Univerzita Pardubice

Fakulta ekonomicko-správní

Optimalizace investičního portfolia pomocí metody Value at Risk

Bakalářská práce

2024 Lukáš Souček

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji:

Práci s názvem Optimalizace investičního portfolia pomocí metody Value at Risk jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 25.7.2024

Lukáš Souček v. r.

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych poděkoval svém vedoucí práce Mgr. Haně Boháčové, Ph.D. za odbornou pomoc, zpětnou vazbu a trpělivost poskytnuté při zpracování bakalářské práce.

ANOTACE

Cílem této bakalářské práce je navrhnout optimální investiční portfolio prostřednictvím Value at Risk. Teoretická část slouží k představení rizik spojených s trhem, k popisu tří variant metod Value at Risk, tedy vylíčení metodiky postupu a v neposlední řadě uvedení jejich předností a nedostatků. V praktické části dochází k výběru jedné varianty metody, konkrétně variančně kovarianční, která je použita k testování rizik u tří odlišných portfolií. Na základě vypočteného rizika, testovaných charakteristik a statistických údajů je z předchozích portfolií vytvořeno jedno, které je znovu podrobeno testu metody. Cílem není pouze vytvořit portfolio s minimálním rizikem, ale navrhnout portfolio dosahující zhodnocení, které by bylo schopné vytvářet finanční rezervu.

KLÍČOVÁ SLOVA

Value at risk, optimalizace portfolia, riziko, ztráta, varianční a kovarianční metoda

TITLE

Optimization of an investment portfolio using the Value at Risk method

ANNOTATION

The aim of this bachelor's thesis is to propose an optimal investment portfolio using Value at Risk. The theoretical part introduces the risks associated with the market and describes three Value at Risk methods, outlining the methodology and discussing their advantages and limitations. In the practical part, one specific method—the variance-covariance method—is selected for testing risks across three distinct portfolios. Based on calculated risk, tested characteristics, and statistical data, a single portfolio is created from the previous ones and subjected to the method's test. The goal is not only to create a low-risk portfolio but also one that achieves returns capable of building financial reserves.

KEYWORDS

Value at risk, portfolio optimalization, risk, loss, variance-covariance method

OBSAH

SEZNAM OBRÁZKŮ

SEZNAM TABULEK

ÚVOD

Vezmeme-li magický trojúhelník, který krásně definuje vztah mezi výnosem, likviditou a rizikem (někdy se uvádí pojem bezpečí), vidíme, že pokud chceme dosáhnout vysokého výnosu musíme podstoupit často i vysoké riziko. V první kapitole si uvedeme, co si pod pojem riziko představit, že ho nelze chápat jako jedno, ale dělí se na složky, z nich každá je způsobena jinými vlivy, některá rizika vznikají souběžně a jiná se zase naopak vzájemně vylučují. Tržní riziko se kupříkladu skládá z úvěrového, akciové, měnového. Cílem této kapitoly je upozornit na rozmanitost a rozebrat, jaké mohou být příčiny a důsledky jejich působení. Také je důležité uvést, že je velmi obtížné je kvantifikovat, jak je uvedeno v pozdějších kapitolách. Dalším je riziko likvidity, které lze rozdělit na dvě části, jedna znamená neschopnost platit své závazky, druhá uzavírat tržní pozice. Likvidita je třetím vrcholem magického trojúhelníku a představuje schopnost umět směnit aktiva tak, abychom tím neutrpěli ztrátu.

Dalším je uvedení si historie vzniku metody Value at Risk (dále uváděna pod zkratkou VaR), kdy vznikla potřeba monitorovat rizikovost trhu, protože docházelo k mnoha krachům na burzách. Zasloužila se o to banka J.P. Morgan počátkem 90. let. Během krátké doby se stala uznávanou rizikovou mírou, které byla součástí regulací povinných pro banky a pojišťovny. Dnes už její význam není takový a byla nahrazena novějšími metody, právě pro její nedokonalosti. Má však velikou přednost – je jednoduchá na pochopení a její aplikace není zdlouhavá.

V dalších kapitolách jsou popisovány tři metody výpočtu VaR. Je vysvětleno, jakými principy se řídí a jakým způsobem jsou data zpracovávána, v podstatě líčím postup, jakým se dobrat k výsledku, tedy k odhadu potenciální ztráty. V dalších kapitolách jsou popsány jejich přednosti a stejně tak nedokonalosti.

Závěrem práce je vytvořit nebo spíše optimalizovat portfolio tak, že se za pomoci jedné metody, popsané v předchozích částech práce, k tomu použiji primárně výsledky z měření VaR a doplněné o vlastní zkušenosti získané při studiu. Nebudou aplikovány všechny z toho důvodu, že cílem práce není popsat fungování metod v praxi nebo mezi sebou srovnávat, ale vybrat vhodnou skladbu aktiv do portfolia tak, aby se maximálně eliminovalo možné riziko, tedy potenciální ztráta, vypočítaná na základě VaR byla, pokud možno co nejmenší a úměrná očekávané výnosnosti. Neboli mělo by být dosahováno i určité míry zhodnocení.

Vybraná metoda je aplikována na rozdílná portfolia, skládající se výhradně z jednoho druhu aktiv (akcií, dluhopisů a komodit). Z toho získáme přehled o míře rizika u jednotlivých druhů cenných papírů a komodit. Skladba portfolií je volena bez předchozích propočtů a spíše na základě subjektivních úvah. Jsou vybírána aktiva, u kterých se očekává dynamický rozvoj v budoucnu například ze sektoru IT technologií. Jsou ale brána i ta konzervativnější nebo jiné zaměření, které jsou nezávislé právě na již zmiňovaném, aby tak docházelo k větší diferenciaci a snížila se ještě více výsledná rizikovost než pouze za pomoci VaR. Obecně by se dalo říct, že je velký důraz kladen na stabilitu a sledování dlouhodobého růstu v minulosti i s výhledem do budoucna.

K odhadům VaR je provedeno několik výpočtů na normalitu dat, protože je pracováno s předpokladem normálního rozdělení, i když je obecně známo, že se finanční trhy touto distribucí neřídí. Na chyby, které takto mohou vzniknout, je upozorněno a jsou brány do úvahy po celou praktickou část a mohou ovlivnit výběr finálního portfolia.

Po provedených výpočtech a dílčích vyhodnoceních, dochází k výběru finálního (optimálního) portfolia na základě několika statistických ukazatelů primárně střední hodnoty a směrodatné odchylky. Ty jsou nejdůležitější pro skladbu, protože podávají informace o velikosti volatility. Pro snížení rizika propadu hodnoty u několika aktiv je vypočtena ještě korelace. Dále je spočítána průměrná roční míra růstu, aby byla zajištěna určitá míra zhodnocení a v případě podobných výsledků jsou preferována aktiva s vyšším očekávaným růstem. Dané předpoklady jsou zkontrolovány výpočtem VaR, Vypočtená hodnota by měla být v průměru nižší než u tomu u portfolií složených z jednoho druhu aktiva. Výstupy z celé praktické části jsou pak shrnuty v závěru.

1 STANOVENÍ POJMU RIZIKO

Tato kapitola se zabývá vymezením zásadního pojmu, se kterým model Value at Risk pracuje při stanovování možné ztráty ve vybraném portfoliu. Každá instituce bez výjimky musí přijmout určité riziko, aby mohla dosáhnout zisku, ovšem je potřeba správně určit všechny druhy rizik ovlivňujících úspěšnost dané investice. Pro obchodování na finančních trzích se užívá termínu finanční riziko. Zjednodušeně ho lze definovat jako potenciální ztrátu, která může nastat kdykoli v budoucnosti a která vychází z podstaty samotného finanční portfolia, ke kterému to dané riziko určujeme. Rozlišujeme ho na vícero spolu propojených složek, z nichž každá se zabývá určitým vztahem proměnný mající vliv na změnu hodnoty finančních produktů. Mezi ony složky můžeme zařadit tržní, likvidní, operační, obchodní, úvěrové a systémové riziko. (Jílek, 2000)

V prvé řadě bych se zabýval definováním tržního rizika. Představuje potenciální změnu tržních cen a také i změnu hodnot finančních nástrojů nebo komoditních nástrojů. Dochází k ní na základě nepříznivého vývoje tržních podmínek, tj. výše úrokových měr, ceny akcií, ceny komodit, měnové kurzy. Podle těchto podmínek, ho může rozdělit do čtyř základních kategorií:

- Úvěrové riziko;
- Akciové riziko;
- Komoditní riziko;
- Měnové riziko;

Pro lepší pochopení se pokusím uvést zmíněná rizika na obecných příkladech. Pro větší přehlednost o příčinách, které způsobují rozdíl ve výnosnosti obchodovaného finančního produktu, lze rozdělit daná rizika ještě na specifická, která spočívají na tom, co sledují. Vezmeme-li si například specifické úrokové riziko, zjišťuje možnou ztrátu způsobenou v důsledku zhoršení finanční situace emitenta daného úrokového nástroje, což se projeví poklesem ceny tohoto nástroje. Například držíme-li podnikový dluhopis jakékoli firmy, neseme přitom riziko snížení jeho ceny, která je způsobena událostí uvnitř podniku např. fúzí, či jinou situací, která se týká jen tohoto podniku. Znamená to, že hodnota úrokových měr podnikového dluhopisu klesne, ale obecné změny v rámci makroekonomického spektra nenastanou. Obdobně se chová akciové, komoditní a měnové riziko jen s tím rozdílem, že předmětem zkoumání jsou nástroje mající vliv tentokrát na hodnotu akcie, komodity a velikost měnového kurzu. Obecné riziko spočívá na makroekonomických podmínkách, například na měnové politice centrální banky nebo fiskální politice vlády.

Nyní si uvedeme likvidní riziko, které dělíme na dvě kategorie:

- Riziko financování – znamená možnost, že se dostaneme do platební neschopnosti, kdy nebudeme mít dostatek finančních prostředků na úhradu svých závazků;
- Riziko tržní likvidity – možnost, že z důvodu nízké likvidity, nebudeme schopni se rychle zbavit pozic;

Riziko financování sleduje, jak je firma schopna si tvořit kapitálovou rezervu na to, aby byla schopna pokrýt nesoulad v peněžních tocích, protože může nastat situace, kdy bude potřebovat hradit své závazky v době jejich splatnosti, ale nebude dostatek prostředků, kupříkladu z později hrazených pohledávek. Z toho důvodu by si měla firma tvořit dostatečnou kapitálovou rezervu, aby měla přístup k prostředkům za rozumnou cenu. Stejně důležitý pro stanovení rizika v investičních portfoliu bude druhý pojem. Riziko tržní likvidity se zaobírá rizikem neschopnosti rychle převést aktiva na peníze, u stabilních produktů se jedná o dočasnou situaci, proto je potřeba být trpělivý a nezačít slepě prodávat pod cenou. Na trhu dojde k poklesu likvidity nástroje, cena poptávky (bid) se sníží, protože klesne zájem o méně likvidní aktivum, a cena nabídky zůstane oproti poptávce vysoká, jelikož investoři nebudou chtít prodat pod cenou. V tom případě nebude účastník schopen uzavřít své pozice. Pokud se likvidita na trhu nezvýší, stane se, že už se nám investované prostředky nevrátí. Proto je lepší zaměřovat se trh stabilních a více likvidních instrumentů, příkladem může být trh s FX kurzy konkrétně USD/EUR nebo třeba S&P 500 index, vyznačující se vysokým objemem obchodů a úzkým spreadem. Dále se toto riziko zvyšuje s větším objemem produkce, logicky se pro větší množství hůře shání zájemce. (Jílek, 2000)

2 VALUE AT RISK

V této kapitole si definujeme metodu rizikového managementu Value at Risk (dále VaR), koukneme se na její matematické vyjádření, popíšeme si, z jakých parametrů se skládá a na čem závisí.

2.1 Historie vzniku VaR

Nejprve pro upřesnění se podíváme na její samotný vznik. Retrospektivních analýz podobných koncepcích VaR bylo pro potřeby trhu vytvořeno hodně. Velký nárůst potřeby vytvoření nástroje pro řízení rizik nastal v průběhu 70. let 20. století. Samozřejmě že podobné koncepty by byly uplatnitelné na měření rizik na trhu i dříve v minulosti, ovšem teď byla poptávka po nich daleko vyšší z důvodu růstu objemu obchodovaného kapitálu, kdy docházelo k velkým ztrátám investorů, protože nedokázali dobře odhadnout riziko. V roce 1971 se zhroutil systém pevného směnečného kurzu (zlatý standard), americký dolar už nebyl vázán pevným kurzem na zlato, což vedlo k flexibilním a nestálým kurzům. Pro obchodníky představoval dolar prostředek směny, kdy si mohli být jisti, že se ceny obchodované komodity nebudou hýbat. Konec fixace zamíchal skokově s cenami za barel ropy a vedl k prvnímu ropnému šoku. Následovala léta spojováná s recesí, tedy poklesem trhu, vyznačující se vysokou volatilitou, mluvíme tady o náhlých propadech hodnot cenných papírů, které měly neblahé důsledky na celý finanční systém. V tomto období docházelo také rozšíření obchodu na burzách s deriváty, kde se nabízejí futures a opce. Ještě na počátku 80. let probíhaly transakce výhradně na Chicagské burze, ale během několika let počet aktivit několikanásobně narostl a rozšířil se do celého světa. Vezme-li si roky 1986 a 1995, narostl počet transakcí mezi letopočty více než padesátkrát. Vývoj v této oblasti byl velmi prudký a počet derivátových nástrojů rostl rychle a bylo obtížné dostatečně prozkoumat každý z nástrojů, aby bylo možné informace o nich zpracovat pro řízení rizika. (Jorion, 2006)

Důležitou událostí pro vývoj systém řízení rizik je krach na burze dne 19. října 1987, nazývaný též jako „černé pondělí“. Proč mu přikládám takový význam je ten, že ukázal dosud velké slabiny obchodních systémů a že mnoho lidí v danou chvíli ztratilo důvěru v sytém, který se kvůli nedostatku informací stal nestabilním. Právě z důvodu rychle se měnícího prostředí, kdy vznikaly nové nástroje k obchodování, rozvíjely se nové trhy s deriváty, obecně se zvýšila volatilita trhu, což jsem ukázal na příkladu s cenami ropy už dříve, bylo těžké získávat informace, které by vyhodnotily fungování trhů, a zpracovat je tak, abychom byli schopni odhadnout vývoj cen. Zmíněné systémy v té době neumožňovaly práci s tolika transakcemi najednou, proto došlo k nedůvěře investorů, kteří usilovali o uzavření svých pozic. Následně samozřejmě muselo dojít k obrovskému poklesu cen a snížení likvidity trhu. (Carlson, 2007-2013, str. 2)

Jednou ze strategií, které měly zabránit zmíněnému kolapsu, byly tzv. „margin call“. Spočívaly v tom, že investoři, kteří uzavřeli smlouvu na futures, museli složit část hodnoty kontraktu brokerovi. Marže, jak se tato částka nazývala, měla sloužit k pokrytí případného poklesu nástroje, aby bylo zajištěno, že investor bude schopen dostát svým závazkům. Jenže během „černého pondělí“ došlo k prudkým pohybům cen a platby („margin calls“) investorům byly prováděny až déle po koupi futures, mezitím jejich pozice získaly na hodnotě, v důsledku toho musely úvěrové instituce půjčovat investorům na platby nad limity, což znamenalo, že mnozí nedokázali uzavírat tyto pozice. (Carlson, 2007-2013, str. 12)

Finanční krize, která nastala, ukázala, že soudobé prevenční mechanismy nejsou schopné odhadnout směřování trhu, že zavedené nástroje jako „margin call“ nebo jiné, nezabraňují náhlým propadům na trhu. Zaměřila se pozornost na lepší zpracování informací. Objevila se snaha vytvořit metodu, která by dokázala sumarizovat všechna rizika nezávisle na tom, o jaké finanční produkty (akcie, dluhopisy, komodity atd.) se jedná, přičemž by výpočet nebyl složitý a netrval by dlouho. (Carlson, 2007-2013, str. 12)

Právě tato myšlenka se zrealizovala na počátku 90. let na základě požadavků šéfa investiční banky J. P. Morgan Dennise Weatherstona, aby mu jeho podřízení předkládali vždy na konci stručnou zprávu o rizicích a potenciálních ztrátách, které mohou během následujícího dne nastat a mít vliv na portfolio spravované bankou. Metoda dostala název Value at Risk (česky hodnota v riziku). Na konferenci o risk managementu v roce 1993 vzbudila veliký zájem, a proto byla její metodologie zveřejněna a poskytnuta potřebná data pro výpočet, která byla denně aktualizována a poskytnuta prostřednictvím internetu. J. P. Morgan pak rozjela spolupráci se specializovanými softwarovými společnostmi na její zdokonalení, kdy díky tomu vzniklo mnoho variant metody. (Ambrož, 2011, str. 95)

Využívala se mimo jiné v rámci regulace Solvency II v pojišťovnictví, kdy se pomocí ní určoval tzv. solventnostní kapitálový požadavek. Jeho hodnota na základě směrnice by měla odpovídat VaR na hladině spolehlivosti 99,5 % v časovém horizontu jednoho roku. Vypočtenou hodnotu by měla představovat rezerva pojišťoven a zajišťoven na krytí možných náhlých vysokých výplat pojistných plnění. Pracuje se zde i s předpokladem, že dokáže vyčíslit různé druhy rizik pod jeden výstup. (Česká asociace pojišťoven, 2024)

Podobně se využíval v rámci regulace Basel II, která sloužila jako sbírka mezinárodních bankovních zákonů a předpisů pro měření a odhad rizika a nastavení kapitálové přiměřenosti, kdy se využívala ke stanovení úvěrových, tržních a jiných rizik, kterým se banka v rámci své finanční činnosti vystavuje. Krize z let 2007–2008 odhalila, že metoda VaR nebyla schopna dostatečně odhadnout propad trhu a ztrátu, která tím nastala. Podle některých, jak uvádí zdroje, ze kterého je čerpáno, spočívá pochybení VaR v těchto faktorech, že nebylo bráno v úvahu, že tato metoda má své limity, a je proto potřeba pamatovat i na to, že v některých situacích je interpretace jejích výsledků nepřesná, podhodnocující skutečnost. Například to že nedokáže pracovat s vysokou volatilitou, řídí se normálním rozdělením nebo opomíjí, co se děje v procentech nejhorších scénářů. (Ambrož, 2011)

V současné verzi regulačních pravidel Basel III už se nevyskytuje, její úlohu nahradila metoda ES-expected shortfall, která podle zprávy, Bank for international settlement o stanovení minimálního kapitálu, dokáže lépe zachytit mezní riziko, která zohledňuje možnost, že se *aktivum posune o více než tři směrodatné odchylky od aktuální hodnoty*, což je více než případě normální rozdělení používané VaR a zároveň zahrnuje v sobě události s nízkou pravděpodobností výskytu, nacházející se na obou koncích normálního rozdělení. Je tedy daleko přesnější než VaR. (Hayes, 2023)

2.2 Definice VaR

Nyní si uvedeme definice metody Var, jak je běžně uváděna v odborné literatuře. Zaměříme se jak na její slovní, tak i matematické vyjádření, nejprve si představíme slovní definici, kterou byste našli mnoha obměnách. Já využiji definici z publikace od *Carol Alexander: Value at risk models (2008)*, která říká, že:

Value at Risk je ztráta, která nebude námi zvolenou pravděpodobností, překročena během doby, kdy budeme držet portfolio. Nebo to může interpretovat tak, že ztráta nepřesáhne odhadnutou hodnotu s určitou pravděpodobností.

Podle definice VaR obsahuje dva základní parametry:

- Významovou úroveň α (nebo spolehlivostní úroveň 1-α) – vyjadřuje pravděpodobnost, že skutečná ztráta nepřekročí odhadovaný VaR, například pokud je α nastaveno na 5 %, znamená to, že na 95 % nedojde k překročení odhadu;
- Rizikový (časový) horizont – reprezentuje období, pro které je VaR počítán. Obvykle bývá měřen v obchodních dnech, aby odrážel aktivní obchodní prostředí. Pokud je

nastaven na 10 obchodních dní, odhaduje se ztráta, která může nastat během této doby; (Carol, 2008)

Při práci s VaR je potřeba si uvědomit omezení, že skutečnost může být ještě horší nebo i lepší, tady to představuje horní a dolní kvantil, kdy se počítá buď s nadměrnou ztrátou nebo naopak ziskem. Protože pracuje s normálním rozdělením, lze hodnoty vyjádřit prostřednictvím této distribuční funkce:

$$F_x(x) = P(X \leq x) \tag{2.1}$$

V ní nám náhodná veličina X udává právě potenciální ztrátu a x jsou možné hodnoty, které mohou nastat. Proto abychom vyjádřili maximální hodnotu (označme ji třeba *a*), které je možné (nikoliv však jisté) v dané významností úrovni α dosáhnout, platí, že F_x (x) < α a všechna x < *a*, nebo když $F_x(x) \geq \alpha$, pak všechna x > *a, přičemž $F_x(a)$ může být větší nebo rovno α. Protože je $F_x(x) \geq \alpha$ pro všechna x >a je také:*

$$\mathrm{a} = \inf\{\mathrm{x} | \mathrm{F_x(x)} > \alpha\} \tag{2.2}$$

Tato rovnice nám vyjadřuje horní α-kvantil a lze ji interpretovat tak, že *a* je nejmenší hodnota x, pro kterou platí, že pravděpodobnost, že náhodná veličina X nabývá hodnoty menší nebo rovné x, je větší než α. Jinými slovy, *a* je taková hodnota, že pravděpodobnost, že X bude menší nebo rovno *a*, je alespoň α. Pokud bychom použili pravděpodobnost 1-α bude *a* větší nebo rovno x.

VaR lze vyjádřit mnoha kombinacemi kvantilů (VaR_α, VaR^α), kde musíme kvantil vynásobit číslem mínus 1, tím pádem se nám změní vztah na $VaR_\alpha(X) \geq VaR^\alpha(X)$, oproti opačnému vztahu kvantilů. Nyní si uvedeme jednu z možných definičních rovnic: (Ambrož, 2011)

$$VaR_\alpha = -\,inf\{x \in R | P[X \leq x] > 1 - \alpha\} \tag{2.3}$$

3 METODY VÝPOČTU VAR

V následujících kapitolách si vyjmenujeme a popíšeme jednotlivé metody výpočtu VaR. Máme celkem tři metody, každá má svá specifika, která si dále vysvětlíme a zaměříme se také na jejich vliv na samotný výsledek. Určíme, kterou metodu bude lepší za dané situace použít a vybereme následně tu nejvhodnější z nich pro optimalizaci portfolia v praktické části práce. Zmíněnými metodami jsou:

- varianční a kovarianční metoda (parametrický lineární model)
- historická simulace
- metoda Monte Carlo

3.1 Varianční a kovarianční metoda

Její podstata je založena předpokladu na normálního parametrického rozdělení výnosů rizikových faktorů, kdy máme rovnoměrně rozdělené riziko napříč drženými aktivy. Dalším předpokladem je, že výnosy z portfolia jsou nezávislé a jejich rozdělení je stejné jako rizika. Pokud toto platí, tak potom kovarianční matice vyjadřují vztah mezi výnosy a rizikovými faktory. Samotná skutečnost je samozřejmě mnohem složitější, ale pro vymezení nám bude stačit toto jednoduché pojetí VaR. (Carol, 2008)

Máme jednoduchý lineární model VaR, kde uvažujeme portfolio v hodnotě P složené z n aktiv s částkou α_i investovanou v aktivu i $(1 \leq i \leq n)$. Denní výnos z aktiva i označíme jako Δx_i. Potom denní změna hodnoty naší investice do aktiva i je $\alpha_i \Delta x_i$. Celková denní změna hodnoty uvažovaného portfolia (ΔP) je pak součet jednotlivých změn:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \Delta x_i \qquad (3.1)$$

Pro představu, pokud bychom uvažovali, že máme aktiva ve dvou společnostech v jedné třeba v hodnotě $\alpha_1 = 20$ a ve druhé $\alpha_2 = 10$, pak po dosazení rovnice vypadá takto:

$$\Delta P = 20\Delta x_1 + 10\Delta x_2 \qquad (3.2)$$

Dále definujeme směrodatné odchylky σ_i jako denní volatilitu i-tého aktiva a ρ_{ij} jako koeficient korelace mezi výnosy na aktivu i a aktivu j. Rozptyl ΔP (σ_p^2) je dán vztahem: (Hull, 2015)

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \rho_{jj} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j \tag{3.3}$$

3.1.1 Korelační a kovarianční matice

Korelační matice je matice, kde každý prvek na pozici i-tého řádku a j-tého sloupce reprezentuje korelaci ρ_{ij}, mezi i-tou a j-tou proměnnou. Matice je dokonale symetrická, protože proměnná je vždy dokonale korelovaná sama se sebou, a proto jsou prvky na hlavní diagonále rovny 1 a navíc platí $\rho_{ij} = \rho_{ji}$.

$$K = \begin{pmatrix} 1 & \rho 12 & \rho 13 & \rho 14 & \dots & \rho 1n \\ \rho 21 & 1 & \rho 23 & \rho 24 & \dots & \rho 2n \\ \rho 31 & \rho 32 & 1 & \rho 34 & \dots & \rho 3n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho n1 & \rho n2 & \rho n3 & \rho n4 & \dots & 1 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

Při výpočtech se častěji pracuje s rozptyly a kovariancemi než s korelací a volatilitou. Pro výpočet rozptylu použijeme předcházející vzorec. Kovariance mezi proměnnou i a proměnnou j určíme jako součin denní volatility jedné proměnné, druhé proměnné a korelace mezi i a j. Tak získáme jeden prvek samotné matice, pro zkompletování je toto potřeba provést u každé proměnné (aktiva), kterou chceme do výpočtu zahrnout. V matici je pak každá vypočtená hodnota zaznamenána dvakrát, kdy dojde k prohození pořadí řádku a sloupce. Při výpočtu kovariance, kdy se násobíme proměnnou se sebe samou, vznikne její variance, která bude zaznamenána na diagonále, proto tuto matici nazýváme variančně – kovarianční. Dále stanovíme směrodatnou odchylku portfolia jako odmocninu jednotlivých variací.

Při tvorbě variancí a kovariancí se vychází z historických dat. Buď můžeme přiřadit všem datům stejnou váhu nebo použít alternativní variantu exponenciálně váženého klouzavého průměru. (Hull, 2015)

$$C = \begin{pmatrix} var1 & cov12 & cov13 & cov14 & \dots & cov1n \\ cov21 & var2 & cov23 & cov24 & \dots & cov2n \\ cov31 & cov32 & var3 & cov34 & \dots & cov3n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ covn1 & covn2 & covn3 & covn4 & \dots & varn \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

Výhodou této metody je možnost kdykoli v jejím průběhu měnit velikost hladiny spolehlivosti. Lze ji považovat za jednodušší na výpočet, kdy nepotřebuje takové množství dat jako u ostatních metod. Směrodatným odchylkám výnosů máme možnost přiřadit váhu a zohlednit tak kvantitativně významnost aktiva.

Nevýhodou je zde závislost na minulých datech, a to může přispět špatnému odhadu volatility. Nebere v úvahu vliv „tlustých konců“. (Felcman, 2012) Model předpokládá, že tržní proměnné mají vícerozměrné normální rozdělení, ale ve skutečnosti je úplně odlišné.

3.2 Historická simulace

Historická simulace se s předpokladem, že všechny možné budoucí varianty vývoje dat už byly zaznamenány v minulosti, proto lze očekávat i identické rozložení výnosů v horizontu výhledového rizika. (Carol, 2008) Pro stanovení odhadu potenciální ztráty si musíme určit portfolio s časovým horizontem, úroveň spolehlivosti a data obsahující hodnoty delšího časového intervalu. (Hull, 2015) Tady je potřeba si zvolit dostatečný počet datových bodů, aby bylo možné vytvořit co nejpřesnější simulaci a demonstrovalo tak vývoj a chování aktiva. *Toto číslo by mělo být co největší, jinak by bylo velmi málo bodů na spodním konci distribuce a VaR, zejména při vysokých hladinách spolehlivosti, by byl nepřesný.* Nejlépe by měla být sbírána data za den a několik let zpětně.

Přestože máme veliké množství denních dat o chování rizikových složek, můžeme měřit VaR jen v horizontu dne. Jestliže bychom vyžadovali delší horizont, musíme přistoupit k navýšení denní odhadu VAR prostřednictvím škálování, což je ale velmi komplikované.

Prvním krokem je stanovení si tržních proměnných majících vliv na tržní portfolio. Mezi ně můžeme zařadit měnové kurzy, úrokové sazby apod. Následně se sesbírají data vyznačující dění za například 1001 dní (což jsou přibližně 3 roky). To nám poskytne 1000 rozdílů mezi jednotlivými dny.

První den si označíme jako Den 0, druhý Den 2 atd. až do Dne 1000, tak získáme tento počet hodnotových změn mezi každými dvěma po sobě jdoucími dny. Jestliže bychom chtěli počítat například 99 % hladinou spolehlivosti, tak na základě procent se jedná o desátý nejhorší výsledek. Pak může tento údaj považovat za výsledek odhadu VaR. Lze to interpretovat tak, že z 99% pravděpodobností nenastane větší ztráta, než je právě desátý nejhorší výsledek.

Vezme-li si, že se jedná o pouhý odhad, tak snadno může dojít k chybám. Kenddall a Stuart (ve své práci *The Advanced Theory of Statistics*) popisují, jakým postupem diagnostikovat interval spolehlivosti, který říká, v jakém rozmezí by se měla skutečná ztráta pohybovat, pokud by tento odhadnutý scénář nastal. Tuto standardní chybu odhadu určíme pomocí vzorce:

$$x = \frac{1}{f(x)} \frac{\sqrt{(1-q)q}}{n} \tag{3.6}$$

Kde n je počet pozorování, q je úroveň spolehlivosti a f(x) je odhad pravděpodobnostní hustoty funkce ztráty, tu můžeme přibližně odhadnout, pokud se data přizpůsobí vhodné distribuci.

Při použití metody se k datům přiřazují váhy, které by měly odpovídat jejich chování v budoucnosti. Můžeme zvolit stejnou váhu nebo jinou, která určuje do jaké míry mají starší data vliv na další vývoj. Tomu odpovídá přirozené vážení, kdy váhy exponenciálně klesají, protože se má za to, že nedávná měření lépe odráží současné makroekonomické podmínky. Uveďme si vztah, který toto vážení popisuje:

$$\frac{\lambda^{n-i}}{(1-\lambda)(1-\lambda^n)} \tag{3.7}$$

Postupujeme tak, že seřadíme výsledky pozorování od nejhoršího po nejlepší. Váhy se sčítají od nejhoršího výsledku, dokud nedosáhne požadovaného procenta (například pro 99 % nesmí součet překročit 0,01). Velikost parametru λ si určíme nejlépe zpětným testováním, tedy na základě minulých zkušeností. (Hull, 2015)

Mezi výhody metody patří snadný a rychlý výpočet. Při užití nepotřebujeme odhadovat parametry náhodného rozdělení rizikových faktorů. Navíc můžeme v jakékoli fázi změnit hladinu významnosti. (Felcman, 2012)

Nevýhodou postupu je, že snižuje efektivní velikost vzorku, proto se využívá většího množství hodnot, kdy však nemusí údaje starých období, protože jejich váha je oproti zbytku malá. (Hull, 2015) Další nevýhodou je, že se očekává stejný pohyb dat jako tomu bylo v minulosti, což už se mnohokrát v historii nepotvrdilo. Nebo se může jednat o krátkou špatně zvolenou časovou řadu, která odráží období s nízkou volatilitou, kdežto pro současné dění platí naopak volatilita vysoká. (Felcman, 2012)

3.3 Metoda Monte Carlo

Metoda Monte Carlo odhaduje VaR na základě vytváření simulace náhodných scénářů pomocí přeceňování pozic v portfoliu. Zakládá se na konceptu, kdy máme výchozí úroveň a vedle vytváříme simulace výnosů základních rizikových faktorů modelu pozic. Zjednodušeně si to lze představit tak, že náhodně měníme ceny našich investic (bereme přitom do úvahy vliv jednotlivých rizik) a sledujeme, jak se mění hodnota našeho portfolia. Provádíme to mnohokrát, abychom viděli, jaké scénáře se mohou stát. (Hull, 2015)

3.3.1 Implementace simulace

Implementaci metody si rozdělíme do několika kroků, které vysvětlují proces tvorby odhadu Monte Carlo VAR.

1) Vybrat stochastický proces pro cenu rizikového faktoru S_t

Prvním krokem je výběr vhodného procesu, který modeluje chování ceny rizikového faktoru. Každý z modelů je užitečnější pro jiné aktivum. Zde je zvolen Geometrický Brownův pohyb (GMB), který se často používá pro ceny akcií.

$$\Delta S_t = \mu S \Delta t + \sigma S \Delta z \tag{3.8}$$

Kde μ představuje očekávanou celkovou míru návratnosti aktiva minus výnos z dividend, σ je volatilita a Δz (někdy se značí jako W_t) je Wienerův proces, který lze rozložit na $\Delta z = Z\sqrt{\Delta t}$, pokud ϵ je standardní normální proměnná N (0,1). Přírůstky z jsou nezávislé v čase.

Při této distribuci je volatilita úměrná S, proto cena akcie vyjde kladně. V případě že akcie klesne, se sníží variabilita, což znamená, že nedojde k velkému poklesu až do záporných hodnot. Model má normální distribuci s limitou $dS\ /\ S = d\ ln(S)$, takže S následuje lognormální distribuci. Toto rozdělení je realističtější pro delší časový horizont, protože zabraňuje poklesu cen do záporných hodnot na rozdíl od normálního. V simulacích je pak toto rozdělení aproximováno malými kroky a normální distribucí se střední hodnotou a variancí danými:

$$\frac{dS}{S} \sim N(\mu t; \sigma^2 t) \tag{3.9}$$

2) Generování pseudonáhodné proměnné reprezentují rizikový faktor na cílovém horizontu S_t

Simulace budoucí ceny S_t, pokud máme cílový horizont T se řídí vzorcem:

$$S_T = S_0\, exp\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T + \sigma\sqrt{T}Z\right) \tag{3.10}$$

Pro vymodelování budoucího vývoje ceny S začneme od aktuální ceny S_t a vytvoříme řadu nezávislých normálních proměnných Z_i pro $i = 1; 2; \ldots; n$. Následná cena S_{t+1} je dána jako $S_{t+1} = S_t + S_t(\mu t + \sigma Z_1\sqrt{t})$. Cenu S_{t+2} pak získáme jako$S_{t+2} = S_{t+1} + S_{t+1}(\mu t + \sigma Z_2\sqrt{t})$. Obdobným způsobem budeme pokračovat, než dosáhneme vytyčeného horizontu, kdy se $S_{t+n} = S_T$.

Postup je ilustrativně uveden na příkladu z publikace *Financial Risk Manager Handbook (2007)*. Představme si, že sledujeme chování aktiva, které má volatilitu σ 20 procent v celkovém intervalu, který si rozdělíme do 100 kroků ($t = 1/100$). Drift μ, značící průměrnou míru růstu ceny aktiva v čase, je 0 procent. Počáteční cena je 100.

Následující tabulka je zpracována pomocí funkcí v excelu. Postup se řídí pravidly, která byla už výše zmíněna. Druhý sloupec tabulky zahrnuje realizaci uniformní proměnné, kdy je výběr z dat prováděn tak, že každá hodnota v časovém intervalu má stejnou pravděpodobnost, že bude vybrána. Následující sloupec převádí tuto proměnnou na normální. Přírůstek ceny je pak dán násobkem předcházející ceny. Takto získáme první hodnotu v posledním sloupci tabulky. Postup pak opakujeme, dokud nedosáhneme 100. výsledku.

Tabulka 1: Simulace vývoje při využití Geometrického Brownova pohybu

krok i	u_i *RAND(-)*	$\mu\Delta t + \sigma\Delta z$ *NORMINV(u_i;0;0,02)*	Přírůstek ceny ΔS_i	cena S_{t+i}
0				100,00
1	0,0430	-0,0343	-3,433	96,57
2	0,8338	0,0194	1,872	98,44
3	0,6522	0,0078	0,771	99,21
4	0,9219	0,0284	2,813	102,02
…				
99				124,95
100	0,5563	0,0028	0,354	125,31

Zdroj: Jorion (2007)

Pokud bychom měli portfolio skládající se z vícero akcií, musíme stanovit hodnotu portfolia F_T na základě simulovaných cen rizikových faktorů S_T. Do úvahy budeme muset brát vztah mezi hodnotou portfolia a cenou rizikového faktoru. Pokud bychom brali jeden druh akcie stanovili bychom F_T jako násobek počtu akcií a S_T.

3) Opakování kroků 2 a 3 pro K replikací

Pro vytvoření závěru, který bude schopen simulovat skutečný vývoj hodnot, musíme několikrát zopakovat proces uvedený v předchozí tabulce, abychom dosáhli toho, že výsledek se bude blížit reálné situaci. Po provedení K replikací dostaneme K scénářů, a tedy i stejný počet vymodelovaných hodnot portfolií $\{F_T^1;\ F_T^2; \dots ; F_T^K\}$. Následně je ještě seřadíme podle velikosti hodnot.

4) Výpočet VaR

- stanovení c-tého kvantilu $Q(F_T; c)$:

$$Q(F_T; c) = F_T^{[cK]} \tag{3.11}$$

Označení $[cK]$ znamená, že hledáme číslo, které odpovídá pořadí tvořeném z násobku kvantilu (např. $c = 0{,}95$) a počtu replikací (např. $K = 100$), v tomto případě by kvantil odpovídal hodnotě na 95. pozici. (Hull, 2015)

- výpočet průměrné hodnoty $Ave(F_T)$:

$$Ave(F_T) = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} F_T^i \tag{3.12}$$

- výpočet VAR:

$$VAR(c) = Ave(F_T) - Q(F_T; c) \tag{3.13}$$

3.3.2 Minimalizování chyb a nepřesností

V této podkapitole je popsáno, jak dosáhnout větší přesnosti a přiblížit se tak více reálnému chování aktiva, a také co ovlivňuje kvalitu výsledku VaR.

Aby se empirická distribuce S_T přiblížila k té skutečné, musel by být počet replikací K velmi vysoký. S rostoucím K se sice zvyšuje přesnost simulací, ale velmi pomalu. Protože standartní chyba je přímo úměrná odmocnině z K, museli bychom zvýšit počet replikací 100krát, aby se přesnost zvedla 10krát, což představuje při $K = 1000$ komplikovaný proces.

U měření VaR je také důležité zvolit správnou délku intervalu spolehlivosti, protože při vyšším VaR (např. 99 %) dochází k tomu, že máme na levém konci málo pozorování na to, aby mohli být reprezentativní pro náš závěr. Máme-li 1000 replikací, bereme jako kvantil 10. nebo 11. pozorování, které s největší pravděpodobností nikdy nenastane, proto je daleko přesnější brát kvantil nižší (např. 95% VAR měřený z 50. nebo 51. čísla). (Hull, 2015)

4 NEDOKONALOSTI A PŘEDNOSTI METODY

V této kapitole si projdeme rizika a přednosti metody VaR, které je potřeba brát do úvahy, když interpretujeme výsledek našeho měření. Musíme se zamyslet nad tím, že při své práci už pracujeme s určitými předpoklady, které nám pomáhají zjednodušit postup, například zjednodušení distribuce na normální, ale i tak můžeme výsledek považovat za uspokojivý, jelikož máme výsledek, který se odráží chování trhu se sledovanými aktivy, jen musíme počítat s odchylkou. Protože vycházíme z historických dat, neznamená to, že se budou trhy chovat obdobně jako v minulosti, může se stát, že v následujících letech budou dosahovat větších volatilit, a tak by naše předpoklady byly podhodnoceny.

Obraz rizikového kapitálu velmi závisí na použité metodice VaR a už zmiňovaných předpokladech. Vezme-li si, že ze třech portfolií za použití různých metod a postupů, vznikne osm závěrů, které se od sebe mohou výrazně lišit, ale velikost rozdílu nezohledňuje složitost portfolia.

Uvažujme, že mnoho rizikových proměnných, jako kupříkladu riziko likvidity nebo regulační riziko, nelze zachytit kvantitativními technikami, přitom takové proměnné představují značné riziko. Proto se doporučuje kombinovat VaR se zátěžovými testy, tvořit si limity a rezervy. Zjednodušeně řečeno matematika je důležitým nástrojem pro stanovení rizika ve financích, ale finance se ne zcela řídí matematikou. (Styblo Beder, 1995)

4.1 Přednosti VaR

Metoda VaR není nikterak složitá v tom smyslu, že pro její použití netřeba mít rozsáhlé teoretické znalosti. Naopak její podstata je snadno pochopitelná, rychle proveditelná a nepříliš komplikovaná.

Riziko se vyjadřuje prostřednictvím pomocí jakékoli měny, v které daná aktiva sledujeme, a to ať se jedná o dluhopisové, akciové nebo smíšené portfolio. Můžeme proto porovnat různá aktiva mezi sebou a říct, které je nejvíce rizikové.

Používá se především pro kvantifikaci tržního rizika, ale její univerzálnost jí umožnuje vyjádřit obecně jakákoli jiná rizika. Navíc nemusíme při procesu měření rizika rozdělovat rizikovou složku na jednotlivé druhy a zjišťovat jejich vzájemnou závislost a provázanost. Například vztah akciového a úrokového rizika je ten, že se vzájemně vylučují, padají-li akcie, rostou ceny dluhopisů a opačně. Pokud bychom neměli VaR, tak nejčastější cesta, jak „sečíst rizika“ by byla pomocí korelačních matic, kde bychom viděli, jak jsou jednotlivé dvojice rizik mezi sebou provázané. To se sebou přináší velké množství odhadů koeficientů a taky matic, což znamená množství možných chyb. S VaR toto všechno odpadá, protože rizika sumarizuje a měří je všechna najednou.

VaR říká, jaká hrozí maximální možná ztráta za dané časové období s určitou pravděpodobností. Máme tedy vyčíslenou „jistotu“, s jakou by daná situace měla nastat při daném pravděpodobnostním chování.

Za přednost metody však lze považovat ještě něco jiného než numerickou hodnotu na konci. Její benefit spočívá hlavně v procesu tvorby hodnoty, který přiměl management společností zabývat se více procesem při tvorbě rizikových modelů ve firmách. (Ambrož, 2011)

4.2 Nedostatky VaR

Pro správné pochopení si je důležité uvědomit jednu nerovnost VaR ≠ „nejvíce, co mohu ztratit“, i když počítám s parametrem spolehlivosti 99 %. Bohužel mezi 99 % a 100 % existuje velký rozdíl, kde ten rozptyl možných ztrát může být velmi vysoký, i když to vypadá, že 1 % je zanedbatelné.

Právě ono 1 % (v 99 % VaR) značí, že za daných předpokladů, může v časovém období, to jsou 2-3 dny v roce pro denní VaR, nastat ztráta větší než částka VaR. Ovšem tato ztráta může být jednotkově natolik rozdílná, že bude likvidační. Tyto dny bývají způsobeny mimořádnými událostmi jako jsou bankroty velkých bank nebo přírodní katastrofy. Musíme se ale spokojit s tím, že tyto situace nelze předpovědět, ale je nutné s nimi počítat.

Pro výpočty, kdy máme velká portfolia, se obtížněji s rostoucím rozsahem odhadují parametry jako výnos a volatilita jednotlivých aktiv a také korelace mezi nimi. (Makroption, 2024)

Porušuje axiomatické tvrzení subadditivity, což je matematický vztah, který není třeba dokazovat a považujeme ho za obecně platný. Pro vysvětlení si představme dvě různá portfolia X a Y s rizikovými mírami $\rho(X)$ a $\rho(Y)$. Pokud bychom obě portfolia spojili do jednoho, bylo by pak riziko rovno maximálně součtu původních rizik nebo nižší.

Vezmeme dvě portfolio, spočítáme pro ně VaR, a provedeme ten samý krok, tedy sečteme je. Výsledný součet vyjde vyšší, než pokud by aktiva tvořily jedno portfolio a spočítali jsme pro něj VaR. V některých případech může nastat stav, kdy součet VaR je menší než VaR, kdy máme portfolio v celku. V praxi to takto nefunguje právě obráceně. Při sloučení dochází k tomu, že se sloučení se některá rizika, která se navzájem vylučují, od sebe „odečtou“ a celkové riziko bude nižší. (Ambrož, 2011)

Často k podcenění skutečného rizika vede i volba vstupů a předpokladů. Zkreslující může být použití normálního rozdělení u variančně-kovarianční metody pro aktiva s nenormální šikmostí a nadměrnou špičatostí.

Abychom zamezili podcenění skutečného rizika, musíme, jak volit správné předpoklady, tak vybrat vhodnější metodu. Z minulých kapitol víme, že máme různé přístupy. Každý z nich kromě obecných omezení má svá vlastní specificka. Pokud bychom použili různých postupů na stejné portfolio, dobereme se velmi odlišných výsledků.

Pořád ale platí, že bychom VaR neměli zatracovat, protože dokáže být pro svoje pozitiva užitečný. To ale jen za situace, že budeme výsledky brát do kontextu s jeho nedostatky. (Makroption, 2024)

4.3 Stress testy

Stress testy se dají použít jako doplněk k VaR, kdy chceme vědět, jestli jsme schopni ustát extrémní nebo specifickou situaci jako je 20 % inflace. Používá se z toho důvodu, že VaR má mnoho nevýhod, kupříkladu vychází z dat z minulosti a na základě nich očekává jaká bude budoucnost. Výkyvy, které stanovuje pomocí své metodiky, jsou extrémem daného vývoje, ale kdybychom se podívali více do minulosti nalezli bychom ztráty, které byly mnohonásobně větší.

Stress test neřeší, s jakou pravděpodobností se událost může stát, ale snaží se kvantifikovat ty „výjimečné“. Základem jsou definované scénáře (týkající se prudkých změn úrokových sazeb, kurzu měny, atd.), které mohou obsahovat více těchto faktorů najednou. Scénáře by měly být dostatečně razantní (extrémní) a zároveň být reálné. Zpravidla rozlišujeme dva typy historické, modelují situaci z minulosti, a hypotetické, domnělé situace, u kterých očekáváme, že by někdy mohly nastat. (Ambrož, 2011)

5 STANOVOVÁNÍ OPTIMÁLNÍHO PORTFOLIA

Tato kapitola je věnována výpočtům potenciálních ztrát pomocí metody Value at risk, kterou jsem popsal v předcházejících kapitolách, tak abych mohl v těch následujících přenést teoretické poznámky do praxe, a také proto abych vysvětlil, proč jsem postupoval určitým způsobem.

Cílem je nejprve určit VaR zvlášť pro různé druhy aktiv, jmenovitě pro akcie, dluhopisy (dluhopisové podílové fondy), komodity. Porovnat vzájemně výsledné hodnoty, upozornit na možné nedostatky a nepřesnosti postupu. Poté ze zmíněných aktiv vybrat ta, u kterých hrozí nejmenší ztráty a provést ještě jeden výpočet.

V prostřední části práce byly představeny tři metody na měření rizika. Pro určení odhadu VaR v závěrečné fázi si vyberu z rozsahových důvodu pouze jednu z nich. Každá je založena na podobném principu, že vychází z historických dat a udává maximální ztrátu s danou pravděpodobností, sice trochu jiným postupem, ale každá nějak zjednodušuje skutečnost, například volatilita je odhadnuta jako směrodatná odchylka, v principu se vždy jedná o odchylku v rámci určité časové řady. Pokud jsme schopni si uvědomovat nebo eliminovat jejich nevýhody, bude dostatečně reprezentativní výběr jedné. Pro všechny metody také platí již dříve zmíněné přednosti, že není třeba dělit rizikovou složku a že dokážeme spočítat riziko pro různé druhy aktiv dohromady, což je výhoda, kterou by se měla primárně využít u měření.

Podle čeho ale volit? Protože se dá očekávat několikero výpočtů a porovnání aktiv mezi sebou, volíme tu nejjednodušší metodu na postup a tou je varianční a kovarianční metoda. Nevyžaduje takové množství dat jako ostatní, ale i tak budeme využívat časový interval alespoň 500 dní. Pomůženám ukázat vzájemnou korelaci mezi aktivy, kdy uvidím, jestli se aktiva mění stejně, jen podobně nebo se vyvíjí zcela opačně. Navíc můžeme uplatnit možnost, že směrodatným odchylkám přiřadíme váhu podle zastoupení v portfoliu.

Své výpočty budeme provádět v aplikaci Microsoft Excel, kde nalezneme k analýze všechny potřebné vzorce, které dokážou určit výsledek s vysokou přesností.

Ještě, než se dostaneme k samotným výpočtům, si popíšeme rozšíření metody VaR o EWMA. Spočívá v tom, že starším pozorováním přiřazuje nižší váhu a tím méně ovlivňují výslednou hodnotu. Váhu použijeme z toho důvodu, že vzdálená data, jak vyplývá z již provedených výzkumů, méně vypovídají o budoucím vývoji trhu. Funguje tím způsobem, že každý předcházející den násobí λ a poníží tak váhu dne λ – krát (0 < λ < 1). Součet jednotlivých vah je vždy roven jedné. Násobící koeficient pro i – tý den pak získáme z vzorce:

$$\lambda^{i-1}\frac{(1-\lambda)}{1-\lambda^{n}} \qquad (5.1)$$

Tento „doplněk" použijeme u všech následujících výpočtů VaR. Znak n je počet pozorování. Výsledkem měření budou dva podstatné výstupy, je to 99% a 95% VaR. Použité kvantily pak mají normální rozdělení.

5.1 Akciové portfolio

Do výběru akciového portfolia byly vybrány 4 firmy působící na světových trzích, mající svá sídla v Americe a Evropě. Jedná se o společnosti fungující úspěšně 15 a více let, které doposud za svojí existenci nezaznamenaly náhlý propad svých akcií, proto bychom je mohli považovat za dlouhodobě stabilní. Nyní si stručně představíme, čím se zabývají.

LVHM

LVHM je zkratka tří obchodních značek Louis Vuitton, Moët et Chandon a Hennessy, které tvořily původně základ celé firmy. Dnes tento koncern zahrnuje více než 60 obchodních značek luxusního zboží, které se týkají alkoholu, módy, kosmetiky a šperků.

APPLE INC.

Tuto společnost netřeba dlouze uvádět. Věnuje se vývoji a výrobě „smart" elektroniky (telefony, počítače, hodinky). Poskytuje cloudové služby a poskytuje aplikace s digitálním obsahem jako knihy, hudba, videa. Kromě toho nabízí různé služby jako personalizovaná fitness služba nebo bezhotovostní platební služba.

NVIDIA CORPORATION

Poskytuje grafická, výpočetní a síťová řešení v USA, Tchaj-wanu, Číně a celkově na mezinárodní úrovni. Zahrnuje výrobu grafické karty, software pro vizuální výpočetní techniku založenou na cloudu. Svoje produkty využívá i v automobilovém průmyslu a robotice.

SIEMENS Aktiensgesellschaft

Opět se jedná o technologickou společnost zaměřující se tentokrát na oblast automatizace a digitalizace na mezinárodní úrovni. Produkuje automatizační systémy, software pro továrny nebo přímo do strojů, výpočetní zařízení apod. Vyrábí vlaky osobní i nákladní. Nebo vyvíjí různé diagnostické a terapeutické produkty a služby.

Pro zpracování jsem volil data z nedávného období od 20.6.2022 do 3.6.2024. Tento časový interval zahrnuje 501 obchodních dní. Tímto získám 500 údajů denní změny (návratnosti) ΔP (3.1) pro každou akcii. Následně spočítáme rozptyl σ_1^2, kde se řídíme vzorcem (3.3). V excelu pro to použijeme funkci VAR(-). V dalším krocích už bude implementovat metodiku EWMA uplatňující exponenciálně vážený klouzavý průměr, kde zvolíme $\lambda = 0{,}94$. Nyní budeme muset do rozptylu zavést váhu uplatněním vzorce:

$$\sigma_n^2 = \lambda\sigma_{n-1}^2 + (1-\lambda)(\Delta P)_{n-1}^2 \qquad (5.2)$$

Tento postup je potřeba uplatnit několikrát po sobě σ_2^2, $\sigma_3^2 \ldots$, dokud nedostanu rozptyl σ_{500}^2. Konečný odhad poté použiji do hlavní diagonály varianční a kovariční matice. Stejný princip použiji i pro výpočet odhadu kovariací, kde jsem pro první záznam obdobně jako v minulém výpočtu, využil ve svém postupu v excelu funkce COVAR(-). Zbytek postupu je obdobný jako předchozí. Vypočtené údaje tvoří zbývají pozice varianční a kovariční matice (3.5), kterou tímto získáme.

$$C_a = \begin{pmatrix} 0{,}0001525 & 0{,}0000112 & 0{,}0000147 & 0{,}0000499 \\ 0{,}0000112 & 0{,}0001809 & 0{,}0000884 & 0{,}0000210 \\ 0{,}0000147 & 0{,}0000884 & 0{,}0010892 & 0{,}0001463 \\ 0{,}0000499 & 0{,}0000210 & 0{,}0001463 & 0{,}0002416 \end{pmatrix} \qquad (5.3)$$

Jelikož jednotlivá aktiva mají své přesné peněžní hodnoty, pro naše účely zvolíme částku 1000 EUR pro každou položku (dohromady má portfolio 4000 EUR), musíme provést součin matic, kde C_a je jedna, druhá se skládá z jednoho sloupce a čtyřech řádků (každý prvek je právě 1000 EUR), třetí je inverzní ke druhé.

$$Součin\ matic = 2327{,}0951 \qquad (5.4)$$

$$odmocnina\ součinu\ matic = 48{,}239974 \qquad (5.5)$$

Poté si stanovíme velikost 99% a 95% kvantilu pomocí funkce NORMINV(-), která je ovšem nastavena tak, že nejpřesnější výsledek bychom získali, pokud bychom měli normální rozdělení dat, čehož za běžných podmínek, jak jsme si již uvedli, nelze docílit, to si pak ověříme ještě testem.

$$95\%\ kvantil = 1{,}6448536 \quad (5.6)$$

$$99\%\ kvantil = 2{,}3263479 \quad (5.7)$$

Nyní už zbývá poslední krok stanovit konečný odhad jednodenního VaR. Získáme ho součinem kvantilu a odmocniny součinu matic.

$$Jednodenní\ 95\%\ VaR = 79{,}347696 \quad (5.8)$$

$$Jednodenní\ 99\%\ VaR = 112{,}22296 \quad (5.9)$$

Výslednými odhady VaR jsme získali potenciální ztrátu, která může v tomto akciovém portfoliu nastat s pravděpodobností odpovídající 1 % a 5 %. Je však potřeba myslet na to, že VaR funguje nejlépe za normální distribuce dat, proto si otestujeme normalitu dat a také zde proměnné nevykazují nadměrnou špičatost nebo šikmost, za normální distribuce by tyto hodnoty byly rovny 0.

Tabulka 2: Testování normality v akciovém portfoliu

firmy	LVHM	APPLE	SIEMENS	NVIDIA
špičatost	-0,960357983	-0,469124727	0,049721157	-0,835675926
šikmost	-0,221449453	-0,603040977	0,971254988	-0,221460196
Shapiro-Wilkův W test normality				
W	0,966883	0,949434	0,960356	0,86767
p-hodnota	3,33E-09	4,65E-12	2,30E-10	3,43E-20

Zdroj: vlastní zpracování

Nejméně je VaR věrohodný za situace, kdy se velikostně oba ukazatele vzdalují od bodu nula. Vysokou zápornou špičatost vykazují akcie LVHM a NVIDIA to znamená, že se data vyskytují kolem střední hodnoty. Pokud by byla kladná a vysoká znamenalo by to výskyt tlustých konců neboli větší počet extrémně vysokých a nízkých hodnot. Šikmost je ukazatel, který říká, jak symetricky je proměnná rozložena. Největší najde u společnosti SIEMENS, což nám značí, že většina měření je nad průměrem.

Při testování normality pomocí Shapiro-Wilkovova W testu, jsme zjistili, že p-hodnota při zvolené hladině spolehlivosti 0,01 nedosahuje těchto hodnot, můžeme tedy říci, že se data neřídí normálním rozdělením. Normální rozdělení bylo testováno z toho hlediska, že metody

VaR jsou nejvíce vypovídajícím a nejpřesnějším ukazatelem při právě této distribuci. Na základě zkušeností chování jednotlivých aktiv z historie i těchto měření normalit můžeme říci, že nenajdeme případ, kdy by tento předpoklad platil, ovšem nelze to s naprostou jistotou potvrdit.

$$K_a = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}068 & 0{,}036 & 0{,}26 \\ 0{,}068 & 1 & 0{,}199 & 0{,}1 \\ 0{,}036 & 0{,}199 & 1 & 0{,}285 \\ 0{,}26 & 0{,}10 & 0{,}285 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.10}$$

Korelační matice (5.10) ukazuje lineární závislost mezi proměnnými. Čím blíže je absolutní hodnota ρ rovna jedné, tím větší existuje mezi veličinami závislost. Kladná korelace jako v tomto případě znamená, že při růstu jedné proměnné dochází i k růstu druhé. Dalo by se tvrdit, že všechny akcie reagují obdobně na změnu na trhu. Z matice vidíme, že lineární závislost je poměrně malá, ukazuje to na nepropojenost jednotlivých segmentů, pokud například v Applu dojde k odstávce výroby, nebude to mít nejspíše negativní dopad na růst LVHM ($\rho = 0{,}068$).

5.2 Dluhopisové podílové fondy

Tato kapitola se zabývá odhadem VaR pro tři vybrané dluhopisové fondy. Každý z vybraných fondů je tvořen odlišnou skladbou dluhopisů. Jedná se o středně rizikové fondy s rozdílnými ročními zhodnoceními. Doporučená doba vkladu je vždy stanovena na 5 let.

Amundi Funds Montpensier Global Convert.Bond (A)

Zahrnuje firmy z Asie, Severní Ameriky a převážně z Evropy. Obchodně se specializují především na IT a elektronické produkty. To se týká výroby polovodičů, monitoringu, elektromobility, telekomunikace.

Amundi Funds Pioneer Global High Yield Bond (B)

Zaměřuje se na výnosné dluhopisy s nižší ratingovou třídou, kromě toho i na aktiva v USA, jinak působí globálně. Fond se vyznačuje nižší volatilitou a vyšším průměrným zhodnocením.

Franklin Strategic Income Fund (C)

V portfoliu se vyskytují zejména Americké státní dluhopisy, ale i státní dluhopisy evropských zemí. Podobně jako předchozí fond se zaměřuje také na aktiva s nižším ratingem (např. BBB+), aby dosáhl vyššího výnosu.

Pro výpočet VaR byla opět zpracována data z období stejného jako v případě akciového portfolia z minulé kapitoly, jenom bylo nyní bráno do měření pouze 488 pozorování, jelikož jich ani více v tomto časovém horizontu nebylo provedeno pro všechny fondy.

$$C_{df} = \begin{pmatrix} 0{,}0000131 & -0{,}0000035 & -0{,}0000031 \\ -0{,}0000035 & 0{,}0000125 & 0{,}0000087 \\ -0{,}0000031 & 0{,}0000087 & 0{,}0000094 \end{pmatrix} \tag{5.11}$$

Pro každý fond je uvažován vklad 1333 EUR, což dělá celkový objem 3999 EUR. Částka byla volena tak, aby odpovídala přibližně stejné hodnotě jako je tomu u akcií a bylo tedy možné ho lépe porovnat s předchozím výsledkem.

$$odmocnina\ součinu\ matic = 8{,}36214696 \tag{5.12}$$

$$Jednodenní\ 95\%\ VaR = 13{,}754508 \tag{5.13}$$

$$Jednodenní\ 99\%\ VaR = 19{,}4532628 \tag{5.14}$$

Výsledek měření vyšel velmi nízký oproti akciím, musíme však uvést, že fondy jsou nepřetržitě spravovány a vyhodnocovány. Pro porovnání rizikovosti by bylo nejlepší mít naproti nim akciové fondy, které jsou řízeny obdobně.

Tabulka 3: Testování normality u dluhopisových fondů

fondy	A	B	C
špičatost	-0,60598556	-1,193216808	-0,64839159
šikmost	-0,329567856	0,286018912	0,651320831
	Shapiro-Wilkův W test normality		
W	0,976451	0,937042	0,92673
p-hodnota	4,39E-07	1,69E-13	1,06E-14

Zdroj: vlastní zpracování

Všechny fondy vykazují negativní špičatost, nehrozí výskyt tlustých konců. Největší šikmost najdeme u fondu C. Ani jeden nevykazuje normální rozdělení, pro hladinu významnosti 0,01.

$$K_{df} = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}271 & -0{,}275 \\ -0{,}271 & 1 & 0{,}800 \\ -0{,}275 & 0{,}800 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.15}$$

Z matice (5.15) vidíme negativní závislost mezi AB a AC, což může být způsobeno odlišností segmentu, kdy fond A má v portfoliu dluhopisy převážně evropské společnosti specializující se na IT a moderní technologie, zatímco B a C jsou tvořeny obligacemi amerického trhu vydané americkými bankami a firmami s nižším ratingem. Ze stejné důvodu je naopak mezi BC vysoká pozitivní korelace.

5.3 Komodity: kovy

V této kapitole budeme počítat potenciální ztrátu pro portfolio tvořené kovy, jak drahými, tak i těch dále vstupujících do výroby. Použito do měření bylo 490 pozorování, za stejné období jako v minulých příkladech. Výše investice bude 1000 EUR do jednotlivého kovu.

Zlato

Výhodou zlata je, že má dlouhodobě udržovanou hodnotu, jeho cena historicky roste i přes dočasné poklesy. Často bývá nakupováno v době ekonomické nejistoty, protože se zatím nestalo a nejspíše ani nestane, že by jeho cena trvale klesla. Jeho stabilita je obecně dána omezeností množství. Nevýhodou naopak zůstává, že nepřináší vysoké zhodnocení jako to můžeme vidět u akcií.

Stříbro

Bývá považováno za alternativu ke zlatu. Využívá se mimo jiné i v průmyslu v elektronice nebo fotovoltaice. Je daleko cenově dostupnější než zlato, proto investice do něj může vypadat lákavě.

Měď

Měď je klíčovým materiálem pro elektrotechniku, stavebnictví a dalších průmyslových odvětví. Výhodou je pro ní její ušlechtilost (nekorodovost) a velmi dobrá vodivost.

Palladium

Používá se v katalyzátorech výfukových plynů, a je tak klíčová pro automobilový průmysl. Jedná se o vzácný kov, jehož zásoby se snižují, což může podpořit růst jeho ceny.

$$C_k = \begin{pmatrix} 0{,}000069 & -0{,}000046 & -0{,}000036 & -0{,}000050 \\ -0{,}000046 & 0{,}000509 & 0{,}000117 & 0{,}000230 \\ -0{,}000036 & 0{,}000117 & 0{,}000196 & 0{,}000071 \\ -0{,}000050 & 0{,}000230 & 0{,}000071 & 0{,}000699 \end{pmatrix} \tag{5.16}$$

$$odmocnina\ součinu\ matic = 45{,}22340648 \tag{5.17}$$

$$Jednodenní\ 95\%\ VaR = 74{,}385884 \tag{5.18}$$

$$Jednodenní\ 99\%\ VaR = 105{,}2053755 \tag{5.19}$$

Spočítané riziko ztráty je zhruba shodné s akciovými. Pokud se podíváme na směrodatnou odchylku, která nám v principu metody slouží jako odhad volatility, najdeme nejmenší hodnotu u zlata (0,0083). U fondů jsou výsledky více než dvakrát nižší oproti zlatu. Zatímco u zbylých kovů shledáváme směrodatné odchylky i třikrát větší než u zlata a v případě akcií méně než dvakrát tak vysoké. To naznačuje nejvyšší riziko kolísání hodnot napříč všemi portfolii.

Tabulka 4: Testovaní normality u portfolia kovů

firmy	**Zlato**	**Stříbro**	**Měď**	**Paladium**
špičatost	0,350240133	1,431033165	2,393996764	-0,803005673
šikmost	0,665305158	0,581378088	1,274790221	0,622257845
		Shapiro-Wilkův W test normality		
W	0,955455	0,9509	0,910151	0,953364
p-hodnota	4,98E-11	1,03E-11	1,78E-16	2,39E-07

Zdroj: vlastní zpracování

U stříbra a mědi je kladná špičatost velmi vysoká, máme tu tak tlusté konce, což ukazuje na výskyt extrémně vysokých i nízkých hodnot, proto VaR může podhodnocovat potenciální riziko, které by mohlo nastat. Zbylé výsledky se také vzdalují normální distribuci dat, což může znamenat jeho ještě větší podhodnocení.

$$K_k = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}245 & -0{,}309 & -0{,}226 \\ -0{,}245 & 1 & 0{,}371 & 0{,}386 \\ -0{,}309 & 0{,}371 & 1 & 0{,}193 \\ -0{,}226 & 0{,}386 & 0{,}193 & 1 \end{pmatrix} \tag{5.20}$$

Přestože všechny sledované proměnné představují kovy, jejich lineární závislost není tolik velká, jak by se dalo očekávat. Důvod může spočívat v tom, že každý se uplatňuje v trochu jiném odvětví (šperkařství, energetika, stavebnictví, automobilový průmysl). Což na jednu stranu, může být dobré, protože nemusí dojít k propadu všech čtyř komodit současně. U zlata vidíme, že lineární závislost je navíc opačná, což ukazuje, že cena reaguje na trh spíše opačně než zbytek kovů.

6 VYTVOŘENÍ OPTIMÁLNÍHO PORTFOLIA

Tato kapitola se zabývá vyhodnocením výsledků z předchozí páté kapitoly, na jejichž základě pak vybere vhodnou kombinaci aktiv, u kterých bylo prováděno měření. Podle určitých statistických ukazatelů vybereme na základě objektivních i subjektivních úvah aktiva, která by měla tvořit portfolio, které by mělo být nízko rizikové. Primárními sledovanými proměnnými jsou střední hodnota a směrodatná odchylka. Pro výběr aktiv budeme preferovat jejich nižší střední hodnotu, protože to značí zpravidla nižší volatilitu a nedochází k tak výrazným výkyvům ve změnách cen nabízených a poptávaných cenných papírů, i když můžeme najít i výjimky. Obdobně tomu je u směrodatné odchylky, kde je princip stejný, že její nízká hodnota předznamenává nízkou volatilitu. Tyto číselné údaje nalezneme v Tabulka 5.

Tabulka 5: Popisné ukazatele

	střední hodnota	**směrodatná odchylka**
LVHM	749.65	0.0123
APPLE	157.48	0.0135
SIEMENS	37.22	0.0330
NVIDIA	141.85	0.0155
Fond A	13.10	0.0036
Fond B	14.66	0.0035
Fond C	118.41	0.0031
ZLATO	1818.67	0.0083
STŘÍBRO	21.75	0.0226
MĚĎ	3.61	0.0140
PALLADIUM	1317.97	0.0264

Zdroj: vlastní zpracování

Z dat z Tabulka 5 budeme hledat údaje blížící se nule. Nejvíce vhodnou variantou by bylo, kdyby hledané parametry splňovaly obě proměnné zároveň. Na to ale nelze spoléhat.

Podíváme-li se na záznamy středních hodnot vidíme, že jednoznačně nejnižší v relativním porovnání vychází aktiva MĚĎI, Fond A, Fond B, STŘÍBRA, SIEMENS. U druhého statistického údaje se nejnižší hodnoty nacházejí u Fondů, lze o nich říct, že jsou oproti akciím a kovům mnohonásobně menší. Výjimkou je ZLATO, kde je ten podíl přibližně jen trojnásobný.

Komplexně nám nejlépe vycházejí fondy dluhopisového trhu, což není náhodou, protože jsou tvořeny dluhopisy vícera firem a států. Na druhou stranu zbylá aktiva nejsou ani zdaleka tolik diferencovaná. Například o společnosti LVHM lze říct, že ji netvoří pouze jediná firma, ale jejich zaměření na luxusní zboží je pro všechny společné. Obdobně tomu je i u dalších, které mají vyhraněnější směřování své obchodní strategie a navíc pokles jednoho produktu, více ovlivňuje zbytek firmy. Závěrem toho je, že není možné brát chování fondu dluhopisů jako obecný výstup pro rizikovost dluhopisů, ale je potřeba brát fond jako jedno aktivum.

Kromě střední hodnoty a směrodatné odchylky může mnohé o rizikovosti aktiv říct jejich vzájemná závislost. Pokud klesne jedno aktivum v portfoliu, nemusí to nutně znamenat pokles všech. Je však potřeba zvolit vhodnou kombinaci aktiv jejichž vzájemná závislost je nulová nebo opačná. K se dá použít již dříve několikrát použitá korelace, která tento vzájemný vztah číselně vystihuje.

Tabulka 6: Korelace akcií s fondy a kovy

	LVHM	APPLE	SIEMENS	NVIDIA
Fond A	-0.0001	0.0010	0.0005	-0.0004
Fond B	-0.0002	0.0006	0.0004	-0.0005
Fond C	-0.0001	0.0005	0.0004	-0.0005
ZLATO	-0.1511	0.2750	0.0514	0.0259
STŘÍBRO	-0.1124	-0.1993	0.0460	0.0912
MĚĎ	0.0996	-0.0539	0.1633	-0.1086
PALLADIUM	0.0880	-0.3999	-0.1965	0.1303

Zdroj: vlastní zpracování

Tabulka 7: Korelace kovů s fondy

	ZLATO	STŘÍBRO	MĚĎ	PALLADIUM
Fond A	0.00060	0.00001	0.00062	0.00000
Fond B	0.00039	0.00005	0.00027	0.00000
Fond C	0.00045	0.00004	0.00025	0.00000

Zdroj: vlastní zpracování

Z Tabulka 6 a Tabulka 7 vyplívá, že vzájemná závislost mezi fondy a zbytkem aktiv je nulová. Nereagují zákonitě na změny trhu stejně ani opačně, jejich vývoj je dosti jiný a možná se řídí jinými pravidly. Nemusela by proto nastat situace, že jejich propad se udá společně s kovy a akciemi. I když v extrémních variantách událostí, které právě model VaR odhaduje dochází právě k poklesu u všech cenných papírů, ale i tak existuje možnost, že pro některé, zapříčiněný i nižší korelací, nemusí být tak výrazný.

Vyšší korelace se nachází mezi kovy a akciemi, ale je natolik malá, že se nedají dávat jejich změny do hlubší souvislosti. Výrazně nejvyšší je závislost mezi APPLE a ZLATEM, těžko odvodit na základě těchto dostupných dat souvislost. Možností by mohlo být, že oba produkty jsou dlouhodobě stabilní a rostou a mají silnou hodnotovou základnu (vysokou tržní kapitalizace, poptávaný objem) a mohou být dobrou investicí v čase nejistoty.

Nejdůležitějším kritérii do výběru optimálního portfolia budou pochopitelně faktory odrážející riziko. Sledovanými jsou takové faktory, které vstupují do samotného výpočtu varianční a kovarianční metody kam již zmíněné statistické údaje včetně korelace. Pochopitelně cílem každého investora není jen minimalizace rizik, ale tomu odpovídající zisk snášené míře rizika. Proto je uveden ukazatel vystihující ziskovost jako je průměrné roční zhodnocení (CAGR).

$$CAGR = \left(\frac{konečná\ hodnota}{počáteční\ hodnota}\right)^{\frac{1}{počet\ let}} - 1 \qquad (6.1)$$

Daný vzorec má tu nevýhodu, že nevystihuje kolísavost cen během období, ale poskytuje podstatné informace historických růstech. Pokud budou aktiva stabilní, což nám predikují právě ony statistické ukazatele, můžeme nastat podobné zhodnocení i v budoucnu.

Tabulka 8: Průměrné roční zhodnocení (CAGR)

LVHM	APPLE	SIEMENS	NVIDIA	Fond A	Fond B
15.50 %	27.50 %	8.50 %	41.72 %	0.61 %	2.51 %

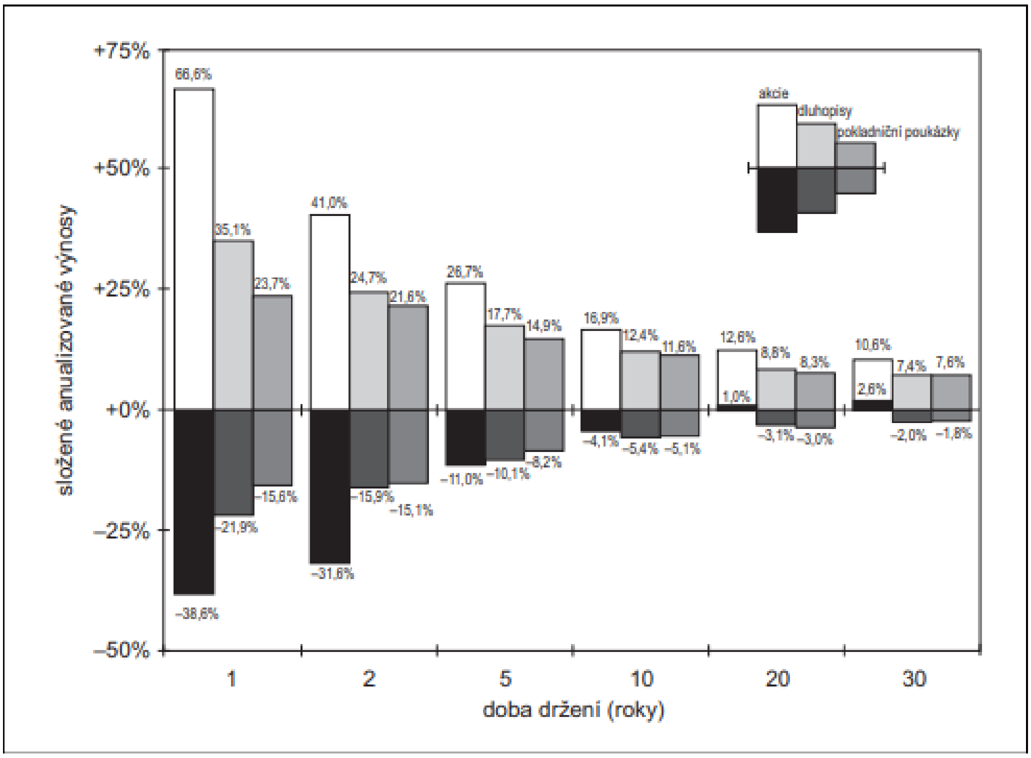
Fond C	ZLATO	STŘÍBRO	MĚĎ	PALLADIUM
2.34 %	9.10 %	7.40 %	6.80 %	14.20 %

Zdroj: vlastní zpracování

Pro výpočet CAGR v Tabulka 8 bylo použito časové období od roku 2000 až po současnost. Z něho vyplívá, že nejvyšší zhodnocení se nalézá u akcií, menšího dosahují kovy a následují fondy, se zhodnocením kopírující spíše tempo inflace, než aby generovaly zisk.

Výstupy CAGR by se měly brát pouze informativně, protože se nedá předpokládat, že podobné zhodnocení bude i nadále, pořád záleží na mnoha faktorech, které mohou ovlivnit i dlouhodobý propad aktiva.

Co víme ze zkušeností z minulosti tak dlouhodobá reálná ztrátovost je srovnatelná u akcií i dluhopisů. Na druhou stranu výnosnost akcií v krátkodobém i dlouhodobém horizontu je obecně daleko vyšší než dluhopisů. Obrázek 1 také potvrzuje výpočty VaR potenciální ztrát v krátkodobém časovém horizontu, kdy akcie mohou dosahovat reálně vyšších ztrát. (Gladiš, 2005)



Obrázek 1:Max a min výnosy aktiv za různé doby držení 1802-2001 v USA

Zdroj: (Siegel, 2002)

6.1 Výběr aktiv pro optimální portfolio a výpočet jeho VaR

V této kapitole se vybírala aktiva na základě výše uvedených charakteristik a skládala se v jedno optimalizované portfolio sestavené na základě výše uvedených charakteristik, u kterého provedeme odhad VaR pomocí varianční a kovarianční metody. Postup výpočtu je obdobný jako u předchozích portfolií. Pracovalo s daty z období 20.6. 2022 až 3.6.2024, investiční částka byla 4000 EUR, rozdělená rovnoměrně mezi čtyři aktiva.

Naměřené střední hodnoty a směrodatné odchylky vycházejí jako jedny z nejnižší u fondů A a B pro oba statistické údaje. Fond C vyšel o něco hůř, i když v porovnání z většinou aktiv byla čísla lepší, přesto ho do finální portfolia nepoužijeme pro větší diverzifikaci rizika. Kromě již zmíněných fondů se jevila nejlépe ze zbylých aktiv jednoznačně měď. Měla nejnižší střední hodnotu a také nízkou průměrnou směrodatnou odchylku. U ostatních jsou v součtů čísla velmi podobná, přesto právě kvůli většímu rozložení rizik a také nejlepším hodnotám ze sledovaných charakteristik, které dosahují podprůměrných a průměrných, jako poslední aktivum jsou zvoleny akcie Applu, protože vycházejí nejlépe z akcií i vůči kovům dosahují lepších výsledků.

Dané portfolio můžeme ještě porovnat na základě závislostí prostřednictvím korelační matice. Ta nám poslouží jako ujištění se správnosti výběru. Optimální hodnoty jsme řešili v předchozích kapitolách, proto to tu nebude více rozebíráno.

$$K = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}2706 & 0{,}0006 & 0{,}0010 \\ -0{,}2706 & 1 & 0{,}0003 & 0{,}0006 \\ 0{,}0006 & 0{,}0003 & 1 & -0{,}0539 \\ 0{,}0010 & 0{,}0006 & -0{,}0539 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

Z matice můžeme říct, že všechny hodnoty v korelační matici naznačují nízkou vzájemnou závislost. Pro úplnost vzhledem k předchozím výpočtům si uvedeme ještě variančně kovarianční matici.

$$C = \begin{pmatrix} 0{,}000012 & 0{,}000000 & -0{,}000013 & 0{,}000011 \\ 0{,}000000 & 0{,}000006 & 0{,}000001 & 0{,}000011 \\ -0{,}000013 & 0{,}000001 & 0{,}000302 & -0{,}000018 \\ 0{,}000011 & 0{,}000011 & -0{,}000018 & 0{,}000214 \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

Po provedení součinu matic a následném odmocnění vypočteno součinu dostaneme číslo, které vynásobí s kvantily normálního rozdělení, jehož předpokladem pracujeme od prvním výpočtu. Na základě testu normality už víme, že ani jedna z časových řad aktiv nemá normální rozdělení, proto je třeba znova upozornit na některé výrazné nedostatky vypočtu VaR s pojené s distribucí dat.

$$95\%\ VaR = 37{,}471905 \quad (6.4)$$

$$99\%\ VaR = 52{,}99722974 \quad (6.5)$$

Při další práci s tímto portfoliem je třeba sledovat tržní vývoj mědi, protože její distribuce vykazuje abnormální šikmost na nadprůměrnou špičatost, které bývají příčinou podhodnocení rizika. U ostatních podobné nedostatky nejsou natolik vysoké, a proto ani nepřesnost měření nebude tolik rozdílná od naměřené hodnoty.

ZÁVĚR

Cílem této práce bylo navržení optimálního portfolia s za použití jedné z metod Value at Risk. Vybrána byla metoda variančně kovarianční především pro svou výpočetní jednoduchost. Prvotním dílčím cílem bylo porovnat rizikovost akcií, dluhopisových fondů a komodit (kovů). Volba měřených obchodovatelných produktů byla dána také tím, jak jsou běžně dostupné nebo obchodovatelné pro drobné investory. Proto nebyla vybrána například ropa nebo káva. Ze stejných důvodů byla dána přednost fondům před jednotlivými dluhopisy, které po většinou nejsou v investičních aplikacích nabízeny, a proto se s nimi tolik lidí nesetká.

Prvně byla počítána potenciální ztráta pro akciové portfolio složené ze tří technologicky zaměřených firem a jedné věnující se výrobě a prodeji luxusního zboží. Odhad VaR vyšel pro 99% procentní a 95% procentní VaR největší ze všech měření. Ukazatele šikmosti a špičatosti se pohybují v nízkých hodnotách, pouze ve třech případech se hodnota blíží 1 nebo -1. Nedochází tak k významnému zkreslení výsledku.

Výrazně nejnižší hodnoty VaR se nacházejí u dluhopisových fondů, což je zapříčiněné už tím, že samy o sobě jsou v podstatě portfoliy. Samotná data nevykazují známky chybovosti.

U kovů jsou výsledky dosti podobné jako v případě akcií. Velká špičatost se objevuje u stříbra a mědi. Ta navíc, jak už bylo popsáno, vykazuje i vysokou šikmost. Máme tu výskyt tlustých konců, které negativně ovlivňují výsledek VaR.

Podle středních hodnot a směrodatných odchylek byly zvoleny dva fondy, protože v obou kritériích měly nejnižší hodnoty. Pro diferenci portfolia byla vybrána měď, která vykazovala taktéž velice nízké hodnoty, i když má již zmiňované nedostatky, přesto bylo usouzeno, že hodnoty jsou natolik nízké a v porovnání se zbytkem aktiv by dopad na celé portfolio nemusel být na tolik závažný. Akcie Applu v minulých obdobích dosáhly vysoké míry růstu a dopadly nejlépe ve srovnání statistických údajů

Výsledný VaR je přibližně poloviční oproti akciím a kovům. Kromě výše uvedených ovlivňujících činitelů nedochází k zásadnímu zkreslování výsledku. Vzhledem k poměru investovaných peněz (4000 EUR) a potenciální ztrátě 99% VaR (52 EUR) by se jednalo o pokles 1,3 %, což může být nižší podíl, než najdeme u mezidenních poklesů měřených aktiv. Zároveň na základě výpočtu, pokud bychom porovnali zhodnocení tohoto portfolia a dluhopisových fondů v minulých letech, dosáhlo by toto 9, 35 % a druhé pouze 1, 82 %, což nepokryje ani inflační cíl. Toto tvrzení je třeba brát s rezervou, protože nelze očekávat stejný budoucí vývoj, ale i tak je procentní rozdíl výrazný a pravděpodobně bude rozdíl stále obdobně velký.

Portfolio je rizikově vyvážené, jak ukazuje i samotný odhad VaR. Je diferencované, obsahuje dvě aktiva s velmi nízkou a dvě aktiva vyšší volatilitou a s vyšším zhodnocením, které není zase zbytečně vysoké, aby s sebou neslo neúnosnou míru rizika. Všechna aktiva jsou běžně obchodovatelná a nehrozí u nich riziko likvidity. Na základě těchto závěrů lze cíl práce považovat za splněný.

Pro získání větší jistoty, že bychom byli schopni ustát extrémnější události, lze využít stress test, modelující prudké poklesy trhu. Domnívám se, že do měření byly použity aktiva, u kterých nehrozí trvalý pokles, a proto tyto testy není nutné provádět.

POUŽITÁ LITERATURA

[1] ALEXANDER, Carol. Market risk analysis. Volume IV. Hoboken, NJ: Wiley, 2008-. ISBN 978-0-470-99788-8.

[2] AMBROŽ, Luděk. Měření rizika ve financích. Praha: Ekopress, 2011. ISBN 978-80-86929-76-7.

[3] CARLSON, Mark. A Brief History of the 1987 Stock Market Crash with a Discussion of the Federal Reserve Response. Online. In: . S. 3-15. Dostupné z: https://www.federalreserve.gov/pubs/feds/2007/200713/200713pap.pdf. [cit. 2024-03-24].

[4] Encyklopedický slovník pojmů: solventní kapitálový požadavek [online]. In: . s. 82 [cit. 2024-03-24]. Dostupné z: https://www.cap.cz/en/slovnikenc?start=810

[5] FELCMAN, Adam. Value at Risk: Historická simulace, varianční kovarianční metoda a Monte Carlo simulace. Online, diplomová práce. Praha: Vysoká škola ekonomická v Praze, Fakulta financí a účetnictví, 2012. Dostupné z: https://vskp.vse.cz/33683_value_at_risk_historicka_simulace_variancne_kovariancni_metoda_amonte_carlo_simulace. [cit. 2024-06-10]

[6] GLADIŠ, Daniel. *Naučte se investovat*. 2., rozš. vyd. *Finanční trhy a instituce*. Praha: Grada, 2005. ISBN 80-247-1205-9.

[7] HAYES, Adam. Understanding Tail Risk and the Odds of Portfolio Losses. Online. S. 1. Dostupné z: https://www.investopedia.com/terms/t/tailrisk.asp. [cit. 2024-03-25].

[8] HULL, John. Risk management and financial institutions. Fourth edition. Wiley finance series. Hoboken, New Jersey: Wiley, [2015]. ISBN 978-1-118-95594-9.

[9] *IFund*.Online.C2024.Dostupnéz: https://ifund.cz/?tridaAktiv=5f4a413b37a9382314962bca¤cy=EUR&invg=2&yearhistory=5&invh=5&sri=3-4&sri=5-7&page=1.[cit.2024-07-25].

[10] *Investing*. Online. C2024. Dostupné z: https://www.investing.com/rates-bonds/. [cit. 2024-07-25].

[11] JÍLEK, Josef. Finanční rizika. Finance (Grada). Praha: Grada, 2000. ISBN 80-7169-579-3

[12] JORION, Philippe. Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk. 3rd ed. Hoboken: McGraw-Hill, 2006. ISBN 978-0-07-146495-6.

[13] MACROPTION. Value At Risk (VAR) Limitations and Disadvantages. Online. C2024. Dostupné z: https://www.macroption.com/value-at-risk-var-limitations-disadvantages/. [cit. 2024-06-06].

[14] POLÁK, Michal. Zakomponování rizika likvidity do modelu value at risk. Acta academica karviniensia [online]. Opava: Slezská univerzita v Opavě, 2012, 12(3), 102-113 [cit. 2023-07-02]. ISSN 1212-415X.

[15] SIEGEL, Jeremy J. *Stocks for the Long Run*. 3rd ed. McGraw-Hill, 2002. ISBN 978-0071370486.

[16] STYBLO BEDER, Tanya. VAR: Seductive but Dangerous. Online. Financial Analysts Journal. 1995, roč. 51, č. 5, s. 12-24. Dostupné z: https://www.jstor.org/stable/4479866. [cit. 2024-06-04].

[17] *Yahoo*. Online. C2024. Dostupné z: https://finance.yahoo.com/. [cit. 2024-07-25].