

UNIVERZITA PARDUBICE

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A INFORMATIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2025

Tom Smlsal

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Tepelný matematický model pekařské pece
Bakalářská práce

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2023/2024

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Tom Smlsal**
Osobní číslo: **I21068**
Studijní program: **B0714A150008 Automatizace**
Téma práce: **Tepelný matematický model pekařské pece**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Zásady pro vypracování

Cíl práce: Cílem práce je vytvořit a ověřit tepelný matematický model pekařské pece.
Obsah teoretické části: Student provede rešerši problematiky návrhu a řízení pekařských pecí a uvede základní principy při modelování tepelných systémů.
Obsah praktické části: Student navrhne tepelný matematický model pekařské pece s odporovým topením, několika zónami a pásovým dopravníkem. Pro odhad neznámých parametrů modelu a jeho následnou verifikaci navrhne a provede experimenty na reálné peci.

Rozsah pracovní zprávy: **50**
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

SCHINDLER, Jiří. Základy modelování a simulace dynamických systémů. Ostrava, 1980.
DRÁBEK, Oldřich a Jiří MACHÁČEK. Experimentální identifikace. Pardubice: Vysoká škola chemicko-
-technologická, 1987.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Daniel Honc, Ph.D.**
Katedra řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce: **15. prosince 2023**
Termín odevzdání bakalářské práce: **10. května 2024**

Ing. Zdeněk Němec, Ph.D. v.r.
děkan

L.S.

Ing. Daniel Honc, Ph.D. v.r.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 12. ledna 2024

Prohlašuji:

Práci s názvem Tepelný matematický model pekařské pece jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 10. 05. 2025

Tom Smlsal

PODĚKOVÁNÍ

Nejprve chci poděkovat Ing. Danielu Honcovi Ph.D. za vedení mé bakalářské práce a nemalou pomoc. Dále chci poděkovat firmě J4 zejména Ing. Janu Černíkovi za pomoc s experimenty a poskytnuté informace. Také chci poděkovat své rodině a přítelkyni za podporu a trpělivost.

ANOTACE

Bakalářská práce se zabývá vytvořením matematického modelu pásové pekařské pece na pečení chleba.

V teoretické části je rozebrána problematika pečení společně s problematikou návrhu a řízení pekařských pecí. Dále jsou v teoretické části uvedeny a popsány základní principy pro modelování tepelných systémů.

Praktická část práce se zabývá návrhem matematického aproximačního modelu pekařské pece, který je podložen experimenty a testy pro určení neznámých parametrů na reálné peci.

KLÍČOVÁ SLOVA

system, pec, pečný tunel, model, řízení, ovládání, parametr, pás, experimentální, aproximace, hypotéza, zóna, nucený odtah

TITLE

Thermal mathematical model of a bakery oven

ANNOTATION

This thesis deals with the development of a mathematical model of a belt oven for bread baking.

The theoretical part discusses the baking problems together with the design and control of the baking ovens. Furthermore, in the theoretical part the basic principles for modelling thermal systems are presented and described.

The practical part of the thesis deals with the design of a mathematical approximation model of a baking oven, which is supported by experiments and tests to determine the unknown parameters on a real oven.

KEYWORDS

System, Oven, Baking Tunnel, Model, Control, Control, Parameter, Belt, experimental, approximation, hypothesis, zone, forced exhaust

OBSAH

SEZNAM ILUSTRACÍ	11
SEZNAM TABULEK.....	12
SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK.....	13
SEZNAM SYMBOLŮ PROMĚNNÝCH VELIČIN A FUNKCÍ	14
TERMINOLOGIE	16
ÚVOD	17
I TEORETICKÁ ČÁST	18
1 Problematika návrhu pekařských pecí.....	18
1.1 Rozměry a kapacita pece	18
1.2 Typ a design pece	18
1.2.1 Druhy vytápění pece	22
1.3 Regulace teploty	24
1.4 Energetická účinnost.....	26
2 Problematika řízení pekařských pecí.....	27
2.1 Automatizace a monitorování.....	27
2.1.1 PLC	27
2.2 Řízení teploty a času pečení	28
2.2.1 Druhy řízení	28
2.2.2 Řízení teploty	28
2.2.3 Možnosti ovládní.....	29
3 Základní principy modelování tepelných systémů	31
3.1 Modelování tepelných systémů	32
3.1.1 Sdílení tepla	32
3.2 Experimentální identifikace.....	34
3.2.1 Přechodová charakteristika	35
II EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST	36
1 Popis zařízení	36
1.1 Výkony jednotlivých zón.....	37
1.1.1 Zóna A	37
1.1.2 Zóna B.....	37
1.1.3 Zóna C.....	38
1.1.4 Zóna D	38
1.2 Získávání dat.....	38
2 Matematický model.....	39
2.1 Experimentální měření na pekařské peci.....	40
2.1.1 Výsledky měření	41

2.2	Výpočet statických parametrů modelu	42
2.2.1	Zóna A	43
2.2.2	Zóna B.....	44
2.2.3	Zóna C.....	45
2.2.4	Zóna D	46
2.2.5	Řešení soustavy rovnic.....	47
2.3	Analýza ustálených stavů	48
2.3.1	Analýza pro první měření	48
2.3.2	Analýza pro druhé měření.....	48
2.3.3	Analýza pro třetí měření	49
2.3.4	Analýza pro čtvrté měření.....	49
2.4	Odhad dynamických parametrů modelu.....	50
2.4.1	Úprava rovnic.....	51
2.4.2	Vytváření programu	52
2.4.3	Hodnoty dynamických parametrů.....	57
3	Úprava modelu	58
3.1	Stanovení hypotézy.....	58
3.2	Verifikace hypotézy.....	58
3.2.1	Vytvoření programu pro verifikaci	58
3.2.2	Výsledek programu pro verifikaci	59
3.2.3	Model pece vytvořený v Simulinku.....	59
3.2.4	Výsledek simulace modelu v Simulinku.....	64
	ZÁVĚR	65
	PŘÍLOHY	68

SEZNAM ILUSTRACÍ

Obrázek 1	Agregát (J4 s. r. o., 2024).....	19
Obrázek 2	Drátěný pás s kolmou destičkou (J4 s. r. o., 2024)	19
Obrázek 3	Granitový pás (J4 s. r. o., 2024).....	20
Obrázek 4	Lamelový dopravní pás (J4 s. r. o., 2024).....	20
Obrázek 5	Planžetový pás (J4 s. r. o., 2024)	21
Obrázek 6	Drátěný pás (J4 s. r. o., 2024)	21
Obrázek 7	Cyklotermická pec + vysvětlivky (J4 s. r. o., 2024)	23
Obrázek 8	Pás s přímotopnými hořáky (J4 s. r. o., 2024)	24
Obrázek 9	Schéma pece zobrazované na ovládacím panelu (J4 s. r. o., 2024)	36
Obrázek 10	Výkres reálné pece (J4 s. r. o., 2024).....	37
Obrázek 11	Schéma prostupů tepla (vlastní tvorba).....	39
Obrázek 12	Experiment (Matlab R2024b)	41
Obrázek 13	Upravený Experiment (Matlab R2024b).....	50
Obrázek 14	Inicializování dat (Matlab R2024b)	53
Obrázek 15	Načtení naměřených dat (Matlab R2024b)	53
Obrázek 16	Fminsearch v kódu (Matlab R2024b)	54
Obrázek 17	Vykreslení výsledků (Matlab R2024b).....	55
Obrázek 18	Funkce výpočtu chyby (Matlab R2024b).....	56
Obrázek 19	Matice rovnic s řešením (Matlab R2024b)	56
Obrázek 20	Simulace diferenciálních rovnic s naměřenými daty (Matlab R2024b).....	57
Obrázek 21	Upravené proměnné (Matlab R2024b)	58
Obrázek 22	Simulace upraveného modelu (Matlab R2024b).....	59
Obrázek 23	Schéma rovnice pro zónu A (Matlab Simulink R2024b).....	60
Obrázek 24	Schéma rovnice pro zónu B (Matlab Simulink R2024b).....	61
Obrázek 25	Schéma rovnice pro zónu C (Matlab Simulink R2024b).....	61
Obrázek 26	Schéma rovnice pro zónu D (Matlab Simulink R2024b).....	61
Obrázek 27	Schéma subsystému modelu pece (Matlab Simulink R2024b).....	62
Obrázek 28	Experimentální model pece (Matlab Simulink R2024b)	63
Obrázek 29	Maska modelu pece (Matlab Simulink R2024b)	63
Obrázek 30	Simulace modelu pece Simulink (Matlab Simulink R2024b).....	64

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1	Hodnoty z měření pro zónu A.....	44
Tabulka 2	Hodnoty z měření pro zónu B.....	45
Tabulka 3	Hodnoty z měření pro zónu C.....	46
Tabulka 4	Hodnoty z měření pro zónu D.....	46
Tabulka 5	Vypočítané parametry pro přechod tepla.....	47
Tabulka 6	Vypočítané ustálené hodnoty teplot.....	50
Tabulka 7	Výsledné dynamické parametry z Matlabu	57
Tabulka 8	Odhadnuté dynamické parametry	59

SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

PID	Proporcionálně Integročně Derivační
PWM	(Pulse Width Modulation) pulzně šířková modulace
PLC	(Programmable Logic Controller) programovatelný logický automat
TIA-portál	Totally Integrated Automation portal

SEZNAM SYMBOLŮ PROMĚNNÝCH VELIČIN A FUNKCÍ

E_{IN} je energie, která do systému vstoupila, J

E_{OUT} je energie, která ze systému vystoupila, J

E_{AK} je energie, která se v systému akumulovala, J

Q je teplo, J

m je hmotnost, kg

c je měrná tepelná kapacita, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

ΔT je změna teploty, K

Φ je tepelný tok (výkon), W

α je přestupní koeficient, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

S je přestupní plocha, m^2

T_1 je teplota jednoho tělesa, K

T_2 je teplota druhého tělesa, K

Φ je tepelný tok (výkon), W

P_{IN} je výkon, který do systému vstoupil, W

P_{OUT} je výkon, který ze systému vystoupil, W

P_{AK} je výkon, který se v systému akumuloval, W

P_A je výkon elektrického topení v zóně A, W

P_B je výkon elektrického topení v zóně B, W

P_C je výkon elektrického topení v zóně C, W

P_D je výkon elektrického topení v zóně D, W

K_{AOK} je přestupní statická proměnná pro ztráty tepla ze zóny A do okolí, $W \cdot K^{-1}$

K_{AB} je přestupní statická proměnná pro ztráty tepla ze zóny A do zóny B, $W \cdot K^{-1}$

K_{BC} je přestupní statická proměnná pro ztráty tepla ze zóny B do zóny C, $W \cdot K^{-1}$

K_{CD} je přestupní statická proměnná pro ztráty tepla ze zóny C do zóny D, $W \cdot K^{-1}$

K_{DOK} je přestupní statická proměnná pro ztráty tepla ze zóny D do okolí, $W \cdot K^{-1}$

T_A je teplota vzduchu v zóně A, °C

T_B je teplota vzduchu v zóně B, °C

T_C je teplota vzduchu v zóně C, °C

T_D je teplota vzduchu v zóně D, °C

T_{OK} je teplota okolí, °C

M_A je dynamická proměnná akumulovaného výkonu v zóně A

M_B je dynamická proměnná akumulovaného výkonu v zóně B

M_C je dynamická proměnná akumulovaného výkonu v zóně C

M_D je dynamická proměnná akumulovaného výkonu v zóně D

TERMINOLOGIE

Pečný tunel = vyhřívaná část pece, kterou prochází průchozí pás s produkty.

Pečný prostor = přímo vytápěný prostor v peci, kterým produkty procházejí.

Odtah = část pece s ventilátorem určená k výměně vzduchu v pečném tunelu, například kvůli chladnutí pece.

Zóna pece = část pece, ve které je cíleno dosáhnout jednotné teploty. V peci je zpravidla více než jedna.

ÚVOD

Pekařství je starobylé řemeslo, jehož kořeny sahají až do hluboké historie lidské civilizace. Stalo se pro člověka nepostradatelnou součástí každodenního života. Od počátku, kdy se první kusy chleba pekly v kamenných pecích nad ohněm, až po současné moderní pekárny vybavené nejnovější technologií, zůstává pečení pečiva jedním z klíčových prvků naší stravy i kultury.

S nástupem průmyslové revoluce a technologických inovací se metody pečení pečiva zásadně proměnily. Nové elektrické, plynové, nebo třeba parní pekárny a jejich další technologické pokroky, umožnily pekařům dosahovat konzistentní kvality, efektivity a vyšší rychlosti ve výrobě pečiva. S tímto rychlým rozvojem však přichází i nové výzvy, jako je například optimalizace procesů výroby, minimalizace energetických nákladů a dosažení konzistentního výsledku ve všech provozních podmínkách.

V této souvislosti nabízí matematický model pekařské pece cenný nástroj pro analýzu a optimalizaci procesů pečení a energetické úspory. Jeho využití může přinést hlubší porozumění chování pece a stavů, kterými v průběhu pečení prochází, a díky tomu umožnit efektivní manipulaci s různými proměnnými parametry, jako je například teplota, vlhkost a doba pečení. Cílem je však dosáhnout maximální kvality a minimalizace ztrát.

Cílem této práce je tedy vyvinout a analyzovat matematický model pekařské pece, který bude schopen simulovat a predikovat chování pece v závislosti na různých vstupních parametrech. Díky spolupráci s firmou J4 bude tato práce obsahovat experimentální identifikaci neznámých parametrů užitých v modelu. Dále bude model experimentálně ověřen na reálné peci.

V následujících kapitolách budou detailně rozebrány teoretické základy matematických modelů a jejich základní principy společně s celkovou problematikou návrhů pekařských pecí a jejich parametrů, které budou potřebné k vlastnímu experimentálnímu testování. Dále budou v práci prezentovány výsledky těchto experimentů a diskutovány jejich implementace pro praxi v pekařství a možnosti dalšího výzkumu v této oblasti.

I TEORETICKÁ ČÁST

1 Problematika návrhu pekařských pecí

Při navrhování pekařských pecí je nutno počítat s několika základními parametry. Těmito parametry jsou například: rozměry a kapacita pece, typ a design pece, regulace teploty a energetická účinnost. V následující části práce jsou tyto parametry rozebrány.

1.1 Rozměry a kapacita pece

Rozměry a kapacita pece je velice individuální a záleží převážně na poptávce zákazníka. Každá pekárna má jiné nároky na objem a rozměry pečiva, které bude pecí procházet.

Je nutno ale počítat s tím, že čím větší pec, tím bude energeticky náročnější dosáhnout požadované teploty v rámci objemu pece. Je nutné uvažovat i udržení teploty v rámci celého pečení, protože objem pečiva, který bude do pece vcházet, ji bude ochlazovat.

Toto ochlazování vlivem pečiva zpříčiňuje převážně objem vody obsažený v samotném těstu. Tyto ztráty vlivem pečiva nelze jakýmkoli způsobem potlačit. Potlačením vlhkosti těsta by mohlo dojít k ztrátě kvality koncového produktu.

Ztráta pečením závisí na váze a charakteru produktu. Tato ztráta se projevuje na váze pečiva. Například u chleba tato ztráta činí zhruba 10 až 15 %, ale u pečiva obecně bývá ztráta zhruba 15 až 25 %. Ztráta hmotnosti produktu pečením ale závisí na mnoha faktorech jako je třeba technologie pečením, receptura samotná (například celozrnné a žitné mouky poutají více vody než mouky pšeničné), a další.

1.2 Typ a design pece

Původní design pecí byl určen primárně pro pečení malého objemu pečiva. Jedním z příkladů takové pece je například pečení pečiva na rozžhavených kamenech ohněm. Ale díky vyšším nárokům na pece, řadě úprav a celkovému technologickému pokroku byly sestrojeny pece, které dokážou péct velké objemy pečiva za relativně krátký čas.

1.2.1 Druhy pásů

V dnešní době jsou velice rozšířené pece s průběžným pásem. Tyto pece obsahují již zmíněný pás, který prochází celou délkou pece. Pás může mít různou konstrukci a tím i odlišné vlastnosti pro specifické typy pečení.

- **Agregát**

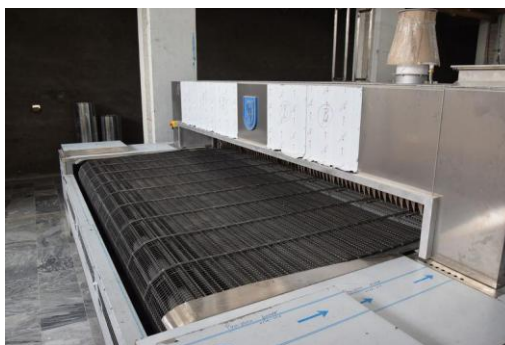
Tento druh pásu je určen pro pečení pečiva ve formách. Jednou z hlavních předností tohoto pásu je jeho jednoduchost a možnost použití i velmi tekutých těst. U tohoto typu pásu jsou formy umístěny v řadách kolmo k vodícímu řetězu. Jako celek vytvoří tedy pás (agregát), který je společný i pro kynárnu (Obrázek 1).



Obrázek 1 Agregát (J4 s. r. o., 2024)

- **Drátěný pás s kolmou destičkou**

Tento druh drátěného pásu je také určen pro pečení pečiva ve formách. Formy ale nejsou nijak spojené s pásem a musí být na jedné straně kladeny na pec a na druhé straně pece zase z pásu odebrány (Obrázek 2).



Obrázek 2 Drátěný pás s kolmou destičkou (J4 s. r. o., 2024)

- **Granitový dopravní pás**

Granitový dopravní pás je složen ze segmentů kamene (granitu), které jsou za sebe naskládány tak, aby tvořily pás. Jelikož je tento pás tvořen z kamene, má nejvyšší akumulaci tepla a velkou tepelnou setrvačnost. Na druhou stranu je jeho nahřívání energeticky náročné.

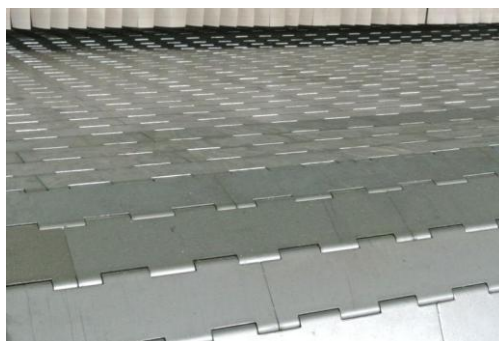
Produkty pečené na přírodním granitovém kameni mají díky jeho akumulacím schopnostem vysokou teplotu spodku hned po jejich osazení na pás. V porovnání s ostatními druhy pásů produkty zvýší tak výrazněji svůj objem. Mimo vyššího objemu je granitový dopravní pás vhodné použít všude tam, kde je z technologického hlediska vhodné péct výrobek zesponu (např. pizza, chleba, ciabatty, atd.) (Obrázek 3). (J4 s. r. o., 2024)



Obrázek 3 Granitový pás (J4 s. r. o., 2024)

- **Lamelový (žaluziový) dopravní pás**

Lamelový dopravní pás je tvořen z plechových destiček (lamel). Jedná se o celokovový pás bez děr. Je velice podobný již zmíněnému granitovému pásu, takže má také velkou tepelnou akumulaci. Jeho výhodou je že je levnější, není tak náročný na údržbu a jeho životnost bývá delší než u granitového pásu (Obrázek 4).



Obrázek 4 Lamelový dopravní pás (J4 s. r. o., 2024)

- **Planžetový dopravní pás**

U planžetového dopravního pásu můžeme sledovat podobné vlastnosti jako u pásu lamelového. Tento pás je také celokovový, avšak tento pás nemá tak velkou tepelnou akumulaci díky tloušťce jednotlivých planžet. Kvůli planžetám je sice omezena maximální šířka pásu, ale i tak je hojně využíván například v cukrářství na pečení sušenek (Obrázek 5).



Obrázek 5 Planžetový pás (J4 s. r. o., 2024)

- **Sítový drátěný dopravní pás**

Jako poslední druh je tu sítový drátěný dopravní pás. Tento pás je nejrozšířenější a cenově nejvýhodnější. Jeho hlavní předností je možnost pečení jak ve formách, tak volně na páse. Další výhodou tohoto pásu je, že je jím možné vybavit jakkoliv dlouhou a širokou pec. Drátěné dopravní pásy mohou mít různou rozteč, hustotu a tloušťku drátu, kterou je možné regulovat tepelnou akumulaci celého pásu (Obrázek 6).



Obrázek 6 Drátěný pás (J4 s. r. o., 2024)

1.2.1 Druhy vytápění pece

Pec je po celé své délce rozdělena do několika zón. V každé zóně může být odlišná teplota jelikož pás prochází celou pecí a může tyto teploty ovlivňovat v závislosti na své tepelné akumulaci.

Jednotlivé zóny v pecích se dají vytápět různými způsoby. Jelikož se ale jedná o průběžnou pec, tak je nutné docílit nepřetržitého přísunu pečiva. V opačném případě se pec přetopí a výsledný produkt nebude mít požadovanou kvalitu. V následující části jsou uvedeny základní druhy vytápění pekařských pecí.

- **Elektrické vytápění**

Elektrické vytápění pekařské pece se dá zařadit mezi nejlepší způsoby vytápění pečeného tunelu. Tento způsob vytápění patří do takzvaného přímého vytápění. Elektrický proud je totiž ideálním zdrojem tepla, který je snadno a s velkou přesností říditelný, jeho provoz není hygienicky závadný a má nejmenší ekologický dopad na životní prostředí. Vytápění pece tímto způsobem je však velice nákladné kvůli vysoké spotřebě elektrické energie.

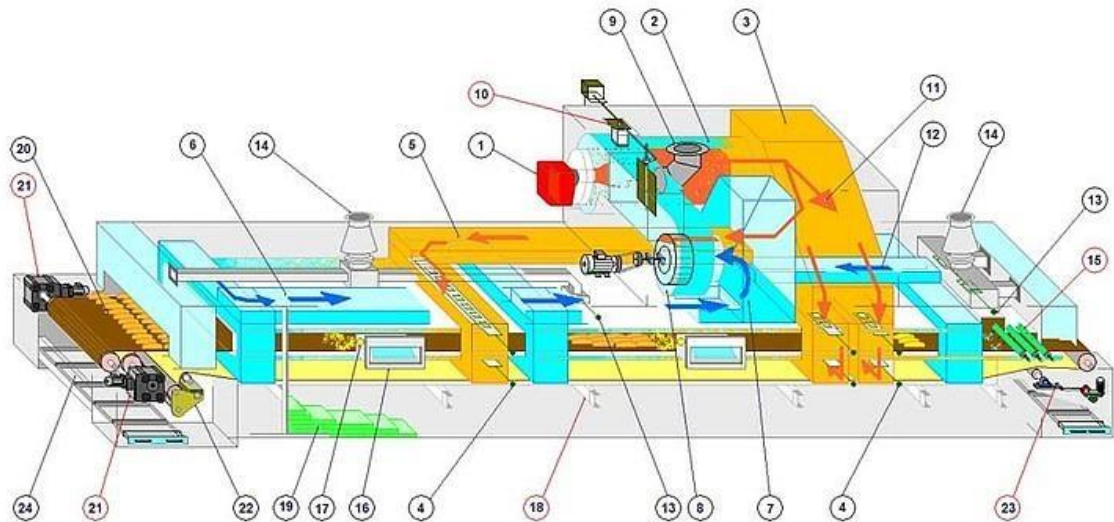
Elektrické pece umožňují topení zespodu i z vrchu pásu a zároveň se díky možnosti ovládání separátních topných těles dá velice dobře nastavovat různá teplota v sousedících zónách.

- **Cyklotermické vytápění**

V současnosti je cyklotermické vytápění pece ve světě nejrozšířenější. Cyklotermický systém využívají výrobci v nepatrně odlišných provedeních, které závisí na daných podmínkách využití nebo na požadavcích zákazníka. Princip tohoto vytápění je takový, že palivo se spaluje mimo pečný prostor a horké spaliny se vedou sálavým potrubím do pečeného prostoru, kde tento prostor skrze zmíněné potrubí ohřívají. Toto oddělení média, které zapříčiňuje ohřev pečeného tunelu, se nazývá nepřímé ohřívání.

Pásové cyklotermické pece se hlavně uzpůsobují požadavkům na průběh teplotní křivky a to tak, aby byly splněny technologické požadavky na pečení daného produktu. Vhodným uspořádáním topných zón a polohou věží je možné dosáhnout i zcela odlišných teplotních křivek. (J4 s. r. o., 2024)

Topení v cyklotermické peci může být zajišťováno hned několika způsoby. Využívají se například různé druhy plynů, oleje, nafta nebo mazut. Spalování zajišťují hořáky a díky nepřímému ohřívání zplodiny nepřijdou vůbec do kontaktu s produktem (Obrázek 7).



- | | |
|--|---|
| 1: Hořák | 13: hradítko regulace odtahu přebytečných par z pečné komory |
| 2: hořáková komora | 14: výfuk odtahu par z pečné komory |
| 3: směšovací komora | 15: dvojité nerezové parní trubky se 100 % odloučením kondenzátu |
| 4: regulace teploty v horním a dolním radiátoru | 16: nahlížecí okénko |
| 5: rozvodný kanál horkých zplodin | 17: osvětlení prostoru pečení |
| 6: vratný kanál ochlazených spalin | 18: nosník s izolační vložkou |
| 7: sběrná komora ochlazených spalin | 19: tepelná izolace |
| 8: cyklotermický ventilátor topného systému s řízenými otáčkami | 20: dopravní síťový pás |
| 9: výfuk spalin z topného systému | 21: násuvná převodovka pohonu pásu |
| 10: bezpečnostní větrací klapka | 22: mechanické napínání pásu závažím |
| 11: horké spaliny | 23: stranová regulace pásu |
| 12: ochlazené spaliny | 24: výsuvné lapače nečistot |

Obrázek 7 Cyklotermická pec + vysvětlivky (J4 s. r. o., 2024)

• Konvekční pekařské pece

Konvekční pece mají uzavřený oběh vnitřního vzduchu přes tepelný výměník. Teplo se tedy ve výměníku předává „konvekcí“ (prouděním). Tedy horké zplodiny procházení tepelným výměníkem a tím ohřívají vzduch proudící ve výměníku. Vzduch z výměníku proudí k produktům z vrchu i spodu pásu, tedy přímo do pečného prostoru. Proudění tohoto vzduchu je možno na peci nastavit pomocí hradítek, která omezují proudění vzduchu.

Vzduch, který je ochlazen o produkt, se opět nasává do výměníku, kde je znovu ohříván a tím se tvoří uzavřený okruh cirkulace vzduchu. Výhodou této cirkulace je, že vzduch proudící k produktům není znečištěn zplodinami ze spalování.

Z hlediska konstrukce se tento způsob vytápění hodí nejen pro pečení, ale i pro vysoušení produktů.

- **Přímotopné pekařské pece**

Na rozdíl od předchozích způsobů nahřívání pece je v tomto případě část hořáků umístěna přímo nad produktem a druhá část je umístěna pod pásem. Oproti cyklotermickým nebo konvekčním způsobům jsou hořáky u přímotopného způsobu mnohem menšího výkonu. Jejich počet je však vyšší. Díky tomu je možné lépe nastavit teplotu v určitých zónách pece a tak dosáhnout lepší kontinuální kvality produktu.

V blízkosti pece je umístěn ventilátor vzduchu. Vzduch je od ventilátoru rozveden centrálním potrubím do zón a k jednotlivým hořákům. Jelikož je hoření prováděno uvnitř pece, je nutné zajistit odvod zplodin ven z pečného tunelu.

Přímotopné pece disponují také menšími rozměry než cyklotermické či konvekční pece. Proto jsou tedy vhodnější do menších prostor (Obrázek 8).



Obrázek 8 Pás s přímotopnými hořáky (J4 s. r. o., 2024)

1.3 Regulace teploty

Teplota v jednotlivých zón pece je měřena teploměry, přičemž v každé zóně může být lehce odlišná teplota. Regulace teploty v jednotlivých zónách není jednoduchá, protože se sousední zóny navzájem ovlivňují a průběžný pás šíří teplo pece ve směru procházejícího produktu. U některých druhů pecí je ale možné celkem přesně ovlivnit výkon pece v určité její části. Takovým příkladem je pec s elektrickým topením, kde se dají řídit nejen pouze určité

části zón, ale i poměr topení nad a pod průběžným pásem. Tím se dá ovlivnit celkové šíření tepla do prostor, kde to není žádoucí.

V peci je obvykle nejvyšší teplota v první zóně za účelem vytvoření kůrky pečiva. V této zóně je také nejvyšší tepelná ztráta v důsledku ochlazeného pásu vstupujícího do pece a produktem, ze kterého se při vjezdu do pece začne odpařovat voda. Odpařování je energeticky náročné, proto má velký dopad na celkovou teplotu v první zóně pece.

Teplota v peci se dá regulovat několika způsoby. Jeden z těchto způsobů je již zmíněné omezení výkonu pece. Tento typ regulace je ale u některých typů pecí nepřesný a s velkou hysterezí (např. u cyklotermických pecí). Proto se regulace doplňuje o hradítka, která omezují průchod vzduchu a umožňují tím regulovat objem média, které ohřívá celou pec či pouze určité zóny. U konvekční pece je možné regulovat otáčky oběhového ventilátoru a příměs chladného vzduchu z okolí pece, čímž lze také docílit požadovaný výkon pece. Konvekční pece disponují také klapkou v komíně od ohřívacího média, jejímž účelem je brždění odchodu horkých zplodin a tím zvýšení výkonu ohřívání média procházejícího výměníkem.

Při nutnosti pec ochladit je pec vybavena odtahy s ventilátory. Ty mají za funkci vytvořit podtlak v peci a tím do pece natáhnout chladnější vzduch z okolí. Tato funkce se ale využívá i při pečení, avšak na menší výkon, aby byly vyvětrány přebytečné páry a zplodiny, které by mohly ovlivnit kvalitu produktu. Odtahy mají veliké ztráty do okolí, ale avšak jejich nastavení během pečení se nemění. Takže v případě matematického modelu se dají zahrnout do tepelných ztrát systému.

Některé pece také disponují funkcí Duoterm. Duotermický okruh je tvořen dvěma ventilátory. Jedná se o nucenou cirkulaci vzduchu v určité zóně pece. Ventilátory jsou situovány proti sobě na stranách pečného tunelu. Součástí duotermického okruhu je také rozvodový systém vzduchu a výtokové trysky. Duotermický okruh funguje tak, že jeden ventilátor vhání vzduch a ventilátor naproti vzduch zase nasává. Nedochozí zde k výrazné změně tlaku vzduchu v pečném prostoru, a tedy nedochází k cirkulaci vzduchu do okolních zón pece.

Změnou otáček ventilátoru je možné nastavit rychlost proudění vzduchu v pečném prostoru. Tím je možné ovlivňovat výkon pekařské pece, posílit zbarvení boků pečeného výrobku, snížit nutnou dobu pečení, zvýšit procento výpeku a teplosměnnou plochu radiátorů pece kdykoliv během pečení. (J4 s. r. o., 2024)

1.4 Energetická účinnost

Pečení je energeticky nejnáročnější proces na pekárně. U většiny technologií pečení je nutno v pečném prostoru přesáhnout teplotu 250 °C. Proto je žádoucí omezit co nejvíce energetické úniky do okolí. K omezení těchto úniků přispívá z největší části kvalitní zateplení pece.

Nejvíce energie se tedy ztrácí pečením produktu, respektive odpařováním vody z produktu. Tato ztráta se projevuje na hmotnosti pečiva. Například u chleba tato ztráta činí zhruba 10 až 15 %, ale u pečiva obecně bývá ztráta v rozmezí 15 až 25 %. Záleží však na charakteru produktu. Ztráta hmotnosti pečením ale závisí na mnoha faktorech, jako je třeba technologie pečením, receptura samotná (například celozrnné a žitné mouky poutají více vody než mouky pšeničné), a další.

Pro dosažení požadovaných sensorických efektů během pečení je nezbytné dosahovat v pečicím prostoru vysokých teplot převyšujících až 300 °C. Tyto teploty napomáhají k vypaření vody, tvorbě barevných látek a karamelizaci sacharidů. Intenzita zabarvení nezávisí jen na teplotě, ale také na obsahu volných aminokyselin a redukujících cukrů ve výrobku. Do určité míry je také ovlivňována vlhkostí prostředí. U většiny výrobků je vybarvení povrchu žádoucí. (Kadlec, 2003)

Odběr energie odpařováním není tedy možné nějakým způsobem omezit, pokud má být zachována kvalita produktu. Dalším způsobem zefektivnění využití energie zůstává kvalitní řízení pece, které bude držet ideálně konstantní teplotu v pečném prostoru i přes veškeré tepelné ztráty.

2 Problematika řízení pekařských pecí

Jak již bylo zmíněno, kvalitní řízení pece je potřebné nejen pro požadovanou kvalitu výsledného produktu, ale i pro celkovou energetickou úspornost pece.

U pečení můžeme řídit několik veličin. Těmito veličinami jsou doba pečení (tedy rychlost průběžného pásu pečeným tunelem), výkon ohřevu pece a odtahy pro chladnutí pece či odvod přebytečné páry. Do veličin by se dala zařadit i funkce duoterm. Tato funkce je ale u průmyslových pecí volitelná. Nicméně touto funkcí lze ovlivňovat výkon pece.

2.1 Automatizace a monitorování

Základem kvalitního řízení je kvalitní sběr dat sledovaných veličin. Tato data se dále zpracovávají ve vyhodnocovacím členu, který podniká kroky řízení a tím ovládá pec. Tímto zařízením může být například programovatelný logický automat (Programmable Logic Controller, PLC).

2.1.1 PLC

PLC je zařízení, které obsahuje procesor a program. Používá se především v průmyslu, a to na řízení vstupních a výstupních veličin v reálném čase. Může se použít například pro řízení automatických linek nebo v tomto případě automatických pecí. Přesto, že je určen PLC pro převážně číslicové ovládání, existují periferie, které umí zpracovávat i analogové signály. Tyto moduly se tedy hodí například pro zpracovávání teploty v pečeném prostoru pece.

Jejich periferie jsou přímo uzpůsobeny pro napojení na technologické procesy. Převážnou část periferií v tomto případě tvoří digitální vstupy (DI) a digitální výstupy (DO). Pro další zpracování signálů a napojení na technologii jsou určeny analogové vstupy (AI) a analogové výstupy (AO) pro zpracování spojitých signálů. S rozvojem automatizace v průmyslu jsou používány i další moduly periferních jednotek připojitelných k PLC, které jsou nazývány funkčními moduly (FM), např. pro polohování, komunikačními procesory (CP) pro sběr a přenos dat a další specifické moduly podle výrobce konkrétního systému. (Šmejkal, Martinásková, 2003)

Pro program v PLC je charakteristické, že se vykonává v cyklech a běží neustále dokola. Je tedy důležité správně ošetřit potřebné vstupní proměnné, aby se program přerušil, když je potřeba.

Aby byla zajištěna vyšší spolehlivost, používá vnitřní struktura PLC dvě paměti. Jedna paměť je systémová a druhá je určená pro uživatele.

2.2 Řízení teploty a času pečení

Jak již bylo zmíněno, řízení teploty a času pečení jsou základní parametry pro řízení. Zatímco čas pečení je pevně nastaven a nemění se (aby pec měla požadovaný počet hotových produktů za časový úsek), tak teplota neustále kolísá a je nutno ji regulovat pevným výkonem.

2.2.1 Druhy řízení

- **PID regulátor**

PID regulátor je jedním z historicky prvních typů regulace. Je stále nejlepší volbou v mnoha průmyslových využitích. Jeho činnost je založena na třech základních složkách a to:

Proporcionální složka (P) – tato akční veličina je přímo úměrná regulační odchylce. Znázorňuje tedy složku regulace v každý daný moment řízení.

Integrační složka (I) – tato akční veličina se zvětšuje nebo zmenšuje, dokud není regulační odchylka nulová. Znázorňuje tedy minulý průběh řízení.

Derivační složka (D) – Tato akční veličina je úměrná rychlosti změny regulační odchylky. Poskytuje tedy jakýsi „pohled do budoucnosti“.

Účinky těchto složek se sčítají. Lze tedy vytvářet i jejich kombinace (PID, PI, PD) nebo je používat samostatně (P, I, D). Základem současných PID regulátorů je mikročip, protože pracují diskrétně.

2.2.2 Řízení teploty

Teplota pece se řídí jejím výkonem. Jelikož je ale teplota odlišná v každé zóně, tak každá ze zón musí mít vlastní regulátor. U pekařských pecí se také musí řídit i poměr topení shora a zespodu pásu, jelikož topná tělesa pod pásem předávají do pečného prostoru větší množství tepla. Obvykle je tento poměr topení 40:60, tedy 40 % shora a 60 % topného výkonu zdola. Tento poměr se ale může lišit podle typu produktu nebo samotné pece.

Příkladem může být, že výkon ohřevu elektrické pece je například 50:50 nebo 75:25, přičemž se snaží docílit toho, že například spodní topení topí na plný výkon a vrch bude regulovaný, či naopak. Při natápění je tedy zapnuta nepřetržitě ta část jejíž poměr je větší a druhá část se dopočítává a cykluje podle poměru. Pokud tedy bude poměr 50:50, tak vrch

i spodek pojede na maximum. Pokud ale bude poměr 75:25, tak spodní topení pojede na maximum, ale vrch bude podle pulzní šířkové modulace 75 časových jednotek bez výkonu a 25 časových jednotek bude jeho výkon maximální. Takto to funguje i naopak.

Pro zvětšení přesnosti řízení pece může být i samotná zóna rozdělena na více samostatně řízených částí. Např. u elektrické pece mohou být řízeny vždy čtveřice topných těles, aby teplota byla co nejpresnější.

2.2.3 Možnosti ovládání

- **PWM modulace**

Pulzně šířková modulace, neboli PWM (Pulse Width Modulation), je diskrétní modulace pro přenos analogového signálu pomocí dvouhodnotového signálu. Jako dvouhodnotová veličina může být použito například napětí, proud nebo světelný tok. Signál je přenášen pomocí střídavy. Pro demodulaci takového signálu pak stačí dolnofrekvenční propust. Vzhledem ke svým vlastnostem je pulzně šířková modulace často využívána ve výkonové elektronice pro řízení velikosti napětí nebo proudu. Kombinace PWM modulátoru a dolnofrekvenční propusti bývá rovněž využívána jako levná náhrada D/A převodníku. (Wikipedie, 2023)

Modulování signálu touto metodou je tvořeno „opakovaným spínáním“ (0 nebo 100 %) modulovaného signálu, tzn. nabývá hodnot pouze log. 1 a log. 0. To znamená, že musí být znám poměr časů sepnutého a vypnutého signálu za jednu periodu tzv. střídavy. Jinými slovy, pokud vypnutí trvá 0 časových jednotek, poté je výkon 100 % a naopak. Upravováním poměru střídavy se mění procentuální dodávaný výkon. Např. pokud je poměr zapnutí a vypnutí 25:75, je výsledný výkon 25 %, pokud je poměr 75:25, je výkon 75 %. Nastavením libovolné střídavy je tedy možno dosáhnout libovolného výkonu. Tento výkon se ale musí vždy pohybovat v rozmezí 0 až 100 %.

V ovládání výkonu pekařských pecí je PWM modulace používána zejména u elektrického způsobu vytápění pecí, kdy se ovládaná odporová tělesa opakovaně zapínají a vypínají s jednou periodou cca 12 sec. Tyto tyče jsou napájeny střídavým napětím, aby se dal lépe změřit jejich odběr pomocí indukčních cívek umístěných okolo vodičů. Tento způsob se používá kvůli tomu, že nezatěžuje výkon pece samotné.

U elektrických pecí někdy bývá omezen výkon pece při natápění, protože natopit elektrickou pec je nákladné a má velký odběr. Aby se tedy snížilo zatížení sítě, pec se tedy

natápí na 70 % maximálního výkonu. Tento výkon se odráží i v poměru natápění vrchu ku spodku pece. Pokud je tedy výkon omezen na 70 % a poměr vrchu ku spodku je 60:40, potom tedy vrch topí 70 časových jednotek a 30 časových jednotek netopí, zatímco spodek 40 časových jednotek topí a 60 časových jednotek netopí, protože spodek nedosahuje maxima.

- **Frekvenční měniče**

Frekvenční měniče se u pekařských pecí s průběžným pásem používají zejména pro ovládání motorů pásu a tím ovládají čas pečení produktu.

Frekvenční měnič je tedy zařízení, které slouží ke změně frekvence elektrického proudu na frekvenci jinou. Princip činnosti je založen na usměrnění proudu a jeho následném rozkmitání na požadovanou frekvenci střídačem.

Usměrňovač vytváří z přivedeného třífázového či jednofázového zdroje pulzní napětí. Usměrňovač může být buď řízený nebo neřízený.

Ve střídači se naopak vytváří požadovaná frekvence, která je již určena pro motor. Střídač může regulovat jak frekvenci proudu, tak i jeho velikost.

Mezi těmito základními obvody je meziobvod, který může mít při tři různá provedení:

- Meziobvod, který přemění napětí usměrňovače na stejnosměrný proud.
- Meziobvod, který pulzující stejnosměrné napětí stabilizuje, případně vyhladí a dá k dispozici střídači.
- Meziobvod, který konstantní stejnosměrné napětí usměrňovače upraví na proměnné.

(Wikipedie, 2022)

3 Základní principy modelování tepelných systémů

Modelování tepelných systémů je klíčovým nástrojem pro analýzu, návrh a optimalizaci zařízení používaných k regulaci teploty v různých aplikacích, včetně topení, klimatizace, chlazení, průmyslových procesů atd.

Matematický teplotní model vychází ze základních fyzikálních principů. Základem je tedy rovnost energií, které vstupují a vystupují ze systému. Na základě těchto energií se vytváří modely, které mohou sloužit k prediktivnímu řízení.

Matematické modely mají základní význam v oblasti řízení, kybernetiky, systémového inženýrství nebo v jiných technických vědách a dnes již ve většině vědních disciplín, protože představují vhodnou formu na vyjádření poznatků o zkoumaných objektech a velmi efektivní nástroj k jejich dalšímu a hlubšímu zkoumání. (Balátě, 2004)

Existují tři typy přístupu k vytváření matematických modelů:

- **White box**

Za White box se označuje matematický model, jehož konstrukce byla vytvořena na základě odhadu myšlenkového experimentu. Jedná se tedy o čistě analytický přístup. Pro vytvoření tohoto modelu není nutné, aby existovalo fyzické zařízení, na kterém by byly prováděny experimenty určené pro model.

- **Gray box**

Za Gray box označujeme model, který je zpřesněný na základě experimentů pro přesnější určení parametrů modelu, aby mohla být případně změněna struktura modelu, pokud chování neodpovídá skutečnosti. Některé části modelu v Gray boxu se ale dají těžko popsat bilancemi nebo o nich nejsou dostatečné informace, proto model obsahuje aproximace, které tyto bilance nahrazují.

- **Black box**

Za Black box označujeme modely, které obsahují veškerý popis na základě experimentálního přístupu. Využívají se zde ale pouze matematické podobnosti a vytvářejí se modely ve tvaru diferenčních nebo diferenciálních rovnic, aby byly zachovány spojité, diskrétní nebo stavové popisy.

3.1 Modelování tepelných systémů

Při modelování tepelných systémů se vychází z bilance energií.

$$E_{IN} = E_{OUT} + E_{AK} \quad (1)$$

kde E_{IN} je energie, která do systému vstoupila, J

E_{OUT} je energie, která ze systému vystoupila, J

E_{AK} je energie, která se v systému akumulovala, J (Honc, 2003)

Pokud k tělesu o hmotnosti m je přivedena energie v podobě tepla, tak se zvýší jeho teplota. Takto to funguje i naopak, pokud je energie odvedena, tak se těleso ochladí.

Tento proces lze popsat rovnicí:

$$Q = mc\Delta T \quad (2)$$

kde Q je teplo, J

m je hmotnost, kg

c je měrná tepelná kapacita, $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

ΔT je změna teploty, K (Honc, 2003)

3.1.1 Sdílení tepla

Sdílení tepla může probíhat několika způsoby.

- **Kondukcí**

Kondukcce neboli vedení tepla je způsob šíření tepla v tělesech. Příkladem je například drát, který když na jednom konci začneme zahřívat, tak teplo dojde po drátu až na jeho druhý konec.

Pro přestup tepla mezi dvěma tělesy z pevné látky nebo mezi tělesem a kapalinou budeme uvažovat vztah

$$\frac{dQ}{dt} = \Phi = \alpha S(T_1 - T_2) \quad (3)$$

kde Φ je tepelný tok (výkon), W

α je přestupní koeficient, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$

S je přestupní plocha, m^2

T_1 je teplota jednoho tělesa, K

T_2 je teplota druhého tělesa, K (Honc, 2003)

- **Konvekce**

Konvekce neboli proudění je způsob vedení tepla například v kapalinách. Dochází zde k vytváření fyzických proudů, kdy médium s větším množstvím akumulované energie stoupá vzhůru a médium, které má méně naakumulované energie, klesá.

Výkon přivedený nebo odvedený proudem kapaliny lze vyjádřit jako

$$\frac{dQ}{dt} = \Phi = McT \quad (4)$$

kde Φ je tepelný tok (výkon), W

M je hmotnostní průtok kapaliny, $kg \cdot s^{-1}$

c je měrná tepelná kapacita kapaliny, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

T je teplota kapaliny, K (Honc, 2003)

- **Zářením, radiací**

Převod tepla zářením či radiací je převodem například mezi odporovým drátem a vzduchem. Odporový drát, ve kterém je naakumulovaná energie, vyzařuje svou energii do okolí a tím ohřívá okolní vzduch. V tomto důsledku odporový drát ztrácí teplo převodem do okolí.

Vztah pro přechod tepla zářením či radiací jde popsat stejně jako v rovnici (3).

Základ matematického tepelného modelu pracuje se změnami energie za nekonečně malý časový úsek dt , čímž se rovnice stane bilancí výkonů. K odvození bude tedy použita rovnice (2).

$$P_{IN} = P_{OUT} + P_{AK} \quad (5)$$

kde P_{IN} je výkon, který do systému vstoupil, W

P_{OUT} je výkon, který ze systému vystoupil, W

P_{AK} je výkon, který se v systému akumuloval, W (Honc, 2003)

3.2 Experimentální identifikace

Definuje se jako postup, při kterém se matematický model vypočte z naměřených vstupních a výstupních dat, která mají svá kritéria minimálního rozdílu od skutečné soustavy. Hlavním cílem této kapitoly je určení struktury a odhadů jejích parametrů. Často se vyžaduje popis šumového signálu, odhad směrodatných odchylek, průběhy přechodových a frekvenčních charakteristik. (Drábek, 1987)

Před tím, než začneme tvořit experimentální model, je zapotřebí zvolit strukturu, ve které bude model vytvořen a poté je zapotřebí identifikovat potřebné neznámé parametry. Pro volbu struktury je příhodné správně odhadnout jakého řádu je systém. Proto je vhodné změřit přechodovou charakteristiku systému. Z grafu přechodové charakteristiky se dá odhadnout již zmíněný řád systému. Z přechodové charakteristiky se dá také poměrně dobře odečítat zesílení soustavy.

3.2.1 Přejchodová charakteristika

Přejchodová charakteristika je reakce systému na Jednotkový Heavisidův skok. Ten je definovaný jako: $u(t) = 0$ pro $t < 0$ a $u(t) = 1$ pro $t \geq 0$. Takto reakce je znázorněna v grafu.

Zesílení soustavy je určeno hodnotou ustáleného výstupu (vstup má hodnotu 1). Pro soustavu prvního řádu by byla směrnice tečny v počátku rovna poměru časové konstanty a zesílení systému. Směrnice tečny v počátku je u vyšších řádů nulová. (Honc, 2003)

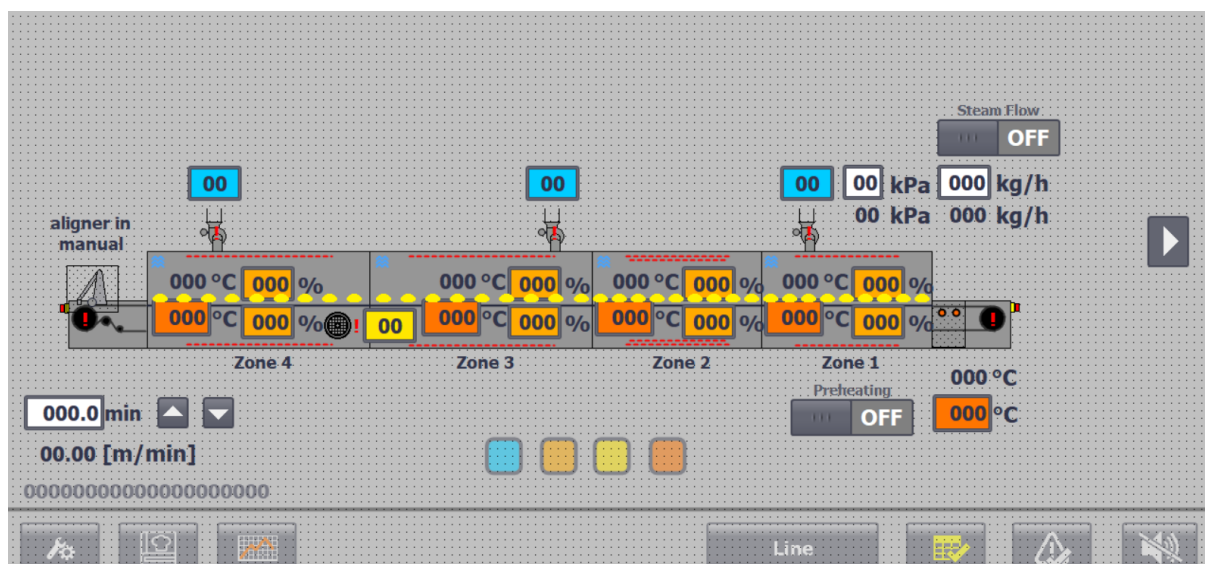
II EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

V experimentální části práce je specifikována soustava jako taková, na kterou je model vytvářen. Jsou zde také rozebrány experimenty na měřeném systému, které jsou nezbytné k vytvoření modelu. V další části experimentální části je vytvořen samotný model, jehož chování bude verifikováno s reálným systémem.

1 Popis zařízení

Jedná se o elektrickou pekařskou průmyslovou pec od firmy J4 s průběžným pásem a čtyřmi zónami. V každé zóně se nastavuje jiná teplota. Tyto zóny mezi sebou nejsou nějak odděleny. Elektrické tyče se dají ovládat v každé zóně zvlášť.

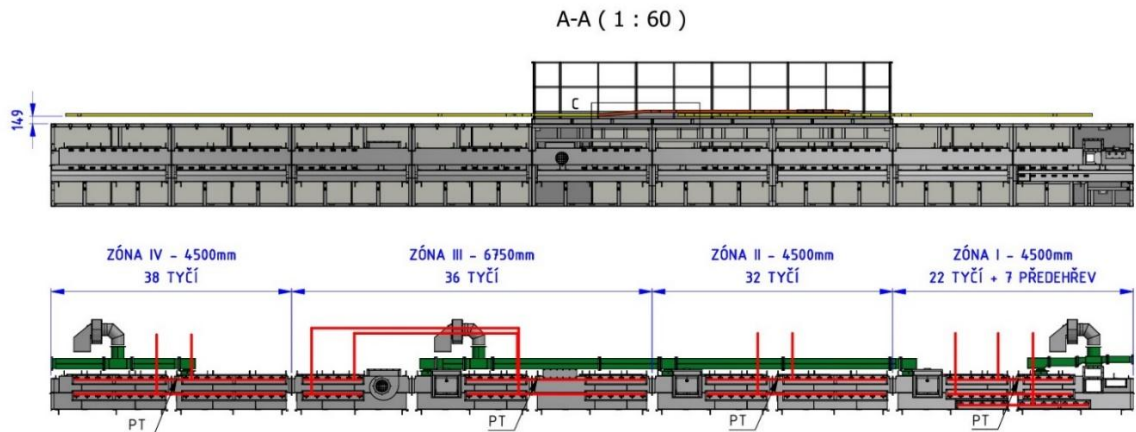
Při tvorbě základního tepelného modelu bude využito rovnice (1), tedy z bilance energií pro každou zónu.



Obrázek 9 Schéma pece zobrazované na ovládacím panelu (J4 s. r. o., 2024)

Na obrázku 9 je schéma pece, které je zobrazované na ovládacím panelu pece. Můžeme zde vidět možnosti nastavovaných hodnot. Ze schématu je zřejmé, že se v každé zóně dá nastavit požadovaná teplota (oranžový obdélník °C uvnitř zón). Nad tímto zobrazením požadované hodnoty je reálná teplota uvnitř zóny. Vpravo od těchto dvou teplotních hodnot se nacházejí okénka pro zadávání procentuálního poměru výkonu vrchních topných tyčí ku spodním topným tyčím. Tyto tyče jsou schematicky zobrazeny červenou barvou nahoře a vespodu každé zóny. Pokaždé když jsou topné tyče aktivní, tak se ve schématu při provozu rozsvítí. Těsně před první zónou je znázorněn vstup pásu do pece s předehřevem. Nastavení

teploty přehřevu pásu je ve schématu znázorněno pod tímto vstupem. Opět je zde okénko pro zadávání požadované teploty a nad ním zobrazení reálné teploty přehřevu. Pokud by pás neměl přehřev, značně by tím snižoval teplotu v první zóně pece. To by mělo za následek vyšší topný výkon první zóny a riziko nežádoucích vlivů na produkt.



Obrázek 10 Výkres reálné pece (J4 s. r. o., 2024)

Na obrázku 10 je reálné zobrazení konstrukce pece s délkou jednotlivých zón a počtem topných tyčí, které jsou v nich umístěny. Výkon každé tyče je stejný, a to 3,5kW. Z toho tedy vyplývá, že každá zóna má jiný topný výkon. Na obrázku je také znázorněno umístění teploměrů v každé zóně, to je vyobrazeno odkazovou čarou s názvem PT.

1.1 Výkony jednotlivých zón

Výkony jednotlivých zón (A, B, C, D) budou vypočítány na základě informací z firmy J4. Jak je zobrazeno na obrázku 10, tak každá zóna má odlišný počet topných tyčí, tedy i rozdílný výkon.

1.1.1 Zóna A

Pro zónu A je počet topných tyčí 22. Z informací firmy J4 má každá topná tyč 3,5kW. To tedy znamená, že zóna A disponuje maximálním výkonem 77kW.

1.1.2 Zóna B

Pro zónu B je počet topných tyčí 32. Z informací firmy J4 má každá topná tyč 3,5kW. To tedy znamená, že zóna B disponuje maximálním výkonem 112kW.

1.1.3 Zóna C

Pro zónu C je počet topných tyčí 36. Avšak tato zóna je rozměrově největší ze všech. Z informací firmy J4 má každá topná tyč 3,5kW. To tedy znamená, že zóna C disponuje maximálním výkonem 126kW.

1.1.4 Zóna D

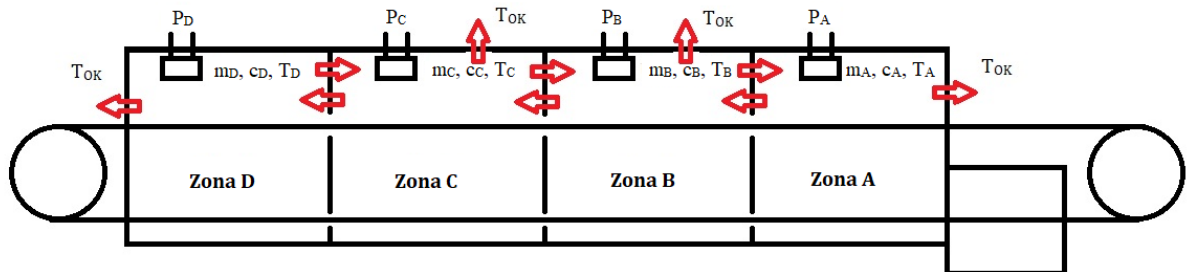
Pro zónu D je tedy počet topných tyčí 38. Což je nejvíce ze všech zón. Z informací firmy J4 má každá topná tyč 3,5kW. To tedy znamená, že zóna D disponuje maximálním výkonem 133kW.

1.2 Získávání dat

Ze vstupu do tohoto uživatelského rozhraní z PLC se tedy dají velice dobře sbírat data potřebná pro vytvoření modelu. Při plnění experimentů bude použito trasování výstupů z PLC v prostředí TIA-portál pro získání dat. Tato data budou poté exportována do Microsoft Excel pro jejich lepší zpracování a práci s nimi.

2 Matematický model

Pro správnou orientaci v matematickém modelu je nutno sestavit schématický obrázek systému a definovat v něm možné proměnné, které budou v modelu užity.



Obrázek 11 Schéma prostupů tepla (vlastní tvorba)

Na obrázku 11 je schématicky znázorněná pec, kde jsou vyznačeny červenými šipkami možné prostupy tepla. Teplo se bude ale šířit ze zóny s vyšší teplotou do zóny s nižší teplotou. Velikost teploty v jednotlivých zónách se však liší v závislosti na pečeném produktu. Z pravidla bývá ale v zóně A nejvyšší teplota, v prostředních zónách podobná teplota a v poslední zóně bývá teplota nejnižší. Bude tedy uvažováno, že teplo se bude šířit zejména ve směru pohybu pásu. Každá zóna má vlastní topení, teplotu, a tepelnou kapacitu.

K vytvoření matematického modelu bude využito rovnice (5). Z této rovnice budou odvozeny základní bilance výkonů pro každou zónu.

Tedy:

$$P_{IN} = P_{OUT} + P_{AK} \quad (5)$$

$$P_A = K_{OK}(T_A - T_{OK}) + K_{AB}(T_A - T_B) + M_A \frac{dT_A}{dt} \quad (6)$$

kde P_A je výkon elektrického topení v první zóně, W

K je přestupní statická proměnná pro ztráty tepla, $kW \cdot K^{-1}$

T_A je teplota vzduchu v první zóně, °C

T_{OK} je teplota okolí, °C

M_A je dynamická proměnná akumulovaného výkonu v první zóně pece

Pro ostatní zóny budou podobné rovnice jako u zóny první. S tím rozdílem, že ztráty teplot budou do sousedních zón pece a do okolí.

Tedy:

$$P_A = K_{OK}(T_A - T_{OK}) + K_{AB}(T_A - T_B) + M_A \frac{dT_A}{dt} \quad (6)$$

$$P_B = K_{AB}(T_B - T_A) + K_{BC}(T_B - T_C) + K_{OK}(T_B - T_{OK}) + M_B \frac{dT_B}{dt} \quad (7)$$

$$P_C = K_{BC}(T_C - T_B) + K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_C - T_{OK}) + M_C \frac{dT_C}{dt} \quad (8)$$

$$P_D = K_{CD}(T_D - T_C) + K_{OK}(T_D - T_{OK}) + M_D \frac{dT_D}{dt} \quad (9)$$

Tyto rovnice budou upraveny podle ustálených stavů jednotlivých zón, které budou získány z experimentu.

Přestupní koeficienty K budou určeny z aproximovaných hodnot z experimentálního pokusu pece, kdy budou natápěny všechny zóny současně různými malými výkony. Z rozdílu teplot a topného výkonu každé zóny se následně zjistí, jak se zóny navzájem ovlivňují a kolik tepla se ztrácí do okolí. Ztráty do okolí budou nejspíše především vlivem odtahů z pece. Díky jejímu zateplení v peci zůstává i po chladnutí relativně vysoká teplota.

2.1 Experimentální měření na pekařské peci

Měření bude provedeno tak, že budou všechny zóny pece natápěné najednou. Bude sledován pohyb teplot v jednotlivých zónách. Sběrání dat bude prováděno skrze prostředí programu TIA-portál a jejich následné vyhodnocení v Microsoft Excelu, případně Matlabu.

Samotný experiment musí být prováděn na opravdu malých výkonech pece kvůli jejímu velkému příkonu. Cílem experimentu bude dovést pec do ustáleného stavu. Jelikož pec má ale velký výkon, tak by ustálený stav zón mohl být na velmi vysokých teplotách, které se již

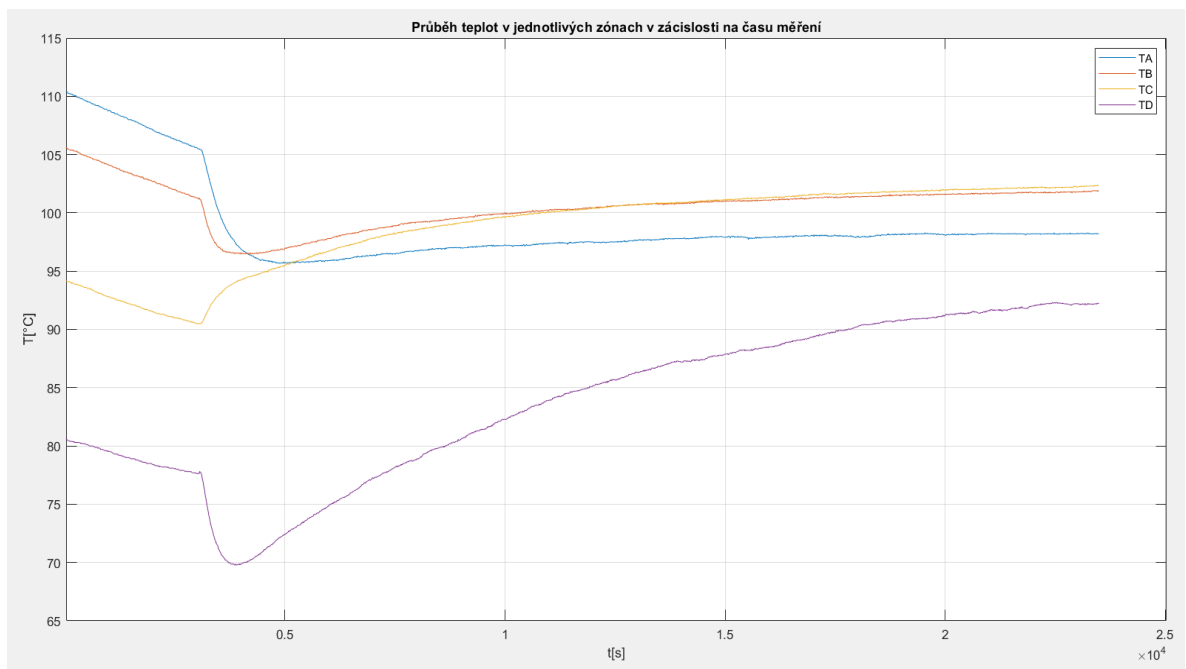
v pekařství nepoužívají, nebo by pec mohla dojít i do havarijní teploty, na kterou už není její konstrukce navržena. Proto je důležité pec natápět velmi malými výkony.

Pro prvotní natopení pekařské pece, těsně před zahájením provozu, se obvykle dává omezení výkonu na 70 % celkového výkonu, protože pec má příkon zhruba 1MW (záleží na potřebách zákazníka). Spuštění pece na plný výkon by bylo velice nákladné pro pekárnu a náročné pro síť. Pro tyto experimenty bude však výkon omezen pouze na jednotky procent. Bude využito maximálního možného času pro dovedení pece do ustáleného stavu. Avšak i při tako malých výkonech se pec může dostat na relativně vysoké teploty, proto je možné, že pec za dobu trvání experimentu ani ustáleného stavu v některých zónách nedosáhne.

Topení vrchu ku spodku bude nastaveno 50:50, vzhledem ke konstrukci programu pece bude takto topit vrch i spodek na omezený výkon dané zóny. Rychlost pásu bude nastavena na obvyklou rychlost pečení za provozu, tedy 41 min pečení.

2.1.1 Výsledky měření

Při měření byly natápěny všechny zóny současně. V každé zóně byl výkon procentuálně omezen na jinou hodnotu. Konkrétně to bylo 5 % v zóně A, 3 % v zóně B, 6 % v zóně C a 2 % v zóně D. Tato procenta byla odhadnuta z chování pece těsně před pečením, kdy se pec snažila udržet stálé teploty v jednotlivých zónách. Měření teploty bylo prováděno každých 10 sekund.



Obrázek 12 Experiment (Matlab R2024b)

Na obrázku 12 je vyobrazen teplotní průběh všech zón pece. Tento graf lze pomyslně rozdělit do třech, potencionálně čtyř částí.

V první části je pec před zapnutím, kde teplota v jednotlivých zónách pomalu klesá. Tuto teplotu konstrukce pece není schopna ovládat a závisí tedy na okolních podmínkách v pekárně.

V druhé části je velký pokles teploty. Tento pokles je způsoben zapnutím odtahů. Toto je standardní cyklus zapínání pece. Odtahy se musí zapnout ještě před zapnutím topných tyčí, případně před zapálením hořáků. Z pečiva se totiž při pečení uvolňují hořlavé plyny, které by se v peci mohly vznítit a pec by mohla explodovat. Toto je tedy preventivní chování pece, kdy se pec nejdříve celá odvětrá než začne topit. Odtahy zůstávají však zapnuté i při pečení, kvůli odtahu zplodin vznikajících při spalování a pečení (tyto zplodiny by mohly ovlivnit kvalitu pečiva). Díky tomuto nucenému odtahu však tvoří také hlavní ztrátu tepla do okolí.

Za pomyslnou třetí část může být považován moment, kdy teplota ve všech zónách začne narůstat. V tento moment se pec natápí do ustáleného stavu a následný průběh by se dal hrubě popsat systémem prvního řádu.

Za pomyslnou čtvrtou část by se dal požadovat ustálený stav pece. Experiment musel být však ukončen před ustálením celé pece i když teplota v zóně A je již ustálená a v zóně D relativně také. V zónách B a C je teplota již blízko ustálení, avšak nejsou na finální teplotě. Ale vzhledem k celkovému narůstání těchto teplot v pomyslné třetí části grafu se i teploty v těchto zónách již blíží ustálenému stavu. Proto tedy budou poslední naměřené teploty v těchto zónách uznány za „ustálené“.

Za ustálené teploty budou tedy považovány 98,12 °C pro zónu A, 101,9 °C pro zónu B, 102,3 °C pro zónu C a 92,2 °C pro zónu D.

2.2 Výpočet statických parametrů modelu

Pro výpočet statických parametrů v rovnicích jednotlivých zón budou užity aproximované hodnoty z experimentálního měření. Jelikož experimentálním měřením nebylo dosaženo úplného ustáleného stavu, tak výsledné hodnoty budou aproximované. Cílem výpočtů bude zjistit jednotlivé přechodové parametry. Výpočet bude proveden tak, že budou sestrojeny bilanční rovnice každé zóny a z těchto rovnic bude utvořena soustava, která bude následně převedena do maticového tvaru. V rovnicích se budou nacházet zejména neznámé symbolizující statické parametry pro přestupy tepla a dynamické parametry pro teplotu, která

se naakumulovala do jednotlivých zón pece. Avšak v této části budou vypočítány právě neznámé pro statické parametry. Parametr pro ztrátu do okolí bude zvolen pro celou pec jednotný, protože je předpokládáno, že v při ustáleném stavu pece veškerý výkon, který přijde do pece, se ztratí do okolí.

Nejprve je zapotřebí upravit rovnice pro směr přestupů teplot v ustáleném stavu pece. Směr bude určen podle ustálených teplot v jednotlivých zónách. Rovnice budou odvozeny z rovnic (6), (7), (8), (9).

Upravené rovnice pro směr přestupů teplot budou tedy vypadat takto:

$$P_A = K_{OK}(T_A - T_{OK}) - K_{AB}(T_B - T_A) + M_A \frac{dT_A}{dt} \quad (10)$$

$$P_B = K_{AB}(T_B - T_A) - K_{BC}(T_C - T_B) + K_{OK}(T_B - T_{OK}) + M_B \frac{dT_B}{dt} \quad (11)$$

$$P_C = K_{BC}(T_C - T_B) + K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_C - T_{OK}) + M_C \frac{dT_C}{dt} \quad (12)$$

$$P_D = -K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_D - T_{OK}) + M_D \frac{dT_D}{dt} \quad (13)$$

2.2.1 Zóna A

Pro zónu byla odvozena rovnice (10). Z této rovnice budou určeny známé i neznámé, které následně budou vypočteny z aproximovaných hodnot měření.

Tedy:

$$P_A = K_{OK}(T_A - T_{OK}) - K_{AB}(T_B - T_A) + M_A \frac{dT_A}{dt} \quad (10)$$

kde P_A je výkon elektrického topení v první zóně, kW

K_{OK} je přestupní parametr pro ztráty tepla do okolí, $kW \cdot K^{-1}$

K_{AB} je přestupní parametr pro ztráty tepla z A do B, $kW \cdot K^{-1}$

T_A je teplota vzduchu v první zóně, °C

T_{OK} je teplota okolí, °C

T_B je teplota vzduchu v druhé zóně, °C

M_A je dynamický parametr akumulovaného výkonu v první zóně pece

Aproximované hodnoty z měření pro rovni zóny A:

Označení veličiny	Hodnota veličiny	Jednotka
T_{OK}	35	°C
T_A	98,2	°C
T_B	101,9	°C
P_A	5,1	kW

Tabulka 1 Hodnoty z měření pro zónu A

2.2.2 Zóna B

Pro druhou zónu byla odvozena rovnice (11). Z této rovnice budou určeny známé i neznámé, které následně budou vypočteny z aproximovaných hodnot měření.

Tedy:

$$P_B = K_{AB}(T_B - T_A) - K_{BC}(T_C - T_B) + K_{OK}(T_B - T_{OK}) + M_B \frac{dT_B}{dt} \quad (11)$$

kde P_B je výkon elektrického topení v druhé zóně, kW

K_{OK} je přestupní parametr pro ztráty tepla do okolí, $kW \cdot K^{-1}$

K_{AB} je přestupní parametr pro ztráty tepla z B do A, $kW \cdot K^{-1}$

T_A je teplota vzduchu v první zóně, °C

T_{OK} je teplota okolí, °C

T_B je teplota vzduchu v druhé zóně, °C

T_C je teplota vzduchu v třetí zóně, °C

M_B je dynamický parametr akumulovaného výkonu v druhé zóně pece

Aproximované hodnoty z měření pro rovnici zóna B:

Označení veličiny	Hodnota veličiny	Jednotka
T_{OK}	35	°C
T_A	98,2	°C
T_B	101,9	°C
T_C	102,3	°C
P_B	3,3	kW

Tabulka 2 Hodnoty z měření pro zónu B

2.2.3 Zóna C

Pro třetí zónu byla odvozena rovnice (12). Z této rovnice budou určeny známé i neznámé, které následně budou vypočteny z aproximovaných hodnot měření.

Tedy:

$$P_C = K_{BC}(T_C - T_B) + K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_C - T_{OK}) + M_C \frac{dT_C}{dt} \quad (12)$$

kde P_C je výkon elektrického topení v třetí zóně, kW

K_{OK} je přestupní parametr pro ztráty tepla do okolí, $kW \cdot K^{-1}$

K_{BC} je přestupní parametr pro ztráty tepla z C do B, $kW \cdot K^{-1}$

T_B je teplota vzduchu v druhé zóně, °C

T_{OK} je teplota okolí, °C

T_C je teplota vzduchu v třetí zóně, °C

T_D je teplota vzduchu v čtvrté zóně, °C

M_C je dynamický parametr akumulovaného výkonu v druhé zóně pece

Aproximované hodnoty z měření pro rovnici zóny C:

Označení veličiny	Hodnota veličiny	Jednotka
T_{OK}	35	°C
T_B	101,9	°C
T_C	102,3	°C
T_D	92,2	°C
P_C	7,5	kW

Tabulka 3 Hodnoty z měření pro zónu C

2.2.4 Zóna D

Pro čtvrtou zónu byla odvozena rovnice (13). Z této rovnice budou určeny známé i neznámé, které následně budou vypočteny z aproximovaných hodnot měření.

Tedy:

$$P_D = -K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_D - T_{OK}) + M_D \frac{dT_D}{dt} \quad (13)$$

kde P_D je výkon elektrického topení ve čtvrté zóně, kW

K_{OK} je přestupní parametr pro ztráty tepla do okolí, $kW \cdot K^{-1}$

K_{CD} je přestupní parametr pro ztráty tepla z D do C, $kW \cdot K^{-1}$

T_C je teplota vzduchu ve třetí zóně, °C

T_{OK} je teplota okolí, °C

T_D je teplota vzduchu ve čtvrté zóně, °C

M_D je dynamický parametr akumulovaného výkonu v první zóně pece

Aproximované hodnoty z měření pro rovnici zóny D:

Označení veličiny	Hodnota veličiny	Jednotka
T_{OK}	35	°C
T_C	102,3	°C
T_D	92,2	°C
P_D	2,7	kW

Tabulka 4 Hodnoty z měření pro zónu D

2.2.5 Řešení soustavy rovnic

Pro řešení soustavy budou tedy využity rovnice pro každou zónu, které budou zapsány do soustavy. Tato soustava bude poté převedena do maticového tvaru pro lepší manipulaci s neznámými. Bude předpokládáno, že dynamický parametr M je roven 0. Díky zanedbáním těchto dynamických parametrů bude možné vypočítat neznámé parametry přestupů tepla.

Tedy:

$$P_A = K_{OK}(T_A - T_{OK}) - K_{AB}(T_B - T_A) \quad (10.1)$$

$$P_B = K_{AB}(T_B - T_A) - K_{BC}(T_C - T_B) + K_{OK}(T_B - T_{OK}) \quad (11.1)$$

$$P_C = K_{BC}(T_C - T_B) + K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_C - T_{OK}) \quad (12.1)$$

$$P_D = -K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_D - T_{OK}) \quad (13.1)$$

Z této soustavy bude tedy vytvořen maticový zápis:

$$\begin{bmatrix} P_A \\ P_B \\ P_C \\ P_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_A - T_{OK} & -(T_B - T_A) & 0 & 0 \\ T_B - T_{OK} & T_B - T_A & -(T_C - T_B) & 0 \\ T_C - T_{OK} & 0 & T_C - T_B & T_C - T_D \\ T_D - T_{OK} & 0 & 0 & -(T_C - T_D) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} K_{OK} \\ K_{AB} \\ K_{BC} \\ K_{CD} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Pro výpočet bude použit Matlab.

Pokud tedy maticový zápis zapíšeme takto:

$$Y = X * Z \quad (10.1)$$

Poté tedy platí:

$$Z = Y * X^{-1} \quad (10.2)$$

Výsledek tedy je:

Označení veličiny	Hodnota veličiny	Jednotka
K_{OK}	0,0661	$kW \cdot K^{-1}$
K_{AB}	0,0881	$kW \cdot K^{-1}$
K_{BC}	3,4668	$kW \cdot K^{-1}$
K_{CD}	0,1115	$kW \cdot K^{-1}$

Tabulka 5 Vypočítané parametry pro přechod tepla

2.3 Analýza ustálených stavů

Nyní bude provedena analýza parametrů z pohledu ustálených stavů, které budou provedeny s aproximovanými koeficienty určenými z jednotlivých experimentálních měření. Tato analýza poslouží jako kontrola pro vypočítané aproximované parametry.

2.3.1 Analýza pro první měření

Pro analýzu chování prvního experimentu z pohledu ustáleného stavu bude tedy platit vztah odvozený vyjádřením T_A z rovnice (10.1). Do rovnice budou dosazeny příslušné vypočtené parametry a aproximované teploty z prvního měření.

Tedy:

$$T_A = \frac{P_A + K_{OK}T_{OK} + K_{AB}T_B}{K_{OK} + K_{AB}} \quad (11)$$

$$T_A = 106,3^\circ\text{C}$$

Ustálená hodnota zóny A byla v experimentálním měření $98,2^\circ\text{C}$. Odchylna oproti vypočítané hodnotě může být zaviněna tím, že zóna A je vstupní. Tudíž na jejím začátku je vchod pece, kterým uniká relativně hodně tepla a výkon zóny A, protože musí ohřívat chladnější pás, který vstupuje do pece. Jelikož byl koeficient pro ztrátu tepla vztažen na celou pec najednou, tak zóna A má s největší pravděpodobností vyšší ztráty.

2.3.2 Analýza pro druhé měření

Pro analýzu chování druhého experimentu z pohledu ustáleného stavu bude tedy platit vztah odvozený vyjádřením T_B z rovnice (11.1). Do rovnice budou dosazeny příslušné vypočtené parametry a aproximované teploty z měření.

Tedy:

$$T_B = \frac{P_B + K_{OK}T_{OK} + K_{AB}T_A + K_{BC}T_C}{K_{OK} + K_{AB} + K_{BC}} \quad (12)$$

$$T_B = 101,9^\circ\text{C}$$

Při experimentu byla teplota v zóně B stanovena na 101,9 °C, což odpovídá i podle naměřené hodnoty. V experimentálním měření měla ale teplota v zóně B tendenci nadále stoupat, přestože se již přibližovala ke svému ustálenému stavu. Výsledek tohoto výpočtu může být také zaviněn, stejně jako u výpočtu zóny A, vztažením úniku tepla do okolí na celou pec. S tím rozdílem, že zóna B má pravděpodobně vyšší tepelnou odolnost než zóna A, protože se nachází u středu pece, kde budou ztráty do okolí logicky menší než na okrajích pece.

2.3.3 Analýza pro třetí měření

Pro analýzu chování třetího experimentu z pohledu ustáleného stavu bude tedy platit vztah odvozený vyjádřením T_C z rovnice (12.1). Do rovnice budou dosazeny příslušné vypočtené parametry a aproximované teploty z měření.

Tedy:

$$T_C = \frac{P_C + K_{OK}T_{OK} + K_{BC}T_B + K_{CD}T_D}{K_{OK} + K_{BC} + K_{CD}} \quad (13)$$

$$T_C = 102,4^\circ\text{C}$$

Při experimentálním měření zóny C byla ustálená teplota stanovena na 102,3 °C. Je to však podobný případ jako u výpočtu zóny B. Jak je vidět na obrázku 12 teplota v zóně C měla tendenci ještě nadále stoupat. Přestože je zóna C rozměrově největší, tak se její teplota plně na této hodnotě neustálila, i když se ke své ustálené hodnotě velice blížila. Je tedy opět možné, že zóna C má lepší tepelnou izolaci oproti okrajovým zónám pece.

2.3.4 Analýza pro čtvrté měření

Pro analýzu chování čtvrtého experimentu z pohledu ustáleného stavu bude tedy platit vztah odvozený vyjádřením T_D z rovnice (13.1). Do rovnice budou dosazeny příslušné vypočtené parametry a aproximované teploty z měření.

Tedy:

$$T_D = \frac{P_D + K_{OK}T_{OK} + K_{CD}T_C}{K_{OK} + K_{CD}} \quad (14)$$

$$T_D = 86,1^\circ\text{C}$$

Teplota naměřená z experimentu pro zónu D činila 92,2°C. Vypočítaná hodnota může být opět ovlivněna vztáhnutím úniku tepla do okolí na celou pec. V zóně D opouští horký pás pec, avšak takto zóna má nejvyšší výkon, proto tuto teplotní ztrátu dokázala vyrovnat. I proto v provozu topí skoro nejméně ze všech ostatních zón.

Pro ustálené stavy systému tedy platí, že:

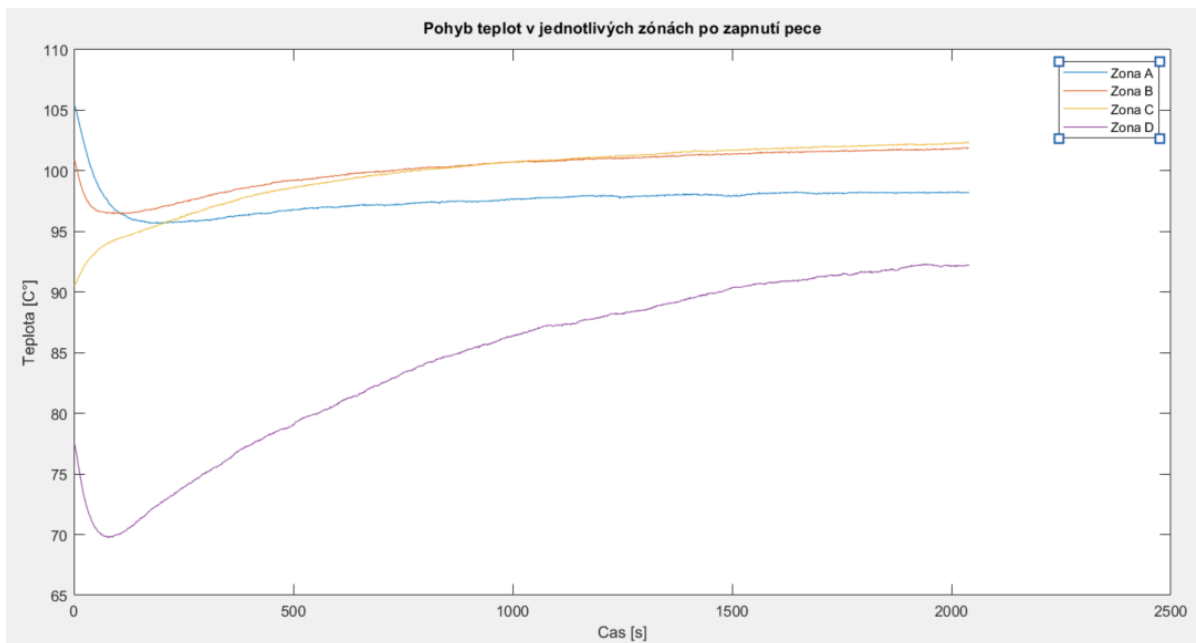
Označení teploty zóny ustáleného stavu	Hodnota ustáleného stavu	Jednotka
T_A	106,3	°C
T_B	101,9	°C
T_C	102,4	°C
T_D	86,1	°C

Tabulka 6 Vypočítané ustálené hodnoty teplot

2.4 Odhad dynamických parametrů modelu

Pro hledání dynamických parametrů bude upraven graf z měření. Graf bude zkrácen o jeho první část, tedy o průběh teplot v zónách pece před jejím zapnutím. Tato úprava bude provedena, aby bylo dosaženo lepší aproximace.

Křivky pohybu teplot budou tedy vypadat následovně:



Obrázek 13 Upravený Experiment (Matlab R2024b)

Teploty jednotlivých zón v upraveném grafu začínají při samotném zapnutí pece. Následuje křivka charakterizující ztráty na odtazích pece a hned poté následuje samotné natápění jednotlivých zón.

Pro hledání dynamických parametrů bude použita analytická metoda. Dynamické parametry budou vyjádřeny z jednotlivých rovnic pro určité zóny. Následně bude z těchto rovnic vytvořena soustava, která bude pomocí maticového tvaru přenesena do programu Matlab. V tomto programu se následně pomocí funkce Fminsearch najde nejlepší kombinace dynamických parametrů.

2.4.1 Úprava rovnic

Aby mohly být rovnice přeneseny do programu Matlab, je zapotřebí je upravit a převést do maticového tvaru. S rovnicemi se díky tomu bude lépe pracovat a zápis bude celkově přehlednější.

Pro vyjádření z rovnic bude opět vycházeno ze základních rovnic upravených pouze pro směr přechodů teplot v peci - (10), (11), (12), (13).

Upravené rovnice pro směr přestupů teplot:

$$P_A = K_{OK}(T_A - T_{OK}) - K_{AB}(T_B - T_A) + M_A \frac{dT_A}{dt} \quad (10)$$

$$P_B = K_{AB}(T_B - T_A) - K_{BC}(T_C - T_B) + K_{OK}(T_B - T_{OK}) + M_B \frac{dT_B}{dt} \quad (11)$$

$$P_C = K_{BC}(T_C - T_B) + K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_C - T_{OK}) + M_C \frac{dT_C}{dt} \quad (12)$$

$$P_D = -K_{CD}(T_C - T_D) + K_{OK}(T_D - T_{OK}) + M_D \frac{dT_D}{dt} \quad (13)$$

Rovnice budou upraveny tak, že z nich budou vyjádřeny funkce teplot jednotlivých zón. Pomocí matic se poté separují dynamické parametry z rovnic.

Rovnice upravené pro průběh teploty v čase:

$$\frac{dT_A}{dt} = -\frac{K_{AB} + K_{OK}}{M_A} T_A + \frac{K_{AB}}{M_A} T_B + \frac{P_A}{M_A} + \frac{K_{OK}}{M_A} T_{OK} \quad (14)$$

$$\frac{dT_B}{dt} = \frac{K_{AB}}{M_B} T_A - \frac{K_{AB} + K_{BC} + K_{OK}}{M_B} T_B + \frac{K_{BC}}{M_B} T_C + \frac{P_B}{M_B} + \frac{K_{OK}}{M_B} T_{OK} \quad (15)$$

$$\frac{dT_C}{dt} = \frac{K_{BC}}{M_C} T_B - \frac{K_{BC} + K_{CD} + K_{OK}}{M_C} T_C + \frac{K_{CD}}{M_C} T_D + \frac{P_C}{M_C} + \frac{K_{OK}}{M_C} T_{OK} \quad (16)$$

$$\frac{dT_D}{dt} = \frac{K_{CD}}{M_D} T_C - \frac{K_{CD} + K_{OK}}{M_D} T_D + \frac{P_D}{M_D} + \frac{K_{OK}}{M_D} T_{OK} \quad (17)$$

Dále jsou uvedeny rovnice (14), (15), (16), (17) převedené do maticového tvaru:

$$\begin{bmatrix} \frac{T_A}{dt} \\ \frac{T_B}{dt} \\ \frac{T_C}{dt} \\ \frac{T_D}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_{AB} + K_{OK}}{M_A} & \frac{K_{AB}}{M_A} & 0 & 0 \\ \frac{K_{AB}}{M_B} & -\frac{K_{AB} + K_{BC} + K_{OK}}{M_B} & \frac{K_{BC}}{M_B} & 0 \\ 0 & \frac{K_{BC}}{M_C} & -\frac{K_{BC} + K_{CD} + K_{OK}}{M_C} & \frac{K_{CD}}{M_C} \\ 0 & 0 & \frac{K_{CD}}{M_D} & -\frac{K_{CD} + K_{OK}}{M_D} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_A \\ T_B \\ T_C \\ T_D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{M_A} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_B} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M_C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{M_D} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_A \\ T_B \\ T_C \\ T_D \end{bmatrix} \quad (18)$$

2.4.2 Vytváření programu

Jak již bylo výše zmíněno, dynamické parametry budou hledány pomocí funkce `fminsearch` v programu Matlab. Tato funkce bude hledat dynamické parametry z maticového tvaru znázorněného v rovnici (18).

Inicializace proměnných

Ze všeho nejdříve bude v programu nutné inicializovat hodnoty, které se budou pro výpočet používat. Jedná se o veškeré vypočtené statické parametry, výkony jednotlivých zón a počáteční teplotní podmínky v peci. Počáteční teploty pece budou určeny podle dat znázorněných na obrázku 14.

```
1   KAB = 0.0661;
2   KBC = 0.0881;
3   KCD = 3.4668;
4   KOK = 0.1115;
5
6   T0 = [95.8; 97.4; 96.2; 73.8];
7   U = [5.1; 3.3; 7.5; 2.7; 35];
```

Obrázek 14 Inicializování dat (Matlab R2024b)

Na obrázku 14 je vidět zápis inicializovaných proměnných v samotném kódu. Konstanty KAB, KBC, KCD a KOK znázorňují statické parametry, tedy koeficienty přestupů tepla, které byly vypočteny. T0 znázorňuje počáteční teploty v jednotlivých zónách a U znázorňuje jednotlivé výkony zón.

Počáteční teploty a výkony jsou inicializované rovnou v maticovém tvaru kvůli následným výpočtům.

Načtení naměřených dat

Dále bude zapotřebí načíst data, která byla naměřena z experimentu na reálné peci.

```
9   % Experimentální data
10  data = importdata('data.xlsx');
11  p=310; r=10;
12  D.t = data.data(p:r:end,1)-data.data(p,1);
13  D.TA = data.data(p:r:end,2);
14  D.TB = data.data(p:r:end,3);
15  D.TC = data.data(p:r:end,4);
16  D.TD = data.data(p:r:end,5);
17
18  T0 = [D.TA(1); D.TB(1); D.TC(1); D.TD(1)];
```

Obrázek 15 Načtení naměřených dat (Matlab R2024b)

Na obrázku 15 je ukázáno načtení naměřených dat do Matlabu ze souboru Microsoft Excel. Data jsou následně přiřazena k jednotlivým teplotám, aby se dala vykreslit v grafu v čase t. Dále jsou v kódu načteny počáteční teploty v jednotlivých zónách, aby bylo dosaženo lepší přesnosti při hledání dynamických parametrů.

Funkce Fminsearch

Jak již bylo zmíněno, dynamické parametry se budou hledat pomocí funkce Fminsearch. Tato funkce na základě maticového tvaru soustavy rovnic najde nejlepší kombinaci dynamických parametrů.

```
20 % Počáteční hodnoty parametrů
21 M0 = [1000, 1000, 1000, 1000]; % MA, MB, MC, MD
22
23 % Optimalizace pomocí fminsearch
24 M = fminsearch(@(M) krit(M, D, U, D.t, KAB, KBC, KCD, KOK, T0), M0);
25
26 % Výsledné optimalizované hodnoty
27 MA = M(1);
28 MB = M(2);
29 MC = M(3);
30 MD = M(4);
```

Obrázek 16 Fminsearch v kódu (Matlab R2024b)

V první části obrázku 16 jsou inicializovány hrubě odhadnuté dynamické parametry. Tyto hrubé odhady budou sloužit funkci Fminsearch jako takový „startovací bod“, od kterého bude funkce parametry hledat.

V druhé části kódu na obrázku je znázorněná samotná funkce Fminsearch. Tato funkce má v sobě napsány veškeré proměnné, se kterými bude následně pracovat. Ve třetí části obrázku jsou již vypsány vyhledané hodnoty funkcí.

Simulace výsledků

Pro vyhodnocení výsledků je zapotřebí vykreslit rovnice s vyhledanými hodnotami dynamických parametrů společně s namnoženými hodnotami v experimentu.

```

32 % Simulace s optimalizovanými parametry
33 [A, B] = gen_mat(MA, MB, MC, MD, KAB, KBC, KCD, KOK);
34 [t, T] = ode45(@(t, T) odefun(t, T, A, B, U), D.t, T0);
35
36 % Vykreslení výsledků
37 figure;
38 plot(D.t, T);
39 xlabel('Čas (s)');
40 ylabel('Teploty');
41 grid on; hold on;
42
43 plot(D.t, D.TA);
44 plot(D.t, D.TB);
45 plot(D.t, D.TC);
46 plot(D.t, D.TD);
47 hold off;

```

Obrázek 17 Vykreslení výsledků (Matlab R2024b)

Na obrázku 17 je znázorněný kód pro vykreslení výsledků vyhledaných dynamických parametrů společně s experimentálními daty.

V první části programu na obrázku je vytvoření matic potřebných k vypočítání diferenciálních rovnic a samotná simulace diferenciálních rovnic (ode45) s novými dynamickými parametry.

V druhé části je už samotné vykreslení výsledků diferenciálních rovnic společně s vykreslením experimentálních dat do jednoho grafu kvůli vzájemnému porovnání křivek.

Výpočet aproximace

Jelikož je model aproximovaný, bude potřeba vypočítat chybu, která při jeho tvoření vznikla. Pro výpočet aproximace bude použit součet kvadratických rozdílů.

Na obrázku 18 se nachází funkce výpočtu chyby pomocí součtu kvadratických rozdílů. Je zde uveden samotný název funkce, poté inicializované proměnné s následným vykreslením systémových matic potřebných pro výpočet diferenciálních rovnic. Ke konci kódu je samotný součet rozdílů kvadrátů, který dá za výsledek samotnou chybu.

```

49 % --- Funkce pro výpočet chyby ---
50 function error = krit(M, D, U, t, KAB, KBC, KCD, KOK, T0)
51     % Rozbalení parametrů
52     MA = M(1);
53     MB = M(2);
54     MC = M(3);
55     MD = M(4);
56
57     % Vytvoření systémových matic
58     [A, B] = gen_mat(MA, MB, MC, MD, KAB, KBC, KCD, KOK);
59
60     % Simulace systému
61     [t, T] = ode45(@(t, T) odefun(t, T, A, B, U), t, T0);
62
63     % Výpočet chyby jako součtu čtverců rozdílů
64     error = sum((T(:,1) - D.TA).^2) + ...
65             sum((T(:,2) - D.TB).^2) + ...
66             sum((T(:,3) - D.TC).^2) + ...
67             sum((T(:,4) - D.TD).^2);
68 end

```

Obrázek 18 Funkce výpočtu chyby (Matlab R2024b)

Soustava rovnic

Nyní už je zapotřebí pouze zakomponovat do programu samotný maticový tvar soustavy rovnic s následnou funkcí pro řešení těchto rovnic.

```

70 % --- Funkce pro generování systémových matic ---
71 function [A, B] = gen_mat(MA, MB, MC, MD, KAB, KBC, KCD, KOK)
72     A = [-(KOK+KAB)/MA, KAB/MA, 0, 0;
73         KAB/MB, -(KAB+KBC+KOK)/MB, KBC/MB, 0;
74         0, KBC/MC, -(KBC+KCD+KOK)/MC, KCD/MC;
75         0, 0, KCD/MD, -(KCD+KOK)/MD];
76
77     B = [1/MA, 0, 0, 0, KOK/MA;
78         0, 1/MB, 0, 0, KOK/MB;
79         0, 0, 1/MC, 0, KOK/MC;
80         0, 0, 0, 1/MD, KOK/MD];
81 end
82
83 % --- Funkce pro řešení diferenciálních rovnic ---
84 function dTdt = odefun(t, T, A, B, u)
85     dTdt = A * T + B * u;
86 end

```

Obrázek 19 Matice rovnic s řešením (Matlab R2024b)

Funkce na obrázku 19 vykresluje matice soustavy diferenciálních rovnic modelu. Tyto matice vycházejí konkrétně z maticového zápisu v rovnici (18). Druhá funkce na obrázku slouží jako řešení matice.

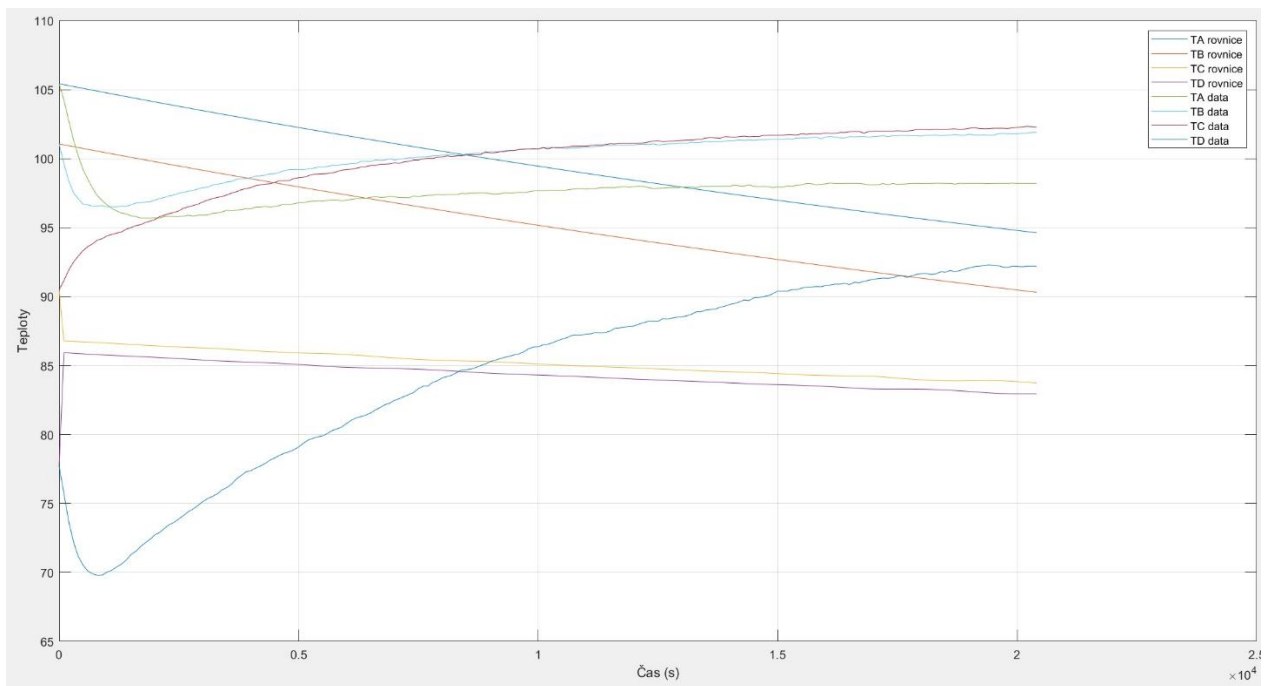
2.4.3 Hodnoty dynamických parametrů

Předpokládaný výsledek dynamických parametrů by měl poskytnout takové výsledky, aby simulované rovnice byly dobrou aproximací pro křivky dat z reálného měření. Tedy počáteční hodnota v $t=0$ by měla být stejná, průběh křivek podobný jako v experimentu a ustálená hodnota systému by měla být shodná jako u vypočítaných ustálených stavů.

Označení veličiny	Hodnota veličiny	Jednotka
M_A	4,505e+03	kJ/K
M_B	7,640e+03	kJ/K
M_C	1,451	kJ/K
M_D	1,745	kJ/K

Tabulka 7 Výsledné dynamické parametry z Matlabu

V tabulce 7 jsou zapsány teploty, které byly vyhledány funkcí `Fminsearch` v Matlabu. Tyto hodnoty se tedy dosadí do diferenciálních rovnic, které budou simulovány společně s reálnými daty změřenými na peci.



Obrázek 20 Simulace diferenciálních rovnic s naměřenými daty (Matlab R2024b)

Z obrázku 20 je zřejmé, že funkce `Fminsearch` našla data, která nevyšla optimálně. Křivky neaproximují správně reálná data a ani nekonečí na ustálených hodnotách vypočítaných během řešení modelu. To znamená, že tyto rovnice nepopisují dobře reálné zařízení.

3 Úprava modelu

V následujícím textu je popsána úprava modelu tak, aby lépe popisoval reální chování.

3.1 Stanovení hypotézy

Vzhledem k odlišnému chování modelu a reálného zařízení bylo nutné se pokusit najít příčinu a model příslušně modifikovat. Byla provedena analýza tepelné bilance, jejíž výsledkem je závěr, že se většina energie ze systému ztrácí. Odtahy nebyly v původním modelu uvažovány. Vliv působení těchto nucených odtahů je však velmi významný.

Byla tedy vytvořena hypotéza, že nucené odtahy vzduchu, které jsou vyobrazeny na obrázku 10 (konkrétně nad zónami I, III a VI, tedy A, C a D), odeberou většinu energie ze systému (cca 90 %) a šíření tepla v axiálním směru naopak nemá významný vliv na teploty v jednotlivých zónách pece.

3.2 Verifikace hypotézy

Pro ověření, že hypotéza je správná, je nutno vytvořit simulaci, na které bude tento průběh popsán. K tomuto ověření bude tedy upraven původní program v Matlabu a výsledky budou následně simulovány v Simulinku společně s naměřenými daty.

3.2.1 Vytvoření programu pro verifikaci

K verifikování modelu budou muset být upraveny parametry podle vytvořené hypotézy. To znamená, že ztrátové koeficienty K , tedy statické parametry pro přestupy tepla v axiálním směru, budou uvažovány jako nulové. Jedinou výjimkou bude parametr pro přestup tepla do okolí, protože část tepla se do okolí i přes izolaci pece dostane.

```
1 KAB = 0;  
2 KBC = 0;  
3 KCD = 0;  
4 KOK = 0.01;  
5  
6 U = [0.63; 0.67; 0.66; 0.58; 35];
```

Obrázek 21 Upravené proměnné (Matlab R2024b)

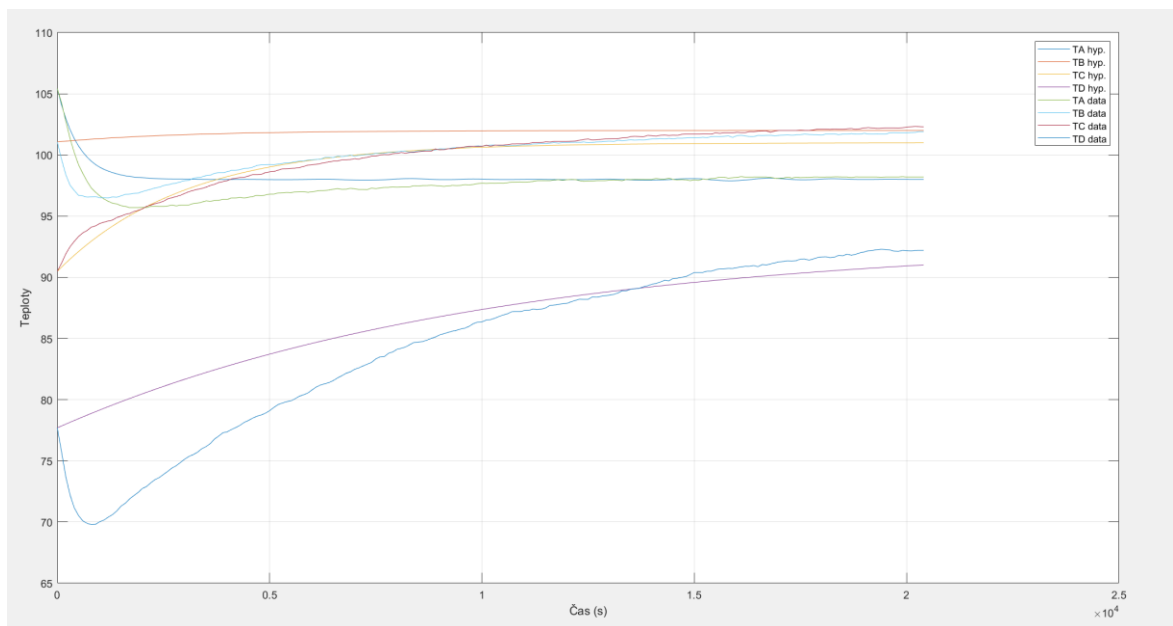
Dynamické parametry (Tabulka 8) budou získány opakovanými simulacemi a porovnáváním křivek s reálnými daty dokud nebude dosaženo přijatelné aproximace.

Označení veličiny	Hodnota veličiny	Jednotka
M_A	5	kJ/K
M_B	30	kJ/K
M_C	30	kJ/K
M_D	100	kJ/K

Tabulka 8 Odhadnuté dynamické parametry

3.2.2 Výsledek programu pro verifikaci

Výsledné křivky tedy budou simulovány s pomocí dynamických parametrů z tabulky 8. Tyto křivky budou vykresleny spolu s reálnými daty pro možnost jejich srovnání.



Obrázek 22 Simulace upraveného modelu (Matlab R2024b)

Na obrázku 22 jsou vykreslena experimentální data společně se stavy upraveného modelu. Jak je na obrázku vidět, tak simulační data relativně dobře aproximují data experimentální. Největší rozdíl v nich je na počátku simulace, ale postupně křivky nabývají stejných hodnot a jejich ustálené stavy by se shodovaly.

3.2.3 Model pece vytvořený v Simulinku

Pro ověření modelu bude sestaven model pece v programu Matlab Simulink. Pomocí tohoto programu bude také simulován průběh a tento průběh bude následně porovnán s experimentálními daty.

Pro simulaci samotného modelu v programu Matlab Simulink bude potřeba zadávat konkrétní počáteční teplotu media uvnitř každé zóny v čase 0, tedy počáteční podmínku

diferenciální rovnice, teplotu okolí a výkon topení každé zóny. Řešení rovnice tedy lze provést numericky integrací veličiny $\frac{dT}{dt}$ z rovnic (14), (15), (16), (17).

Tedy:

$$T_A = \int_0^t \left(-\frac{K_{AB} + K_{OK}}{M_A} T_A + \frac{K_{AB}}{M_A} T_B + \frac{P_A}{M_A} + \frac{K_{OK}}{M_A} T_{OK} \right) \quad (19)$$

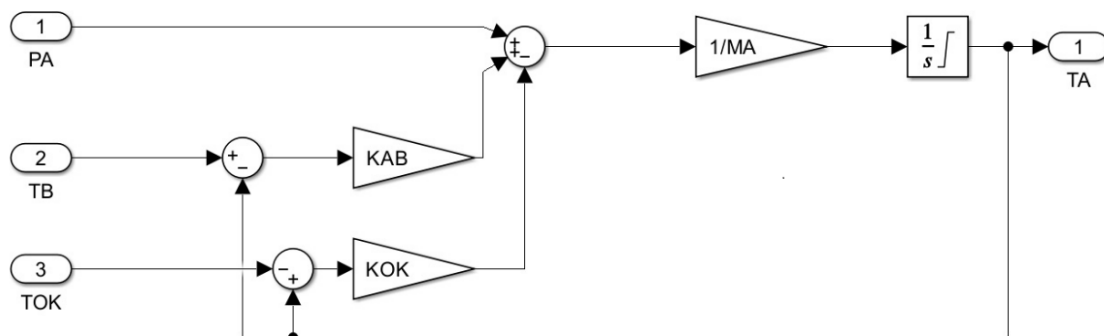
$$T_B = \int_0^t \left(\frac{K_{AB}}{M_B} T_A - \frac{K_{AB} + K_{BC} + K_{OK}}{M_B} T_B + \frac{K_{BC}}{M_B} T_C + \frac{P_B}{M_B} + \frac{K_{OK}}{M_B} T_{OK} \right) \quad (20)$$

$$T_C = \int_0^t \left(\frac{K_{BC}}{M_C} T_B - \frac{K_{BC} + K_{CD} + K_{OK}}{M_C} T_C + \frac{K_{CD}}{M_C} T_D + \frac{P_C}{M_C} + \frac{K_{OK}}{M_C} T_{OK} \right) \quad (21)$$

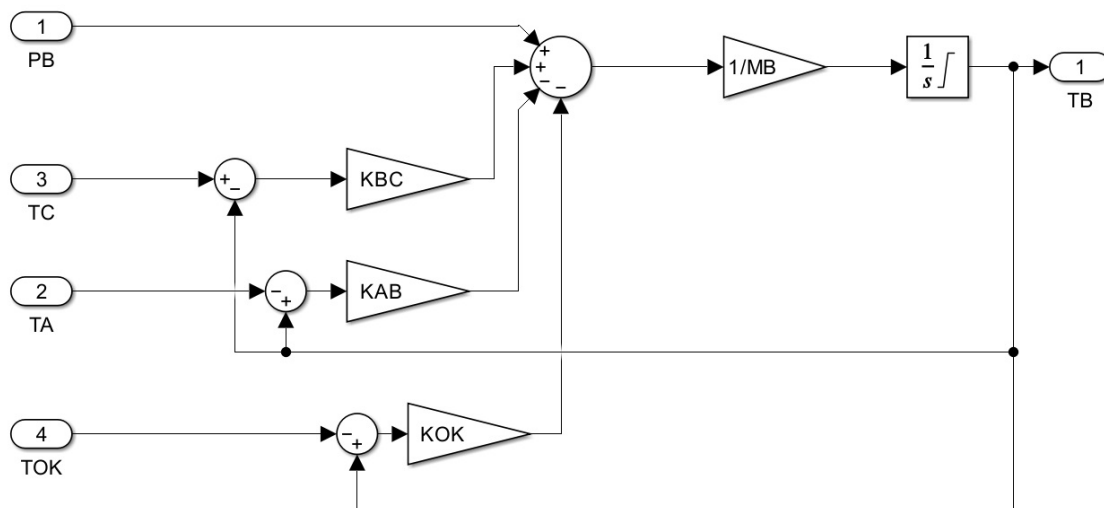
$$T_D = \int_0^t \left(\frac{K_{CD}}{M_D} T_C - \frac{K_{CD} + K_{OK}}{M_D} T_D + \frac{P_D}{M_D} + \frac{K_{OK}}{M_D} T_{OK} \right) \quad (22)$$

Podle těchto upravených rovnic bude tedy sestrojeno schéma v Simulinku. Díky této úpravě budou rovnice vracet okamžitou teplotu v jednotlivých zónách v daném čase.

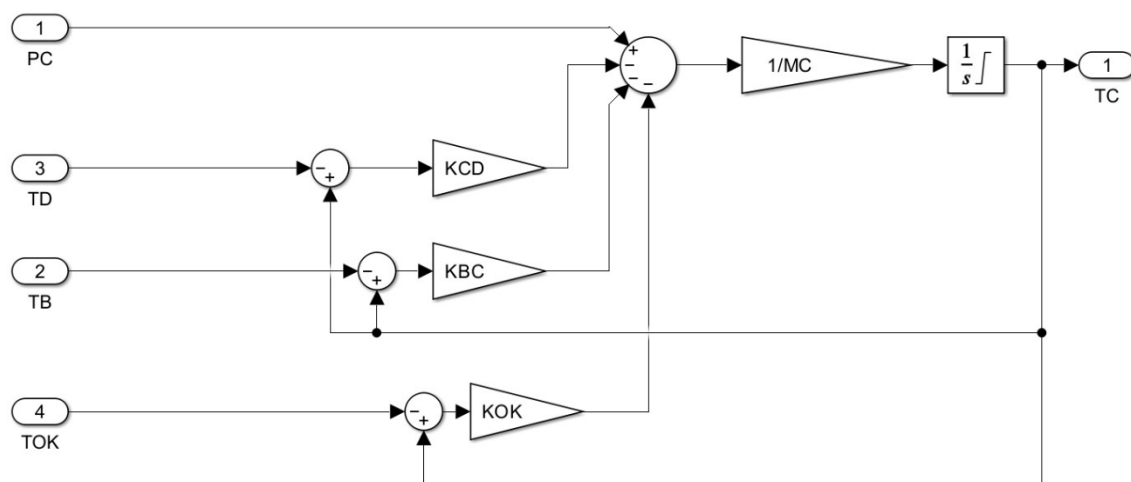
Schémata pro jednotlivé rovnice tedy budou vypadat takto:



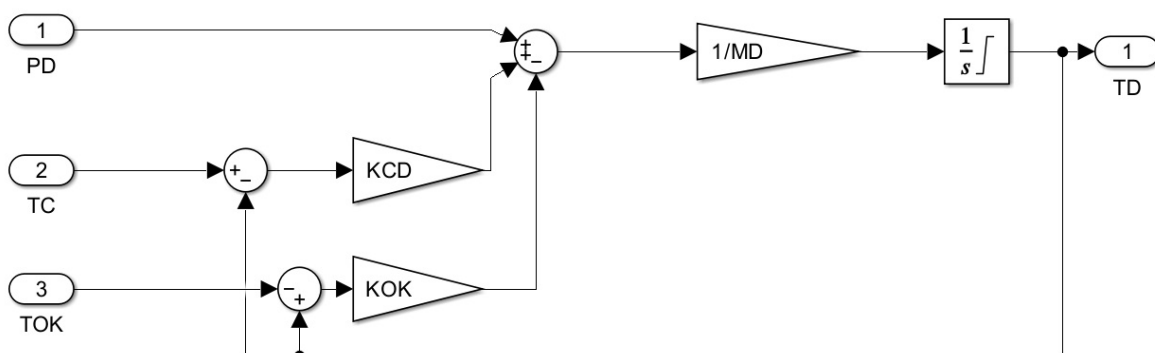
Obrázek 23 Schéma rovnice pro zónu A (Matlab Simulink R2024b)



Obrázek 24 Schéma rovnice pro zónu B (Matlab Simulink R2024b)



Obrázek 25 Schéma rovnice pro zónu C (Matlab Simulink R2024b)



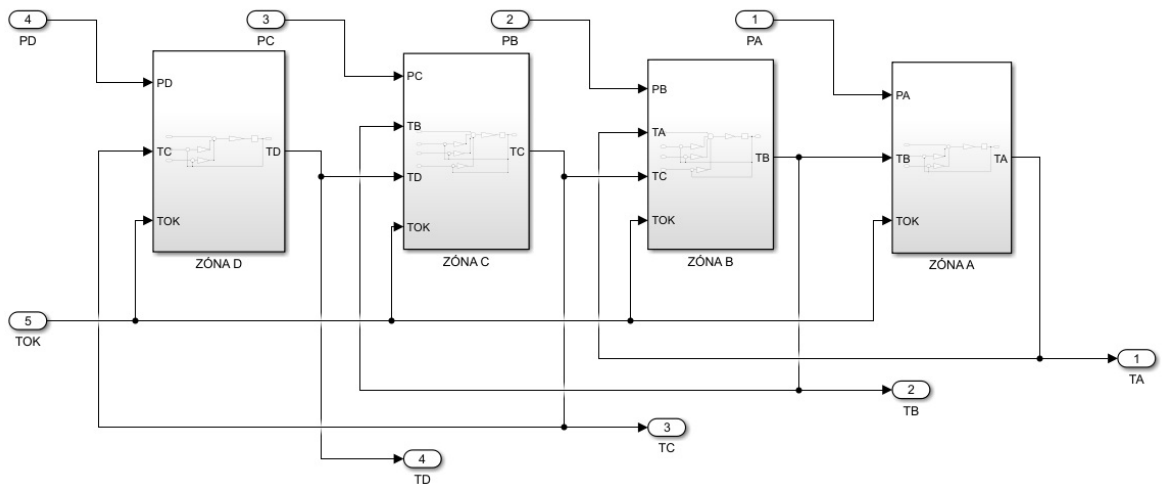
Obrázek 26 Schéma rovnice pro zónu D (Matlab Simulink R2024b)

Na obrázcích 23-26 jsou znázorněna schémata rovnic pro jednotlivé zóny pece podle modelu. Konkrétně je na obrázku 23 rovnice (19), na obrázku 24 rovnice (20), na obrázku 25 rovnice (21) a na obrázku 26 rovnice (22). Každý z těchto obrázků je možno rozdělit do pomyslných tří částí. V první části (nalevo) jsou proměnné, které vstupují do rovnice. Uprostřed je poté samotná struktura rovnice společně s konstantami a napravo je výstup z rovnice. V tomto případě je výstup z rovnic zastoupen u všech rovnic příslušnou teplotou v zóně.

Tato schémata jednotlivých rovnic bylo nutné mezi sebou vzájemně propojit, protože se jedná o soustavu a výstupy rovnic jsou tudíž vzájemně závislé na vstupech jiných rovnic.

Vzájemné propojení bude tedy docíleno vytvořením subsystémů z jednotlivých schémat rovnic a tyto subsystémy budou následně vzájemně propojeny.

Řešení tedy může vypadat například takto:

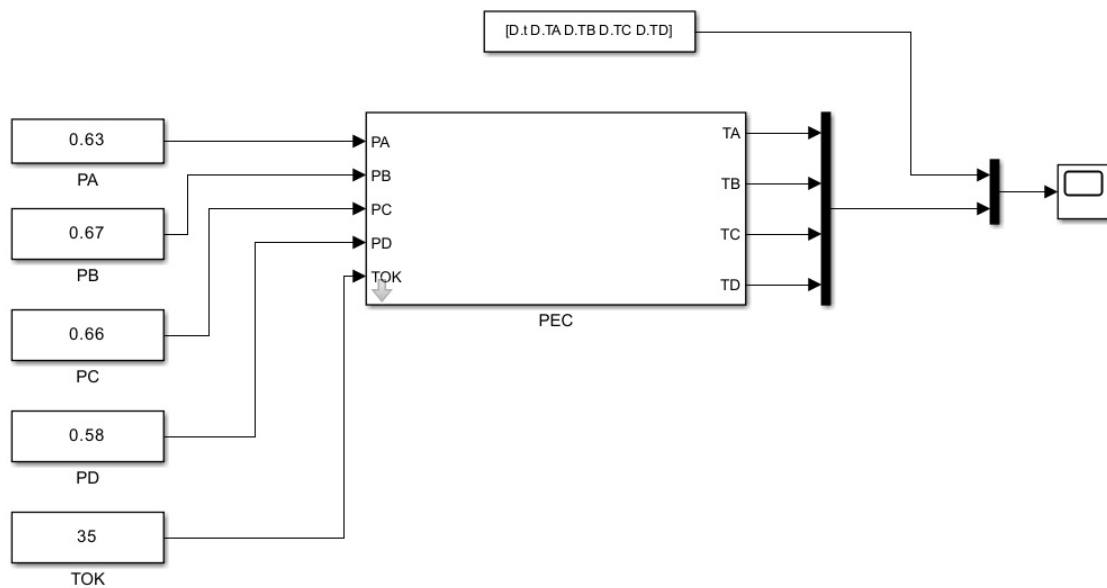


Obrázek 27 Schéma subsystému modelu pece (Matlab Simulink R2024b)

Na obrázku 27 jsou propojené subsystémy rovnic jednotlivých zón. Každý subsystém je pojmenován podle příslušné zóny, kterou zastupuje. Na schématu jsou také vyneseny jednotlivé teploty do výstupů a jako vstupy jsou vyneseny jednotlivé výkony zón společně s okolní teplotou.

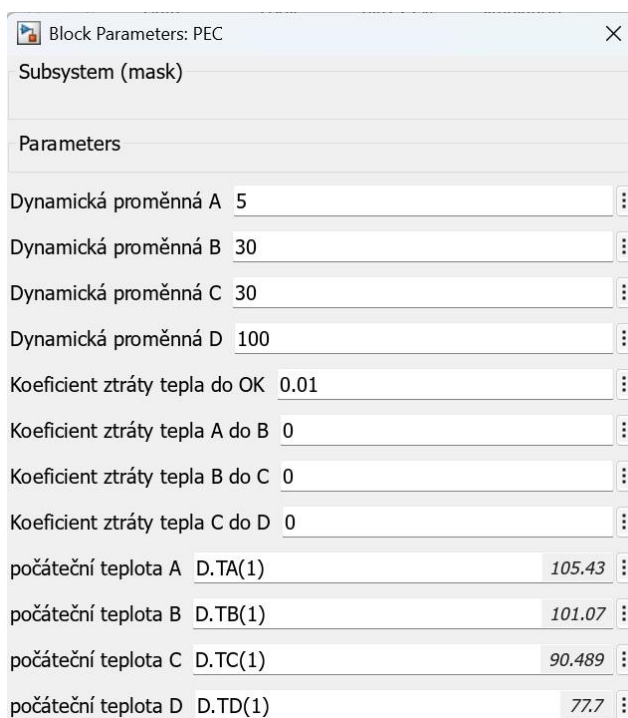
Toto schéma také bude převedeno do subsystému, který již bude simulovat model samotné pece. Výsledkem bude subsystém, do kterého budou vstupovat výkony zón a teplota okolí a z výstupu půjdou pouze teploty, které se v zónách budou v daný čas nacházet.

Dále bude vytvořena také maska tohoto subsystému, aby se daly zadat konstanty, které se v rovnicích nachází. Jedná se o počáteční teploty v $t=0$ nebo statické a dynamické parametry.



Obrázek 28 Experimentální model pece (Matlab Simulink R2024b)

Na obrázku 28 je znázorněn samotný subsystém modelu pece a jednotlivé vstupní proměnné. Výstupy jsou poté svedeny do součástky Scope, která vykreslí průběh jednotlivých teplot v zónách. V horní části obrázku 28 je blok, díky kterému do součástky Scope vstupují i data naměřená v experimentu na reálné peci. Tato data budou sloužit pro porovnání s výslednými daty simulace modelu v Simulinku.

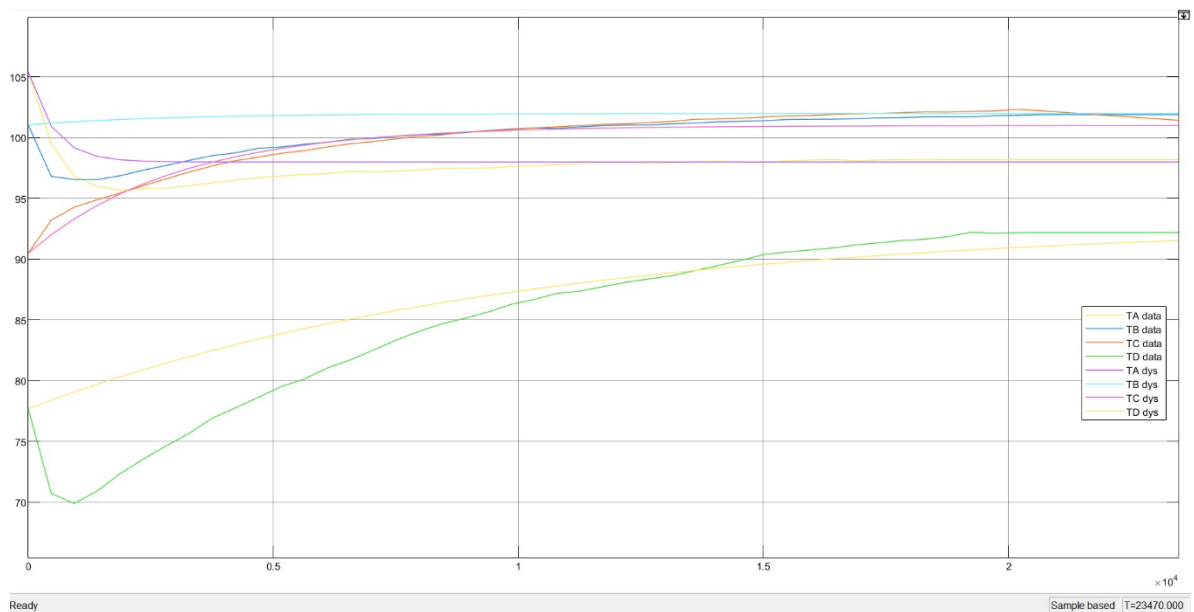


Obrázek 29 Maska modelu pece (Matlab Simulink R2024b)

Na obrázku 29 je znázorněná maska modelu pece, která byla vytvořena společně se subsystémem pece. Maska obsahuje parametry, které se v průběhu simulace nemění. Mohou být tedy zadány pouze jednou a dále se nemusí přepisovat. Jednotlivé parametry jsou popsány přímo v masce a jsou zde již i doplněny příslušné hodnoty použité pro simulaci.

3.2.4 Výsledek simulace modelu v Simulinku

Výsledek simulace bude průběh simulovaných teplot v jednotlivých zónách. Tento průběh se vykreslí v součástce Scope, která je znázorněna na obrázku 28.



Obrázek 30 Simulace modelu pece Simulink (Matlab Simulink R2024b)

Na obrázku 30 je výsledek simulace modelu ze Simulinku společně s reálnými daty z experimentálního měření. Na vodorovné ose je vynesena čas simulace, který byl stejný jako čas z reálného měření. Na svislé ose je poté okamžitá teplota.

Když porovnáme simulovaný průběh na obrázku 30 s průběhem vypočítaným z programu Matlabu na obrázku 22, tak můžeme vidět, že průběhy jsou shodné. Z toho můžeme usoudit, že při tvorbě modelu v Simulinku nedošlo k chybnému sestavení modelu, tudíž obě simulace dávají stejný výsledek.

ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo vytvořit matematický tepelný model pekařské pece s několika zónami a průběžným pásem. Díky spolupráci s firmou J4, s. r. o. bylo možné provést experimentální měření na reálné peci tohoto typu.

Konkrétní pec disponovala čtyřmi zónami a průběžným pásem. Každá zóna měla odlišný výkon i odlišnou velikost.

Experimentální měření na reálné peci bylo prováděno tak, že byly natápěny všechny čtyři zóny najednou malými výkony. Cílem bylo dosáhnout ustáleného stavu pece. Výkony musely být malé, protože díky zateplení pece každé procento na výkonu způsobí velký nárůst teploty v peci. Pec však může dosáhnout maximálně 500 °C. V případě, že by se pec natápěla na normální výkony, tak by byl její výkon omezen a na ustálený stav by se pec vůbec nedostala. Průběh teplot v jednotlivých zónách byl sledován pomocí programu TIA-portál.

Při experimentálním určení parametrů pro ztrátu tepla byla vytvořena soustava rovnic, která šíření tepla do dalších zón zanedbala. Přestože určení statických parametrů vyšlo optimálně a zpětný výpočet ustálených stavů jednotlivých zón dopadl také relativně dobře oproti reálné peci, nastala chyba u určování dynamických přechodových dějů.

Kvůli neshodě simulovaných a změřených dynamických dějů v peci musela být vytvořena hypotéza, že se většina tepla se z pece ztrácí díky odtahům a přenos tepla v axiálním směru nemá žádný vliv na teploty v peci, jak bylo původně předpokládáno.

Následně bylo zapotřebí tuto hypotézu ověřit v programu Matlab – úpravou modelu. Po nastavení potřebných parametrů, zejména dynamických proměnných, byly diferenciální rovnice simulovány a porovnány s daty naměřenými na reálné peci. Tato simulace relativně dobře aproximovala křivky natápění reálné pece, proto byla hypotéza působení odtahu vyhodnocena jako relevantní. Odtahy mají za úkol sát z pece nebezpečné plyny, které vznikají při pečení a tím se z pece ztrácí poměrně velké množství energie, s čímž nebylo v původním modelu počítáno.

Pro simulační ověření bylo vytvořeno schéma upraveného modelu pece v programu Matlab Simulink. Po sestavení tohoto schématu, nastavení jeho parametrů a jeho spuštění, byl výsledek průběhů teplot shodný s výsledkem v Matlabu. Tím bylo ověřeno, že jsou oba modely identické. Aproximace reálných dat není optimální, ale z pohledu ustálených

stavů je dostatečná. Pro zlepšení přechodových dějů by systém vyžadoval další analýzu a modifikace modelu.

POUŽITÁ LITERATURA

BALÁTĚ, J. 2004. Automatické řízení. 2. vyd. Praha: BEN – technická literatura. s. 663 ISBN 80-7300-148-9.

DRÁBEK, O; MACHÁČEK. J.1987. Experimentální identifikace. Pardubice. [cit. 2019-10-30].

HONC, D. Modelování a simulace. Přednášky Fakulta elektrotechniky a informatiky. Univerzita Pardubice: Osobní sdělení: 2023 [cit. 19. 04. 2024]

J4 s. r. o. [online]. [cit. 2024-04-10]. Dostupné z: j4.cz

MACHÁČEK, J. Pokročilé metody řízení procesů. 1. vyd. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2015. s. 73 ISBN 978-80-7395-937-1

Měnič frekvence, Wikipedie: Ověřená encyklopedie, [online]. Datum poslední revize: 13. 06. 2022, [cit. 19. 04. 2024]. Dostupné z: wikipedia.org

KADLEC, P. Procesy potravinářských a biochemických výrob. 1. vyd. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická, 2003. s. 258 ISBN 80-7080-527-7.

Pulzně šířková modulace, Wikipedie: Ověřená encyklopedie, [online]. Datum poslední revize: 08. 08. 2023, [cit. 19. 04. 2024]. Dostupné z: wikipedia.org

ŠMEJKAL, L.; MARTINÁSKOVÁ M. PLC a automatizace. 1. vyd. Praha: BEN – technická literatura, 1999. s. 223 ISBN 80-860-5658-9.

Další odborné materiály poskytnuté společností J4 s.r.o. a osobní konzultace s odborníky firmy.

PŘÍLOHY

Příloha A – On-line