

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

**POROVNÁNÍ KLASICKÝCH A MODERNÍCH ZPŮSOBŮ
NASTAVENÍ PID REGULÁTORŮ**

Martin Jirovský

Bakalářská práce

2017

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2016/2017

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Martin Jirovský**
Osobní číslo: **I14043**
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Řízení procesů**
Název tématu: **Porovnání klasických a moderních způsobů nastavení PID regulátoru**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cílem práce je zhodnotit vývoj v možnostech nastavování PID regulátoru. Na vhodně zvolených demonstračních soustavách (stabilní aperiodická/periodická, nestabilní, neminimálně-fázová, ...) bude provedena řada návrhů řízení pomocí PID regulátoru, přičemž pro návrh konstant bude použita jednak skupina klasických metod (publikované ve 20 století) a následně skupina moderních metod (publikované v posledních deseti letech, je třeba vybrat často citované přístupy). Student zhodnotí možný přínos moderních metod.

Teoretická část: Stručný popis vlastností a použití PID regulátoru, řešerše vybraných klasických a moderních metod nastavení PID regulátoru, popis vybraných modelů soustav.

Praktická část: Návrh konstant PID regulátorů pro soustavy definované v teoretické části, simulace a vyhodnocení regulačních pochodů, diskuse přínosu moderních metod.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

BALÁTĚ, J. Automatické řízení. Praha: BEN, 2003. 654 s. ISBN 8073000202.
Astrom, K., Hagglund, T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. The Instrumentation, Systems, and Automation Society, 1995. 343 s. ISBN 1556175167.

Sharma, R. PID Controller Tuning Techniques: A Review. JCET Vol. 2 Iss. 4, 2012. PP. 168-176.

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Petr Doležel, Ph.D.

Katedra řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce:

15. prosince 2016

Termín odevzdání bakalářské práce:

12. května 2017

Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.
děkan



L.S.

Ing. Daniel Honc, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. prosince 2016

Prohlášení

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v Univerzitní knihovně a prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 16.5.2017

Martin Jirovský

Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu, kterým byl Ing. Petr Doležel, Ph.D., za věcné rady a připomínky, také bych rád poděkoval své rodině a přátelům za morální podporu během studia.

V Pardubicích dne 16.5.2017

Martin Jirovský

ANOTACE

Práce je věnována porovnání klasických a moderních metod nastavování PID regulátorů. V úvodní kapitole jsou vysvětleny základní pojmy nutné pro problematiku regulace. Byly vybrány metody publikované v posledních letech a následně porovnány s klasickými metodami publikovanými ve 20. století. Toto porovnání je provedeno na různorodých soustavách.

KLÍČOVÁ SLOVA

PID regulátory, metody nastavování regulátorů, automatizace, regulační děj

TITLE

CLASSICAL AND RECENT PID CONTROLLER TUNING TECHNIQUES COMPARISON

ANNOTATION

The thesis is dedicated to the comparison of classic and recent methods of PID controller tuning. In the first part, basic concepts needed for regulation problematics are explained. Methods published in the last couple of years were chosen and then compared to classic methods published in the 20th century. The comparison is made on various systems.

KEYWORDS

PID controllers, controllers tuning methods, automation, regulatory action

OBSAH

	Seznam zkratk a značek	9
	Seznam symbolů proměnných veličin a funkcí	10
	Seznam ilustrací	11
	Seznam tabulek	13
	ÚVOD	14
1	ŘÍZENÍ.....	15
1.1	Základní pojmy	16
1.2	Stabilita	19
1.3	Kritéria stability	23
1.3.1	Algebraická kritéria stability.....	24
1.3.2	Kmitočtová kritéria stability	26
1.4	Kvalita regulace	34
2	REGULÁTORY.....	36
2.1	Nespojité regulátory	36
2.2	Spojité regulátory	37
2.2.1	P-regulátory.....	40
2.2.2	I-regulátory.....	40
2.2.3	D-člen.....	41
2.2.4	PI regulátory.....	41
2.2.5	PD regulátory	42
3	PID REGULÁTORY	44
3.1	Metody nastavení PID regulátorů	44
3.1.1	Ziegler-Nicholsova metoda.....	44
3.1.2	Tyerus-Lyubenova metoda	45
3.1.3	Cohen-Coonova metoda.....	46
3.1.4	SIMC	46
3.1.5	Shamsuzzohaova metoda	47
3.1.6	Leeova metoda	47
3.1.7	Wangova metoda.....	47
3.1.8	Metoda automatické regulace	47
4	TESTOVÁNÍ METOD NA JEDNOTLIVÝCH SOUSTAVÁCH.....	49
4.1	Stabilní nekmitavá.....	50

4.2	Stabilní kmitavá	52
4.3	Neminimálně-fázová	54
4.4	Nestabilní	56
5	ZÁVĚR	58
	Použitá literatura	59
	Přílohy	60

SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

AFCH	amplitudofázová charakteristika
ORO	otevřený regulační obvod
PID	proporcionálně integračně derivační (regulátor)
T-L	Tayrus-Lyubenova metoda
URO	uzavřený regulační obvod
Z-N	Ziegler-Nicholsova metoda

SEZNAM SYMBOLŮ PROMĚNNÝCH VELIČIN A FUNKCÍ

$e(t)$	regulační odchylka
$F_S(s)$	obrazový přenos regulované soustavy
pp	Pásmo proporcionality
r_0	zesílení P-složky
r_{0k}	kritické zesílení P-složky
T_d	derivační časová konstanta, s
T_i	integrační časová konstanta, s
T_k	kritická perioda kmitů, s
$u(t)$	akční (vstupní) veličina
$U_S(s)$	Laplaceův obraz vstupu
$w(t)$	žádaná hodnota
$y(t)$	regulovaná (výstupní) veličina
$\delta(t)$	Diracův impuls

SEZNAM ILUSTRACÍ

1.1	Ovládání	15
1.2	Regulace.....	15
1.3	Uzavřený regulační obvod	16
1.4	Přechodová charakteristika	17
1.5	Amplitudofázová charakteristika	18
1.6	Bodeho diagramy	18
1.7	Impulsní charakteristika.....	19
1.8	Kulička v gravitačním poli.....	20
1.9	Stabilita spojitých systémů.....	21
1.10	Stabilita diskrétních systémů	22
1.11	Stabilní soustavy	22
1.12	Nestabilní soustavy	23
1.13	Přechodová charakteristika	26
1.14	Pohyb vektoru	28
1.15	Průběh Michajlovovy křivky pro stabilní soustavy	29
1.16	Průběh Michajlovovy křivky pro nestabilní soustavy.....	30
1.17	Michajlovova křivka	31
1.18	Nyquistova křivka	33
1.19	Jakostní kritéria	35
2.1	Integrační časová konstanta	39
2.2	Derivační časová konstanta.....	39
2.3	Přechodová charakteristika P-regulátoru	40
2.4	Přechodová charakteristika I-regulátoru	41
2.5	Přechodová charakteristika PI regulátoru	42
2.6	Přechodová charakteristika PD regulátoru.....	43
3.1	Přechodová charakteristika PID regulátoru	44
3.2	Určení konstant pro Z-N metodu	45
3.3	PID Tuner.....	48
4.1	Zapojení v SIMULINKU	49
4.2	Přechodový děj testované soustavy – stabilní nekmitavá	50
4.3	Odezvy jednotlivých testovaných URO na jednotkový skok	51
4.4	Přechodový děj testované soustavy – stabilní kmitavá	52

4.5	Odezvy jednotlivých testovaných URO na jednotkový skok	53
4.6	Přechodový děj testované soustavy – neminimálně fázová	54
4.7	Odezvy jednotlivých testovaných URO na jednotkový skok	55
4.8	Přechodové děje pro nestabilní fázovou soustavu	56
4.9	Odezvy jednotlivých testovaných URO na jednotkový skok	57

SEZNAM TABULEK

3.1	Nastavení parametrů PID podle Z-N	45
3.2	Nastavení parametrů PID podle Z-N	45
3.3	Nastavení parametrů PID podle T-L	45
3.4	Nastavení parametrů PID podle Cohen-Coona	46
3.5	Nastavení parametrů PID pole SIMC	46
4.1	Konstanty PID regulátoru pro stabilní nekmitavou soustavu	49
4.2	Jakostní kritéria pro stabilní nekmitavou soustavu	50
4.3	Konstanty PID regulátoru pro stabilní kmitavou soustavu	51
4.4	Jakostní kritéria pro stabilní kmitavou soustavu	52
4.5	Konstanty PID regulátoru pro neminimálně-fázovou soustavu	53
4.6	Jakostní kritéria pro neminimálně-fázovou soustavu	54
4.7	Konstanty PID regulátoru pro nestabilní soustavu	55
4.8	Jakostní kritéria pro nestabilní soustavu	56

ÚVOD

Cílem této bakalářské práce je vyhledat a otestovat moderní metody nastavování PID regulátorů a následně je porovnat s klasickými metodami publikovanými během 20. století. Metody budou testovány na různých soustavách, konkrétně na stabilní nekmitavé, stabilní kmitavé, nestabilní s dopravním zpožděním a neminimálně-fázové soustavě.

Teoretická část je věnována základním pojmům z oblasti automatizace, dále pak určování stability soustav a jakosti. Tyto pojmy jsou důležité pro regulaci, a proto jsou zde rozebrány. V poslední kapitole teoretické části jsou popsány PID regulátory a také metody, které se budou vyskytovat v praktické části včetně vhodnosti jejich použití.

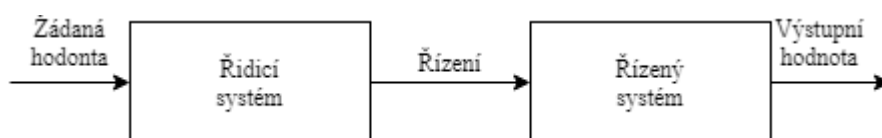
Praktická část obsahuje 4 soustavy, na nichž jsou demonstrovány vybrané metody, ukázky zapojení v SIMULINKu a také vyhodnocení v podobě přechodových charakteristik a porovnání jakosti.

1 ŘÍZENÍ

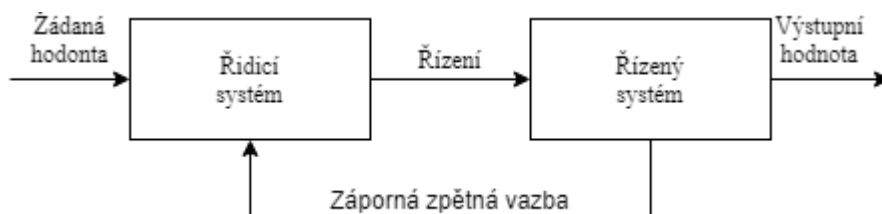
V této kapitole bylo čerpáno ze zdrojů: (Balátě, 2003; Macháček, 2015; Navrátil 2011).

Řízení vzniklo z potřeby člověka osvobodit se od těžkých fyzických či náročných duševních činností. Proces, který při výrobním procesu nahrazuje lidský faktor, se nazývá automatizace. Jako příklad můžeme uvést udržování požadované teploty v místnosti či udržování konstantní hladiny v různých nádobách.

Základem automatizace je právě řízení. Řízení existuje hned několik druhů dělicích se podle různých parametrů. Jedno ze základních rozdělení je na ovládání a regulaci. Hlavním rozdílem mezi těmito dvěma pojmy je zpětná vazba. Zatímco ovládání nemá zpětnou vazbu, která by dokázala reagovat na chyby, regulace má díky záporné zpětné vazbě informace o výstupní veličině a může tak reagovat na případné poruchy. Regulace je tedy mnohem přesnější druh řízení než ovládání a umožňuje přiblížit se co nejvíce požadované hodnotě.



Obrázek 1.1 – Blokové schéma ovládání



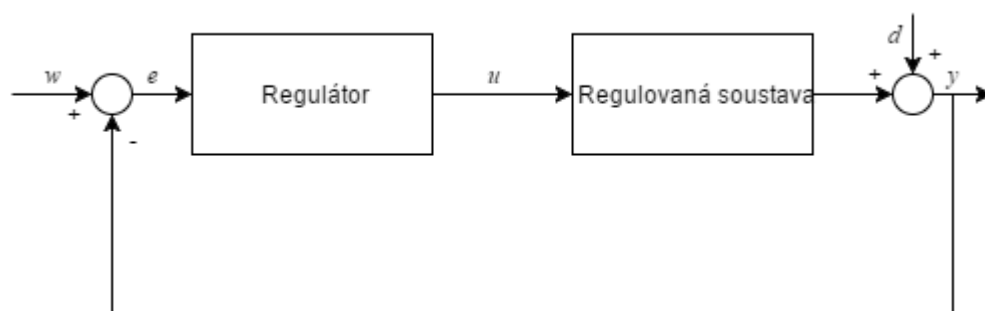
Obrázek 1.2 – Blokové schéma regulace

Dále lze řízení rozdělit na logické, spojitě a diskrétní. Při logickém řízení může být řídicí systém pouze ve dvou stavech, například otevřený nebo zavřený ventil. Výstupní veličina také může dosahovat pouze dvou stavů, například indikovat, jestli požadované hladiny již bylo nebo nebylo dosaženo. Spojitý systém je takový systém, při kterém jsou vstupní i výstupní veličiny proměnné v čase a jsou popsány spojitě, tedy pomocí diferenciální rovnice. Diskrétní řízení vzniklo kvůli použití počítačů jako řídicích systémů. Počítač totiž nedokáže zpracovat spojitý signál. Ten je tedy třeba navzorkovat a převést na binární číslo. V době mezi vzorky tak o chování systému nemáme žádnou informaci, je tedy důležité vhodně zvolit vzorkovací frekvenci vzhledem k povaze řízeného systému. Poté můžeme dělit řízení na přímé či nepřímé.

U přímého řízení probíhá řídicí proces bez potřeby přivést externí energii. U dnes převažujícího nepřímého řízení je třeba systému dodat vnější energii.

1.1 ZÁKLADNÍ POJMY

Regulační obvod: Vzniká připojením regulátoru k regulované soustavě. Správné zapojení a nastavení umožňuje udržovat výstupní veličinu na požadované hodnotě i přes působení rušivých vlivů, měnit hodnotu výstupní hodnotu podle zvoleného časového programu, stabilizovat původně nestabilní soustavu či měnit rychlost odezvy soustavy. Na obrázku. 1.3 vidíme schéma uzavřeného regulačního obvodu. Proměnná w značí žádanou hodnotu, e značí řídicí veličinu, která je dána rozdílem žádané hodnoty w a výstupní hodnoty y . Poslední proměnnou ve schématu je proměnná d , která značí působení vnějších vlivů (poruch) na regulovaný systém. Otevřený regulační obvod můžeme vidět na obrázku 1.1.



Obrázek 1.3 – Uzavřený regulační obvod

Obrazový přenos systému: Jedná se o podíl Laplaceova obrazu výstupu k Laplaceovu obrazu vstupu za nulových počátečních podmínek. Bývá označována jako $F(s)$ nebo jako $G(s)$.

Jako příklad lze uvést soustavu definovanou diferenciální rovnicí

$$4y''(t) + 5y'(t) + y(t) = 3u(t), \quad (1.1)$$

kde $y(t)$ je výstupní veličina,

$u(t)$ – vstupní veličina.

Diferenciální rovnici (1.1) je nyní třeba převést pomocí Laplaceovy transformace převést na rovnici algebraickou a následně upravit.

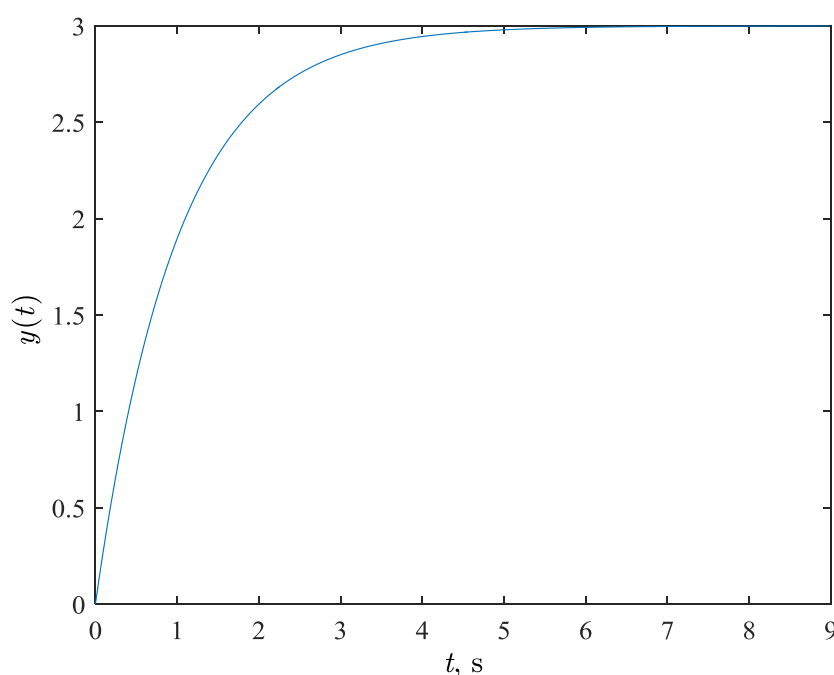
$$(4s^2 + 5s + 1)Y(s) = 3U(s) \quad (1.2)$$

a odtud

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3}{s^2 + 5s + 1} \quad (1.3)$$

kde $F(s)$ je obrazový přenos,
 $Y(s)$ – Laplaceův obraz výstupu,
 $U(s)$ – Laplaceův obraz vstupu.

Přechodová charakteristika: PCH je odezva systému na jednotkový skok. Z přechodové charakteristiky můžeme určit, o jaký druh systému se jedná.



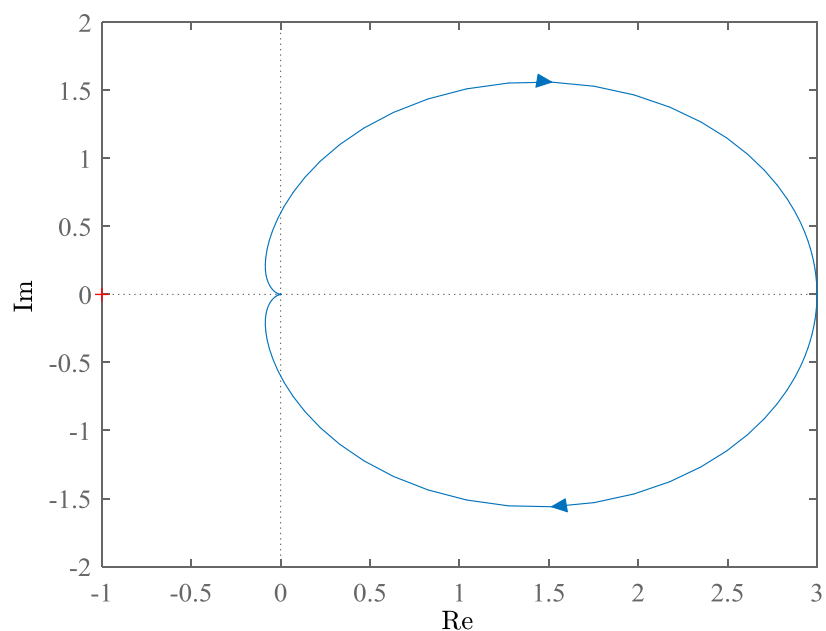
Obrázek 1.4 – Přechodová charakteristika

Z obrázku 1.4 je snadno rozpoznatelné, že se jedná o stabilní nekmitavou soustavu bez dopravního zpoždění se zesílením 3.

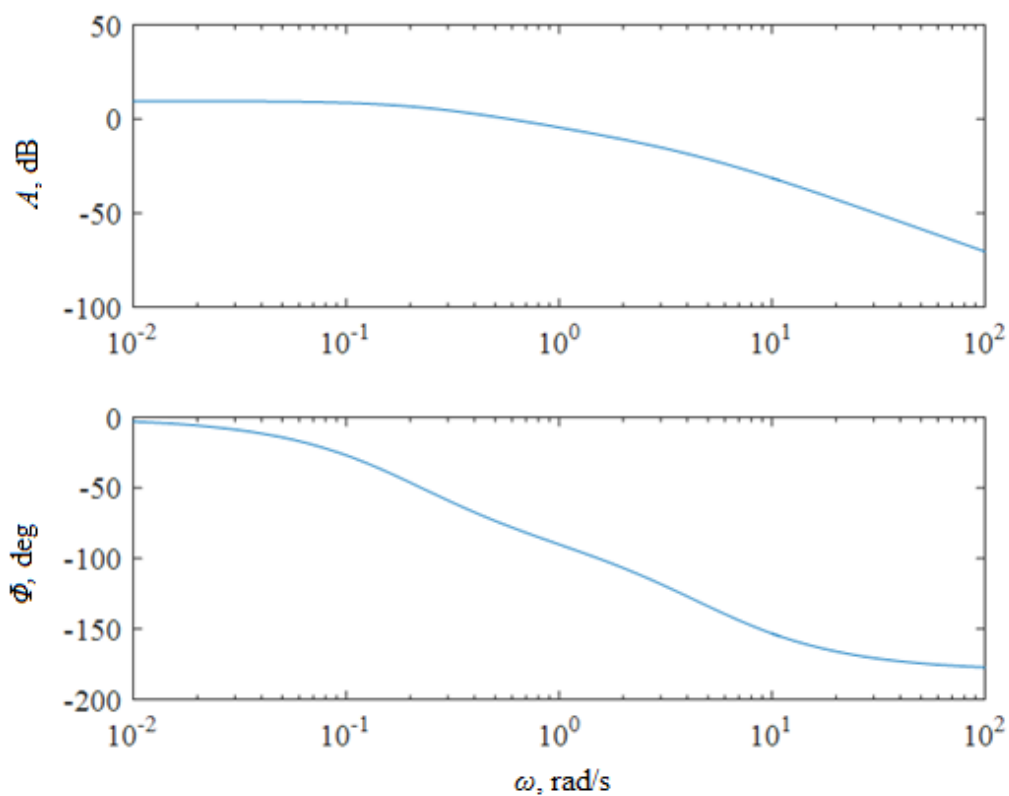
Frekvenční přenos: Stejně jako obrazový přenos je to poměr výstupního obrazu k vstupnímu, tentokrát však ve Fourierově transformaci. Udává nám informaci o tom, které frekvence systém tlumí a které propouští a zároveň i informace o fázovém posunu v závislosti na frekvenci.

Frekvenční charakteristika: Frekvenční charakteristiku lze vyjádřit několika způsoby. Nyquistova křivka je vyjádření frekvenční charakteristiky v komplexní rovině. Nazývá se amplitudově-fázová charakteristika a poskytuje informaci o řádu, amplitudě, fázovém posunu a stabilitě systému. Bodeho křivky vyjadřují frekvenční charakteristiku v logaritmických souřadnicích. Konkrétně se jedná o amplitudovou a fázovou charakteristiku. Můžeme z nich určit zlomové frekvence. Na obrázku 1.5 je vidět amplitudofázovou charakteristiku, z níž lze

jednoznačně určit, že se jedná o soustavu stabilní, protože křivka prochází vlevo od bodu $[-1,0]$ a že je druhého řádu, protože křivka prochází dvěma kvadranty.

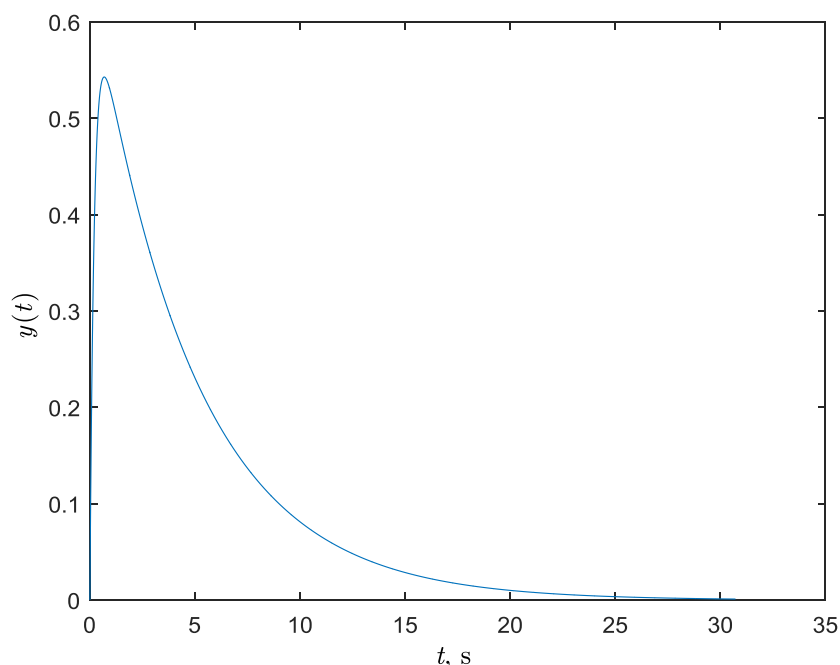


Obrázek 1.5 – Amplitudofázová charakteristika



Obrázek 1.6 – Bodeho diagramy

Obrázek 1.6 zobrazuje Bodeho diagramy. Horní graf znázorňuje amplitudovou charakteristiku, která zobrazuje závislost útlumu na frekvenci. Dolní graf znázorňuje fázovou charakteristiku, která zobrazuje velikost fázového posuvu na frekvenci.



Obrázek 1.7 – Impulsní charakteristika

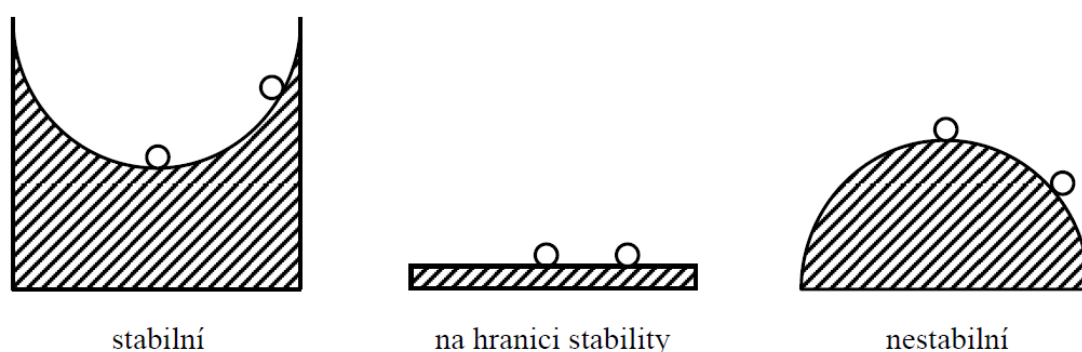
Impulsní charakteristika: Jedná se o grafické znázornění impulzové funkce, která vyjadřuje reakci systému na tzv. Diracův impuls, což je idealizovaná funkce označovaná $\delta(t)$, která má v čase $t = 0$ hodnotu $\delta(t) = \infty$, pro hodnoty $t \neq 0$ platí, že $\delta(t) = 0$. Integrál Diracova impulsu přes celý prostor je roven jedné. Z důvodu toho, že Diracův impuls je idealizovaná funkce a nelze ji tak prakticky realizovat, není možné impulsní charakteristiku ani změřit. Lze ji získat derivací přechodové charakteristiky.

1.2 STABILITA

Stabilita je základním požadavkem pro chování uzavřeného regulačního obvodu. Jednoznačné definice pro stabilitu systému stanovil L. P. Ljapunov, který se touto problematikou zabýval začátkem 20. století. Aby se dal systém prohlásit za stabilní, musí se po vychýlení z rovnovážné polohy, způsobené změnou vstupní veličiny či působením poruchy, vrátit do stejné polohy nebo jiné, ale opět rovnovážné. Je tedy zřejmé, že nový rovnovážný stav

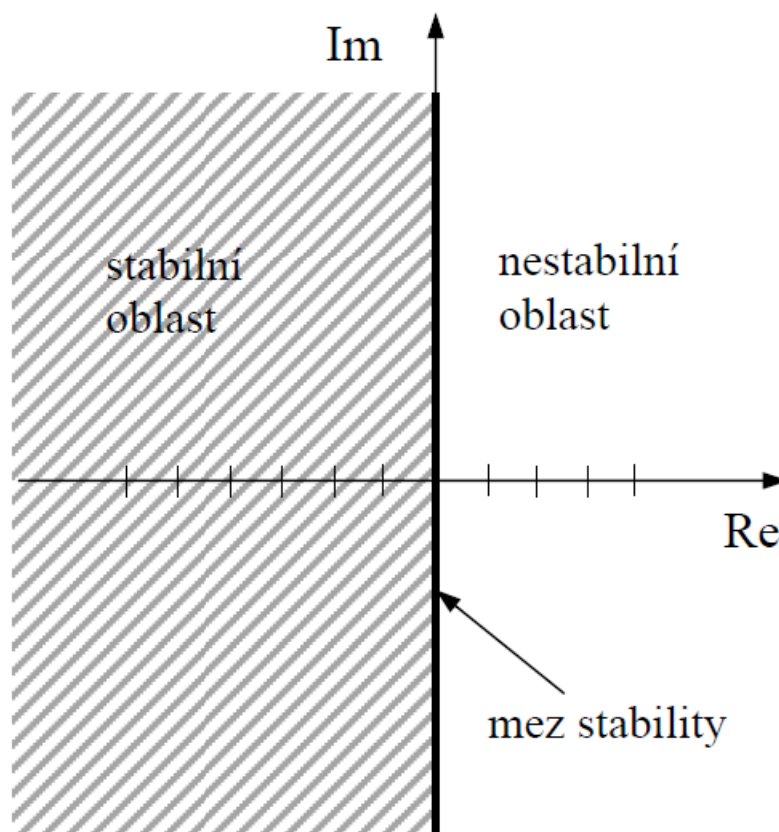
nemusí být s původním rovnovážným stavem totožný. Jako příklad si lze představit kuličku v gravitačním poli, jako je tomu na obrázku 1.8.

U spojitého systému můžeme prohlásit, že je stabilní, jestliže všechny póly jeho systému, tj. kořeny s_i jeho charakteristické rovnice, leží v levé polorovině Gaussovy roviny. Nutnou, nikoliv však postačující podmínkou stability spojitých systémů je, aby všechny koeficienty charakteristického polynomu, tj. jmenovatele jeho obrazového přenosu, měly stejné znaménko a zároveň žádný z nich nebyl roven 0. Pokud kořeny leží na imaginární ose, bude systém na mezi stability.



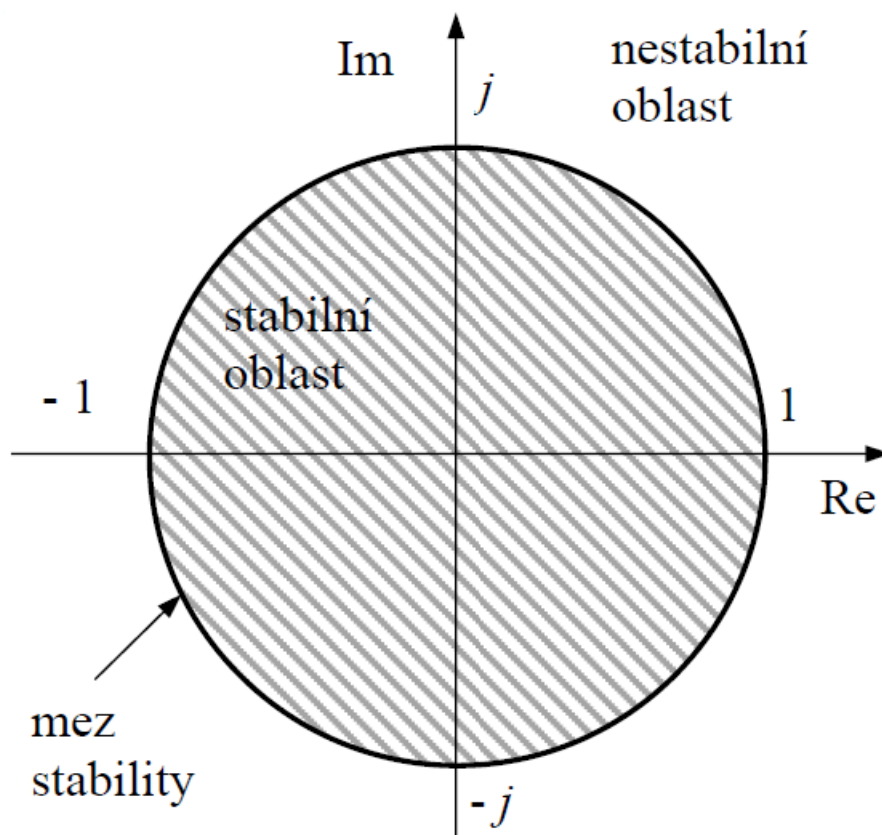
Obrázek 1.8 – Kulička v gravitačním poli

Diskrétní systém je stabilní tehdy, jestliže leží všechny jeho póly, tj. kořeny z_i jeho charakteristické rovnice, uvnitř jednotkové rovnice v rovině „ z “. Jedná se o nutnou a postačující podmínku.

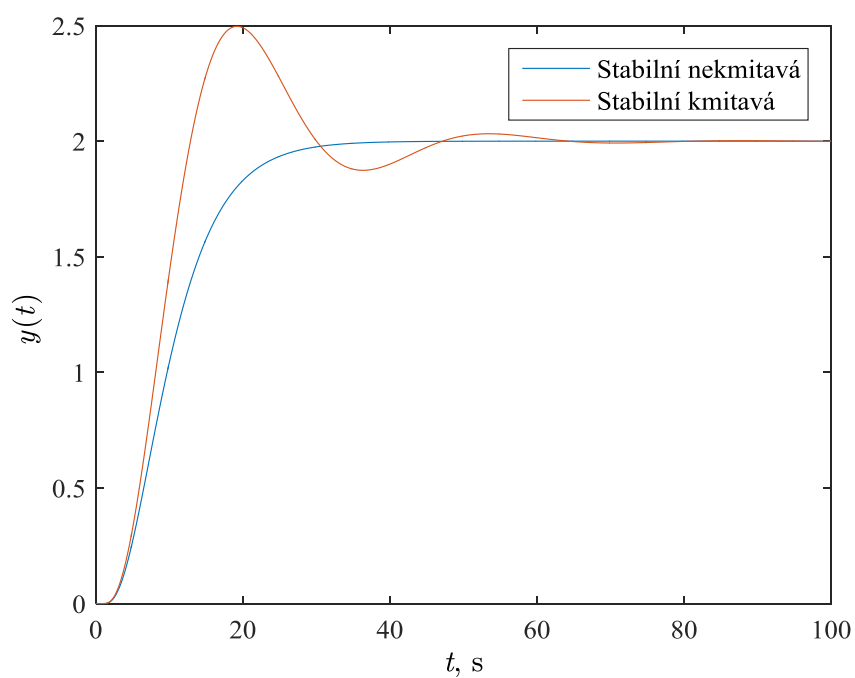


Obrázek 1.9 – Stabilita spojitých systémů

K posouzení stability systému je teda třeba znát rozložení kořenů charakteristické rovnice. Podle nich pak lze jednoznačně rozhodnout o stabilitě. Mohou se ale vyskytnout případy, kdy je složité vyřešení těchto kořenů, což nastává zejména u vyšších řádů charakteristické rovnice. Tehdy je možné toto přímé řešení obejít a použít některé z tzv. kritérií stability. Těchto kritérií existuje několik a lze pomocí nich jednoznačně určit stabilitu systému i bez výpočtu pólů systému.



Obrázek 1.10 – Stabilita diskrétního systému

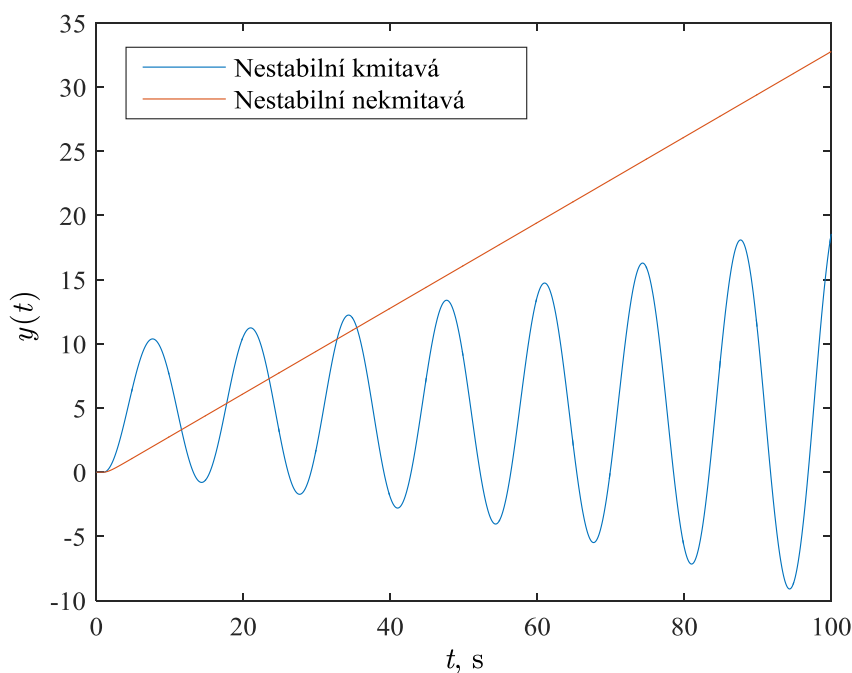


Obrázek 1.11 - Stabilní soustavy

Podle stability je možno systémy dělit na několik druhů. Systémy stabilní aperiodické

jsou systémy, které při změně požadované hodnoty dosáhne žádané úrovně bez překmitu. Na obrázku 1.11 reprezentuje stabilní aperiodickou soustavu modrá křivka. Stabilní periodický systém nejdříve žádanou hodnotu překmitne a poté se tlumenými kmity pomalu ustaluje. Na obrázku 1.11 lze vidět příklad stabilní periodické soustavy, který je vykreslen jako oranžová křivka.

Nestabilní systém aperiodický je systém, který při vychýlení z rovnovážné pozice dostane integrační charakter. Na obrázku 1.12 ho prezentuje oranžová křivka. Nestabilní systém periodický začne kmitat se stále se zvětšující amplitudou kmitů. Na obrázku 1.12 ho prezentuje modrá křivka. Nakonec je systém na mezi stability, jehož amplituda kmitů ani nestoupá ani neklesá.



Obrázek 1.12 – Nestabilní soustavy

1.3 KRITÉRIA STABILITY

Jak už bylo uvedeno výše, pomocí kritérií stability lze stanovit, zda je systém stabilní či nestabilní bez znalosti pólů systému. Dělí se na algebraická a frekvenční kritéria. Algebraická kritéria se dají využít pouze u systému bez dopravního zpoždění a umožňují zjistit pouze stabilitu systému. Jejich výhodou je jednoduchost. Frekvenční kritéria stability jsou složitější

než algebraická, ale lze je využít i pro soustavy s dopravním zpožděním a rovněž mohou poskytnout informace i o míře stability.

1.3.1 Algebraická kritéria stability

Algebraická kritéria stability vycházejí z charakteristického polynomu uzavřeného regulačního obvodu. Lze ho získat ze jmenovatele přenosu.

Při použití kritérií stability je třeba znát, z čeho kritérium vychází, algoritmus jeho výpočtu a pravidlo pro rozhodnutí.

Prvním takovým kritériem je Routho-Schurovo kritérium stability. Vychází z charakteristického polynomu. Základní podmínkou je, že $a_0, a_1, \dots, a_n > 0$. Následující postup je takovýto:

- Koeficienty charakteristické rovnice či charakteristického polynomu je nutno rozepsat vedle sebe od nejvyššího po nejnižší.
- V této posloupnosti se rozdělí sudé a liché koeficienty. Nejlépe tak, že se podtrhnou sudé koeficienty.
- Každý sudý koeficient se násobí podílem prvních dvou koeficientů, výsledky jsou zapsány pod předcházející řadu, ale je třeba ji posunout o jeden koeficient vlevo.
- Tato nově vzniklá řada je vynásobena -1 a sečtena s předchozí, čímž dochází k redukci.
- Pokud jsou všechny členy po odečtení kladné, postup je opakován.
- Pokud se objeví alespoň jeden koeficient s minusovým znaménkem, je možné výpočet ukončit a prohlásit soustavu za nestabilní, jelikož lze učinit závěr, že charakteristický polynom má nestabilní kořen.
- Jestliže výpočet dospěl k řadě tří kladných koeficientů, lze o systému prohlásit, že je stabilní, neboť lze učinit závěr, že charakteristická rovnice má všechny kořeny ve stabilní oblasti.

Jako příklad lze uvést soustavu s charakteristickým polynomem $s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 6s + 1$. Je zřejmé, že tento systém splňuje základní podmínky, protože a_0 až $a_5 > 0$.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2 & 40 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 40 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

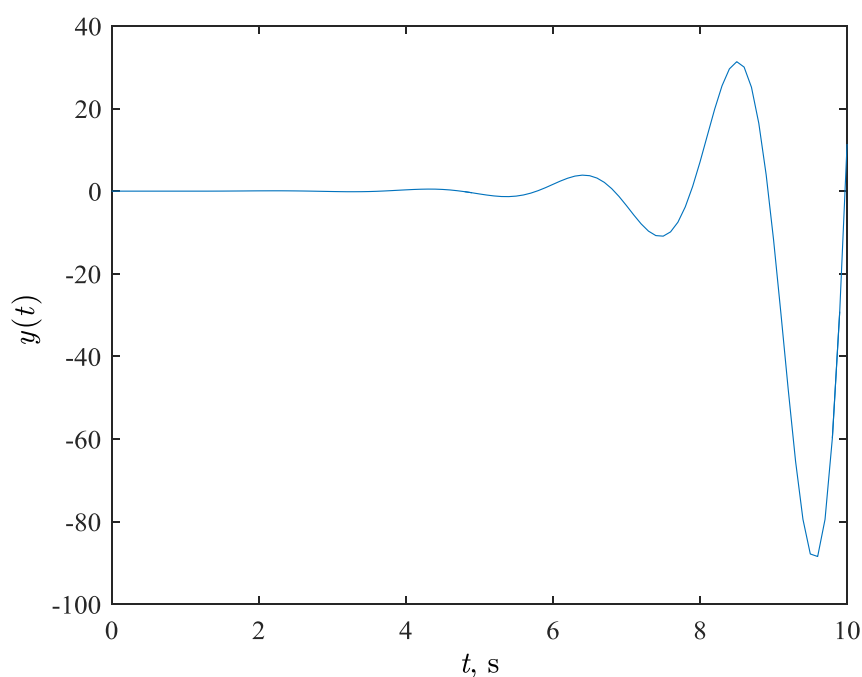
a z této matice je třeba sestavit subdeterminant $\mathbf{H}_2$, o velikosti 2×2

$$|\mathbf{H}_2| = \begin{vmatrix} 2 & 40 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \quad (1.8)$$

a odtud

$$\mathbf{H}_2 = (2 \cdot 2) - (1 \cdot 40) = 4 - 40 = -36. \quad (1.9)$$

Z rovnice (1.9) je zřejmé, že obvod nemůže být stabilní, neboť subdeterminant $\mathbf{H}_{n-1}$ je záporný. Tvrzení lze ověřit v SIMULINKu. Na obrázku 1.13 je zobrazena přechodová charakteristika rovnice (1.6).



Obrázek 1.13 - Přechodová charakteristika

1.3.2 Kmitočtová kritéria stability

Jak již bylo uvedeno, kmitočtová kritéria jsou složitější na výpočet, ale poskytují více informací a lze je využít i pro systémy s dopravním zpožděním. Základem je přenos otevřeného regulačního obvodu

$$F_o(s) = \frac{M_o(s)}{N_o(s)} \quad (1.10)$$

kde $M_o(s)$ a $N_o(s)$ jsou polynomy.

Polynom $N_o(s)$ se nazývá charakteristický polynom otevřeného regulačního obvodu. Aby byl přenos $F_o(s)$ fyzikálně realizovatelný, musí platit podmínka, že stupeň polynomu $N_o(s)$ nesmí být menší, než stupeň polynomu $M_o(s)$. Jmenovatel libovolného URO má tvar

$$1 + F_o(s) = 1 + \frac{M_o(s)}{N_o(s)}, \quad (1.11)$$

pravou stranu rovnice je nyní třeba převést na společný jmenovatel a vznikne tedy

$$1 + \frac{M_o(s)}{N_o(s)} = \frac{N_o(s) + M_o(s)}{N_o(s)} \quad (1.12)$$

a tento tvar lze upravit do tvaru

$$\frac{N_o(s) + M_o(s)}{N_o(s)} = \frac{N(s)}{N_o(s)}. \quad (1.13)$$

Pokud bude tento tvar přirovnán k nule, vznikne tzv. charakteristická rovnice uzavřeného regulačního obvodu. Je zřejmé, že pokud má být rovnice (1.13) rovna nule, musí být roven nule její čitatel. Tento čitatel reprezentuje charakteristický polynom uzavřeného regulačního obvodu a lze ho zapsat takto

$$N(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0. \quad (1.14)$$

Vhodné je zapsat charakteristický polynom URO ve tvaru součinu kořenových činitelů

$$N(s) = a_n \prod_{i=1}^n (s - s_i), \quad (1.15)$$

přičemž s_i jsou kořeny charakteristického polynomu.

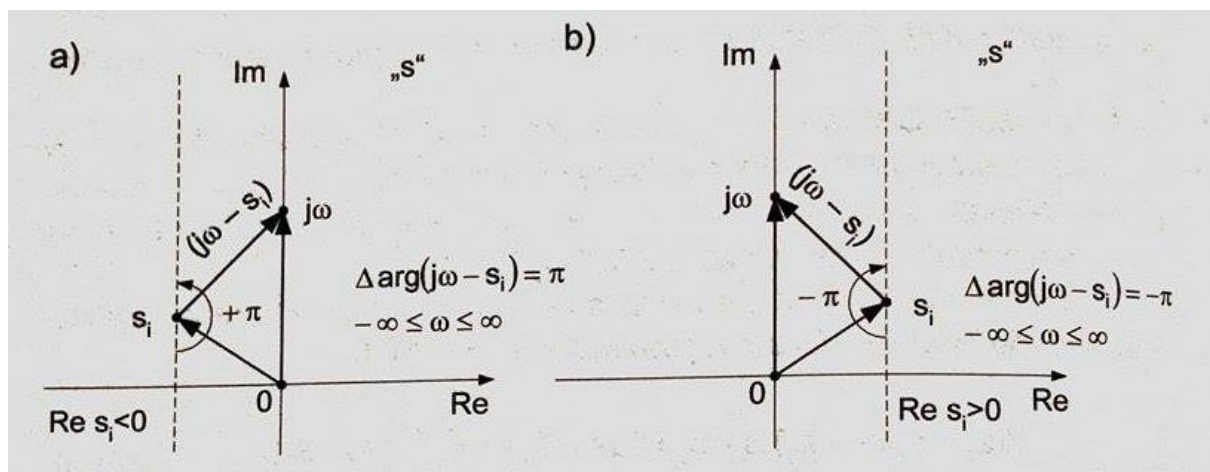
Michajlovovo kritérium

Prvním příkladem kmitočtového kritéria je Michajlovovo kritérium. Vychází z charakteristického polynomu uzavřeného regulačního obvodu $N(s)$ zapsaného ve tvaru součinu kořenových činitelů. V tomto vztahu je třeba nahradit komplexní proměnou s komplexním kmitočtem $j\omega$.

$$N(j\omega) = a_n \prod_i^n (j\omega - s_i). \quad (1.16)$$

Vzniká tedy funkce komplexní proměnné, pro jejíž argument platí vztah

$$\arg N(j\omega) = \sum_{i=1}^n \arg(j\omega - s_i). \quad (1.17)$$



Obrázek 1.14 – Pohyb vektoru $(j\omega - s_i)$ při změně ω v rozmezí $-\infty \leq \omega \leq \infty$

Je tedy zřejmé, že výsledný argument funkce komplexní proměnné $N(j\omega)$ je roven součtu všech argumentů kořenových činitelů $(j\omega - s_i)$.

Na obrázku 1.14 je vidět znázornění pohybu vektorů $(j\omega - s_i)$ při změně ω od $-\infty$ do ∞ . Z obrázku je vidět, že pokud bude kořen s_i v levé, tedy stabilní, polorovině komplexní roviny, bude změna argumentu příslušného kořenového činitele rovna π . Pokud se kořen nachází v levé, nestabilní polorovině, bude změna argumentu příslušného kořenového činitele $-\pi$.

Pokud má tedy charakteristický polynom uzavřeného regulačního obvodu $N(s)$ ($n-p$) stabilních kořenů a p nestabilních kořenů, platí

$$\Delta \arg N(j\omega) = (n-p)\pi - p\pi = (n-2p)\pi. \quad (1.18)$$

Běžně je však uvažována změna úhlového kmitočtu ω v rozmezí od 0 do ∞ . V tomto případě se funkce $N(j\omega)$ nazývá Michajlova funkce a pro změnu jejího argumentu platí

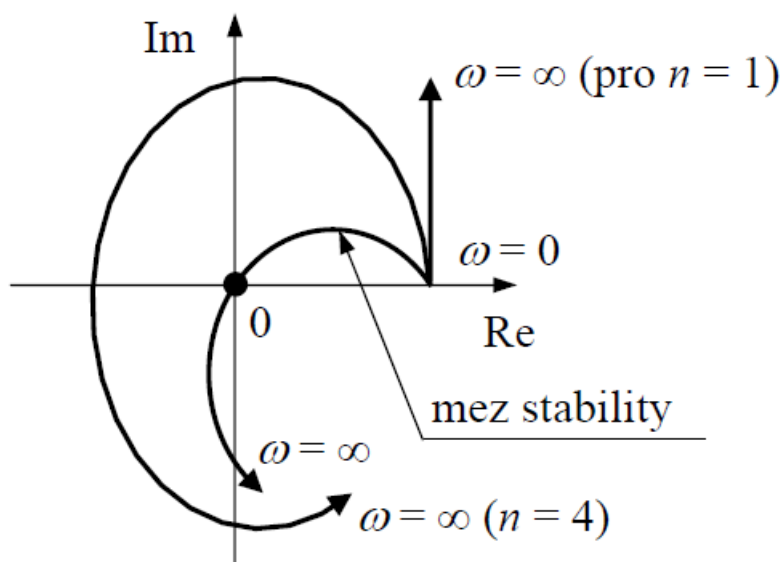
$$\Delta \arg N(j\omega) = (n-2p) \frac{\pi}{2}. \quad (1.19)$$

Je tedy jasné, že pro stabilní uzavřený regulační obvod musí být splněna podmínka

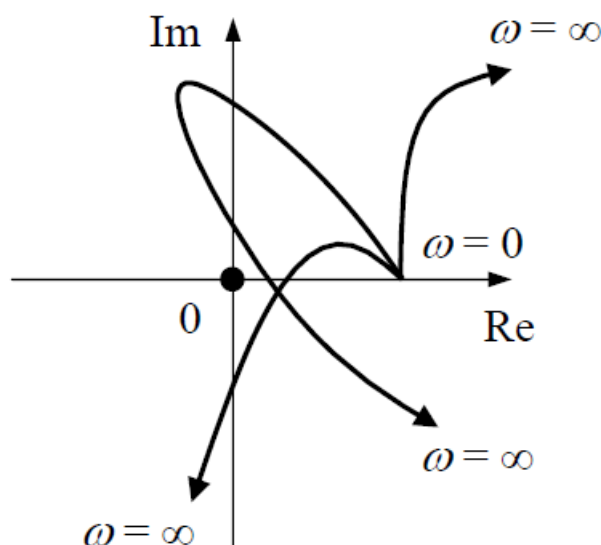
$$\Delta \arg N(j\omega) = n \frac{\pi}{2}, \quad (1.20)$$

tzn., že žádný kořen charakteristického polynomu URO nesmí ležet v pravé, nestabilní polorovině komplexní roviny. Grafickým vyjádřením této funkce je Michajlovova charakteristika, pomocí již je snadné ověřit stabilitu URO.

Samotná definice říká, že obvod je stabilní jen tehdy, když Michajlovova charakteristika $N(j\omega)$ začíná na kladné reálné poloose, tzn. $a_0 > 0$ a při změně úhlového kmitočtu od 0 k ∞ postupně projde proti směru hodinových ručiček n kvadranty, přičemž n je stupeň charakteristického polynomu $N(s)$. V případě, že Michajlovova charakteristika začíná v počátku souřadnic, má charakteristický polynom nejméně jeden nulový kořen a regulační obvod je na nekritické mezi stability. Pokud je $n > 2$ a $a_0 > 0$ a Michajlovova charakteristika prochází počátkem souřadnic, lze o obvodu prohlásit, že je na kmitavé mezi stability. Této skutečnosti lze využít pro určení kritického kmitočtu ω_k .



Obrázek 1.15 – Průběh Michajlovovy charakteristiky pro stabilní obvody



Obrázek 1.16 – Průběh Michajlovovy charakteristiky pro nestabilní soustavy

Michajlovo kritérium lze zformovat i jinak. Michajlovu funkci $N(j\omega)$ je třeba rozdělit na reálnou $N_P(j\omega)$ a imaginární $N_Q(j\omega)$. Vznikne tedy rovnice

$$N(j\omega) = N_P(\omega) + jN_Q(\omega), \quad (1.21)$$

přičemž

$$N_P(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \dots \quad (1.22)$$

a

$$N_Q(\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + a_5\omega^5 - \dots \quad (1.23)$$

Pokud má být systém stabilní, musí se kořeny reálné a imaginární části vzájemně střídat, tzn.

$$\omega_1 = 0 < \omega_2 < \omega_3 \dots \quad (1.24)$$

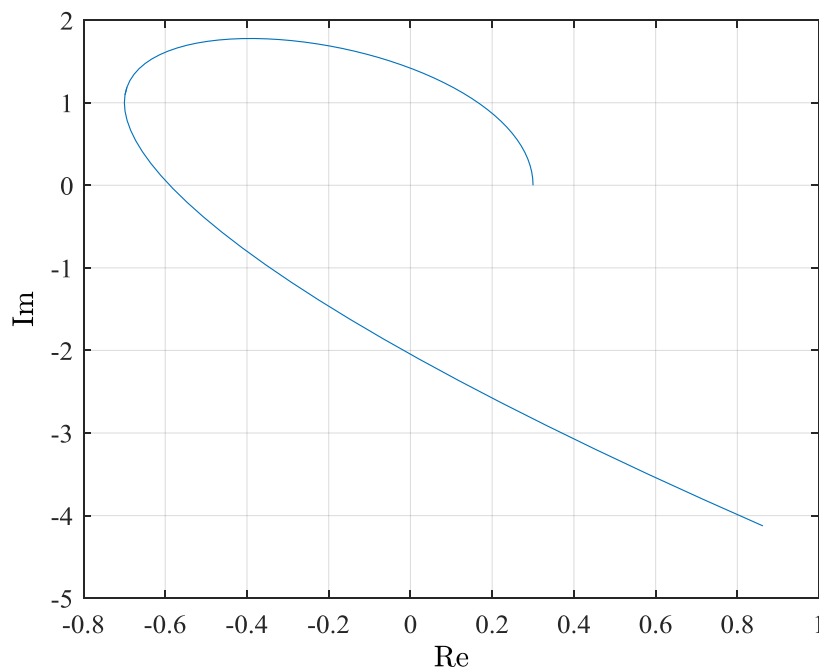
Michajlovovo kritérium lze použít i pro určení stability regulačních obvodů s dopravním zpožděním. Použití pro tyto obvody je však náročné a kritérium musí být formulováno trochu jinak.

Využití Michajlovova kritéria lze předvést na soustavě dané charakteristický polynomem

$$N(s) = s^4 + 3s^3 + 2s^2 + 4s + 0,3. \quad (1.25)$$

Nyní je tedy třeba převést komplexní proměnou s na komplexní kmitočet $j\omega$. Vzniká tedy

$$N(j\omega) = j\omega^4 + 3j\omega^3 + 2j\omega^2 + 4j\omega + 0,3 \quad (1.26)$$



Obrázek 1.17 – Michajlovova křivka

a po úpravě vzniká

$$N(j\omega) = \omega^4 - 3j\omega^3 - 2\omega^2 + 4j\omega + 0,3. \quad (1.27)$$

Takto upravenou rovnici je možné zadat do MATLABu a zobrazit graf. Z obrázku 1.17 je teda zřejmé, že obvod je stabilní.

Nyquistovo kritérium

Pomocí Nyquistova kritéria lze ověřit stabilitu uzavřeného regulačního obvodu pomocí kmitočtové charakteristiky rozpojeného regulačního obvodu. Toho je dosaženo přerušením zpětné vazby URO. Kmitočtová charakteristika je nejčastěji k dispozici ve formě grafu, ale může být k dispozici i ve formě tabulky.

Zjednodušená verze Nyquistova kritéria říká, že pokud je otevřený obvod stabilní, pak uzavřený obvod bude stabilní v případě, že amplitudo-fázová frekvenční charakteristika ORO, neboli Nyquistova křivka, neobklopuje kritický bod $[-1, j0]$.

Zobecnělá verze Nyquistova kritéria říká, že je-li ORO nestabilní a má-li jeho charakteristický polynom celkem p nestabilních kořenů, pak bude URO stabilní pouze

v případě, že Nyquistova křivka ORO obklopí kritický bod $[-1, j0]$ $p/2$ krát protisměru hodinových ručiček, přičemž jedno obklopení je 2π .

Bod $[-1, j0]$ je kritický bodem URO, protože charakteristický polynom přenosu je dán vztahem

$$F(s) = 1 + F_S(s)F_R(s) \quad (1.28)$$

kde $F_S(s)$ je přenos soustavy,

$F_R(s)$ – vstupní veličina

a tento polynom je roven nule, právě když

$$F_S(s)F_R(s) = -1. \quad (1.29)$$

Výhodou tohoto kritéria je skutečnost, že na rozdíl od Michajlovova kritéria ho lze přímo a bez úprav aplikovat na systémy s dopravním zpožděním.

Nyquistovo kritérium lze demonstrovat na soustavě, u níž je znám přenos soustavy $F_S(s)$ uvedený rovnicí (1.30) a přenos regulátoru $F_R(s)$ uvedený rovnicí (1.31). Z tohoto je možné určit přenos ORO $F_O(s)$ uvedený rovnicí (1.32).

$$F_S(s) = \frac{2}{(s^3 + 1,5s^2 + 0,75s + 0,125)} = \frac{2}{(s + 0,5)^3} \quad (1.30)$$

$$F_R(s) = 0,25 \quad (1.31)$$

Pomocí algebry přenosů lze určit přenos ORO.

$$F_O(s) = \frac{0,5}{(s + 0,5)^3} \quad (1.32)$$

Přenos v komplexní rovině je třeba převést frekvenční přenos.

$$F_O(j\omega) = \frac{0,5}{(j\omega + 0,5)^3} \quad (1.33)$$

Nyní je třeba odstranit komplexní složku ve jmenovateli, což uděláme tím, že zlomek rozložíme a vynásobíme komplexně sdruženým tvarem.

$$F_O(j\omega) = 0,5 \frac{1}{(j\omega + 0,5)} \frac{(0,5 - j\omega)}{(0,5 - j\omega)} \frac{1}{(j\omega + 0,5)} \frac{(0,5 - j\omega)}{(0,5 - j\omega)} \frac{1}{(j\omega + 0,5)} \frac{(0,5 - j\omega)}{(0,5 - j\omega)} \quad (1.34)$$

Tento výraz je třeba roznásobit.

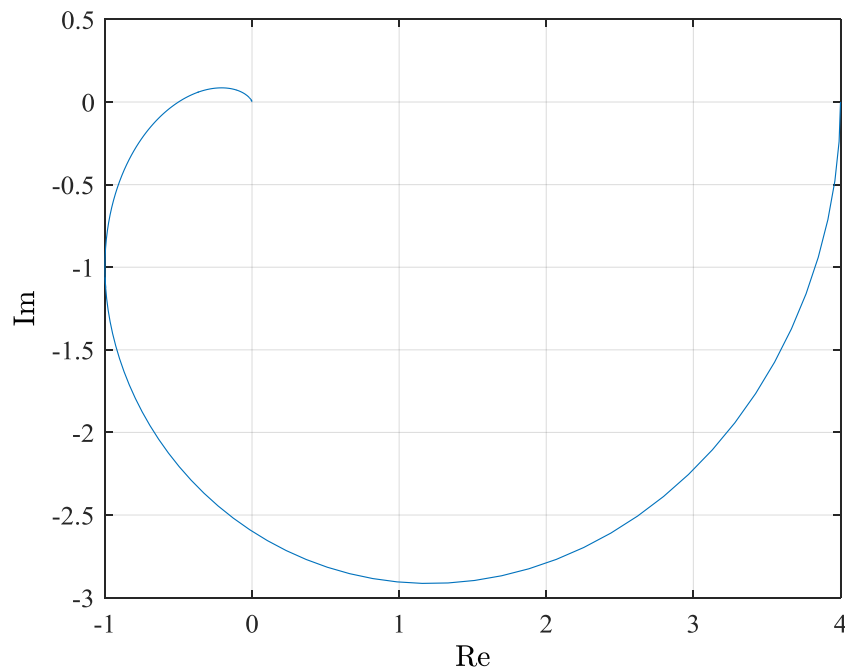
$$F_o(j\omega) = \frac{0,0625 - 0,375j\omega - 0,75\omega^2 + 0,5j\omega^3}{(0,25 + \omega^2)^3} \quad (1.35)$$

Dále je třeba rozdělit výraz na reálnou a imaginární část, přičemž $P(\omega)$ vyjadřuje reálnou složku a $Q(\omega)$ imaginární složku výrazu.

$$P(\omega) = \frac{0,0625 - 0,75\omega^2}{(0,25 + \omega^2)^3} \quad (1.36)$$

$$Q(\omega) = \frac{-0,375\omega + 0,5\omega^3}{(0,25 + \omega^2)^3} \quad (1.37)$$

Nyní dosazování za ω vzniká průběh Nyquistovy křivky, ze které je možné rozhodnout o stabilitě systému. Průběh je zřejmý z obrázku 1.18. je zřejmé, že obvod bude stabilní, neboť má trojnásobný stabilní pól a křivka neobklopuje kritický bod. Z toho vyplývá, že URO bude také stabilní.



Obrázek 1.18 – Nyquistova křivka

1.4 KVALITA REGULACE

Kvalita regulace slouží pro porovnání jednotlivých metod nastavení regulátoru. Existuje několik možných kritérií, podle kterých lze určit kvalitu regulace. Nelze obecně určit, která kritéria jsou nejlepší, protože u některých soustav je preferováno co nejrychlejší dosažení požadované hodnoty i s určitým překmitem, u některých je zase nežádoucí jakýkoliv překmit, a proto se volí takové parametry, při kterých je dosažení požadované hodnoty pomalejší, ale výstupní veličina nepřekmitne hodnotu požadovanou. Kvalitu je možné posuzovat v časové nebo frekvenční oblasti.

V časové oblasti se jedná čas regulace t_r , relativní překmit, neboli přeregulování, a také lze kvalitu určit podle regulační plochy. Doba regulace t_r , je dána časem, při kterém se regulovaná veličina $y(t)$ dostane do pásma o šířce 2Δ , přičemž Δ je tolerance, která se vypočítá podle vztahu

$$\Delta = \delta \cdot y(\infty), \quad (1.38)$$

kde δ je relativní tolerance regulace,
 $y(\infty)$ – je ustálená výstupní veličina.

δ se typicky volí v rozsahu od 0,02 do 0,05 (2% ÷ 5%).

Relativní překmit κ je stanoven podle vztahu

$$\kappa = \frac{y_m - y(\infty)}{y(\infty)}, \quad (1.39)$$

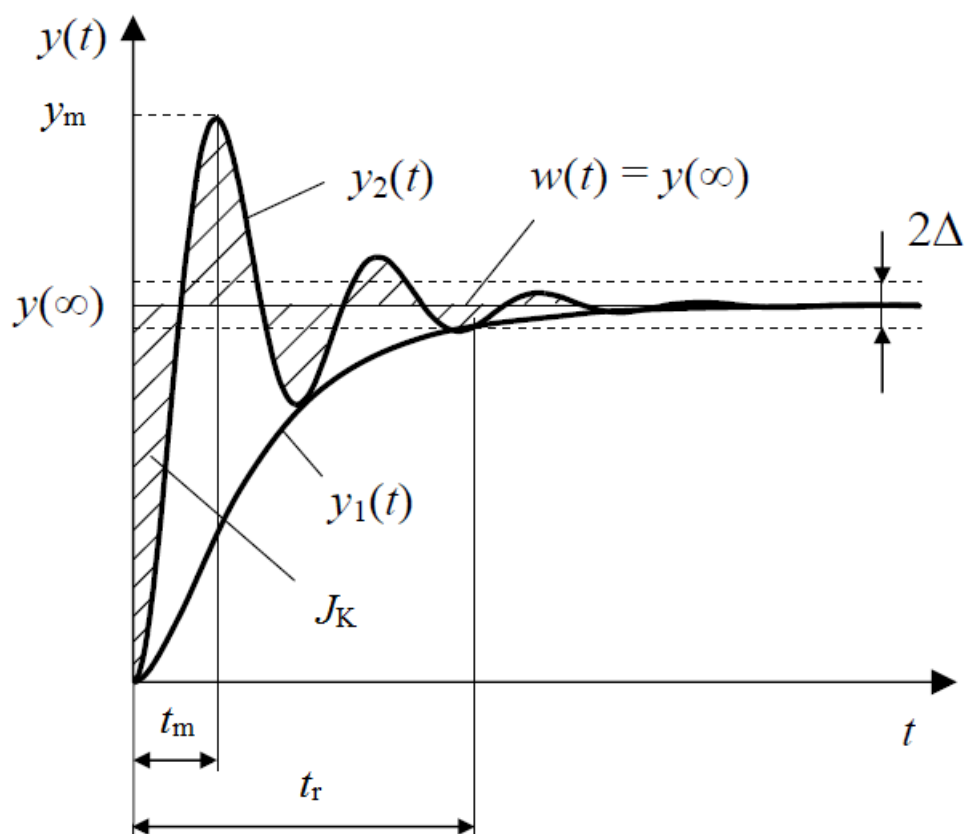
kde y_m je maximální hodnota výstupu,
 $y(\infty)$ – ustálená výstupní veličina.

Výpočet kvadratické regulační odchylky J_K je dán vztahem

$$J_K = \int_0^{\infty} [y(t) - y(\infty)]^2 dt \approx \int_0^{t_r} [y(t) - w(t)]^2 dt, \quad (1.40)$$

kde $w(t)$ je žádaná hodnota výstupní veličiny v čase t ,
 t_r – doba regulace, s,
 $y(t)$ – výstupní hodnota v čase t .

Výhodou tohoto kritéria je možnost použití na aperiodické i periodické soustavy. Výsledná plocha by měla být co nejmenší.



Obrázek 1.19 – Jakostní kritéria

2 REGULÁTORY A REGULACE

V této kapitole bylo čerpáno ze zdrojů: (Balátě, 2003; Macháček, 2015; Navrátil 2011)

Regulátor je zařízení v regulačním obvodu, které uskutečňuje proces automatické regulace. Cílem je generovat akční veličinu u takovým způsobem, aby se výstupní veličina y co nejvíce podobala vstupní veličině w a regulační odchylka e byla co nejmenší, v ideálním případě nulová. Vstupem regulátoru je tedy regulační odchylka e , která odpovídá vztahu

$$e(t) = w(t) - y(t) \quad (2.1)$$

kde $e(t)$ je regulační odchylka,
 $w(t)$ – žádaná hodnota,
 $y(t)$ – výstupní veličina.

Jak již bylo uvedeno dříve, základní dělení regulátorů je dáno přívodem energie. Regulátory přímé jsou ty, které ke své funkci nepotřebují přívod žádné jiné energie. Druhou skupinou jsou regulátory nepřímé, které ke své funkci potřebují externí zdroj energie. První regulátory vznikly v druhé polovině 18. století a jednalo se o regulátory přímé. Prvním takovým regulátorem byl regulátor I. V. Polzunova, který se používal k regulaci hladiny. Vynalezen byl v roce 1765 a v upravené verzi se používá dodnes.

Druhým regulátorem byl Wattův regulátor otáček, vynalezený v roce 1784. Taktéž tento regulátor se v modifikované verzi používá dodnes.

Nepřímé regulátory lze dále dělit podle nositele signálu a to na elektrické, hydraulické nebo pneumatické. Často se využívá kombinačních regulačních obvodů.

Dále regulátory dělíme na spojitě v čase a nespojitě.

2.1 NESPOJITÉ REGULÁTORY

Jsou definovány jako regulátory, jejichž některý člen má nespojitou, nejčastěji reléovou charakteristiku. Rozvod energie u nepřímých elektrických regulátorů je obvykle tvořen kontaktním zařízením, jako je například spínač. Jejich výhodou je konstrukční jednoduchost oproti spojitým regulátorům a také obvykle i nižší cena. Nevýhodou těchto regulátorů je horší kvalita regulace.

Typický příkladem nespojitého regulátoru jsou regulátory dvupolohové. Tyto regulátory mají pouze dvě krajní polohy.

2.2 SPOJITÉ REGULÁTORY

U spojitých regulátorů jsou vstupní i výstupní hodnota spojitou funkcí času, takže se mohou měnit v každém časovém okamžiku. Základní vlastností spojitých regulátorů jsou dynamické vlastnosti. Ty lze popsat rovnicí

$$\dots + T_2 u''(t) + T_1 u'(t) + u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \frac{de(t)}{dt} \quad (2.2)$$

kde $r_0 e(t)$ je proporcionální složka regulátoru,

$r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau$ – integrační složka regulátoru,

$r_1 \frac{de(t)}{dt}$ – derivační složka regulátoru,

$\dots + T_2 u''(t) + T_1 u'(t)$ – zpožďující členy regulátoru.

Jedná se o popis proporcionálně-integračně-derivačního regulátoru se zpožďujícími členy, jinak také skutečného PID regulátoru. Tuto rovnici lze dále upravit pomocí Laplaceovy transformace. Pokud budou předpokládány nulové počáteční podmínky, vznikne přenos skutečného PID regulátoru.

$$F_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{r_0 + \frac{r_{-1}}{s} + r_1 s}{1 + T_1 s + T_2 s^2 + \dots} \quad (2.3)$$

V rovnici (2.3) je třeba dále upravit čítele výrazu vytknutím r_0 a vzniká

$$F_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{r_0 \left(1 + \frac{r_{-1}}{r_0} \frac{1}{s} + \frac{r_1}{r_0} s \right)}{1 + T_1 s + T_2 s^2 + \dots} \quad (2.4)$$

a nyní je provedena substituce integrační časové konstanty regulátoru a derivační časové konstanty regulátoru. Konečný vzorec tak bude mít podobu

$$F_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right)}{1 + T_1 s + T_2 s^2 + \dots} \quad (2.5)$$

kde r_0 je proporcionální konstanta regulátoru,

$T_I = \frac{r_{-1}}{r_0}$ – integrační časová konstanta regulátoru,

$r_1 = \frac{r_{-1}}{r_0}$ – derivační časová konstanta regulátoru.

Za předpokladu, že časové konstanty zpožďujících členů budou nulové, vznikne pohybová rovnice a po Laplaceově transformaci i přenos ideálního PID regulátoru.

$$u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \frac{de(t)}{dt} \quad (2.6)$$

Nyní bude provedena Laplaceova transformace rovnice (2.6) a vznikne přenos ideálního regulátoru

$$F_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right). \quad (2.7)$$

Z rovnice (2.6) lze dostat rovnice jednotlivých složek PID regulátoru a to tak, že podle potřeby budou položeny proměnné r_0 , r_{-1} nebo r_1 položeny rovno nule.

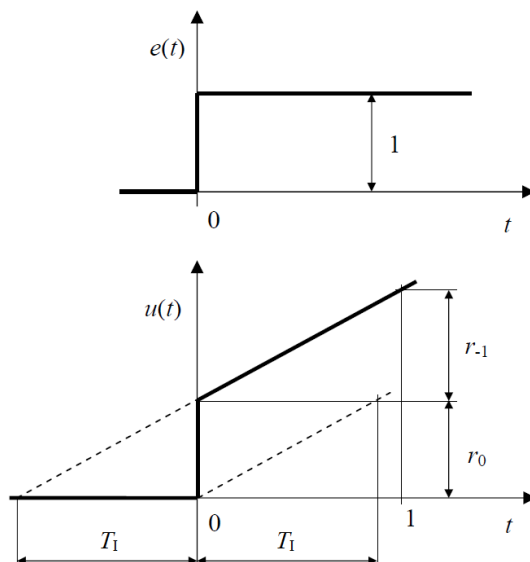
Výše bylo pro popis regulátorů využito konstant regulátorů r_0 , r_{-1} nebo r_1 a časových konstant T_I a T_D . U skutečných regulátorů se objevuje pojem stavědla, kterými lze určovat vlivnost jednotlivých složek spojitého regulátoru. Konkrétně se jedná o pásmo proporcionality pp , integrační časová konstanta T_I a derivační časová konstanta T_D .

Pásmo proporcionality určuje, o jakou hodnotu, vyjádřenou v procentech, se musí změnit signál přivedený na vstup regulátoru, aby se akční člen posunul z jedné krajní polohy do druhé.

$$pp = \frac{1}{r_0} \cdot 100 \quad (2.8)$$

Integrační časová konstanta T_I se určuje z přechodové charakteristiky PI regulátoru. Je to čas, který by potřeboval čistě integrační regulátor k tomu, aby dosáhl výstupní signál hodnoty, které dosáhne PI regulátor v čase $t = 0$ vlivem proporcionální složky.

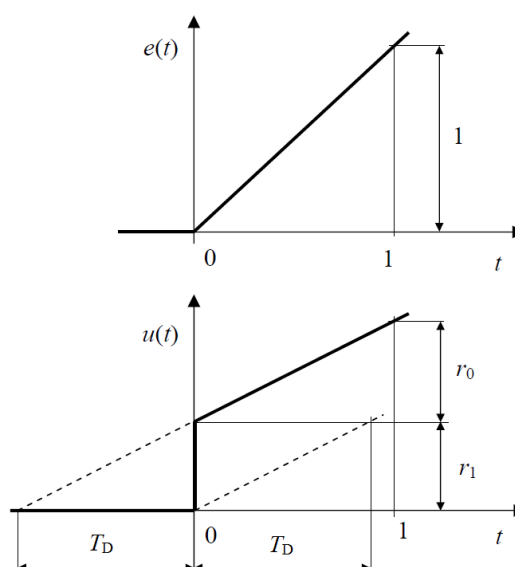
$$T_I = \frac{r_0}{r_{-1}} \quad (2.9)$$



Obrázek 2.1 – Integrační časová konstanta

Derivační časová konstanta T_D je určována z přechodové charakteristiky PD regulátoru. Je definována jako čas, který by potřeboval čistě proporcionální regulátor na to, aby výstupní signál dosáhl hodnoty, kterou dosáhne PD regulátor v čase $t = 0$ vlivem derivační složky

$$T_D = \frac{r_1}{r_0} \quad (2.10)$$



Obrázek 2.2 – Derivační časová konstanta

2.2.1 P-regulátor

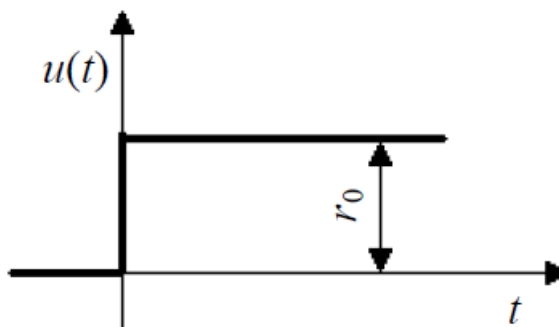
V uzavřeném regulačním obvodu pracuje s trvalou regulační odchylkou, což znamená, že s P-regulátorem nelze dosáhnout požadované hodnoty. Má velice dobré stabilní vlastnosti. Je vhodný pro řízení soustav proporcionalních i integračních se setrvačností 1. řádu, se střední časovou konstantou, je možné i menší dopravní zpoždění, při malých změnách zatížení.

Rovnice P regulátoru má tvar

$$u(t) = r_0 e(t) \quad (2.11)$$

a přenos

$$F_R(s) = r_0 \quad (2.12)$$



Obrázek 2.3 – Přechodová charakteristika P regulátoru

2.2.2 I-regulátor

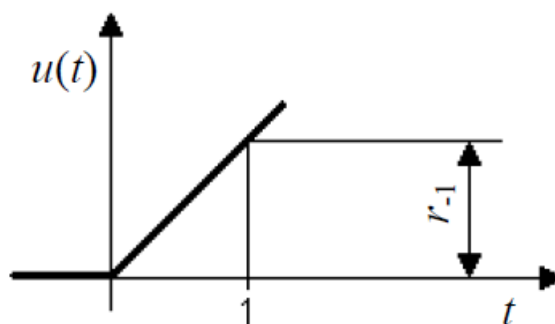
V uzavřeném obvodu pracuje pouze s regulační odchylkou. Výstup regulátoru je rovný integrálu vstupní veličiny. V kombinaci s P-regulátorem umožňuje zcela odstranit regulační odchylku. I-regulátor nevyhoví podmínkám stability, jestliže bude regulovat soustavu integračního charakteru. Je vhodný k řízení proporcionalních soustav se setrvačností 1. řádu, s malou časovou konstantou, bez dopravního zpoždění, při malých a pomalých změnách zatížení.

Rovnice I regulátoru má tvar

$$u(t) = r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.13)$$

a přenos

$$F_R(s) = \frac{r_{-1}}{s} . \quad (2.14)$$



Obrázek 2.4 – Přechodová charakteristika I-regulátoru

2.2.3 D-člen

Není schopen pracovat samostatně, je třeba ho spojit s dalšími členy. Je to z důvodu, že vstupním signálem je derivace regulační odchylky. Připustí libovolně velkou ustálenou regulační odchylku. Výstupem čistého D-členu by měl být Diracův impuls, který ale není fyzicky realizovatelný. D-člen jako součást kombinovaného regulátoru bude zlepšovat stabilní vlastnosti. Informuje regulátor o změně regulační odchylky.

Rovnice D členů má tvar

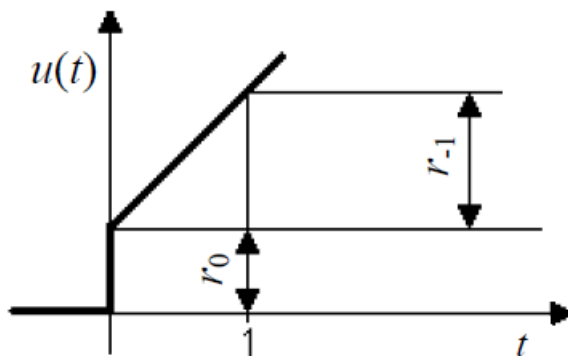
$$u(t) = r_1 \frac{de}{dt} \quad (2.15)$$

a přenos

$$F_R(s) = r_1 s . \quad (2.16)$$

2.2.4 PI regulátor

Proporcionálně integrační regulátory jsou realizovány paralelním spojením proporcionálního a integračního regulátoru. V uzavřeném regulačním obvodu odstraní trvalou



Obrázek 2.5 – Přejchodová charakteristika PI regulátoru

regulační odchylku, která vzniká při použití jednoduchého P-regulátoru. Oproti použití I-regulátoru zlepšuje stabilní vlastnosti. Pro jisté hodnoty stavitelných parametrů vyhovuje z hlediska stability i integračním regulovaným soustavám. V počátku regulačního pochodu převládá proporcionální složka, s narůstajícím časem roste vliv integrační složky. PI regulátory jsou nejpoužívanějším typem regulátorů. Vhodný pro proporcionální i integrační soustavy vyšších řádů s libovolnými časovými konstantami a dopravním zpožděním, při velkých a pomalých změnách zatížení.

Rovnice PI regulátoru má tvar

$$u(t) = r_0 e(t) + r_{-1} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.17)$$

a přenos

$$F_R(s) = r_0 + \frac{r_{-1}}{s}. \quad (2.18)$$

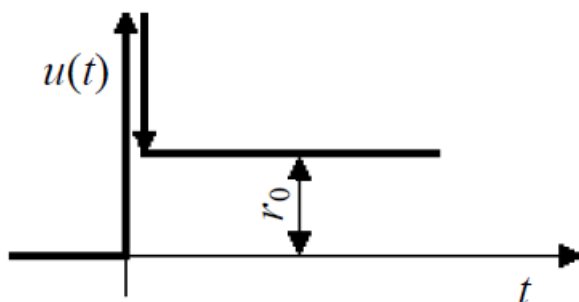
2.2.5 PD regulátor

Proporcionálně derivační regulátory jsou, podobně jako PI regulátory, sestaveny paralelním spojením proporcionálního a derivačního regulátoru. Má lepší stabilní vlastnosti než samostatný P regulátor. Umožňuje pracovat s vyšším zesílením regulátoru a menší trvalou regulační odchylkou. V počátku regulace je dominantní derivační složka, postupem času převládá proporcionální složka. Vhodný pro proporcionální i integrační soustavy se setrvačností vyššího řádu se středními časovými konstantami, s velkým dopravním zpožděním při malých změnách zatížení.

$$u(t) = r_0 e(t) + r_1 \frac{de}{dt} \quad (2.19)$$

a přenos

$$F_R(s) = r_0 + r_1 s. \quad (2.20)$$



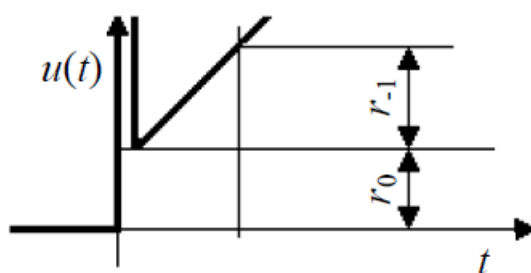
Obrázek 2.6 – Přejchodová charakteristika PD regulátoru

3 PID REGULÁTORY

V této kapitole bylo čerpáno ze zdrojů: (Balátě, 2003; Macháček, 2015; Navrátil 2011; Vítečková, 2011).

Proporcionálně-integračně-derivační regulátory jsou regulátory, které obsahují všechny tři složky v paralelním zapojení. Díky I-složce odstraňuje trvalou regulační odchylku, D-složka zase zlepšuje jeho stabilní vlastnosti. Při počátku funkce převládá vliv derivační složky, postupem času převládá vliv integrační složky. Jsou vhodné pro všechny typy soustav, bez ohledu na řád, časové konstanty, dopravní zpoždění a rychlost změny zatížení.

Rovnice PID regulátoru již byla uvedena ve vztahu 2.6, jeho přenos je pak uveden ve vztahu 2.7.



Obrázek 3.1 – Přechodová charakteristika PID regulátoru

3.1 METODY NASTAVENÍ

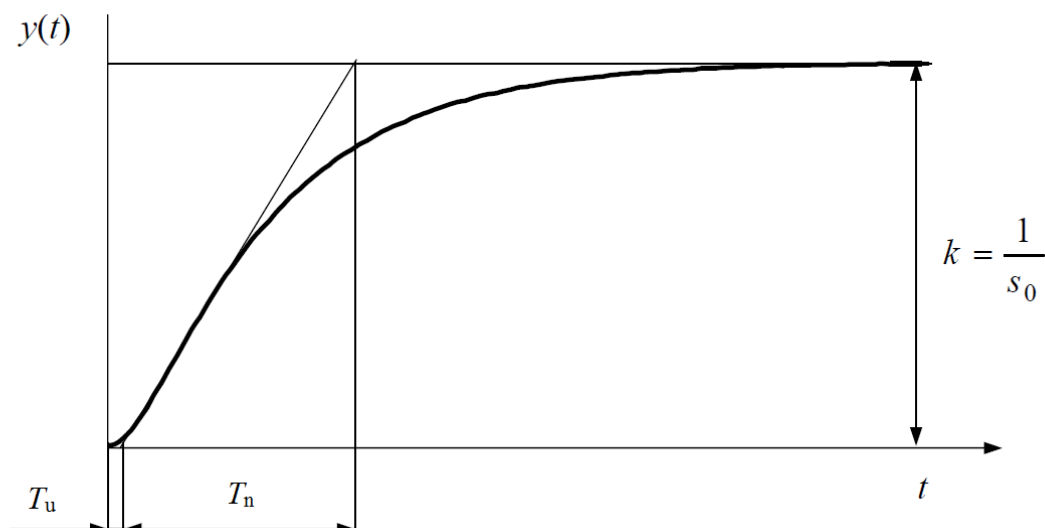
Metody nastavení slouží k určení parametrů PID regulátoru tak, aby bylo dosaženo co nejlepšího regulačního pochodu. Existuje mnoho metod od nejjednodušších experimentálních metod, až po metody vyžadující složité matematické výpočty či metody fungující na principu algoritmu.

3.1.1 Ziegler-Nicholsova metoda

Tato metoda patří mezi nejstarší a nejznámější. Její výhodou je to, že ji lze aplikovat na všechny možné soustavy a také je jednoduchá. Její první varianta spočívá v rozkmitání soustavy pomocí P-složky. Pokud soustava netlumeně kmitá, je možné z hodnoty k_{PK} a periody T_K kmitání určit další konstanty.

Tabulka 3.1 – Nastavení parametrů PID podle Z-N

k_P	T_I	T_D
$0,6 k_{Pk}$	$0,5 T_K$	$0,125 T_K$



Obrázek 3.2 – Určení konstant z přechodové charakteristiky

Druhá varianta nastavení podle Z-N je pro stabilní nekmitavé soustavy, kde se odečte z přechodové charakteristiky zesílení, doba náběhu T_n a doba průtahu T_u a z těchto parametrů lze následovně určit konstanty k_P , T_I a T_D .

Tabulka 3.2 – Nastavení parametrů PID podle Z-N

k_P	T_I	T_D
$1,25 \frac{T_N}{T_U} s_0$	$2T_U$	$0,5T_U$

3.1.2 Tayrus-Lyubanova metoda

Tato metoda je podobná Z-N metodě. Vychází z rozkmitání soustavy a následného stanovení parametrů PID regulátoru.

Tabulka 3.3 – Nastavení parametrů PID podle T-L

k_P	T_I	T_D
$0,3125 k_{Pk}$	$2,2 T_K$	$0,1587 T_K$

3.1.3 Cohen-Coonova metoda

Tato metoda vychází z modelu tříparametrového modelu

$$F(s) = \frac{k}{Ts+1} e^{-Ls} \quad (3.1)$$

kde k je zesílení,

T – časová konstanta,

L – dopravní zpoždění.

Z těchto parametrů je pak snadné určit výsledné parametry PID regulátoru

Tabulka 3.4 – Nastavení parametrů PID podle Cohen-Coona

k_P	T_I	T_D
$\frac{1}{kr} \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{r}{4} \right)$	$\frac{32+6r}{13+8r} L$	$\frac{4}{11+2r} L$

Konstanta r se vypočítá jako

$$r = \frac{L}{T} \quad (3.2)$$

3.1.4 Metoda SIMC

Tato metoda nepatří ani mezi klasické metody ani mezi ty nejnovější, protože byla publikována v roce 2003 Sigurdem Skogestadem. Do výběru metod použitých při této práci jsem ji vybral pro její jednoduchost a dobrou účinnost. Vychází z IMC modelu. Parametry PID regulátoru lze určit hned z několika modelů určujících přenos. V tabulce 3.5 jsou znázorněny vzorce pro přenos ve tvaru

$$F(s) = \frac{k}{(T_1s+1)(T_2+1)} e^{-Ls} \quad (3.3)$$

Tabulka 3.5 – Nastavení parametrů PID pomocí metody SIMC

k_P	T_I	T_D
$\frac{T_1 + T_2}{2kL}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2}$

Podrobnější informace o této metodě a jiné způsoby nastavování lze nalézt například v Vítěčková, 2011.

3.1.5 Shamsuzzohaova metoda

Moderní metoda publikovaná v roce 2008. Vychází z principu IMC regulátoru a její výhodou je možnost použití i na nestabilní systémy. Kromě nastavení 3 konstant vyžaduje tato metoda ještě zařazení set-point filtru, který filtruje přímo vstupní veličinu a také kompenzátoru, který upravuje výstupní veličinu regulátoru. Metody založené na IMC mají tu výhodu, že je třeba volit pouze jeden parametr, zbylé parametry se dopočítají. Celý výpočet všech potřebných parametrů viz Shamsuzzoha, 2008.

3.1.6 Leeova metoda

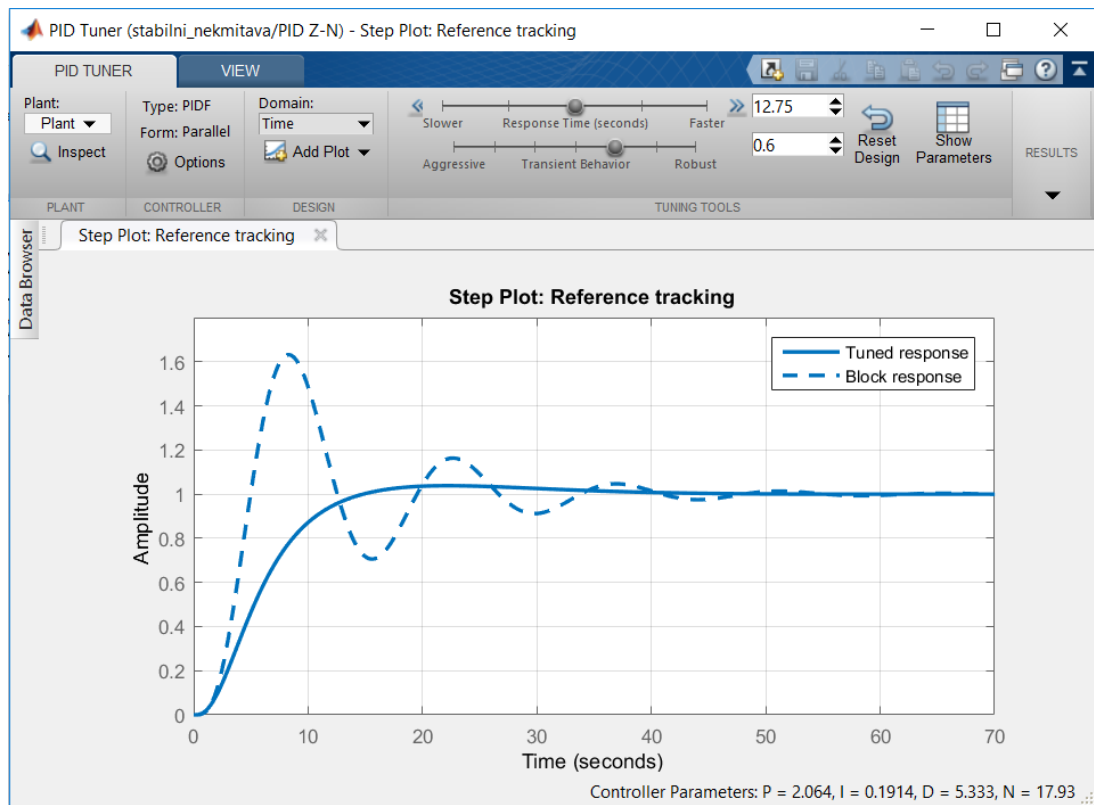
Další z moderních metod. Publikována byla v roce 2014. Opět vychází z IMC regulátoru. U této úlohy je třeba si dát pozor, jestli jsou parametry stanoveny pro sériové či paralelní zapojení PID regulátoru. I u této metody je u některých jejích variant třeba zapojit set-point filtr. Podrobný návod na výpočet všech parametrů včetně filtrů a kompenzátorů je k dispozici v Lee, 2014.

3.1.7 Wangova metoda

Tato metoda je nejnovější z uvedených, publikována byla v roce 2015. Její výhodou je použitelnost i na nestabilní soustavy a také jasné stanovení parametru λ , který se u předchozích metod musí volit a výsledná regulace tak dosti závisí na zkušenostech s těmito metodami. Podrobný postup výpočtů parametrů a filtrů viz Wang, 2016.

3.1.8 Metoda automatického nastavení

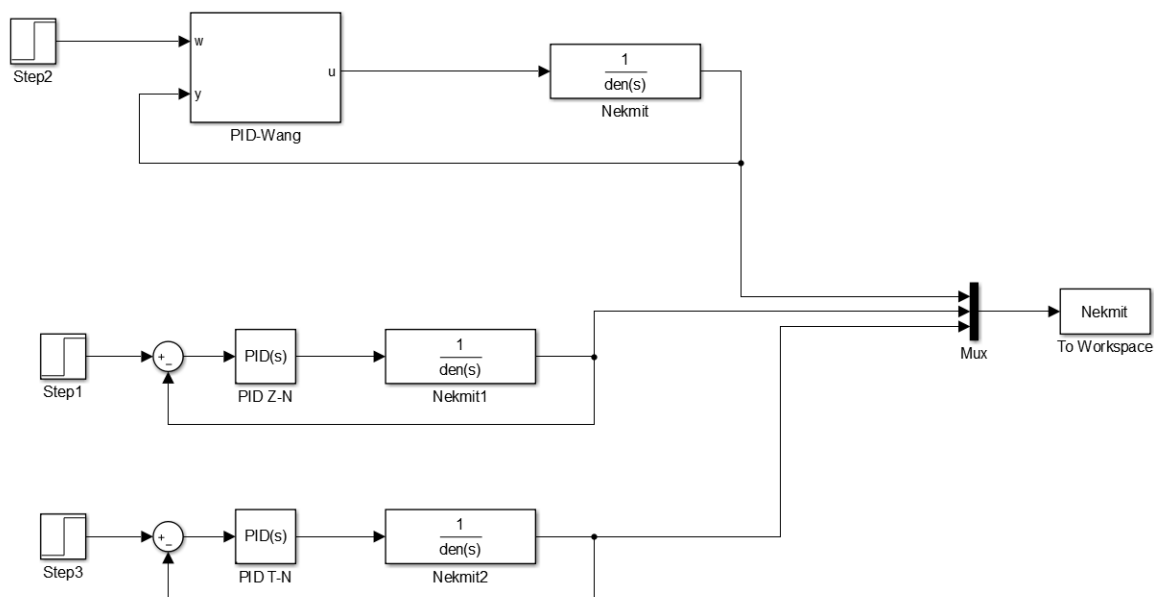
S postupem času samozřejmě začaly vznikat i softwarové pomůcky, které sami vypočítají konstanty PID regulátoru podle zadaných kritérií. MATLAB a SIMULINK nabízejí prostředek PID Tuner. Tento prostředek hned na začátku vypočítá navrhovaný průběh přechodové charakteristiky a uživatel si nadále může volit pomocí posuvníků, jestli chce rychlejší či pomalejší pochod, anebo agresivnější či robustnější. Přechodová charakteristika se okamžitě překresluje, a když je uživatel spokojen, může parametry jednoduše odeslat přímo do regulátoru.



Obrázek 3.3 – PID Tuner

4 TESTOVÁNÍ METOD NA JEDNOTLIVÝCH SOUSTAVÁCH

V této kapitole jsou uvedeny výsledky simulací pro jednotlivé soustavy. Na obrázku 4.1 je vidět zapojení regulačních obvodů pro stabilní nekmitavou soustavu v SIMULINKU. Zapojení pro ostatní soustavy je totožné, a proto nebudu uvádět zapojení ke každé soustavě. Výsledky následně porovnám podle kritérií uvedených v kapitole 1.4, tedy podle doby regulace, relativního překmitu a plochy regulace. Hodnoty daných kritérií jsem získal dosazením požadovaných parametrů do rovnic (1.38), (1.39) a (1.40). Všechny výsledky jsou poté zobrazeny v tabulkách. U rovnice (1.38) bylo třeba zvolit relativní toleranci regulace. Tento parametr se běžně volí od 2% do 5 %. Pro potřeby této práce jsem zvolil $\delta = 3 \%$.

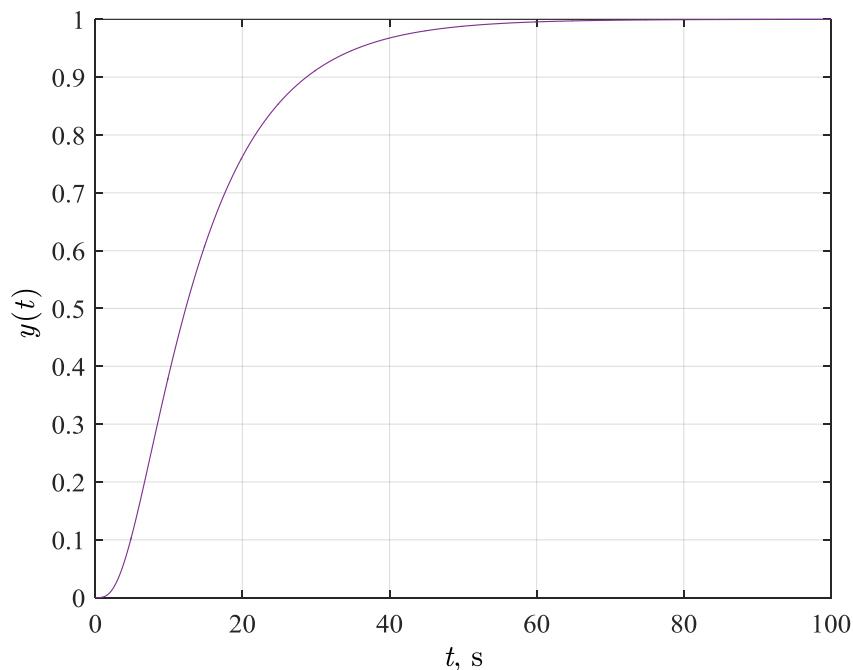


Obrázek 4.1 – Zapojení v SIMULINKU

4.1 STABILNÍ NEKMITAVÁ SOUSTAVA

Jako první byl pokus proveden na stabilní nekmitavé soustavě s přenosem

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)^2(3s+1)(10s+1)} \quad (4.1)$$

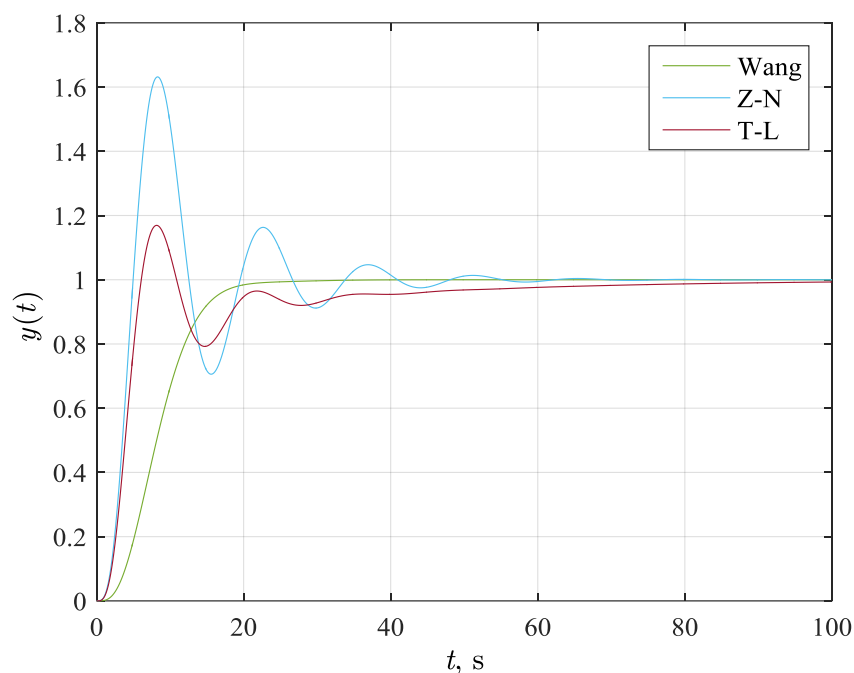


Obrázek 4.2 – Přejchodový děj testované soustavy – stabilní nekmitavá

Tabulka 4.1 – Konstanty PID regulátoru pro stabilní nekmitavou soustavu

	k_p	T_I	T_D
Wang	3,43	9,87	2,09
Ziegler - Nichols	5,67	6,93	1,73
Tayrus - Lyuben	2,20	30,50	2,20

Pro tuto metodu jsem z klasických metod využil Ziegler-Nicholsovu metodu, Tayrus-Lyubenovu metodu a z nových metod jsem se rozhodl využít Wangovu metodu.



Obrázek 4.3 – Odezvy jednotlivých testovaných URO na jednotkový skok

Na obrázku 4.2 je vidět přechodový děj zvolené soustavy bez zásahu regulátoru a na obrázku 4.3 jednotlivé přechodové děje pro testované metody nastavení. Soustava sama se ustálí přibližně po 60 sekundách. Z tabulky 4.2 je patrné, že Wangova metoda má nejlepší vlastnosti co se týče rychlosti a překmitu. Nejmenší regulační plochu má Tayrus – Lyubenova metoda. Z grafu je zřejmé, že Zigler – Nicholsova metoda je ze všech nejagresivnější a má také největší překmit. Z tohoto porovnání je tedy zřejmé, že Wangova metoda je výrazně lepší v rychlostních a stabilních vlastnostech. Pokud porovnáme metody pomocí kritéria regulační plochy, mají navrch klasické metody.

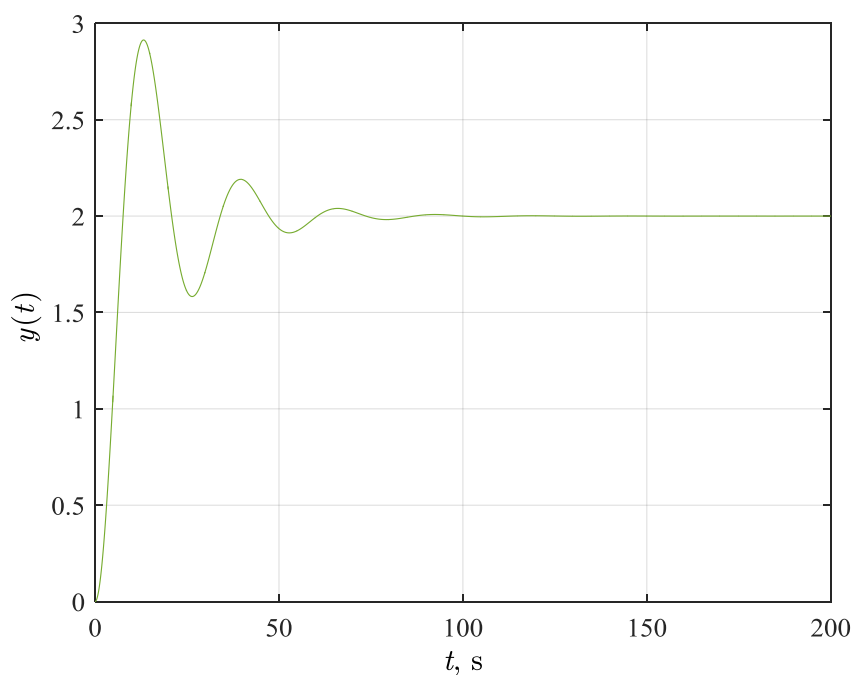
Tabulka 4.2 – Jakostní kritéria pro stabilní nekmitavou soustavu

	Δ, s	κ	J_K
Wang	18,00	0,00	64,96
Ziegler - Nichols	39,00	0,63	47,74
Tayrus - Lyuben	52,80	0,17	35,07

4.2 STABILNÍ KMITAVÁ SOUSTAVA

Jako další v pořadí byly testovány metody na stabilní kmitavé soustavě. Konkrétně se jednalo o Leeovu metodu, Z-N metodu, T-L metodu a metodu automatického nastavení. Testovány byly na soustavě popsané přenosem

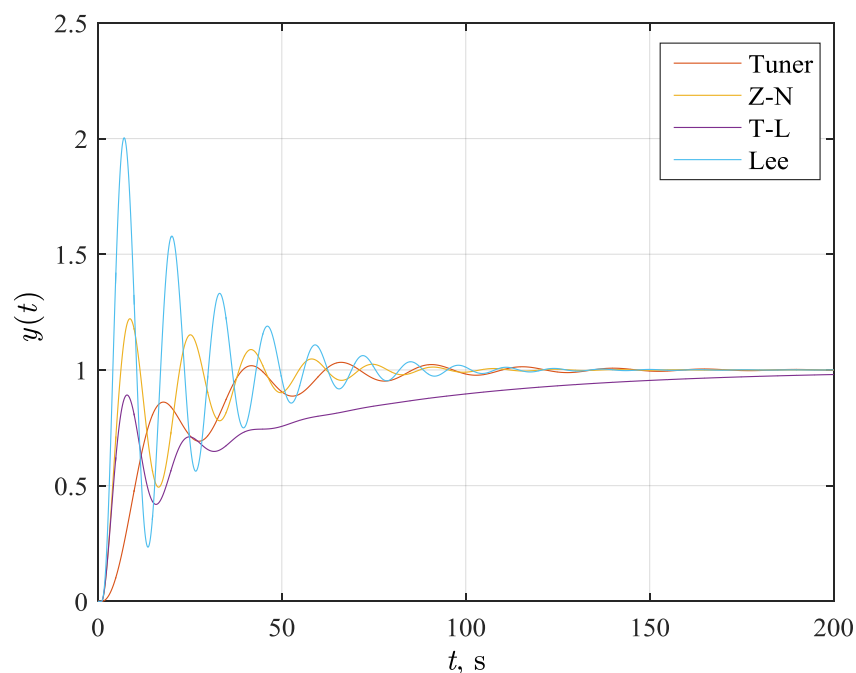
$$F(s) = \frac{2}{16,62s^2 + 1,973s + 1} \quad (4.2)$$



Obrázek 4.4 – Přechodový děj testované soustavy

Tabulka 4.3 – Konstanty PID regulátoru pro stabilní kmitavou soustavu

	k_P	T_I	T_D
Ziegler - Nichols	6,60	7,50	1,89
Tayrus - Lyuben	2,23	33,33	2,40
Lee	1,63	1,97	2,40



Obrázek 4.5 – Odezvy jednotlivých testovaných URO na jednotkový skok

Na obrázku 4.4 vidíme přechodový děj samotné soustavy bez zásahu regulátorů a na obrázku 4.5 jsou zobrazeny přechodové děje po aplikaci jednotlivých metod nastavení. Porovnáním obou obrázků lze zjistit, že v tomto případě ani jedna z testovaných metod nenabízí výrazné zlepšení regulačního pochodu. Všechny metody nicméně mají nižší překmit. Ze zkoušených metod nastavení je nejrychlejší Ziegler-Nicholsova metoda a stejná metoda má také nejmenší plochu regulace. Tayrus-Lyubenova metoda má největší výhodu v nulovém překmitu. Pokud jde o srovnání klasických a moderních metod, zde testovaná Leeova metoda vychází ve sledovaných všech ohledech nejhůře a nepřináší tak žádné zlepšení oproti klasickým metodám.

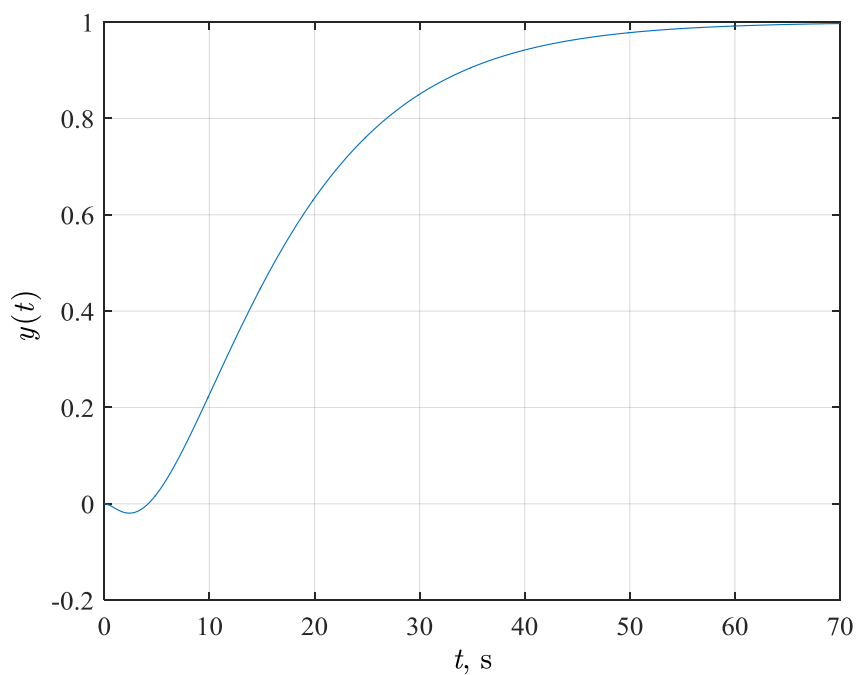
Tabulka 4.4 -Jakostní kritéria stabilní kmitavé soustavy

	Δ , s	κ	JK
Tuner	82,10	0,03	91,67
Ziegler - Nichols	68,80	0,22	51,16
Tayrus - Lyuben	175,00	0,00	102,96
Lee	86,40	1,00	103,16

4.3 NEMINIMÁLNĚ FÁZOVÁ SOUSTAVA

U neminimálně-fázové soustavy jsem použil metodu SIMC, Leeovu metodu a Cohen-Coonovu metodu. Přenos soustavy je

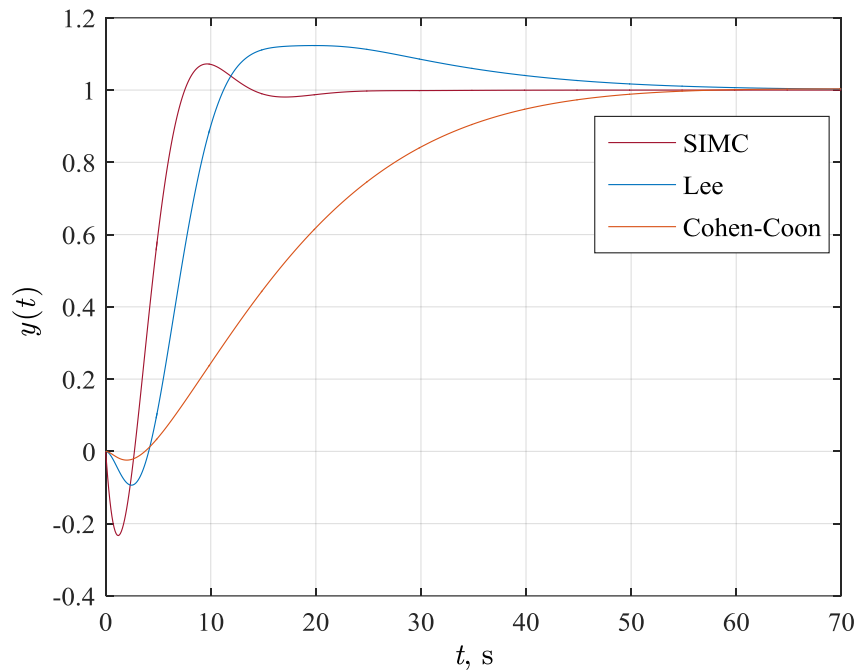
$$F(s) = \frac{1-2s}{(10s+1)(6s+1)(s+1)} \quad (4.3)$$



Obrázek 4.6 – Přechodový děj testované soustavy – neminimálně fázová

Tabulka 4.5 – Konstanty PID regulátoru pro neminimálně-fázovou soustavu

	k_p	T_I	T_D
SIMC	3,30	16,50	3,94
Cohen-Coon	0,67	12,50	10,00
Lee	2,22	10,00	6,50



Obrázek 4.7 – Odezvy jednotlivých testovaných URO na jednotkový skok

Na obrázku 4.6 je zobrazen přechodový děj testované neminimálně-fázové soustavy. Na obrázku 4.7 pak lze vidět přechodové děje po aplikaci jednotlivých testovaných metod nastavení. Je zřejmé, že všechny metody zvyšují rychlost dosažení žádané hodnoty. Nejrychlejší je metoda SIMC, stejná metoda má také nejmenší regulační plochu. Cohen-Coonova metoda je nejlepší co se týče překmitu, který je nulový. Jako klasická metoda zde je prezentována Coheno-Coonova metoda, která má nejlepší vlastnosti v oblasti stability, jelikož nemá žádný překmit. Je však nejpomalejší a má největší regulační plochu. Moderní metody zde zastuje metoda SIMC a Leeova metoda. Leeova metoda vychází rychlostně podobně, jako klasická Cohen-Coonova metoda a má největší překmit. Metoda SIMC je poměrně výrazně nejrychlejší s malým překmitem a nejmenší regulační plochou z testovaných metod.

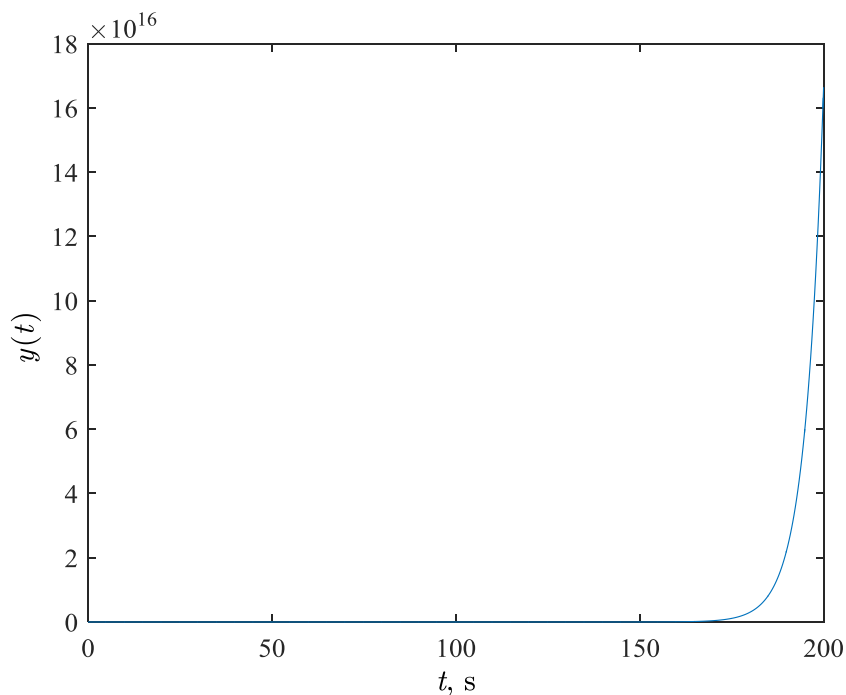
Tabulka 4.6 – Jakostní kritéria pro neminimálně fázovou soustavu

	Δ, s	κ	J_K
SIMC	12,50	0,07	49,77
Lee	43,60	0,12	70,13
Cohen-Coon	44,30	0,00	128,90

4.4 NESTABILNÍ SOUSTAVA

Pro tento pokus jsem vybral nestabilní soustavu integračního charakteru. Jako metody nastavení jsem zvolil Shamsuzzohaovu metodu, Z-N metodu a metodu automatického nastavení. Soustava je definována přenosem

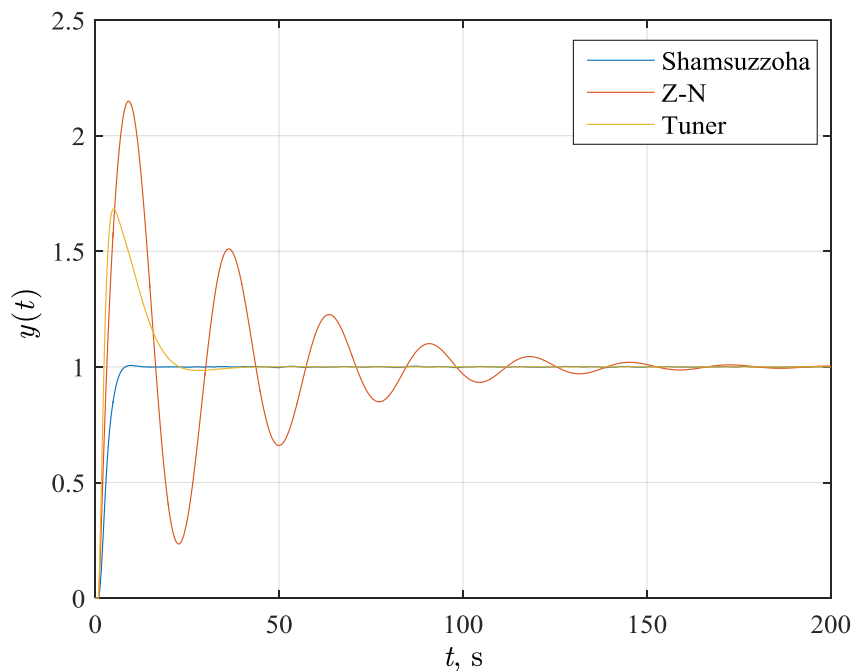
$$F(s) = \frac{e^{-0.939s}}{(5s-1)(2.07s+1)}. \quad (4.4)$$



Obrázek 4.8 – Přechodový děj testované soustavy

Tabulka 4.7 – Konstanty PID regulátoru pro nestabilní soustavu

	k_p	T_I	T_D
Shamsuzzoha	6,71	5,47	1,53
Ziegler-Nichols	1,93	7,26	2,18
Tuner	3,05	0,91	2,80



Obrázek 4.9 – Odezvy jednotlivých testovaných URO na jednotkový skok

Na obrázku 4.8 je vyobrazen přechodový děj nestabilní soustavy s integračním charakterem. Obrázek 4.9 vyobrazuje jednotlivé přechodové děje pro testované soustavy. Soustava sama se nikdy neustálí a vždy bude třeba regulátor. Pokud porovnáme testované metody podle kritérií, vyjde jako jasně nejlepší ve všech směrech Shamsuzzohaova metoda. Má nejkratší čas regulace, nejmenší překmit a nejmenší regulační plochu. Pokud využijeme tuneru, můžeme si volit výsledný průběh. Mnou zvolený průběh je poměrně rychlý, avšak má větší překmit. Regulační plocha je oproti klasické Ziegler-Nicholově metodě výrazně lepší. Pokud zde porovnáme klasické a moderní metody, tak je zde vidět podle mě vidět největší přínos moderní metody oproti klasické. Ve všech testovaných kritériích je Shamsuzohaova metoda jasně lepší než Ziegler-Nicholsova metoda.

Tabulka 4.8 – Jakostní kritéria pro nestabilní soustavu

	Δ , s	κ	J_K
Shamsuzzoha	6,90	0,01	24,58
Ziegler-Nichols	121,90	1,15	177,55
Tuner	20,50	0,68	44,67

5 ZÁVĚR

Při hledání vhodných metod jsem zjistil, že většina moderních metod je založena na IMC. Na rozdíl od klasických metod vyžadují moderní metody často ještě filtry a kompenzátory, které obvykle zaručí lepší regulaci, než jak je tomu u klasických metod. Nevýhodou bývají často složitější výpočty jednotlivých konstant PID regulátoru, ale i nutnost výpočtů již zmíněných filtrů či kompenzátorů. Další nevýhodou může být nutnost aproximace přenosu soustavy na model, z něhož lze stanovit konstanty PID regulátoru. Klasické metody jsou často založeny na vlastnostech soustavy, kdy se daná soustava musí rozkmitat nebo je třeba odečíst hodnoty z přechodové charakteristiky.

Obecně se dá říci, že moderní metody omezují překmity a kmitání. Pro mě osobně je z uvedených metod nejzajímavější metoda SIMC, která je jednoduchá a dá se s ní dosáhnout dobrých výsledků. Nelze ji ovšem použít na soustavy nestabilní a kmitavé. Leeova metoda se mi zdá jako nejhorší z vyzkoušených metod, avšak může to být dáno špatnou volbou konstanty λ , od které se vyvíjí výpočet dalších konstant. Wangova a Shamsuzzohaova metoda vyšli v porovnání o hodně lépe než klasické metody. Zejména Shamsuzzohaova metoda byla při aplikaci na nestabilní soustavě velice účinná.

Další zajímavou možností je funkce automatického tuningu, kde si uživatel může zvolit, zdali chce pomalejší či rychlejší pochod nebo agresivnější či robustnější. Ve výsledku si tak může navolit optimální průběh pro danou soustavu.

Podle mě nejde prohlásit o nějaké metodě, že je ideální, protože každá soustava má své speciální požadavky a metody nastavení tak lze využít jako dobrého pomocníka pro základní nastavení konstant PID regulátoru, které se pak doladí přímo na míru dané soustavy.

V praxi se metody nastavování regulátorů využívají málokdy. Je to hlavně z toho důvodu, že z reálných soustav lze jen složitě získat a aproximovat data tak, abychom dostali požadovaný přenos dostatečně odpovídající řízené soustavě. Vychází se tak zejména ze zkušeností programátorů pro základní nastavení a dále pak z požadavků zákazníků.

POUŽITÁ LITERATURA

- BALÁTĚ, J. 2003. *Automatické řízení*. 1. vyd. Praha: BEN - technická literatura, 663 s. ISBN 80-7300-020-2.
- LEE, J., CHO W., EDGAR T.F. 2014 *Simple Analytic PID Controller Tuning Rules Revisited*. DOI: 10.1021/ie4009919. Dostupné také z: <http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/ie4009919>. ISBN 10.1021/ie4009919
- MACHÁČEK, J. 2015. *Pokročilé metody řízení procesů*. Univerzita Pardubice, Pardubice, ISBN 978-80-7395-937-1.
- NAVRÁTIL, P. 2011 *Automatizace – Vybrané statě* [online]. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Zlín: vydáno elektronicky, [cit. 2017-05-15]. 290 s. Dostupné z: <http://uloz.to/x4wQF6v/pavel-navratil-automatizace-pdf>. ISBN 975-80-7318-935-8.
- SHAMSUZZOHA, M.; LEE, M. 2008 *Design of advanced PID controller for enhanced disturbance rejection of second-order processes with time delay*. DOI: 10.1002/aic.11483. Dostupné také z: <http://doi.wiley.com/10.1002/aic.11483>. ISBN 10.1002/aic.11483
- VÍTEČKOVÁ, M.; VÍTEČEK A. 2011. *Vybrané metody seřizování regulátorů*. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Ostrava, ISBN 978-80-248-2503-8.
- WANG, Q.; LU, CH.; a PAN, W. 2016 IMC PID controller tuning for stable and unstable processes with time delay. *Chemical Engineering Research and Design*. 105, 120-129. DOI: 10.1016/j.cherd.2015.11.011. Dostupné také z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263876215004621>. ISSN 02638762.

PŘÍLOHY

A – CD

Příloha k bakalářské práci

Porovnání klasických a moderních způsobů nastavení PID regulátorů

Martin Jirovský

CD

Obsah

- 1 Text bakalářské práce ve formátu PDF