

UNIVERZITA PARDUBICE

Fakulta ekonomicko-správní

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2024

Makishev Duman

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní

Modely oceňování opcí  
Bakalářská práce

2024

Makishev Duman

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní  
Akademický rok: 2023/2024

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Duman Makishev**  
Osobní číslo: **E21759**  
Studijní program: **B0412A050011 Finance**  
Téma práce: **Modely oceňování opcí**  
Zadávací katedra: **Ústav matematiky a kvantitativních metod**

## Zásady pro vypracování

Cílem práce je posoudit využitelnost opcí, jejich výhody a nevýhody, a to na základě analýzy modelů oceňování opcí a využití reálných dat.

Osnova:

- Základní pojmy.
- Oceňování opcí.
- Binomický model oceňování opcí.
- Trinomický model oceňování opcí.

Rozsah pracovní zprávy: **35**  
Rozsah grafických prací:  
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

AMBROŽ, L. Oceňování opcí. Praha: C.H. Beck, 2002. ISBN 80-7179-531-3.  
BLACK, F., & M. SCHOLES (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), pp. 637-654.  
CIPRA, T. Matematika cenných papírů. Praha: Professional Publishing, 2013. ISBN 978-80-7431-079-9.  
HULL, J. C. Options, futures, and other derivatives. Pearson, 2018. ISBN 013447208X.  
MERTON, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of Economics and Management Science*, 4(1), 1973, pp. 141-183.  
ROSS, S., M. An elementary introduction to mathematical finance: options and other topics. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2003. ISBN 05-218-1429-4.

Vedoucí bakalářské práce: **Mgr. Libor Koudela, Ph.D.**  
Ústav matematiky a kvantitativních metod

Datum zadání bakalářské práce: **1. září 2023**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **30. dubna 2024**

**prof. Ing. Jan Stejskal, Ph.D.** v.r.  
děkan

L.S.

**doc. Ing. Jan Čermohorský, Ph.D.** v.r.  
garant studijního programu

V Pardubicích dne 1. září 2023

Prohlašuji:

Práci s názvem: „Modely oceňování opcí“ jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 17. 12. 2024

Makishev Duman v.r.

## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto bych chtěl poděkovat vedoucímu práce panu Mgr. Liboru Koudelovi Ph.D. za odborné vedení této práce, cenné rady a nápady, vstřícný přístup a čas věnovaný této práci.

Dále bych rád poděkoval své rodině za podporu a trpělivost během mého studia.

## **ANOTACE**

Práce poskytuje ucelený přehled problematiky opcí včetně definice základních pojmů, věnuje se historickému vzniku a vývoji opčních instrumentů, popisuje opční kontrakt a rozebírá faktory ovlivňujících cenu opce a diagramy zisku a ztrát. Těžištěm práce je popis binomického a trinomického modelu oceňování opcí a následné použití těchto modelů pro ocenění na reálných příkladech.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Binomický model, trinomický model, binomický strom, trinomický strom, kupní opce, prodejní opce, americká opce, evropská opce, krátká pozice, dlouhá pozice, volatilita

## **ANNOTATION**

The work provides a comprehensive overview of options, including the definition of basic concepts. It discusses the historical origin and development of the option instruments, describes the option contract and analyses factors affecting the price of the option and profit and loss charts. The focus of the thesis is on the description of the binomial and trinomial option pricing models and the subsequent application of these models for valuation on real-life examples.

## **KEYWORDS**

Binomial model, trinomial model, binomial tree, trinomial tree, all option, put option, American option, European option, short position, long position, volatility.

# Obsah

Seznam obrázků .....	- 11 -
Úvod.....	- 12 -
1. Pojem opce.....	- 14 -
1.1. Kupní a prodejní opce: Základní přehled.....	- 14 -
1.2. Historie opcí.....	- 15 -
2. Opční kontrakt .....	- 17 -
2.1. Cena podkladové akcie $S$ .....	- 17 -
2.2. Realizační cena $X$ .....	- 17 -
2.3. Čas $T$ zbývající do vypršení opce .....	- 19 -
2.4. Bezriziková úroková míra $r$ .....	- 20 -
2.5. Rizikovost akcie $\sigma$ .....	- 20 -
2.6. Další faktory.....	- 20 -
3. Dělení podle podkladového instrumentů .....	- 22 -
4. Binomický model.....	- 23 -
4.1. Jednoduchý binomický model a argument arbitráže .....	- 24 -
4.2. Konstrukce bezrizikového portfolia.....	- 25 -
4.3. Výpočet současné hodnoty portfolia.....	- 26 -
4.3.1. Výpočet diskontované hodnoty.....	- 26 -
4.3.2. Výpočet ceny opce .....	- 27 -
4.4. Teoretický základ a výpočet .....	- 28 -
4.4.1. Příklad na binomický model .....	- 28 -
4.4.2. Výpočet portfolia a delty .....	- 28 -
4.4.3. Výpočet ceny opce pomocí bezrizikové úrokové míry.....	- 29 -
4.4.4. Číselný příklad .....	- 29 -
4.5. Irelevance očekávaných výnosů z akcií.....	- 30 -
4.5.1. Teoretický základ.....	- 30 -
4.5.2. Přístup neutrality k riziku.....	- 30 -

4.5.3.	Význam pro investory.....	- 31 -
4.6.	Ocenění s ohledem na riziko.....	- 32 -
4.6.1.	Výpočet pravděpodobnosti.....	- 33 -
4.6.2.	Důležitost výsledku.....	- 33 -
4.7.	Přehodnocení jednostupňového binomického příkladu.....	- 34 -
4.7.1.	Teoretický přehled.....	- 34 -
4.7.2.	Rovnice pro výpočet $p$ .....	- 34 -
4.7.3.	Hodnota kupní opce.....	- 35 -
4.8.	Rozdíl mezi rizikově neutrálním a reálným světem.....	- 36 -
4.8.1.	Definice $p$ v obou světech.....	- 36 -
4.8.2.	Očekávané výplaty a diskontní sazby.....	- 37 -
4.8.3.	Důležitost rizikově neutrálního ocenění.....	- 37 -
4.9.	Dvoustupňový binomický strom.....	- 38 -
4.9.1.	Krok 1: Nastavení binomického stromu.....	- 38 -
4.9.2.	Krok 2: Výpočet pravděpodobnosti $p$ .....	- 38 -
4.9.3.	Krok 3: Výpočet hodnoty opcí v koncových uzlech.....	- 39 -
4.9.4.	Krok 4: Zpětné vypočítávání ceny opce v uzlu B.....	- 39 -
4.9.5.	Krok 5: Vypočítání hodnoty opcí v počátečním uzlu A.....	- 39 -
4.10.	Příklady.....	- 41 -
4.10.1.	Opce na akciové indexy.....	- 41 -
4.10.2.	Měnové opce.....	- 44 -
5.	Trinomický model oceňování opcí.....	- 46 -
5.1.	Vztah binomického a trinomického modelu.....	- 46 -
5.2.	Trinomický model na jedno období.....	- 47 -
5.3.	Trinomický model pro více časově období.....	- 48 -
5.4.	Trinomický model pro prodejní opce.....	- 49 -
5.5.	Porovnání binomického a trinomického modelu.....	- 50 -
5.5.1.	Binomický model.....	- 50 -
5.5.2.	Trinomický model.....	- 51 -

5.5.3. Porovnání a aplikace .....	- 51 -
Závěr .....	- 53 -

## Seznam obrázků

Obrázek 1. Binomický model na jedno období .....	- 25 -
Obrázek 2. Binomický strom .....	- 38 -
Obrázek 3. Binomický strom s cenou akcie a opce .....	- 39 -
Obrázek 4. Zadání vstupních hodnot pro evropskou kupní opci .....	- 42 -
Obrázek 5. Ocenění evropské kupní opce.....	- 42 -
Obrázek 6. Zadání vstupních hodnot pro americkou kupní opci .....	- 44 -
Obrázek 7. Ocenění americké kupní opce .....	- 45 -
Obrázek 8. Porovnání binomického a trinomického modelu.....	- 46 -
Obrázek 9. Trinomický strom .....	- 48 -

# Úvod

V bankovním a podnikovém světě jsou finance jedním z odvětví, které se mění nejrychleji. Investování do finančních derivátů se v posledních několika letech výrazně rozšířilo. Opce (deriváty) jsou dnes klíčovou součástí finančního sektoru. Objem obchodů s finančními instrumenty neustále roste. Jedním způsobem je investování do finančních derivátů prostřednictvím opcí.

Protože jsem se rozhodl studovat finance, dozvěděl jsem se během svého studia mnoho užitečných informací o finančním světě. Mou vášeň pro finance podnítily předměty Finance, Financování podniku Finanční analýza a Investiční a Finanční matematika . Zvláště mě zaujalo téma finančních derivátů, a proto jsem si jako téma své bakalářské práce vybral „Modely oceňování opcí“.

V první části charakterizujeme základní pojem opce a krátce naznačíme historii vzniku a vývoje obchodování s opcemi. V další části práce uvedeme faktory ovlivňující hodnotu opce a prvky, ze kterých se skládá opční kontrakt.

Postupně představíme základní typy opcí – kupní a prodejní, jejichž způsob oceňování se zásadně liší. Jádrem celé práce jsou modely oceňování opcí. Jsou vymezeny pojmy, které jsou nezbytné k analýze modelů oceňování opcí a základní zákonitosti fungování opčních obchodů

Samotnému oceňování opcí jsou věnovány dvě samostatné kapitoly, které tvoří stěžejní a nejobsáhlejší část práce. K oceňování opcí se užívají binomický a trinomický model. Trinomickým modelem oceňování opce se budu zabývat jen okrajově kvůli ucelenosti práce. Nejvíce se zaměříme na binomický model oceňování opcí. Tento model, který je jednou z nejúspěšnějších teorií nejen ve financích, ale v celé ekonomii. Model za stanovených předpokladů odvodíme pro větší názornost a jednoduchost pouze pro evropské opce na akcie nevyplácející dividendy.

V dnešní době je téměř nemožné se při oceňování derivátů obejít bez výpočetní techniky a vhodného softwaru. Na trhu existuje řada softwarů, které je možné k oceňování finančních derivátů použít. V této práci je využíván SW DerivaGem k sestavení teoretických modelů oceňování derivátů a jejich využití na konkrétních příkladech. S tímto softwarem jsem se setkal v rámci psaní své bakalářské a získal tak znalosti potřebné k pracování(naprogramování) modelů oceňování opcí. V dnešní době je téměř nemožné se při oceňování derivátů obejít bez výpočetní techniky a

vhodného softwaru. Na trhu existuje řada softwarů, které je možné k oceňování finančních derivátů použít. V této práci je využíván software DerivaGem, který byl vyvinut v rámci knihy "Options, Futures, and Other Derivatives" od Johna C. Hulla. Tento software je dostupný jako doprovodný nástroj ke knize a lze jej stáhnout z oficiálních webových stránek nakladatelství Pearson. DerivaGem je poskytován zdarma pro vzdělávací a nekomerční účely. Modely oceňování opcí v SW DerivaGem sestavíme na základě vzorců odvozených v teoretické části za pomoci vhodné literatury.

V poslední části se zaměříme na trinomický modely oceňování opcí, který představuje složitější záležitost.

Cílem práce je posoudit využitelnost opcí, jejich výhody a nevýhody, a to na základě analýzy modelů oceňování opcí a využití reálných dat.

# 1. Pojem opce

Opce je kontrakt mezi dvěma stranami, který dává držiteli opce právo, nikoli povinnost, koupit nebo prodat určité aktivum za předem stanovenou cenu, známou jako realizační cena, do určitého data, známého jako datum expirace. Tímto instrumentem nejčastěji bývá akcie, akciový index, zahraniční měna, dluhopis, forwardový nebo futures kontrakt.

## 1.1. Kупní a prodejní opce: Základní přehled

Držitel kupní opce má k určitému datu splatnosti právo koupit určité podkladové aktivum za stanovenou cenu, tzv. realizační cenu. Hull (2012, str. 8) charakterizuje kupní opci jako finanční nástroj, umožňující investorům profitovat z navýšení tržní ceny aktiva, aniž by aktiva museli přímo vlastnit. (Pokud investoři očekávají, že cena podkladového aktiva poroste, využívají kupní opce. Investor může získat větší finanční svobodu s kupní opcí na nákup akcií, která mu umožňují kontrolovat více akcií za menší investici, než kdyby akcie koupil přímo.

Naopak, prodejní opce však dává držiteli právo prodat určité podkladové aktivum za předem stanovenou cenu k určitému datu vypršení platnosti. Natenberg (1994, str. 441) poukazuje na to, že prodejní opce se často používají jako zajištění proti poklesu ceny podkladového aktiva; to umožňuje investorům minimalizovat potenciální ztráty v případě, že se trh nebude chovat ve prospěch jejich původní investice.

Ve struktuře opčních kontraktů jsou vždy přítomny dvě strany: prodávající, který opci nabízí, a kupující. Prodávající, zaujímající krátkou pozici (short position), nese riziko nejistého vývoje trhu a potenciální neomezené ztráty. Hull (2012, str. 9) zdůrazňuje, že vydavatel opce zastává pozici protistrany vůči držiteli opce a je povinen vykonat opční kontrakt, pokud držitel rozhodne o uplatnění svého práva. Z druhé strany, kupující opce drží dlouhou pozici (long position) a má volbu opci uplatnit, čímž získává strategickou převahu. Držitel dlouhé pozice má možnost rozhodnout o exekuci opce, což představuje významnou výhodu. Neuplatnění opce držitelem znamená, že jeho maximální možná ztráta se omezuje na cenu zaplacenou za opční prémii (Chriss, 1997).

## 1.2. Historie opcí

Ačkoliv opční obchodování může působit jako moderní finanční nástroj, má své kořeny hluboko v historii. Tyto kořeny sahají až do antiky a odrážejí rané pochopení konceptu práva koupit nebo prodat určité zboží za předem stanovenou cenu. Tento oddíl se zabývá příklady, které ilustrují rané použití opcí v historii: příběh Thaléta z Milétu a tulipománii v Holandsku 17. století.

Aristotelés ve svém díle "Politika" zachycuje příběh Thaléta z Milétu, předvídavého filozofa, který dokázal využít své znalosti přírody a astronomie k předpovědi bohaté úrody oliv. Thalés, předvídaje vysokou poptávku po lisování oliv, strategicky získal práva na používání olivových lisů ve své oblasti za předem dohodnutou cenu. Když se jeho předpovědi staly skutečností a poptávka po lisování oliv skutečně vzrostla, prodal svá práva za značně vyšší cenu, čímž si zajistil značný zisk. Tento příběh je považován za jedno z prvních zaznamenaných využití opčního obchodování, kde byl koncept opcí využit k spekulaci a zisku.

Další významný historický příklad opčního obchodování pochází z Holandska 17. století, z období známého jako "tulipománie". V této době tulipány dosáhly mimořádné popularity a jejich ceny strmě vzrostly kvůli silné poptávce mezi bohatými kupci a sběrateli. V reakci na to se v Holandsku vyvinul živý trh s opcemi na tulipánové cibulky, umožňující spekulantům koupit práva na budoucí koupi tulipánů za pevnou cenu. Když ceny tulipánů dosáhly astronomických výšek, mnozí z těch, kdo drželi opční kontrakty, zaznamenali obrovské zisky. Avšak následný kolaps trhu s tulipány představuje rané varování o rizicích spojených s vysoce spekulativním obchodováním s deriváty.

Začátek moderní éry opčních kontraktů lze vystopovat do roku 1973, kdy byla otevřena Chicagská burza opcí (CBOE), čímž byla zahájena nová éra ve finančním obchodování. Tento krok představoval značný posun od neformálních, neorganizovaných trhů k regulovanému a standardizovanému obchodování s opcemi, které nabízelo investorům dosud nevídané možnosti. Význam tohoto milníku nelze podceňovat, jelikož položil základy pro rozvoj sofistikovaných finančních instrumentů a strategií, které jsou dnes běžně využívány na trzích po celém světě. Chicagská burza opcí přinesla revoluční koncept standardizovaných opčních kontraktů. Před jejím založením bylo obchodování s opcemi značně omezeno kvůli nedostatku transparentnosti, likvidity a regulace. Standardizace opčních kontraktů umožnila investorům snadněji porozumět a

porovnávat různé opční kontrakty, což vedlo k větší likviditě a efektivitě trhu. Původní obchodování na CBOE zahrnovalo pouze kupní opce na šestnáct různých akcií. Každý opční kontrakt měl přesně stanovenou smluvní velikost, expirační termín a strike cenu, což byly zcela nové koncepty pro mnoho investorů. Tato standardizace umožnila srovnávat kontrakty mezi různými emitenty a podkladovými aktivy, což výrazně zvýšilo transparentnost a přístupnost obchodování s opcemi. Prodejní opce byly zavedeny čtyři roky po kupní opcích, což dalšími způsoby obohatilo spektrum strategií, které mohli investoři využívat. V 80. letech 20. století pak CBOE začala nabízet opce na nové typy podkladových aktiv, včetně cizích měn, dluhopisů, indexů a úrokových měr, což přineslo další dimenzi do obchodování s opcemi.

## 2. Opční kontrakt

Opční kontrakt představuje dohodu mezi stranami zapojenými do transakce, určující jejich práva a povinnosti. Hlavní prvky této dohody jsou:

- $S$  – cena podkladového aktiva,
- $X$  – realizační cena,
- $T$  – čas zbývající do vypršení opce,
- $r$  – bezriziková úroková míra,
- $\sigma$  – riziko.

### 2.1. Cena podkladové akcie $S$

Hlavním faktorem ovlivňujícím hodnotu opce je aktuální tržní cena podkladového aktiva, obvykle akcie, která se obchoduje na burze. Opce dává jejímu držiteli možnost, nikoliv povinnost, koupit (kupní opce) nebo prodat (prodejní opce) akcii za pevně danou cenu. Pokud tržní cena akcie stoupne nad tuto cenu, hodnota kupní opce se zvýší, protože držitel opce může akcii zakoupit za nižší cenu, než je její tržní hodnota. Naopak, pokud cena akcie klesne, hodnota kupní opce klesá, protože opce se stává méně výhodnou (Chriss, 1997).

Pokud se akcie obchoduje na burze za cenu rovnající se realizační ceně opce, jak poznamenává Hull (2012, str. 237), vlastnictví kupní opce neposkytuje žádný okamžitý finanční prospěch, ale může představovat potenciál do budoucna. Jakmile cena akcie vzroste, kupní opce nabývá na hodnotě, protože umožňuje nákup za nižší cenu než její tržní hodnota. V případě prodejních opcí, které dávají držiteli právo prodat, se situace obrací. Pokud cena akcie klesne, hodnota prodejní opce se zvyšuje, což umožňuje držiteli opce prodat akcii za cenu vyšší, než je její tržní hodnota. Tímto způsobem prodejní opce poskytují ochranu proti poklesu ceny akcie a jejich hodnota se pohybuje opačně vzhledem k ceně podkladového aktiva.

### 2.2. Realizační cena $X$

Realizační cena je klíčovým prvkem v opčních kontraktech, neboť představuje cenu, na které se strany dohodly předem pro potenciální budoucí transakce. Držitel kupní opce, který očekává nákup, samozřejmě preferuje co nejnižší realizaci cenu, protože jak říká Hull (2012, str.

238), nízká realizační cena zvyšuje potenciální profit z nákupu akcie prostřednictvím kupní opce. Tato situace znamená, že čím nižší je realizační cena, tím vyšší je hodnota kupní opce.

V případě prodejních opcí se situace obrací. Pro držitele prodejní opce, který má právo prodat, je atraktivnější možnost prodat za vysokou realizační cenu. Vyšší realizační cena u prodejní opce zvyšuje hodnotu této opce, protože poskytuje držiteli možnost prodat akcie za cenu vyšší, než je jejich tržní hodnota. V tomto kontextu prodejní opce s vyšší realizací cenou jsou cennější než ty s nižší realizací cenou za předpokladu, že ostatní tržní podmínky zůstávají stejné (Chriss, 1997).

Cena, za kterou se opce obchoduje na trhu, je označována jako opční prémie. V kotacích na trzích je prémie vyjádřena na akcii. Celková suma, kterou investor zaplatí za opci, je pak vynásobena stonásobkem uvedené hodnoty prémie na akcii. Jak uvádí Hull (2012, str. 237), prémie opce, zveřejněná v tržních kotacích, je určena na jednu akcii, avšak celková platba za opční kontrakt je rovna této hodnotě prémie vynásobené počtem akcií, obvykle stovkou. Prémie se skládá ze dvou podstatných složek

"opční prémie = vnitřní hodnota + časová hodnota."

Vnitřní hodnota opce je definována jako pozitivní rozdíl mezi tržní cenou podkladového aktiva a realizační cenou opce. Pro kupní opce je to rozdíl mezi tržní cenou aktiva a realizační cenou, pokud je tato vyšší, zatímco pro prodejní opce je to rozdíl ve prospěch realizační ceny nad tržní cenou aktiva. pro kupní opci v čase  $t$  je vnitřní hodnota

$$VH = \max(0, S - X);$$

pro prodejní opci

$$VH = \max(0, X - S);$$

Časová hodnota je definovaná jako:

Prémie – vnitřní hodnota opce

Časová hodnota opce reflektuje prémii, kterou je držitel ochoten zaplatit za potenciální zlepšení hodnoty podkladového aktiva před expirací opce. Tato hodnota se zmenšuje, jak se opce blíží ke svému expiračnímu datu, jelikož možnost zvýhodnění se snižuje s kratším zbývajícím

časem. Časová hodnota opce klesá směrem k nule, jak se přibližujeme k datu expirace  $T$ , reflektující klesající pravděpodobnost změny ve prospěch držitele opce (Cox, Ross, & Rubinstein, 1979)

### 2.3. Čas $T$ zbývající do vypršení opce

Časový horizont do vypršení opce je dalším faktorem ovlivňujícím její hodnotu. S přiblížením se termínu expirace klesá pravděpodobnost významných změn v hodnotě podkladového aktiva. Jak se blíží konečný termín opce, máme menší šanci na významnou změnu ceny, což snižuje hodnotu opce. Proto se v angličtině opce někdy označují jako "decaying assets" nebo "wasting assets", což v češtině můžeme přeložit jako "aktiva ztrácející na hodnotě" (Hull, 2012).

V případě, že do expirace opce zbývá delší období, například půl roku, existuje větší prostor pro spekulace a očekávání změn ceny. Držitel kupní opce doufá v růst ceny akcií, zatímco prodávající opce věří v opak. Dlouhý časový horizont do expirace opce obvykle zvyšuje cenu kupní opce, protože se zvyšuje šance na příznivý pohyb ceny akcií. Přestože by se mohlo zdát, že stejný princip platí i pro prodejní opce, není to vždy pravidlem. Délka doby do expirace prodejní opce nemusí nezbytně znamenat její vyšší cenu, protože očekávání poklesu ceny akcií může být ovlivněno různými faktory. Hodnota prodejní opce je tedy závislá na kombinaci časového horizontu a očekávaných pohybů v cenách podkladových aktiv (Cox, Ross, & Rubinstein, 1979).

Na amerických burzách je obvyklým datem expirace sobota následující po třetím pátku každého měsíce, přičemž poslední den, kdy lze opci uplatnit, je obvykle třetí pátek daného měsíce. Následující den, sobota, je pak stanoven jako den pro finální vypořádání opčního kontraktu. Opční kontrakty jsou také rozděleny do tří expiračních cyklů, které se opakují v pravidelných časových intervalech během roku. Tyto cykly jsou definovány jako "leden, duben, červenec a říjen pro první cyklus; únor, květen, srpen a listopad pro druhý cyklus; a březen, červen, září a prosinec pro třetí cyklus." Toto rozdělení umožňuje investorům a společnostem lépe plánovat a přizpůsobovat své investiční strategie expiračním termínům opcí (Chriss, 1997).

## 2.4. Bezriziková úroková míra $r$

Tržní úroková míra hraje významnou roli při určování ceny opce, jelikož investování do opcí není jedinou možností, jakým způsobem lze peníze zhodnotit. Bezriziková úroková míra slouží jako benchmark pro srovnání s jinými investicemi. Vzestup úrokových sazeb činí alternativní investice atraktivnějšími, což má různý dopad na kupní a prodejní opce (Hull, 2012).

Růst úrokových sazeb snižuje současnou hodnotu očekávaných budoucích výnosů, což má za následek pokles hodnoty prodejní opce. To je založeno na principu, že držitel prodejní opce očekává zisk z prodeje akcie v budoucnosti, ale s rostoucími sazbami je současná hodnota těchto budoucích peněz nižší. Naopak hodnota kupní opce se zvyšuje s růstem úrokových sazeb, protože investor, který si v budoucnosti plánuje koupit akcii, dokáže našetřit potřebnou částku efektivněji díky vyššímu úrokovému výnosu z investovaných peněz. V důsledku toho, "při růstu úrokové míry se ceny kupní opce zvyšují, zatímco ceny prodejní opce klesají," což odráží změněné podmínky pro zhodnocení kapitálu (Chriss, 1997).

## 2.5. Rizikovost akcie $\sigma$

Když je společnost stabilní, pravidelně vyplácí dividendy a její akcie jsou dlouhodobě obchodovány na hlavním trhu burzy, možnost neočekávaných výkyvů v kurzu je minimální. V případě takové "předvídatelné" společnosti mohou investoři s velkou jistotou odhadnout budoucí tržní cenu jejích akcií. Jak uvádí Hull (2002, str. 345), u stabilních společností s dlouhou historií výplat dividend a bez výrazných kurzových šoků jsou půlroční kupní opce obvykle cenově dostupnější. Na druhém konci spektra jsou společnosti s vysokou mírou volatility na trhu, kde může investor očekávat značné zisky, ale zároveň musí počítat s potenciálně vysokými ztrátami. S rostoucí volatilitou akcií se zvyšuje i cena opce, reflektující vyšší riziko spojené s investicí. To znamená, že kupní opce na akcie společnosti s nestabilním vývojem tržní ceny jsou z principu dražší, odrazem větší nejistoty a rizika (Chriss, 1997).

## 2.6. Další faktory

Kromě hlavních faktorů ovlivňujících cenu kupní opce existují i další aspekty, které mají na její hodnotu nepřímý, avšak důležitý vliv:

- Daňová politika: Jakékoli změny v zdanění, ať už se jedná o zvýhodnění nebo znevýhodnění nejen opcí, ale i jiných investičních nástrojů, mohou ovlivnit jejich atraktivnost. Hull (2012, str. 331) uvádí, že "výrazné změny v daňových podmínkách jedné investiční příležitosti mohou přímo ovlivnit poptávku po ostatních investičních nástrojích."
- Tržní podmínky: Změny v maržových požadavcích (margin requirements) a jiné transakční náklady, včetně poplatků organizátorům trhu a zprostředkovatelům, mohou mít vliv na hodnotu opce, náklady spojené s obchodováním mohou zásadně ovlivnit celkovou výnosnost investice do opcí (Chriss, 1997).
- Averse k riziku investora: Individuální tolerance k riziku je klíčová pro hodnocení a výběr investičních příležitostí. Každý investor oceňuje opce odlišně na základě svého přístupu k riziku, rizikové preference hrají významnou roli v procesu rozhodování investora (Cox, Ross, & Rubinstein, 1979)
- Regulační podmínky: Institucionální investoři, jako jsou banky, penzijní fondy nebo pojišťovny, jsou omezeni ve svých investicích do derivátů regulačními předpisy. Změny v těchto pravidlech mohou ovlivnit poptávku a tím i hodnotu derivátů. Jak regulační prostředí může výrazně ovlivnit tržní hodnotu a dostupnost investičních možností, včetně opcí.

### 3. Dělení podle podkladového instrumentu

Opční trhy lze rozdělit do dvou základních kategorií: opce obchodované na burze a opce obchodované mimo burzu (OTC). Opce na burze se vyznačují unifikací, včetně pevně stanovených dat expirace a stanovených cen, což přispívá k jednoduššímu obchodování a větší průhlednosti. Na druhé straně, opce obchodované mimo burzu jsou tailor-made, což znamená, že jsou přizpůsobeny požadavkům konkrétních obchodníků a mají tendenci být méně regulované, nabízejí více flexibility, ale také nesou vyšší riziko.

Opce se dále klasifikují podle druhu podkladového aktiva:

Akciové opce na amerických burzách se většinou řídí americkými pravidly a pokrývají širokou škálu akcií.

Měnové opce zahrnují různé globální měny a mohou být buď amerického nebo evropského typu, se strike cenou definovanou jako měnový kurz.

Indexové opce jako S&P 500 a S&P 100 se liší podle typu a jsou obchodovány s finančním vyrovnáním, přičemž nabízejí investice do různých tržních indexů.

Opce na futures poskytují možnost spekulace nebo hedgingu proti cenovým výkyvům futures kontraktů, umožňující jak dlouhé, tak krátké pozice.

Úrokové opce jsou zaměřené na státní dluhopisy, nabízejí ochranu proti změnám úrokových sazeb, avšak mají menší likviditu v porovnání s futures na úrokové sazby.

Hull (2012, str. 209) zdůrazňuje, že burzovně obchodované opce přinášejí standardizaci, která usnadňuje obchodování a zvyšuje likviditu trhu. OTC opce, díky své možnosti individuálního nastavení, umožňují účastníkům efektivněji řídit jejich specifika a rizika. Tato rozlišení ukazují na rozdílné přístupy a potřeby investorů, závislé na jejich specifických investičních cílech a toleranci k riziku.

## 4. Binomický model

V této kapitole se zaměříme na binomický model oceňování opcí, který je jednoduchým, ale účinným nástrojem pro analýzu a pochopení dynamiky cen opcí na finančních trzích. Tento model popisuje možné změny ceny podkladového aktiva a odpovídající hodnoty opce v průběhu jednoho období až do její expirace. Klíčovou metodou v rámci tohoto modelu je konstrukce tzv. **binomického stromu**, což je diagram znázorňující všechny možné cesty vývoje ceny aktiva během doby trvání opce.

Základním předpokladem binomického modelu je, že cena aktiva následuje náhodnou procházku: v každém časovém kroku existuje určitá pravděpodobnost, že cena vzroste o stanovené procento, nebo klesne o jiné procento. Tato metoda je užitečná zejména díky své schopnosti eliminovat **arbitrážní příležitosti** – situace, kdy lze dosáhnout bezrizikového zisku, jak popisuje Hull (2012, str. 296)

Tento model je důležitý z několika důvodů. Za prvé, vysvětluje princip **eliminace arbitráže** (bezrozpornost) a jeho využití při oceňování opcí. Za druhé, představuje numerický postup konstrukce binomického stromu, což je metoda často používaná pro oceňování amerických opcí, které umožňují uplatnění před datem expirace, a dalších derivátů. Za třetí, zavádí zásadní koncept známý jako **oceňování s ohledem na riziko** (risk-neutral pricing), který umožňuje odhadnout cenu opce pomocí bezrizikové pravděpodobnosti pohybu ceny.

## 4.1. Jednoduchý binomický model a argument arbitráže

V svém příkladě se zaměřím na binomický model ocenění opcí, kde cena akcie má pouze dva možné výsledky na konci období. Pomocí tohoto modelu ukážu, jak lze vytvořit bezrizikové portfolio skládající se z držby akcie a prodeje kupní opce.

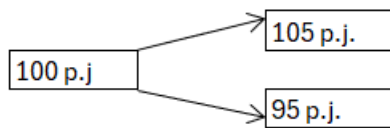
Před uvedeným příkladem je důležité nejprve vysvětlit parametry, které se používají v rámci binomického modelu ocenění opcí:

- $S_0 = 100$  (peněžní jednotky dale jen p.j.) - aktuální cena akcie na začátku období,
- $X = 104$  p.j. - realizační cena opce,
- $T$  - čas do splatnosti opce (například 1 rok),
- $r$  - bezriziková úroková míra (například 10 % ročně),
- $u = 1.05$  násobek, o který cena akcie vzroste (5% nárůst),
- $d = 0.95$  násobek, o který cena akcie klesne (5% pokles).

Tyto parametry jsou klíčové pro pochopení, jak se vypočítávají pravděpodobnosti růstu a poklesu ceny akcie, stejně jako hodnoty opce v jednotlivých scénářích. S jejich pomocí lze určit spravedlivou cenu opce v aktuálním čase.

**První scénář:** Pokud cena akcie vzroste na 105, hodnota opce bude  $105 - 104 = 1$ . To znamená, že opce se nachází v **penězích** ("in the money"), protože má kladnou vnitřní hodnotu  
**Druhý scénář:** Pokud cena akcie klesne na 95, opce se nachází **mimo peníze** ("out of the money"), protože má zápornou vnitřní hodnotu — v tomto případě nemá smysl opci uplatnit, protože realizační cena je vyšší než aktuální cena akcie.

Obrázek 1. Binomický model na jedno období



Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2023)

## 4.2. Konstrukce bezrizikového portfolia

Cílem je vytvořit portfolio, kde se hodnota portfolia nebude měnit bez ohledu na to, jak se cena akcie změní. Toto je základní princip delta zajištění (hedgingu).

### Krok 1: Výpočet delty

Delta opce udává, kolik akcií akcie je třeba držet v portfoliu na každou prodanou opci, aby bylo portfolio bezrizikové. Delta se vypočítá jako:

$$\Delta = \frac{\text{změna ceny opce}}{\text{změna ceny akcie}} = \frac{1 - 0}{105 - 95} = 0,1$$

### Krok 2: Sestavení portfolia

Dlouhá pozice v akciích: 0.1 akcie za každou prodanou opci

Krátká pozice v opci: 1 prodaná opce

### Krok 3: Výsledná hodnota portfolia

První scénář: Cena akcie vzroste na 105 p.j.

Hodnota akcií:

$$0.1 * 105 = 10,5 \text{ p. j.}$$

Hodnota opce: -1 (opce je uplatněna), totiž celková hodnota:

$$10,5 - 1 = 9,5 \text{ p. j.}$$

Druhý scénář: Cena akcie klesne na 95 p.j.

$$\frac{0,1}{95} = 9,5 \text{ p.j.}$$

Hodnota opce: \$0 (opce není uplatněna), celková hodnota v tom případě je: 9.5 p.j.

### **Interpretace výsledků**

V obou případech je hodnota portfolia stejná, což znamená, že portfolio je skutečně bezrizikové. Tato stabilita vyplývá z toho, že změny hodnoty akcií kompenzují změny hodnoty opce. Navíc výsledná hodnota portfolia 9.5 p.j. odpovídá částce, která by měla růst při bezrizikové úrokové míře  $r$ .

Tento příklad ukazuje, jak pomocí binomického modelu a principu delta zajištění lze vytvořit teoretické bezrizikové portfolio.

### **4.3. Výpočet současné hodnoty portfolia**

K výpočtu současné hodnoty opce a vytvoření bezrizikového portfolia v tomto kontextu budu využívat koncepty jako je bezriziková sazba a diskontování. Budu postupovat tak, abychom určili správnou cenu kupní opce vzhledem k očekávaným výnosům a rizikům. Pro správné nastavení bezrizikového portfolia a ocenění opce je důležité pochopit, jak diskontovat budoucí hodnoty zpět na současnou hodnotu při dané bezrizikové sazbě. V mém případě využívám roční bezrizikovou sazbu 10 % a přepočty provádím pro období jeden měsíc.

#### **4.3.1. Výpočet diskontované hodnoty**

Pro výpočet diskontované hodnoty používáme vzorec:

$$PV = FV * e^{-rT}$$

- $FV=9,5$  je budoucí hodnota portfolia,
- $r=0,10$  roční bezriziková úroková sazba,
- $T=1/12$  čas do splatnosti v letech.

Výpočet:

$$PV = 9,5e^{-0,10*1/12} = 9,42$$

Současná hodnota portfolia je tedy 9,42 p.j.

#### **4.3.2. Výpočet ceny opce**

Současná hodnota portfolia z dlouhé pozice v akciích je:

$$100 * 0,1 = 10$$

Předpokládáme, že dnešní hodnota portfolia po odečtení ceny opce  $C$  by měla být rovna diskontované hodnotě portfolia:

$$10 - C = 9,42$$

To nám dává:

$$C = 0,5788$$

#### **Význam výpočtu**

Současná hodnota opce  $C=0,5788$  představuje spravedlivou cenu opce, která zohledňuje očekávané budoucí změny hodnoty portfolia a vliv bezrizikové úrokové sazby. Tato hodnota umožňuje nastavení bezrizikového portfolia, kdy změny v hodnotě akcií jsou přesně kompenzovány hodnotou opce, což zajišťuje absenci rizika.

## 4.4. Teoretický základ a výpočet

Pro hlubší pochopení a výpočet ceny opce v kontextu jednokrokového binomického stromu je nezbytné pochopit, jak se dynamika ceny akcie a opce může odrazit v její ceně za předpokladu absence arbitrážních příležitostí na trhu. Zde poskytneme detailnější rozbor s použitím teoretických principů a matematických rovnic pro výpočet.

### 4.4.1. Příklad na binomický model

Binomický model je užitečný pro ocenění derivátů, jako jsou opce, kde cena základního aktiva může nabýt dvě hodnoty v následujícím časovém období. Model předpokládá jednoduchý scénář s dvěma možnými cenami akcie na konci opčního období:

První možnost nárůst: Cena akcie stoupne na

$$S_0d\Delta - C_d$$

Druhá možnost pokles: Cena akcie klesne na

$$S_0n\Delta - C_n$$

### 4.4.2. Výpočet portfolia a delty

Portfolio sestává z dlouhé pozice v akciích a krátké pozice v opci. Aby bylo portfolio bezrizikové, musí být delta portfolia nastavena tak, aby vyrovnala hodnoty portfolia pro oba scénáře cen akcií:

$$S_0d\Delta - C_d = S_0n\Delta - C_n$$

Z této rovnice vyplývá hodnota delty:

(1)

$$\Delta = \frac{C_n - C_d}{S_0n - S_0d}$$

Zdroj : (Hull, 2012)

Delta  $\Delta$  určuje, kolik akcií je třeba držet v portfoliu na jednu prodanou opci, aby se eliminovalo riziko cenových změn.

#### 4.4.3. Výpočet ceny opce pomocí bezrizikové úrokové míry

Při použití bezrizikové úrokové míry  $r$  pro diskontování budoucích hodnot, ocenění opce  $C$  lze vyjádřit jako:

(2)

$$C = e^{-rT} [pC_n + (1 - p) * C_d]$$

Zdroj : (Hull, 2012)

Kde:

- $r$ : je roční bezriziková úroková míra,
- $T$ : je doba do splatnosti opce (v letech),
- $p$ : je pravděpodobnost, že cena akcie stoupne, což se vypočítá jako

(3)

$$p = \frac{e^{rt} - d}{n - d}$$

Zdroj : (Hull, 2012)

Pravděpodobnost  $p$  je založena na principu neutrálnosti k riziku, kdy očekávaná hodnota aktiva je diskontována bezrizikovou sazbou.

#### 4.4.4. Číselný příklad

V tomto příkladu ilustrujeme výpočet současné hodnoty evropské opce pomocí jednokrokového binomického modelu. Model předpokládá, že cena akcie může v příštím období vzrůst nebo klesnout podle následujících parametrů:

- $n=1.05$ : násobek růstu ceny akcie (o 5 %),
- $d=0.95$ : násobek poklesu ceny akcie (o 5 %),
- $r=0.10$ : bezriziková úroková míra (10 % ročně),
- $T=0.083$ : doba do splatnosti opce (1 měsíc).

Pro tyto hodnoty můžeme vypočítat pravděpodobnost růstu ceny akcie  $p$  podle rovnice 3:

$$p = \frac{e^{0,10 \cdot 0,1} - 0,95}{1,05 - 0,95} = 0,5836$$

Potom cena opce C bude vypočtena podle rovnice 2:

$$C = e^{-0,12 \cdot 3/12} - (0,5836 \cdot 1 + (1 - 0,5836) \cdot 0) = 0,5788$$

Tento výpočet ukazuje, že současná hodnota evropské opce za těchto podmínek je  $C=0.5788$  peněžních jednotek (p.j.). Tato hodnota odpovídá spravedlivé ceně opce na trhu, která zohledňuje očekávané výnosy a rizika při bezrizikové úrokové míře. Model poskytuje metodologický základ pro finanční analýzu a umožňuje investorům lepší porozumění dynamice cen finančních derivátů. Využití matematického modelování v praxi pomáhá odhalovat potenciální investiční příležitosti a řídit rizika.

## **4.5. Irelevance očekávaných výnosů z akcií**

V této kapitole se zaměřím na důležitý aspekt oceňování opcí, který je často přehlížen nebo nepochopen: irelevance očekávaných výnosů z akcií a jejich vliv na cenu opce. Tento přístup má zásadní dopady na chápání, jak jsou opce oceňovány na efektivních trzích.

### **4.5.1. Teoretický základ**

V kontextu finančních modelů, jako je Black-Scholesův model nebo binomický model, pravděpodobnost pohybu ceny akcie vzhůru nebo dolů, označovaná jako ppp, nemá přímý vliv na oceňování opcí. Modely místo toho předpokládají, že očekávané výnosy z akcií jsou irelevantní, protože trhy se chovají efektivně.

Zdánlivě kontra intuitivní je klíčový koncept, že tyto modely jsou založeny na bezrizikovém zajištění. Jinými slovy, modely nepočítají s očekávaným výnosem akcií, ale místo toho využívají bezrizikovou úrokovou míru, která zajišťuje stabilní výnos.

### **4.5.2. Přístup neutrality k riziku**

Ve finančních modelech se předpokládá, že trh je neutrální vůči riziku. To znamená, že oceňování derivátů, jako jsou opce, se nezabývá skutečnými pravděpodobnostmi pohybu ceny akcie. Místo toho používá „neutralitu k riziku“, což je pravděpodobnostní míra, která převádí budoucí možné hodnoty na současné hodnoty pomocí bezrizikové úrokové míry.

Podle rovnice pro oceňování opce z binomického modelu:

(4)

$$C = e^{-rT}(pC_n + (1 - p)C_d)$$

kde:

- C: současná hodnota opce,
- $C_n$ : očekávaná hodnota opce při růstu ceny akcie,
- $C_d$ : očekávaná hodnota opce při poklesu ceny akcie,
- $p$ : pravděpodobnost růstu ceny akcie za předpokladu neutrality k riziku,
- $r$ : bezriziková úroková míra,
- $T$ : doba do splatnosti opce.

#### **4.5.3. Význam pro investory**

Pro investory a obchodníky je důležité pochopit, že reálné pravděpodobnosti vývoje cen akcií jsou již odráženy v tržních cenách těchto aktiv. Když trhy určují cenu opce, nezajímá je, jak vysoká je pravděpodobnost růstu nebo poklesu, protože očekávané výnosy a rizika jsou již 'zabudovány' do současných cen akcií.

Tato analýza zdůrazňuje, jak finanční teorie odlišuje mezi pravděpodobnostmi používanými pro obchodní rozhodnutí a pravděpodobnostmi používanými pro oceňování derivátů. Ve finančních modelech se klade důraz na koncepty jako bezriziková úroková míra a neutrálnost k riziku, což jsou klíčové složky pro správné porozumění a využívání těchto nástrojů v praktickém investičním rozhodování.

## 4.6. Ocenění s ohledem na riziko

Princip rizikově neutrálního ocenění je zásadní pro porozumění moderním finančním teoriím a praxím, zejména v oblasti oceňování derivátů, jako jsou opce. Tento přístup klade důraz na to, jak jsou deriváty oceněny na trzích, které jsou efektivní a kde investoři obchodují za předpokladu rizikové neutrality. Následující vysvětlení podrobněji rozebírá, jak tento princip funguje a proč je účinný při oceňování finančních nástrojů.

Rizikově neutrální svět versus reálný svět

- Rizikově neutrální svět: Ve světě, který je rizikově neutrální, investoři nevyžadují vyšší očekávané výnosy za přijetí vyššího rizika. Očekávaný výnos z investic je rovný bezrizikové sazbě.
- Reálný svět: Naopak, v reálném světě, který je rizikově různorodý, investoři očekávají vyšší výnosy za přijetí vyšších rizik.

Vlastnosti rizikově neutrálního světa

- Očekávaný výnos: V rizikově neutrálním světě je očekávaný výnos z jakékoli investice roven bezrizikové úrokové sazbě.
- Diskontní sazba: Diskontní sazba používaná pro výpočet současné hodnoty očekávaných výplat z derivátů je také bezriziková sazba.

#### 4.6.1. Výpočet pravděpodobnosti

V rizikově neutrálním světě je pravděpodobnost pohybu ceny akcie nahoru  $p$  a pravděpodobnost pohybu dolů  $1-p$  vypočítána tak, aby odrážela neutralitu k riziku. Tyto pravděpodobnosti se používají k výpočtu očekávaných výplat derivátů:

(5)

$$E(S_T) = pS_0u + (1 - p)S_0d$$

Zdroj : (Hull, 2012)

Výsledná rovnice pro ocenění opce, která vychází z těchto pravděpodobností, je

$$C = e^{-rT}(pC_n + (1 - p)C_d)$$

Tato rovnice ukazuje, že ocenění opce závisí na diskontovaných očekávaných výplatách ( $C_n$  a  $C_d$ ), ale hodnota  $p$  zde není pravděpodobnost skutečného pohybu ceny akcie, ale „neutrální pravděpodobnost k riziku“, která se používá pro matematické účely diskontování.

#### 4.6.2. Důležitost výsledku

Rizikově neutrální ocenění ukazuje, že cena derivátu, získaná za předpokladu rizikově neutrálního světa, je správná i v reálném světě, kde se rizikové preference liší. To je důležité zjištění, které umožňuje finančním analytikům používat matematické modely pro ocenění složitých finančních nástrojů, aniž by museli přesně modelovat rizikové preference jednotlivých investorů.

Rizikově neutrální ocenění je nejen teoreticky elegantní, ale také prakticky užitečné, protože poskytuje spolehlivý způsob, jak ocenit deriváty na efektivních finančních trzích. Vzhledem k tomu, že tento přístup ignoruje individuální rizikové preference a zaměřuje se na bezrizikové sazby, usnadňuje to analytikům práci a zvyšuje přesnost ocenění finančních nástrojů.

## 4.7. Přehodnocení jednostupňového binomického příkladu

Přehodnocení jednostupňového binomického modelu přináší klíčové poznatky pro pochopení rizikově neutrálního ocenění a jeho aplikace v praktickém kontextu. Tato metoda dokazuje, jak lze využít matematické principy k určení teoreticky správné ceny derivátu bez ohledu na rizika jednotlivých investorů. Zde rozvedeme tento přístup na konkrétním příkladu.

### 4.7.1. Teoretický přehled

Binomický model je zjednodušen na predikci dvou možných výsledků ceny akcie na konci opčního období, které jsou založeny na počátečním riziku. V našem příkladu:

Možné ceny na konci období:

- Vzroste na 105 p.j
- Klesne na 95 p.j

### 4.7.2. Rovnice pro výpočet $p$

Při rizikově neutrálním ocenění používáme diskontní sazbu k odhadu budoucí hodnoty ceny akcie, což je aplikováno ve vzorci

$$105p + 95(1 - p) = 100e^{0,10*1/12}$$

ze které vyplývá

$$10p = 100e^{0,10*1/12} - 95$$

Odtud  $p = 0,5836$ .

### 4.7.3. Hodnota kupní opce

Kupní opce s realizační cenou \$104 a expirací za jeden měsíc byla v případě ceny akcie \$105 mít hodnotu 1 p.j. (105–104), zatímco při ceně \$95 by hodnota nulová.

Při použití p pro výpočet očekávané hodnoty opce:

$$0,5836 * 1 + 0,4163 * 0 = 0,5836$$

Diskontujeme tuto hodnotu pomocí rizikově neutrální úrokové míry 10 % ročně pro dobu tří měsíců:

$$0,5836e^{-0,10*1/12} = 0,5788$$

Výsledky jsou v souladu s teoretickým předpoklady rizikově neutrálního ocenění, který poskytuje metodologii k objektivnímu určení ceny opce bez zahrnutí subjektivních rizikových faktorů. Tento přístup ukazuje na jednoduchost a výhodu teorie arbitráže: pokud je cena derivátu vypočítaná správně podle teoretických principů, neměla by existovat arbitrážní příležitost pro získání nadstandardního výnosu z nesprávného ocenění.

Binomický model a rizikově neutrální ocenění dávají investorům a analytikům robustní nástroj, jak efektivně a spravedlivě ocenit deriváty, a to bez ohledu na osobní názory či preference na riziko. Tento model umožňuje investorům a analytikům pochopit komplexní finanční situace a simulovat různé scénáře vývoje s použitím jednoduchých matematických rovnic, což vede k lepšímu rozhodování na finančních trzích.

Zaměření na rozdíl mezi rizikově neutrálním světem a reálným světem přináší do diskuse o ocenění derivátů důležité nuance. Pochopení, jak různé pravděpodobnosti a očekávané výnosy ovlivňují ocenění, je klíčové pro správné investiční rozhodování. Zde se podrobněji zaměříme na tuto problematiku.

## 4.8. Rozdíl mezi rizikově neutrálním a reálným světem

Rozdíly mezi rizikově neutrálním světem a reálným světem hrají klíčovou roli při ocenění derivátů. Rizikově neutrální ocenění vychází z předpokladu, že očekávané výnosy odpovídají bezrizikové úrokové míře. Tento přístup byl popsán v průkopnické práci (Black & Scholes, 1973) která stanovila základy moderního oceňování opcí.

Zaměření na rozdíl mezi rizikově neutrálním světem a reálným světem přináší do diskuse o ocenění derivátů důležité nuance. Pochopení, jak různé pravděpodobnosti a očekávané výnosy ovlivňují ocenění, je klíčové pro správné investiční rozhodování. Zde se podrobněji zaměříme na tuto problematiku.

### 4.8.1. Definice $p$ v obou světech

Rizikově neutrální svět: pravděpodobnost  $p$  růstu ceny akcie je založena na bezrizikové úrokové míře, která je v tomto případě 12 %. V našem příkladu je pravděpodobnost  $p$  0,5836, což je vypočítáno tak, aby očekávaná hodnota ceny akcie byla rovna diskontované hodnotě začáteční ceny při bezrizikové sazbě.

$$105p + 95(1 - p) = 100e^{0,10 \cdot 1/12}$$

Reálný svět: Předpokládáme, že očekávaný výnos z akcie je 15 %. Přepočítání pravděpodobnosti  $p$  na tuto sazbu dává

$$105p + 95(1 - p) = 100e^{0,15 \cdot 1/12}$$

Z této rovnice vyplývá

$$p = 0,6257$$

## 4.8.2. Očekávané výplaty a diskontní sazby

Rizikově neutrální svět:

- Očekávaná výplata opce je:

$$p * 1 + (1 - p) * 0 = 0,5836$$

- Diskontovaná současná hodnota opce je pak:

$$0,5836e^{-0,10*1/12} = 0,5788$$

Reálný svět:

- Očekávaná výplata opce při vyšší pravděpodobnosti vzestupu ceny je:

$$p * 1 + (1 - p) * 0 = 0,6257$$

Nicméně, stanovení správné diskontní sazby je složitější, protože opce jsou rizikovější než samotné akcie. Diskontní sazba by tedy měla být vyšší než 15 %, ale přesná hodnota není jasná.

## 4.8.3. Důležitost rizikově neutrálního ocenění

Použití rizikově neutrálního ocenění v teoretickém modelování umožňuje analytikům a investorům objektivně ocenit deriváty bez potřeby odhadovat tržní rizikové přírážky nebo individuální rizikové preference. To zjednodušuje proces ocenění a poskytuje konzistentní metodologii, která je aplikovatelná napříč různými trhy a podmínkami.

Zatímco v reálném světě může být očekávaný výnos z akcií vyšší kvůli rizikům, rizikově neutrální ocenění odstraňuje tyto nejistoty a poskytuje čistý výhled založený na bezrizikových sazbách. Tento přístup umožňuje jednotné a spravedlivé ocenění finančních nástrojů, které je nezávislé na variabilních tržních náladách a rizikových preferencích. (Hull, 2012)

## 4.9. Dvoustupňový binomický strom

Rozšíření analýzy na dvoustupňový binomický strom je významný krok k porozumění složitější dynamice cen opcí a akcií v čase. Představme si, že cena akcie se vyvíjí přes dvě období, každé o délce tři měsíců, a zkoumáme šestiměsíční opci.

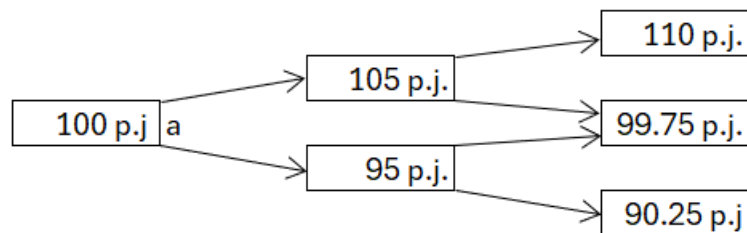
### 4.9.1. Krok 1: Nastavení binomického stromu

Počáteční cena akcie (uzel A): 100 p.j

Faktor vzestupu (n) a poklesu (d): 5 % vzestup nebo pokles

Bezriziková úroková míra (r): 10 % ročně

*Obrázek 2. Binomický strom*



Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2023)

### 4.9.2. Krok 2: Výpočet pravděpodobnosti $p$

Použijí rovnici pro rizikově neutrální pravděpodobnost:

$$p = \frac{e^{rT} - d}{n - d}$$

Kde  $1/12$  (jeden měsíc),  $n=1,05$  a  $d=0,95$ .

V mém příkladu:

$$p = \frac{e^{0,10 \cdot \frac{1}{12}} - 0,95}{1,05 - 0,95} = 0,5836$$

### 4.9.3. Krok 3: Výpočet hodnoty opcí v koncových uzlech

Uzel D: Cena akcie je \$110.25. Opcí je "in the money" s hodnotou \$6.25 (110.25–104).

Uzly E a F: Opcí je "out of the money" s hodnotou \$0, protože cena akcie je nižší než realizační cena opce.

### 4.9.4. Krok 4: Zpětné vypočítávání ceny opce v uzlu B

Hodnota opce v uzlu B je

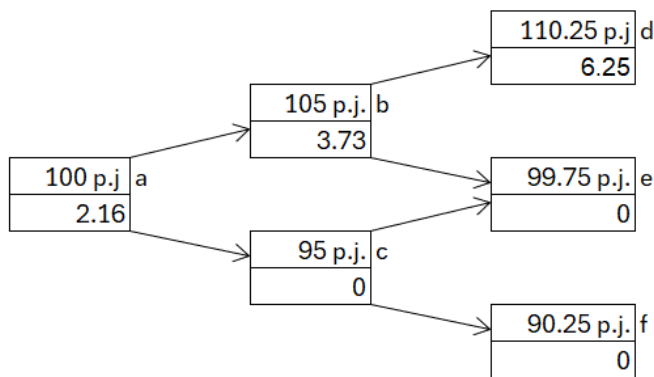
$$e^{-rT}(pC_{n^2} + (1 - p) * C_{n*d}) = e^{-0,10*1/12}(0,5836 * 6,25 + (1 - 0,5836) * 0) = 3,73$$

### 4.9.5. Krok 5: Vypočítání hodnoty opcí v počátečním uzlu A

Hodnota opce v uzlu A:

$$e^{-rT}(pC_n + (1 - p) * C_d) = e^{-0,10*1/12}(0,5836 * 3,73 + (1 - 0,5836) * 0) = 2,16$$

Obrázek 3. Binomický strom s cenou akcie a opce



Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2023)

Obrázek 3 ukazuje stejný strom jako obrázek 2, ale s cenou akcie i cenou opce v každém uzlu. (Cena akcie je horní číslo a cena opce je dolní číslo.)

Hodnota opce ve dvoustupňovém binomickém stromu je vypočítána systematicky a metodicky, krok za krokem, pomocí rizikově neutrálního oceňování. Proces ukazuje, jak lze rizikově neutrální ocenění efektivně použít pro složitější scénáře, kde jsou ceny akcií a opcí závislé na více časových krocích. Tento přístup je užitečný pro ocenění derivátů v různých časových

horizontech a mění se tržních podmínkách, poskytuje důležité vhledy do potenciálních výnosů a rizik spojených s různými investičními strategiemi.

## 4.10. Příklady

### 4.10.1. Opce na akciové indexy

Pro lepší ilustraci výpočtu evropské kupní opce pomocí programu DerivaGem je níže uvedena tabulka obsahující historická data akciového indexu „Vanguard Total World Stock Index“ za květen 2024. Tabulka uvádí data obchodních dnů, hodnotu indexu a odpovídající volatilitu 15 %. Tato data slouží jako vstupní parametry pro model oceňování opcí a poskytují základ pro analýzu.

Tabulka 1: Historická data akciového indexu za květen 2024

Datum	Otevření
1. května 2024	118.12
2. května 2024	103.45
3. května 2024	96.87
6. května 2024	124.74
7. května 2024	110.39
8. května 2024	124.93
9. května 2024	102.78
10. května 2024	111.45
13. května 2024	103.12
14. května 2024	98.67
15. května 2024	121.78
16. května 2024	105.98
17. května 2024	106.34
20. května 2024	120.87
21. května 2024	115.76
22. května 2024	102.45
23. května 2024	120.56
24. května 2024	99.67
28. května 2024	117.45
29. května 2024	101.56
30. května 2024	119.34
31. května 2024	101.89

Zdroj : („Vanguard Total World Stock Index“ , 2024)

Akciový index „Vanguard Total World Stock Index“ má průměrnou hodnotu 110, volatilitu 15 % a dividendový výnos 3 %. Riziková volnost se rovná 7 %. Obrázek 4 ukazuje

základní podmínky pro výpočet evropské kupní opce („Vanguard Total World Stock Index“, 2024).

Obrázek 4. Zadání vstupních hodnot pro evropskou kupní opci

Index Level:	110.00
Volatility (% per year):	15.00%
Risk-Free Rate (% per year):	7.00%
Dividend Yield (% per year):	3.00%

**Option Type:**

Binomial: European  Implied Volatility

Life (Years): 0.5000  Put

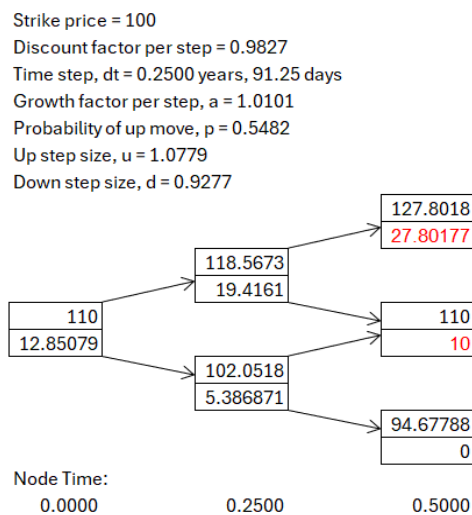
Strike Price: 100.00  Call

Tree Steps: 2

Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2024)

Obrázek 5 ukazuje výsledek z programu DerivaGem pro ocenění evropské šestiměsíční kupní opce s realizační cenou 100 pomocí dvoustupňového stromu.

Obrázek 5. Ocenění evropské kupní opce



Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2024)

$$\Delta t = 0,25 ; u = e^{0,15 \cdot \sqrt{0,25}} = 1,0779 ; d = \frac{1}{u} = 0,9277 ; a = e^{(0,07 - 0,03) \cdot 0,25} = 1,0101$$

$$p = \frac{1,0101 - 0,9277}{1,0779 - 0,9277} = 0,5482$$

Hodnota kupní opce je 12,85079 p.j

#### 4.10.2. Měnové opce

Kanadský dolar má v současné době hodnotu 1,35 amerického dolaru a volatilita tohoto kurzu je 11 %. Bezriziková sazba v Kanadě je 4,75 % a bezriziková sazba v USA je 4,25 %. Obrázek 6 ukazuje základní podmínky pro ocenění tříměsíční americké kupní opce s realizační cenou 1,30 pomocí třístupňového stromu (Index měn kanadského dolaru (^XDC), 2024).

Obrázek 6. Zadání vstupních hodnot pro americkou kupní opci

Exchange Rate (\$ / foreign):	1.3500
Volatility (% per year):	11.00%
Risk-Free Rate (% per year):	4.25%
Foreign Risk-free Rate (% per year):	4.75%

**Option Type:**

Binomial: American  Imply Volatility

Life (Years): 0.2500  Put

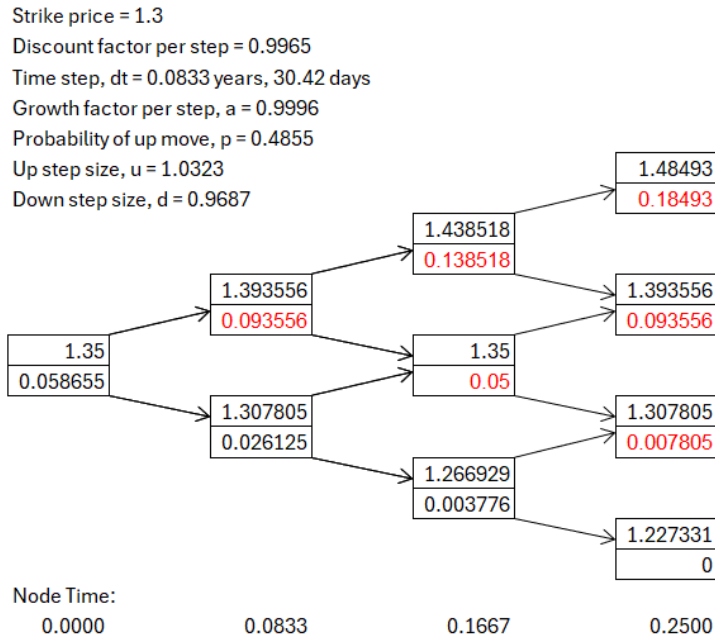
Strike Price: 1.3000  Call

Tree Steps: 3

Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2024)

Další obrázek číslo 7 ukazuje výsledek zpracování dané opce v programu DerivaGem.

Obrázek 7. Ocenění americké kupní opce



Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2024)

$$\Delta t = 0,833 ; u = e^{0,11 \cdot \sqrt{0,833}} = 1,0323 ; d = \frac{1}{u} = 0,9687 ; a = e^{(0,0425 - 0,0475) \cdot 0,833} = 0,9996$$

$$p = \frac{0,9996 - 0,9687}{1,0323 - 0,9687} = 0,4855$$

Hodnota kupní opce je 0,058655 p.j

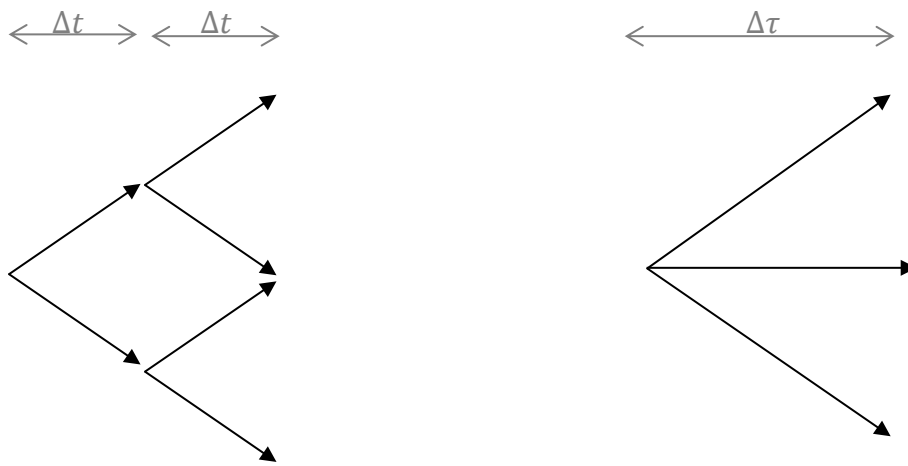
## 5. Trinomický model oceňování opcí

V následující části se zabýváme trinomickým modelem oceňování opcí, který v roce 1986 vyvinul Felim Boyle. Podobně jako předchozí binomický model lze i trinomický model použít k ocenění evropských a amerických opcí.

### 5.1. Vztah binomického a trinomického modelu

Vztah mezi binomickým a trinomickým modelem je zřejmý při analýze jejich struktury. Porovnáme-li tyto modely oceňování opcí, vidíme, že kombinací dvou kroků délky  $\Delta t$  z binomického stromu získáme trinomický strom s jedním krokem délky  $\Delta t$ . To ukazuje následující obrázek:

Obrázek 8. Porovnání binomického a trinomického modelu



Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2023)

Trinomický model umožňuje přesnější modelování změn ceny podkladového aktiva, a proto nachází využití především tam, kde je třeba zachytit větší dynamiku vývoje tržních cen.

## 5.2. Trinomický model na jedno období

Tato část práce se zaměřuje na analýzu oceňování evropských kupních opcí pomocí trinomického modelu. Pro vyjádření vnitřní hodnoty opce v době její expirace využíváme následující matematický vztah:

$$C = \max(0, S_T - K)$$

Konkrétně

$$C_n = \max(0, nS - K), C_u = \max(0, S - K), C_d = \max(0, dS - K)$$

kde  $S_t$  je cena podkladového aktiva v době  $T$ ,  $K$  je realizační cena,  $n$  a  $d$  jsou koeficienty vzestupu a poklesu ceny podkladového aktiva.

Důležitými parametry trinomického modelu jsou pravděpodobnosti  $p_n$ ,  $p_u$ ,  $p_d$  a změny  $n$ ,  $d$ , které musí splňovat několik základních podmínek pro zachování arbitrážního přístupu a konvergence k Black-Scholesovu modelu. Tyto podmínky jsou:

Součet pravděpodobností musí být roven jedné:

$$p_n + p_u + p_d = 1$$

Očekávaná hodnota změny podkladového aktiva by měla odpovídat výnosu za bezrizikovou úrokovou míru:

$$Se^{r\Delta t} = p_n nS + p_u S + p_d dS$$

což lze upravit na:

$$e^{r\Delta t} = p_n n + p_u + p_d d$$

Variance změny ceny aktiva během jednoho kroku by měla odpovídat:

$$S^2 \sigma^2 \Delta t = p_n n^2 S^2 + p_u S^2 + p_d d^2 S^2 - S^2 (p_n n + p_u + p_d d)^2$$

kterou můžeme zjednodušit na:

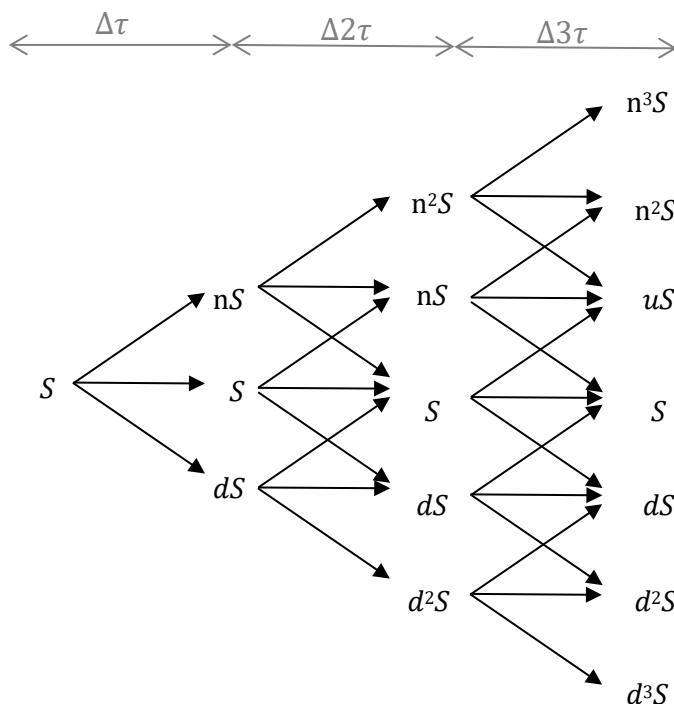
$$\sigma^2 \Delta t = p_n n^2 + p_u + p_d d^2 - (p_n n + p_u + p_d d)^2$$

Pro výpočet očekávané hodnoty a rozptylu jsme se opřeli o poznatky z trinomického modelu, které byly převzaty z metodologie popsané v příslušné literatuře, konkrétně podle (Hull, 2002, str. 428). V praxi lze pravděpodobnosti růstu a poklesu ceny podkladového aktiva v modelu spočítat na základě výše uvedených rovnic a určit tak očekávanou hodnotu opce na základě kombinace různých scénářů vývoje ceny podkladového aktiva.

### 5.3. Trinomický model pro více časově období

V rámci bakalářské práce se zabývám aplikací trinomického modelu pro více časová období, což představuje rozšíření jednobodového modelu používaného v binomické metodě. Trinomický model umožňuje vizualizaci cenových scénářů akcií prostřednictvím tzv. trinomického stromu, jak je ilustrováno na obrázcích ve studijních materiálech. Tyto stromy ukazují různé možné cesty cen, které mohou akcie během času sledovat.

Obrázek 9. Trinomický strom



Zdroj : (Vlastní zpracování podle software DerivaGem, 2023)

Konkrétně je každý uzel v trinomickém stromu identifikován souřadnicemi  $(i, j)$ , kde  $i$  označuje počet časových kroků  $\Delta\tau$  a  $j$  indikuje buď počet vzestupů (pro kladné  $j$ ) nebo poklesů (pro záporné  $j$ ) ceny od počátečního stavu.

Proces oceňování opce pomocí trinomického modelu je ve své podstatě podobný binomickému přístupu. Označme  $n$  celkový počet časových období modelu, kde každé období má délku  $\Delta\tau$ . Výpočet hodnoty opce na konci posledního období je dán vztahem:

$$C_{n,j} = \max(0, S_n - K)$$

kde  $S_n$  je cena podkladového aktiva v čase  $n$  a  $K$  je realizační cena opce. Index  $j$  nabývá hodnot z intervalu  $\langle -n, n \rangle$ .

Pro zpětné oceňování hodnoty opce v každém předchozím uzlu trinomického stromu používáme vztah:

$$C_{n,j} = e^{-r\Delta\tau}(p_u C_{i+1,j+1} + p_m C_{i+1,j} + p_d C_{i+1,j-1})$$

Tento zpětný výpočet umožňuje stanovit hodnotu opce v počátečním uzlu, což odpovídá dnešní oceňované hodnotě opce.

Trinomický model využíván pro svou schopnost lépe aproximovat kontinuální cenové procesy a je často preferován pro složitější finanční deriváty, které mohou být citlivé na přesnější modelování pravděpodobnostních distribucí cenových změn (Hull, 2002).

## 5.4. Trinomický model pro prodejní opce

Pro prodejní opce lze hodnotu v čase  $n$ ,  $n$  lze vyjádřit jako:

$$P_{n,j} = \max(0, K - S_n)$$

Kde  $K$  je realizační cena opce a  $S_n$  je cena podkladového aktiva v čase  $n$ . Vzorec ukazuje, že hodnota prodejní opce je dána jako maximální hodnota mezi nulou a rozdílem mezi realizační cenou a cenou aktiva.

Pro zpětné oceňování prodejní opce v rámci trinomického stromu využíváme vztah:

$$P_{i,j} = e^{-r\Delta\tau}(p_u C_{i+1,j+1} + p_m C_{i+1,j} + p_d C_{i+1,j-1})$$

Tento vzorec umožňuje postupně určovat hodnotu prodejní opce od koncových uzlů směrem k počátečnímu uzlu.

Dále se ve své práci zabývám oceněním amerických opcí, které se od evropských liší možnostmi předčasného uplatnění. Specificky pro americké prodejní opce je nutné v každém uzlu trinomického stromu porovnat výpočet z odloženého oceňování s jejich vnitřní hodnotou v daném uzlu, což je vyjádřeno vzorcem:

$$P_{i,j} = \max (K - S_i, e^{-r\Delta\tau}(p_u C_{i+1,j+1} + p_m C_{i+1,j} + p_d C_{i+1,j-1}))$$

Tento přístup (umožňuje zohlednit optimalizační strategii držitele americké prodejní opce, kdy může být výhodné opci uplatnit předčasně, v závislosti na vývoji trhu a dalších ekonomických faktorech.

Tento způsob oceňování reflektuje reálnější finanční rozhodování a přináší komplexnější pohled na správu rizik spojených s držením opcí v dynamickém tržním prostředí (Hull, 2002).

## 5.5. Porovnání binomického a trinomického modelu

V této kapitole bakalářské práce se zaměříme na porovnání binomického a trinomického modelu oceňování opcí. Obě metody jsou klíčovými nástroji v oblasti finančního inženýrství pro oceňování derivátů, jako jsou opce. Porovnáme jejich výhody a nevýhody, abychom lépe pochopili, v jakých situacích je vhodné, který model použít.

### 5.5.1. Binomický model

#### Výhody

- **Srozumitelnost a jednoduchost:** Binomický model je relativně jednoduchý na pochopení a implementaci, což umožňuje analytikům rychle modelovat a oceňovat opce.
- **Flexibilita:** Umožňuje modelovat různé typy opcí, včetně amerických opcí, které mohou být cvičeny kdykoliv před expirací.
- **Přizpůsobení:** Parametry modelu, jako je volatilita a úrokové sazby, lze snadno aktualizovat, aby odražely aktuální tržní podmínky.

#### Nevýhody

- **Diskrétní povaha:** Model předpokládá, že ceny se mění v pevně daných krocích, což nemusí přesně reflektovat realitu spojitých trhů.

- **Omezení v přesnosti:** V situacích s vysokou volatilitou nebo u opcí s delší dobou do expirace může být přesnost binomického modelu nižší.

### 5.5.2. Trinomický model

#### Výhody

- **Větší přesnost a realističnost:** Přidáním dalšího možného vývoje ceny podkladového aktiva se model lépe přizpůsobuje realitě a zvyšuje svou přesnost.
- **Flexibilní modelování volatility:** Trinomický model umožňuje efektivnější zachycení dynamiky volatilních trhů tím, že zohledňuje možnost nezměněných cen.
- **Lepší pro složité produkty:** Je vhodnější pro složitější finanční instrumenty a struktury s nestandardními vlastnostmi.

#### Nevýhody:

- **Větší výpočetní nároky:** Kvůli složitější struktuře vyžaduje trinomický model více výpočetního výkonu a času.
- **Složitější implementace:** Vytváření a kalibrace trinomického modelu může být náročnější a vyžaduje hlubší pochopení matematických a finančních principů.

### 5.5.3. Porovnání a aplikace

Binomický model je často vhodnější pro základní analýzy a když je třeba rychlé a efektivní řešení. Naproti tomu, trinomický model je lepší volbou v situacích, kde je vyžadována větší přesnost a kde se jedná o složitější nebo více volatilní finanční instrumenty. Výběr mezi těmito dvěma modely by měl zvážit specifika daného finančního nástroje, jako je typ opce, doba do expirace, očekávaná volatilita a požadavky na přesnost výsledků.

V praxi se volba modelu často odvíjí od konkrétních potřeb a omezení analytika nebo tradera, kde každý model nabízí různé kompromisy mezi složitostí, přesností a výpočetním výkonem. Rozhodnutí závisí na cílech oceňování, na dostupnosti dat a na technologických zdrojích.

Jak píše Hull (2012, str. 581) ve své knize, binomický model poskytuje flexibilní a intuitivní framework, zatímco trinomický model přináší vyšší úroveň detailu a přesnosti, která může být nezbytná v určitých složitých finančních situacích.

## Závěr

Opční kontrakty jsou neodmyslitelnou součástí finančního světa, která poskytuje nástroje pro řízení rizik a spekulace na pohyby cen aktiv. Opce jsou mimořádně adaptabilní a flexibilní, což umožňuje investorům a obchodním společnostem chránit se proti nežádoucím tržním výkyvům nebo využívat tyto výkyvy v jejich prospěch.

Oceňování finančních derivátů je složitou záležitostí, která vyžaduje využívání matematiky. Jedná se o velmi obsáhlé téma, v jehož rámci se nabízelo mnoho možností, kterým by bylo možné se věnovat. Díky znalostem získaným studiem na univerzitě, kde jsem měl přístup k rozsáhlému množství vhodné literatury, jsem se rozhodl zaměřit se na oceňování především evropských opcí na akcie a amerických opcí. Jako ústřední bod jsem zvolil binomický model oceňování evropských opcí.

V první kapitole jsou finanční deriváty stručně charakterizovány a je v ní nastíněna historie jejich vzniku a vývoje.

Kapitola 2 se zabývá opčním kontraktem a jeho složkami a na jejím konci jsou uvedeny faktory, které ovlivňují na hodnotu opce.

Teoretická část není striktně oddělena od praktické části, ale částečně se prolínají. Je to z důvodu přehlednosti a lepší návaznosti. Praktické příklady jsou vždy uvedeny za související teoretickou částí.

Hlavním cílem práce bylo posoudit využitelnost opcí, jejich výhody a nevýhody, a to na základě analýzy modelů oceňování opcí a využití reálných dat.

Přestože se binomický model zdá být jednoduchým nástrojem, představuje základní a nezbytný prvek pro pochopení a analýzu cenových dynamik finančních derivátů na trzích. V kapitole 4 jsme prozkoumali, jak model umožňuje investorům a analytikům konstruovat a hodnotit různé investiční strategie pomocí binomického stromu a principů arbitráže.

Model nabízí metodologii, která je schopna simulovat a předpovědět různé cenové trajektorie základního aktiva a poskytovat systematický přístup k ocenění opcí, zvláště v kontextu amerických opcí, kde možnost předčasného uplatnění hraje klíčovou roli. Využití delta hedgingu a konstrukce bezrizikových portfolií je příkladem praktického využití binomického modelu, který

demonstruje, jak může teorie finančních derivátů nabídnout robustní nástroje pro řízení rizik a optimalizaci výnosů.

Důležitost modelu dále zvýrazňuje jeho schopnost vycházet z předpokladů rizikově neutrálního ocenění, což umožňuje analytikům a investorům používat konzistentní a objektivní metriku pro ocenění opcí, nezávisle na subjektivních rizikových preferencích a očekáváních trhu. Tento přístup je zásadní pro udržení integrity a efektivity na finančních trzích, kde neustálá potřeba správného a spravedlivého ocenění derivátů je klíčová pro stabilní a zdravé tržní prostředí.

Celkově binomický model nejen že poskytuje cenné vhledy do funkcí a cenových struktur opcí, ale také pomáhá formovat hlubší porozumění základním principům finančních trhů, jako jsou arbitráž, hedging a rizikově neutrální ocenění. Jeho studium a užívání jsou proto užitečné pro každého, kdo se profesionálně angažuje v oblasti financí a investic.

Ve poslední kapitole práce jsme se zabývali trinomickým modelem oceňování opcí, jeho vývojem, matematickou strukturou a praktickým využitím ve finanční analýze. Model, který byl původně vyvinut Felim Boylem v roce 1986, představuje významný krok v evoluci modelování finančních derivátů, jelikož poskytuje rozšířený způsob, jak analyzovat ceny evropských a amerických opcí.

Porovnání trinomického a binomického modelu ukázalo, že trinomický model nabízí detailnější a flexibilnější rámec pro modelování cenových změn a pravděpodobnostních distribucí. To je zásadní zejména v situacích, kdy je potřeba zachytit komplexnější dynamiku cenových pohybů a zohlednit různé ekonomické scénáře.

Analýza trinomického modelu na jedno a více období dále ukázala, jak je možné pomocí trinomických stromů efektivně modelovat různé cenové trajektorie a využít tyto informace k přesnějšímu oceňování finančních derivátů. V této práci jsme demonstrovali, jak trinomický model může v praxi pomoci investorům lépe spravovat rizika a optimalizovat investiční strategie, a to i v nestabilních tržních podmínkách.

V neposlední řadě jsme se věnovali aplikaci trinomického modelu na americké prodejní opce a diskutovali jsme specifika předčasného uplatnění těchto opcí. Tento pohled umožnil hlubší pochopení strategií držitelů opcí a vyplynulo z něj několik důležitých závěrů pro efektivní obchodování a správu portfolia.

Celkově trinomický model představuje významný nástroj v arzenálu moderního finančního analytika a jeho aplikace může výrazně přispět k lepšímu porozumění a efektivnímu řízení finančních rizik. Tato práce tedy poskytuje komplexní vhled do trinomického modelu oceňování opcí a jeho praktického významu pro finanční teorii a praxi.

V závěru můžeme konstatovat, že opce budou i nadále klíčovým prvkem finančních trhů, s rostoucí důležitostí v oblasti digitálních technologií a automatizovaného obchodování. Budoucí výzkum by se měl zaměřit na nové strategie a technologie, které by mohly dále zefektivnit využívání opčních kontraktů a přizpůsobit je dynamicky se vyvíjejícím tržním podmínkám.

Náš výzkum potvrzuje, že pochopení opčních kontraktů je nezbytné pro každého, kdo se chce pohybovat v oblasti finančních derivátů, a je základním kamenem pro úspěšné a zodpovědné finanční rozhodování v neustále se měnícím ekonomickém prostředí.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- „Vanguard Total World Stock Index“ . (29. 04 2024). *finance.yahoo.com*. Načteno z yahoo.finance: <https://finance.yahoo.com/quote/VT/options>
- Black, F., & Scholes, M. (1973). Black-Scholes: Option Pricing and Trading models. *Journal of Political Economy* Volume 81 (3), |May - Jun.,, 637-654. Načteno z <https://doi.org/10.1086%2F260062>
- Chriss, N. A. (1997). *Black-Scholes and beyond: option pricing models*. . Boston : (MA): McGraw-Hill, 1997. ISBN 0-7863-1025-1.
- Cox, J. C., Ross, S. A., & Rubinstein, M. (1979). *Option Pricing: A Simplified Approach*. Stanford, USA: Journal of Financial Economics. Vol. 7, Sept. 1979, pp. 229–263.
- Hull, J. C. (2002). *Fundamentals of Futures and Options Markets. Seventh edition*. Pearson Australia: Division Pearson group Australia, 2014. ISBN 978-0-13-408324-7.
- Hull, J. C. (2012). *Option, futures and other derivatives*. Toronto Canada: 8th ed. Boston: Prentice-Hall, 2012. ISBN 978-0-13-216494-8.
- Index měn kanadského dolaru (^XDC). (29. 04 2024). *finance.yahoo.com*. Načteno z finance.yahoo: <https://finance.yahoo.com/quote/CAD=X?.tsrc=fin-srch>
- Natenberg, S. (1994). *Natenberg, Sheldon. Option volatility & pricing: advanced trading strategies and techniques*. New York:: McGraw-Hill, c1994. ISBN 1-55738-486-X.