

UNIVERZITA PARDUBICE

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY  
A INFORMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2025

Bc. Václav Hendrych

Univerzita Pardubice  
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Optimalizace elektronického vychylování anténního svazku  
Diplomová práce

Univerzita Pardubice  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Akademický rok: 2024/2025

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Václav Hendrych**  
Osobní číslo: **I23265**  
Studijní program: **N0714A060018 Komunikační a radarové systémy**  
Téma práce: **Optimalizace elektronického vychylování anténního svazku**  
Zadávající katedra: **Katedra elektroniky a rádiových systémů**

## Zásady pro vypracování

Student se nejprve podrobně seznámí s návrhem a syntézou lineárních anténních řad a anténních polí. Následně se zaměří na varianty a možnosti elektronického vychylování anténního svazku. Podrobně prostuduje problematiku změny tvaru svazku na velikosti jeho vychýlení. Cílem práce bude navrhnout vhodný optimalizační přístup pro návrh amplitudového a fázového rozložení signálu na prvcích anténního pole tak, aby při vychylování anténního svazku byla redukována jeho deformace. Současně student navrhne optimalizační postup pro tvarování vyzařovacího diagramu anténního pole s cílem maximalizovat potlačení rušení přicházejícího z definovaného směru.

Rozsah pracovní zprávy:  
Rozsah grafických prací:  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

Monzingo, R. A., Haupt, R. L., & Miller, T. W. (2011). *Introduction to Adaptive Arrays* (2nd ed.). SciTech Publishing. ISBN: 9781891121579.

Balanis, C. A. (2016). *Antenna Theory: Analysis and Design* (4th ed.). John Wiley & Sons. ISBN: 9781118642061.

MAILLIOUX, Robert J. *Phased Array Antenna Handbook*. 3rd ed. Boston: Artech House, 2018. ISBN 978-1-63081-029-0.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Tomáš Zálabský, Ph.D.**  
Výzkumné centrum FEI

Datum zadání diplomové práce: **8. listopadu 2024**

Termín odevzdání diplomové práce: **23. května 2025**

**prof. Ing. Petr Doležel, Ph.D.** v.r.  
děkan

L.S.

**doc. Ing. Jan Pidanič, Ph.D.** v.r.  
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 11. listopadu 2024

Prohlašuji:

Práci s názvem Optimalizace elektronického vychylování anténního svazku jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne:

Bc. Václav Hendrych

## **PODĚKOVÁNÍ**

Na tomto místě bych chtěl poděkovat vedoucímu mé diplomové práce, panu Ing. Tomáši Zálabskému, Ph.D., za odborné rady a veškerý čas, který mi věnoval. Můj veliký vděk má i moje rodina, která mi byla oporou nejen při studiu.

## **ANOTACE**

Diplomová práce se zabývá optimalizací vychylování hlavního svazku a tvarováním činitele anténní řady. Je zde porovnáno několik metod provádějících syntézu lineární anténní řady. Popsán je i přístup jednotlivých druhů anténních apertur ke změně směru vyzařování signálu do okolí. V některých případech je velmi užitečná možnost nulování vysílání nebo příjmu signálu z určitého směru. Tuto funkci umožňují anténní řady nebo anténní pole. Přidání nulových bodů do činitele anténní řady je jeden ze způsobů obrany proti aktivnímu rušení. Je zde předvedeno i použití konvexní optimalizace a MVDR pro vylepšení činitele anténního pole a přidání nulových bodů.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Anténní řada, syntéza, beamforming, optimalizace

## **TITLE**

Optimization of Electronic Beam Steering for Antenna Arrays

## **ANNOTATION**

The thesis deals with the optimization of the main beam steering and shaping factor of the antenna array. Several methods performing linear array synthesis are compared. The approach of different types of antenna apertures to change the direction of signal radiation to the surroundings is also described. In some cases, the ability to null the transmission or reception of a signal from a particular direction is very useful. This function is made possible by antenna arrays. Adding null points to the array factor is one way to defend against active interference. The use of convex optimization and MVDR to improve the antenna array factor and add null points is also demonstrated.

## **KEYWORDS**

Antenna array, synthesis, beamforming, optimization

# OBSAH

SEZNAM ILUSTRACÍ A TABULEK.....	10
SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK .....	12
ÚVOD .....	13
1 Lineární anténní řada .....	15
1.1 Činitel lineární anténní řady .....	16
2 Syntéza lineární anténní řady.....	17
2.1 Rovnoměrné rozložení.....	18
2.2 Trojúhelníkové rozložení.....	19
2.3 Taylorova syntéza .....	20
2.4 Dolph-Chebyshevova syntéza.....	22
2.5 Fourierova syntéza.....	24
3 Řešení anténních řad a polí.....	25
3.1 Pevné rozvody – otočné antény .....	25
3.2 ESA.....	27
3.3 AESA.....	28
4 Beamforming .....	29
4.1 Vychylování anténního svazku.....	29
5 Optimalizace rozložení signálu na apertuře antény .....	35
5.1 Konvexní optimalizace .....	37
5.2 Potlačení rušení (nulování) s využitím metody konvexní optimalizace .....	45
5.3 Potlačení rušení (nulování) s využitím algoritmu MVDR.....	48
5.3.1 Model přijatého signálu pro algoritmus MVDR.....	48
5.3.2 Aplikace MVDR v AESA radarových systémech.....	49
5.3.3 Vícesměrové MVDR zpracování.....	52
5.3.4 Citlivost MVDR beamformingu na chyby v odhadu DOA .....	54

5.3.5 Praktická implementace v prostředí s přítomností rušení.....	56
ZÁVĚR .....	59
POUŽITÁ LITERATURA .....	61
SEZNAM PŘÍLOH.....	66

## SEZNAM ILUSTRACÍ A TABULEK

Obrázek 1 Lineární anténní řada [2] .....	15
Obrázek 2 Činitel lineární anténní řady s 16 elementy .....	16
Obrázek 3 Graf vlevo znázorňuje činitel lineární anténní řady a graf vpravo znázorňuje rovnoměrné rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady .....	18
Obrázek 4 Graf vlevo znázorňuje činitel lineární anténní řady a graf vpravo znázorňuje trojúhelníkové rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady .....	19
Obrázek 5 Graf vlevo znázorňuje činitel lineární anténní řady pro Taylorovu syntézu a graf vpravo znázorňuje rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady .....	21
Obrázek 6 Graf vlevo znázorňuje činitel lineární anténní řady pro Dolph-Chebyschevovu syntézu a graf vpravo znázorňuje rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady .....	23
Obrázek 7 Modře je zobrazen činitel anténní řady pro Fourierovu syntézu a červeně požadovaný tvar činitele .....	25
Obrázek 8 a) Řez jednoho kanálu koaxiální rotační spojky a b) soustava pěti koaxiálních rozačnických spojek [11] .....	26
Obrázek 9 Elektronicky řízené pole [15] .....	27
Obrázek 10 Schéma radaru AESA [17] .....	28
Obrázek 11 Změna rozteče mezi elementy anténní řady .....	31
Obrázek 12 Deformace vyzařovacího diagramu v závislosti na rozteči mezi elementy .....	32
Obrázek 13 Vychýlení anténního svazku o $-30^\circ$ .....	33
Obrázek 14 Vychýlení anténního svazku o $-60^\circ$ .....	34
Obrázek 15 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci .....	39
Obrázek 16 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci bez vychýlení hlavního svazku .....	41
Obrázek 17 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci s vychýlením hlavního svazku o $20^\circ$ .....	42
Obrázek 18 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci s vychýlením hlavního svazku o $45^\circ$ .....	43
Obrázek 19 Činitel anténního pole bez konvexní optimalizace a vychýlením hlavního svazku o $45^\circ$ .....	44
Obrázek 20 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci s vychýlením hlavního svazku a nulovými body .....	46

Obrázek 21 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci s vychýlením hlavního svazku o $-5^\circ$ a nulovým bodem.....	47
Obrázek 22 - 2D směrový diagram (klasický směrový beamformer).....	57
Obrázek 23 - 2D směrový diagram (MVDR beamformer).....	58

## SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

SLS	Side Lobe Suppression (potlačení postranních laloků)
SLL	Side Lobe Level (úroveň postranních laloků)
PESA	Passive Electronically Scanned Array
ESA	Electronically Steered Array (elektronicky řízené anténní pole)
BSC	Beam Steering Controller (ovladač vychylování svazku)
AESA	Active Electronically Steered Array (aktivní elektronicky řízené anténní pole)
ECCM	Electronic Counter-Countermeasures (elektronická proti-protiopatření)
ECM	Electronic Countermeasures (elektronická protiopatření)
SOCP	Second-Order Cone Programming (optimalizace s kuželovými omezeními druhého řádu)
MVDR	Minimum Variance Distortionless Response (minimální odchylka bez zkreslení)
SNR	Signal-to-Noise Ratio (poměr signálu a šumu)
DOA	Direction of Arrival (směr příchodu)
MUSIC	Multiple Signal Classification (klasifikace vícenásobného signálu)
ESPRIT	Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques (odhad parametrů signálu pomocí technik rotační invariance)
FFT	Fast Fourier Transform (rychlá Fourierova transformace)
LCMV	Linearly Constrained Minimum Variance (lineárně omezený minimální rozptyl)
GSC	Generalized Sidelobe Canceller (zobecněné potlačení postranních laloků)
STAP	Space-Time Adaptive Processing (časoprostorové adaptivní zpracování)

## ÚVOD

V mnoha moderních radarových, senzorových a radiokomunikačních systémech představuje cílené řízení směru vyzařování elektromagnetického signálu klíčovou funkcí pro dosažení požadovaného prostorového pokrytí, zvýšení efektivity přenosu a zajištění odolnosti vůči rušení. Možnost směřovat vyzařovaný signál do konkrétního směru umožňuje nejen lepší využití energetického rozpočtu vysílače, ale také selektivní příjem signálu v přítomnosti vícecestného šíření nebo interferenčních zdrojů. Vysoká směrovost navíc přispívá k dosažení vyšší prostorové rozlišovací schopnosti a snížení pravděpodobnosti odposlechu nebo detekce nežádoucími subjekty.

Změnu směru vyzařování lze technicky realizovat různými způsoby. Tradiční metodou je mechanické natáčení celé anténní struktury, které však vykazuje omezenou rychlost, vyšší opotřebení mechanických částí a nižší flexibilitu. Moderní systémy proto stále častěji využívají elektronické vychylování svazku, které spočívá v řízeném zpoždění (resp. fázování) signálu mezi jednotlivými anténními prvky. Tím dochází k vytvoření požadovaného směru hlavního vyzařovacího laloku bez jakéhokoli mechanického pohybu. Tato technologie je využívána zejména v systémech s fázovanými anténními poli (phased arrays) – jak pasivními (PESA), tak aktivními (AESA), a vyznačuje se vysokou rychlostí přepnutí směru, přesností a schopností simultánního sledování více směrů.

Vedle řízení samotného směru vyzařování je zásadní i možnost ovlivnit tvar vyzařovací charakteristiky. Tento tvar, často popisovaný tzv. činitelem anténní řady (array factor), lze ovlivnit několika způsoby. Základním parametrem je geometrické uspořádání anténních prvků a jejich vzájemné vzdálenosti. Klíčovou roli však hraje také nastavení amplitud a fází buzení jednotlivých elementů, díky čemuž lze formovat vyzařovací laloky, potlačit postranní laloky (sideloby), zavést nulové body do specifických směrů nebo zvýšit selektivitu vůči cílovému signálu.

Cílem této diplomové práce je tedy nejen analyzovat základní vlastnosti lineárních a plošných anténních polí, ale především navrhnout a implementovat pokročilé metody elektronického formování svazku, které využívají moderní přístupy – zejména konvexní optimalizaci a adaptivní beamforming (např. MVDR). Tyto metody umožňují realizovat směrové charakteristiky s přesně definovanými parametry, potlačit nežádoucí signály a rušení přicházející z konkrétních směrů a zvýšit celkovou výkonnost systému v elektromagneticky náročném prostředí.

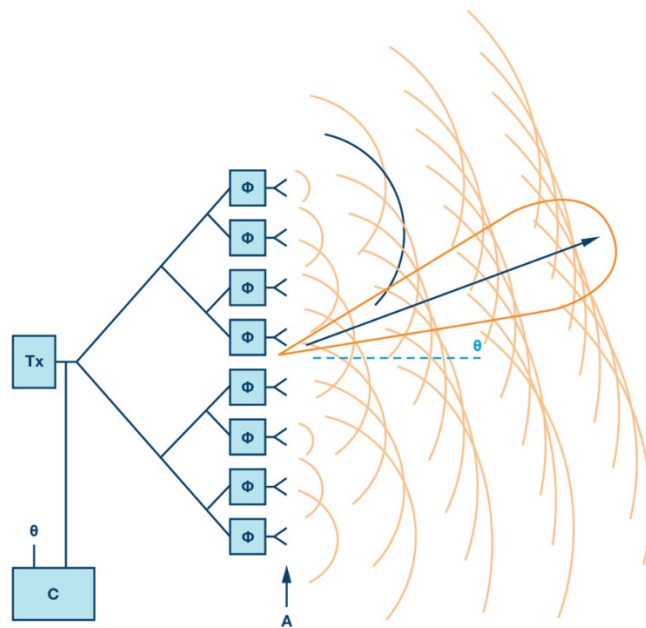
První část práce se věnuje teoretickému úvodu do problematiky lineárních anténních řad, jejich parametrů a prostorového vyzařování. V následující části jsou popsány klasické syntézní metody pro formování vyzařovací charakteristiky a vliv rozložení amplitudy na postranní laloky.

Třetí kapitola je zaměřena na přehled různých anténních apertur a systémů, které umožňují elektronické řízení směrových vlastností. Čtvrtá část dále podrobně rozebírá princip vychylování anténního svazku v závislosti na geometrii rozmístění anténních prvků.

Pátá a zároveň nejzásadnější část práce se zaměřuje na optimalizaci rozložení signálu na apertuře, přičemž hlavní důraz je kladen na využití konvexní optimalizace jako nástroje pro zlepšení směrových vlastností. Tato kapitola zahrnuje i praktické řešení úlohy nulování signálu ve zvolených směrech, což je klíčové například při potlačení rušení nebo odrazů. V závěru jsou prezentovány výsledky simulací MVDR beamformingu a jejich porovnání s klasickým přístupem, čímž je prokázán přínos použití moderních optimalizačních a adaptivních metod pro prostorové zpracování signálů.

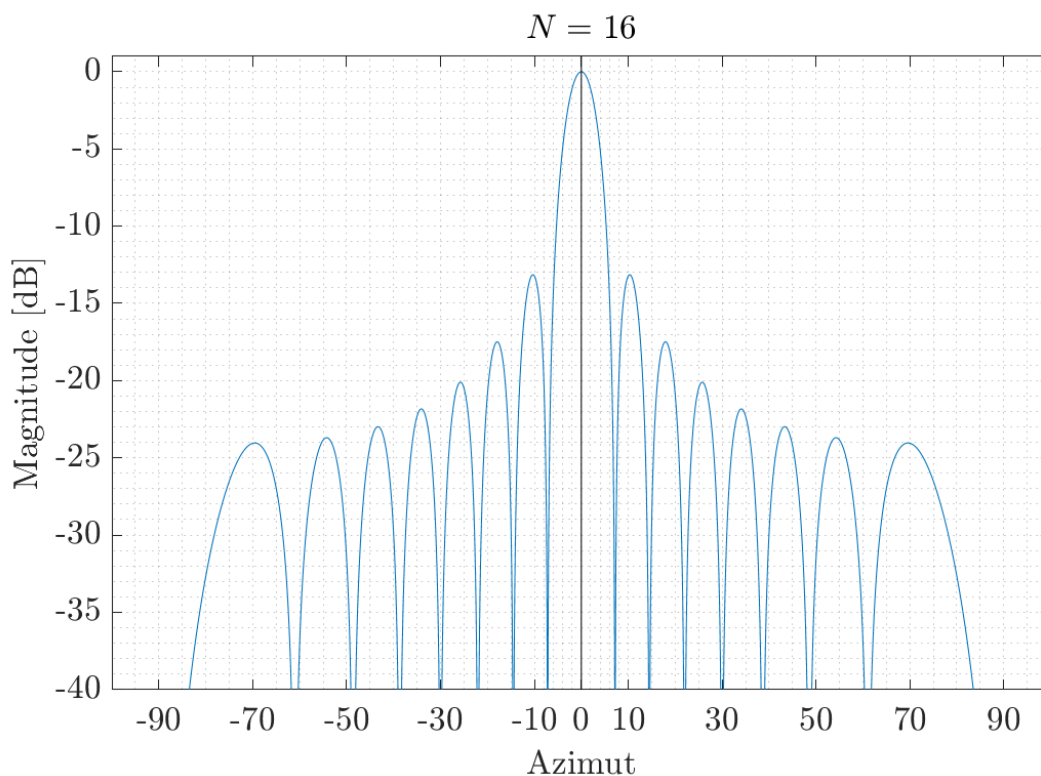
# 1 Lineární anténní řada

Anténní řada je seskupení více obvykle identických zářičů umístěných v řadě vedle sebe. Anténní prvky mohou být rozloženy ve více řadách a tvořit tak pomyslnou matici zářičů označovanou jako anténní pole. Použití anténní řady či anténního pole, místo jedné antény o jednom prvku má mnoho výhod. Jednou z nejvýznamnějších výhod je možnost nastavovat jednotlivé amplitudy a fáze signálu přiváděného na jednotlivé prvky anténního pole a tím dosáhnout požadovaných tvarů vyzařovací charakteristiky, nebo změnit směr vyzařování bez nutnosti fyzického otáčení anténou. Cenou za tyto výhody je zvýšená komplexnost systému a vyšší cena [1].



Obrázek 1 Lineární anténní řada [2]

Vyzařovací charakteristiky jednotlivých prvků v anténní řadě se konstruktivně kombinují a vytváří tak hlavní lalok ve směru vyzařování. Kombinací vyzařovacích charakteristik jednotlivých prvků se tvoří i vedlejší laloky, avšak ty již neobsahují takové množství energie jako hlavní svazek. Vyzařovací charakteristika anténní řady obsahuje výrazné propady v místech, kde se vyzařovací charakteristiky od jednotlivých elementárních zářičů destruktivně kombinují. Účelem anténní řady je maximalizovat vysílanou energii v hlavním svazku a zároveň minimalizovat energii vyzářenou vedlejšími laloky.



Obrázek 2 Činitel lineární anténní řady s 16 elementy

Tento graf zobrazuje činitel lineární anténní řady skládající se ze 16 jednotlivých prvků s rozestupem  $\lambda/2$  a rovnoměrným rozložením amplitud signálu. Na vodorovné ose je zobrazen úhel vyzařování a na svislé ose je velikost amplitudy činitele anténní řady v decibelech. Hlavní svazek je v úhlu  $0^\circ$  a vedlejší laloky se postupně snižují.

## 1.1 Činitel lineární anténní řady

Činitel lineární anténní řady závisí na několika parametrech charakterizujících anténní řadu. Mezi hlavní parametry patří počet jednotlivých elementů, ze kterých je anténní řada tvořena. Tyto elementy jsou od sebe rovnoměrně vzdáleny. Velikost rozestupu jednotlivých elementů je dalším parametrem, který hraje roli na výsledné vyzařovací charakteristice.

Činitel lineární anténní řady popisuje chování apertury, která je tvořena izotropními zářiči. K vypočtení vyzařovacího diagramu anténní řady je zapotřebí k činiteli anténní řady přičíst vyzařovací diagram jednoho elementu, ze kterých je anténní řada tvořena. Vyzařovací diagram jednoho elementu anténní řady popisuje průběh vyzařování elementu a od izotropního zářiče se liší především jistou směrovostí a ziskem, jelikož izotropní zářič vyzařuje energii rovnoměrně do všech směrů [3].

Úroveň potlačení postranních laloků SLS (Side Lobe Suppression) lze regulovat pomocí vhodného nastavení amplitud (případně fází) signálu na jednotlivých anténních elementech

v anténní řadě. Proces určení vhodného rozložení amplitud, potažmo fází signálu na anténních prvcích se nazývá syntézou anténní řady.

Pro změnu směru vyzařování anténní řady je potřeba změnit fázi vysílaného signálu na jednotlivých elementech anténní řady. Tato změna fáze zajistí vychýlení vyzařovaného anténního svazku v závislosti na rozdílu fáze mezi jednotlivými prvky [4].

Činitel lineární anténní řady se počítá pomocí rovnice (1.1). Výsledné zobrazení ukazuje obrázek 2, kde je zobrazen činitel lineární anténní řady s 16 elementy.

$$f_{AF}(\theta) = \frac{1}{C} \sum_{n=1}^N A_n \cdot e^{j(\varphi_n + \frac{2\pi}{\lambda} n \cdot d \cdot \sin(\theta))} \quad (1.1)$$

Kde:

$f_{AF}(\theta)$  – činitel anténní řady

$C$  – normovací koeficient, aby maximum činitele anténní řady bylo 0 dB

$N$  – počet jednotlivých elementů anténní řady

$A_n$  – amplituda  $n$ -tého prvku anténní řady

$\Phi_n$  – fáze  $n$ -tého prvku anténní řady

$\lambda$  – vlnová délka

$d$  – rozestup mezi jednotlivými elementy

$\theta$  – úhel v azimutu

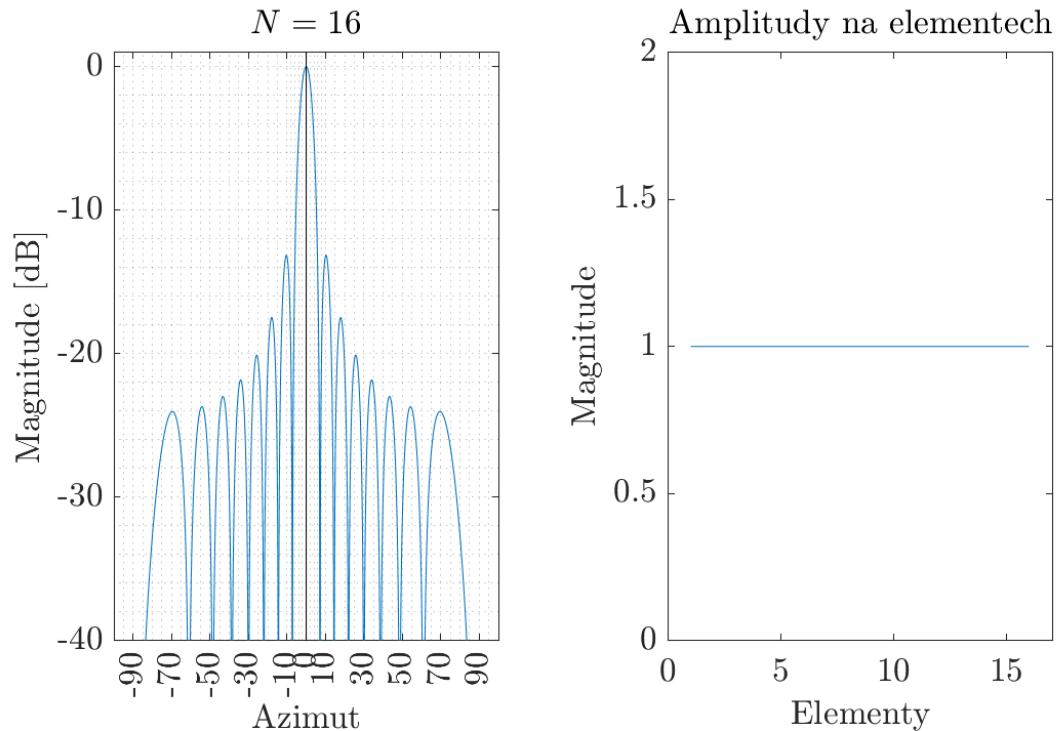
## 2 Syntéza lineární anténní řady

Díky syntéze lineární anténní řady je možné měnit tvar vyzařovacího diagramu a odstup postranních laloků. Je spousta různých syntéz a každá provádí jiné změny ve vyzařování anténní řady. Některé se zaměřují na potlačení vedlejších laloků (SLS) a jiné tvarují vyzařovací diagram do požadovaného tvaru podle zadané předlohy [5].

V následujících kapitolách budou popsány některé syntézy lineární anténní řady zabývající se váhováním amplitud na jednotlivých elementech anténní řady.

## 2.1 Rovnoměrné rozložení

Při použití rovnoměrného rozložení amplitud nedochází ke změnám vyzářovacího diagramu, protože všechny elementy anténní řady mají stejnou amplitudu i fázi.

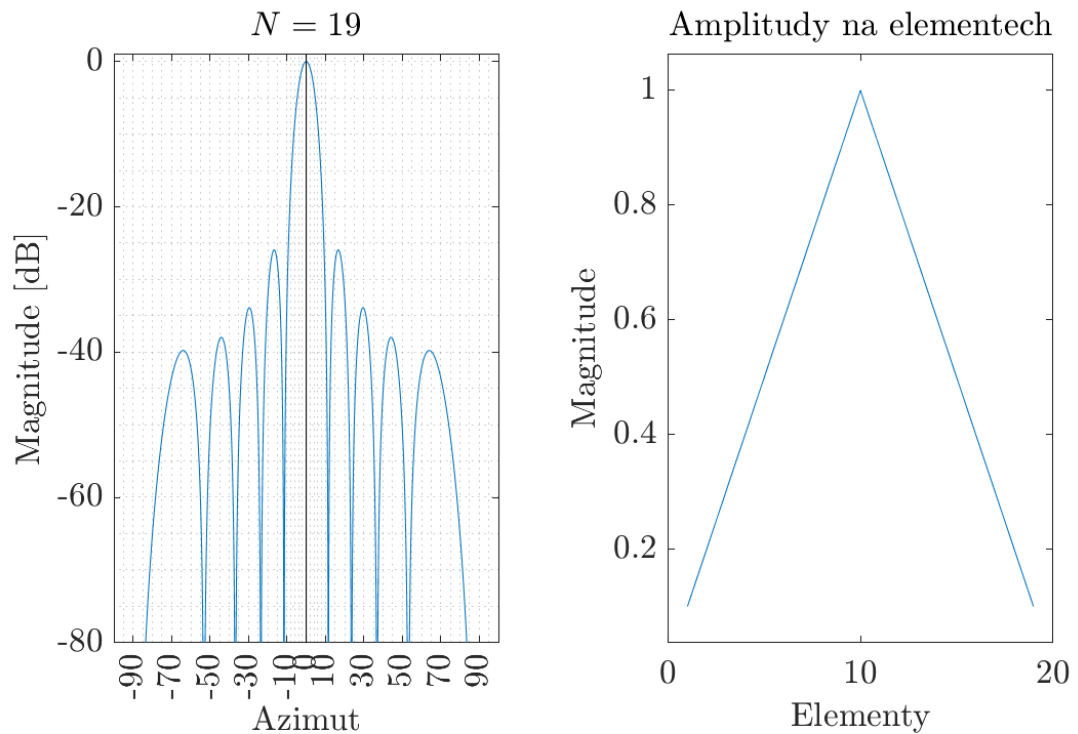


Obrázek 3 Graf vlevo znázorňuje činitel lineární anténní řady a graf vpravo znázorňuje rovnoměrné rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady

Při použití rovnoměrného rozložení amplitud nedochází ke zlepšení potlačení postranních laloků. V tomto případě dosahují postranní laloky hodnoty -13 dB. Tento graf zobrazuje vyzářovací charakteristiku pro anténní řadu čítající 16 prvků a rozestup mezi jednotlivými elementy je  $d = 0,5 \cdot \lambda$ .

## 2.2 Trojúhelníkové rozložení

Při použití tohoto rozložení amplitud dojde, jak vyplývá z názvu, k postupnému snižování velikosti amplitud na jednotlivých elementech anténního pole od středu ke krajům. Tento pokles amplitud nejde až k nule, protože pokud by krajní elementy měly nulovou amplitudu, tak by nikterak neovlivnili výsledný vyzařovací diagram. Proto je volena minimální hodnota, ke které amplitudy postupně se vzrůstající vzdáleností od středu klesají.



Obrázek 4 Graf vlevo znázorňuje činitel lineární anténní řady a graf vpravo znázorňuje trojúhelníkové rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady

V grafu je vykreslena vyzařovací charakteristika anténní řady s trojúhelníkovým rozložením amplitud a 19 elementy, přičemž rozestup mezi jednotlivými elementy je  $d = 0,5 \cdot \lambda$ . Při použití trojúhelníkového rozložení amplitud se zvětší odstup postranních laloků na hodnotu -27 dB.

### 2.3 Taylorova syntéza

Při použití Taylorovy syntézy se velikost amplitudy na jednotlivých elementech anténní řady vypočítají pomocí Taylorova polynomu. Pro vypočtení tohoto polynomu je možné využít funkci v programu Matlab s názvem „taylorwin“. Do této funkce se zadávají tři parametry. Prvním je počet jednotlivých elementů v anténní řadě, druhým parametrem je řád Taylorova polynomu a třetím parametrem je požadovaný odstup postranních laloků. Amplitudové rozložení signálu přiváděného na lineární anténní řadu lze vypočítat následujícím postupem [6].

$$A_n = 2 \sum_{m=1}^M F_m \cos \left( 2\pi m \frac{k_n - \frac{1}{2}N + \frac{1}{2}}{N} \right) \quad (2.1)$$

Kde:

M – řád Taylorova polynomu

N – počet elementů anténní řady

$k \in \{0, N-1\}$

Hodnoty členu  $F_m$  se vypočítají následujícím postupem:

$$F_m = \frac{(-1)^{m+1} a_m}{2b_m} \quad (2.2)$$

Kde:

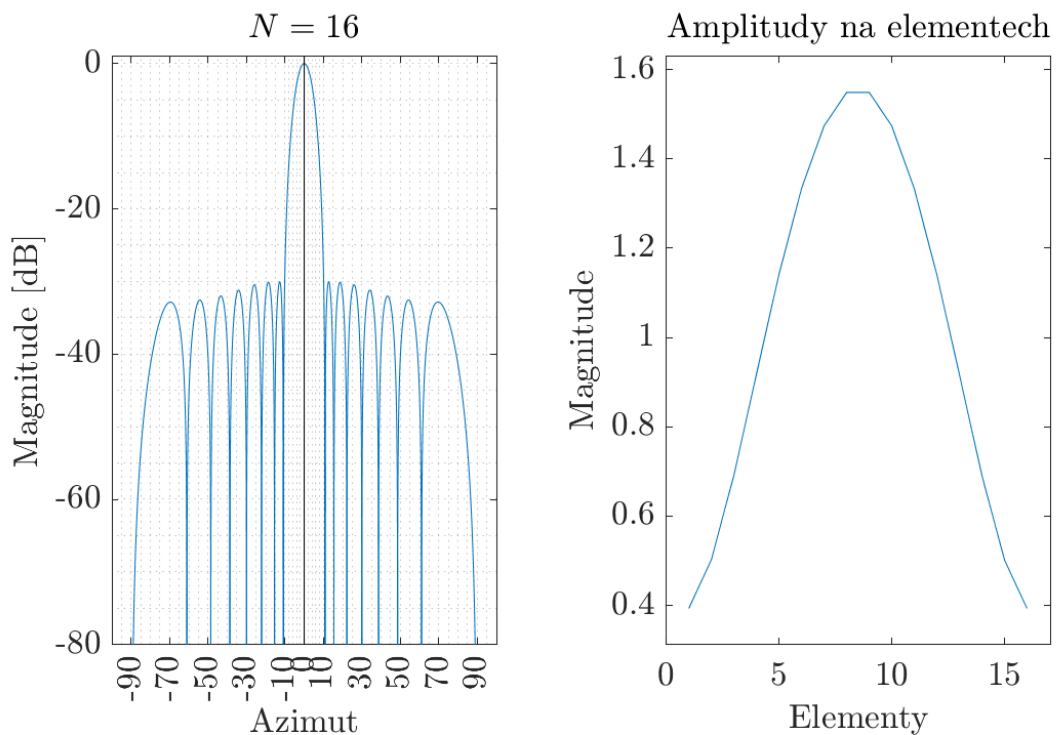
$$a_m = \text{prod} \left( \frac{1 - \frac{m^2}{\tau}}{A^2 + \left(x - \frac{1}{2}\right)^2} \right); \quad b_m = \text{prod} \left( \frac{1 - m^2}{y^2} \right)$$

$$\tau = \frac{M^2}{A^2 + \left(M - \frac{1}{2}\right)^2}; \quad A = \frac{\cosh \left( 10^{-\frac{SLL}{20}} \right)}{\pi} \quad (2.3)$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ M \end{pmatrix}; \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ M - 1 \end{pmatrix}$$

Kde: prod – vyjadřuje matematickou operaci provádějící součin prvků sloupcového vektoru

Velikost zadaného řádu Taylorova polynomu má značný vliv na výsledný činitel anténní řady. Zvolíme-li řád Taylorova polynomu jako  $M = 1$ , tak rozložení amplitud signálu přiváděného na lineární anténní řadu je stejné, jako při rovnoměrném rozložení. V takovémto případě má činitel anténní řady stejný průběh jako při rovnoměrném rozložení a postranní laloky mají odstup pouze 13 dB. Se zvyšujícím se řádem Taylorova polynomu se mění rozložení amplitud signálu přiváděného na jednotlivé elementy anténní řady a tím i činitel anténní řady. Výrazné zlepšování činitele anténní řady se zvyšujícím se řádem Taylorova polynomu probíhá až do 4. řádu [7].



Obrázek 5 Graf vlevo znázorňuje činitel lineární anténní řady pro Taylorovu syntézu a graf vpravo znázorňuje rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady

Tento graf zobrazuje rozložení amplitud signálu přiváděného na anténní řadu při použití Taylorovy syntézy 4. řádu pro aperturu čítající 16 elementů a požadovaným odstupem postranních laloků -30 dB. Odečtená hodnota postranních laloků z grafu se shoduje s hodnotou požadovanou.

## 2.4 Dolph-Chebysheva syntéza

Dolph-Chebysheva syntéza provádí rozložení amplitud na jednotlivých elementech anténní řady podle Chebysheva polynomu. Díky tomuto rozložení dosahuje vyzařovací charakteristika velmi úzkého hlavního svazku a zároveň vedlejší laloky mají konstantní úroveň potlačení [5].

Výpočet amplitud signálu přiváděného na jednotlivé elementy anténní řady vychází ze dvou zadaných parametrů. První parametr potřebný pro výpočet je počet jednotlivých elementů lineární anténní řady  $N$ , pro kterou se syntéza provádí, a druhým parametrem je požadovaná úroveň postranních laloků SLL (Side Lobe Level). Výpočet se liší v závislosti na počtu elementů anténní řady. Jestliže je počet elementů anténní řady sudý, použije se výpočet (2.4) a v případě lichého počtu elementů se použije výpočet (2.5) [7].

$$A_n = (2K - 1) \cdot x_0^{2n-1} \cdot \sum_{m=0}^{K-n} (-1)^{K-n-m} \cdot x_0^{2m} \cdot \frac{(K + n + m - 2)!}{m! (2n + m - 1)! (K - n - m)!} \quad (2.4)$$

$$A_n = 2K \cdot x_0^{2n-1} \cdot \sum_{m=0}^{K-n} (-1)^{K-n-m} \cdot x_0^{2m} \cdot \frac{(K + n + m - 1)!}{m! (2n + m)! (K - n - m)!} \quad (2.5)$$

Kde:

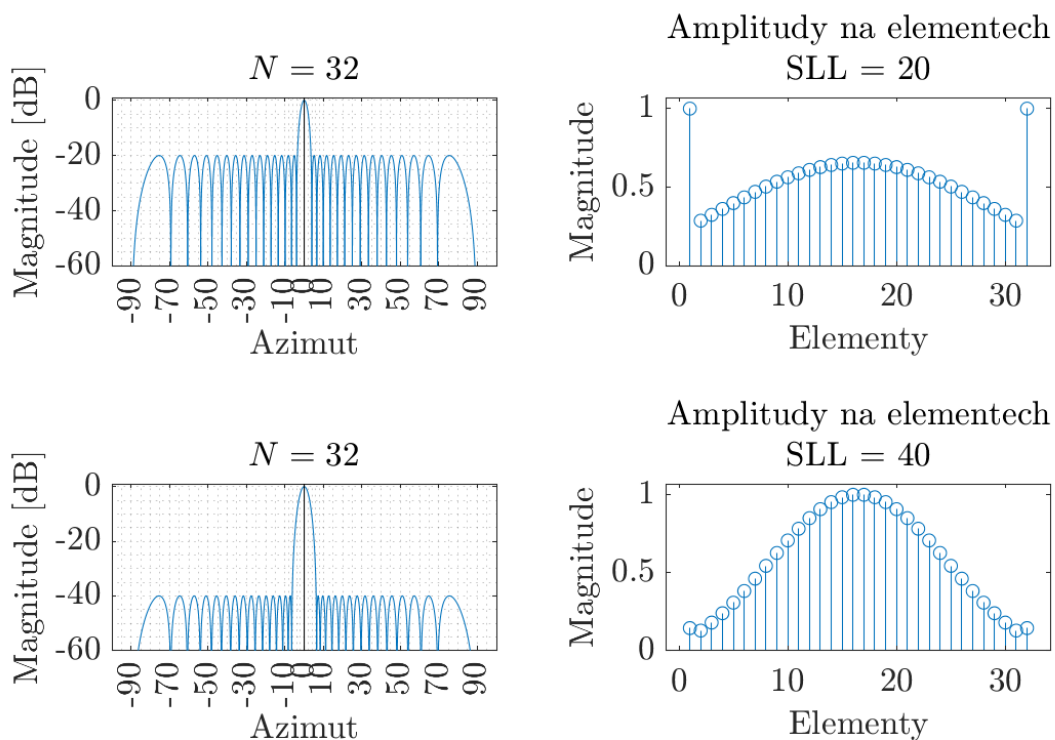
$n$  – index elementu lineární anténní řady

$K = N/2$  v případě sudého počtu elementů anténní řady a  $K = (N - 1)/2$  v případě lichého počtu anténních elementů

$m$  – řád Chebysheva polynomu

$$x_0 = \frac{1}{2} \left[ \left( SLL + \sqrt{SLL^2 - 1} \right)^{\frac{1}{N-1}} + \left( SLL - \sqrt{SLL^2 - 1} \right)^{\frac{1}{N-1}} \right] \quad (2.6)$$

Stejných výsledků při simulaci lze dosáhnout použitím zabudované funkce v softwaru Matlab s názvem „chebwin“. Vstupními parametry této funkce jsou počet elementů lineární anténní řady a požadovaná úroveň postranních laloků.



Obrázek 6 Graf vlevo znázorňuje činitel lineární anténní řady pro Dolph-Chebyschevovu syntézu a graf vpravo znázorňuje rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady

Graf vykresluje závislost mezi rozložením amplitud na anténní řadě o 32 elementech a příslušném činiteli anténní řady. Jsou zde zobrazeny dva případy, kde v prvním jde o potlačení postranních laloků o 20 dB a ve druhém případě jde o 40 dB.

V prvním případě, kdy se jedná o potlačení postranních laloků o 20 dB, je na okrajových elementech anténní řady mnohem vyšší amplituda než na jejich sousedních elementech. Takovéto skokové změny ve velikosti amplitud mohou přinášet komplikace v oblasti signálových rozvodů.

Ve druhém případě, s potlačením postranních laloků o 40 dB, není rozdíl mezi koncovými elementy tak markantní, avšak s větším potlačením postranních laloků přichází i rozšíření hlavního laloku.

## 2.5 Fourierova syntéza

Fourierova syntéza se od předešlých zmíněných liší především v tom, že předcházející syntézy se zaměřovaly na potlačení postranních laloků a na šířku hlavního svazku, přičemž při použití Fourierovy syntézy lze nejen regulovat úroveň postranních laloků, ale je možné celkově tvarovat vyzařovací charakteristiku anténní řady.

Jelikož Fourierova syntéza nemění pouze amplitudy na jednotlivých elementech anténní řady, ale mění na nich i fázi vysílaného signálu, tak lze tvarovat i směr vyzařování hlavního svazku ve vyzařovacím diagramu [1].

Výpočet jednotlivých koeficientů amplitud a fází signálu přiváděného na lineární anténní řadu se liší v závislosti na počtu jednotlivých elementů anténní řady. Pro lichý počet anténních elementů je výpočet podle rovnice (2.7) a pro sudý počet anténních elementů je výpočet podle rovnice (2.8) [7] [8].

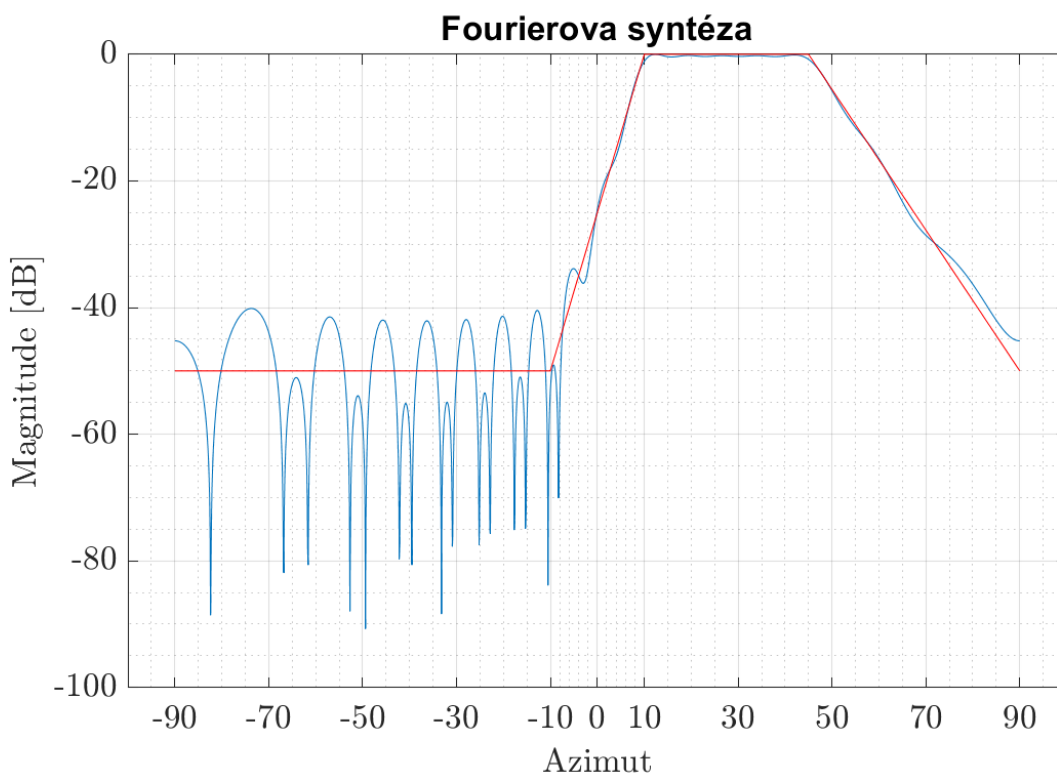
$$a_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f_d(\psi) \cdot e^{-jn\psi} d\psi \quad (2.7)$$

$$a_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} f_d(\psi) \cdot e^{-j(2n-1)\frac{\psi}{2}} d\psi \quad (2.8)$$

Kde:

$f_d(\psi)$  – požadovaný tvar činitele anténní řady

$n$  – index elementu anténní řady



Obrázek 7 Modře je zobrazen činitel anténní řady pro Fourierovu syntézu a červeně požadovaný tvar činitele

V tomto grafu je červenou křivkou znázorněna charakteristika, které jsme chtěli dosáhnout. Modrá křivka reprezentuje činitel anténní řady, který jsme dostali po provedení Fourierovy syntézy na lineární anténní řadě skládající se ze 32 elementů, které jsou od sebe vzdáleny  $0,5 \cdot \lambda$ .

Z grafu si lze všimnout, že maximum vyzařovací charakteristiky se nenachází v úhlu  $0^\circ$ , ale je vychýleno a nachází se v rozmezí od  $10^\circ$  do  $45^\circ$ . Toho je dosaženo tím, že výsledkem Fourierovy syntézy jsou komplexní čísla (koeficienty). Amplitudy na jednotlivých elementech anténní řady jsou dány absolutní hodnotou těchto komplexních koeficientů a jednotlivé fáze argumenty těchto komplexních koeficientů.

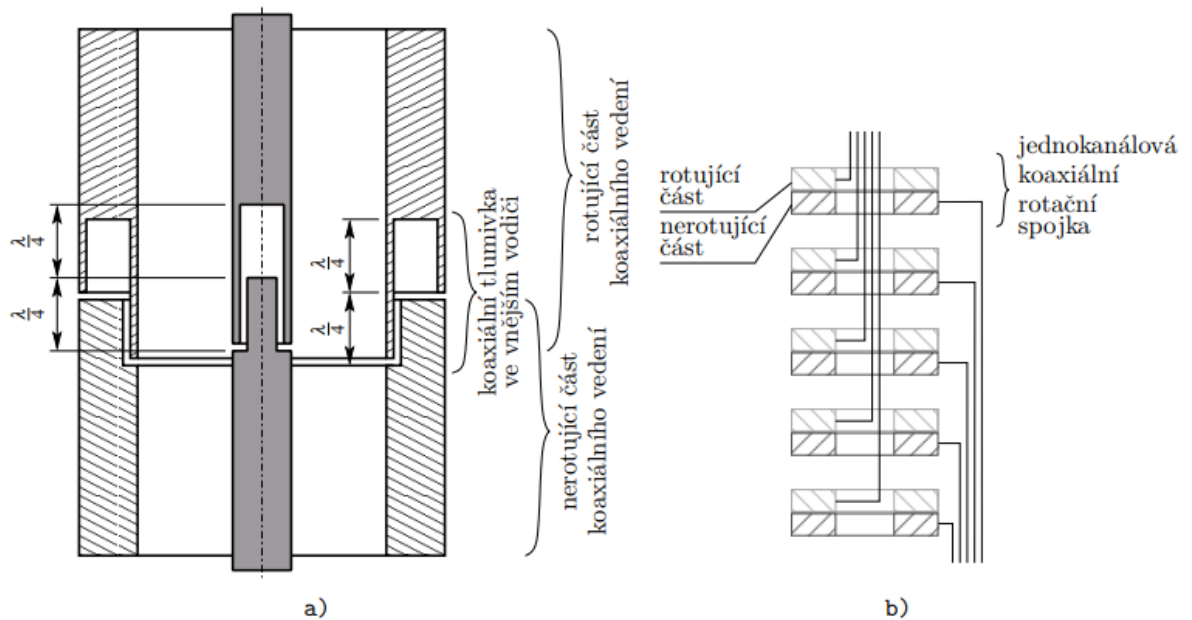
### 3 Řešení anténních řad a polí

#### 3.1 Pevné rozvody – otočné antény

Při mechanickém vychylování svazku se fyzicky otáčí celá anténa nebo anténní řada. Pro otáčení celou anténou se používají elektrické motory. Mechanické otáčení anténou se stává složitou záležitostí, když vezmeme v potaz rozměry antény, její hmotnost a povětrnostní podmínky [9][10].

Důležitou částí otočných antén je spojení statické části systému a otočné části systému. Pro připojení otočné antény a přivedení signálu se používá rotační spojka. Pro spojení dvou koaxiálních vedení lze použít rotační spojka zobrazena na následujícím obrázku. Vnitřní vodiče jsou vedeny středem rotace rotační spojky a vnější vodiče jsou vedeny po obvodu. Spoje vnitřních i vnějších vodičů jsou zakončeny vysokofrekvenčními tlumivkami. Tyto tlumivky jsou konstruovány ze soustavy čtvrtvlnných vedení s různou impedancí. Tímto je realizován efektivní zkrat, přičemž vodiče se nemusí vodivě propojit. Takovouto rotační spojku lze přenášet jeden signál na jednom kmitočtu [11].

Pro přenos několika kanálů se využívají vícekanálové rotační spojky. Dutým vnitřním vodičem procházejí další kanály. Nevýhodou koaxiálních rotačních spojek je nízký přenášený špičkový výkon. Pro zvýšení špičkového přenášeného výkonu lze použít vlnovodnou rotační spojku [11].

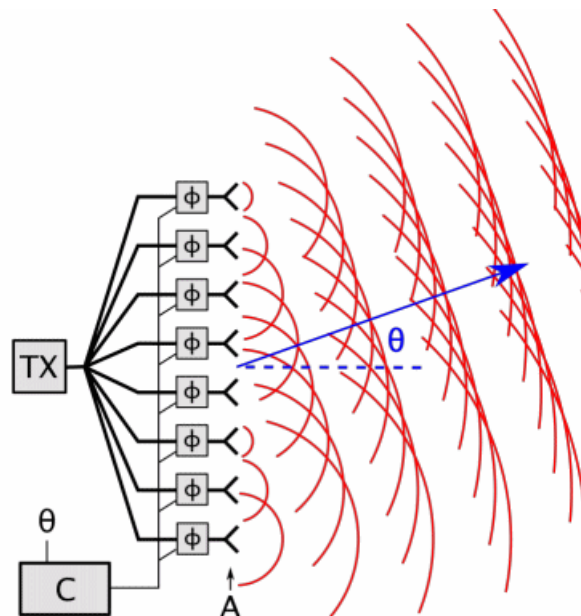


Obrázek 8 a) Řez jednoho kanálu koaxiální rotační spojky a b) soustava pěti koaxiálních rozačních spojek [11]

Při změně směru vyzařování antény pomocí mechanického otáčení si anténa zachovává svůj zisk a je zajištěna flexibilita rozsahu vychylování, avšak tato metoda není vždy výhodná s ohledem na rozměry antény, váhu antény a rychlost změny směru vyzařování. Některé systémy pro mechanické otáčení antén jsou objemné a nákladné. Další nevýhody jsou spojeny s mechanickým selháním v důsledku únavy a opotřebování materiálu [12][13].

### 3.2 ESA

Elektronicky řízené anténní pole (Electronically Steered Array, ESA) se od mechanického řízení směru vyzařování odlišuje především tím, že umožňuje změnu směru vyzařovaného nebo přijímaného signálu bez nutnosti fyzického pohybu samotné anténní apertury. Apertura zůstává pevně umístěna, zatímco požadovaný směr vyzařování či příjmu je dosažen změnou fázového nastavení buzení jednotlivých prvků anténního pole. Tento princip umožňuje velmi rychlou, flexibilní a přesnou změnu směřování, což je zásadní například u moderních radarových a komunikačních systémů [14].



Obrázek 9 Elektronicky řízené pole [15]

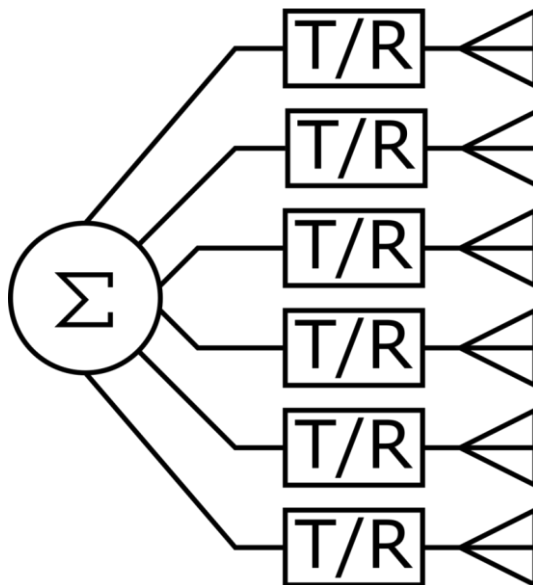
Signálové rozvody v případě ESA antén jsou složitější než u mechanicky ovládaných polí, protože kromě distribuce signálu musí umožňovat dynamickou změnu fáze. Za každým prvkem, případně za skupinou prvků (například sloupcem ve dvourozměrném poli), je umístěn elektronicky řízený fázovač, který upravuje fázi signálu podle požadovaného směru vyzařování. Vytvořením specifického fázového profilu napříč polem lze efektivně řídit směr hlavního vyzařovacího laloku bez fyzického pohybu antény. Fázové posuny jednotlivých prvků jsou řízeny buď místními řídicími jednotkami, obvykle nazývanými Beam Steering Controller (BSC), nebo přímo centrálním procesorem anténního systému [14].

Velkou výhodou oproti mechanickému ovládní směru vyzařování je rychlost změny vyzařování do různých směrů. Změna směru vyzařování při použití anténního pole ESA je možná v rozmezí od  $-60^\circ$  do  $+60^\circ$  a čas pro změnu v tomto rozsahu je méně než milisekunda,

zatím co v případě použití mechanického vychylování svazku je rychlost dána rychlostí použitých motorů a tam může taková změna směru trvat zhruba desetinu sekundy [14].

### 3.3 AESA

Radarové systémy s aktivním elektronicky řízeným polem (Active Electronically Steered Array) se mohou skládat z několika set až několika tisíc vysílacích a přijímacích modulů, přičemž každý z těchto modulů je připojen k jedné elementární anténě. Každý z těchto přijímacích a vysílacích modulů obsahuje i fázovač, který posouvá fázi signálu na jednotlivých elementech anténní řady a zajišťuje tak vychýlení směru vyzařovacího diagramu. Díky řízení fáze na jednotlivých elementech dokáže radar vytvářet, zaměřovat a směřovat tužkové paprsky, kterými je možné sledovat určitá místa v prostoru a pokrýt sledovanou oblast [16].



Obrázek 10 Schéma radaru AESA [17]

Díky tomu že AESA radar má vlastní vysílací a přijímací modul pro každý jednotlivý element anténního pole, tak je možné vysílat více tužkových svazků naráz. Toho lze dosáhnout rozdělením anténního pole do jednotlivých sub polí nebo při použití dostatečně rozdílných frekvencí je možné vysílat více samostatně řízených tužkových svazků najednou a pro každý využívat celé anténní pole [14][17].

Možnost dynamicky řídit směr, tvar i frekvenční charakteristiky vyzařovaného signálu patří mezi klíčové schopnosti moderních radarových systémů. Tyto vlastnosti se uplatňují nejen při sledování a detekci cílů, ale i v oblasti elektronické ochrany (ECCM – Electronic Counter-Countermeasures). Aktivní řízení anténního pole umožňuje například přeladování pracovních frekvencí, změnu směru vyzařování a zejména vytváření směrových nul ve směrech, odkud

přichází rušící signály – tzv. adaptivní nulování. Tím se výrazně ztěžuje možnost rušení nebo klamání radaru protivníkem pomocí prostředků elektronického boje (ECM), a zvyšuje se tak spolehlivost a odolnost radarového systému i v komplikovaném elektromagnetickém prostředí [18] [19].

Velkou výhodou radarů AESA oproti mechanicky řízeným radarům jsou výrazně nižší náklady na životní cyklus a vyšší spolehlivost. To je dáno tím, že u radarů s mechanickým řízením je pouze jeden modul pro vysílač a přijímač. Poškození či znefunkčnění tohoto jednoho modulu vede k selhání celého radaru, avšak při požití radaru AESA je pro každý jednotlivý element anténního pole jeden modul pro přijímač a vysílač. To znamená, že radar stále funguje i v případě, když je několik procent těchto modulů nefunkčních [18].

## 4 Beamforming

Formování paprsku (Beamforming) je technika zpracování signálu, díky které je možné vychylovat, tvarovat a zaměřovat elektromagnetické vlny pomocí soustavy zářičů do požadovaného směru. Tato metoda má využití v mnoha technických aplikacích, jako například radar, sonar, astronomie, akustika, seismologie, lékařské zobrazování a komunikace [20].

### 4.1 Vychylování anténního svazku

Při použití lineární anténní řady je rozestup mezi jednotlivými elementy po celé délce apertury stejný. Míru vychýlení anténního svazku zajišťuje postupný fázový posun signálu, který je přiváděn na jednotlivé zářiče. Fázový posun na jednotlivých elementech anténní řady lze zapsat do vektoru, který je označován jako „vychylovací vektor“ (steering vector). Tento vychylovací vektor obsahuje relativní fázový posun pro jednotlivé elementy anténní řady a je matematicky popsán v rovnici (4.1) [21].

$$a(\Theta) = [1 e^{j\alpha} \dots e^{j\alpha(N-1)}] \quad (4.1)$$

Kde:

$\alpha$  – fázový posun mezi jednotlivými elementy anténní řady

Takto definovaný steering vector  $a(\Theta)$  reprezentuje fázové zpoždění mezi prvky pro rovinnou vlnu přicházející ze směru  $\Theta$ , resp. umožňuje formování svazku tímto směrem při vysílání.

Pokud označíme vektor amplitud a fází buzení jednotlivých prvků jako:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} A_1 e^{j\varphi_1} \\ A_2 e^{j\varphi_2} \\ \vdots \\ A_N e^{j\varphi_N} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Kde:

$\mathbf{w}$  – vektor komplexních buzení jednotlivých prvků (amplituda a fáze)

$A_n$  – amplituda buzení n-tého prvku

$\varphi_n$  – fázový posun n-tého prvku

Pak výsledný signál vyzářovaný do směru  $\theta$  lze popsat jako skalární součin vychylovacího vektoru  $\mathbf{w}$  a tzv. steering vectoru  $a(\theta)$

$$y(\theta) = \mathbf{w}^H \cdot a(\theta) \quad (4.3)$$

Kde symbol  $\mathbf{w}^H$  označuje hermitovský (konjugovaně transponovaný) vektor buzení.

Tvar vyzářovací charakteristiky záleží i na rozestupu jednotlivých elementů od sebe. Minimální vzdálenost je většinou limitována fyzickými rozměry jednotlivých zařízení a technologickou proveditelností. Při zvolení příliš velkého rozestupu mezi jednotlivými elementy dochází k deformaci vyzářovací charakteristiky. Maximální rozstup závisí na požadovaném maximálním vychylování anténního svazku a na vlnové délce použitého signálu. Při vychylování hlavního svazku do maximální polohy se na opačné straně vyzářovacího diagramu objevují tzv. difrakční laloky. K jejich potlačení se používá matematický výpočet, který určuje maximální rozstup jednotlivých anténních elementů a ten je popsán rovnicí (4.4) [21].

$$\frac{d}{\lambda} \leq \frac{1}{1 + \sin \theta_{max}} \quad (4.4)$$

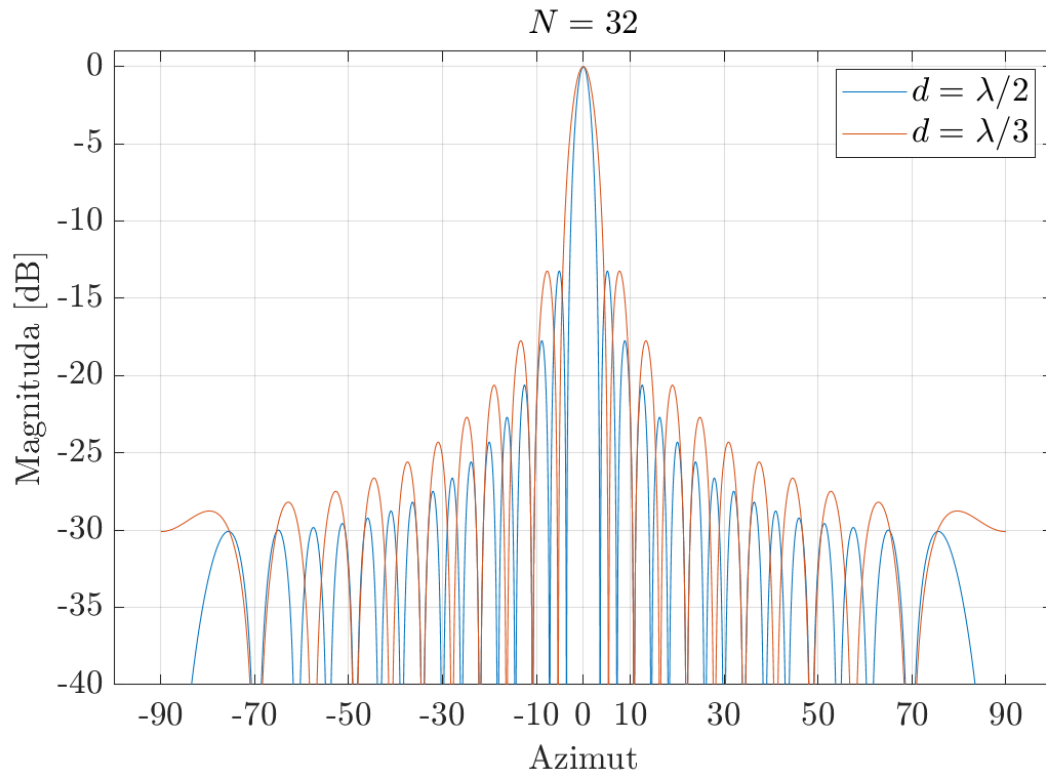
Kde:

$d$  – rozstup jednotlivých elementů v anténní řadě

$\lambda$  – vlnová délka vysílaného signálu

$\theta_{max}$  – maximální úhel vychýlení anténního svazku

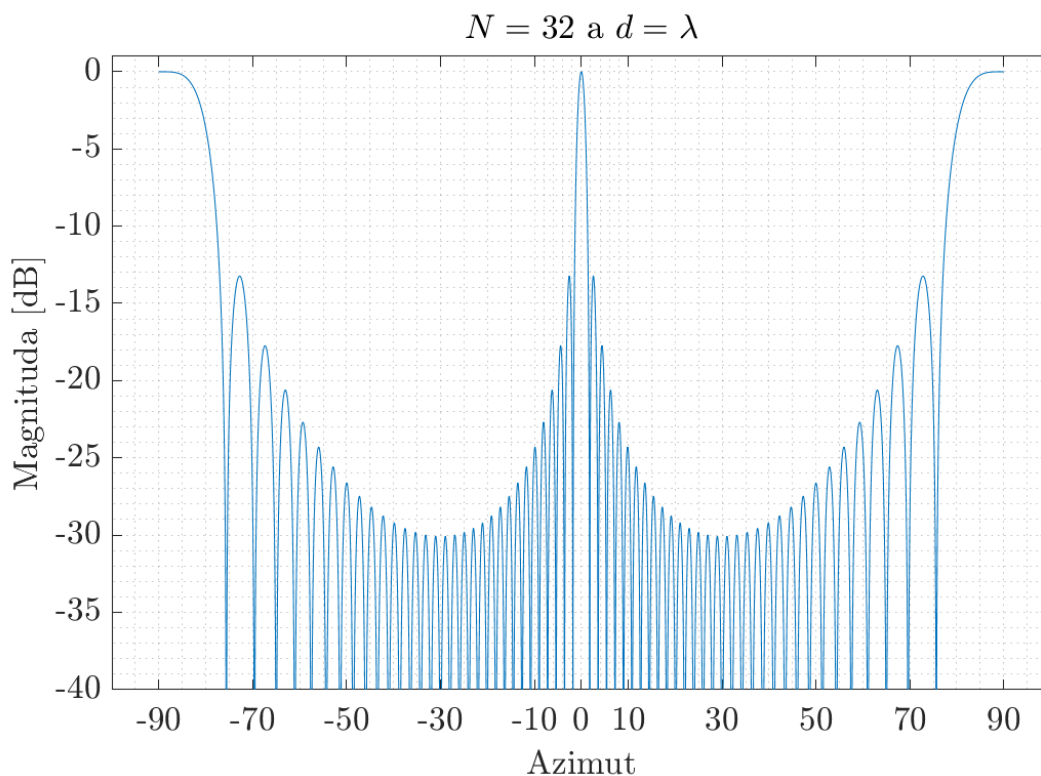
Z tohoto výpočtu vyplývá, že při maximálním vychýlení hlavního svazku  $\pm 90^\circ$  je maximální rozteč mezi jednotlivými anténními elementy pro potlačení difrakčních laloků rovna  $d = 0,5 \cdot \lambda$ . Pro běžné použití se většinou využívá maximální vychýlení hlavního svazku  $\pm 60^\circ$ . V takovémto případě je poté mezní rozestup mezi jednotlivými elementy  $d = 0,54 \cdot \lambda$ .



Obrázek 11 Změna rozteče mezi elementy anténní řady

Na tomto obrázku lze pozorovat činitel anténní řady čítající 32 elementů. Modrou křivkou je vykreslen pro rozestup jednotlivých elementů  $d = \lambda/2$  a křivkou oranžové barvy je vykreslen činitel anténní řady s rozestupem jednotlivých elementů  $d = \lambda/3$ . V tomto případě nedochází k vychýlování hlavního svazku, ale i v základní poloze se vyskytují jisté rozdíly mezi vyzářovacími charakteristikami v závislosti na rozestupu elementů.

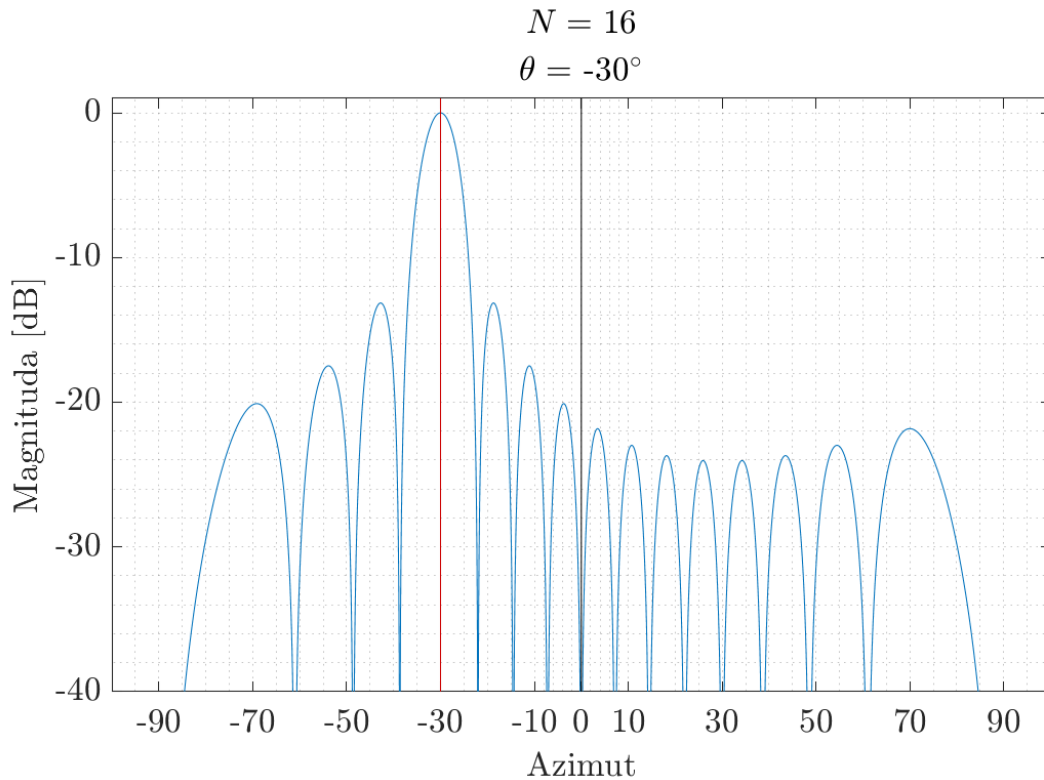
Při použití menšího rozestupu mezi jednotlivými anténními elementy je možné pozorovat mírné rozšíření hlavního laloku. Rozdíly se vyskytují i v průběhu vedlejších laloků, kdy v případě rozestupu elementů  $d = \lambda/2$  je jejich pokles rychlejší.



*Obrázek 12 Deformace vyzařovacího diagramu v závislosti na rozteči mezi elementy*

V tomto grafu je znázorněn vyzařovací diagram pro anténní pole skládající se ze 32 elementů se vzájemným rozestupem  $d = \lambda$ . Zde lze pozorovat výraznou deformaci vyzařovacího diagramu zapříčiněnou už příliš velkým rozestupem mezi jednotlivými elementy anténní řady. Difrakční laloky dosahují v úhlech  $\pm 90^\circ$  stejné hodnoty, jako hlavní lalok nacházející se ve středu vyzařovacího diagramu.

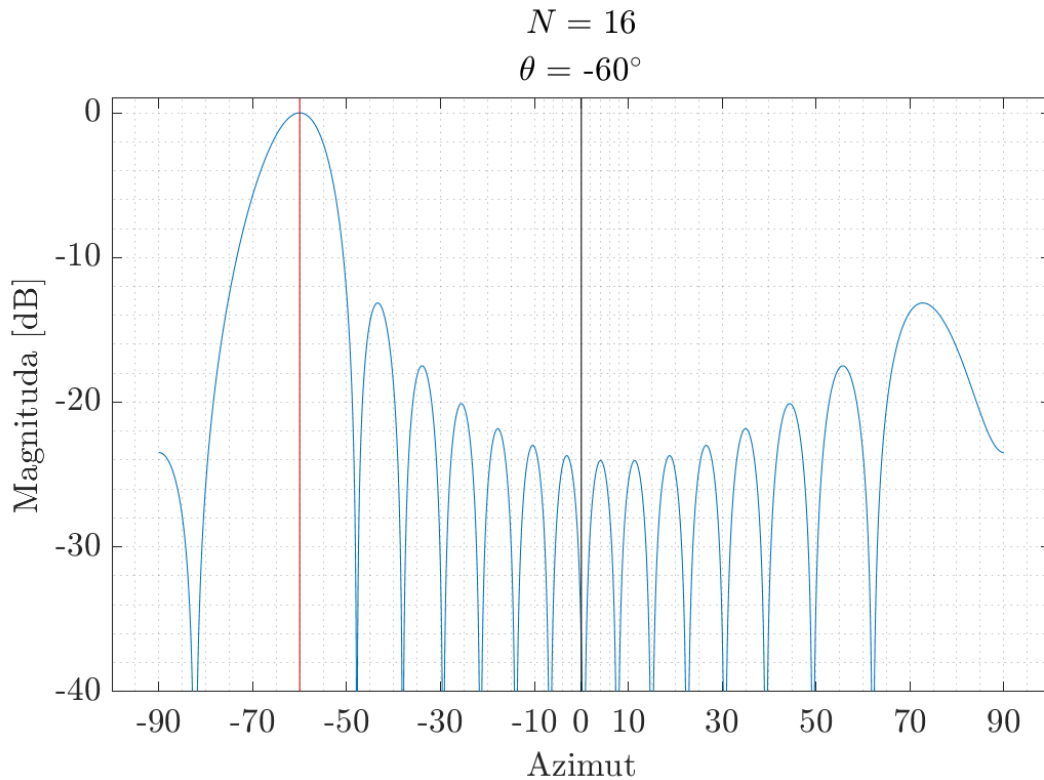
Pro následné vychylování hlavního svazku bude simulována lineární anténní řada, ve které je vzdálenost mezi jednotlivými elementy  $d = \lambda/2$ . Takovéto rozložení jednotlivých elementů teoreticky umožňuje vychylování hlavního svazku o  $\pm 90^\circ$  a při vychylování pouze o  $\pm 60^\circ$  je podmínka z rovnice (4.4) taktéž splněna.



Obrázek 13 Vychýlení anténního svazku o  $-30^\circ$

Při vychýlování hlavního svazku se objevují difrakční laloky, které lze potlačit vhodně zvoleným rozestupem jednotlivých anténních elementů, avšak dochází i k rozšíření vychýleného hlavního svazku.

Ve vyzařovacím diagramu pro anténní řadu čítající 16 elementů a amplitudy jednotlivých elementů mají rovnoměrné rozložení je šířka hlavního laloku pro pokles o 3 dB rovna  $6,3^\circ$ . Po vychýlení hlavního svazku stejné anténní řady o  $\pm 30^\circ$  dojde k rozšíření hlavního svazku na hodnotu  $7,35^\circ$ . Rozšiřování hlavního svazku je úměrné hodnotě  $\frac{1}{\cos \theta}$ . Tento vztah platí pouze pro menší hodnoty vychýlení. V případě větších úhlů vychýlení hlavního svazku dochází k jeho výraznějšímu rozšiřování.



*Obrázek 14 Vychýlení anténního svazku o  $-60^\circ$*

Pro hlavní svazek lineární anténní řady skládající se ze 16 elementů, které mají rovnoměrné rozložení amplitud, je jeho rozšíření pro vychýlení o  $\pm 60^\circ$  mnohem větší. V této poloze má hlavní svazek šířku při poklesu o 3 dB rovnou  $13^\circ$ .

Vychýlení hlavního svazku do větších úhlů způsobuje deformaci jeho tvaru. Jak je patrné z obrázku 14, při vychýlení svazku o  $-60^\circ$  dochází k narušení symetrie vyzařovací charakteristiky. Strana svazku orientovaná směrem k vyšším úhlům vykazuje pomalejší pokles než strana směřující k nulovému úhlu, což vede k asymetrickému profilu vyzařování.

Na opačné straně vyzařovacího diagramu vzrůstá hodnota difrakčního laloku. Tyto jevy lze do jisté míry redukovat použitím vhodného rozložení amplitud signálu na jednotlivých elementech anténní řady. Takovéto chování má za následek to, že v praxi se nepoužívá vychýlení hlavního svazku větší než  $\pm 60^\circ$ .

## 5 Optimalizace rozložení signálu na apertuře antény

V soudobých anténních systémech představuje optimalizace rozložení signálu na apertuře antény klíčový nástroj pro dosažení požadovaných vyzařovacích vlastností antény radaru, jako je směrovost, tvar hlavního svazku, potlačení postranních laloků či adaptivní reakce na elektromagnetické rušení. Tento proces spočívá v nalezení takového rozložení amplitud a/nebo fází buzení jednotlivých anténních prvků, které splňuje předem definované požadavky na vyzařovací diagram a zároveň respektuje reálná omezení daná konstrukcí systému.

Optimalizační úloha je z matematického hlediska formulována jako problém hledání extrému (typicky minima) účelové funkce, která kvantifikuje požadované vlastnosti vyzařovací charakteristiky. Tento proces je řízen množinou omezujících podmínek, které reflektují například fyzické limity systému, požadavky na symetrii, šířku hlavního laloku či maximální výkon jednotlivých zářičů. Tato kapitola se proto zaměřuje na konkrétní techniky optimalizace anténních polí, s důrazem na praktické využití konvexního programování při návrhu požadovaného směrového vyzařování, potlačení rušivých signálů a formování nulových bodů ve vybraných směrech.

Obecně lze tento problém vyjádřit ve formálním tvaru optimalizační úlohy podle vztahu (5.1) [22], kde účelová funkce a omezení mohou mít různé tvary – od jednoduchých lineárních až po nelineární nebo konvexní charakteristiky. Právě konvexní optimalizační metody (např. SOCP – Second-Order Cone Programming) hrají v návrhu anténních polí významnou roli, neboť poskytují efektivní algoritmy se zaručenou konvergencí ke globálnímu optimu i v přítomnosti komplexních omezujících podmínek.

$$\text{minimize } f_0(x)$$

za podmínek:

(5.1)

$$f_i(x) \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m$$

V tomto případě je vektor  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  optimalizační proměnnou tohoto problému. Funkce  $f_0$  je účelová funkce a funkce  $f_i$  jsou omezující (nerovnostní) funkce a konstanty  $b_1, \dots, b_m$  jsou limity nebo meze pro omezení [22].

Vektor označen jako  $x^*$  se nazývá optimálním vektorem, nebo řešením problému rovnice (5.1), jestliže má nejmenší hodnotu účelové funkce ze všech vektorů, které splňují podmínku: pro každé  $z$ , pro které platí  $f_1(z) \leq b_1, \dots, f_m(z) \leq b_m$  zároveň platí i  $f_0(z) \geq f_0(x^*)$  [22].

Obecně rozlišujeme různé skupiny optimalizačních problémů, které jsou charakterizovány určitými formami účelové a omezující funkce. Optimalizační problém popsaný rovnicí (5.1) je lineární, jestliže účelová a omezující funkce jsou lineární a splňují podmínku (5.2) [22].

$$f_i(\alpha x + \beta y) = \alpha f_i(x) + \beta f_i(y) \quad (5.2)$$

Jestliže optimalizační problém nesplňuje podmínku (5.2), tak je označován jako nelineární optimalizační problém. Další skupinou jsou konvexní optimalizační problémy. Optimalizační problém je konvexní, pokud účelová a omezující funkce jsou konvexní, což znamená, že splňují nerovnost (5.3) [22].

$$f_i(\alpha x + \beta y) \leq \alpha f_i(x) + \beta f_i(y) \quad (5.3)$$

Kde všechna  $x, y \in \mathbb{R}^n$  a všechna  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , přičemž  $\alpha + \beta = 1, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$ . Porovnáme-li výrazy (5.2) a (5.3) zjistíme, že konvexita je obecnější než linearita (nerovnost nahrazuje restriktivnější rovnost a nerovnost musí platit pouze pro určité hodnoty  $\alpha$  a  $\beta$ ). Takto můžeme považovat konvexní optimalizaci za zobecnění lineárního programování [22].

## 5.1 Konvexní optimalizace

V mnoha minimalizačních metodách není zaručeno, že místo dosáhnutí globálního minima nedostaneme lokální minimum, pokud optimalizační problém není konvexní. Avšak ne všechny optimalizační problémy při návrhu anténní řady nebo pole jsou konvexní. Jako nekonvexní optimalizační problém lze uvést anténní řadu, kde jsou pevně dané amplitudy signálu na jednotlivých elementech (optimalizují se pouze fáze signálu přiváděného na jednotlivé elementy anténní řady) [23].

Při optimalizaci činitele lineárního anténního pole za účelem maximálního potlačení postranních laloků při definované šířce hlavního svazku a směru vychýlení hlavního svazku byla použita konvexní metoda SOCP. Optimalizační problém lze definovat vztahem (5.4) [24].

$$\text{minimize } \max_{|\theta - \theta_c| > \Delta} |y(\theta)|$$

za podmínky: (5.4)

$$y(\theta_c) = 1$$

Kde:

$$y(\theta) = \sum_{i=1}^n y_i(\theta) \quad (5.5)$$

$$y_i(\theta) = w_i \cdot e^{j(x_i \cdot \cos \theta + y_i \cdot \sin \theta)}$$

Kde:

$w_i \in \mathbb{C}$  – komplexní koeficient pro váhování signálu

$x_i$  a  $y_i$  – poloha jednotlivých elementů anténního pole

$n$  – počet jednotlivých elementů anténního pole

$\theta$  – úhel dopadu (nebo vysílání) elektromagnetické vlny

$\theta_c$  – úhel ve kterém se nachází cíl

$\Delta$  – polovina šířky hlavního svazku

Podmínka  $y(\theta_c) = 1$  zajišťuje, že ve směru zájmového cíle se bude nacházet hlavní svazek činitele anténní řady. Rovnici (5.5) můžeme upravit do podoby:

$$y(\theta) = a(\theta) \cdot w$$

kde  $a(\theta)$  je komplexní vektor popisující konfiguraci a specifikace anténního pole. Cílem optimalizace je potlačit úroveň signálu přijímaného z okolních směrů, než je zájmový směr  $\theta_c$  s šířkou hlavního svazku  $2 \cdot \Delta$ . Potlačení úrovně přijímaného signálu se tedy provádí pro úhly  $|\theta - \theta_c| \geq \Delta$  [24].

Optimalizační problém (5.4) lze aproximovat jako SOCP pomocí diskretizace úhlu  $\theta$  na  $\theta_1, \dots, \theta_m$ , kde  $m \gg n$ . Jestliže budeme předpokládat, že úhel našeho zájmového cíle je jedním z diskretních úhlů, tak  $\theta_c = \theta_k$ . Můžeme vyjádřit činitel anténní řady jako (5.6) [24].

$$\tilde{y} = A \cdot w \tag{5.6}$$

Kde:  $\tilde{y} \in \mathbb{C}^m$ ,  $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ , a

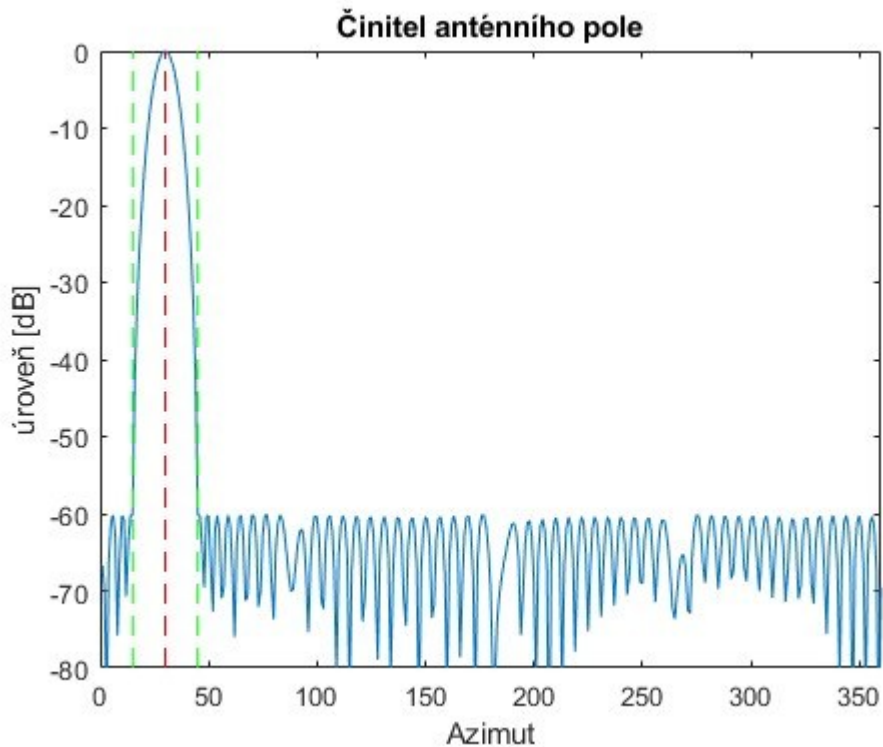
$$\tilde{y} = \begin{bmatrix} y(\theta_1) \\ \vdots \\ y(\theta_m) \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} a(\theta_1) \\ \vdots \\ a(\theta_m) \end{bmatrix}$$

Optimalizační problém uveden ve vztahu (5.4) lze poté aproximovat jako (5.7).

*minimize*  $t$

za podmínky: (5.7)

$$|y(\theta_i)| \leq t \text{ pro } |\theta_i - \theta_k| > \Delta, \quad y(\theta_k) = 1$$



Obrázek 15 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci

Tento graf zobrazuje modrou křivkou činitel anténního pole, který má  $M = 10$  řad a  $N = 10$  sloupců elementů. Výsledný počet jednotlivých elementů anténního pole čítá 100 prvků. Červenou křivkou je zobrazen směr hlavního svazku, který je vychýlen na  $30^\circ$ . Zelené čáry znázorňují šířku hlavního laloku, který v úrovni postranních laloků dosahuje šířky  $30^\circ$ . Šířka hlavního svazku v místě poklesu o 3 dB je  $\theta_{3\text{ dB}} \doteq 9^\circ$ . Postranní i všechny vedlejší laloky dosahují téměř stejné úrovně potlačení, a to  $-60,18$  dB.

Postup optimalizace začíná vytvořením tzv. vychylovacího vektoru (steering vector). Tento vektor popisuje zpoždění fáze signálu mezi jednotlivými elementy anténního pole. Velikost fázového zpoždění závisí na úhlu dopadu rovinné vlny na anténní pole. Při použití 2D anténního pole je vychylovací vektor definován Kroneckerovým součinem.

$$a(\theta, \phi) = a_v(\theta, \phi) \otimes a_h(\theta, \phi) \quad (5.8)$$

Kde:

$\otimes$  – Kroneckerův součin

$a_h(\theta, \phi) \in \mathbb{C}^M$  – vychylovací vektor horizontální složky

$a_v(\theta, \phi) \in \mathbb{C}^N$  – vychylovací vektor vertikální složky

Jednotlivé vychylovací vektory pro horizontální a vertikální složku jsou nadále definovány jako:

$$\begin{aligned} a_h(\theta, \phi) &= [1 \quad e^{jkd \sin \theta \cos \phi} \quad \dots \quad e^{jkd(M-1) \sin \theta \cos \phi}]^T \\ a_v(\theta, \phi) &= [1 \quad e^{jkd \sin \theta \sin \phi} \quad \dots \quad e^{jkd(N-1) \sin \theta \sin \phi}]^T \end{aligned} \quad (5.9)$$

Kde:

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$  je vlnové číslo

$d$  – vzdálenost mezi jednotlivými elementy (obvykle  $0,5 \cdot \lambda$ )

$j$  – imaginární jednotka ( $\sqrt{-1}$ )

$\theta$  a  $\phi$  – úhly dopadu signálu

Následně se vytvoří matice určená k minimalizaci  $a_s(\theta, \phi)$ . Tato matice je stejná jako matice vychylovacích vektorů, avšak neobsahuje oblast hlavního svazku. Matice určená k minimalizaci obsahuje vychylovací vektory pouze postranních laloků a vedlejších laloků. Poté se vyřeší optimalizační problém popsán vztahem (5.10).

$$\text{minimize } \max |\mathbf{w}^H \cdot a_s(\theta, \phi)|$$

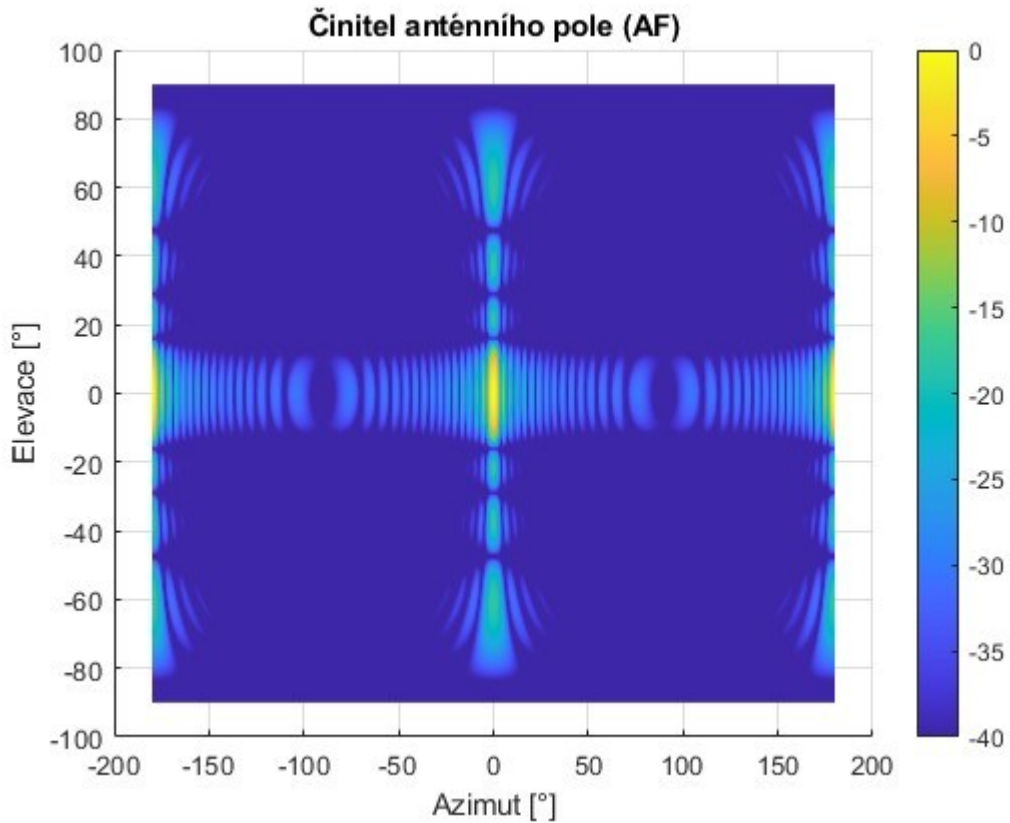
za podmínky: (5.10)

$$a(\theta_c, \phi_c) = 1$$

Kde:

$\theta_c$  a  $\phi_c$  – úhel v azimutu a v elevaci, kde se nachází cíl (úhly směru hlavního svazku)

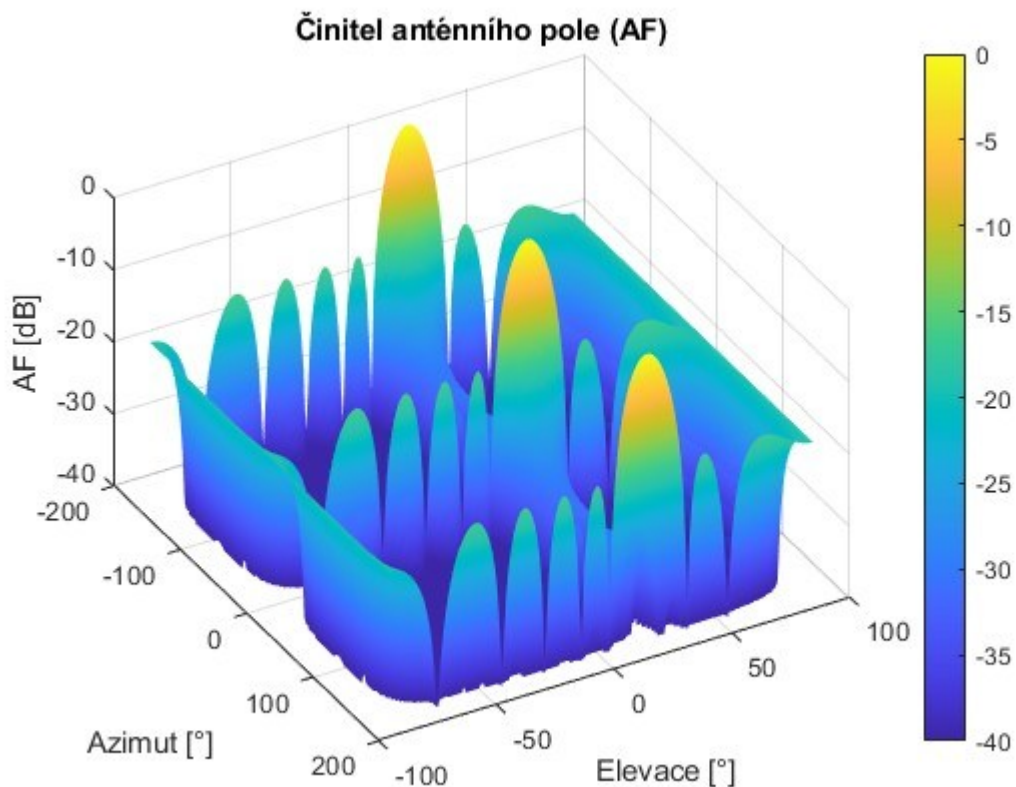
Výsledkem řešení tohoto optimalizačního problému je matice komplexních koeficientů. Absolutní hodnota jednotlivých komplexních čísel (koeficientů) reprezentuje amplitudu signálu na jednotlivých elementech anténního pole a argument jednotlivých komplexních čísel (koeficientů) vyjadřuje fázové zpoždění signálu na jednotlivých elementech anténního pole.



Obrázek 16 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci bez vychýlení hlavního svazku

Tento graf zobrazuje činitel anténního pole s počtem horizontálních elementů  $M = 32$  a počtem vertikálních elementů  $N = 8$ . Celkový počet jednotlivých elementů anténního pole je dán jejich součinem  $L = M \cdot N = 256$ . Vzdálenost mezi jednotlivými elementy v horizontální i ve vertikální rovině je  $d = \frac{\lambda}{2}$ . Pro lepší vizualizaci byl graf vykreslen pro amplitudu činitele anténního pole od 0 do  $-40$  dB.

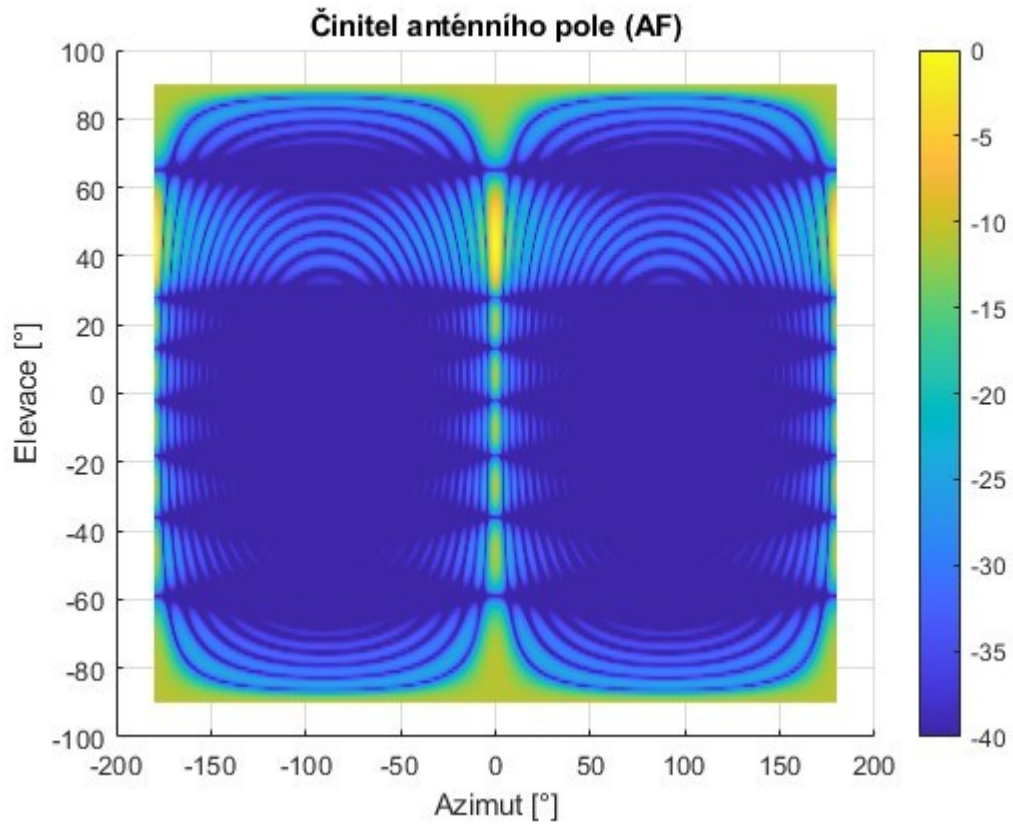
Díky většímu počtu elementů anténního pole v horizontálním směru dosahuje činitel anténního pole užšího hlavního svazku, i všech ostatních laloků, ve směru azimutu. Šířka hlavního laloku v azimutu je  $\theta_{3\text{ dB}} \doteq 3^\circ$  a v elevaci  $\phi_{3\text{ dB}} \doteq 14^\circ$ . Odstup postranních laloků je v elevaci  $SLL = -18$  dB.



Obrázek 17 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci s vychýlením hlavního svazku o  $20^\circ$

V tomto grafu je zobrazen činitel anténního pole při použití stejné apertury jako v předešlém příkladu, avšak zde je hlavní svazek vychýlen o  $20^\circ$  v elevaci. Pro lepší vizualizaci tvaru činitele anténního pole je zde zvolen jiný pohled než v předešlé ukázce.

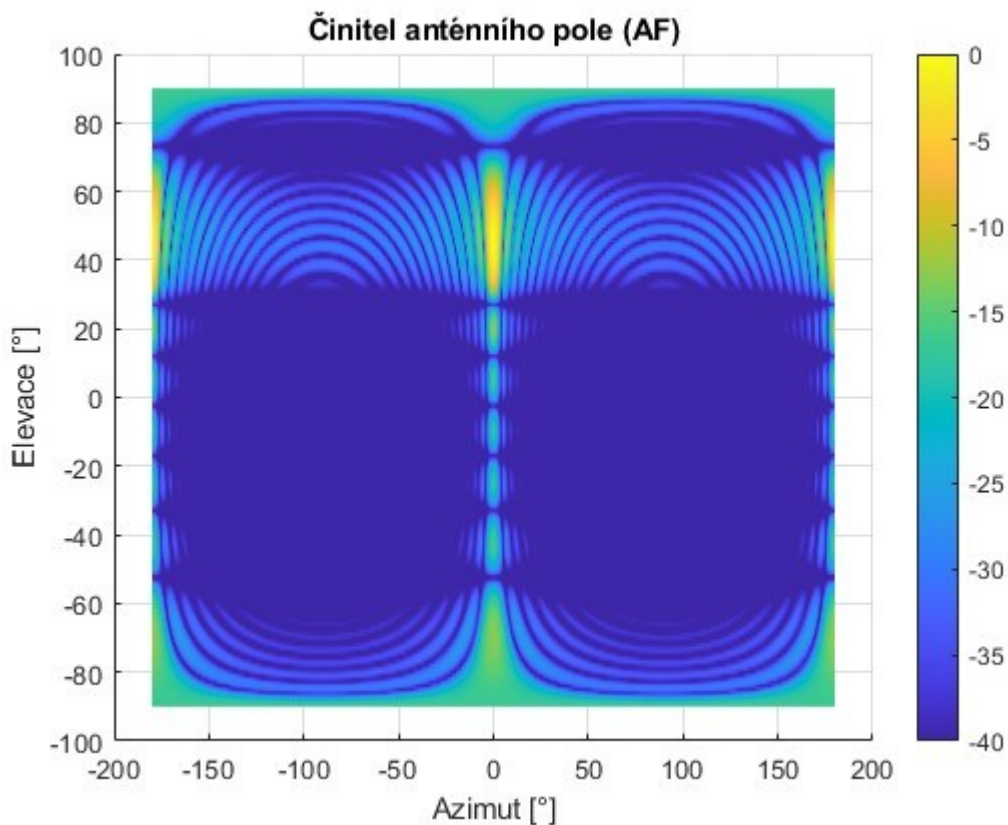
Šířka hlavního svazku pro vychýlení o  $20^\circ$  v azimutu i v elevaci je totožná jako v případě bez vychýlení. Pro směr v azimutu je šířka hlavního svazku  $\theta_{3\text{ dB}} \doteq 3^\circ$  a ve směru elevace je šířka hlavního svazku  $\phi_{3\text{ dB}} \doteq 14^\circ$ . Odstup postranních laloků se trochu zhoršil a nyní dosahuje  $SLL = -16,2\text{ dB}$ .



Obrázek 18 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci s vychýlením hlavního svazku o 45°

Zde je zobrazen činitel anténního pole při použití stejné apertury jako v předešlém příkladu. Nyní je hlavní lalok vychýlen ve směru elevace o 45°.

Kvůli vlivu vychýlení se hlavní svazek ve směru elevace rozšířil na  $\phi_{3\text{ dB}} \doteq 16^\circ$ . Jisté zhoršení nastalo i u odstupů postranních laloků. Jejich úroveň se zvýšila na  $SLL \doteq -11\text{ dB}$ .



Obrázek 19 Činitel anténního pole bez konvexní optimalizace a vychýlením hlavního svazku o  $45^\circ$

Tento graf zobrazuje činitel anténního pole se stejnou aperturou jako předchozí příklad, avšak zde nebyla použita konvexní optimalizace ani jiná syntéza anténního pole. Hlavní svazek je vychýlen taktéž o  $45^\circ$  jako u předchozího grafu.

Kvůli absenci konvexní optimalizace, nebo jiné syntézy anténního pole, jsou koeficienty amplitud signálu na všech jednotlivých elementech anténního pole rovny 1 a vychylování hlavního svazku je prováděno fázovým posuvem.

Odstraněním konvexní optimalizace se hlavní svazek rozšířil o  $3^\circ$  z  $\phi_{3\text{ dB}} \doteq 16^\circ$  na  $\phi_{3\text{ dB}} \doteq 19^\circ$ . Na druhou stranu se absence konvexní optimalizace pozitivně projevila na odstupu postranních laloků, které nyní dosahují úrovně  $SLL \doteq -12,8\text{ dB}$ .

## 5.2 Potlačení rušení (nulování) s využitím metody konvexní optimalizace

Jednou z klíčových schopností moderních fázovaných anténních polí je možnost tvarování směrové charakteristiky tak, aby v určitých směrech vznikaly tzv. **nulové body**. Anténní pole ve směru nulových bodů nevysílá nebo nepřijímá takřka žádný (nebo velmi omezený) signál [25].

Nastavování nulových bodů ve směru vysílání nebo příjmu má zásadní význam pro potlačení rušení v prostředí s vysokou úrovní elektromagnetického šumu a pro snížení zpětných odrazů signálu od rušivých prvků. Nulování příchodu signálu z určitých směrů je velmi důležité v mnoha elektronických komunikačních systémech, které pracují v prostředí, které je silně elektromagneticky znečištěno. Nulování lze omezit nebo značně potlačit i aktivní rušení přijímače [25] [26].

Pro vypočtení komplexních koeficientů anténního pole, jenž vytvoří v činiteli anténního pole nulové body ve specifikovaném směru lze využít konvexní optimalizaci. Konvexní optimalizace je vhodná pro tento typ úloh především díky svým matematickým vlastnostem. Pokud je optimalizační problém formulován jako konvexní, vždy existuje globální minimum, což je zásadní výhoda oproti obecným nelineárním metodám, které mohou uvíznout v lokálních minimech. Další výhodou je spolehlivá konvergence: pokud problém splňuje podmínky konvexnosti, řešení lze dosáhnout s předvídatelným výpočetním úsilím. V praxi jsou k dispozici otevřené softwarové knihovny (např. CVX pro MATLAB), které umožňují snadné zadání optimalizačních problémů bez nutnosti implementace vlastních algoritmů. Díky těmto vlastnostem je konvexní optimalizace přirozenou volbou pro návrh směrového diagramu anténního pole s potlačením rušení.

Optimalizační problém vychylování hlavního svazku s přidávanými nulovými body vychází ze vztahu (5.10). Nejprve se vytvoří matice  $a_s(\theta, \phi)$ , která obsahuje matici vychylovacích vektorů, ze které se vyjme oblast hlavního laloku a pozice nulových bodů. Při výpočtu optimalizačního problému se přidá ještě jedna podmínka, která zaručí potlačení činitele anténního pole v místech výskytu nulových bodů.

$$\text{minimize } \max |\mathbf{w}^H \cdot a_s(\theta, \phi)|$$

za podmínek:

(5.11)

$$a(\theta_c, \phi_c) = 1$$

$$a(\theta_n, \phi_n) = 0$$

Kde:

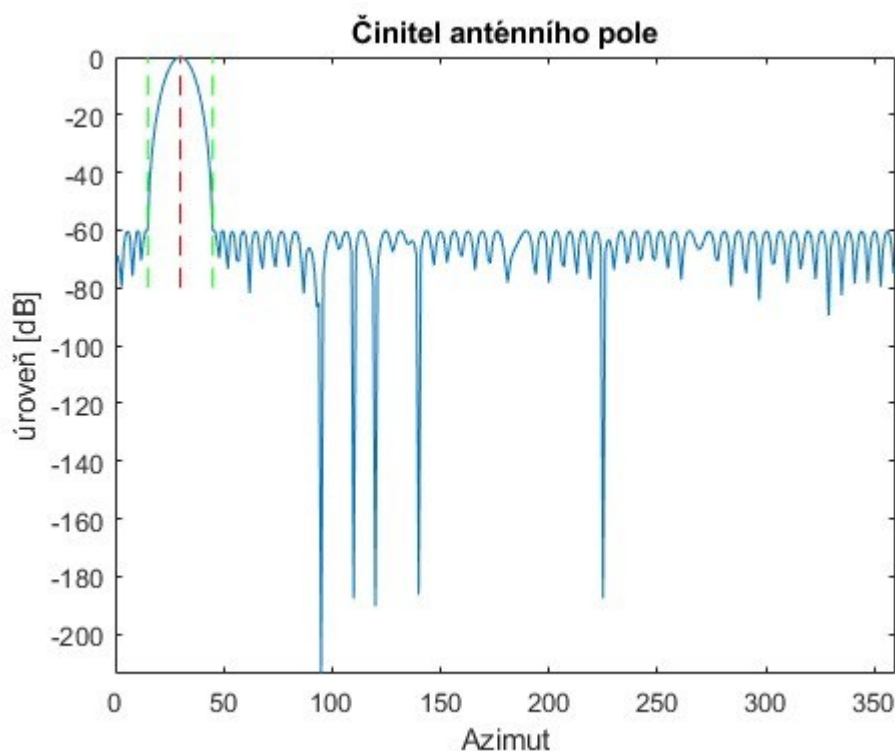
$\theta_n$  a  $\phi_n$  – úhly v azimutu a v elevaci, kde se nacházejí nulové body

$\mathbf{w}$  – je vektor komplexních váhovacích koeficientů (amplituda a fáze signálu na jednotlivých anténních prvcích)

$\mathbf{w}^H$  – označuje Hermitovskou transpozici vektoru  $\mathbf{w}$ , tj. transpozici a komplexní sdružení

$\mathbf{a}_s(\theta, \phi)$  – je směrový (steering) vektor, který popisuje, jak by anténní pole reagovalo na signál přicházející (nebo vysílaný) ze směru  $(\theta, \phi)$

Výsledek tohoto skalárního součinu je komplexní číslo, jehož absolutní hodnota odpovídá síle vyzařovaného (nebo přijímaného) signálu ve zvoleném směru. Tento vztah je klíčový pro návrh vyzařovací charakteristiky pole – definuje, jak silně (nebo slabě) anténa „vidí“ určitý směr.

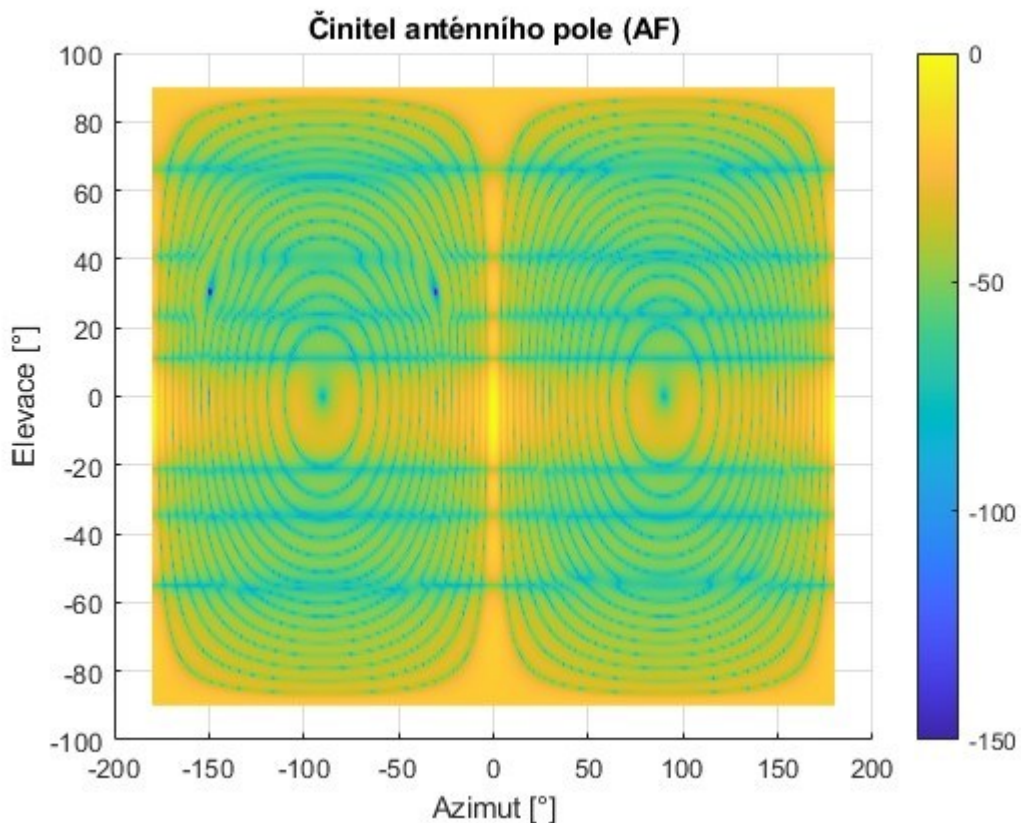


Obrázek 20 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci s vychýlením hlavního svazku a nulovými body

Výše uvedený graf zobrazuje azimutální řez činitele anténního pole s počtem jednotlivých elementů v horizontálním směru  $M = 10$ , počtem jednotlivých elementů ve

vertikálním směru  $N = 10$  a celkovým počtem elementů  $L = 100$ . Vzájemná vzdálenost mezi jednotlivými elementy anténního pole v horizontálním směru i ve směru vertikálním je  $d = \frac{\lambda}{2}$ .

Hlavní svazek je vychýlen do směru  $30^\circ$  a nulové body jsou na pozicích  $95^\circ$ ,  $110^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $140^\circ$  a  $225^\circ$ . Postranní laloky zde dosahují úrovně  $SLL = -60,24$  dB a všechny nulové body dosahují úrovně nižší než  $-180$  dB.



Obrázek 21 Činitel anténního pole pro konvexní optimalizaci s vychýlením hlavního svazku o  $-5^\circ$  a nulovým bodem

Tento graf zobrazuje činitel anténního pole pro aperturu čítající počet jednotlivých elementů v horizontálním směru  $M = 32$ , ve směru vertikálním  $N = 8$  a celkový počet elementů anténního pole je  $L = 256$ .

Hlavní svazek je vychýlen o  $-5^\circ$  ve směru elevace a nulový bod se nachází v úhlech  $\theta_n = -30^\circ$  a  $\phi_n = 30^\circ$ . Pro lepší zobrazení byla hodnotám amplitudy činitele anténního pole nižším než  $-150$  dB přiřazena právě tato hraniční hodnota, avšak bez této podmínky pro přehlednější zobrazení dosahovala úroveň nulového bodu hodnoty  $-223$  dB.

### 5.3 Potlačení rušení (nulování) s využitím algoritmu MVDR

Další variantou algoritmu umožňujícího adaptivní tvarování anténního svazku je MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) beamformer. Cílem MVDR je minimalizovat výkon výstupu (tedy rušení a šum), přičemž je zachováno jednotkové zesílení ve směru požadovaného cíle. To umožňuje zvýšit poměr signál/šum (SNR) bez negativního ovlivnění signálu z cílového směru [27].

V radarových systémech s AESA polem je možné aplikovat MVDR beamforming nejen v azimutálním směru, ale také v elevaci, čímž vzniká dvourozměrné (2D) prostorové filtrování. Pravoúhle uspořádaní anténního pole o rozměrech  $N \times M$  umožňuje pokrytí širokého rozsahu prostorových úhlů a zároveň poskytuje vysoký počet stupňů volnosti pro potlačení vícečetných rušivých zdrojů.

Uvažujme pravoúhlé anténní pole složené z  $N$  prvků ve vertikálním směru a  $M$  prvků v horizontálním směru. Celkový počet anténních prvků je  $L = N \cdot M$ . Prvky jsou rozmístěny na pravidelné mřížce se stejným rozestupem  $d$  mezi sousedními prvky v obou směrech (typicky  $d = \lambda/2$ , kde  $\lambda$  je vlnová délka použitého signálu). Každý prvek je schopen samostatně vysílat a přijímat signál. Tato schopnost umožňuje flexibilní formování a řízení paprsku elektronickou cestou.

Směr příchodu rovinné vlny je popsán dvojicí úhlů:

- Azimutální úhel  $\phi \in [-\pi, \pi]$  — horizontální složka.
- Elevace  $\theta \in [0, \pi]$  — vertikální složka.

Každému směru odpovídá tzv. směrový vektor (steering vector), který vyjadřuje fázové zpoždění mezi jednotlivými prvky pole způsobené příchodem rovinné vlny. Pro 2D anténní pole je směrový vektor vyjádřen jako Kroneckerův součin (viz kapitola 5.1.)

#### 5.3.1 Model přijatého signálu pro algoritmus MVDR

Model přijímaného signálu na výstupu 2D anténního pole v čase  $t$  vychází z lineární superpozice signálů z různých směrů příchodu (DOA) a šumu:

$$x(t) = s(t)a(\theta_0, \phi_0) + \sum_{i=1}^K r_i(t)a(\theta_i, \phi_i) + n(t) \quad (5.12)$$

kde:

$s(t)$  - komplexní amplituda požadovaného (cílového) signálu v čase  $t$

$a(\theta_0, \phi_0)$  - směrový vektor pro směr cíle (tzv. Look Direction)

$r_i(t)$  - komplexní amplituda  $i$ -tého rušivého signálu (interference)

$a(\theta_i, \phi_i)$  - směrový vektor pro směr  $i$ -tého rušivého zdroje

$K$  - počet rušivých signálů v prostředí

$n(t)$  - aditivní šum (typicky bílý a gaussovský)

$x(t)$  - vektor vzorků přijatých z celého anténního pole v čase  $t$

Každý rušivý signál je popsán svou amplitudou  $r_i(t)$  a směrem příchodu  $(\theta_i, \phi_i)$ . Stejně jako požadovaný cíl má každý rušivý signál svůj směrový vektor, který ovlivňuje jeho prostorové zobrazení na anténním poli. Cílem beamformingu je vytvořit prostorový filtr, který potlačí tyto složky, aniž by oslabil požadovaný signál [28].

### 5.3.2 Apliakce MVDR v AESA radarových systémech

MVDR beamformer vyžaduje jako vstup tzv. směrový vektor  $a(\theta_0, \phi_0)$ , který reprezentuje směr, ze kterého přichází požadovaný (cílový) signál. Tato informace o směru příchodu požadovaného signálu musí být známa ještě před samotným použitím MVDR beamformeru, protože je klíčová pro správnou inicializaci směrového vektoru [27].

Existují dva hlavní způsoby, jak tuto informaci získat. Prvním přístupem je, že směr příchodu signálu je předem známý. To je běžné například v systémech, které využívají sekvenční skenování, tedy postupné procházení směrového prostoru, nebo v aplikacích, kde lze směr určit na základě tzv. a priori znalostí. Tyto znalosti mohou pocházet z předchozích měření nebo z prediktivních modelů chování cíle [27].

Druhým přístupem je automatický odhad směru příchodu signálu pomocí speciálních algoritmů označovaných jako DOA (Direction of Arrival). Mezi nejčastěji používané metody v této oblasti patří MUSIC (Multiple Signal Classification), který využívá vlastnosti vlastních vektorů kovarianční matice, dále ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques), který předpokládá specifickou strukturu anténního pole, a Caponův skener, jenž minimalizuje výkon vyzařovaný mimo požadovaný směr. Kromě těchto metod existují i další techniky založené na výpočtu prostorového výkonového spektra, které poskytují odhad rozložení signálů v úhlové oblasti [29].

Výběr vhodné metody závisí na konkrétním scénáři, přesnosti měření, úrovni šumu a úhlovém rozlišení požadovaném pro daný systém.

Bez znalosti směru příchozího signálu nelze MVDR beamformer správně inicializovat, protože není možné specifikovat tzv. look direction – směr, ve kterém má být zachováno jednotkové zesílení. Pokud je tento směr zvolen nesprávně, může dojít k tomu, že bude zesílen rušivý signál místo požadovaného cíle, což může výrazně zhoršit celkový výkon systému [27].

Další klíčovou částí návrhu MVDR beamformeru je sestavení vhodné kovarianční matice  $\hat{\mathbf{R}}$ . Tato matice zachycuje statistickou strukturu signálu a rušení v prostoru. V praxi se odhaduje pomocí průměrování několika vzorků signálu v čase (snapshotů):

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^K x(t)x^H(t) \quad (5.13)$$

kde:

$\hat{\mathbf{R}}$  - Odhadnutá kovarianční matice vstupního signálu

$T$  - Počet časových vzorků signálu použitých pro výpočet

$x(t)$  - vektor vzorků přijatých z celého anténního pole v čase  $t$

$x^H(t)$  - Hermitovsky sdružený (transponovaný a komplexně sdružený) vektor  $x(t)$

Pro správnou funkci MVDR beamformingu je kvalitní odhad kovarianční matice  $\hat{\mathbf{R}}$  naprosto zásadní. Tato matice zachycuje prostorově-statistické vlastnosti signálového prostředí, a jakákoli nepřesnost v jejím odhadu se může negativně projevit na výsledné směrové charakteristice anténního pole. V praxi však může dojít k několika problémům, které kvalitu odhadu výrazně ovlivňují [30].

Jedním z častých problémů je situace, kdy časové vzorky signálu použité pro odhad  $\hat{\mathbf{R}}$  obsahují i signál z cílového směru. V takovém případě MVDR beamformer chybně interpretuje tento žádoucí signál jako rušení a může jej následně potlačit místo zesílit, což vede ke ztrátě výkonu v požadovaném směru [30].

Dalším problémem je nízký počet vzorků signálu  $T$ . Pokud je k dispozici málo dat, výsledný odhad matice je špatně podmíněný a numericky nestabilní, což ztěžuje nebo znemožňuje spolehlivou inverzi  $\hat{\mathbf{R}}$  – nezbytný krok při výpočtu beamformingového váhovacího vektoru.

Rovněž v případech, kdy jsou přítomná silná nebo korelovaná rušení, může dojít k tomu, že tyto složky budou v odhadnuté kovarianční matici dominovat a potlačí ostatní signálové

komponenty včetně cíle. To může vést k nežádoucímu tvarování paprsku a zhoršení potlačení rušivých směrů.

Existuje několik metod, jak výše uvedené problémy zmírnit nebo zcela odstranit:

- Použití tzv. trénovacích dat (training data), která neobsahují signál z cílového směru. Tato data mohou být získána například z jiných prostorových sektorů nebo časových úseků, kdy není cílový signál aktivní. Tím se zajistí, že odhad  $\hat{\mathbf{R}}$  bude reprezentovat pouze rušení a šum, nikoli požadovaný signál.
- Zavedení diagonální zátěže (diagonal loading), která zajišťuje numerickou stabilitu a zvyšuje robustnost výpočtu. Upravená kovarianční matice má pak tvar:

$$\hat{\mathbf{R}}_{reg} = \hat{\mathbf{R}} + \delta \mathbf{I} \quad (5.14)$$

kde  $\delta$  je malé kladné číslo a  $\mathbf{I}$  je jednotková matice odpovídajících rozměrů. Tato úprava slouží nejen ke zlepšení numerických vlastností inverze matice, ale také ke snížení vlivu rušivých složek a šumu na výpočet směrové charakteristiky [30].

Po získání odhadu kovarianční matice  $\hat{\mathbf{R}}$  a znalosti směrového vektoru  $\mathbf{a}(\theta_0, \phi_0)$ , který odpovídá požadovanému směru příchozího signálu, lze přistoupit k výpočtu váhového vektoru MVDR beamformeru. Tento vektor je klíčovým prvkem, který určuje, jak budou jednotlivé signály z anténních prvků váženy (zesilovány nebo potlačovány) tak, aby byl signál z cílového směru maximálně zachován, zatímco signály z jiných (rušivých) směrů byly co nejvíce potlačeny.

Výpočet váhového vektoru  $\mathbf{w}_{MVDR}$  vychází ze známého vztahu:

$$\mathbf{w}_{MVDR} = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0)}{\mathbf{a}^H(\theta_0, \phi_0) \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0)} \quad (5.15)$$

Výsledný váhový vektor  $\mathbf{w}_{MVDR}$  tedy optimalizuje směrovou charakteristiku anténního pole tak, aby byla minimalizována celková vyzařovaná (nebo přijímaná) energie ze všech směrů, s výjimkou zvoleného cílového směru, kde je zisk fixován [28].

Výstupní signál tohoto beamformeru je pak dán vztahem:

$$y(t) = \mathbf{w}_{MVDR}^H \mathbf{x}(t) \quad (5.16)$$

Tento signál obsahuje převážně komponentu z požadovaného směru, zatímco rušení a šum jsou potlačeny. V typickém radarovém řetězci se tento signál následně zpracovává pulzně (přízpusobená filtrace) a dopplerovsky (např. doppler FFT) pro detekci a sledování cílů.

### 5.3.3 Vícesměrové MVDR zpracování

V mnoha praktických aplikacích radarových systémů využívajících anténní pole není cílem pouze sledování jednoho předem známého směru, ale často je požadována simultánní prostorová analýza v celé oblasti zájmu. Typickým příkladem může být průběžné monitorování situace v rozsáhlém zorném poli radaru (perimetru) nebo detekce více cílů rozmístěných v různých směrech současně.

Tato potřeba vede k využití tzv. vícesměrového zpracování (multi-look processing), při kterém je algoritmus MVDR beamformingu aplikován paralelně pro více směrů současně. Konkrétně se vypočítá váhový vektor a příslušná výstupní odezva pro každou prostorovou dvojici úhlů  $(\theta_i, \phi_i)$ , kde  $i=1,2,\dots,P$ , přičemž tyto směry jsou obvykle definovány na pravidelné úhlové mřížce pokrývající oblast zájmu.

Takový přístup umožňuje efektivní sestavení tzv. výkonové mapy prostoru (spatial power spectrum), která poskytuje přehled o rozložení signálové energie a potenciálních cílů v monitorovaném úhlovém sektoru. MVDR beamforming zde plní úlohu směrového filtru s vysokým rozlišením, schopného potlačit interferenci a současně detekovat úzké signálové vrcholy i ve složitých elektromagnetických podmínkách [31].

Proces vícesměrového zpracování pomocí MVDR beamformingu zahrnuje několik klíčových kroků, které společně umožňují efektivní vyhodnocení prostorového rozložení výkonu signálu v celé oblasti zájmu. Cílem je analyzovat signály přicházející z různých směrů bez nutnosti mechanického nebo elektronického přesměrování antény, a to prostřednictvím paralelního zpracování v jednotlivých úhlových bodech. Postup lze shrnout následovně:

**Výpočet váhového vektoru  $w_i$  pro každý definovaný směr  $(\theta_i, \phi_i)$ .** Pro každý směr na zvolené úhlové mřížce (např. pravidelné vzorkování elevace a azimutu) se spočítá váhovací vektor  $w_i$ , který je optimalizován tak, aby potlačoval signály z jiných směrů a současně zachovával jednotkové zesílení právě ve směru  $(\theta_i, \phi_i)$ . Tento výpočet vychází z MVDR kritéria, které minimalizuje výstupní výkon beamformeru při zachování požadované odezvy ve zvoleném směru [31].

**Aplikace váhového vektoru na měřený signál  $\mathbf{x}(t)$ .** Vypočtený váhový vektor  $\mathbf{w}_i$  se následně aplikuje na aktuální snapshot měřeného signálu  $\mathbf{x}(t)$ , který obsahuje komplexní hodnoty z jednotlivých anténních prvků v čase  $t$ . Tímto způsobem získáme výstup beamformeru – tedy signál z daného směru.

**Vyhodnocení výkonu ve směru  $(\theta_i, \phi_i)$ .** Výstupní signál je dále zpracován pro účely vizualizace nebo detekce. Nejčastěji se vyhodnocuje výkon (energie) tohoto signálu, ale lze také počítat další metriky, jako je fázová odezva, korelace nebo spektrální hustota.

Celý tento postup lze zapsat velmi efektivním způsobem v maticové podobě, což výrazně urychluje výpočty a umožňuje jejich snadnou paralelizaci. Nejprve definujeme matici  $\mathbf{A}$ , která představuje směrový (steering) vektor, kde každý sloupec odpovídá vektoru:

$$\mathbf{A} = [a(\theta_1, \phi_1) \ a(\theta_2, \phi_2) \ \cdots \ a(\theta_P, \phi_P)] \quad (5.17)$$

Každý sloupec  $a(\theta_i, \phi_i)$  popisuje fázový profil rovinné vlny přicházející ze směru  $(\theta_i, \phi_i)$  nad celým anténním polem. Pomocí MVDR přístupu se pro každý tento směr hledá váhový vektor:

$$\mathbf{w}_i = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}_i}{\mathbf{a}_i^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{a}_i} \quad (5.18)$$

Namísto počítání každého  $\mathbf{w}_i$  zvlášť lze využít maticové operace a získat matici váhových vektorů:

$$\mathbf{W} = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_P] \quad (5.19)$$

Máme-li k dispozici matici měření:

$$\mathbf{X} = [x(t_1) \ x(t_2) \ \cdots \ x(t_T)] \quad (5.20)$$

kde každý sloupec  $\mathbf{x}(t)$  představuje vzorek signálu z anténního pole, pak výstupy všech beamformerů (všech směrů) v časech  $t_1, \dots, t_T$  lze zapsat kompaktně jako:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}^H \mathbf{X} \quad (5.21)$$

Každý prvek  $Y_{i,t}$  pak reprezentuje výstup beamformeru směřujícího do  $(\theta_i, \phi_i)$  v časovém vzorku  $t$ .

### 5.3.4 Citlivost MVDR beamformingu na chyby v odhadu DOA

Jedním z klíčových předpokladů pro správnou funkci MVDR beamformingu je přesná znalost směrového vektoru  $a(\theta_0, \phi_0)$ , který odpovídá tzv. look direction, tedy směru příchodu požadovaného signálu (DOA – Direction of Arrival). Tento vektor je zásadní pro výpočet váhovacího vektoru  $\mathbf{w}$ , který zajišťuje potlačení rušivých složek a současně zachování jednotkového zesílení ve směru zájmu.

Pokud však dojde k chybě v odhadu DOA, například v důsledku šumu, odrazů nebo nedokonalosti použitého odhadovacího algoritmu, může i malá odchylka ve směru  $a(\theta_0, \phi_0)$ , způsobit významný dopad na kvalitu výsledného výstupu. V takovém případě beamformer aplikuje optimalizaci pro mírně nesprávný směr, čímž může dojít k nežádoucí situaci, kdy je část cílového signálu považována za rušení. Výsledkem je jeho částečné potlačení, což může negativně ovlivnit detekční schopnosti systému, zejména při nízkém poměru signál-šum (SNR) [32].

Tento jev je znám jako citlivost MVDR beamformeru na chyby v DOA a je jedním z důvodů, proč se v praxi hledají způsoby, jak zvýšit robustnost algoritmu vůči nejistotě ve směru příchozího signálu mezi které patří následující přístupy:

**Adaptivní skenování v okolí předpokládaného směru DOA.** Je založena na jemném lokálním vyhledávání v okolí nominálního směru  $a(\theta_0, \phi_0)$ . V praxi to znamená výpočet výstupního výkonu beamformeru v několika těsně sousedních směrech a následné zvolení toho, ve kterém je výstupní výkon maximální. Tímto způsobem se lze iterativně přiblížit k přesnějšímu směru bez nutnosti spoléhat pouze na vstupní DOA odhad.

**Robustní beamformingové techniky zohledňující nejistotu v DOA.** Jedná se o metody, které přímo při výpočtu váhovacích koeficientů berou v úvahu fakt, že DOA není přesně známá. Jedním z typických přístupů je LCMV (Linearly Constrained Minimum Variance), který nepracuje s jedním přesně definovaným směrovým vektorem, ale s více lineárními omezeními definujícími prostor nejistoty. Tím je dosaženo vyšší odolnosti beamformeru vůči malým odchylkám v DOA, a tedy i vyšší spolehlivosti v reálných podmínkách [33].

Použití těchto metod je zvláště důležité v prostředích s vysokým rušením, vícecestným šířením nebo v dynamických scénářích, kde se cílový objekt rychle pohybuje a přesný DOA nelze udržet s dostatečnou přesností v čase.

V reálných provozních podmínkách radarových a komunikačních systémů často dochází k výskytu tzv. korelovaného rušení, které zásadně narušuje předpoklady klasických algoritmů prostorového filtrování, zejména MVDR beamformingu. Mezi typické příklady takového rušení patří:

- vícecestné šíření signálu (multipath),
- odrazy od povrchu (ground clutter),
- meteorologické jevy (např. déšť, sníh, oblačnost),
- nebo přítomnost pevného pozadí s vysokou odrazivostí.

Tato forma rušení porušuje předpoklad, že nežádoucí signály (interference) jsou statisticky nezávislé a nekorelované s požadovaným signálem. V důsledku toho klasický MVDR beamformer – který je navržen právě na základě tohoto předpokladu – ztrácí svou účinnost. Může dojít k tomu, že korelované složky nejsou správně potlačeny, nebo naopak naruší detekci samotného cílového signálu.

Aby bylo možné účinně pracovat i v takto ztížených podmínkách, existuje několik přístupů a metod, které tento problém adresují:

### **Generalized Sidelobe Canceller (GSC)**

Tento strukturovaný beamformer pracuje tak, že explicitně odděluje cílový signál od rušení. Využívá blokové schéma, kde je hlavní paprsek směřován na cíl a zbylá část prostoru (tzv. null space) je využita k adaptivnímu potlačení rušení. GSC přináší výhodu ve formě jednodušší implementace adaptivní části bez ovlivnění hlavního směru [33].

### **Robustní LCMV beamforming (Linearly Constrained Minimum Variance)**

Metoda LCMV rozšiřuje princip MVDR tím, že umožňuje vícenásobná lineární omezení. To znamená, že není požadováno zesílení pouze v jednom směru, ale definujeme oblast kolem cílového směru, kde má být zachována směrová odezva. Tento přístup zajišťuje vyšší odolnost vůči malým odchylkám v DOA a korelovanému rušení v blízkém okolí [33].

### **Regularizace (diagonal loading)**

V případě, že kovarianční matice je špatně podmíněná (např. kvůli přítomnosti silně korelovaných složek), je nutné zlepšit její numerické vlastnosti. Toho lze dosáhnout přičtením malé hodnoty  $\delta$  k diagonálním prvkům matice, čímž vzniká tzv. regularizovaná matice [30].

## STAP – Space-Time Adaptive Processing

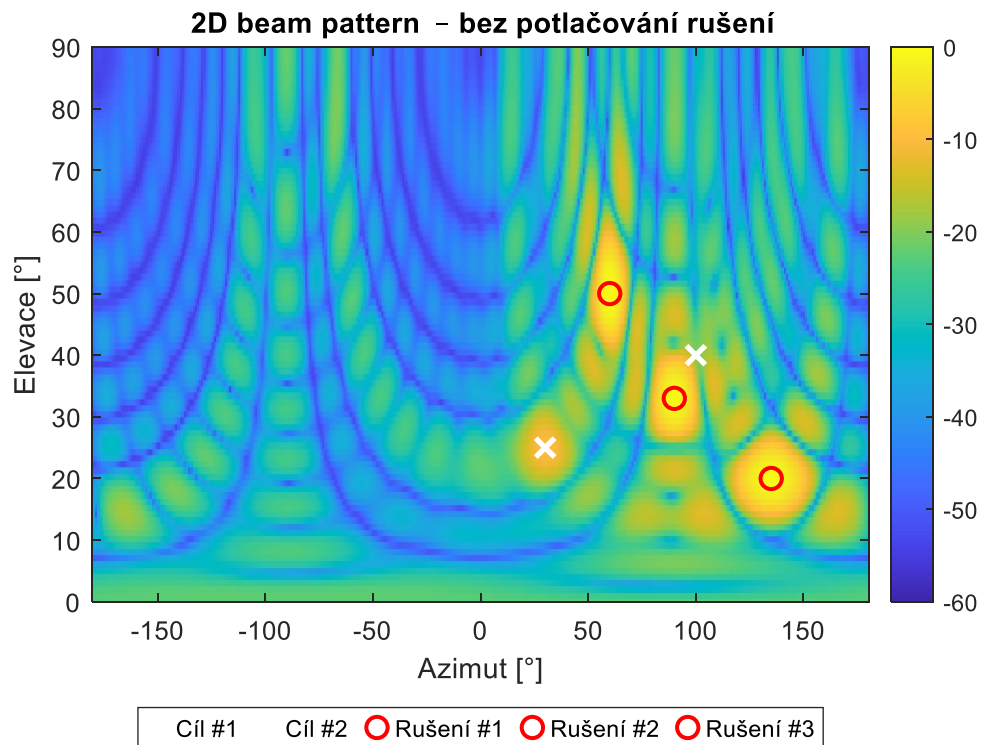
Pro pokročilé scénáře se silným clutterem (např. radarový návrat ze země, mořské hladiny nebo počasí) se používá metoda STAP, která kombinuje prostorové a časové filtrování. Tento přístup analyzuje nejen směr příchodu, ale také časové vlastnosti signálů, což umožňuje ještě efektivnější potlačení korelovaného rušení s opakujícími se vzory. STAP je však výpočetně náročnější a vyžaduje vyšší datovou kapacitu.

Použití výše uvedených metod významně zvyšuje robustnost beamformingu v prostředích, kde klasické předpoklady o náhodnosti a nezávislosti signálů nejsou splněny. Tím se rozšiřuje praktická využitelnost adaptivních anténních systémů v reálných a často velmi složitých podmínkách [34].

### 5.3.5 Praktická implementace v prostředí s přítomností rušení

V této části jsou prezentovány výsledky simulace prostorového zpracování signálu pomocí dvou různých beamformingových přístupů – klasického směrového beamformeru a pokročilého adaptivního MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) beamformeru. Cílem je ilustrovat rozdíly v rozlišovací schopnosti a odolnosti vůči rušení v prostředí, kde se současně vyskytují vícecestné signály, šum i interferenční zdroje.

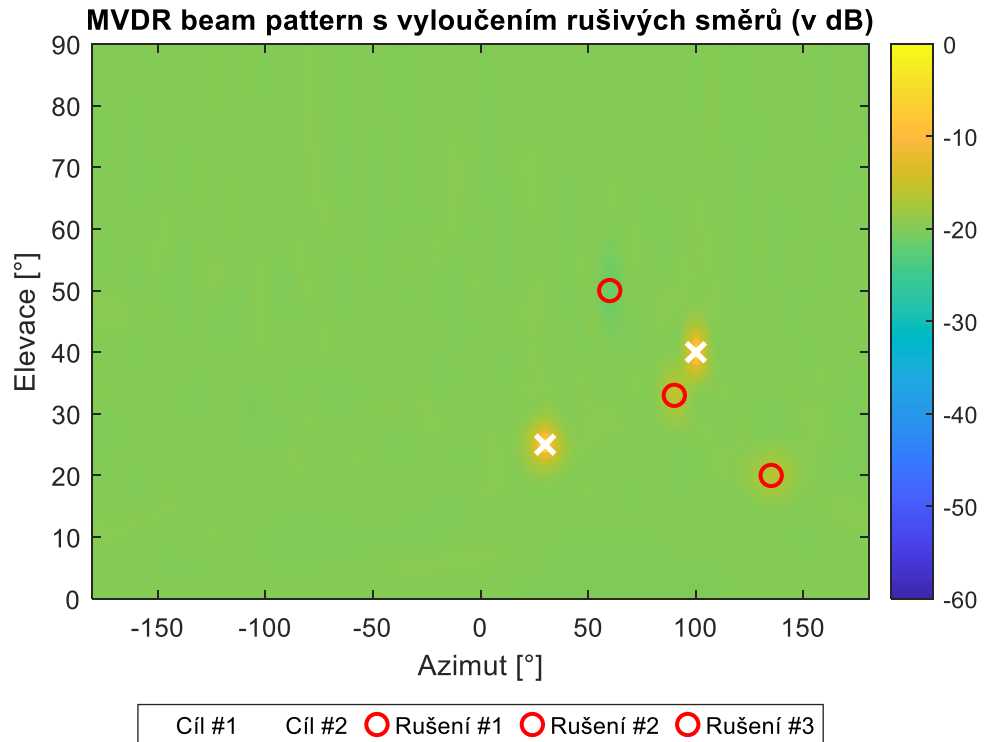
Na následujícím obrázku je znázorněn výstup klasického směrového beamformeru. Tento přístup využívá jednoduché prostorové korelace mezi směrovým vektorem a měřenými signály, aniž by zohledňoval strukturu rušení nebo šumu. Výsledná směrová mapa ukazuje rozložení prostorového výkonu v závislosti na azimutu a elevaci. Bílé křížky označují skutečné směry příchodu cílových signálů. Červené kroužky představují směry rušivých zdrojů.



*Obrázek 22 - 2D směrový diagram klasický směrový beamformer)*

Z grafu je patrné, že směrové laloky jsou poměrně široké, což svědčí o nízkém úhlovém rozlišení systému. Rušivé směry nejsou beamformerem potlačeny – naopak vytvářejí výrazné laloky, které mohou být chybně interpretovány jako cíle. Vedlejší laloky (tzv. sideloby) jsou přítomny v nezanedbatelné míře, což zvyšuje pravděpodobnost falešných detekcí. Ačkoli je tento přístup výpočetně nenáročný a jednoduchý na implementaci, je nevhodný pro prostředí s vysokou úrovní rušení, neboť neumožňuje žádné adaptivní potlačení interferenčních složek.

Následující obrázek zobrazuje výstupní směrový diagram vytvořený pomocí MVDR beamformeru, který byl navržen tak, aby minimalizoval celkový výstupní výkon anténního pole s podmínkou jednotkového zesílení ve směru zájmu. V rámci simulace byly předem známé rušivé směry využity k jejich explicitnímu potlačení.



Obrázek 23 - 2D směrový diagram (MVDR beamformer)

Z výsledků je zřejmé, že hlavní laloky jsou velmi úzké a přesně lokalizované, což potvrzuje vysoké úhlové rozlišení metody. Směry rušivých zdrojů jsou výrazně potlačeny – červené kroužky na výstupním diagramu se nacházejí v oblastech hlubokého útlumu, typicky pod úrovní  $-40$  dB. Oproti Bartlettovu beamformeru dochází k výraznějšímu potlačení vedlejších laloků (sidelobů), což významně snižuje riziko falešných detekcí. Je však třeba zdůraznit, že tato metoda je výpočetně náročnější a citlivější na kvalitu odhadu kovarianční matice.

Z výše uvedených výsledků jednoznačně vyplývá, že adaptivní MVDR beamformer výrazně převyšuje klasické přístupy, zejména v prostředí s přítomností rušení a šumu. Zatímco klasická směrová metoda neposkytuje žádné potlačení rušivých složek, MVDR dokáže tyto směry aktivně a účinně eliminovat. Kromě toho nabízí výrazně lepší potlačení vedlejších laloků (sidelobů), vyšší úhlové rozlišení a větší odolnost vůči interferenci. Tyto výhody jsou však vykoupeny vyšší výpočetní náročností a citlivostí na přesnost odhadu kovarianční matice. Díky svým vlastnostem je MVDR beamforming zvláště vhodný pro aplikace, kde je požadováno precizní směřování a robustnost vůči rušení – například v moderních multifunkčních radarových systémech.

## ZÁVĚR

Tato diplomová práce se zaměřila na pokročilé metody formování vyzařovací charakteristiky anténních řad a polí, přičemž důraz byl kladen na možnosti elektronického vychylování hlavního svazku a potlačování rušení pomocí moderních optimalizačních technik. Byly systematicky popsány a porovnány různé přístupy k návrhu váhovacích koeficientů – od klasických syntéz lineárních řad až po konvexní optimalizaci a adaptivní beamforming.

V první části práce byly popsány základní vlastnosti lineárních anténních řad a různá rozložení amplitud signálu, která ovlivňují tvar výsledného činitele anténní řady. Následně byla věnována pozornost pokročilejším systémům s elektronickým vychylováním svazku, včetně systémů ESA a AESA, které umožňují extrémně rychlé a flexibilní řízení směru vyzařování bez mechanických prvků.

Největší přínos práce spočívá v praktické aplikaci konvexní optimalizace a algoritmu MVDR (Minimum Variance Distortionless Response) pro formování směrového diagramu s přísnými omezeními – zejména s požadavkem na vytvoření nulových bodů ve směrech rušení. Pomocí těchto metod bylo možné ukázat, že lze výrazně zlepšit parametry anténního systému, jako je úroveň potlačení postranních laloků, přesnost směřování hlavního svazku a selektivita vůči rušivým zdrojům.

Na základě provedených simulací bylo prokázáno, že aplikace pokročilých metod významně zlepšuje výkon anténního systému v náročných podmínkách. Konvexní optimalizace se ukázala jako robustní a výpočetně efektivní nástroj pro návrh vyzařovací charakteristiky s přesně definovanými požadavky. Její hlavní výhodou je garantovaná konvergence k optimálnímu řešení, což umožňuje přesně vytvářet nulové body a řídit tvar svazku dle požadovaných parametrů. MVDR beamforming dále přispívá k výraznému zvýšení poměru signál/šum (SNR), a současně efektivně potlačuje i vícenásobné a vzájemně korelované interferenční zdroje, které by jinak znehodnocovaly kvalitu detekce. V neposlední řadě, díky implementaci vícerozměrného prostorového zpracování (tzv. multi-look přístup), je možné analyzovat celou oblast zájmu simultánně, bez potřeby sekvenčního skenování, což je klíčové zejména pro aplikace s požadavkem na rychlou odezvu nebo kontinuální sledování více cílů.

Všechny použité metody byly implementovány a ověřeny v prostředí MATLAB, kde byly rovněž vizualizovány směrové charakteristiky s i bez adaptivního potlačování rušení. Výsledky simulací jasně ukazují výhody pokročilého zpracování signálu při návrhu anténních systémů pro prostředí s vysokou mírou elektromagnetického znečištění.

Z pohledu praktického nasazení lze konstatovat, že prezentované metody jsou plně aplikovatelné v moderních radarových systémech, kde se vyžaduje vysoká prostorová selektivita, adaptivita a rychlost odezvy systému. Budoucí práce by se mohla zaměřit na využití hlubší integrace strojového učení pro adaptivní výběr optimalizačních strategií nebo na rozšíření zpracování o spektrální a časové složky (STAP).

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] HAUPT, Randy L. *Antenna Arrays: A Computational Approach*. WILEY, 2010. ISBN 978-0-470-40775-2.
- [2] BENSON, Keith. *Phased Array Beamforming ICs Simplify Antenna Design*. Online. ANALOG DEVICES. 2019. Dostupné z: <https://www.analog.com/en/resources/analog-dialogue/articles/phased-array-beamforming-ics-simplify-antenna-design.html>. [cit. 2024-11-19].
- [3] XU, Huiwen; DAI, Hong-Ning a ZHAO, Qinglin. On the connectivity of wireless networks with multiple directional antennas. Online. In: *2012 18th IEEE International Conference on Networks (ICON)*. IEEE, 2012, s. 155-160. ISBN 978-1-4673-4523-1. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/ICON.2012.6506551>. [cit. 2025-05-11].
- [4] DELOS, Peter; BROUGHTON, Bob a KRAFT, Jon. *Phased Array Antenna Patterns—Part 1: Linear Array Beam Characteristics and Array Factor*. Online. ANALOG DEVICES. 2020. Dostupné z: <https://www.analog.com/en/resources/analog-dialogue/articles/phased-array-antenna-patterns-part1.html>. [cit. 2025-03-22].
- [5] MAILLOUX, Robert J. *Phased array antenna handbook*. Third edition. Antennas and electromagnetics analysis library. Boston: Artech House, [2018]. ISBN 978-1-63081-029-0.
- [6] MATHWORKS. *Taylorwin*. Online. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/taylorwin.html>. [cit. 2025-03-23].
- [7] BALANIS, Constantine A. *Antenna theory: analysis and design*. Fourth edition. Hoboken: Wiley, [2016]. ISBN 978-1-118-64206-1.
- [8] MILLIGAN, Thomas A. *Modern antenna design*. 2nd ed. Hoboken: IEEE Press ; John Wiley, 2005. ISBN 0-471-45776-0.
- [9] NABEEL, Maira I.; SINGH, Khushboo; AFZAL, Muhammad U.; THALAKOTUNA, Dushmantha N. a ESSELLE, Karu P. Dual-Band Passive Beam Steering Antenna Technologies for Satellite Communication and Modern Wireless Systems: A Review.

- Online. *Sensors*. 2024, roč. 24, č. 18. ISSN 1424-8220. Dostupné z: <https://doi.org/10.3390/s24186144>. [cit. 2025-03-26].
- [10] RUDGE, A.W. a WITHERS, M.J. New technique for beam steering with fixed parabolic reflectors. Online. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. 1971, roč. 118, č. 7. ISSN 00203270. Dostupné z: <https://doi.org/10.1049/piee.1971.0166>. [cit. 2025-03-26].
- [11] BEZOUŠEK, Pavel a ŠEDIVÝ, Pavel. *Radarová technika*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-01-03036-9.
- [12] UCHENDU, Iyemeh a KELLY, James R. SURVEY OF BEAM STEERING TECHNIQUES AVAILABLE FOR MILLIMETER WAVE APPLICATIONS. Online. *Progress In Electromagnetics Research B*. 2016, roč. 68, s. 35-54. ISSN 1937-6472. Dostupné z: <https://doi.org/10.2528/PIERB16030703>. [cit. 2025-03-26].
- [13] RODRIGO, Daniel; JOFRE, Lluís a CETINER, Bedri A. Circular Beam-Steering Reconfigurable Antenna With Liquid Metal Parasitics. Online. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2012, roč. 60, č. 4, s. 1796-1802. ISSN 0018-926X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/TAP.2012.2186235>. [cit. 2025-03-26].
- [14] STIMSON, GEORGE W. *INTRODUCTION TO AIRBORNE RADAR*. SECOND EDITION. SciTech, 1998. ISBN 1-891121-01-4.
- [15] *Passive electronically scanned array*. Online. In: Wikipedia: the free encyclopedia. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Passive\\_electronically\\_scanned\\_array](https://en.wikipedia.org/wiki/Passive_electronically_scanned_array). [cit. 2025-04-04].
- [16] KASSOTAKIS, Ioannis. Modern Radar Techniques for Air Surveillance & Defense. Online. *Journal of Computations & Modelling*. 2014, č. 4, s. 189-205. Dostupné z: [https://www.scienpress.com/Upload/JCM/Vol%204\\_1\\_11.pdf](https://www.scienpress.com/Upload/JCM/Vol%204_1_11.pdf). [cit. 2025-04-05].
- [17] *Uttam AESA Radar – All You Need To Know*. Online. Defence Direct Education. 2022. Dostupné z: <https://defencedirecteducation.com/2022/09/23/uttam-aesa-radar-dde/>. [cit. 2025-04-05].

- [18] *An introduction to digital Active Electronically Scanned Array (AESA) radars*. Online. Leonardo. 2024. Dostupné z: <https://uk.leonardo.com/en/news-and-stories-detail/-/detail/an-introduction-to-digital-aesa-radars>. [cit. 2025-04-06].
- [19] REEDY, Edward K. Radar ECCM Considerations and Techniques. Online. In: EAVES, Jerry L. a REEDY, Edward K. (ed.). *Principles of Modern Radar*. Boston, MA: Springer US, 1987, s. 681-699. ISBN 978-1-4612-9170-1. Dostupné z: [https://doi.org/10.1007/978-1-4613-1971-9\\_22](https://doi.org/10.1007/978-1-4613-1971-9_22). [cit. 2025-05-15].
- [20] ELBIR, Ahmet M.; MISHRA, Kumar Vijay; VOROBYOV, Sergiy A. a HEATH, Robert W. Twenty-Five Years of Advances in Beamforming: From convex and nonconvex optimization to learning techniques. Online. *IEEE Signal Processing Magazine*. 2023, roč. 40, č. 4, s. 118-131. ISSN 1053-5888. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/MSP.2023.3262366>. [cit. 2025-04-06].
- [21] BEKING, Michiel van Tent. *Sparse Array Antenna Signal Reconstruction using Compressive Sensing for Direction of Arrival Estimation*. Magisterská práce. Twente: University of Twente, 2016.
- [22] BOYD, Stephen a VANDENBERGHE, Lieven. *Convex optimization*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004. ISBN 0-521-83378-7.
- [23] LEBRET, H. a BOYD, S. Antenna array pattern synthesis via convex optimization. Online. *IEEE Transactions on Signal Processing*. Roč. 45, č. 3, s. 526-532. ISSN 1053587X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/78.558465>. [cit. 2025-05-17].
- [24] LOBO, Miguel Sousa; VANDENBERGHE, Lieven; BOYD, Stephen a LEBRET, Hervé. Applications of second-order cone programming. Online. *Linear Algebra and its Applications*. 1998, roč. 284, č. 1-3, s. 193-228. ISSN 00243795. Dostupné z: [https://doi.org/10.1016/S0024-3795\(98\)10032-0](https://doi.org/10.1016/S0024-3795(98)10032-0). [cit. 2025-05-18].
- [25] YANG, Shiwen; GAN, Yeow Beng a QING, Anyong. Antenna-array pattern nulling using a differential evolution algorithm. Online. *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*. 2004, roč. 14, č. 1, s. 57-63. ISSN 1096-4290. Dostupné z: <https://doi.org/10.1002/mmce.10118>. [cit. 2025-05-21].

- [26] VOURAS, P. a DE GRAAF, J. Robust transmit nulling in phased array antennas. Online. In: *2011 Conference Record of the Forty Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR)*. IEEE, 2011, s. 2101-2103. ISBN 978-1-4673-0323-1. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/ACSSC.2011.6190399>. [cit. 2025-05-21].
- [27] KIONG, Tiong Sieh; SALEM, S. Balasem; PAW, Johnny Koh Siaw; SANKAR, K. Prajindra a DARZI, Soodabeh. Minimum Variance Distortionless Response Beamformer with Enhanced Nulling Level Control via Dynamic Mutated Artificial Immune System. Online. *The Scientific World Journal*. 2014, roč. 2014, s. 1-9. ISSN 2356-6140. Dostupné z: <https://doi.org/10.1155/2014/164053>. [cit. 2025-05-27].
- [28] BEHAR, Vera; KABAKCHIEV, Christo a ROHLING, Hermann. MVDR radar signal processing approach for jamming suppression in satellite navigation receivers. Online. *INTERNATIONAL RADAR SYMPOSIUM*. 2010, s. pp. 1-4. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/profile/Vera-Behar/publication/224166758\\_MVDR\\_radar\\_signal\\_processing\\_approach\\_for\\_jamming\\_suppression\\_in\\_satellite\\_navigation\\_receivers/links/09e414fe1787958e48000000/MVDR-radar-signal-processing-approach-for-jamming-suppression-in-satellite-navigation-receivers.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Vera-Behar/publication/224166758_MVDR_radar_signal_processing_approach_for_jamming_suppression_in_satellite_navigation_receivers/links/09e414fe1787958e48000000/MVDR-radar-signal-processing-approach-for-jamming-suppression-in-satellite-navigation-receivers.pdf). [cit. 2025-05-26].
- [29] CHEN, Zhizhang; GOKEDA, Gopal a YU, Yiqiang. *Introduction to direction-of-arrival estimation*. Boston: Artech House, c2010. ISBN 978-1-59693-089-6. Dostupné také z: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/natl-ebooks/detail.action?docID=583642>.
- [30] XIAO, Yuteng; YIN, Jihang; QI, Honggang; YIN, Hongsheng; HUA, Gang et al. MVDR Algorithm Based on Estimated Diagonal Loading for Beamforming. Online. *Mathematical Problems in Engineering*. 2017, roč. 2017, č. 1. ISSN 1024-123X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1155/2017/7904356>. [cit. 2025-05-27].
- [31] WANG, Qiong a YOU, Hong. MVDR Beam-Space Pre-Processing for Wideband Sources DOA Estimation. Online. In: *2008 Second International Symposium on Intelligent Information Technology Application*. IEEE, 2008, s. 1091-1094. ISBN 978-0-7695-3497-8. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/IITA.2008.341>. [cit. 2025-05-27].
- [32] ABDULRAHMAN, Omar Khaldoon; RAHMAN, Md. Mijanur; HASSNAWI, L. A. a AHMAD, R. Badlishah. Modifying MVDR Beamformer for Reducing Direction-of-

Arrival Estimation Mismatch. Online. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 2016, roč. 41, č. 9, s. 3321-3334. ISSN 1319-8025. Dostupné z: <https://doi.org/10.1007/s13369-015-1825-4>. [cit. 2025-05-27].

- [33] SOUDEN, Mehrez; BENEŠTY, Jacob a AFFES, Sofiène. A Study of the LCMV and MVDR Noise Reduction Filters. Online. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2010, roč. 58, č. 9, s. 4925-4935. ISSN 1053-587X. Dostupné z: <https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2051803>. [cit. 2025-05-27].

- CHEN, Yu-Hsuan; JUANG, Jyh-Ching; SEO, Jiwon; LO, Sherman; AKOS, Dennis M. et al. Design and Implementation of Real-Time Software Radio for Anti-Interference GPS/WAAS Sensors. Online. *Sensors*. 2012, roč. 12, č. 10, s. 13417-13440. ISSN 1424-8220. Dostupné z: <https://doi.org/10.3390/s121013417>. [cit. 2025-05-27].

# **SEZNAM PŘÍLOH**

Příloha A: Zdrojový kód