá.

Levostranná jednostranná hypotéza:

$H_0: \mu_1 \geq \mu_2$ (průměr první skupiny je alespoň tak velký jako průměr druhé skupiny).

$H_A: \mu_1 < \mu_2$ (průměr první skupiny je menší než průměr druhé skupiny).

Pravostranná jednostranná hypotéza:

$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$ (průměr první skupiny je alespoň tak velký jako průměr druhé skupiny).

$H_A: \mu_1 > \mu_2$ (průměr první skupiny je větší než průměr druhé skupiny).

Jednostranné hypotézy jsou užitečné, když máme předpoklady nebo očekávání o směru efektu a chceme testovat, zda data podporují tento směr.

3.1.2.1 Statistické testy

Statistické testování odpovídá na otázku, zda je pozorovaný rozdíl nahodilý či nikoliv. Statistické testy jsou nezbytným nástrojem při analýze dat a rozhodování o hypotézách. Tato kapitola se zaměřuje na význam a vhodnost použití parametrických a neparametrických testů, včetně vysvětlení podmínek, za kterých je jeden typ testu preferován před druhým. Volba mezi parametrickými a neparametrickými testy závisí na charakteru dat a splnění předpokladů. Použití správného statistického testu je klíčové pro validní interpretaci výsledků.

Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
2 skupiny dat nepárově:	Nepárový t-test	Mann Whitney test
2 skupiny dat párově:	Párový t-test	Wilcoxon test, znaménkový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskal- Wallis test
Korelace:	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient

Tab. 1: Přehled statistických testů [\(\[5\]\)](#)

Parametrické testy

Předpokládají, že data mají specifickou distribuci (např. normální) a určité parametry (např. průměr, směrodatná odchylka). Používají se za podmínek, kdy jsou tyto předpoklady splněny. Parametrické testy použijeme, jestliže:

- Data mají normální distribuci.
- Data vykazují homoskedasticitu – rozptyly v datech výběrových souborů jsou podobné.
- Jde o intervalová nebo poměrová data, spojitá, která se mohou plynule měnit v určitém intervalu.

Příklady parametrických testů:

- Studentův t-test pro jednu nebo dvě skupiny.
- Analýza rozptylu (ANOVA) pro více skupin.
- Korelační a regresní analýza.

Neparametrické testy

Jsou robustnější vůči nesplnění předpokladů o distribuci dat. Jsou vhodné pro data s nižšími nároky na specifické charakteristiky. Neparametrické testy použijeme, jestliže:

- Data nemají normální distribuci.
- Data jsou nominální nebo ordinální.
- Nesplnění předpokladů parametrických testů.

Příklady neparametrických testů:

1. Mann-Whitneyho U-test pro porovnání dvou skupin.
2. Kruskal-Wallisova H-test pro více skupin.
3. Wilcoxonův párový test pro párová data.

Při volbě mezi parametrickými a neparametrickými testy je důležité zvážit charakteristiky dat a dodržování předpokladů. Nesprávná volba může vést k chybným závěrům. Vhodnost testů je třeba posuzovat individuálně v každém případě.

Interpretace testů a vyvozování závěrů

Při vyhodnocování statistické významnosti a interpretaci výsledků je nezbytné pečlivě zkoumat, co nám data předkládají, a výsledky důkladně posoudit. Existuje možnost, že díky rozsáhlému vzorku může být dosaženo statistické významnosti, avšak z praktického hlediska může být zjištěný rozdíl tak malý, že není relevantní. S rostoucím rozsahem vzorku totiž stoupá schopnost detekovat i nepatrné rozdíly mezi proměnnými. Je klíčové přistupovat k interpretaci výsledků s ohledem na jejich praktický význam, abychom předešli zavádějícím závěrům.

Významnost hypotézy posuzujeme na základě tzv. p-hodnoty, což je statistický ukazatel vyjadřující pravděpodobnost, s jakou číselné hodnoty z výběru podporují platnost nulové hypotézy (H_0). p-hodnotu porovnááme s předem stanovenou hladinou významnosti α , kterou obvykle nastavujeme na 0,05. Tato hodnota představuje pravděpodobnost chyby testu na úrovni 5%, což znamená, že můžeme zamítnout nulovou hypotézu, i když je ve skutečnosti platná. Pro získání p-hodnoty provádíme testování hypotéz za použití statistického softwaru.

3.1.3 Z-skóre

Je statistický nástroj, umožňuje interpretaci relativního postavení pozorování v rámci daného souboru dat a usnadňuje porovnání hodnot mezi různými proměnnými nebo soubory dat. Z-skóre normalizuje výsledky testů, což je užitečné při srovnávání výkonu žáků v jedné třídě, napříč různými třídami nebo školami. Z-skóre odstraňuje vliv obtížnosti testu na výsledky tím, že porovnává výsledky s průměrem a standardní odchylkou. Výsledkem je spravedlivější nástroj porovnání výkonu žáků mezi různými testy nebo verzemi testů, než je pouhé bodové hodnocení. Z-skóre umožňuje snadnou interpretaci výsledků, protože výsledky jsou vyjádřeny v jednotkách standardních odchylek od průměru.

Pokud je test obtížný nebo z nějakého důvodu cíl vzdělávání nebyl zcela naplněn, pak i "jedničkáři" nemusí dosáhnout významného počtu bodů. Je na místě provést reflexi takového

testu a se žáky provést analýzu jejich studijního neúspěchu, ale i úspěchu. Jak bylo popsáno výše, opakovací test zde není namístě, protože žáci se pak naučí cíleně na opravu a výsledky budou nadhodnocené, a sice ne proto, že žáci lépe zvládli učivo nebo jiný vzdělávací cíl. V tomto přístupu pak souzní formativní a sumativní hodnocení, která opět nejsou v rozporu, ale výhodně se doplňují.

Nevýhody použití z-skóre se skrývají ve ztrátě informace o absolutních výkonech žáků při převodu bodového hodnocení testů na z-skóre. Například můžeme ztratit informace o tom, kolik otázek student zodpověděl správně, kterou oblast pokryl a kde tápal, nebo odpověď konstruoval se zjevným zamlžením nebo nepochopením podstaty otázky.

Kromě nízké úrovně zkušenosti pedagoga jsou typově slovní úlohy a otevřené otázky příznačnými oblastmi, kde dochází ke zkreslení hodnocení.

Z-skóre předpokládá normální rozdělení dat. Pokud data nejsou normálně rozdělena, může použití z-skóre vést ke zkresleným interpretacím.

A konečně pro výpočet a interpretaci z-skóre je potřeba určitá úroveň statistických znalostí. To může být obtížné pro učitele nebo pracovníky ve vzdělávacích oblastech, kteří statistické nástroje neovládají.

4. Výzkumná část

4.1 Hypotéza

Čím pestřejší je edukační proces, včetně realizovaných pedagogických intervencí ve třídě, tím vyšší úroveň úspěšnosti očekáváme u žáků při řešení testů z geometrie.

4.1.1 Věcný rozbor hypotézy

Hypotéza obsahuje několik klíčových pojmů, které je třeba blíže rozebrat. Tvrzení vychází ze základní logiky vzdělávání a pedagogických procesů a naznačuje, že poskytování různorodých, stimulujících a interaktivních vzdělávacích zkušeností podporuje komplexní porozumění geometrickým konceptům.

Na jedné straně spektra edukačních strategií stojí scholastické memorování pouček a definic, které si autor této práce za svůj školní život užil nadmíru, a které stále panuje v českém školním prostředí. O významu geometrie *per se*, o záměru navázat na geometrii při výuce chemie a o přístupu v edukaci geometrie jsem teoreticky pojednal v kap. 2.2.

4.1.1.1 Výběrový soubor žáků

Na druhém stupni základních škol jsou zpravidla žáci přibližně stejného věku organizováni do tříd. Tato studie pracuje se dvěma výzkumnými výběrovými soubory, které zahrnují výsledky testů žáků z geometrie za školní rok 2023/2024 dvou paralelních tříd 8.A (25 žáků/žákyň) a 8.B (27 žáků/žákyň) z jediné ZŠ. Zařazení žáků do každého souboru podléhá pouze kritériu rovné příležitosti a dostupnosti. Ze souboru byli vyloučeni žáci, kteří školu opustili, aniž dokončili základní vzdělání, shodou okolností bez jakékoliv motivace k edukaci (1) a žáci s jazykovou bariérou (3 žáci ukrajinské národnosti). K datové analýze tak použijeme soubory tříd 8.A (24 žáků/žákyň) a 8. B (24 žáků/žákyň) základní školy.

4.1.1.2 Kontrolní skupina

Pedagogická realita neumožňuje ustavení kontrolní skupiny pro sledování kvantitativního hodnocení efektivity doučování například pomocí (párového) t-testu, tak často používaného v sociologii a pedagogice. Jeden z hlavních důvodů, proč by mohlo být obtížné nebo dokonce nepřijatelné vytvořit kontrolní skupinu žáků ohrožené neúspěchem spočívá v etice výzkumu. Takový výzkum by vyžadoval ponechat kontrolní skupinu slabých žáků svému osudu, ačkoli pedagogové a výzkumníci jsou zavázáni k zajištění maximálně humánního postupu a minimalizaci možných škod.

Dalším důvodem je negativní zásah do vzdělávacího procesu. Ponechání kontrolní skupiny bez jakékoli intervence by mohlo znamenat, že tito žáci nedostanou potřebnou podporu nebo pomoc, kterou by potřebovali k úspěšnému zvládnutí obtíží ve vzdělávání. Tím by výzkum mohl způsobit závažné negativní dopady na vzdělávací trajektorii těchto žáků.

V praxi může být obtížné najít situaci, kde by bylo možné vytvořit kontrolní skupinu pro žáky ohrožené neúspěchem bez závažných následků pro jejich vzdělání. Může být nereálné očekávat, že by školy nebo pedagogičtí pracovníci mohli ignorovat potřeby slabých žáků ve jménu výzkumu.

Kvůli těmto obtížím je třeba hledat alternativní metody hodnocení účinnosti doučování. Může to zahrnovat vývoj sofistikovanějších experimentálních designů, jako jsou kvazi-experimentální nebo longitudinální studie, které se snaží minimalizovat vlivy vnějších proměnných a zároveň respektovat etické zásady.

Lze shrnout, že design výzkumu ve vzdělávacím prostředí musí brát v úvahu etické aspekty a snažit se minimalizovat negativní dopady na žáky. To může vést k přehodnocení tradičních výzkumných postupů a hledání nových a eticky odpovědných přístupů k hodnocení efektivity pedagogických intervencí.

4.1.1.3 Vliv osobnosti učitele na edukační proces

Každá z obou tříd měla jinou učitelku matematiky. Nepochybně jde o faktor, který do procesu učení vnáší variabilitu pedagogických přístupů. Každý učitel má svůj osobitý styl výuky a preferované metody. Výsledkem je rozmanitost v přístupu k výuce a příležitost zkoumat, které metody nejlépe rezonují s potřebami žáků. Můžeme tak studovat, jak různí učitelé přistupují k výuce matematiky a získat cenné poznatky o tom, které metody jsou účinné a lépe tak porozumět výsledkům žáků. Možnost vzájemných konzultací mezi učiteli umožňuje sdílení osvědčených postupů, rozbor vhodných intervencí a diskusi o efektivních výukových strategiích, zejména u slabých žáků.

4.1.1.4 Vliv různorodosti pedagogických intervencí na úspěch žáka v didaktickém testu

Cílem individualizovaných pedagogických intervencí je optimalizovat vzdělávací postup pro každého žáka tak, aby dosáhl co nejlepších výsledků v testu. Tato strategie přistupuje k výuce s ohledem na individuální potřeby, schopnosti a styly učení každého žáka. Pro statistické hodnocení tedy není třeba znát metody a pedagogické přístupy, které vedly k úspěchu každého jednoho žáka, protože kolekce metod je u každého individuální a výzkum by byl neuchopitelný. Nicméně na základě statistického hodnocení pedagog může identifikovat tu unikátní kombinaci metod, která k měřitelnému úspěchu vedla.

4.1.1.6 Individuální pedagogická intervence- doučování

Nelze je opomenout, protože tvoří součást edukační reality. Doučování je pedagogický proces, který spočívá v poskytování individuálního či skupinového vzdělávání mimo běžný školní rámec. Tento přístup může být realizován učiteli, externími doučovateli, rodiči nebo samotnými žáky. Standardně je doučování poskytováno žákům ohroženým studijním neúspěchem. Patří sem žáci tzv. slabí žáci a také žáci ukrajinští a jiní, jejichž mateřským jazykem není čeština.

Význam doučování lze spatřovat v následujícím:

Individualizované učení: Doučování umožňuje přizpůsobit výuku učebním stylům a tempu konkrétního žáka, čímž se zvyšuje pravděpodobnost úspěšného zvládnutí vzdělávacího procesu.

Zaplnění vzdělávacích mezer: Některým studentům může chybět část informací nebo dovedností, což může bránit jejich úspěchu ve škole. Doučování může pomoci identifikovat a zaplnit tyto mezery, poskytujíc žákovi potřebnou podporu k úspěšnému zvládnutí vzdělávacích cílů.

Zvýšení sebevědomí a motivace: Individuální pozornost v rámci doučování může posilovat sebevědomí žáků a zvyšovat jejich motivaci k učení. Když žák vidí pokrok a úspěch ve specifických oblastech, může to pozitivně ovlivnit jeho celkový postoj k vzdělávání.

Překlenutí komunikačních a jazykových bariér: Pro studenty, kteří mají problémy s komunikací nebo mají jazykové bariéry, může být doučování efektivním způsobem, jak překonat tyto překážky. Individuální pozornost může pomoci vylepšit komunikační dovednosti a porozumění jazyku.

Podpora různorodých učebních stylů: Každý žák má svůj vlastní unikátní způsob učení. Doučování může poskytnout flexibilitu a možnost přizpůsobit metody výuky tak, aby lépe vyhovovaly individuálním učebním stylům žáků.

Příprava na zkoušky a testy: Doučování může být cenným nástrojem pro přípravu studentů na zkoušky a testy. Tato individuální podpora může pomoci identifikovat slabé stránky studentů a zaměřit se na posilování dovedností nezbytných k úspěšnému absolvování zkoušek.

Doučování hraje klíčovou roli v podpoře individuálního učení a poskytuje prostředky k dosažení úspěchu ve vzdělávání, zejména tam, kde běžné vyučovací metody nebo časová dotace výuky nejsou dostatečné.

4.1.1.7 Míra úspěšnosti žáka v edukačním procesu

Zde použijeme první nástroj EDA, *histogram četností*. V praxi se často používá pro vizuální diagnostiku normality a pro potvrzení nebo zpochybnění předpokladů o rozdělení dat v rámci statistické analýzy. Histogram četností je grafický nástroj, který poskytuje přehled o rozložení hodnot v datovém souboru. Umožňuje vizuálně odhadnout charakteristiky distribuce, jako je

střední hodnota, rozptyl, asymetrie, špičatost nebo multimodalita a odhalí odlehlé hodnoty. Tento typ grafu je užitečný zejména při analýze rozsahu a frekvence hodnot v kontinuálních datech, kde lze data rozdělit do intervalů. Histogram je tvořen sloupci, kde každý sloupec reprezentuje interval nebo skupinu hodnot a jeho výška udává frekvenci (četnost) výskytu hodnot v daném intervalu. Histogram četností můžeme proložit Gaussovou křivkou, což umožňuje vizuální srovnání distribuce dat s normálním (Gaussovým) rozdělením. Pokud jsou sloupce histogramu podobné tvaru křivky, může to naznačovat, že rozdělení dat má tendenci připomínat normální distribuci. To je důležité v kontextu statistických testů, které předpokládají normalitu dat pro správnou interpretaci výsledků. Nicméně se jedná o indicii, nikoli o pravidlo.

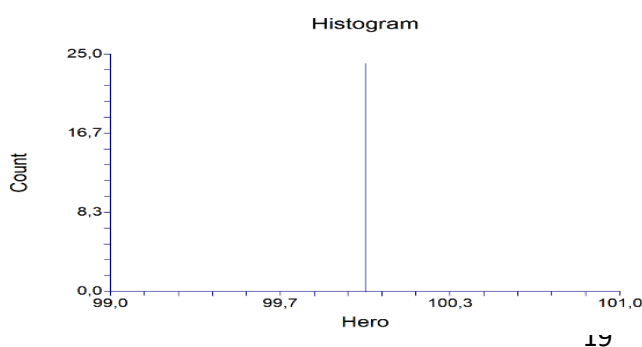
Teoretický histogram četností v případě plné úspěšnosti žáků

Jak by vypadal histogram četností, kdyby všichni žáci v testu dokonale uspěli? Jak bychom tento graf interpretovali?

Osa x (horizontální osa) by zobrazovala rozsah skóre (bodů) a mohla by být rozdělena do jednotlivých intervalů. V tomto případě by intervaly mohly být 90-91, 92-93, ..., 99-100. Takové členění je pouze formální

Osa y (vertikální osa) by zobrazovala počet žáků, kteří dosáhli na odpovídající skóre. Vzhledem k tomu, že všichni žáci dosáhli 90 až 100 bodů, všechny sloupce na ose y by byly stejně vysoké a odpovídaly by počtu žáků.

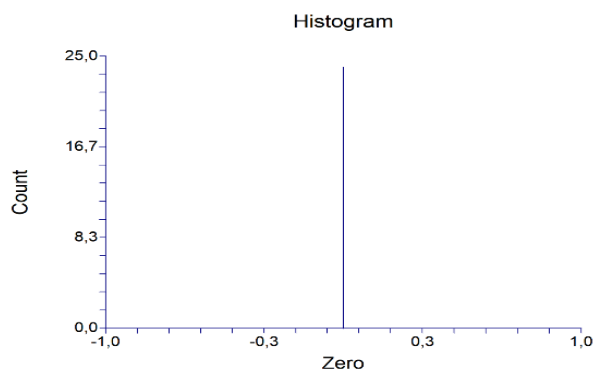
Celkový vzhled histogramu by byl charakterizován tím, že všechny sloupce (barvy) by byly na stejné úrovni, což by indikovalo, že všichni žáci dosáhli maximálního možného skóre. Vypadalo by to jako soubor sloupců s konstantní výškou odpovídající intervalům 90-91, 92-93, ..., 99-100. Takový histogram by tedy naznačoval, že výsledky žáků jsou všechny na maximální úrovni,



což by mohlo signalizovat vysokou úroveň porozumění a znalostí ve zkoušeném materiálu. Na obr. Č. 2 je tak každý žák HERO.

Obr. 2 (NCSS 2001)

Teoretický histogram četností v případě naprosté neúspěšnosti žáků



Takový histogram by naopak naznačoval, že výsledky žáků jsou všechny na minimální úrovni, což by mohlo signalizovat absolutní neporozumění otázkám z geometrie. Na obr. Č. 3 je takto znázorněna skupina neúspěšných žáků ZERO.

Obr. 3 (NCSS 2001)

4.2 Metodika tvorby statistického znaku

Zdrojem dat jsou didaktické testy z matematiky žáků 8.A a 8.B koncipované tak, že každý z nich obsahuje sérii úloh z oblastí aritmetiky a geometrie, jež jsou obměnou standardizovaných testů CERMAT ([7]), kterou provedli učitelé matematiky ZŠ expertním přístupem. Testy původně nebyly navrženy pro výzkumné účely, avšak byly provedeny za kontrolovaných podmínek, protože sloužily jako součást celkové klasifikace žáků. Pedagogická realita Zda těmito úpravami pro potřeby výuky matematiky na ZŠ zůstala zachována validita a reliabilita testů, může prokázat právě exploratorní analýza. Úlohy jsou navrženy tak, aby byly vzájemně nezávislé, tj. nejsou vzájemně propojeny. Jejich účelem je mapovat kognitivní dovednosti žáků v oblasti matematiky, kde každá úloha vyžaduje aplikaci specifických matematických znalostí a schopností, přičemž řešení každé úlohy je ohodnoceno určitým počtem bodů. Proces řešení každé úlohy zahrnuje provádění posloupnosti matematických operací nebo postupů, kde každý jednotlivý krok je důležitý pro dosažení výsledku. Body, které jsou přiděleny za každý provedený úkon, slouží ke kvantifikaci úspěšnosti žáka při zvládnutí konkrétní úlohy.

4.2.1. Obsah testů z geometrie

Didaktický test z geometrie mapuje posouzení znalostí a dovedností žáků v oblasti geometrie. Jeho cílem je měřit úroveň porozumění geometrickým konceptům, schopnost geometrického myšlení a dovedností řešení geometrických problémů. Realizované testy plně pokrývaly sledované oblasti, byly přizpůsobeny úrovni vzdělání II. Stupně ZŠ a poskytly mi přehled o individuálním pokroku žáků osmých tříd. Testované znalosti geometrie jsou následující:

Základní geometrické pojmy: Definice základních geometrických termínů, jako jsou body, přímky, úhly, přímky a roviny, identifikace a pojmenování základních geometrických útvarů.

Rovinná geometrie: Rozpoznání a vlastnosti různých typů trojúhelníků (rovnoramenný, rovnostranný, obecný), aplikace znalostí o vlastnostech čtyřúhelníků a jejich rozdělení (čtverec, obdélník, kosočtverec).

Geometrie kruhu: Porozumění základnímu pojmu kruhu a jeho částem (poloměr, průměr, obvod, plocha). V oblasti kompetencí pak práce s kruhovými úseky a kruhovými oblouky.

Výpočty a vzorce: Výpočty obvodů a ploch geometrických útvarů, použití vzorců pro výpočty v geometrii.

Převody jednotek: Převody jednotek délky, plochy a objemu v kontextu geometrie.

Geometrické transformace: Porozumění základním geometrickým transformacím, jako jsou translace, rotace a zrcadlení.

Geometrické konstrukce: Schopnost provádět základní geometrické konstrukce s použitím pravítka a kružítka.

Řešení geometrických problémů: Schopnost aplikovat geometrické znalosti k řešení různých problémů.

4.2.2 Stavba a vlastnosti agregátu

Statistický znak použitý v této práci představuje kumulativní součet, agregát, jehož výpočet provádíme součtem získaných bodů ze dvou úloh z geometrie z deseti testů realizovaných oběma třídami 8. ročníku ZŠ (8.A a 8.B) v průběhu školního roku 2022/2023, kdy se žáci nacházeli přibližně ve stejné situaci. Obě třídy považujeme za dva oddělené výběrové soubory reprezentující základní soubor všech žáků osmých tříd. Každý zahrnutý test obsahuje 2 otázky

z geometrie, každá max. za 5 bodů. Žák mohl z deseti testů v součtu teoreticky získat 100 bodů. Do agregátu byly zahrnuty pouze testy se stejnou vahou, což v praxi znamená se stejnou náročností, abychom se vyhnuli indexování, které však je přípustné.

Aditivní vlastnost bodového hodnocení znamená, že celkový bodový zisk získaný při řešení úloh v rámci jednoho testu je roven součtu bodů za každou jednotlivou úlohu. Tato vlastnost umožňuje jasně a jednoznačně kvantifikovat úspěch či neúspěch studenta v rámci konkrétního testu.

Lze vyslovit logicky-věcný předpoklad, že bodové hodnocení geometrických úloh v časově podmíněné řadě vzájemně nezávislých testů si aditivní vlastnost zachovají.

4.2.2.1 Aditivita bodového hodnocení testů z geometrie

Logicko-věcný předpoklad o zachování aditivní vlastnosti bodového hodnocení geometrických úloh v časově podmíněné řadě testů není automaticky daný. Je nutné podrobně zkoumat specifika každého testu, způsob hodnocení a kritéria, aby bylo možné správně posoudit, zda aditivní vlastnost bude zachována či nikoli závisí na způsobu, jakým jsou navrženy a hodnoceny.

Geometrie je konceptuálně stabilní. Jsou-li testy navrženy tak, aby měřily stejné nebo podobné geometrické koncepty, je pravděpodobné, že aditivní vlastnost zůstane zachována, protože geometrické znalosti jsou relativně stabilní a neměnné v čase. Konzistence obsahu testů ve smyslu pokrytí podobných geometrických témat je klíčová pro udržení aditivní vlastnosti bodového hodnocení. To znamená, že pokud se testy zaměřují na podobné aspekty geometrie, je pravděpodobnější, že bodové hodnocení za jednotlivé úlohy může být sčítáno a přispět k celkovému skóre v konzistentním způsobem. Geometrie obsahuje navazující témata, tedy výše uvedená podmínka je beze zbytku splněna.

Didaktické testy jsou koncipovány na základě sledovaných standardů. Není problém zavést a udržet jednoznačná, konstantní a jasně definovaná hodnotící kritéria pro geometrické úlohy, zejména proto, že matematika je profilový předmět, z kterého žáci skládají jednotné přijímací zkoušky na střední školy, popř. víceletá gymnázia.

Nelze však pominout ani argumenty, které hovoří proti aditivitě testů, na které musí výzkumník dbát. Jedním z nich je proměnlivost náročnosti úloh. Geometrické úlohy na různých testech mohou být různě náročné. V závislosti na tom, jak se mění obtížnost úloh, by aditivní vlastnost mohla být narušena, protože body by nemusely lineárně odpovídat obtížnosti úloh.

Další protiargument je různorodost testových formátů. Pokud se mění formáty testů, například od tradičních písemných testů k praktickým aplikacím geometrie, může to ovlivnit aditivní vlastnost, protože různé formáty mohou vyžadovat různé dovednosti.

Jak se projeví míra různorodosti testů na vlastnostech agregátu odhalí, doufejme, EDA.

4.2.2.2 Opravný test

Z agregátu byly vyloučeny opravné testy, které mohou narušit záměr sčítání dílčích výsledků didaktických testů několika způsoby:

Když žáci vědí, že budou mít možnost opravy, může to ovlivnit jejich původní úsilí, které se projeví vyšší motivací k opakování. Někteří žáci mohou při prvním provedení testu ubrat na pozornosti nebo záměrně neodpovídat na některé otázky s předpokladem, že budou mít příležitost k opravě.

Pokud jsou opravné testy jednodušší než původní zadání nebo nevyžadují skutečné porozumění materiálu, žáci mohou využít opravný test jako možnost zlepšit své výsledky bez skutečného hlubšího učení.

Opravný test může způsobit, že původní výsledky nebudou přesným odrazem skutečné úrovně znalostí nebo dovedností, které studenti měli v okamžiku původního testu. To může ztížit srovnání výsledků mezi různými skupinami nebo obdobími.

Pokud jsou opravné testy snadné nebo pokud je standard pro úspěch snížen, může dojít k umělému zvýšení průměrných výsledků skupiny.

Opravné testy mohou také způsobit, že výsledky ztratí na důvěryhodnosti, protože původní výsledek neodráží skutečný stav kognitivních dovedností žáka.

Aby byly statistiky relevantní a užitečné, je důležité pečlivě zvažovat, jak jsou opravné testy implementovány a jak mohou ovlivnit celkovou interpretaci didaktických testů. Pokud je opravný test součástí celkového hodnotícího systému, je důležité zvážit jeho vliv na srovnání výsledků a vytvořit spravedlivý a konzistentní postup.

4.3 Výsledky výzkumu

Z důvodu zachování přehlednosti práce je v následujících oddílech každému hodnocenému parametru přiřazen komentář, jakési dílčí shrnutí.

Každé políčko v tabulce č. 1 uvádí agregát z geometrie dosažené jednotlivým žákem ve školním roce 2022/2023, což nám umožňuje sledovat rozsah výkonu v celé skupině.

Různorodost výsledků poskytuje informace o úrovni porozumění a dovedností žáků.

pořadové číslo žáka	8. A geometrie	8. B geometrie
1	72	67
2	82	91
3	55	47
4	65	45
5	52	57
6	45	42
7	73	46
8	48	73
9	52	54
10	49	43
11	74	64
12	44	59
13	63	62
14	82	63
15	45	82
16	54	32
17	47	63
18	62	37
19	75	53
20	69	75
21	38	79
22	51	38
23	76	41
24	67	52

Tab. 1 (Statistické nástroje MS Excel)

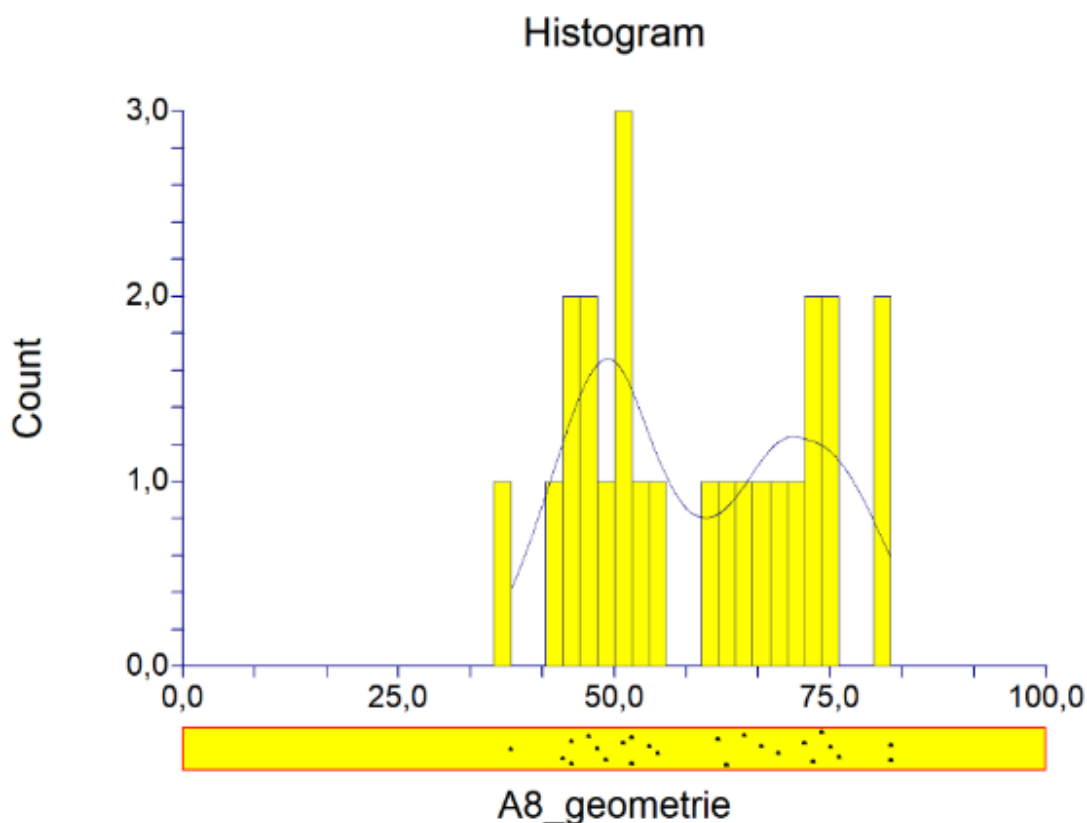
4.3.1 Grafická vizualizace dat

Graf sdělí více než tisíc slov. Než začneme data jakkoli statisticky zpracovávat, je výhodné si je graficky znázornit. V kapitole 4.1.1.7 Míra úspěšnosti žáka v edukačním procesu, jsem nastínil analytické možnosti histogramu četností (počet výskytů hodnot).

Graf 1 znázorňuje hodnoty z Tab 1 pro třídu 8.A. Na vodorovné ose jsou vyneseny agregáty, na svislé ose nalezneme počet žáků, kteří daného agregátu dosáhli. Šíře intervalů četností je volitelná a nabízí se rozdělit agregáty podle dosaženého klasifikačního stupně např. takto: 0-25; 26-45; 46-69; 70-84; 85-100 podle dosažených známek 5 až 1, jak je v českém školství obvyklé.

Neztrácejte ze zřetele výzkumný záměr však sledujeme, jak je žák úspěšný relativně vůči skupině (třídě), ve které se nachází, a proto jsou intervaly četností v Grafu 1 členěné jemněji. Pás pod grafem se nazývá rozmítnutý diagram hodnot, kde jednotlivé body ukazují pozici žáků ve třídě 8.A. Linie, která graf prokládá, má mít tvar Gaussovy zvonové křivky. Místo toho registrujeme tzv. bimodalitu v datech, kdy rozdělení má dva vrcholy, namísto jednoho centrálního.

Graf 1 (zpracováno v NCSS 2001)



Bimodalita v datech ve skupině didaktických testů znamená, že rozložení skóre nebo agregátu vykazuje dva jasně odlišné vrcholy (mody) nebo skupiny hodnot. Tento jev naznačuje, že ve skupině žáků jsou dvě výrazně odlišné podskupiny, které dosahují v testu výrazně různých výsledků. Jaký je význam a příčiny tohoto jevu?

Rozdílné učební přístupy: Bimodalita naznačuje, že ve třídě 8. A existují dvě odlišné skupiny s různými přístupy k učení nebo různým stupněm zvládnutí daného učiva. Jedna skupina žáků může mít silné porozumění a úspěch, zatímco druhá skupina se může potýkat s většími obtížemi.

Rozdílné učební potřeby: Inkluze a desegregace přirozeně znamená rozdílné učební potřeby žáků v rámci skupiny. Je pedagogickou realitou, že existují žáci, kteří vyžadují specifickou podporu nebo další výukové metody kvůli svým individuálním potřebám.

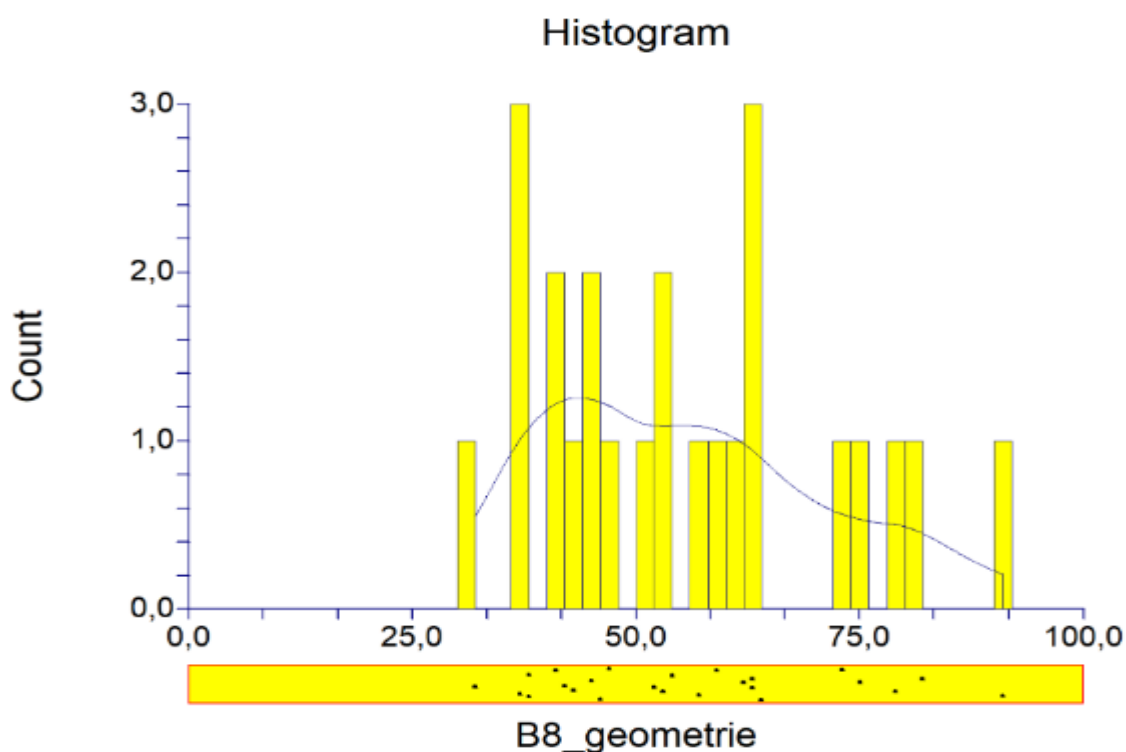
Různé úrovně motivace: Výrazné rozdíly výsledků mohou být spojeny s rozdíly v motivaci žáků. Jedna skupina může být vysoce motivovaná a zapojená, zatímco druhá může mít nižší motivaci nebo se potýkat s demotivací.

Odhalení specifických problémů ve výuce: Bimodalita může indikovat, že existují specifické oblasti výuky, ve kterých někteří žáci výrazně zaostávají nebo naopak excelují. Tento jev je signálem pro didaktiky a školní management, aby identifikovali a řešili potřeby obou skupin.

Různé úrovně porozumění: Existence dvou odlišných skupin v datech ukazuje na různé úrovně porozumění mezi žáky. To může být důležité pro vývoj diferencovaných výukových strategií, které budou lépe odpovídat různým úrovním schopností žáků.

Již první statistický nástroj, histogram četností, poskytuje náměty a vodítka pro analýzu a adaptaci výuky tak, aby lépe odpovídala potřebám všech žáků ve skupině.

Graf 2 poskytuje přehled o úspěšnosti v geometrii žáků třídy 8.B.



Graf 2 (zpracováno v NCSS 2001)

Vizualizované zobrazení souboru agregátů 8.B_geometrie zakládá pochybnost o normálním rozdělení, které je navíc silně zešíkmené, jak bude pojednáno dále.

Histogram "A8 geometrie" vykazuje bimodální rozdělení, což lze řešit některou z transformací (např. Box-Coxovou), avšak více korektní je rozdělit tento soubor na dvě části (unimodální) a vyšetřit každou zvlášť. Více se bimodalitě věnuji v kapitole Diskuse a závěr.

4.3.2 Formativní a sumativní hodnocení žáků

Oba výše uvedené grafy reprezentující sumativní přístup v hodnocení žáků se nabízí jako nástroj evaluace didaktických testů, k čemu směřuje tato práce, tedy plánování výuky. Současně však nestírají individualitu žáků, protože každý agregát s sebou nese historii svého vzniku a lze rozklíčovat příčiny jeho číselné hodnoty. Obě formy hodnocení mají své **specifické funkce** a propojení jejich výhod může poskytnout učitelům i žákům bohatší pohled na proces učení a vytvořit komplexní a efektivní systém hodnocení žáků.

Zde jsou některé způsoby, jak lze propojit výhody obou forem hodnocení:

1) Kontinuální zpětná vazba:

Formativní hodnocení: Poskytuje okamžitou zpětnou vazbu během učení, což umožňuje žákům okamžitě reagovat na své chyby a zlepšovat své dovednosti.

Sumativní hodnocení: Shromažďuje informace o dosažených výsledcích na konci určitého období. Tyto výsledky mohou sloužit jako základ pro další výuku a plánování.

2) Individualizace výuky:

Formativní hodnocení: Pomáhá identifikovat individuální potřeby žáků a přizpůsobit výuku tak, aby byla účinnější pro každého studenta.

Sumativní hodnocení: Poskytuje obecný přehled o dosažených výsledcích celé třídy, ale také může pomoci identifikovat celkové trendy a potřeby v oblasti výuky.

3) Rozvoj metakognitivních dovedností:

Formativní hodnocení: Podporuje u žáků uvědomění si vlastního učení, sledování svého pokroku a zapojení se do reflexe nad vlastními dovednostmi.

Sumativní hodnocení: Nabízí příležitost pro hlubší reflexi na dlouhodobý pokrok a dosažené výsledky.

4) Komunikace s žáky a rodiči:

Formativní hodnocení: Vytváří otevřený dialog mezi učitelem, žákem a rodiči během učebního procesu.

Sumativní hodnocení: Poskytuje konkrétní informace o dosažených výsledcích, které mohou být sdíleny s rodiči a žáky pro lepší porozumění celkového výkonu.

5) Nastavení cílů:

Formativní hodnocení: Pomáhá žákům a učitelům stanovit krátkodobé cíle a sledovat, jak se blíží k jejich dosažení.

Sumativní hodnocení: Poskytuje zpětnou vazbu na dosažení dlouhodobých cílů a pomáhá nastavit nové výzvy a směry.

Příkladem je žák/žákyně s pořadovým číslem 15 ve třídě 8. A, který je začleněn na ZŠ v rámci inkluze, s přiděleným asistentem. Jeho agregát 45 bodů téměř dosahuje střední hodnoty souboru. Pokud mohu posoudit, testy přispívající do agregátu tohoto žáka, se nepochybně vždy týkaly daného tématu, avšak byly méně náročné na porozumění a vypracování. Hodnotím takový přístup jako citlivý. Žák (poř. č. 16) z třídy 8. B dosáhl 32 bodů. Jde o žáka, který v r. 2022 onemocněl nemocí Covid, která přešla do fáze příznaků tzv. „long-covid“ kdy jeho motivace ke studiu prakticky vymizela. Žák č. 23 (41 bodů) je diagnostikovaný na ADHD.

4.3.3 Testy normality

Abychom mohli získat relevantní výsledky z testování hypotéz, je třeba bedlivě vyšetřit podmínku normality dat.

V následující části prezentuji několik způsobů, jak ověřit normalitu dat vytěžených z výzkumu.

4.3.3.1a Chi-kvadrát test dobré shody pro populaci výsledků testů z geometrie třídy 8.A

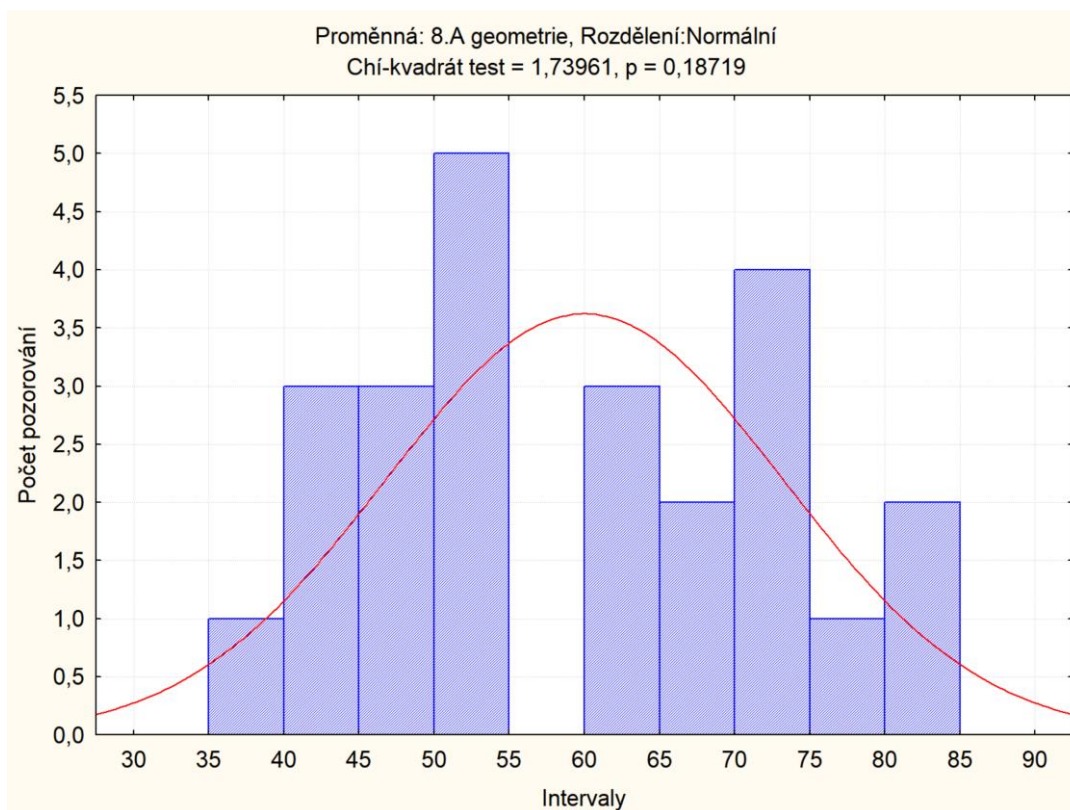
Tento test se často používá k ověření, zda rozložení kategorií v daném vzorku odpovídá očekávanému rozložení. Existují vhodnější testy jako např. Shapiro-Wilkův nebo Kolmogorov-Smirnovův test, ale může být použit zejména při práci s kategoriálními daty. V případě testování normality srovnáváme pozorované frekvence dat s frekvencemi, které bychom očekávali v normálním rozdělení.

Formulace nulové a alternativní hypotézy:

Nulová hypotéza (H₀): Rozložení dat v populaci odpovídá normálnímu rozdělení.

Alternativní hypotéza (H_a): Rozložení dat v populaci se významně liší od normálního rozdělení.

Grafické znázornění výsledku Chi-kvadrát testu (χ^2) dobré shody pro populaci "8. A geometrie" (graf 3).



Graf 3 (statistický software STATISTICA 8)

Červená linie představuje distribuci dat normálního rozdělení Soubor modrých pásů je histogram, což je statistický termín, který představuje vizuální reprezentaci rozložení dat prostřednictvím sloupcového grafu. Sloupce mají stejnou šířku a vyjadřují intervaly nebo třídy. Výška každého sloupce představuje četnost dosažených bodů z geometrie žáky třídy 8.A v příslušném intervalu.

Vzhledem k těmto výsledkům Chi-kvadrát testu dobré shody, kde testování bylo zaměřeno na očekávání normálního rozložení dat, můžeme provést následující interpretaci:

Chi-kvadrát hodnota ($\chi^2 = 1,73961$): Tato hodnota statistiky Chi-kvadrát měří odchylku mezi pozorovanými a očekávanými frekvencemi v kategoriích dat. Nízká hodnota (1,73961) obvykle naznačuje menší odchylky od očekávaného rozdělení.

P hodnota ($p = 0,18719$): p hodnota je pravděpodobnost, že bychom získali pozorovanou Chi-kvadrát statistiku nebo extrémnější, pokud nulová hypotéza platí (tj. že rozložení dat odpovídá normálnímu rozdělení).

V tomto případě máme p hodnotu 0,18719, což je relativně vysoká hodnota.

Hladina významnosti ($\alpha = 0,05$): Je standardní prahová hodnota, která často bývá nastavena na 0,05. To znamená, že p hodnota musí být nižší než 0,05, abychom zamítli nulovou hypotézu na této úrovni významnosti.

Protože p hodnota (0,18719) je větší než hladina významnosti (0,05), nemáme dostatečné statistické důkazy pro odmítnutí hypotézy o tom, že rozložení dat odpovídá normálnímu rozdělení.

Závěr: Můžeme akceptovat názor, že kumulativní výsledky testů žáků třídy 8.A vykazují normální rozdělení na úrovni významnosti 0,05.

4.3.3.1b Chi-kvadrát test dobré shody pro populaci výsledků testů z geometrie třídy 8.B
Formulace nulové a alternativní hypotézy je shodné s předchozím případem.

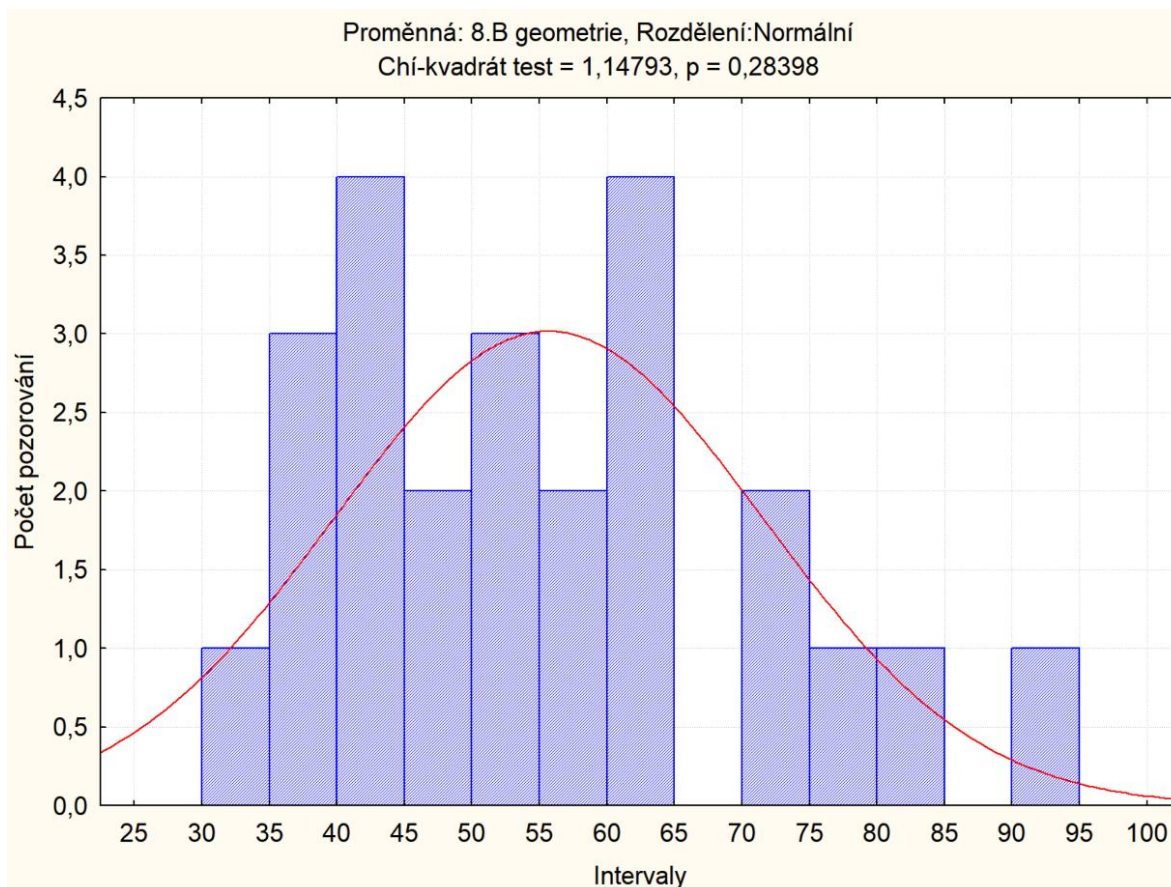
Na souboru "8.B geometrie" jsem provedl Chi-kvadrát test dobré shody s cílem ověřit, zda tato data mají normální rozložení. Výsledek testu je následující:

Chi-kvadrát test ($\chi^2 = 1,14793$): Zde je tato hodnota relativně nízká, což naznačuje menší odchylky od očekávaného normálního rozdělení.

P hodnota ($p = 0,28398$): Je vyšší než hladina významnosti ($\alpha = 0,05$) a sděluje, že nemáme dostatek důkazů k zamítnutí nulové hypotézy.

Grafické znázornění výsledku Chi-kvadrát testu (χ^2) dobré shody pro populaci

“8.B_geometrie” (graf 4):



Graf 4 (statistický software STATISTICA 8)

Závěr: Kumulativní výsledky testů z geometrie žáků třídy 8.B vykazují normální rozdělení na úrovni významnosti 0,05. Oba závěry jsou podstatné pro metodiku dalšího výzkumu.

4.3.3.2 Pokročilé testy normality

Existuje celkem sedm testů hypotézy ověření, zda data pocházejí z normálního rozdělení.

Mezi nejčastěji používané patří Shapiro-Wilk a Anderson-Darlingův test, které jsou obecně považovány za nejpřesnější. Dále je v analýze normality distribuce dat často zařazován i Kolmogorov-Smirnov test, přestože je historicky populární, je v mnoha ohledech překonán ostatními testy. Je však důležité poznamenat, že tyto testy mají omezenou statistickou sílu, zejména pokud velikost vzorku není příliš velká, například méně než 100. Při rozhodnutí zamítnout nulovou hypotézu (že data jsou normální) lze mít relativní jistotu, pokud je vzorek

dostatečně velký. Naopak, pokud test nezamítá normalitu, přesto situace není tak jednoznačná, a to zejména při menších vzorcích. Vzhledem k těmto omezením je vhodné pečlivě zvážit statistickou sílu a velikost vzorku při interpretaci výsledků těchto testů a nezávisle zvažovat další metody a grafické techniky pro posouzení normality souboru dat.

Hypotézy o normálním rozdělení výtěžených dat formulujeme takto:

Nulová hypotéza (H₀): Data jsou vzorkem z normálně rozdělené populace.

Alternativní hypotéza (H_a): Data nejsou vzorkem z normálně rozdělené populace.

Následující výpočty jsem provedl ve statistickém softwaru NCSS 2001 s těmito výsledky:

Normality Test Section of A8_geometrie

Test Name	Test Value	Prob Level	10% Critical Value	5% Critical Value	Decision (5%)
Shapiro-Wilk W	0,9391236	0,1559443			Can't reject normality
Anderson-Darling	0,5618021	0,1463419			Can't reject normality
Martinez-Iglewicz	0,9569383		1,182263	1,28884	Can't reject normality
Kolmogorov-Smirnov	0,1473588		0,162	0,177	Can't reject normality
D'Agostino Skewness	0,3606223	0,7183819	1,645	1,960	Can't reject normality
D'Agostino Kurtosis	-2,2196	0,026447	1,645	1,960	Reject normality
D'Agostino Omnibus	5,0566	0,079794	4,605	5,991	Can't reject normality

Normality Test Section of B8_geometrie

Test Name	Test Value	Prob Level	10% Critical Value	5% Critical Value	Decision (5%)
Shapiro-Wilk W	0,9533293	0,3193738			Can't reject normality
Anderson-Darling	0,3852709	0,3923062			Can't reject normality
Martinez-Iglewicz	0,9959389		1,182263	1,28884	Can't reject normality
Kolmogorov-Smirnov	0,1241916		0,162	0,177	Can't reject normality
D'Agostino Skewness	1,239075	0,2153177	1,645	1,960	Can't reject normality
D'Agostino Kurtosis	-0,3893	0,697060	1,645	1,960	Can't reject normality
D'Agostino Omnibus	1,6869	0,430233	4,605	5,991	Can't reject normality

Závěr: Výsledky statistických testů nezamítají normalitu distribuce hodnot v žádném ze souborů testů z geometrie 8.A a 8.B.

4.3.3.3 NP-plot

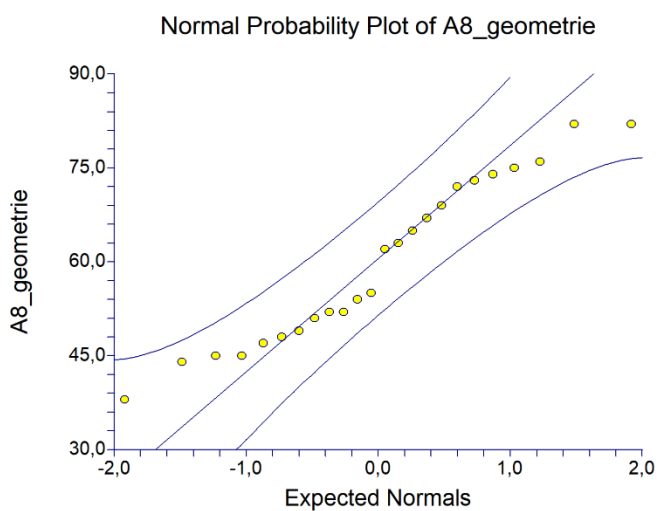
Umožňuje graficky posoudit, zda data pocházejí z normálního rozložení. V tom případě by body měly tvořit přímku. Odchyly od této přímky naznačují různé formy nenormality.

“Outliers“ na obou koncích normálního pravděpodobnostního grafu označují odlehlé hodnoty. Zakřivení na obou koncích grafu signalizuje dlouhé nebo krátké distribuční konce.

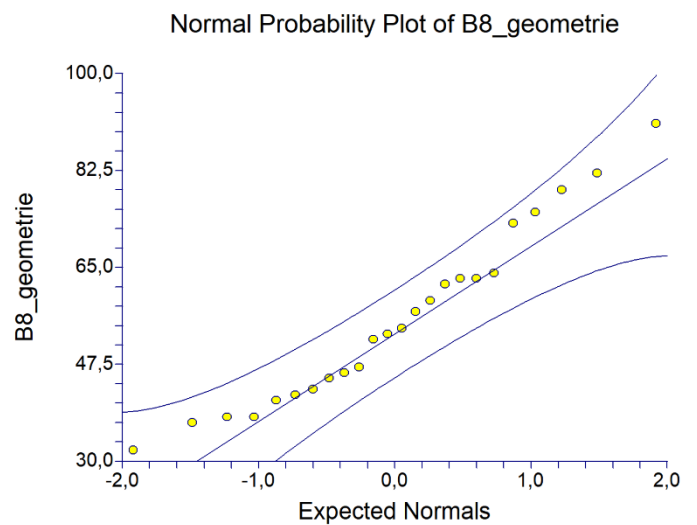
Konvexní nebo konkávní zakřivení naznačuje asymetrii. Mezery, plošiny nebo segmentace v grafu ukazují na jevy, které vyžadují bližší zkoumání. Interval spolehlivosti, vyznačený dvěma

mezemi, každou na jedné straně křivky, slouží jako vizuální reference pro odchylky od normálu. Pokud se některá pozorování nacházejí mimo interval spolehlivosti, může to být znak, že data nevykazují normalitu. Statistické testy normality obvykle potvrzují tuto skutečnost. Je třeba poznamenat, že konfidenční intervaly (pásma spolehlivosti) jsou odvozeny z velkých vzorků a mohou být méně přesná při malých vzorcích (méně než 30), což je náš případ, který platí pro obě třídy 8.A a 8.B.

V grafu 8.A je naznačena bimodalita, graf pro 8.B vykazuje rozložení s kladnou šikmostí avšak hodnoty v žádném grafu nevybočují mimo konfidenční interval.



Graf 5 (NCSS 2001)



Graf 6 (NCSS 2001)

4.3.4 Popisné statistiky

Jsou klíčovým prvkem v průzkumu dat a umožňují rychlý přehled o charakteristikách souboru hodnot statistických znaků. Je často prvním krokem v analýze dat před použitím pokročilejších statistických metod (Tab.2).

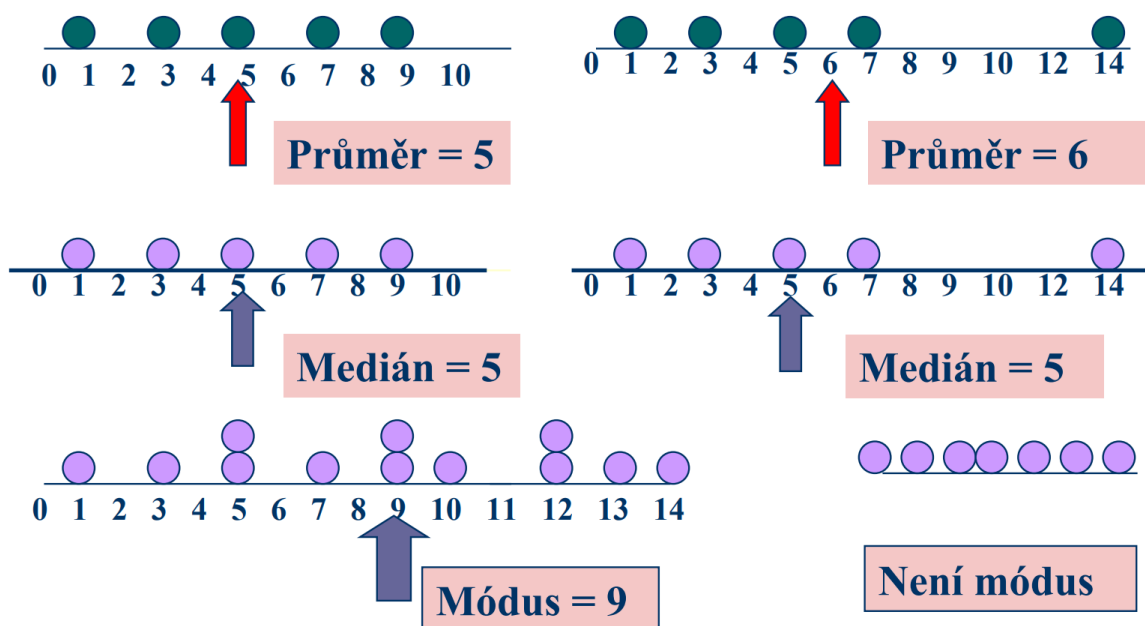
8.A geometrie		8.B geometrie	
Stř. hodnota	60	Stř. hodnota	55,67
Chyba stř. hodnoty	2,70	Chyba stř. hodnoty	3,24
Medián	58,5	Medián	53,5
Modus	82	Modus	63
Směrodatná odchylka	13,22	Směrodatná odchylka	15,87
Rozptyl výběru	174,78	Rozptyl výběru	251,80
Špičatost	-1,28	Špičatost	-0,46
Šikmost	0,16	Šikmost	0,57
Rozdíl max-min	44	Rozdíl max-min	59
Minimum	38	Minimum	32
Maximum	82	Maximum	91
Součet	1440	Součet	1336
Počet	24	Počet	24
Největší (1)	82	Největší (1)	91
Nejmenší (1)	38	Nejmenší (1)	32
Hladina spolehlivosti (95,0%)	5,58	Hladina spolehlivosti (95,0%)	6,70

Tab.2 (Statistické nástroje MS Excel)

Interpretace údajů ve výsledkové tabulce MS Excel:

Tabulka č. 2 obsahuje popisné statistiky dvou *výběrových souborů*. Zatímco základní soubor by zahrnoval nekonečný počet žáků, u kterého bychom hovořili o pevně daných parametrech zkoumaného znaku, pak příslušné protějšky ve *výběrovém souboru* nazýváme **výběrové statistiky**, zkráceně statistiky, které se mění od jednoho náhodného výběru k druhému. Repräsentantem bodového odhadu základního souboru je střední hodnota (60 resp. 55,67), neboli aritmetický průměr. Pro ilustraci významu pojmů použijeme např. grafické znázornění (Obr. 4).

Centrální tendence



Obr. 4 (převzato z <https://meloun.upce.cz/docs/lecture/chemometrics/slidy/34rozdeleni.pdf>)

Chyba střední hodnoty (standardní chyba, SEM) vyjadřuje rozptyl nebo variabilitu odhadů výběrového průměru nebo jiného odhadu parametru, pokud byly provedeny mnohokrát různé výběry ze stejného základního souboru. Udává míru variability odhadů mezi různými výběry a měří, jak moc může být odhad průměru nebo jiného parametru chybný ve srovnání s pravdivou hodnotou v celé populaci. Je důležitým ukazatelem, protože umožňuje konstrukci intervalů spolehlivosti a testů hypotéz. Čím menší je standardní chyba, tím větší je přesnost odhadu. Intervaly spolehlivosti jsou konstruovány tak, že se odhad průměrné hodnoty nebo regresního koeficientu pohybuje v určitém rozmezí s určenou pravděpodobností. Standardní chyba je součástí tohoto výpočtu.

Medián je statistický ukazatel polohy v uspořádaném seznamu hodnot (též 50%ní kvantil). Jedná se o hodnotu, která rozděluje uspořádaný soubor na dvě stejně velké části, kde polovina hodnot leží pod mediánem a druhá polovina leží nad ním. To znamená, že je to prostřední hodnota, která není ovlivněna extrémními hodnotami nebo odlehlými body, na rozdíl od průměru. V úvodní přehledové tabulce vidíme, že u obou souborů je **medián nižší než**

aritmetický průměr, což může naznačovat, že distribuce dat je zkreslená směrem k vyšším hodnotám. Několik možných interpretací tohoto rozdílu zahrnuje:

- 1) **Přítomnost odlehlých hodnot:** Nižší hodnota mediánu v porovnání s průměrem může být známkou přítomnosti odlehlých hodnot ve vyšších částech rozdělení. Medián je méně citlivý na extrémní hodnoty než aritmetický průměr, což znamená, že odlehlé hodnoty mohou více ovlivnit průměr než medián.
- 2) **Asymetrie distribuce:** Pokud má distribuce dat asymetrický tvar, může to ovlivnit relativní polohu mediánu a průměru. Pravděpodobnostní rozdělení, které je zkreslené směrem k vyšším hodnotám, medián bude obvykle nižší než aritmetický průměr.
- 3) **Vliv těžkých ocasů:** V některých situacích může distribuce dat obsahovat tzv. „těžké ocas“ (vyšší koncentraci hodnot ve vyšších rozsazích). To může způsobit, že medián bude nižší, zatímco průměr bude zvýšen odlehlými hodnotami ve vyšších rozsazích.
- 4) **Neklasická distribuce:** V případě, že distribuce není normální, gaussovská, mohou být statistické ukazatele jako medián a průměr různé.

V pedagogické realitě jsou testy justovány tak, že pokud žák v jednom testu dosáhne 50 bodů ze sta, je ohodnocen známkou 3 („dobře“). Dle výsledků našeho výzkumu lze v prvním přiblížení konstatovat, že agregát si geneticky s sebou nese tuto vlastnost, přestože do něj přispívají testy z časové posloupnosti.

Potom však nelze odlišit žáka typu: „jednou trojkař, pořád trojkař“ od špatného žáka, který se zlepšil a od výborného žáka, který se zhoršil, protože ve výsledku budou mít všichni za tři. Hypotetická, avšak představitelná situace, kdy žák na konci kurzu má průměrné hodnocení 3, vytváří určité výzvy při hodnocení vývoje jednotlivců. Interpretace tohoto jevu může být několik:

Omezenost průměrného hodnocení: Průměrné hodnocení sám o sobě může být omezeným ukazatelem vývoje nebo úspěšnosti žáka. Když žák dosáhne průměrného hodnocení, nemusí to nutně znamenat stagnaci nebo neposunutí se v jeho dovednostech. Průměr je pouze statistický ukazatel, který nemůže mít ambici zachytit celkový obraz vývoje žáka.

Potřeba dalších informací: Hodnocení 3 samo o sobě nedává dostatek informací o tom, jakým směrem se žák vyvíjel během kurzu. Pro plnější porozumění je třeba zvážit další faktory, jako

jsou konkrétní znalosti, dovednosti a výkony žáka. Je vhodné použít další metody hodnocení než jen průměrné hodnocení.

Individuální hodnocení: V případě, že nelze odlišit výborného žáka, který se zhoršil, od špatného žáka, který se zlepšil, může být užitečné věnovat se individuálním hodnotícím prvkům. Získání detailnějších informací o konkrétních dovednostech, úkolech nebo oblastech, ve kterých žáci pokročili nebo se zlepšili, může poskytnout jasnější obraz.

Komplexnost hodnocení: Hodnocení žáků je často komplexní úlohou, a jedno číslo ne vždy plně odráží jejich celkový výkon nebo rozvoj. Používání různých metod hodnocení, zpětná vazba od učitelů a další informace o žácích mohou přispět k lepšímu porozumění jejich pokroku.

Pokud bychom bez dalšího zůstali u zjištění středních hodnot souboru, celá pracná statistika by ztrácela význam z důvodu redukce informace o rozvoji jednotlivých žáků, a to zejména u žáků se speciálními vzdělávacími potřebami, jako jsou žáci s ADHD (LMD) nebo žáci s poruchou autistického spektra.

Modus je hodnota v datovém souboru, která má relativní maximum na hustotě pravděpodobnosti. Jinými slovy, modus je hodnota, která se nejčastěji vyskytuje v daném rozdělení dat vzhledem k nejbližšímu okolí. Existuje několik typů modů, včetně:

Unimodální rozdělení: Má jediný modus, což znamená jednu hodnotu s nejvyšší frekvencí výskytu.

Bimodální rozdělení: Má dvě různé hodnoty s vysokou frekvencí výskytu, což znamená dva různé mody.

Multimodální rozdělení: Má více než dvě různé hodnoty s vysokou frekvencí výskytu.

Na rozdíl od průměru a mediánu neexistuje jednoznačný matematický způsob výpočtu modu, a proto se často používá pro kategorická data nebo data s diskrétními hodnotami. V případě spojitých dat se často identifikuje graficky nebo pomocí statistických softwarových nástrojů.

Modus pro 8.A a 8.B je 82, resp. 63. Vidíme, že modus zde není příliš korektní hodnota centrální tendence, protože se má jednat o nejčetnější hodnotu, kterou je 82 pro 8.A, kde průměr i medián je 58 resp. 60. Vysoká hodnota modu, při výrazně odlišném arit. průměru

signalizuje, že rozdělení nemusí mít Gaussovský tvar, který očekáváme pro vykonání smysluplných statistických testů.

Modus 63 pro 8.B je blíže aritmetickému průměru i mediánu pro tuto třídu.

Směrodatná odchylka (standardní odchylka) je výrazně užitečným statistickým ukazatelem, který poskytuje informace o šíři rozložení hodnot v souboru dat. Zatímco parametry polohy se zaměřují na určení střední hodnoty nebo mediánu datového souboru, směrodatná odchylka poskytuje informaci o tom, jak jsou hodnoty rozptýleny kolem této střední hodnoty. Čím vyšší je směrodatná odchylka, tím více jsou hodnoty rozptýleny od průměrné hodnoty, což naznačuje vyšší míru variability v datovém souboru.

Rozptyl výběru je statistický ukazatel, který měří míru variability nebo rozptýlení hodnot v daném souboru dat, jehož spočívá v tom, že nám poskytuje informace o šíři distribuce hodnot v daném souboru. Velký rozptyl může indikovat různorodost ve výkonnosti žáků, zatímco malý rozptyl signalizuje, že hodnoty jsou více koncentrované kolem průměrné hodnoty.

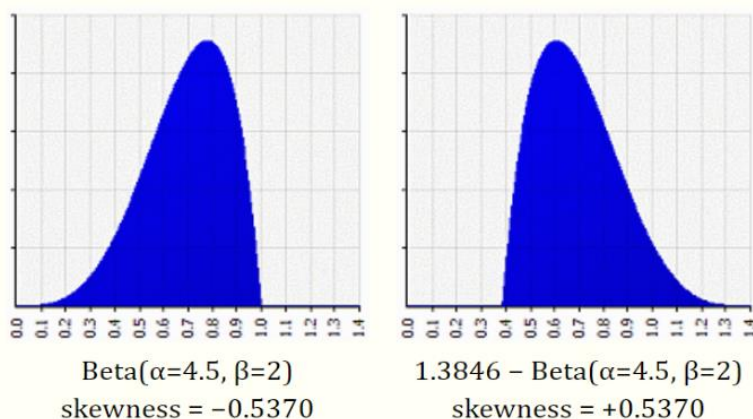
Z tabulky zjišťujeme, že třídu 8.A a 8.B charakterizují rozptyly 174,78 resp. 251,80.

Větší rozptyl (251,80) pro třídu 8.B značí, existuje větší rozpětí hodnot mezi jednotlivými žáky, tedy existuje větší variabilita ve výsledcích žáků v této třídě. Někteří žáci mohou dosahovat vyšších hodnocení, zatímco jiní mohou mít nižší hodnocení ve srovnání s průměrným výkonem třídy.

Menší rozptyl (174,78) pro třídu 8.A vyjadřuje těsnější koncentraci hodnot okolo aritmetického průměru, který tak lépe vystihuje úroveň třídy.

Šikmost je statistický ukazatel, který měří, jak asymetrické je rozdělení dat. Hodnota šikmosti nám poskytuje informaci o tom, zdali jsou hodnoty rozdělení více nakloněny směrem k jednomu z konců rozsahu. Uveďme jeho význam na příkladu: Máme dva soubory a oba mají parametry polohy a rozptýlení stejné, např. $\mu = 0,6923$ a $\sigma = 0,1685$. Avšak jejich rozdělení budou mít různé tvary, které jsou odrazem odlišné šikmosti (Obr 5).

BTW: The beta distribution is one of the many skewed distributions that are used in mathematical modeling.



Obr. 5 (převzato: <https://brownmath.com/stat/shape.htm>)

Význam šikmosti ve statistice:

Zkreslení odhadů parametrů: Pokud má rozdělení dat výraznou šikmost, jsou ovlivněny odhady parametrů, zejména průměru a dalších momentů rozdělení, což zkreslí výsledky parametrických statistických metod, které předpokládají normální rozdělení.

Při testování hypotéz o střední hodnotě: V případě asymetrických rozdělení mohou testy o střední hodnotě (např. t-test) být méně efektivní. Šikmost může ovlivnit sílu testu a interpretaci výsledků, zejména pokud je odchylka od symetrie výrazná.

Volba statistických metod: Při zkreslených datech může být vhodné používat robustnější statistické metody, které jsou méně citlivé na odlehlé hodnoty a odchylky od normálního rozdělení.

Interpretace hodnot šikmosti je následující:

Šikmost > 0 : Rozdělení má sklon k pravé straně (více hodnot na levé straně).

Šikmost $= 0$: Rozdělení je symetrické.

Šikmost < 0 : Rozdělení má sklon k levé straně (více hodnot na pravé straně).

Statistika "šikmost" měří směr a stupeň asymetrie rozdělení.

4.3.4.1 Statistické hypotézy pro vyšetření míry šikmosti

Nulová hypotéza (H0): Šikmost rozdělení je rovna šikmosti normálního rozdělení; šikmost=0.

Alternativní hypotéza (Ha): Existuje nějaká odchylka od normálního rozdělení, buď směrem k pravé (kladná šikmost) nebo levé (záporná šikmost) asymetrii.

Alternativní hypotéza může být dvoustranná nebo jednostranná v závislosti na konkrétních očekáváních nebo potřebách studie.

Pro pravou (kladnou) šikmost: Šikmost>0, pro levou (zápornou) šikmost: Šikmost<0

Hodnota nula označuje symetrické rozdělení. Hodnoty mezi -3 a +3 jsou typické hodnoty vzorků z normálního rozdělení.

Program NCSS 2001 (a verze vyšší) nabízejí podrobnější rozbor, který přesahuje rámec práce, parametrů šikmosti "skewness" (tab. 3 a 4).

Skewness and Kurtosis Section of A8_geometrie

Parameter	Skewness	Kurtosis	Fisher's g1	Fisher's g2	Coefficient of Variation	Coefficient of Dispersion
Value	0,1503818	1,72826	0,1605988	-1,284092	0,2203423	0,1994302
Std Error	0,3243761	0,2203516			1,992012E-02	

Tab.3 (NCSS 2001)

Tab.4 (NCSS 2001)

Skewness and Kurtosis Section of B8_geometrie

Parameter	Skewness	Kurtosis	Fisher's g1	Fisher's g2	Coefficient of Variation	Coefficient of Dispersion
Value	0,5313563	2,391905	0,5674567	-0,4581273	0,285056	0,2398754
Std Error	0,3096389	0,5584577			3,065568E-02	

Šikmost pro třídu 8.A má hodnotu 0,15 a svědčí o mírně vpravo sešikmeném rozdělení, které se převažujícím způsobem jeví symetrické.

Šikmost pro třídu 8.B má hodnotu 0,53, což značí, že existuje určitá míra asymetrie a větší koncentrace hodnot je na levé straně distribuce, zatímco pravá strana má delší ocas. Její pozitivní hodnota indikuje, že průměr a medián jsou pravděpodobně ve směru nižších hodnot, zatímco rozložení obsahuje několik vyšších hodnot na pravé straně.

Hodnoty se mírně liší od výsledků v Tab. 2, které nabízí MS Excel.

Závěr: Nezamítáme hypotézu (H0): asymetrie obou rozdělení jsou rovny nule.

Špičatost (kurtóza): Špičatost měří, jak strmě nebo ploše je vrchol rozdělení dat ve srovnání s normálním rozdělením.

Vliv na odolnost testů: V případě leptokurtických (špičatých) rozdělení mohou testy být méně odolné vůči odlehlým hodnotám, což může ovlivnit výsledky testů, které jsou založeny na střední hodnotě a rozptylu.

Interpretace odhadů šířky rozdělení: Špičatější rozdělení mohou mít větší rozptyl než normální rozdělení se stejnou směrodatnou odchylkou. To může ovlivnit interpretaci šířky rozdělení a spolehlivost odhadů.

Volba testů normality: Testy normality, které jsou často používány v statistické analýze, mohou být citlivé na špičatost. V případě výrazné špičatosti mohou být třeba použít robustnější testy nebo alternativní metody, které nevyžadují předpoklad normálního rozdělení.

Šikmost a špičatost mohou ovlivnit výsledky testování statistických hypotéz tím, že mění předpoklady o rozdělení dat. V některých případech může být vhodné přijmout robustnější přístup k analýze dat, který je méně citlivý na odchylky od normálního rozdělení.

Existují dvě běžné definice špičatosti:

- 1) „Excess Kurtosis“: Tato definice odčítá 3 od standardní, Pearsonovy, špičatosti. Pro normální rozdělení je poté špičatost „excess kurtosis“ rovna 0. **Tuto funkci používá MS Excel: “KURT()” na rozdíl od jiných statistických programů.**
- 2) Špičatost včetně konstanty (Pearsonova špičatost): Pro normální rozdělení je špičatost včetně konstanty rovna 3. Tato definice neodčítá 3.

Při použití MS Excel, což je náš případ, obecně platí:

Špičatost > 0 : Rozdělení je špičatější (vyšší a úzké ocase) než normální rozdělení.

Špičatost $= 0$: Rozdělení je normální.

Špičatost < 0 : Rozdělení je plošší (širší ocase) než normální rozdělení.

Ve statistice je normální rozdělení často používáno jako referenční rozdělení pro mnoho statistických metod a testů.

4.3.4.2 Statistické hypotézy pro vyšetření míry šikmosti

Nulová hypotéza (H_0): Špičatost rozdělení je rovna špičatosti normálního rozdělení;

Špičatost = 0: Distribuce dat má tvar vrcholu křivky shodný s normálním rozdělením.

Alternativní hypotéza (H_a): Existuje nějaká odchylka od normálního rozdělení, buď směrem k větší špičatosti nebo k menší špičatosti.

Alternativní hypotéza může být dvoustranná nebo jednostranná v závislosti na konkrétních očekáváních nebo potřebách studie.

Špičatost < 0: Distribuce je plošší než normální rozdělení (tzv. "lehkost").

Špičatost > 0: Distribuce je špičatější než normální rozdělení.

Distribuce s jedním vrcholem (unimodální distribuce), které mají špičatost vyšší než bezrozměrná hodnota tři (3), projevují výraznější a tlustší ocásky ve srovnání s normálním rozdělením. Tyto distribuce také často vykazují výraznější vrcholy ve středu rozdělení, což označujeme jako leptokurtické chování. Naopak distribuce s jedním vrcholem, jejichž ocásky jsou méně výrazné než u normální distribuce, mají špičatost menší než tři. V takovém případě bývá vrchol distribuce širší než u normálního rozdělení, což označujeme jako platykurtické chování. Pro malé vzorky může být tato statistika nespolehlivým odhadem špičatosti.

Špičatost -1,28 u třídy 8.A říká, že rozdělení je "plošší" (platikurtické) než Gaussovské, tedy ocásky jsou širší a plošší než u normálního rozdělení.

Špičatost -0,46 u třídy 8.B značí plošší rozdělení, které je však více podobné normálnímu rozdělení než u třídy 8.A.

Závěr: Číselně vyjádřené statistiky špičatosti v rozdělení hodnot obou tříd se pohybují kolem centrální nuly, a lze tak vyslovit závěr, že tato rozdělení lze považovat za normální.

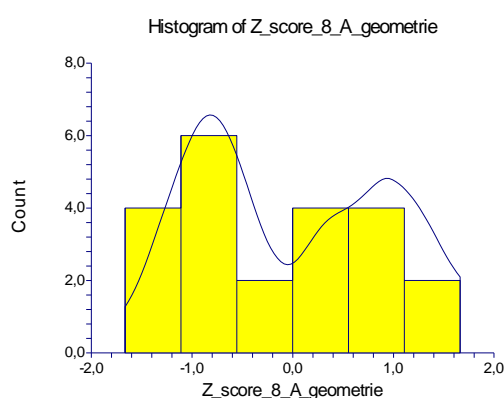
Hladina spolehlivosti (95,0%) je poslední údaj z tabulky, který zaslouží více přiblížit. Jedná se o statistický koncept, který se používá k interpretaci intervalů spolehlivosti, tedy pravděpodobnost, s jakou daný statistický interval obsahuje skutečnou hodnotu parametru, zde (v Excelu) průměr. To znamená, že pravděpodobnost je velmi vysoká (95%), že tento

interval obsahuje skutečný průměr výsledků celé populace žáků, nikoliv jenom průměr ve třídách 8.A a 8.B na konkrétní ZŠ. Nutné je podotknout, že intervaly spolehlivosti platí, pokud mají data normální rozdělení.

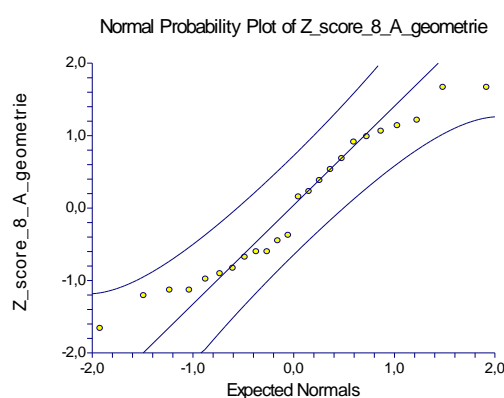
4.3.5 Z-skóre

Použití z-skóre umožňuje škálovat výsledky tak, aby měly střední hodnotu nula a standardní odchylku jedna, což usnadňuje porovnávání výsledků napříč různými měřítky nebo populacemi žáků v různých třídách, ale i epochách.

Z-skóre je důležitý nástroj v analýze dat, který umožňuje normalizaci, porovnání a interpretaci výsledků v jednotných jednotkách standardních odchylek od průměru. Z grafu pro histogram 8.A geometrie (graf 7) vyplývá bimodalita rozdělení, přestože statistické testy (tab. 5) číselně nezamítají jeho normalitu. Nicméně bimodalita svědčí o nízké konzistenci souboru a naznačuje, že i když testy pro žáky 8. tříd jsou derivátem testů CERMAT, obsahují kapitoly, kterým žáci neporozuměli, že nezvládli propojit úseky učiva, které má být v geometrii z podstaty navazující. Soubor se tak štěpí na soubory dva, které by měly být zpracovány samostatně (oblast pod “nulou“ a nad “nulou“), analyzovány příčiny rozštěpení a zavedena pedagogická opatření pro jeho zahlazení.



Graf 7 (NCSS 2001)



Graf 8 (NCSS 2001)

Jak si v geometrii vedou žáci 8. A individuálně uvnitř souboru podává graf 8. Zvýšenou pozornost máme věnovat žákům, kteří se nacházejí pod -1, resp. nad 1, tedy mimo rozmezí 68%, kam spadá většina populace. Žáci nacházející se pod -1 si zaslouží pomoc, žáci v rozmezí

-1 a 1 jsou dostatečně saturováni a žáci nad hodnotou 1 pracují pod svoje možnosti. Bližší přehled podává tab 6.

Test Name	Value	Level	Value	Value	(5%)
Shapiro-Wilk W	0,9391236	0,1559443			Can't reject normality
Anderson-Darling	0,5618021	0,1463419			Can't reject normality
Martinez-Iglewicz	0,9569383		1,182263	1,28884	Can't reject normality
Kolmogorov-Smirnov	0,1473588		0,162	0,177	Can't reject normality
D'Agostino Skewness	0,3606223	0,7183819	1,645	1,960	Can't reject normality
D'Agostino Kurtosis	-2,2196	0,026447	1,645	1,960	Reject normality
D'Agostino Omnibus	5,0566	0,079794	4,605	5,991	Can't reject normality

Tab.5 (NCSS 2001)

Percentile Section of Z_score_8_A_geometrie

Percentile	Value	100% LCL	100% UCL	Exact Conf. Level
1	-1,664145			
95	1,664145			
90	1,437216			
85	1,153555			
80	1,059002			
75	0,9644478			
70	0,7942511	-0,6051437	1,664145	99,95821
65	0,5673223	-0,6807867	1,664145	99,9173
60	0,3782148	-0,8320726	1,664145	99,93798
55	0,2080182	-0,9077156	1,210287	99,91959
50	-0,1134644	-1,134645	1,059002	99,90895
45	-0,434947	-1,134645	0,9833586	99,91959
40	-0,6051437	-1,210287	0,9077156	99,93798
35	-0,6240545	-1,210287	0,6807867	99,9173
30	-0,7564297	-1,664145	0,5295008	99,95821
25	-0,8888049			
20	-0,9833586			
15	-1,134645			
10	-1,172466			
5	-1,550681			
99	1,664145			

Percentile Formula: Ave X(p[n+1])

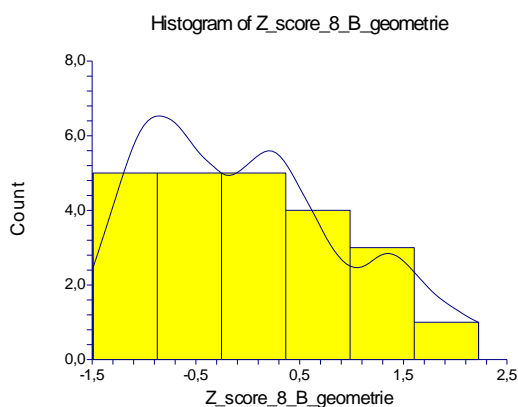
Tab.6 (NCSS 2001)

Soubor žáků 8.B je více konzistentní. Rozdělení se více blíží normálnímu, testy normality vycházejí přívětivěji než v případě žáků 8. A. Je opět namístě věnovat zvýšenou pozornost žákům nacházejícím se pod hodnotou -1 (1 žák s PAS, 1 long-covid, 2 žáci s ADHD) a nad hodnotou 1, které považuji za vhodné více zatížit kvalitativně jiným typem úloh.

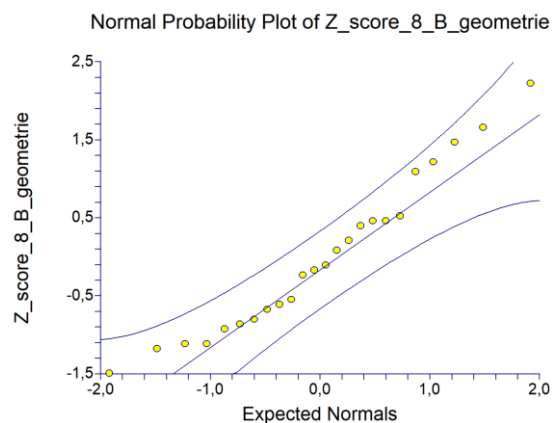
Normality Test Section of Z_score_8_B_geometrie

Test Name	Test Value	Prob Level	10% Critical Value	5% Critical Value	Decision (5%)
Shapiro-Wilk W	0,9533293	0,3193738			Can't reject normality
Anderson-Darling	0,3852709	0,3923062			Can't reject normality
Martinez-Iglewicz	0,9959389		1,182263	1,28884	Can't reject normality
Kolmogorov-Smirnov	0,1241916		0,162	0,177	Can't reject normality
D'Agostino Skewness	1,239075	0,2153177	1,645	1,960	Can't reject normality
D'Agostino Kurtosis	-0,3893	0,697060	1,645	1,960	Can't reject normality
D'Agostino Omnibus	1,6869	0,430233	4,605	5,991	Can't reject normality

Tab.7 (NCSS 2001)



Graf 9 (NCSS 2001)



Graf 10 (NCSS 2001)

Percentile Section of Z_score_8_B_geometrie

Percentile	Value	100% LCL	100% UCL	Exact Conf. Level
1	-1,491493			
95	2,084436			
90	1,564587			
85	1,281033			
80	1,091998			
75	0,5091367			
70	0,4618778	-0,6093258	2,226213	99,95821
65	0,4146188	-0,6723378	1,659105	99,9173
60	0,2098299	-0,7983617	1,659105	99,93798
55	3,654695E-02	-0,8613737	1,470069	99,91959
50	-0,136736	-1,113422	1,091998	99,90895
45	-0,215501	-1,113422	0,5248897	99,91959
40	-0,5463138	-1,176434	0,4618778	99,93798
35	-0,6250787	-1,176434	0,4618778	99,9173
30	-0,7353497	-1,491493	0,3988658	99,95821
25	-0,8456207			
20	-0,9243856			
15	-1,113422			
10	-1,144928			
5	-1,412728			
99	2,226213			

Percentile Formula: Ave X(p[n+1])

Tab.8 (NCSS 2001)

4.4 Diskuse a závěr

Má pedagogická realita představuje edukaci a hodnocení 230 žáků ZŠ v předmětech fyzika, chemie a informatika. Nutně usiluji o efektivitu výuky, která je založena na rychlé orientaci ve schopnostech rozmanitého souboru vyvíjejících se osobností žáků. Exploratorní (explorační, průzkumová) analýza dat EDA disponuje řadou nástrojů pro zhodnocení terénních dat. Grafické nástroje pro vizualizaci dat, které považuji za významnější, neboť jsou přehledné a snadno srozumitelné i pro neprofesionální statistiky, začínající výzkumníky, začínající i zkušené učitele, kteří potřebují sadu nástrojů pro evaluaci didaktických testů mapujících edukační cíle mezipředmětových vazeb. Tedy nových úloh, nových cílů, které přináší rychle se měnící doba.

Statistické testy prováděné bez grafického znázornění mohou být slepé a zavádět na scestí, protože se zkrátka spoléháme na verdikt o statistické hypotéze, aniž bychom měli představu o vzájemných souvislostech mezi daty a ponětí o kvalitě výzkumu.

Pomocí EDA jsme odhalili bimodalitu v datech, kterou statistickými testy nelze postihnout. Její význam je v evaluaci didaktických testů zásadní, protože svědčí o nekonzistenci vzdělávacích plánů v oblasti geometrie. Odhalená bimodalita souboru vede ke změně strategie ve vzdělávání, neboť štěpí žáky 9. tříd na dva soubory. Bimodalita naznačuje, že distribuce hodnot ve vzorku není jednotná, ale obsahuje dvě odlišné skupiny nebo vrcholy, které mohou znamenat rozdílné úrovně výkonu, chování nebo jiné charakteristiky. Opatření mohou být následující: Pokud jsou žáci 9. tříd rozděleni na dva soubory na základě odhalené bimodality, může to vést k implementaci diferencovaných vzdělávacích strategií. Jedna skupina by mohla být zaměřena na žáky s vyšší úrovní dovedností nebo výkonu, zatímco druhá skupina by mohla být zaměřena na žáky s nižší úrovní. Bimodalita může vyžadovat přehodnocení vzdělávacích metod a přístupů ve třídě. Učitelé by mohli vyvinout specifické strategie pro každou skupinu žáků, aby lépe odpovídaly jejich potřebám a schopnostem. Identifikace dvou skupin žáků může vést k zavedení individualizovaného přístupu ve výuce. Učitelé by mohli poskytovat různé úrovně podpory, přizpůsobit obsah a tempo výuky podle potřeb jednotlivých skupin. Bimodalita by mohla také signalizovat potřebu dalšího vyhodnocení a intervencí, zejména pokud jedna ze skupin žáků vykazuje problémy ve výkonu nebo chování. Tato intervence by mohla zahrnovat individuální podporu, speciální vzdělávací programy nebo spolupráci se specialisty.

Celkově lze říci, že je-li v datech odhalená bimodalita, je třeba upravit vzdělávací strategie ve směru k individuálním potřebám žáků, aby lépe odpovídaly rozmanitosti ve třídě. Nástroje statistické diagnostiky EDA lze implementovat přímo do informačního systému školy tak, aby byly učitelům k dispozici na jedno kliknutí. I začínající nebo nově nastupující učitel, který nezná třídní kolektiv, se může díky Z-skóre rychle zorientovat a získat od počátku navazování kontaktu se třídou příležitost kompetentně vést edukaci bez přehmatů a tápání v přístupu k dětem. Lze očekávat, že takový přístup spíše povede ke zlepšení vzdělávacího procesu a úspěšnosti žáků. Zavedená opatření lze opět vyhodnotit vhodně strukturovaným didaktickým testem, jehož vlastnosti opět testujeme metodami EDA.

II. Didaktika kvantového modelu atomu

I. Úvod

„Zapomeňte všechno, co jste se dosud o atomu dozvěděli“, uslyší studenti po příchodu na střední školu. „Atom vypadá jinak“.

S konceptem Bohrova modelu atomu se žáci setkávají již v 6. třídě základní školy. A přitom jde o koncepci přežitou, ba nepravdivou, a přitom vyžadovanou RVP (r. 2024). Proč tedy mladí lidé musí čekat až na výuku na střední škole, aby se dozvěděli, jako to s tím atomem doopravdy je? A proč české školství připustí takový pedagogický faul, jakým je přeučování již osvojeného učiva?

A dále, v čem spočívá ta pedagogická obtíž přiblížit již žákům staršího školního věku (11-15 let) pravdu o stavbě atomu? Zmíněná věková kategorie představuje věk, kdy „dochází ke komplexní proměně osobnosti ve všech oblastech: somatické, psychické i sociální“ (Vágnerová, 2005, s. 321). Tehdy se nejmohutněji rozvíjí **abstraktní myšlení**.

1. Abstraktní myšlení a potřeba jeho rozvoje

Rozvíjení abstraktního myšlení u žáků je důležité z několika důvodů, které přispívají k jejich celkovému intelektuálnímu a osobnostnímu rozvoji:

- 1. Řešení problémů:** Abstraktní myšlení umožňuje žákům vidět za konkrétními situacemi a identifikovat vzorce a principy, které mohou aplikovat na různé problémy. Tím se zvyšuje jejich schopnost nalézat inovativní a efektivní řešení problémů.
- 2. Kritické myšlení:** Rozvoj abstraktního myšlení podporuje schopnost kriticky hodnotit informace, analyzovat argumenty a dělat informovaná rozhodnutí. To je klíčové pro pochopení složitých konceptů a pro zdravé rozhodování v každodenním životě.
- 3. Kreativita:** Abstraktní myšlení podporuje kreativitu, protože umožňuje žákům představit si věci, které nejsou přímo viditelné nebo hmatatelné. To vede k novým nápadům a inovacím.
- 4. Matematické a vědecké schopnosti:** Mnohé matematické a vědecké koncepty vyžadují schopnost pracovat s abstraktními pojmy, jako jsou symboly, vzorce a teorie. Rozvíjení abstraktního myšlení proto pomáhá žákům lépe porozumět a zvládat tyto oblasti.

5. Jazykové a logické schopnosti: Abstraktní myšlení je také klíčové pro rozvoj jazykových a logických schopností, protože umožňuje pochopit metafory, idiomy a komplexní struktury v jazyce, stejně jako logické vztahy mezi různými myšlenkami a pojmy.

6. Osobnostní růst a empatie: Abstraktní myšlení pomáhá také v oblasti sociálního a emočního vývoje. Umožňuje žákům pochopit a vcítit se do perspektiv a emocí jiných lidí, což podporuje empatii a sociální dovednosti.

7. Příprava na budoucnost: V rychle se měnícím světě, kde nové technologie a informace neustále mění způsob, jakým pracujeme a komunikujeme, je schopnost abstraktního myšlení nezbytná pro úspěch v mnoha profesních oblastech a pro adaptaci na nové výzvy.

Rozvíjení abstraktního myšlení je klíčové pro komplexní a adaptabilní vzdělávání, které připravuje žáky nejen na akademický úspěch, ale také na úspěšný a naplněný život.

1.1 didaktické zásady

S dodržováním didaktických zásad učitelům pomáhá délka jejich reflektivní praxe.

Realizovaná výuka, kterou následuje sebereflexe, umožňuje učitelům vnímat, které postupy lze považovat v dané učební situaci na efektivní a které méně či vůbec. Analýza didaktických zásad a jejich obrazu v edukační realitě je důležitou součástí pregraduální přípravy. Pro začínající učitele jsou znalosti teorie didaktických principů nezbytným odrazovým můstkem pro rozvoj jejich profesních kompetencí.

Didaktické zásady se objevují již v textech J. A. Komenského:

- Učitel nechť neučí, kolik sám může učit, nýbrž kolik může žák pochopiti.
- Vždy postupně, nikdy krokem.
- Všemu, čemu se musíme učit, nechť se učíme vlastní prací.
- Vše vlastními smysly, vždy a rozmanitě.
- Všemu se vyučuje a učí příklady, ukázkami a cvičeními.
- Nechť se vyučuje a učí: Nečetným před četným. Krátkým před obšírným.

Jednoduchým před složenými. Obecným před zvláštními. Blízkým před odlehlejšími. (Komenský, 1947)

2. Volba edukační platformy

Zde předesílám, že s waldorfskou pedagogikou nemám zkušenost, nicméně edukaci organizovanou v **epochách** považuji za vhodnější přístup než typické dělení školního dne na herbartovské hodiny po 45 min. Vhodnější zejména pro šanci plného ponoření do zpracovávaného tématu. Zde příměr: Jste potápěči. Jaké hlubiny oceánu jste schopni prozkoumat za 45 min a jaké hlubiny, trvá-li ponor 3 hod? Dále, s jakým elánem se budete nořit do hlubin fyziky, máte-li ji klasickou pátou vyučovací hodinu nebo ve formě tříhodinového bloku od 8:30? A přitom víte, že během těch tří hodin hlubinného ponoru do fyziky nebudete rušeni diktátem z češtiny nebo písemkou ze slovíček z Aj?

Z nepřeberného množství didaktických přístupů na omezeném formátu této závěrečné práce záměrně volím pojetí, které chci ve své praxi rozvíjet.

2.1 Waldorfská škola ([8])

Rudolf Steiner založil r. 1919 první waldorfskou školu pro děti dělníků z továrny na cigarety Waldorf Astoria ve Stuttgartu v Německu. V pojetí waldorfské pedagogiky se děti učí hledat netradiční řešení, vytvářet si vlastní úsudek, učit se z důsledků vlastního jednání.

Vztah mezi učitelem a žákem bývá tedy velmi silný, spočívá na blízkém poznání, díky čemuž může učitel lépe rozvíjet individuální schopnosti žáků a stát se pro ně snadněji přirozenou autoritou. (Pol, 1995, s. 39).

Samotná výuka v rámci Waldorfských škol probíhá v tzv. epochách, což jsou časové bloky zaměřené na jeden hlavní předmět. Tyto bloky trvají dvě a více hodin a jsou zařazeny do denního rozvrhu. Každému předmětu je věnováno několik týdnů, obvykle tři až šest. Užití epoch se řídí pravidlem, že stejná epocha se během školního roku dvakrát zopakuje. Mezi předměty zahrnuté do epochového vyučování patří mateřský jazyk, matematika a deskriptivní geometrie, zeměpis, dějepis, přírodopis, fyzika, chemie a umění. ([9])

Výuka fyziky a chemie: Důraz na experimenty

Vyučování fyziky a chemie v pojetí waldorfské pedagogiky se v první řadě zaměřuje na experimenty, ať už je provádí učitel jako ukázkou, nebo studenti sami, ve dvojicích či ve skupinách. Cílem je poskytnout studentům autentické zážitky formou experimentů, které ve tvoří výchozí bod pro pochopení fyzikálních a chemických jevů. Podstatou přístupu je setkávat se s jevy s bdělou pozorností, přesně je pozorovat, uspořádat a analyzovat.

Při zapojení do experimentů a přechodu od pozorování k popisu fyzikálních jevů a chemických procesů, studenti rozvíjejí schopnost přeměnit jednoduché pozorování na konkrétní a nakonec systematické (zobecněné) pozorování. Wagenschein (1962) popsal fáze tohoto procesu: při pouhém pohledu necháme věci, aby mluvily samy za sebe, příroda vypráví svůj příběh bez přerušování. Při konkrétním pozorování přichází na řadu pochopení, které rozlišuje podstatné od nepodstatného. Když jsou splněny tyto podmínky, určité související jevy se vždy objevují jako vzory, jako schémata přenositelná z objektu na objekt, ze systému na systém. Vnímání takového vzoru podmínek dále rozvíjí konkrétní pozorování do pozorování systematického.

Na mnoha waldorfských školách se stalo zvykem přistupovat k jevům tímto způsobem, často bez počátečního zapisování. Studenti jsou vyzváni, aby byli plně přítomni ve své smyslové vnímavosti. Následně si dělají poznámky a hodnotí experiment z hlediska jeho stavby, provedení a pozorování. Tím získávají pevný základ pro formulování jasného popisu.

Až do tohoto bodu je kladen důraz na pochopení „jak“ jevů s jejich zvláštními detaily, méně na zkoumání „proč“ nebo na jejich vztahy s jinými jevy. Takové otázky se objevují při interpretaci experimentu, která obvykle probíhá na začátku následující hodiny.

Interpretace experimentů zahrnuje zvážení různých perspektiv, tvorbu hypotéz a jasné identifikování faktorů, které mohou nebo musí hrát roli. Po získání určitých poznatků z experimentů stojí účastníci před základní volbou: buď mohou sledovat hypotézy, které vzešly přímo z pozorování, nebo mohou zavést neviditelné proměnné nebo dimenze fungující jako příčiny za jevy.

V rámci druhé perspektivy je povrch jasnější, protože na něj dopadá více světelných paprsků; člověk se vidí v zrcadle, protože světelné paprsky se odrážejí od povrchu zrcadla. Při analýze z první perspektivy je povrch jasnější, čím více je nakloněn k jasnosti. Stupeň naklonění lze popsat zákonem, podle kterého jsou významnými faktory vzdálenost a úhel naklonění povrchu

vzhledem k jiným jasným povrchům. V případě zrcadla tento přístup přináší poznání, že věci v zrcadle se objevují v prostorové hloubce, přesně naproti jejich protějškům před zrcadlem (a ve stejné vzdálenosti od povrchu zrcadla).

Když waldorfské hodiny fyziky nebo chemie přistupují k jevům na základě hypotéz vycházejících z pozorování, sledují primární pedagogický cíl odvodit z řady konkrétních jevů faktory, které je podmiňují. Tento přístup může být nazván fenomenologickým. Bere jevy přesně tak, jak jsou. Nepovažuje je za zvláštní případ nějaké dimenze stojící za nimi, která není v zásadě vnímatelná, ale přesto přispívá k jejich projevu. Světelné paprsky, světelné vlny a fotony jsou modely tohoto druhu.

Fenomenologická metoda je často chybně chápána jako ta, která poskytuje jemné popisy jevů, ale nesnaží se je pochopit. To je často založeno na předpokladu, že jediný způsob vědeckého pochopení jevů je aplikovat kvantitativní model, který je dokáže vysvětlit. Fenomenologický přístup je odlišný. Jeho záměrem je, aby jednotlivý jev získal svůj význam skrze náhled získaný z jeho pozorování v kontextu celé řady jevů, všechny vnímané ve svých vlastních podmínkách (Sommer 2005: str. 13). To může být prezentováno ve formě grafů, symbolů nebo matematiky, včetně matematické statistiky. Neodmítá teorii, i když se snaží generovat teoretické pozice prostřednictvím dialogu s pozorovanými jevy.

Existují také silné pedagogické důvody pro použití fenomenologického přístupu. Jde o to, dát studentům ocenění skutečnosti, že je možné koherentní popis přírody, aniž by nutně existoval konflikt mezi přímými vjemy a teoretickými modely. Toto bylo podrobně popsáno v článku Østergaarda, Dahlina a Huga (2008) a dále rozvinuto von Theilmannem a kol. (2013).

Představovat konstrukty, jako jsou světelné paprsky, ve třídě jako „skutečnou“ objektivní realitu a jakýkoli přímý smyslový zážitek jako pouhou subjektivní stranu procesu je redukcionistický přístup (Fuchs 2008: str. 18f.), který pravděpodobně vede k odcizení od přírody. V mnoha studiích provedených v posledních letech bylo ukázáno, že konstrukty hrají důležitou roli také ve fenomenologickém přístupu. Zde mají podobu matematických, **geometrických** nebo grafických prvků, které mají uspořádací funkci: podle toho není hranice stínu tvořena posledním světelným paprskem, který prošel, spíše je optická cesta jako instance geometrického uspořádání odvozena z průběhu možných hranic stínu. – Ve fyzice jsou například zmíněny studie Erba (1994), Grebe-Ellise (2005), Schöna (1994) a Sommera (2005),

a v chemii Bucka (2006), Bucka a Kranicha (1995), Bucka a Mackensena (2006), Schada, Schefflera a Wunderlina (2011, 2012, 2013).

Ve výuce fyziky a chemie se tedy běžně používá analýza ve formě **dialogu mezi zážitkem z experimentu a myšlením**, které vyvolává. Fenomenologický přístup zahrnuje vytváření predispozice ke kritickému myšlení u studentů prostřednictvím dialogu. Waldorfská pedagogika proto následuje Varelu (2008: str. 120) ve vnímání fenomenologie jako metody, která spočívá v „zkoumání vlastních zkušeností a vjemů bez předpokladů nebo unáhlených soudů, zatímco zahrnuje vlastní přítomnost jako vědce v procesu reflexe, aby se zabránilo nevtělené, čistě abstraktní analýze.“

Fenomenologický postoj waldorfské pedagogiky je nejzřetelnější, pokud jde o **zacházení s atomovými a molekulárními interakcemi** ve fyzice a chemii. Atomy nefigurují v úvodních hodinách jako ultimátní vysvětlovací struktury. Spíše jsou studentům představovány jako způsob, jak nahlížet na věci, což umožňuje logicky vytvářet vysvětlovací modely, ale neříká nic zásadního o povaze reality. Cílem je vyhnout se tomu, aby studenti měli pocit, že pochopením koherentního vysvětlovacího modelu pochopili něco s konečnou neměnnou platností.

2.1.1 Epocha: Objev elektronu a Thomsonův experiment

Cíl epochy

Žáci se seznámí s Thomsonovým experimentem, pochopí jeho význam a důsledky pro pochopení atomové struktury. Epocha bude zahrnovat příběhy, umělecké činnosti, praktické experimenty a diskuse.

Týden 1: Úvod do historie a významu Thomsonova experimentu

Den 1: Úvodní příběh a diskuse

Přenesme se do minulého století, přibližně do let 1930-1960. V tomto období si smrt vzala již mnoho průkopníků moderní chemie. Marie Curie-Sklodovská se stala obětí radia - prvku, který sama objevila. Frederick G. Banting se vrátil z první světové války s myšlenkou, že se pokusí porazit nemoc cukrovku (diabetes), a podařilo se mu to. Poté ztratil život při leteckém neštěstí, když sloužil Velké Británii během druhé světové války. Smrt si také vzala velkého Josepha J. Thomsona, objevitele elektronu, a jeho brilantního studenta Ernesta Rutherforda, objevitele protonu. Albert Einstein a Enrico Fermi, dva z hlavních architektů nové jaderné éry, také již nejsou mezi námi. Jejich práce je u konce.

Zazněla tu velká jména a názvy přelomových objevů. My se dnes budeme zabývat jen jedním z nich, a sice elektronem.

1. Příběh: Učitel začne příběhem o J.J. Thomsonovi, který se vydal na vědeckou cestu, aby objevil něco, co změnilo náš pohled na svět. Příběh zahrnuje jeho život, práci a jak přišel na myšlenku experimentu s katodovými trubicemi.

2. Diskuse: Žáci diskutují o tom, co vědí o elektronech a atomové struktuře. Učitel vysvětlí základní koncepty a připraví žáky na experiment.

Den 2: Vizuální a umělecké vyjádření

1. Výtvarná činnost: Žáci kreslí nebo malují scénu z Thomsonova laboratoře, včetně katodové trubice a Thomsonova objevu elektronu.

2. Modelování: Žáci vytvářejí modely katodových trubic z dostupných materiálů (např. karton, plastelína).

Den 3: Praktický experiment

1. Praktický experiment: Učitel demonstruje provedení Thomsonova experimentu (vyžaduje nákup autentické techniky, která je však dnes již běžně dostupná) Žáci sledují, jak činnosti vykonávané učitelem vedou k zábleskům na povrchu baňky.

2. Pozorování a záznam: Žáci si zaznamenávají své pozorování do svých epochových sešitů, kreslí diagramy a popisují proces.

Den 4: Diskuse o výsledcích a jejich významu

1. Teoretická část: Učitel vysvětlí, co Thomson objevil – elektrony a jejich vlastnosti. Diskutuje o významu objevu pro pochopení atomové struktury.

2. Diskuse: Žáci diskutují o tom, jak tento objev změnil náš pohled na atomy a co to znamená pro vědu.

Den 5: Reflexe a shrnutí týdne

1. Reflexe: Žáci diskutují o tom, co se tento týden naučili, a sdílejí své zážitky a poznatky.

2. Shrnutí: Učitel shrne hlavní body týdne a připraví žáky na další týden.

Týden 2: Hlubší pochopení Thomsonova experimentu a jeho důsledků

Den 1: Detailní analýza Thomsonova experimentu

1. Detailní kresby: Žáci vytvářejí podrobné kresby a popisy Thomsonova experimentu, včetně katodové trubice a pohybu elektronů.

2. Diskuse: Žáci diskutují o tom, jak Thomson provedl svůj experiment a jaké nástroje použil.

Den 2: Aplikace objevu elektronu

1. Praktická ukázka: Učitel ukáže, jak objev elektronu ovlivnil další vědecké objevy a technologie, například televizní obrazovky nebo počítačové monitory.
2. Diskuse: Žáci diskutují o různých technologiích, které by nebyly možné bez objevu elektronu.

Den 3: Experimenty s elektrony

1. Praktický experiment: Žáci provádějí jednoduché experimenty s elektrostatikou, například pomocí nafukovacích balónků a papírových útržků, aby viděli, jak se elektrony přenášejí.
2. Pozorování a záznam: Žáci si zaznamenávají své pozorování a kreslí diagramy pohybu elektronů.

Den 4: Umělecké vyjádření a modelování

1. Výtvarná činnost: Žáci malují nebo kreslí scény zobrazující pohyb elektronů a jejich interakce s jinými částicemi.
2. Modelování: Žáci vytvářejí modely atomů, které zahrnují elektrony a jejich pohyb kolem jádra.

Den 5: Reflexe a shrnutí týdne

1. Reflexe: Žáci diskutují o tom, co se tento týden naučili, a sdílejí své zkušenosti.
2. Shrnutí: Učitel shrne hlavní body týdne a připraví žáky na poslední týden epochy.

Týden 3: Prohloubení znalostí a projektové práce

Den 1: Projektový úvod

1. Projektový úvod: Učitel představí projektové úkoly, které žáci budou plnit. Projekty se budou týkat Thomsonova experimentu, objevu elektronu a jeho aplikací.
2. Rozdělení do skupin: Žáci se rozdělí do skupin a vyberou si své projekty.

Den 2-4: Práce na projektech

1. Skupinová práce: Žáci pracují na svých projektech, které mohou zahrnovat modely, prezentace nebo výzkumy.
2. Konzultace: Učitel poskytuje podporu a konzultace jednotlivým skupinám.

Den 5: Prezentace a závěrečná reflexe

1. Prezentace: Každá skupina představí svůj projekt ostatním. Žáci diskutují o svých zjištěních a zážitcích.
2. Závěrečná reflexe: Žáci napíší krátkou reflexi o tom, co se během epochy naučili a jaké nové dovednosti získali.

Shrnutí

Tato epocha využívá kombinaci příběhů, uměleckých činností, praktických experimentů a projektových prací k tomu, aby žáci pochopili Thomsonův experiment a jeho význam. Tento přístup podporuje kreativitu, spolupráci a hluboké pochopení vědeckých konceptů, což je v souladu s principy waldorfské pedagogiky.

[2.1.2 Pohřešuje se elektron! aneb tajemná kulička v krabici](#)

Aktivita do hodin fyziky nebo chemie, případně jako součást podobně tematicky zaměřené epochy. Žáci se seznamují s prožitkem experimentátora, který dopředu netuší, jaký objev učiní.

Cíl hry:

Žáci se naučí používat různé fyzikální metody a experimentální dovednosti k určení materiálu kuličky, aniž by se podívali dovnitř krabičky.

Úvodní motivace k aktivitě, začíná příběhem či dialogem, například:

Jako když se vám ztratí dítě v obchodě. Otočíte se, a je pryč. Jaké bude vaše opatření?

Předně začnete hlídkovat u pokladen, abyste měli jistotu, že nezdrhlo ven. Tedy víte, že je

někde uvnitř, ale nevíte přesně kde. Podobná situace může nastat na plovárně, když u okýnka objednáváte ledovou tříšť, kterou si váš zmíněný potomek před vteřinou objednal.

Děti, kdo z vás se někdy podobným způsobem ztratil? Třeba v supermarketu nebo na té plovárně, nebo v muzeu, nebo třeba na pouti?

A kdo si rád hraje na schovávanou?

Výzva žákům: nakreslete komiks ke hře na schovávanou nebo hledání ztraceného pejska. Popište, jaké postupy byste použili, abyste to ztracené dítě, schovávajícího se spolužáka, pejska našli.

Potřeby:

Krabičky s kuličkami uvnitř (každá krabička má kuličku z jiného materiálu, např. ocel, plast, dřevo, sklo, guma)

Následující pomůcky jsou jen na vyžádání, pokud je děti budou chtít použít:

Váhy, magnety, pravítka nebo měřicí pásy, závěsná zařízení nebo jednoduché kladky, zápisníky a tužky.

Scénář:

Úvodní část (10 minut):

Učitel: "Dnes se stanete detektivy a budete mít za úkol zjistit, z jakého materiálu je kulička uvnitř krabičky, aniž byste se podívali dovnitř. Použijete k tomu různé fyzikální metody."

Diskuze: Krátce diskutujte o různých vlastnostech materiálů, které by mohly pomoci při identifikaci (hustota, magnetismus, hmotnost, pružnost, zvuk při nárazu atd.).

Hlavní část (40 minut):

Rozdělení do skupin: Žáci se rozdělí do malých skupin (3-4 osoby) a každá skupina dostane jednu krabičku s kuličkou a sadu nástrojů.

Krok 1 - Hmotnost:

Žáci použijí váhy k určení hmotnosti celé krabičky.

Mohou odhadnout hmotnost samotné kuličky odečtením hmotnosti prázdné krabičky (pokud tuto informaci mají).

Krok 2 - Magnetismus:

Použijí magnety k určení, zda je kulička magnetická.

Pokud magnet přitahuje krabičku, kulička může být z oceli nebo jiného magnetického materiálu.

Krok 3 - Závěsný test:

Pomocí závěsného zařízení nebo kladky zjistí, jak se krabička s kuličkou pohybuje a kolik síly je potřeba k jejímu zdvihnutí.

To může pomoci při odhadu hustoty materiálu.

Krok 4 - Akustické vlastnosti:

Jemně zatřesou krabičkou a poslouchají zvuk, který kulička vydává při nárazu do stěn krabičky.

Různé materiály vydávají různé zvuky (např. kovová kulička bude znít jinak než dřevěná nebo plastová).

Krok 5 - Elasticita a tvrdost:

Pomocí pravítka nebo měřicí pásky mohou zkusit zlehka zatlačit na krabičku a zjistit, jak moc se deformuje.

To může poskytnout informace o pružnosti kuličky uvnitř.

Závěrečná část (10 minut):

Prezentace a diskuze:

Každá skupina krátce prezentuje své závěry a vysvětlí, jaké metody použili a k jakým výsledkům došli.

Diskuze o tom, jaké další metody by mohly být použity a jaké byly nejméně úspěšné.

Závěr:

Učitel shrne klíčové body a zopakuje, jak fyzikální vlastnosti materiálů mohou být použity k jejich identifikaci.

Následuje krátká diskuze o tom, jak by tyto dovednosti mohly být užitečné v reálném světě.

Poznámky pro učitele:

Před hrou si připravte krabičky s různými materiály kuliček a označte je tak, abyste věděli, co je uvnitř.

Připravte si i kontrolní krabičku, kterou otevřete na konci hry, aby žáci mohli zkontrolovat své závěry.

Povzbuzujte žáky k použití všech dostupných metod a ke spolupráci ve skupinách.

Tímto způsobem se žáci naučí nejen fyzikální principy, ale i týmovou spolupráci a kritické myšlení.

2.1.3 Pohřešuje se elektron! aneb tajemná kulička v krabičce

Tak jsme tedy zjistili, že elektron se nachází uvnitř atomu. Ale kde?

Aktivita: Poznávání tvarů atomových orbitalů

Cíl aktivity:

Žáci se seznámí s tvary atomových orbitalů prostřednictvím uměleckých a praktických činností, které propojují vědecké poznatky s kreativními aktivitami podle principů Waldorfské pedagogiky.

Potřeby:

- Kreslicí potřeby (pastelky, fixy, barvy, papíry)
- Modelovací hmoty (plastelína, modelovací hmota)
- 3D modely (styrofoamové koule, drátky)
- Projekce (projektor nebo interaktivní tabule)
- Hudební nástroje nebo nahrávky klasické hudby

Scénář:

Úvodní část (15 minut):

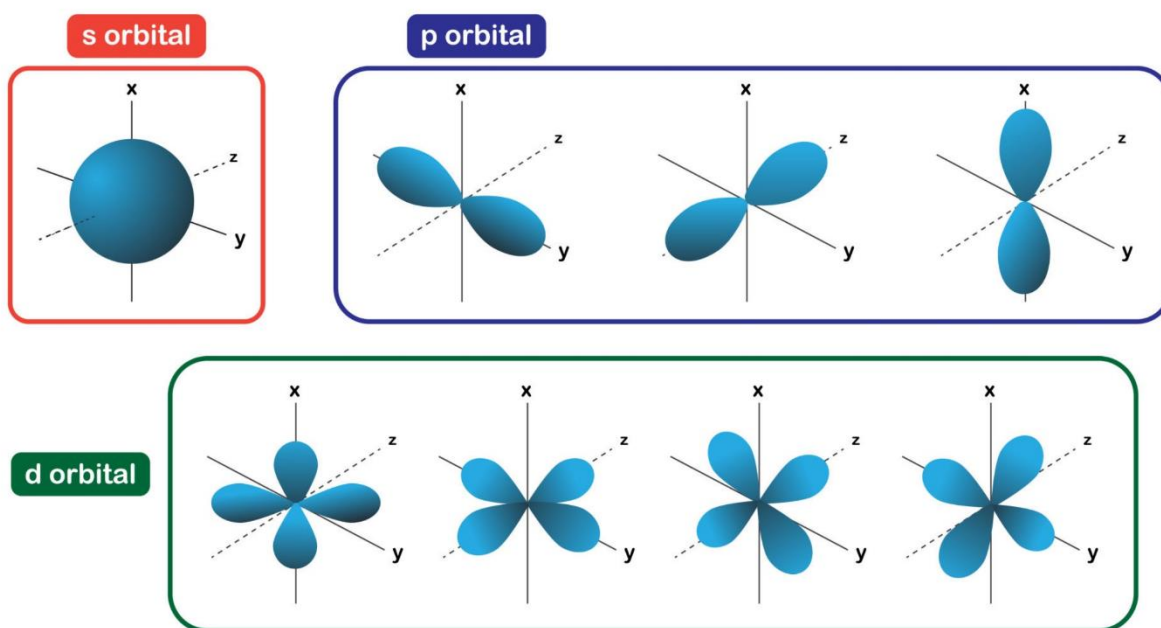
1. Učitel: "Dnes se vydáme na fascinující cestu do mikrosvěta atomů a jejich orbitalů. Věděli jste, že elektrony v atomu mají své specifické dráhy, které mají různé tvary? Tyto dráhy nazýváme orbitály."

2. Diskuze: Krátce vysvětlete, co jsou atomové orbitály a proč jsou důležité pro pochopení struktury atomu. Představte základní typy orbitalů (s, p, d, f) a jejich charakteristické tvary.

obr.

CHEMISTRY ● ● ●

The shapes of atomic orbital



Obr. 6 (převzato z <https://www.shutterstock.com/cs/search/d-orbital>)

Hlavní část (60 minut):

1. Historické pozadí:

Vyprávějte příběh o tom, jak vědci jako Schrödinger a Heisenberg přispěli k našemu pochopení elektronových orbitalů. Učitel uvede Pauliho vylučovací princip, která říká, že dva elektrony nemohou být ve stejném energetickém stavu. Můžete použít jednoduché metafory a příběhy,

aby se žákům lépe zapamatovalo (já jsem použil příměr ke skateboardové dráze, která má tvar některého orbitalu, po které se prohání nanejvýš právě dva elektrony).

2. Kreslení a malování (20 minut):

Žáci dostanou papíry a kreslicí potřeby. Učitel ukazuje na projektoru nebo tabuli základní tvary orbitalů: s-orbital (kulový tvar), p-orbital (dva spojené balóny), d-orbital (čtyři laloky).

Žáci kreslí a malují tyto tvary, přičemž mohou použít různé barvy k vyjádření různých typů orbitalů.

3. Modelování (20 minut):

Rozdejte modelovací hmoty a další materiály. Žáci mají za úkol vytvořit 3D modely jednotlivých orbitalů.

Každý žák nebo skupina žáků modeluje jeden typ orbitalu. Poté si navzájem ukazují své modely a vysvětlují jejich tvary a význam.

4. Hudební a pohybová aktivita (20 minut):

Zahrajte klidnou klasickou hudbu a požádejte žáky, aby se pohybovali po třídě jako elektrony v různých orbitalech. Mohou si představit, že jsou elektrony, které se pohybují podle tvaru daného orbitalu.

Například pro s-orbital se mohou pohybovat v kruzích, pro p-orbital ve tvaru osmičky atd.

Závěrečná část (15 minut):

1. Prezentace a reflexe:

Žáci krátce prezentují své kresby a modely. Diskutujte o tom, jaké rozdíly a podobnosti našli mezi jednotlivými typy orbitalů.

Reflexe: Jaký tvar orbitalu jim přišel nejzajímavější? Co se naučili o pohybu elektronů v atomu?

2. Závěr:

Učitel shrne klíčové body: Co jsou atomové orbitály, jaké mají tvary a proč jsou důležité. Jak souvisí velikost orbitalu s energií elektronu, který se nachází uvnitř. Zdůrazní význam kreativity a propojení vědy s uměním v pochopení složitých konceptů.

Následuje krátká diskuze o tom, jak by se tyto dovednosti a poznatky mohly aplikovat v dalších oblastech studia a života.

Tímto způsobem se žáci nejen seznámí s tvary atomových orbitalů, ale také prohloubí své pochopení pomocí uměleckých a praktických aktivit, které podporují jejich kreativitu a schopnost vidět věci v širších souvislostech.

2.1.3.1 Realizace koncepcí s pomocí AI (umělé inteligence)

Ne každý člověk je obdařen výtvarným nadáním, což může být překážkou při snaze o vizuální vyjádření složitých vědeckých konceptů. V dnešní době však máme k dispozici moderní technologie, které nám mohou tuto bariéru pomoci překonat. Jednou z těchto technologií jsou bezplatné služby pro tvorbu grafiky za využití umělé inteligence. Tyto nástroje umožňují každému, bez ohledu na jeho výtvarné schopnosti, vytvářet profesionálně vypadající grafické materiály.

Umělá inteligence nabízí nekonečné možnosti pro tvorbu vizuálních reprezentací, které mohou být nesmírně užitečné zejména v oblasti vzdělávání. Například při výuce kvantové chemie a fyziky může být vizuální znázornění atomových orbitalů klíčové pro pochopení jejich komplexních struktur a funkcí. AI nástroje nám umožňují tyto orbitály nejenom přesně znázornit, ale také je zobrazit v různých kontextech a variacích, což může studentům pomoci lépe porozumět jejich vlastnostem a chování.

Dovolte mi nyní představit některá grafická ztvárnění atomových orbitalů, která vytvořili mí žáci s pomocí těchto AI nástrojů. Tato zobrazení nejenže ukazují různé typy orbitalů, jako jsou

s, p, d a f, ale také demonstrují jejich symetrii, uzly a orientace v prostoru. Díky umělé inteligenci jsou tyto vizualizace nejen esteticky působivé, ale také vědecky přesné a didakticky hodnotné.

Tyto příklady slouží jako doklad toho, že i bez výtvarného talentu lze dosáhnout vysoké úrovně vizuální komunikace. Umělá inteligence tak otevírá nové možnosti v oblasti vzdělávání a popularizace vědy, kde přesné a přístupné vizuální materiály mohou zásadním způsobem usnadnit proces učení a porozumění složitým tématům.

Obr. 1-4 Grafická tvorba s využitím AI: orbital typy "p". (6. třída ZŠ), zdroj:

Microsoft ImageDesigner.



Obr. 5-6. Grafická tvorba s využitím AI: "pádící elektron". (6. třída ZŠ), zdroj: Microsoft Image Designer.



2.1.4 Korelace mezi zvládnutím geometrie a atomovými orbitaly

Zvládnutí mezipředmětových vztahů mezi geometrií a tvary atomových orbitalů je možné kvantitativně vyjádřit pomocí statistických metod, konkrétně prostřednictvím Pearsonova korelačního koeficientu. Tento koeficient nám umožňuje měřit sílu a směr lineárního vztahu mezi dvěma proměnnými, což může být velmi užitečné při analýze propojení geometrických konceptů s kvantovými strukturami.

Představme si například, že máme data o úrovni porozumění geometrickým principům a zároveň data o schopnosti studentů pochopit tvary atomových orbitalů. Pearsonův korelační koeficient nám může ukázat, jak silně tyto dvě oblasti souvisí. Pokud bychom zjistili vysoký pozitivní korelační koeficient, znamenalo by to, že studenti, kteří dobře rozumí geometrii, mají také tendenci lépe chápat tvary atomových orbitalů.

Tato statistická metoda nám tedy umožňuje nejen kvantitativně vyjádřit mezipředmětové vazby, ale také identifikovat oblasti, kde je třeba zaměřit pedagogické úsilí. Pokud by například korelace byla nízká nebo negativní, mohlo by to naznačovat, že je potřeba vyvinout

speciální didaktické přístupy nebo podpůrné materiály, které studentům pomohou lépe propojit znalosti z geometrie s kvantovou mechanikou.

Pearsonův korelační koeficient tak není jen abstraktním statistickým nástrojem, ale praktickým prostředkem, který může výrazně přispět k efektivitě výuky a hlubšímu porozumění mezipředmětových vztahů. V tomto světle můžeme lépe pochopit, jak různé oblasti vědění spolu souvisejí a jak je lze efektivně integrovat do vzdělávacího procesu.

Tab. 9. Udává bodové hodnocení všech 48 žáků z geometrie a ze závěrečného testu z učiva o atomových orbitalech. Výkon každého žáka je vyjádřen sloupcem se dvěma hodnotami.

8.tř. geometrie	72	82	55	65	52	45	73	48	52	49	74	44	63	82	45	54	47	62	75	69	38	51	76	67
8.B atomové orbitály	67	63	52	49	65	66	69	46	41	58	90	63	76	54	39	48	42	46	66	64	25	39	63	58
8.tř. geometrie	91	47	45	57	42	46	73	54	43	64	59	62	63	82	32	63	37	53	75	79	38	41	52	38
8.B atomové orbitály	81	36	38	34	56	34	48	52	38	61	40	38	45	67	21	61	58	35	59	65	25	27	45	22

Závěr: Pearsonův korelační koeficient 0,68 (MS Excel) vypovídá o silné pozitivní korelaci mezi zvládnutím geometrie a učivem o atomových orbitalech.

Literatura a informační zdroje

1. <https://digifolio.rvp.cz/view/view.php?id=10707>
2. CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu*. Praha: Grada, 2016. 2. aktualizované vydání. ISBN 978-80-247-5326-3.
3. MELOUN, Milan a Jiří MILITKÝ. *Statistická analýza experimentálních dat*. 2. přepracované a rozšířené vydání. Praha: Academia, 2004. ISBN 80-200-1254-0.
4. HINDLS, Richard et al. *Statistika pro ekonomy*. 7. vydání. Praha: Professional Publishing, 2006. ISBN 80-86946-16-9.
5. MELOUN, Milan a Jiří MILITKÝ. *Kompendium statistického zpracování dat*. 2. přepracované a rozšířené vydání. Praha: Academia, 2006. ISBN 80-200-1396-2.
6. https://www.trilobyte.cz/QC.Expert/1100_QCE_31_STANDARD-QCExpert-3.1-Standard.html
7. <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/testova-zadani-k-procvicovani/testova-zadani-v-pdf>
8. <https://www.highlandhall.org/apps/classes/673705/assignments/>
9. https://is.muni.cz/do/rect/el/estud/pedf/2022jaro/tmv/web/pages/08_05_waldorf.html
10. [Microsoft Designer - Stunning designs in a flash](#)