

Univerzita Pardubice

Fakulta ekonomicko-správní

Diskrétní modelování Blackovy-Scholesovy formule

Lábr Jaroslav

**Bakalářská práce
2016**

Zadávací list

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 29. 4. 2016

Lábr Jaroslav

PODĚKOVÁNÍ:

Tímto bych rád poděkoval svým vedoucím práce magistru Davidovi Breberovi a doktoru Liborovi Koudelovi za jejich odbornou pomoc, cenné rady a poskytnuté materiály, které mi pomohly při zpracování bakalářské práce.

Název: Diskrétní modelování Black-Scholesovy formule

Autor: Jaroslav Lábr

Ústav matematiky a kvantitativních metod, Pardubice

Vedoucí bakalářské práce: Mgr. David Brebera

ANOTACE

Předmětem bakalářské práce je provést s využitím výpočetních nástrojů diskrétní simulaci vývoje cen opcí. Začátek práce je věnován historii a úvodu do teorie opcí. Následuje část věnovaná Blackovu-Scholesovu modelu, ve které jsou uvedeny předpoklady. Závěr práce se věnuje diskrétní simulaci vývoje cen opcí pomocí Blackovy-Scholesovy formule.

KLÍČOVÁ SLOVA

opce, oceňování opcí, Blackův-Scholesův model

Title: Discrete modeling of the Black- Scholes formula

Author: Jaroslav Lábr

Department of Mathematics and quantitative methods, Pardubice

Supervisor: Mgr. David Brebera

ANNOTATION

The goal of this thesis is discrete modeling of the Black-Scholes formula. In the first part are described the history and the basics of option theory. Following part deals with Black-Scholes model, derivation of the Black-Scholes equation. The last part of the thesis is discrete simulation of the evolution of options prices using the Black- Scholes formula.

KEYWORDS

option, option valuation , Black- Scholes model

OBSAH

1	ÚVOD	1
2	HISTORIE OPCÍ	2
2.1	THALÉS A SKLIZEŇ OLIV	2
2.2	TULIPÁNOVÁ MÁNIE V 17. STOLETÍ	2
2.3	RUSSELL SAGE A PUT & CALL MAKLÉŘI	4
2.4	ZAVEDENÍ OPČNÍHO TRHU	5
2.5	KONEČNÝ VÝVOJ OBCHODOVÁNÍ S OPCEMI	5
3	ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKA OPCÍ	7
3.1	ZÁKLADNÍ POJMY	7
3.2	DRUHY OPCÍ	8
3.2.1	<i>Kupní opce</i>	8
3.2.2	<i>Prodejní opce</i>	8
4	ZÁKLADNÍ OPČNÍ STRATEGIE	9
4.1	STRATEGIE DLOUHÉ NÁKUPNÍ OPCE	9
4.2	STRATEGIE KRÁTKÉ NÁKUPNÍ OPCE	10
4.3	STRATEGIE DLOUHÉ PRODEJNÍ OPCE	11
4.4	STRATEGIE KRÁTKÉ PRODEJNÍ OPCE	12
5	OCENĚNÍ OPCÍ	14
5.1	CENA PODKLADOVÉHO AKTIVA	14
5.2	REALIZAČNÍ CENA	15
5.3	ČAS	15
5.4	TYP OPCE	15
5.5	ÚROKY	15
5.6	DIVIDENDA	15
5.7	VOLATILITA	16
6	PUT – CALL PARITA	17
6.1	EVROPSKÁ OPCE BEZ DIVIDENDY	17
6.2	EVROPSKÉ OPCE S DIVIDENDOU	18
7	ŘECKÁ PÍSMENA	20
7.1	DELTA Δ	20
7.2	GAMA Γ	21
7.3	THÉTA Θ	21
7.4	VEGA	21
7.5	RÓ P	22
8	HISTORIE BLACKOVA- SCHOLESOVA MODELU	23
8.1	BIOGRAFIE NOBELISTŮ	23
8.2	VZNIK BLACKOVA-SCHOLESOVA MODELU	25
9	BLACKŮV-SCHOLESŮV MODEL	26
9.1	KLÍČOVÉ PŘEDPOKLADY BLACKOVA-SCHOLESOVA MODELU	26
9.2	NĚKTERÉ MODIFIKACE BLACKOVA-SCHOLESOVA MODELU	28
10	DISKRÉTNÍ MODEL BLACKOVY-SCHOLESOVY FORMULE	29
10.1	JAVASCRIPT	29
10.2	PROGRAMOVÁNÍ BLACKOVY-SCHOLESOVY FORMULE V JAVASCRIPTU	29
10.2.1	<i>Vstupy</i>	29
10.2.2	<i>Funkce pro vytvoření dvourozměrného pole</i>	31
10.2.3	<i>Funkce pro zápis do pole</i>	32
10.2.4	<i>Funkce normsdist a erf</i>	34
10.2.5	<i>Funkce Vypis</i>	35
10.3	UŽIVATELSKÝ VZHLED	38
11	ZÁVĚR	41
	ZDROJE	42

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Faktory ovlivňující cenu opce	14
Tabulka 2: Portfolia k put call paritě I.....	17
Tabulka 3: Portfolia k put call paritě II.	19

SEZNAM ILUSTRACÍ

Obrázek 1 : Výnosově-rizikový profil koupené kupní opce.....	9
Obrázek 2: Výnosově-rizikový profil vypsané kupní opce	10
Obrázek 3: Výnosově-rizikový profil koupené prodejní opce	11
Obrázek 4: Výnosově-rizikový profil vypsané prodejní opce.....	12
Obrázek 5: Kód HTML proměnné	29
Obrázek 6: Kód JavaScript proměnné	30
Obrázek 7: Vytvoření dvourozměrného pole	31
Obrázek 8: Ukládání hodnot do pole část 1/2.....	32
Obrázek 9: Ukládání hodnot do pole část 2/2.....	33
Obrázek 10: Distribuční funkce standardizovaného normálního rozdělení	34
Obrázek 11: Výpis vstupů do tabulky	35
Obrázek 12: Výpis pole do tabulky	36
Obrázek 13: Formulář pro zadávání proměnných od uživatele.....	38
Obrázek 14: Diskrétní model Blackovy-Scholesovy formule	39

1 ÚVOD

Finance jsou v dnešní době nejrychleji rozvíjející se oblastí v bankovním a podnikovém odvětví. Řada firem využívá k finančnímu zabezpečení deriváty, které se staly za posledních třicet let nedílnou součástí finančního světa.

Během mého studia, ve kterém jsem se zaměřil na finance a management, jsem získal mnoho informací z oblasti finanční gramotnosti. Zejména v předmětech, jako byly pojištění a pojišťovnictví, základy financí, kapitálové a finanční trhy, analýza časových řad a v mnoha dalších. Tyto předměty mě motivovaly k tomu, abych si jako téma bakalářské práce zvolil „*Diskrétní modelování Blackovy-Scholesovy formule*“.

V první části bych se rád zaměřil na opce a uvedl něco málo o jejich historii a dále bych vysvětlil základní pojmy, které považuji za důležité pro porozumění fungování opcí.

V další části rozčlením opce dle jejich pozice a také přiblížím druhy opcí a způsob, kterým jsou opce oceňovány.

V poslední teoretické části představím Blackův-Scholesův model pro počítání opční ceny, pomocí kterého budu modelovat v praktické části Blackovu-Scholesovu diskrétní formuli. Modelaci provedu pomocí JavaScriptu.

2 HISTORIE OPCÍ

Současné opční smlouvy byly zavedeny v době, kdy byla vytvořena opční burza Chicago Board of Option Exchange (CBOE). Základní myšlenka opčních kontraktů vznikla však již ve starověkém Řecku v první polovině čtvrtého století před naším letopočtem.

Vzhledem k tomu, že od první zmínky o opcích v Řecku do vzniku moderních opčních smluv v CBOE v roce 1973 uplynula dlouhá doba a opce nabývaly různých podob, tak budou některé z nich přiblíženy v následujících podkapitolách.

2.1 Thalés a sklizeň oliv

První zmínku o opcích je možné nalézt již v knize Politika, jejímž autorem byl Aristotelés, jeden z nejvýznamnějších řeckých filozofů. Aristotelés v ní popisuje obchodování Thaléta z Milétu, jenž profitoval z prodeje oliv.

„V příběhu se vypráví o jednom nápadu, jak vydělat. Tento nápad se sice připisuje Thalétovi pro jeho moudrost, ale postihuje něco obecného. Když mu totiž lidé pro jeho chudobu vyčítají, že je filosofie neúčinná, tak prý, protože na základě pozorování hvězd předvídal, že bude velká úroda oliv, složil již v zimě něco málo peněz jako zálohu a získal za nízkou cenu do nájmu všechny olivové lisy v Milétu a na Chiu, neboť nikdo nepřišel s vyšší nabídkou.

Když potom nastal pravý čas a mnoho zájemců se náhle a současně začalo shánět po olivových lisech, pronajímal je za tolik, za kolik chtěl. Získal prý mnoho peněz a dokázal tím, že pro filosofy by bylo snadné zbohatnout kdyby chtěli, ale že bohatství není tím, oč usilují.

Tak tedy podal Thalés podle vypravování důkaz o své moudrosti. Patří to obecně k výtěžnému umění, dovede-li si někdo takto zajistit výhradní prodej.“ [2]

2.2 Tulipánová mánie v 17. století

Dalším milníkem v historii opcí je událost, která se odehrála v sedmnáctém století v Holandsku. Známá je jako tulipánová mánie. Tulipány byly považovány za symbol společenského postavení. Jejich popularita byla tak vysoká, že se rozšířila do celé Evropy a následně i do celého světa. To vedlo ke zvýšení poptávky po cibulkách tulipánů.

Začaly se zde uskutečňovat obchody s různými druhy zajištění. Například pěstitelé tulipánů nakupovali prodejní opce (tzn. put opce), aby chránili své zisky v případě poklesu ceny cibulek tulipánů. Naopak velkoobchodníci si pořizovali nákupní opce (tzn. call opce), aby se vyvarovali

rizika nárůstu cen cibulek tulipánů. Smlouvy byly zcela neregulované a do značné míry neformální. [14]

Během roku 1630 se zvyšovala poptávka po cibulkách tulipánů a s ní rostla i jejich cena. Nárůst ceny měl několik důvodů.

Prvním z nich bylo pěstování tulipánů, při kterém obchodníci využívali svých znalostí při naplnění potřeb odběratelů z vyšších vrstev, kteří projevovali značný zájem o květy tulipánů. Pěstitel si mohl dovolit prodávat tulipány jako přepychový a velmi kvalitní plod. [12]

Dalším důvodem bylo pěstování tulipánových cibulek za účelem jejich budoucího prodeje. Byl to jednodušší způsob živobytí, než jiné uplatňované prostředky. Možnost vznikla obzvláště proto, že počátky produkce vzácných cibulek byly značně pomalé a v době nafukování bubliny byla poptávka po vzácných cibulkách příliš velká. [12]

Posledním z důvodů byla poptávka se záměrem dalšího obchodování, při kterém se spekulovalo na růstu cen. Pokračující trend růstu cen měl za následek rozšířenou představu, že vzácné cibulky jsou vyhovujícím majetkem a aktivem pro uložení úspor a bohatství. [12]

Holandští obchodníci investovali často i celé bohatství do smluv. V historii jsou popsány více či méně důvěryhodné příběhy lidí, kteří byli ochotni dát za vzácnou cibulku tulipánu celé své bohatství, jako byly domy nebo pozemky.

"Námořník, který se vrátil z ciziny a o tulipománii nic nevěděl, pomohl jednomu obchodníkovi. Ten se mu odvděčil dobrým jídlem, sleděm a chlebem. Námořník si k tomu bez vědomí obchodníka vzal i cibuli, která ležela na stole, a snědl ji také. Byla to však cibule tulipánu, který obchodník pořídil za cenu jídla pro celou posádku lodi na jeden rok. Námořník kvůli tomu strávil měsíce ve vězení.

"V roce 1634 zaplatil jeden haarlemský obchodník dokonce polovinu svého jmění za jednu jedinou cibuli tulipánu. V roce 1635 nabízeli spekulanti za jeden haarlemský tulipán 12 akrů stavebních pozemků a jeden amsterodamský tulipán stál 4600 holandských guldenů, což odpovídalo ceně 40 tučných volů." [12]

Hodnota cibulek tulipánů rostla až do doby, kdy už obchodníci nebyli schopni investovat tak vysokou cenu za cibulku tulipánu. To mělo za následek nárůst počtu obchodníků, kteří chtěli využít svá práva k prodeji cibulek za předem sjednanou cenu. Důsledkem tohoto kroku bylo neustálé nafukování a následné prasknutí cenové bubliny. Po krachu na tulipánové burze nastoupil náhlý a rychlý cenový propad a ceny cibulek tulipánů spadly na zlomek své původní ceny. Na trhu došlo k převaze nabídky nad poptávkou a tulipánová horečka skončila. [14]

Kolaps tulipánové ekonomiky v době tulipánové horečky měl za následek hospodářský útlum a krizi. Zhroucením tulipánové ekonomiky byla spousta lidí nucena změnit způsob obživy. To vedlo k rozpadu ekonomické rovnováhy a musela se změnit celá struktura ekonomiky. [12]

2.3 Russell Sage a Put & Call makléři

Navzdory špatné pověsti z dob tulipánové mánie se s opcemi ve značné míře dál obchodovalo. V historii byly opční obchody zakázané mnohokrát v různých částech světa. Postihlo to zejména Evropu, Japonsko, dokonce i některé státy v Americe. Organizovaný trh se nadále rozvíjel, přesto na počátku osmnáctého století byla možnost obchodovat pomocí opcí zakázána úplně.

Tento zákaz trval více než 100 let, a to až do konce devatenáctého století.

Významnou roli v historii obchodování s opcemi hrál americký finanční obchodník Russel Sage. Sage začal ke konci devatenáctého století vytvářet nákupní a prodejní opce, se kterými se začalo obchodovat v USA. V tu dobu zde ještě nebyl žádný formální burzovní trh, avšak Sage vytvořil aktivitu kolem opcí, která byla významným průlomem v možnostech obchodování. [14]

Sage byl prvním, kdo vytvořil vztah mezi opční cenou, cenou podkladového cenného papíru a úrokovou sazbou. Použil princip nákupní prodejní parity, pomocí kterého byly vytvořeny systematické úvěry mezi kupujícím akcie a put opce od zákazníka. To mu umožnilo účinně půjčovat peníze zákazníkovi za úrokovou sazbu a také mohl stanovit pevnou fixní cenu kontraktu a realizační cenu. Sage nakonec musel opustit svůj princip obchodování, protože se dostával do značné ztráty. Jeho základy však přispěly k dalšímu vývoji obchodování s opcemi. [14]

Na konci roku 1800 začali makléři a obchodníci navrhopvat prodávajícím a kupujícím opcí, aby využívali makléře jako zprostředkovatele obchodů. Hlavní myšlenou bylo, že jedna ze zúčastněných stran by kontaktovala makléře, vyjádřila zájem o koupi kupní nebo prodejní opce. Maklér se pokusil najít na druhé straně obchodního partnera, který by vyhovoval požadavkům.

Jednalo se o složitý proces, ve kterém bylo potřeba vyhovět podmínkám obou příslušných stran. Makléři a asociace prodejců spolupracovali na vytvoření sítí, které by pomohly nakupujícím a prodávajícím opčních smluv pracovat efektivněji. Stále zde ale nebyl žádný standard, podle kterého by se trh řídil, tudíž docházelo k nedostatku likvidity na trhu. [14]

2.4 Zavedení opčního trhu

Tehdejší trh byl řízen brokery, kteří zprostředkovávali kupní a prodejní opční kontrakty přes obchodní přepážku. V této době vznikla první standardizace na trhu s opcemi a více lidí začalo využívat potenciálu opčních smluv. Trh ale nadále zůstal nekvalitní s omezenou aktivitou.

Makléři vydělávali na rozdílu mezi tím, co byl prodávající ochoten akceptovat a kupci zaplatit. Rozmezí mohlo být libovolně velké, záleželo pouze na obchodních schopnostech makléře.

V roce 1968, v Chicago Board of Trade, došlo k významnému poklesu v obchodování s komoditami futures. Organizace proto začaly hledat nové způsoby, jak by jejich podnikání nadále mohlo růst. Cílem bylo vytvoření další obchodní příležitosti pro makléře, kteří obchodují na daném trhu. Po řadě alternativ a změn bylo rozhodnuto o vytvoření formálního obchodování pomocí opčních kontraktů, které mělo zajistit stabilitu trhu. [14]

Před uvedením formálního obchodování pomocí opčních kontraktů na řízeném trhu bylo potřeba překonat spoustu překážek. Po jejich překonání v roce 1983 Chicago Board of Option Exchange (CBOE) začíná obchodovat pomocí opčních kontraktů. Toto se považuje za vznik řádně standardizované opční smlouvy. Ve stejnou dobu byla vytvořena Clearingová společnost, která se starala o opční kontrakty a jejich řádné plnění. Důsledkem toho bylo odstranění pochybných investorů a opce se staly legitimními. [14]

2.5 Konečný vývoj obchodování s opcemi

Když se Chicago Board of Option Exchange (CBOE) poprvé otevřelo pro obchodování, byl stále ještě mírný odpor k myšlence na obchodování s opcemi a do značné míry vznikaly pochybnosti, zda jsou opční kontrakty podloženy správnou hodnotou dané opce.

Důsledkem nedokonalé vzorce výpočtu ceny opce bylo, že trh byl stále málo likvidní. Fisher Black a Myron Scholes v roce 1973 vytvořili matematický vzorec, který počítal cenu opce pomocí určených proměnných. Tento vzorec začal být označován jako Pricing Model Black Scholes a měl zásadní vliv na určování hodnoty opce, takže se investoři začali cítit více v bezpečí. [14]

V roce 1974 byl průměrný denní objem opčních zakázek na Chicago Board of Option Exchange přes 20 000 a v roce 1975 byly otevřeny další burzovní trhy v Americe. V roce 1977 se nadále zvyšoval počet investorů a v následujících letech se opční kontrakty rozšířily po celém světě. [14]

Ke konci 20. století se začalo rozšiřovat online obchodování. Obchodování s opcemi začalo být populární nejen u profesionálních, ale i u amatérských obchodníků. [14]

3 ZÁKLADNÍ CHARAKTERISTIKA OPCÍ

Opce jsou deriváty, které na rozdíl od forwardů, futures a swapu jako pevných derivátů představují termínované kontrakty, v nichž může být držitel opce (tzn. kupující opce, holder) v tzv. dlouhé nebo v tzv. krátké pozici. V dlouhé pozici má právo, nikoli povinnost uskutečnit ve sjednaném termínu příslušný obchod. Naopak upisovatel opce (tzn. prodávající opce, writer) v krátké pozici se pasivně podřizuje rozhodnutí držitele opce. [11]

Vstup do dlouhé pozice proto není bezplatný, ale uskuteční se koupí opce za opční prémii (tzn. cenu opce, option premium). Podobně vstup do krátké pozice se uskuteční prodejem opce za zmíněnou opční prémii. [11]

3.1 Základní pojmy

Aby bylo možné pochopit základní strategie opcí, je potřeba si ujasnit některé pojmy. Základní terminologie bude přiblížena v této kapitole.

- **Realizační cena (Strike price)**

Realizační cena udává cenu podkladového aktiva, která je předmětem opčního kontraktu. Je to tedy cena, za kterou si kupující opce může určité množství podkladového aktiva v budoucnu koupit nebo prodat. [1]

- **Podkladové aktivum**

Opce se odvozují od podkladového aktiva. Podkladovým aktivem jsou akcie, obligace, akciové indexy, dluhopisy, pokladniční poukázky, devizy, kontrakty futures nebo komodity.[1]

- **Expirace (Expiration, Maturity)**

Expirace udává životnost vypršení opce. [1]

- **Opční prémie (Premium)**

Opční prémie stanovuje cenu opce, kterou kupující zaplatí za dané opční právo prodávajícímu. [1]

- **Bod nulového zisku (BEP)**

Bod nulového zisku je bod, kdy se daná opční strategie dostává ze ztráty do zisku. [1]

- **Uplatnění (Exercise)**

Uplatnění opce nastane, když se kupující opce rozhodne využít své právo na nákup, resp. prodej podkladového aktiva, na které je opce vázána. [1]

3.2 Druhy opcí

Existují dva základní druhy opcí. Opce kupní (call) a opce prodejní (put). Oba typy opcí lze nakupovat (dlouhá pozice) a prodávat (krátká pozice). Čtyři základní pozice opcí, které slouží jako základní stavební kámen, budou vysvětleny v následující kapitole. [15]

Opce můžeme dělit také podle doby splatnosti na dva typy. S evropskou opcí může kupující uplatnit své právo nakoupit, respektive prodat podkladové aktivum pouze v době expirace opce. S americkou opcí může kupující uplatnit své právo nakoupit, respektive prodat podkladové aktivum v průběhu životnosti opce. Označení opcí neudává možné místo obchodování.

3.2.1 Kupní opce

Kupní opce (tzn. call options, calls) dává majiteli právo koupit podkladové aktivum za předem stanovenou hodnotu v předem stanoveném čase.

Když se držitel opce rozhodne uplatnit své právo, vypisovatel opce má povinnost mu prodat podkladové aktivum za předem stanovených podmínek. [5]

3.2.2 Prodejní opce

Prodejní opce dává svému majiteli právo prodat podkladové aktivum za předem stanovenou hodnotu v předem stanoveném čase.

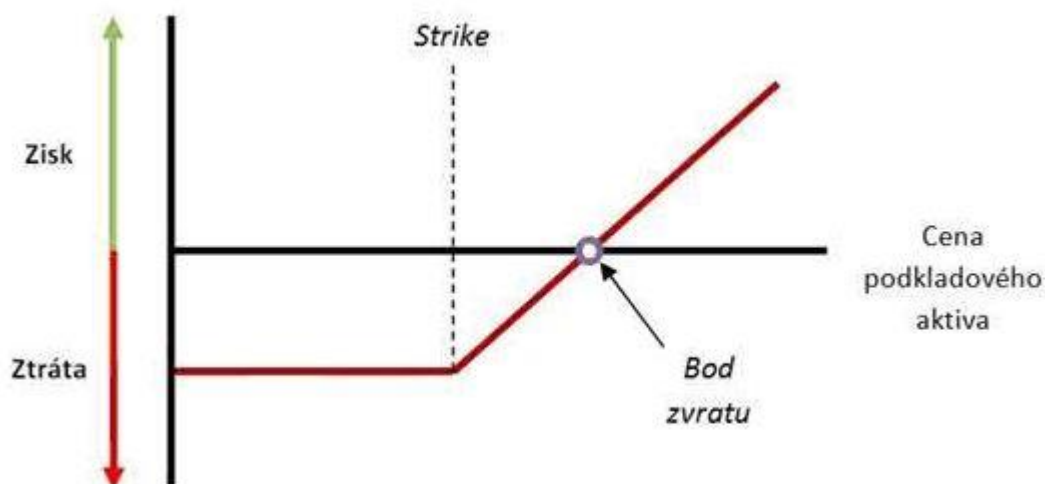
Když se držitel opce rozhodne uplatnit své právo, vypisovatel kupní opce má povinnost od něj odkoupit podkladové aktivum za předem stanovených podmínek. [5]

4 ZÁKLADNÍ OPČNÍ STRATEGIE

V kapitole 3.2 bylo uvedeno, že existují čtyři základní pozice opcí. V této kapitole budou přiblíženy jejich strategie.

4.1 Strategie dlouhé nákupní opce

Tato strategie vzniká nákupem kupní (call) opce. Subjekt, který nakoupil opci, má právo koupit určité množství podkladového aktiva za předem sjednanou cenu (realizační cenu, strike price). Za toto právo platí kupující prodávajícímu opční prémii, což je pro něj také jeho nejvyšší možná ztráta v této strategii. Naproti tomu zisk je prakticky neomezený a zvyšuje se růstem ceny podkladového aktiva. [1]



Obrázek 1: Výnosově-rizikový profil koupené kupní opce

Zdroj: [17]

Zisk kupní opce je znázorněn na obrázku 1. Horizontální osa zobrazuje cenu podkladového aktiva, která má rostoucí trend. Vertikální osa zachycuje ztrátu a zisk z dané opční pozice. Funkce zobrazuje samotnou opční pozici. Z grafu je zřejmé, že začíná v záporných hodnotách, jelikož za nákup kupní opce bylo třeba nejprve zaplatit opční prémii, která představuje i největší možnou ztrátu z dané pozice. Bod zvratu určuje, kdy je cena podkladového aktiva při expiraci v nulovém zisku. Je evidentní, že zisk je neomezený a s růstem ceny podkladového aktiva roste. [17]

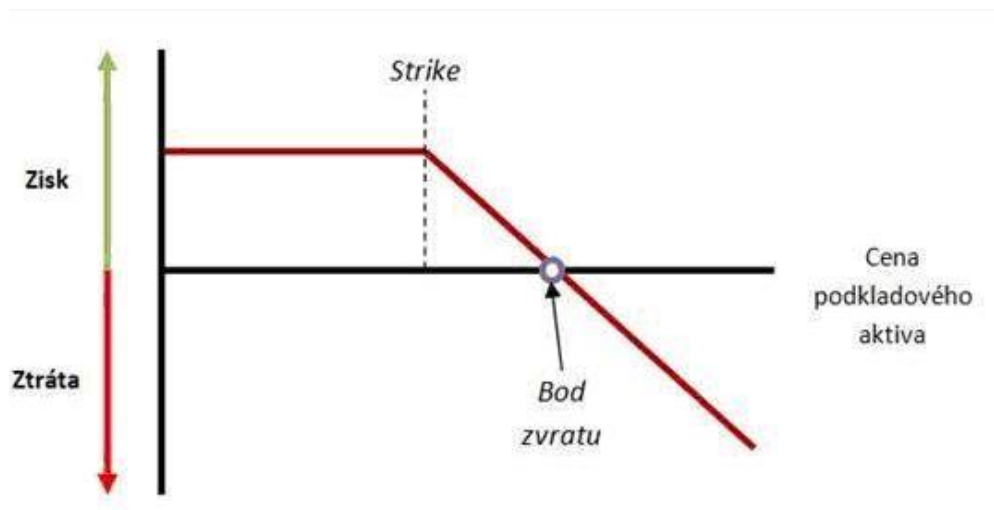
Kupující kupní opce tedy spekuluje na vzestup ceny podkladového aktiva. Pro lepší představu bude uveden příklad. Pokud obchodník bude mít kupní opci s realizační cenou 1000 peněžních jednotek a prodávající zaplatí prémii v hodnotě 100 peněžních jednotek a cena podkladového aktiva se v době expirace vyšplhá na hodnotu 1500 peněžních jednotek, má kupující opce právo nakoupit podkladové aktivum stále za hodnotu 1000 peněžních jednotek. Jelikož je současná cena 1500 peněžních jednotek, realizuje tím zisk ve výši 500 peněžních jednotek (1500-1000). Od zisku je potřeba ale odečíst 100 peněžních jednotek, které činí náklady za pořízení kupní opce ve výši 100 peněžních jednotek. Po odečtení bude čistý zisk 400 peněžních jednotek.

Kdyby cena podkladového aktiva oslabila na cenu 800 peněžních jednotek, kupujícímu se nevyplatí využít kupní právo na opci a to z toho důvodu, že může nakoupit na trhu levněji. V každém případě realizuje ztrátu 100 peněžních jednotek, které zaplatil za prémii na danou kupní opci.

4.2 Strategie krátké nákupní opce

Tato strategie je opakem strategie dlouhé nákupní opce a spočívá v prodeji kupní opce. Prodejce získává od kupujícího opční prémii, čímž se zavazuje k tomu, že je povinen prodat kupujícímu určité množství podkladového aktiva, pokud o to požádá. [1]

Pro prodávající je tedy ideální situace, když v době expirace je podkladové aktivum pod sjednanou realizační cenou. Tehdy opce expiruje jako bezcenná. Proávající si ponechá opční prémii v plné výši. [1]



Obrázek 2: Výnosově-rizikový profil vypsání kupní opce

Zdroj: [17]

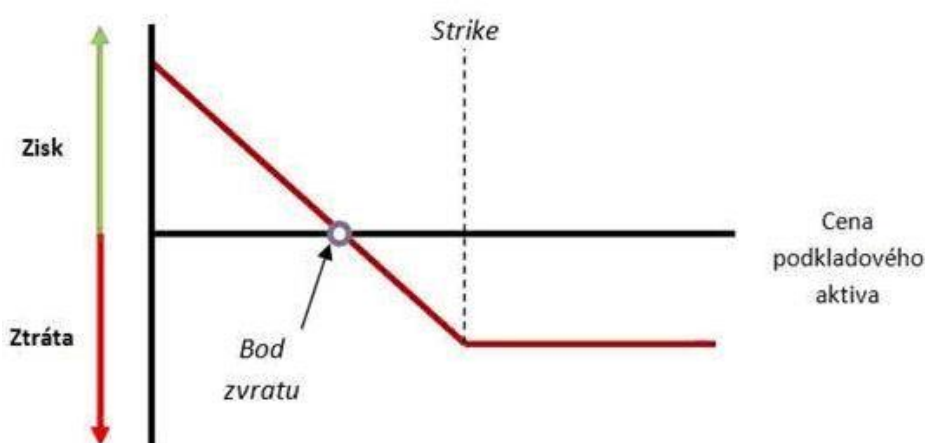
Jestliže je cena podkladového aktiva v době expirace vyšší než je daná realizační cena prodané kupní opce, prodávající prokáže buď omezený zisk nebo ztrátu. Nevýhodou této strategie je, že ztráta může neomezeně narůstat. [17]

Opět pro lepší představu bude uveden příklad. U dané strategie krátké kupní opce se spekuluje na pokles nebo stagnaci dané ceny podkladového aktiva. Rozhodne-li se obchodník pro prodej kupní opce s podkladovým aktivem za cenu 1000 peněžních jednotek, a obdrží opční prémii ve výši 100 peněžních jednotek, bude realizovat maximální zisk pouze tehdy, pokud se cena daného podkladového aktiva udrží v době expirace maximálně v úrovni 1000 peněžních jednotek. Pokud by cena kupní opce vzrostla na 1200 peněžních jednotek, obchodník by měl v době expirace ztrátu ve výši 100 peněžních jednotek.

4.3 Strategie dlouhé prodejní opce

Tato strategie funguje na principu nákupu prodejní (put) opce. Kupující získává právo prodat určité množství podkladového aktiva v budoucnu za předem stanovenou cenu. Za toto právo platí prodávající opční prémii, která zároveň představuje jeho maximální ztrátu. Kupující opci uplatní v případě, pokud cena podkladového aktiva bude v době maturity dané opce nižší, než cena podkladového aktiva nakoupené prodejní opce. [1]

Nakupující bude v zisk pouze, když cena podkladového aktiva bude nižší než cena nakoupené opce včetně nákladů za pořízení opce. U této strategie se spekuluje na pokles ceny podkladového aktiva. [17]



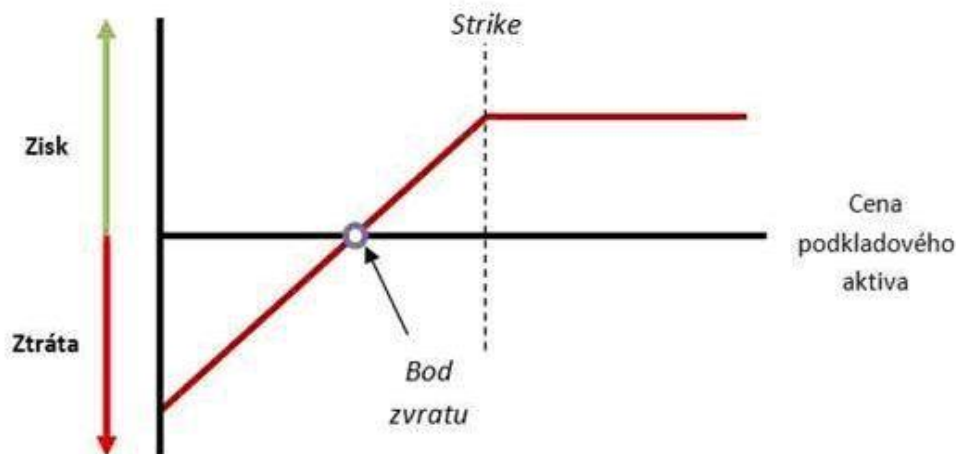
Obrázek 3: Výnosově-rizikový profil koupě dlouhé prodejní opce

Zdroj: [17]

Opět bude uveden jednoduchý příklad. Koupí-li obchodník prodejní opci v hodnotě podkladového aktiva 1000 peněžních jednotek, zaplatí za opční prémii 100 peněžních jednotek. Cena podkladového aktiva v době maturity poklesne na 800, tudíž realizuje zisk 200 peněžních jednotek. Od tohoto zisku je třeba odečíst náklady za opční prémii, která činila 100 peněžních jednotek. Konečný zisk je tedy 100 peněžních jednotek. V opačném případě, kdy cena podkladového aktiva vzroste na 1300 peněžních jednotek, právo na prodejní opci nebude využito. Ztráta se bude pohybovat pouze v hodnotě zaplacené za opční prémii, ve výši 100 peněžních jednotek.

4.4 Strategie krátké prodejní opce

Tato strategie funguje na principu, kdy se prodává prodejní opce. Kupující vyplatí opční prémii prodávajícímu, čímž získává právo k pozdějšímu nákupu určitého množství podkladového aktiva za sjednanou realizační cenu opce. Ideálním stavem pro prodávajícího je taková cena podkladového aktiva, které bude v době expirace vyšší než realizační cena jím vypsane opce. V tom případě si prodávající ponechá prémii v plné výši. V opačném případě prodávající realizuje buď omezený zisk nebo ztrátu z dané strategie. U této strategie se spekuluje na růst ceny podkladového aktiva. [1]



Obrázek 4: Výnosově-rizikový profil vypsane prodejní opce

Zdroj: [17]

Opět bude uveden jednoduchý příklad. Pokud obchodník vypíše prodejní opci v hodnotě podkladového aktiva 1000 peněžních jednotek za opční prémii 100 peněžních jednotek a cena podkladového aktiva se v době maturity udrží nad 1000 peněžních jednotek, ponechá si celkovou prémii 100 peněžních jednotek a realizuje tím maximální zisk.

Pokud ale cena podkladového aktiva v době maturity klesne na 850 peněžních jednotek, tak prodělává 50 peněžních jednotek ($1000 - 850 = 150$).

5 OCENĚNÍ OPCÍ

V této kapitole bude představeno ocenění tržní opce, ve které má na cenu opce vliv hned několik faktorů. U podkladového aktiva o ceně rozhoduje pouze nabídka a poptávka. Samozřejmě, že cenu opce ovlivňuje nepřímo i cena podkladového aktiva. Když se změní cena podkladového aktiva, změní se i cena opce. Podkladové aktivum ale není jediné, které ovlivňuje cenu opce.

Faktory, které se mohou podílet na ceně opce, by měl každý, kdo uvažuje o obchodování s opcemi, dobře znát. Pomocí vhodných faktorů může obchodník určit, zda se vyplatí koupit (prodat) nebo nekoupit (neprodat) danou opci. Investoři, kteří fungování oceňování opcí znají, mají výhodu před těmi, kteří touto znalostí nedisponují. [15]

Teoretickou hodnotu opce lze vyčíslit mnoha matematickými modely. Mezi nejvyžívanější a nejznámější patří Blackův-Scholesův model, který bude představen v jedné z dalších kapitol.

Nejprve ale budou podrobněji vysvětleny proměnné, které ovlivňují teoretickou cenu opce.

Faktory ovlivňující cenu opce	Růst / pokles faktoru	Kupní opce (Call option)	Prodejní opce (Put option)
Cena podkladového aktiva	↑	↑	↓
	↓	↓	↑
Růst realizační ceny	↑	↓	↑
	↓	↑	↓
Čas do splatnosti	↑	↑	↑
	↓	↓	↓
Bezriziková úroková míra	↑	↑	↓
	↓	↓	↑
Volatilita	↑	↑	↑
	↓	↓	↓

Tabulka 1: Faktory ovlivňující cenu opce

Zdroj: vlastní

Tabulka 1 popisuje vliv změny faktorů na kupní nebo prodejní opce.

5.1 Cena podkladového aktiva

Cena opce je nepřímo odvozena od ceny podkladového aktiva. Musí se rozlišit, zda se jedná o kupní opci nebo prodejní opci. U kupní opce roste její hodnota, když roste cena podkladového aktiva. U prodejní opce je situace opačná. Klesá-li cena podkladového aktiva, roste hodnota prodejní opce. Vztah ceny opce a podkladového aktiva bude více přiblížen v kapitole 7.

5.2 Realizační cena

I v případě realizační ceny záleží na tom, zda se jedná o nákupní nebo prodejní opci. S poklesem realizační ceny roste cena kupní opce. Uplatní-li obchodník např. kupní opci s realizační cenou 100 peněžních jednotek a bude chtít 10 akcií, získá je za 1000 peněžních jednotek. Pokud realizační cena bude 200 peněžních jednotek, získá stejný počet akcií za 2000 peněžních jednotek, tedy za hodnotu vyšší než v prvním případě. Z toho vyplývá, že má kupní opce s nižší realizační cenou vyšší hodnotu. U prodejní opce roste její hodnota s vyšší realizační cenou. Z logiky věci vyplývá, že chceme prodat akcie za co nejvyšší cenu.

5.3 Čas

Čím více se blíží doba vypršení opce, tím více ztrácí opce na své hodnotě. Tento úbytek ovšem není lineární. Opce ztrácí nejvíce ze své hodnoty v posledních 30 dnech do expirace. Čím je doba do vypršení opce vyšší, tím je vyšší i hodnota opce.

5.4 Typ opce

Jak bylo uvedeno výše, u opcí se musí rozlišit, zda se jedná o opci kupní nebo prodejní. Tyto hodnoty rostou a klesají za jiných předpokladů. Peněžní hodnota kupní opce se zvyšuje, když roste cena podkladového aktiva. U prodejní opce je vztah opačný. Když roste cena podkladového aktiva, klesá peněžní hodnota prodejní opce.

5.5 Úroky

Úroky hrají odlišnou roli při výpočtu teoretické hodnoty opce. Jedná-li se o opci s krátkou dobou expirace, úroky nehrají podstatnou roli. Čím je doba expirace větší, tím mají úroky větší vliv na cenu opce.

5.6 Dividenda

Dividenda se nevztahuje na všechny typy opcí. Týká se pouze opcí, které danou dividendu vyplácejí. Tato dividenda se v jejich ocenění odečítá, což se projeví rozdílně u ocenění prodejních a kupních opcí. U kupní opce se musí odečíst výše dané dividendy, která byla již vyplacena. Naopak u prodejní opce se její hodnota musí navýšit o dividendu.

5.7 Volatilita

Volatilita je jedním z hlavních faktorů, které ovlivňují hodnotu opce. Je to jediná proměnná, která není předem známa. Obchodník si jí musí odhadnout, tudíž se u každého z nich může hodnota lišit. Každý obchodník používá jinou metodu odhadu, což determinuje to, že může trh s opcemi vůbec existovat. S rostoucí volatilitou hodnota opce roste. Čím víc kolísá kurz opce, tím je větší pravděpodobnost toho, že uplatnění opce bude pro jejího držitele výhodné. Kolísání volatility se projeví růstem časové hodnoty dané opce.

6 PUT – CALL PARITA

Prodejní a kupní opce mají různé vlastnosti, ale přesto jsou mezi sebou úzce provázány. V této kapitole bude přiblížena vzájemná propojenost mezi kupní a prodejní opcí. Budou přiblíženy zejména jejich atributy, které prodejní i kupní opce mají stejné. Stejně je podkladové aktivum daného cenného papíru, ale i realizační cena a doba maturity. Z toho plyne, že i poslední dva atributy jsou stejné. Jedná se o rizikovost podkladového aktiva a bezrizikovou úrokovou mírou. V této kapitole bude uvažováno, že kupní opce i prodejní opce mají všechny atributy totožné, zabývat se budeme pouze vzájemným vztahem evropských opcí. [15]

6.1 Evropská opce bez dividendy

Evropská kupní opce a bezrizikový diskontní dluhopis, expirující v době vypršení opce s hodnotou stejnou jako je realizační cena opcí, mají stejnou hodnotu jako prodejní opce a podkladová akcie. [1]

Put call parita I.

Vztah mezi kupní opcí $C(S, X, T, r)$ a prodejní opcí $P(S, X, T, r)$, se kterou se obchoduje na trhu za cenu S , s dobou expirace T , realizační cenou X , je popsán vzorcem

$$P(S, X, T, r) + S = C(S, X, T, r) + Xe^{-rT}. \quad (6.1.1)$$

Příklad: Obchodník vytvoří dvě portfolia A a B. Portfolio A obsahuje jednu kupní opci a bezrizikový diskontní dluhopis. Portfolio B obsahuje jednu prodejní opci a jednu akcii. Na danou akcii je vypsána daná kupní $C(S, X, T, r)$ i prodejní $P(S, X, T, r)$ opce.

	$T = 0$	$t = T$	
Portfolio		$S^* \geq X$	$S^* < X$
A	$C(S, X, T, r) + Xe^{-rT}$	$(S^* - X) + X = S^*$	$0 + X = X$
B	$P(S, X, T, r) + S$	S^*	$(S^* - X) + X = X$

Tabulka 2: Portfolia k put call paritě I.

Zdroj: [15]

V tabulce 2 S^* určuje cenu akcie v době vypršení opce, tedy při $t = T$. Portfolio A bude mít v čase T vždy stejnou hodnotu jako portfolio B. Totéž platí i v čase $t = 0$.

Put-call paritu pro evropské opce bez dividendy můžeme tedy ocenit kupní opcí, pokud budeme vědět hodnotu prodejní opce. Tento vztah platí i opačně. Převodem rovnice (6.1.1) dostaneme vztah pro prodejní opci

$$C(S, X, T, r) = P(S, X, T, r) + S - Xe^{-rT}. \quad (6.1.2)$$

Obdobnou úpravou dostaneme vztah pro kupní opci

$$P(S, X, T, r) = C(S, X, T, r) - S + Xe^{-rT}. \quad (6.1.3)$$

6.2 Evropské opce s dividendou

Vlastnosti dividendy byly popsány v předchozí kapitole. Jak bylo uvedeno, hodnota vyplacených dividend snižuje hodnotu kupních opcí a zvyšuje hodnotu prodejních opcí. Pokud je známa hodnota dividendy D , která byla vyplácena v průběhu životnosti opce, zapíšeme put call paritu pro evropské opce s dividendou ve tvaru rovnice (6.2.1). [1]

Put-call parita II.

Vztah mezi kupní opcí $C(S, X, T, r, D)$ a prodejní opcí $P(S, X, T, r, D)$, se kterou se obchoduje na trhu za cenu S , s dobou expirace T , realizační cenou X a bezrizikový diskontní dluhopis D , je popsán vzorcem

$$P(S, X, T, r, D) + S = C(S, X, T, r, D) + Xe^{-rT} + D. \quad (6.2.1)$$

Příklad: Obchodník vytvoří dvě portfolia A a B. Portfolio A obsahuje kupní opci a bezrizikový diskontní dluhopis. Portfolio B obsahuje jednu prodejní opci a jednu akcii. Na danou akcii je vypsána daná kupní $C(S, X, T, r, D)$ i prodejní $P(S, X, T, r, D)$ opce.

	$t = 0$	$t = T$	
Portfolio		$S^* \geq X$	$S^* < X$
A	$C(S, X, T, r, D) + Xe^{-rT} + D$	$(S^* - X) + X + Xe^{-rT} = S^* + Xe^{-rT}$	$0 + X + Xe^{-rT} = X + Xe^{-rT}$
B	$P(S, X, T, r, D) + S$	$0 + S^* + Xe^{-rT}$	$(S^* - X) + S^* + Xe^{-rT} = X + Xe^{-rT}$

Tabulka 3: Portfolia k put call paritě II.

Zdroj: [15]

V tabulce 3 S^* určuje cenu akcie v době vypršení opce, tedy při $t = T$. Portfolio A bude mít v čase T vždy stejnou hodnotu jako portfolio B. Totéž platí i v čase $t = 0$. [15]

Put-call paritu pro evropské opce s dividendou můžeme tedy ocenit kupní opcí, pokud budeme vědět hodnotu prodejní opce. Tento vztah platí i opačně. Převodem rovnice (6.2.1) dostaneme vztah pro prodejní opci s dividendou

$$C(S, X, T, r, D) = P(S, X, T, r, D) + S - Xe^{-rT}. \quad (6.2.2)$$

Obdobnou úpravou dostaneme vztah pro kupní opci

$$P(S, X, T, r, D) = C(S, X, T, r, D) - S + Xe^{-rT}. \quad (6.2.3)$$

7 ŘECKÁ PÍSMENA

Řeckými písmeny jsou označovány důležité nástroje ke zkoumání rizikovosti opční pozice. Citlivost ceny opce na změnu určitého parametru podkladového aktiva je vyjadřována pomocí pěti proměnných označovaných řeckými písmeny. Tyto proměnné znázorňují pohyb ceny opce za předpokladu změny určitých podmínek na trhu podkladového aktiva. [1]

Někteří obchodníci dokáží předpovědět růst podkladového aktiva, což vede ke koupi kupní opce. Mohou ale dosahovat ztrát, protože už nevěnují pozornost tomu, jakou konkrétní opci koupit. Jak už bylo uvedeno v jedné z předchozích kapitol, je rozdíl koupit opci s expirací 1 měsíc anebo 12 měsíců. U hodnoty realizační ceny platí stejný princip. Popsaných chyb se obchodníci nejčastěji dopouštějí při nepřesném určení rychlosti růstu nebo poklesu podkladového aktiva. Právě rychlost dělá opční obchodování tak zrádným, ale i výnosným nástrojem.

Jak už bylo v předchozích kapitolách, cena opce je závislá na následujících parametrech: cena podkladového aktiva, realizační cena, úroková sazba, volatilita podkladového aktiva, čas zbývající do expirace. Citlivost na jednotlivé parametry je matematicky vyjadřována veličinami, k jejichž označení se používají řecká písmena.

7.1 Delta Δ

Delta je považována za nejvýznamnější proměnnou a vyjadřuje rychlost změny ceny opce, změní-li se podkladové aktivum o jednu jednotku (jeden bod). [1]

Deltu vyjadřuje vzorec

$$\Delta = \frac{\text{poměr změny opční ceny}}{\text{poměr změny ceny relativní akcie}}. \quad (7.1.1)$$

Obor hodnot delty pro kupní opci je 0 až 1, pro prodejní opci je 0 až -1. V některých případech se lze setkat i s procentuálním vyjádřením. Je-li například delta pro kupní opci rovna 0,9, znamená to, že pokud vzroste cena podkladového aktiva o 1 bod, cena kupní opce se zvýší o 0,9 bodu. U prodejní opce jde o stejný princip, ale cena se snižuje.

Deltou lze také určit odhad, s jakou pravděpodobností skončí opce v ziskové hodnotě. Pokud má opce deltu 0,9, je 90% šance, že opce bude v ziskové hodnotě. Základní znalost pravděpodobnosti zvyšuje šanci, že opce bude výnosná. Pokud má opce deltu 0,9, je 90% šance, že opce bude v ziskové hodnotě, tak v ztrátové hodnotě bude s šancí $1 - 0,9 = 0,1$, to je 10% šance, že opce bude ztrátová.

7.2 Gama Γ

Z matematického pohledu je gama první derivací delty. Vyjadřuje rychlost změny delta, když se podkladové aktivum změní o jeden bod. [1]

$$\Gamma = \frac{\text{poměr změny Delta}}{\text{poměr změny ceny relativní akcie}} \quad (7.2.1)$$

Gama je aditivní. Jestliže je pozice sestavena z více opcí, jednotlivé hodnoty jsou sečteny. [1]

Pro obchodníka je výhodný růst gamy, pokud je v pozici, kdy drží danou opci. Čím vyšší gama, tím větší pravděpodobnost, že pozice skončí kladná. Rostoucí efekt gama má negativní dopad v případě, kdy obchodník vypisuje opci.

7.3 Théta Θ

Théta stanovuje ovlivnění doby expirace opční prémie. Pokud by théta byla například 0,7, znamená to, že cena opce klesá každý den o 0,7 peněžních jednotek. Tato proměnná se používá nepřímo. Využívá se v době rozhodování o ukončení dané pozice. Chce-li obchodník, aby došlo k rovnováze mezi časovým rozpadem a efektem plynoucím z očekávaných cenových pohybů akcie, porovnává tuto proměnnou s deltou. [1]

7.4 Vega

Jelikož Vega nepatří mezi řecké písmena, je také označována jako kappa nebo lambda.

Vega znázorňuje, jaký má vliv daná volatilita na opční prémii. Čím vyšší volatilita, tím je vyšší hodnota opce. V tento okamžik obchodník vypisuje opce z důvodu vysoké opční prémie. Nízká volatilita naopak vybízí k nákupu opcí. [1]

Vega symbolizuje změnu ceny opce, když se změní volatilita o 1 %. Mění se v případě změny podkladového aktiva, a to zejména z důvodu vyjádření vlivu změny volatility. Vega se snižuje blížící se dobou expirace z důvodů, že před koncem expirace jsou opce méně citlivé na změny volatility než opce, u kterých je doba expirace poměrně dlouhá. Z toho plyne, že pokud by obchodník chtěl spekulovat nad růstem volatility, je vhodné koupit opce s delší dobou expirace.

Vega nabývá záporných nebo kladných hodnot. Hodnota je záporná v případě prodeje opce a kladná v případě nákupu opce. [1]

7.5 Ró

Ró měří citlivost změny opce na změnu úrokové míry. Jelikož se úrokové míry mění pomalu, má ró význam jen u pozic, které držíme dlouhodoběji. [1]

8 HISTORIE BLACKOVA-SCHOLESOVA MODELU

Fischer Black, Robert Merton a Myron Scholes, jejichž výzkum se zaměřil na modely oceňování opcí, se svojí prací zasloužili o značný rozvoj finančních derivátů na trhu. Jejich práce zveřejněná v roce 1973 předčila staré a nepřesné metody (např. binomický model oceňování opcí) a svým dopadem na budoucí ztvárnění finančních trhů znamenala jeden z nejvýznamnějších přínosů pro ekonomickou vědu v posledních několika desetiletích. Práce zmíněných ekonomů přivedla nové možnosti opatření proti negativnímu dopadu tržních výkyvů, což podle některých ekonomů vedlo k zmírnění hospodářských krizí.

V roce 1997 byla udělena Nobelova cena za ekonomii Myronu Scholesovi (Fischer Black spolupracoval na oceňování opcí) a Robertu C. Mertonovi. Nobelovu cenu není možné udělovat posmrtně, jinak by ji Fischer Black bezpochyby získal také.

8.1 Biografie nobelistů

Fischer Black, přestože Nobelovu cenu nezískal, se značnou mírou podílel na vývoji Blackova-Scholesova modelu. Narodil se v roce 1938, bakalářský titul ve fyzice získal v roce 1959 a v roce 1964 získal doktorát na Harvard University z aplikované matematiky. V letech 1965-1968 pracoval na modelu Capital Asset Pricing model. V letech 1972-75 působil jako profesor na University of Chicago, Graduate School of Business. V roce 1973 publikoval se Scholesem slavný dokument s názvem *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, v němž byla odvozena diferenciální Black-Scholes-Merton rovnice a tím vyřešen problém oceňování akciových opcí. [9]

V roce 1975 opustil University of Chicago a učil na Massachusetts Institute of Technology Sloan School of Management. V roce 1976 publikoval model zvaný jako Black's 76- formula, který byl schopný ocenit opce na komoditních trzích pomocí předpokladu úrokové sazby, která nebyla stochastická. [9]

Myron S. Scholes se narodil v roce 1941. Titul profesora získal v roce 1969 na University of Chicago. Do roku 1983 byl členem University of Chicago a Massachusetts Institute of Technology. [3]

V letech 1983-96 vyučoval na fakultě Stanford Graduate School of Business a zároveň přednášel právo na Stanford Law School. [3]

V roce 1992, kdy pracoval ve Stanfordu, byl profesor Scholes jmenován vedoucím zaměstnancem v Salomon Brothers a poté členem vedení oddělení prodeje a obchodu s finančními deriváty. Ze Salomonu odešel v roce 1993. [3]

Když v roce 1996 odešel do důchodu, nadále spolupracoval s Connecticut investors group, v níž byl v roce 1994 jedním ze zakládajících členů. Firma se specializovala na vývoj aplikací sofistikovaných finančních technologií pro investiční manažery. [3]

Robert C. Merton se narodil v New Yorku v roce 1944. Vždy se značně zajímal o trh a obchod. Jeho láska k matematice se prohloubila při studiu na Columbia University, kterou ukončil v roce 1966. Poté pokračoval studiem aplikované matematiky na California Institute of Technology, který ukončil v roce 1967. V roce 1970 získal doktorát na Massachusetts Institute of Technology, kde zůstal až do roku 1988. Od té doby působí jako profesor na Harvard Business School. [4]

Merton patří mezi členy American Academy of Arts and Sciences a Econometric Society. Je dlouhodobým členem International Association Of Financial Engineers (IAFE). Byl zvolen členem National Academy of Sciences v roce 1993. Je držitelem čestných doktorů práv na universitě v Chicago, v roce 1995 ho obdržel na Hautes Études Commerciales (Francie), v roce 1996 ho obdržel na universitě v Lausanne, v roce 1997 ho obdržel na universitě Paris Dauphine, a v roce 1998 ho obdržel z manažerských věd na universitě National Sun Yat-sen (Taiwan). [4]

Kromě průkopnické analýzy oceňování opcí se zabýval i řadou dalších příspěvků v oblasti finanční ekonomie. Je autorem metody analýzy rozhodování o investicích a spotřebě v průběhu času a rovněž autorem zobecnění tzv. CAPM modelu (capital assets pricing model). [4]

Na Blackovu-Scholesovu modelu se jednotlivě podíleli Black, Merton a Scholes. Podle Bernsteina, který podává populární výklad historie a podstaty moderních finančních teorií se zdá, že největší podíl na objevu patří zesnulému Fischeru Blackovi, který zemřel v roce 1995 a Nobelovy ceny se nedočkal. [4]

8.2 Vznik Blackova-Scholesova modelu

Blackův-Scholesův model pro oceňování opcí byl poprvé publikován v roce 1973 v Journal of Political Economy. Podle Švédské královské akademie věd byl hlavním přínosem fakt, že Merton, Scholes a Black „*prokázali možnost oceňování opcí, aniž by bylo nutné používat prémii za riziko. Black, Merton a Scholes si totiž uvědomili, že informace o prémii za riziko je již obsažená v ceně samotné akcie a není tudíž potřebné uvažovat tuto složku ceny opce znovu.*“ [3]

Základním předpokladem Blackova-Scholesova modelu oceňování opcí je, že na trhu by neměly existovat příležitosti pro arbitráž. Z toho vyplývá, že zisk, kterého může investor dosáhnout prostřednictvím kombinace kupních a prodejních opcí (která mu zajistí bezrizikový výnos), by měl odpovídat hodnotě výnosu, který může investor získat z bezrizikového státního dluhopisu či pokladniční poukázky s odpovídající dobou expirace. Riziko spojené s akcií se může odstranit vypsáním kupní a prodejní opce na akcii. Pokud by byl výnos z tohoto portfolia odlišný od výnosu bezrizikových státních dluhopisů, vznikla by příležitost pro dosažení zisku pomocí arbitráže a rozdíl mezi výnosy by byl prostřednictvím arbitráže postupem času odstraněn. [3]

V roce, ve kterém vyšel Blackův a Scholesův článek, se také zahájilo obchodování s opcemi na Chicago Board Options Exchange, která byla založena obchodní komorou v Chicagu. Na Chicago Board Options Exchange vznikl první centralizovaný trh pro obchodování s kupními opcemi na akcie. V průběhu několika dalších měsíců se obchodování s kupními opcemi rozšířilo i na další burzy a v roce 1977 se zahájilo obchodování s prodejními opcemi.

Mertonova a Scholesova metoda není však zaměřená pouze na analýzu oceňování opcí. Metoda se stala nedílnou složkou analýzy i jiných ekonomických problémů. Dalším příkladem jsou kontrakty spočívající v poskytnutí záruk či pojištění. Podobně jako opce i pojištění znamená, že si investor koupí za určitou cenu jistotu, že se vyhne v budoucnu potenciálně neomezeně vysoké ztrátě. Aplikaci metodu lze aplikovat i na rozhodnutí o uskutečnění věcných (fyzických či hmotných na rozdíl od finančních) investic. Princip rozhodovacího problému při investování spočívá v tom, že investice je možné vybírat s ohledem na zachování určitého stupně pružnosti v závislosti na jejich využití. Pružnost lze chápat v tomto případě jako opci dávající v budoucnu možnost volit různé způsoby využití investice v závislosti na aktuálních tržních podmínkách. Aby bylo možné zvolit optimální investiční strategii, je nutné ocenit tuto flexibilitu využití investice (tuto opci) správným způsobem a k tomu slouží právě Blackova, Mertonova a Scholesova metoda. [3]

9 BLACKŮV–SCHOLESŮV MODEL

„Blackův–Scholesův model je matematický model oceňování aktiv, založený na předpokladu, že cena aktiva se vyvíjí jako stochastický proces, jinými slovy, cena aktiva v čase t je nezávislá na ceně v čase 0 , vyvíjí se náhodně, v anglické terminologii se vyvíjí náhodnou chůzí (random walk).“ [15]

Blackův-Scholesův model vychází z parciální diferenciální rovnice:

$$\frac{\partial V(S,t)}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 V(S,t)}{\partial S^2} + (r - \delta) S \frac{\partial V(S,t)}{\partial S} - eV(S,t) = 0. \quad (9.0.1)$$

9.1 Klíčové předpoklady Blackova-Scholesova modelu

Cena podkladového aktiva se vyvíjí podle geometrického Brownova pohybu (speciální typ stochastického procesu) s konstantním posunem (odchylkou) a konstantní volatilitou. Předpoklad konstantní volatility je velice důležitý. Je nutné si uvědomit, že volatilita aktiv se na trzích mění. Nutno upozornit nejen na to, že volatilita akcií se mění v čase, ale obzvláště důležitá je i změna korelace aktiv. V období stresu volatilita na akciových trzích roste a prudce se zvyšuje i korelace mezi aktivy.

Obchodování s podkladovým aktivem je kontinuální, v přeneseném smyslu likvidní. Cenu podkladového aktiva je možné stanovit v každém okamžiku. To je důvodem, proč ocenění opce pomocí Blackova-Scholesova modelu je nutné doplnit i o další nástroje v případě, že oceňujeme méně likvidní aktiva, například over-the-counter (OTC) instrumenty. [15]

Blackův-Scholesův model musí splňovat následující předpoklady:

- Neexistují transakční náklady a daně.
- Zapůjčení hotovosti je možné za konstantní bezrizikovou úrokovou míru.
- Všechna aktiva jsou perfektně dělitelná (není problém koupit například 1/100 akcie).
- Na trhu neexistují příležitosti pro arbitráž. Toto je spíše technický předpoklad modelu.
- Technicky je možné podkladové aktivum prodat se záměrem pozdější koupě (short sell).

Blackův-Scholesův model vyjadřuje matematicky opční prémii jako funkci pěti proměnných:

S_t – promptní cena bazického cenného papíru (například akcie),

X – realizační cena opce,

$(T - t)$ – doba do splatnosti opce,

σ – volatilita cenného papíru,

i – bezriziková úroková míra.

Opční premie stanovená výpočetně pomocí oceňovacích opčních modelů tohoto typu se nazývá teoretická opční premie (v originále fair option premium) a v praxi se využívá jako přijatelná aproximace skutečné opční premie. [7]

V této části budou uvedeny základní vzorce potřebné pro výpočet cen opce pomocí Blackova-Scholesova modelu. Po složitých matematických úpravách vzorce (9.0.1), které jsou popsány v odborné literatuře (např. v [7]), byl odvozen Blackův-Scholesův model pro opční prémii evropské kupní nebo prodejní opce na akcii nevyplácející dividendy.

Vzorec pro **Blackův-Scholesův model pro opční prémii evropské kupní opce na akcii nevyplácející dividendy** je zapsán ve tvaru

$$C_t = S_t N(d_1) - X e^{-i(T-t)} N(d_2), \quad (9.1.1)$$

kde $N(\cdot)$ je distribuční funkce standardizovaného normálního rozdělení $N(0, 1)$. V dnešní době jsou tyto hodnoty nejnázve dostupné v rámci tabulkových procesorů typu Excel a hodnoty d_1, d_2 spočítáme pomocí vzorců

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(i + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad (9.1.2)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(i - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}. \quad (9.1.3)$$

Vzorec pro **Blackův-Scholesův model pro opční prémii evropské prodejní opce na akcii nevyplácející dividendy** dostaneme ze vzorce (9.1.1) pomocí pravidla pro put-call paritu (6.1.2) ve tvaru

$$P_t = X e^{-i(T-t)} N(-d_2) - S_t N(-d_1) = X e^{-i(T-t)} [1 - N(d_2)] - S_t [1 - N(d_1)]. \quad (9.1.4)$$

9.2 Některé modifikace Blackova-Scholesova modelu

Blackův-Scholesův model pro opční prémii amerických opcí na akcii nevyplácející dividendy je v případě **kupní opce** shodný s (9.1.1), zatímco v případě **prodejní opce** takový analytický vzorec neexistuje a je nutné použít numerické procedury či aproximativní vzorec $\max(X - S_t; 0) \leq P_t \leq X$. [7]

Blackův-Scholesův model pro opční prémii opcí na akcii vyplácející dividendy se získá z odpovídajícího vzorce pro akcii bez výplat dividend odečtením počáteční hodnoty dividend vyplácených do splatnosti opce od promptní ceny akcie

$$\max(S_t - Xe^{-i(T-t)} - D_t; 0) \leq C_t \leq S_t - D_t. \quad (9.2.1)$$

Jestliže modelujeme dividendový výnos ve spojitém čase pomocí konstantní roční intenzity d vztažené k ceně akcie, pak rovnice (9.1.1) přechází do tvaru

$$C_t = S_t e^{-d(T-t)} N(d_1) - Xe^{-i(T-t)} N(d_2). \quad [7] \quad (9.2.2)$$

Co se týče modifikací Blackova-Scholesova vzorce pro jiné bazické instrumenty, používá se např. **Garmanův-Kohlhagenův model pro opční prémii měnových opcí**. V případě kupní opce má tvar

$$C_t = S_t e^{-i_k(T-t)} N(d_1) - Xe^{-i_p(T-t)} N(d_2), \quad (9.2.3)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + (i_p - i_k + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}, \quad (9.2.4)$$

kde i_k (resp. i_p) je bezriziková úroková míra pro měnu kupovanou (resp. prodávanou) v rámci uvažované opce. [7]

Pro evropské opce na futures platí

$$C_t = e^{-i(T-t)} [F_t * N(d_1) - X * N(d_2)], P_t = C_t + e^{-i(T-t)} (X - F_t), \quad (9.2.5)$$

kde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_t}{X}\right) + (\frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}, \quad (9.2.6)$$

kde F_t je cena futures (kurs futures, termínový kurs) v čase t . Vztahy vyplývají z (9.1.1) a (9.1.4). [7]

10 DISKRÉTNÍ MODEL BLACKOVY-SCHOLESOVY FORMULE

V této kapitole bude popsán kód v JavaScriptu, který byl použit pro realizaci diskretního modelu Blackovy-Scholesovy formule a stručně bude vysvětleno, jak byl pomocí kódu v JavaScriptu vytvořen Blackův-Scholesův model v diskretním čase.

10.1 JavaScript

JavaScript je programovací jazyk, jehož příkazy se zapisují přímo do HTML kódu internetových stránek a jsou interpretovány prohlížečem. Umožní to daný model spustit na všech internetových prohlížečích bez instalace dodatečných pluginů¹.

Programovací jazyk JavaScript lze nastudovat v literatuře: JavaScript: the good parts¹ [8], JavaScript: průvodce programováním ajaxových aplikací [13] a JavaScript: hotová řešení [16].

Kód se zapisuje do HTML mezi tagy `<script>` `</script>`. Všechno, co je mezi těmi tagy, je program psaný v jazyce JavaScriptu.

10.2 Programování Blackovy-Scholesovy formule v JavaScriptu

V této kapitole budou postupně rozebrané důležité části naprogramovaného kódu v JavaScriptu. Celý kód je připojen v příloze.

10.2.1 Vstupy

Nejprve bylo potřeba ošetřit vstupy, které uživatel bude zadávat. Jak bylo uvedeno v části 10.1 JavaScript pracuje pod HTML kódem. Vstupy, které budou načteny pomocí HTML kódu, je potřeba převést do kódu JavaScriptu. Kód, který umožnil převod z HTML kódu do JavaScriptu, je znázorněn na obrázcích 5 a 6.

```
199     <form>
200         <table class="table">
201             <tr><td> Promptní cena (S0):</td><td><input type="text" placeholder="10000" name="promS0"> </td></tr>
202             <tr><td> Realizační cena (K):</td><td> <input type="text" placeholder="11500" name="promK"> </td></tr>
203             <tr><td> Čas (T):</td><td> <input type="text" placeholder="6" name="promT"> </td></tr>
204             <tr><td> Volatilita (σ):</td><td> <input type="text" placeholder="0.20" name="promsigmaZadana"> </td></tr>
205             <tr><td> Bezriziková úroková míra (r):</td><td> <input type="text" placeholder="0.05" name="promr"> v % </td></tr>
206             <tr><td></td><td> <input class="btn btn-lg btn-primary" type="submit"> </td></tr>
207         </table>
208     </form>
```

Obrázek 5: Kód HTML proměnné

Zdroj: vlastní

¹ Plugin - Zásuvný modul neboli pluing, také plug-in je software, který nepracuje samostatně, ale jako doplňkový modul jiné aplikace a rozšiřuje tak její funkčnost.

```

18 //pro proměnné volám funkci getQueryVariable která mi umožní uložit zadané proměnné
19 var S0 = getQueryVariable("promS0");
20 var K = getQueryVariable("promK");
21 var rVProc = getQueryVariable("promr");
22 var sigmaZadana = getQueryVariable("promsigmaZadana");
23 var T = getQueryVariable("promT");
24
25 //funkce na zadavni promenych
26 function getQueryVariable(variable) {
27     var query = window.location.search.substring(1);
28     var vars = query.split("&");
29     for (var i=0;i<vars.length;i++) {
30         var pair = vars[i].split("=");
31         if(pair[0] == variable){
32             return pair[1];
33         }
34     }
35     return(false);
36 }

```

Obrázek 6: Kód JavaScript proměnné

Zdroj: vlastní

V HTML kódu zobrazeném na obrázku 5 je kód uzavřený v párovém tagu `<form></form>`. Tyto tagy uzavírají skupinu ovládacích polí do jednoho formuláře, který bude najednou odeslán.

Dalším důležitým tagem je `<input>`, který slouží jako vstupní tag pro formulář, který umožní uživateli pro dané proměnné vložit jejich hodnoty a následně je uložit pomocí HTML kódu.

Pro převod proměnných z HTML kódu do JavaScriptu byl použit kód na obrázku 6. Bylo nejprve potřeba pomocí klíčového slůvka `var` definovat proměnné v JavaScriptu, kterým byla následně pomocí funkce `getQueryVariable` přidělena hodnota zadaná uživatelem.

Funkce `getQueryVariable` umožní převést zadanou proměnnou z HTML kódu do JavaScriptu. Při použití funkce `getQueryVariable(variable)` mohou nastat dvě situace. První možnost je, že uživatel zadal hodnotu do pole s proměnnou, v tom případě funkce uloží danou hodnotu a dále s ní pracuje. Další možností je, že uživatel nezadal žádnou hodnotu do pole s proměnnou, v tom případě funkce vrátí hodnotu `false` (neboli *nepravda*). Pokud by výstup proměnné byl `false`, model by nefungoval. Pro tento případ byla v modelu provedena podmínka *if*², která přidělí dané proměnné předdefinovanou hodnotu.

² *If*, *while*, *for* jsou základní způsoby větvení programu v JavaScriptu.

10.2.2 Funkce pro vytvoření dvourozměrného pole

Před samotným modelováním výsledků kupní a prodejní opce bylo potřeba vytvořit funkci dvourozměrného pole³, do kterého se postupně ukládaly výsledky kupní a prodejní opce. K tomu slouží část kódu uvedená na obrázku 7.

```
57 // Funkce generující dvourozměrné pole
58 function New2DArray (Dim){
59 // Vytvoří se hlavní pole,
60 //které bude mít místo normálních prvků další pole
61   var A = new Array (Dim);
62   for (var i=0; i<(Dim+Dim)*2-5; i++){
63     A[i] = new Array (Dim);
64   }
65   return (A);
66 }
67 //konec Funkce generující dvourozměrné pole
```

Obrázek 7: Vytvoření dvourozměrného pole

Zdroj: vlastní

Funkce *New2DArray* slouží k deklaraci dvourozměrného pole, kterou JavaScript nemá zabudovanou. Funkce *New2DArray(Dim)* obsahuje jednu proměnnou, která udává velikost vytvořeného pole. Pro název pole byla zvolena proměnná *A*, která vytváří nové pole pomocí klíčového slova *Array* o velikosti *Dim*. Bylo vytvořeno jednorozměrné pole, do kterého se pomocí *for* cyklu, který má pevně daný počet kolikrát proběhne, vytvářela další pole o velikosti *Dim*. V konečném důsledku se vytvořila pole v poli neboli dvourozměrné pole.

Dvourozměrné pole má nyní tvar *A[][]*. První hranatá závorka značí řádek pole a druhá závorka sloupec pole. Řádky i sloupce jsou v každém poli číslovány od nuly. Jejich délku lze zjistit pomocí příkazu *A.length* pro počet řádků a *A[i].length* pro počet sloupců v daném řádku.

³ Pole (v org. Array) umožňuje mít v jedné proměnné více hodnot.

10.2.3 Funkce pro zápis do pole

V kódu na obrázcích 8 a 9 je popsán způsob, jakým se plní dvourozměrné pole.

```
69 //Funkce pro zápis do pole
70 function Pole (A,sigmaZadana,S0,K,r,T){
71     A[0][0] = "σ\\T-t"; //vypíše do pole o hodnotach 0 0 sigma t
72     var radky = 0; //pomocná prom.
73     // Forcyklus přes všechny řádky
74     for (var i=1; i<A.length; i++){
75         //vypíše první sloupec hodnotu sigma, math round pro zaokrouhlení na 2 desetina místa
76         var sigma = sigmaZadana-(0.01*i)+(0.01*T);
77         //vypíše první sloupec hodnotu sigma, math round pro zaokrouhlení na 2 desetina místa
78         radky++;
79         pom = Math.round(sigma*100)/100
80         A[radky][0] = pom.toFixed(2);
81         radky++;
82         A[radky][0] = pom.toFixed(2);
83         pom = Math.round(sigma*100)/100;
```

Obrázek 8: Ukládání hodnot do pole část 1/2

Zdroj: vlastní

Část kódu uvedená na obrázku 8 začíná klíčovým slůvkem pro funkci *function*, názvem funkce *Pole* a parametry uvedenými v závorce, které je třeba při volání funkce zadat.

Parametry funkce obsahují název pole *A* a názvy proměnných zadávané uživatelem na vstupu. Ve funkci *Pole* se nejprve v prvním řádku a prvním sloupci uloží název hodnot, které budou v uvedeném prvním sloupci a řádku při výstupu (resp. na pozici $A[0][0]$) značit vždy hodnotu volatility pro dva po sobě jdoucí řádky. Sloupec udává čas do doby expirace opce.

For cyklus se spustí na všechny řádky v předem vytvořeném poli nazvaném *A* a vyplní první sloupec (tzn. $A[\text{řádek}][0]$) hodnotou volatility pro dané řádky. Hodnota volatility byla vypočítána v následujících řádcích pomocí *for* cyklu. Protože výsledný strom bude mít hodnotu kupní a prodejní opce pod sebou, bylo potřeba, aby se *sigma* opakovala vždy na dvou řádcích za sebou než se změní, proto byla vytvořena pomocná proměnná *radky*, která toto umožní.

Bylo potřeba ošetřit, aby na výstupu byla *sigma* oříznuta na stejnou délku a výpis byl na stejný počet desetinných míst. Stejný počet desetinných míst umožnila matematická funkce *Math.round()*, která zaokrouhlila *sigma* na dvě desetinná místa. Pokud *sigma* vyšla například 0,1, tak druhé desetinné místo se při výpisu nezobrazovalo. Tento výpis umožnila funkce *toFixed()*, kde byla v závorce uváděna hodnota určující počet potřebných desetinných míst.

```

85     for (var j=1; j<(A[i].length); j++) {
86         //vypise t v prvním řádku
87         A[0][j] = T-j;
88         //podmínka aby to bylo ve tvaru stromu
89         if (A[0][j]>i-1 || j<i-(A.length)/4 ){
90             A[radky-1][j] = " ";
91             A[radky][j] = " ";
92         } else {
93             //výpočet hodnoty d1 a d2
94             d1= (Math.log(S0 / K) + ((r + (sigma*sigma / 2)) * (T-A[0][j]))) / (sigma * Math.sqrt(T-A[0][j]));
95             d2= (Math.log(S0 / K) + ((r - (sigma*sigma / 2)) * (T-A[0][j]))) / (sigma * Math.sqrt(T-A[0][j]));
96             //d2 = d1 - (sigma * Math.sqrt(T-A[0][j])); //jednodušší způsob
97             //vypocet hodnot tandardního normálního rozdělení
98             nd1 = normsdist(d1);
99             nd2 = normsdist(d2);
100            //výpočet cen call a put opce, zaokrouhlené na 3 desetinná místa pro lepší přehlednost
101            cpom = Math.round((S0 * nd1 - K * Math.exp(-r*(T-A[0][j])) *nd2)*1000)/1000;
102            ppom= Math.round((K*Math.exp(-r*(T-A[0][j]))*(1-nd2) - S0*(1-nd1))*1000)/1000;
103            c= cpom.toFixed(3);
104            p= ppom.toFixed(3);
105            //vypisi vyvoje cen call a put opce
106            A[radky-1][j] = c;
107            A[radky][j] = p;

```

Obrázek 9: Ukládání hodnot do pole část 2/2

Zdroj: vlastní

Na obrázku 9 je popsán kód pro výpočet hodnoty kupní a prodejní opce. Pro jejich výpočet byly použity rovnice (8.3.2.15), (8.3.2.16), (8.3.2.14) a (8.3.2.17) odvozené v kapitole 8 a funkce pro distribuční funkci standardizovaného normálního rozdělení $N(0, 1)$, která bude popsána v další části. Aby bylo možné projít celé dvourozměrné pole, byl vytvořen druhý *for* cyklus, viz obrázek 9 a začátek na obrázku 8.

Před tím, než v druhém *for* cyklu proběhly všechny potřebné výpočty, bylo pomocí podmínky zajištěno, aby se model větvil od proměnné *sigmaZadana*, kterou zadá uživatel. Jestliže byla podmínka v závorce splněna, doplnila se mezera. Podmínka, která byla složena ze dvou částí pomocí operátoru *nebo* (značící se *//*), ukazovala na pozice v poli, pro které nebylo třeba počítat hodnoty kupních a prodejních opcí. Když podmínka nebyla splněna, provedly se výpočty hodnot *d1*, *d2* a výsledných cen kupní opce (značené *c*) a prodejní opce (značené *p*).

Proměnné *nd1* a *nd2* převádějí *d1*, *d2* do standardizovaného normálního rozdělení $N(0, 1)$ pomocí funkce *normsdist*, která bude popsána v následující kapitole.

10.2.4 Funkce normsdist a erf

V kapitole bude popsán kód pro výpočet $N(\cdot)$ distribuční funkce standardizovaného normálního rozdělení $N(0, 1)$ a s ní související chybové funkce.

```
113 //funkce na normsdist
114 function normsdist(x) {
115     var mean = 0;
116     var variance = 1;
117     return 0.5 * (1 + erf((x - mean) / (Math.sqrt(2 * variance))));
118 }
119 //chybová funkce (error funcion)
120 function erf(x) {
121     // vlozeni hodnoty x a její overeni
122     var sign = (x >= 0) ? 1 : -1;
123     x = Math.abs(x);
124     // konstanty
125     var a1 = 0.254829592;
126     var a2 = -0.284496736;
127     var a3 = 1.421413741;
128     var a4 = -1.453152027;
129     var a5 = 1.061405429;
130     var p = 0.3275911;
131     var t = 1.0 / (1.0 + p * x);
132     var y = 1.0 - (((((a5 * t + a4) * t) + a3) * t + a2) * t + a1) * t * Math.exp(-x * x);
133     return sign * y; // erf(-x) = -erf(x);
134 }
135 //konec fce normdist a chybove fce
```

Obrázek 10: Distribuční funkce standardizovaného normálního rozdělení

Zdroj: vlastní

Nebylo možné použít klasický vzorec pro distribuční funkce standardizovaného normálního rozdělení

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad (10.2.4.23)$$

bylo třeba vzorec rozšířit o chybovou funkci. Tvar chybové funkce byl převzat z knihy Handbook of Mathematical functions: with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables a byl použit vzorec formula 7. 1. 26. [10]

10.2.5 Funkce Vypis

Kapitola se bude věnovat kódu, který umožní výpis potřebných proměnných a pole s vývojem hodnot kupní a prodejní opce na obrazovku.

K vytvoření tabulky pomocí JavaScriptu slouží trojice párových tagů. Pro vytvoření tabulky slouží párový tag `<table></table>`, pro oddělení řádku je použit párový tag `<tr></tr>` a pro oddělení jednotlivých buněk slouží párový tag `<td></td>`.

Pomocí JavaScriptu se vygeneruje HTML kód, který je zapisován uvnitř apostrofů (např. `'<td>'`).

Pro výpis na obrazovku byla použita funkce `document.write()`, která daný obsah uvedený v závorce vypíše. Pokud je vypisován text, musí být v uvozovkách nebo v apostrofech. Pokud se jedná o proměnnou, bude uvedena bez apostrofů. Jestliže je potřeba kombinovat text, tagy nebo proměnné, vždy každá část bude oddělena čárkou nebo plusem.

```
137 // Výpis pole
138 function Vypis (A){
139     document.write ('<table class="table table-striped">');
140     document.write ('<tr>');
141     document.write ('<td>', 'Promptní cena ', '</td>');
142     document.write ('<td>', 'Realizační cena', '</td>');
143     document.write ('<td>', 'Volatilita', '</td>');
144     document.write ('<td>', 'Bezriziková úroková míra', '</td>');
145     document.write ('<td>', 'Čas', '</td>');
146     document.write ('</tr>');
147     document.write ('<tr>');
148     document.write ('<td>', S0, '</td>');
149     document.write ('<td>', K, '</td>');
150     document.write ('<td>', sigmaZadana, '</td>');
151     document.write ('<td>', r, '</td>');
152     document.write ('<td>', T, '</td>');
153     document.write ('</tr>');
154     document.write ('</table>');
155     document.write ('<br>');
```

Obrázek 11: Výpis vstupů do tabulky

Zdroj: vlastní

Na obrázku 11 je popsána část kódu, který vypíše tabulku, ve které jsou uloženy názvy proměnných a jejich hodnoty, které budou zadány nebo byly přednastaveny uživatelem.

Funkce obsahuje název proměnné `Vypis` a v závorkách je uvedena hodnota, která se shoduje s názvem pole, které bylo vytvořeno v kapitole 10.2.2. Na dalších řádcích byla několikrát použita funkce `document.write()`, ta umožnila výpis na obrazovku a v závorkách jsou uvedené tabulkové tagy. Mezi tagy pro oddělení buňky je uvedený název proměnné jako text v uvozovkách nebo přímo název, který bude vypisovat hodnotu dané proměnné.

```

157 document.write ('<table class="table table-condensed">');
158 for (var i=0; i<A.length; i++){
159     document.write ('<tr>');
160     for (var j=0; j<A[i].length+1; j++){
161         if (j ==A[i].length && i>0 && i%2==1) {
162             document.write ('<td>','call','</td>');
163         } else if (j ==A[i].length && i>0 && i%2==0) {
164             document.write ('<td>','put','</td>');
165         }
166         else if (j ==A[i].length && i==0 ) {
167             document.write ('<td>','druh c.p.','</td>');
168         } else if(i>0 && i%2==0 &&j == 0) {
169             document.write ('<td>','</td>');
170         } else{
171             document.write ('<td>',A[i][j] , '</td>');
172         }
173     }
174     document.write ('</tr>');
175 }
176 document.write ('</table>');
177
178 }

```

Obrázek 12: Výpis pole do tabulky

Zdroj: vlastní

Na obrázku 12 je opět využita funkce `document.write()` pro výpis na obrazovku, která obsahuje tagy pro vytvoření tabulky.

Pomocí `for` cyklů se načtou hodnoty z dvourozměrného pole, které se následně vypisují na obrazovku.

Byl definován první `for (var i = 0; i < A.length; i + +)` cyklus, který umožňuje projetí všech řádků. Následně byl pomocí `document.write('<tr>')` vytvořen začátek řádku v tabulce. Do daného řádku pomocí druhého `for (var j = 0; j < A[i].length + 1; j + +)` cyklu byly vloženy buňky s odpovídající hodnotou. Tato hodnota byla přiřazena pomocí následujících podmínek.

- Podmínka `if (j == A[i].length && i > 0 && i%2 == 1)` byla splněna za předpokladu, že proměnná `j` a délka pole `A[i]` se rovnaly, proměnná `i` byla větší než 0, proměnná `i` byla vydělena dvěma a její zbytek se rovnal jedné. V tomto případě se do buňky zapsalo, že se jedná o kupní opci. Zápis se provedl pomocí JavaScriptu `document.write ('<td>','call','</td>')`.

- Podmínka `else if(j == A[i].length && i > 0 && i%2 == 0)` byla splněna za předpokladu, že proměnná j a délka pole $A[i]$ se rovnaly, proměnná i byla větší než 0 a hodnota proměnné i byla sudá. V tomto případě se do buňky zapsalo, že se jedná o prodejní opci. Zápis se provedl pomocí JavaScriptu `document.write('<td>','put','</td>')`.
- Podmínka `else if(j == A[i].length && i == 0)` byla splněna za předpokladu, že proměnná j a délka pole $A[i]$ se rovnaly a proměnná i byla rovna 0. V tomto případě se do buňky zapsala hlavička posledního sloupce. Zápis se provedl pomocí JavaScriptu `document.write('<td>','druh c.p. ','</td>')`.
- Podmínka `else if(i > 0 && i%2 == 0 && j == 0)` byla splněna za předpokladu, že proměnná i byla větší než nula, proměnná j byla rovna nule, hodnota proměnné i byla sudá. V tomto případě byla vytvořena prázdná buňka. Zápis se provedl pomocí JavaScriptu `document.write('<td>','</td>')`.
- Pokud nebyla splněna ani jedna předchozích podmínek, byla do buňky vložena hodnota $A[i][j]$. Zápis se provedl pomocí JavaScriptu `document.write('<td> ', A[i][j], '</td>')`.

Po ukončení cyklu byl vždy ukončen i řádek tabulky pomocí `document.write('</tr>')`. Následovalo znovu opakování prvního *for* cyklu a druhého *for* cyklu. Když byl první *for* cyklus u konce, provedl se poslední výpis, který ukončil tabulku pomocí `document.write('</table>')`.

10.3 Uživatelský vzhled

V této kapitole bude popsán vzhled, za kterým stojí celý kód z kapitoly 10.2 a bude popsáno základní fungování a zadávání proměnných.

Diskrétní vývoj ceny put a call opce Black-Scholesovým modelem:

Promptní cena (S_0):	<input type="text" value="10000"/>
Realizační cena (K):	<input type="text" value="11500"/>
Čas (T):	<input type="text" value="6"/>
Volatilita (σ):	<input type="text" value="0.20"/>
Bezriziková úroková míra (r):	<input type="text" value="0.85"/> v %

Obrázek 13: Formulář pro zadávání proměnných od uživatele

Zdroj: vlastní

Na obrázku 13 se vyskytují všechny potřebné proměnné, které musí uživatel zadat, aby se mohly spočítat hodnoty kupní a prodejní opce pomocí Blackova-Scholesova modelu. V tabulce se v levé části vyskytují názvy proměnné a v pravé části potřebné hodnoty, které uživatel zadá. Bezriziková úroková míra se musí zadávat v procentech. Po vyplnění proměnných se tlačítkem „odeslat“ vytvoří nová tabulka reprezentující Blackův-Scholesův model v diskretním čase. Pokud chce uživatel v modelu změnit jednu nebo více proměnných, musí doplnit i ostatní proměnné. Ty je možné opsat z tabulky na obrázku 14, ve které se zobrazují zadané hodnoty.

Při prvním spuštění programu jsou nastavené předdefinované hodnoty označené šedou barvou v textovém poli. Tyto předdefinované hodnoty tam musí být, aby bylo už při prvním spuštění programu vidět, jak bude vypadat výsledný model.

Promptní cena	Realizační cena	Volatilita	Bezriziková úroková míra	Čas
10000	11500	0.2	0.0085	4

$\sigma\sqrt{t}$	3	2	1	0	druh c.p.
0.23				1412.359	call
				2527.931	put
0.22			1067.802	1332.575	call
			2278.259	2448.148	put
0.21		709.468	999.206	1252.826	call
		2015.621	2209.663	2368.399	put
0.20	327.455	655.198	930.825	1173.152	call
	1730.120	1961.351	2141.282	2288.724	put
0.19		601.384	862.714	1093.597	call
		1907.537	2073.171	2209.169	put
0.18			794.938	1014.216	call
			2005.396	2129.788	put
0.17				935.074	call
				2050.646	put

Obrázek 14: Diskrétní model Blackovy-Scholesovy formule

Zdroj: vlastní

První výsledek z tabulky na obrázku 14 zobrazuje kód z obrázku 11 v kapitoly 10.2.5.

V prvním řádku jsou uvedeny názvy proměnných a pod nimi hodnoty příslušných proměnných. Proměnné pro promptní cenu (S_0) a realizační cenu (K) jsou uvedeny bez názvu měny, protože tento model lze použít pro opce s různou měnou. Všechny vstupy i výstupy jsou zobrazené ve stejné měně.

Druhá tabulka zobrazuje diskrétní vývoj Blackovy-Scholesovy formule, kde první řádek udává, kolik měsíců zbývá do vyplacení opce.

První sloupec nám udává volatilitu, která je vždy stejná pro dva řádky. Ve středu prvního sloupce je volatilita, kterou zadal uživatel a v čase je volatilita rozšiřována, což umožní uživateli spekulovat, jak s danou opcí naloží.

V modelu je znázorněný vývoj jak kupní opce, tak i prodejní opce, kde je v posledním sloupci uvedeno o jaký druh opce se jedná.

V čase ($T - t$) jsou zobrazeny hodnoty kupní nebo prodejní opce.

V případě, že už obchodník opce na cenný papír nakoupil, pomůže mu model při rozhodování, zda využije právo opci koupit (prodat) nebo jí nechá propadnout. Obchodník může simulaci provést ještě pořízením opčního práva na nákup (prodej) opce a tím může zabránit možné ztrátě, která by ho v budoucnu mohla čekat. Vzhledem k tomu, že volatilita je proměnná, jejíž hodnota není předem obchodníkovi známa a každý obchodník jí pomocí různých metod odhaduje, může se model lišit a výsledky rozhodnutí investovat nebo neinvestovat budou odlišné. Ale to už je na zvážení obchodníka.

11 ZÁVĚR

Cílem práce bylo vytvořit diskretní model pro vývoj cen opce s využitím Blackova-Scholesova vzorce naprogramovaného pomocí jazyka JavaScript. Výhodou Blackova-Scholesova modelu byla jeho výpočtová nenáročnost a celosvětová rozšířenost, která při psaní práce zajistila dostatek různorodé literatury. Díky časové nenáročnosti stačí vložit vstupní hodnoty, provést výpočty, hodnoty převést do standardního normálního rozdělení $N(0,1)$ a model již vyexportuje požadované hodnoty opce. Tento model je známý v celosvětové finanční praxi a používá se i v různých modifikacích. Důležitým předpokladem správného fungování modelu je použití správných vstupních dat. Ze základních předpokladů modelu je jasné, že Blackův-Scholesův model nepracuje se všemi proměnnými, které mohou ovlivnit cenu opce. Nejen, že v reálném světě existují daně a transakční náklady, ale v praxi je použití základního Blackova-Scholesova modelu ještě o něco složitější. V reálném obchodním světě působí i další faktory. Pokud podkladové aktivum vyplácí dividendy nebo jsou s jeho držbou spojeny náklady, je nutné použít rozšířenou verzi Blackova-Scholesova modelu. Základní verze rovněž předpokládá vypsání evropské opce. Americká opce vnáší do modelu další komplikace.

Klasická Blackova-Scholesova rovnice určuje pouze konečnou hodnotu kupní nebo prodejní opce, přičemž tento diskretní model je zaměřen na postupné modelování od počátku až do doby expirace opce. Rozpětí modelu udává volatilita, kterou si obchodníci odvozují každý jiným způsobem. Pokud obchodník volatilitu neodhadl přesně, cena opce se nebude vyvíjet podle jeho představ.

Pomocí Blackova-Scholesova modelu v diskretním čase se může rozhodnout, zda uskuteční obchod pro danou evropskou opci nebo se tomuto obchodu raději vyhne a vyhledá jinou opci, která by pro něho byla výnosnější, jistější. Rozhodnutí záleží na oblasti zájmu investora.

ZDROJE

- [1] AMBROŽ, Luděk. *Oceňování opcí*. Vyd. 1. Praha: C.H. Beck, 2002. C.H. Beck pro praxi. ISBN 80-7179-531-3.
- [2] ARISTOTELÉS. *Politika I: řecko-česky*. 1. vyd. Překlad Milan Mráz. Praha: Oikoymenh, 1999. Knihovna antické tradice, sv. 1. ISBN 80-86005-92-5.
- [3] Biografie: Myron Samuel Scholes. *Centrum informačních a knihovnických služeb VŠE v Praze* [online]. Praha: Informační servis CIKS, 2015 [cit. 2016-04-19]. Dostupné z: <https://ciks.vse.cz/Edice/nobel/Scholes/default.aspx>
- [4] Biografie: Robert Carhart Merton. *Centrum informačních a knihovnických služeb VŠE v Praze* [online]. Praha: Informační servis CIKS, 2015 [cit. 2016-04-19]. Dostupné z: https://ciks.vse.cz/Edice/nobel/merton/merton_biog.aspx
- [5] CIPRA, Tomáš. *Finanční a pojistné vzorce*. 1. vyd. Praha: Grada, 2006. Finanční trhy a instituce. ISBN 80-247-1633-X.
- [6] CIPRA, Tomáš. *Finanční matematika v praxi*. 2. vyd. Praha: Edice HZ, 1994. ISBN 80-901495-7-X.
- [7] CIPRA, Tomáš. *Matematika cenných papírů*. 1. vyd. Praha: Kamil Mařík - Professional Publishing, 2013. ISBN 978-80-7431-079-9.
- [8] CROCKFORD, Douglas. *JavaScript: the good parts*. 1st ed. Sebastopol: O'Reilly, 2008. ISBN 978-0-596-51774-8.
- [9] Fischer Black. *TURNBULL* [online]. Andrews: Andrews, 2000 [cit. 2016-05-09]. Dostupné z: http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/history/Biographies/Black_Fischer.html
- [10] *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*. New York: Dover Publications, 1972. ISBN 0-486-61272-4.
- [11] JÍLEK, Josef. *Finanční a komoditní deriváty v praxi*. 2., upr. vyd. Praha: Grada, 2010. Finanční trhy a instituce. ISBN 978-80-247-3696-9.
- [12] NOVOTNÝ, Radovan. *Investujeme.cz | Fincentrum: Tulipánová mánie: Stále aktuální investorské zkušenosti?* [online]. Praha: Fincentrum a. s., 2009 [cit. 2016-04-19]. Dostupné z: <http://www.investujeme.cz/tulipanova-manie-stale-aktualni-investorske-zkusenosti/>

- [13] ODELL, Den. *JavaScript: průvodce programováním ajaxových aplikací*. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2010. ISBN 978-80-251-2733-9.
- [14] *OptionsTrading.org: A Complete Guide to Successful Options Trading* [online]. Velká Británie: OptionsTrading, 2016 [cit. 2016-04-19]. Dostupné z: <http://www.optionstrading.org/history/>
- [15] ROSS, Sheldon M. *An elementary introduction to mathematical finance: options and other topics*. 2nd ed. New York: Cambridge University Press, 2003. ISBN 05-218-1429-4.
- [16] VÁCLAVEK, Petr. *JavaScript: hotová řešení*. Vyd. 1. Brno: Computer Press, 2003. K okamžitému použití (Computer Press). ISBN 80-7226-854-6.
- [17] *X-Trade Brokers DM S.A.: Vanilla opce* [online]. Polsko: X-Trade Brokers DM S.A., 2002 [cit. 2016-04-19]. Dostupné z: <http://www.xtb.cz/trhy/opce/vanilla>

PŘÍLOHA – KÓD JAVASCRIPT

```
<script type="text/javascript">
  //pro proměnné volám funkci getQueryVariable která umožní uložit proměnné
  var S0 = getQueryVariable("promS0");
  var K = getQueryVariable("promK");
  var rvProc = getQueryVariable("promr");
  var sigmaZadana = getQueryVariable("promsigmaZadana");
  var T = getQueryVariable("promT");
  //funkce na zadavni promenych
  function getQueryVariable(variable) {
    var query = window.location.search.substring(1);
    var vars = query.split("&");
    for (var i=0;i<vars.length;i++) {
      var pair = vars[i].split("=");
      if(pair[0] == variable){
        return pair[1];
      }
    }
    return(false);
  }

  //pokud uživatel ještě nezadal hodnoty přednastavíme něco na ukázkou
  if (rvProc == false){ rvProc=0.85; }
  if (S0 == false) { S0=10000; }
  if (K == false) { K=11500; }
  if (sigmaZadana ==false ){sigmaZadana=0.20; }
  if (T == false) { T=6; }
  r = rvProc /100; //převod z procent na desetiné číslo
  // Funkce generující dvourozměrné pole
  function New2DArray (Dim){
    // vytvoří se hlavní pole,
    //které bude mít místo normálních prvků další pole
    var A = new Array (Dim);
    for (var i=0; i<(Dim+Dim)*2-5; i++){
      A[i] = new Array (Dim);
    }
    return (A);
  }
  //konec Funkce generující dvourozměrné pole
```

```

//Funkce pro zápis do pole
function Pole (A,sigmaZadana,S0,K,r,T){
  A[0][0] = "σ\\T-t"; //vypíše do pole o hodnotach 0 0 sigma\t
  var radky = 0; //pomocná prom.
  // Forcyklus přes všechny řádky
  for (var i=1; i<A.length; i++){
    //vypíše první sloupec hodnotu sigma, math round pro zaokrouhlení na 2 desetina místa
    var sigma = sigmaZadana-(0.01*i)+(0.01*T);
    //vypíše první sloupec hodnotu sigma, math round pro zaokrouhlení na 2 desetina místa
    radky++;
    pom = Math.round(sigma*100)/100
    A[radky][0] = pom.toFixed(2);
    radky++;
    A[radky][0] = pom.toFixed(2);
    pom = Math.round(sigma*100)/100;
    // Forcyklus pro všechny prvky v řádku
    for (var j=1; j<(A[i].length); j++) {
      //vypíše t v prvním řádku
      A[0][j] = T-j;
      //podmínka aby to bylo ve tvaru stromu
      if (A[0][j]>i-1 || j<i-(A.length)/4 ){
        A[radky-1][j] = " ";
        A[radky][j] = " ";
      } else {
        //výpočet hodnoty d1 a d2
        d1= (Math.log(S0 / K) + ((r + (sigma*sigma / 2)) * (T-A[0][j]))) / (sigma * Math.sqrt(T-A[0][j]));
        d2= (Math.log(S0 / K) + ((r - (sigma*sigma / 2)) * (T-A[0][j]))) / (sigma * Math.sqrt(T-A[0][j]));
        //d2 = d1 - (sigma * Math.sqrt(T-A[0][j])); //jednodušší způsob
        //vypocet hodnot tandardního normálního rozdělení
        nd1 = normsdist(d1);
        nd2 = normsdist(d2);
        //výpočet cen call a put opce, zaokrouhlené na 3 desetina místa pro lepší přehlednost
        cpom = Math.round((S0 * nd1 - K * Math.exp(-r*(T-A[0][j])) *nd2)*1000)/1000;
        ppom= Math.round((K*Math.exp(-r*(T-A[0][j]))*(1-nd2) - S0*(1-nd1))*1000)/1000;
        c= cpom.toFixed(3);
        p= ppom.toFixed(3);
        //vypisí vyvoje cen call a put opce
        A[radky-1][j] = c;
        A[radky][j] = p;
      }
    }
  }
}

```

```

//funkce na normsdist
function normsdist(x) {
  var mean = 0;
  var variance = 1;
  return 0.5 * (1 + erf((x - mean) / (Math.sqrt(2 * variance))));
}
//chybová funkce (error funcion)
function erf(x) {
  // vlození hodnoty x a její overení
  var sign = (x >= 0) ? 1 : -1;
  x = Math.abs(x);
  // konstanty
  var a1 = 0.254829592;
  var a2 = -0.284496736;
  var a3 = 1.421413741;
  var a4 = -1.453152027;
  var a5 = 1.061405429;
  var p = 0.3275911;
  var t = 1.0/(1.0 + p*x);
  var y = 1.0 - (((((a5 * t + a4) * t) + a3) * t + a2) * t + a1) * t * Math.exp(-x * x);
  return sign * y; // erf(-x) = -erf(x);
}
//konec fce normdist a chybove fce

```

```

// Vypis pole
function vypis (A){
  document.write ('<table class="table table-striped">');
  document.write ('<tr>');
  document.write ('<td>','Promptní cena ','</td>');
  document.write ('<td>','Realizační cena','</td>');
  document.write ('<td>','Volatilita','</td>');
  document.write ('<td>','Bezriziková úroková míra','</td>');
  document.write ('<td>','Čas','</td>');
  document.write ('</tr>');
  document.write ('<tr>');
  document.write ('<td>','S0','</td>');
  document.write ('<td>','K','</td>');
  document.write ('<td>','sigmaZadana','</td>');
  document.write ('<td>','r','</td>');
  document.write ('<td>','T','</td>');
  document.write ('</tr>');
  document.write ('</table>');
  document.write ('<br>');
  document.write ('<table class="table table-condensed">');
  for (var i=0; i<A.length; i++){
    document.write ('<tr>');
    for (var j=0; j<A[i].length+1; j++){
      if (j ==A[i].length && i>0 && i%2==1) {
        document.write ('<td>','call','</td>');
      } else if (j ==A[i].length && i>0 && i%2==0) {
        document.write ('<td>','put','</td>');
      }
      else if (j ==A[i].length && i==0 ) {
        document.write ('<td>','druh c.p.','</td>');
      } else if(i>0 && i%2==0 && j == 0) {
        document.write ('<td>','</td>');
      } else{ document.write ('<td>',A[i][j] , '</td>'); }
    } document.write ('</tr>');
  } document.write ('</table>');
}
//konec funkce vypisujici pole

// Vytvoří se nové pole
NewArray = New2DArray(Number(T)+1);
// naplníme pole
Pole (NewArray,sigmaZadana,S0,K,r,T);
</script>

<body>
<div class="container">
  <br><br><br>
  <h1>Diskrétní vývoj ceny put a call opce<br /> Black-Scholesovým modelem:</h1><br>
  <form>
    <table class="table ">
      <tr><td> Promptní cena (S0):</td><td><input type="text" placeholder="10000" name="promS0"> </td></tr>
      <tr><td> Realizační cena (K):</td><td> <input type="text" placeholder="11500" name="promK"> </td></tr>
      <tr><td> Čas (T):</td><td> <input type="text" placeholder="6" name="promT"> </td></tr>
      <tr><td> Volatilita (σ):</td><td> <input type="text" placeholder="0.20" name="promsigmaZadana"> </td></tr>
      <tr><td> Bezriziková úroková míra (r):</td><td> <input type="text"
        placeholder="0.85" name="promr"> v % </td></tr>
      <tr><td></td><td> <input class="btn btn-lg btn-primary" type="submit"> </td></tr>
    </table>
  </form>
  <script type = "text/javascript">
    <!--
      // Vypsání pole
      Vypis (NewArray);
    -->
  </script>
</div>
</body>

```