

Univerzita Pardubice
Dopravní fakulta Jana Pernera

**Experimentální ověření platnosti vzorců měrného
vozidlového odporu nákladních vlaků**

Bakalářská práce

Univerzita Pardubice
Dopravní fakulta Jana Pernera
Akademický rok: 2021/2022

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Jan Táborský**
Osobní číslo: **D19155**
Studijní program: **B3709 Dopravní technologie a spoje**
Studijní obor: **Dopravní prostředky: Kolejová vozidla**
Téma práce: **Experimentální ověřování platnosti vzorců měrného vozidlového odporu nákladních vlaků**
Zadávací katedra: **Katedra dopravních prostředků a diagnostiky**

Zásady pro vypracování

Vozidlový odpor kolejových vozidel je ovlivněn celou řadou faktorů. Mezi tyto faktory patří i podmínky, za nichž je vozidlový odpor zjišťován (výběhová zkouška vs. jízda s tažnou silou). Hlavním cílem této práce je ověřit platnost stávajících vzorců měrného vozidlového odporu porovnáním s reálnými provozními záznamy, a to se zaměřením na hodnocení vozidlového odporu při jízdě vlaku s tažnou silou.

Vypracujte:

1. rešerši v oblasti vozidlových odporů železničních vozidel (fyzikální principy, přístupy k popisu vozidlových odporů, způsoby experimentálního zjišťování odporů);
2. návrh postupu pro ověření platnosti vybraných vzorců měrného vozidlového odporu nákladních vlaků s využitím provozních dat;
3. výběr traťového úseku a vlakových souprav pro ověřování platnosti vybraných vzorců měrného vozidlového odporu;
4. zhodnocení výsledků.

Rozsah pracovní zprávy: **35 stran**
Rozsah grafických prací: **podle pokynů vedoucího práce**
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

- [1] MICHÁLEK, T., ZELENKA, J.: *Trakční mechanika*. 1. vydání, 104 s. Pardubice: Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, 2018. ISBN 978-80-7560-175-9.
- [2] FEDERÁLNÍ MINISTERSTVO DOPRAVY: *ČSD V7. Trakční výpočty*. Praha: NADAS, 1982. (Znění předpisu ve smyslu změny č. 1 z roku 1992.)
- [3] MICHÁLEK, T., ŠIMRAL, P.: *Návrh úpravy metodiky výpočtu vozidlového odporu kontejnerových vlaků*. In: *Současné problémy v kolejových vozidlech 2017: XXIII. konference s mezinárodní účastí, Sborník příspěvků*, s. 283–290. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2017. ISBN 978-80-7560-085-1.
- [4] ROCHARD, B. P., SCHMID, F.: *A review of methods to measure and calculate train resistances*. In: *Proc IMechE, Part F: J Rail and Rapid Transit* 2000; 214: 185–199.
- [5] LUKASZEWICZ, P.: *A simple method to determine train running resistance from full-scale measurements*. In: *Proc IMechE, Part F: J Rail and Rapid Transit* 2007; 221: 331–338.
- [6] SZANTO, F.: *Rolling resistance revisited*. In: *Conference on Railway Excellence –CORE 2016*, Melbourne, Australia, 16–18 May 2016, Barton ACT: RTSA, 2016.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Tomáš Michálek, Ph.D.**
Katedra dopravních prostředků a diagnostiky

Datum zadání bakalářské práce: **7. února 2022**
Termín odevzdání bakalářské práce: **16. května 2022**

L.S.

doc. Ing. Libor Švadlenka, Ph.D.
děkan

Ing. Jakub Vágner, Ph.D.
vedoucí katedry

Prohlašuji:

Práci s názvem Experimentální ověřování platnosti vzorců měrného vozidlového odporu nákladních vlaků jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 16. května 2022

Jan Táborský v. r.

Poděkování

Rád bych tímto poděkoval svému vedoucímu práce Ing. Tomáši Michálkovi, PhD. za čas který mi v rámci tvorby práce věnoval a za cenné připomínky, bez nichž bych nedospěl k relevantním výsledkům; též za samotné provedení měření, z něžž mé výpočty vycházejí, za což patří nemenší dík i Ing. Martinu Kohoutovi, PhD.

Rovněž bych chtěl poděkovat svým rodičům a dalším blízkým za laskavý přístup během celého studia a též všem, kdo si mou práci přečetli a opravili v ní chyby.

Anotace

Práce se zabývá problematikou vozidlových odporů nákladních vlaků, zejména vzorci používanými v trakční mechanice. Uvádí v současnosti používané vzorce na síti Správy železnic, jakož i některé zahraniční. Dále uvádí též některé uvažované možnosti zpřesnění používaných vzorců i s ohledem na fyzikální správnost. Těžištěm práce je pak návrh experimentálního zjišťování vozidlového odporu kontejnerového vlaku na základě dat z jízdy s tažnou silou a porovnání výsledků získaných na základě navrženého postupu s dnes používanými vzorci a vzorci navrhovanými na základě předchozích výzkumů.

Klíčová slova

vozidlový odpor, nákladní vlaky, kontejnerové vlaky

Title

Experimental verification of validity of freight train vehicle resistance formulas

Abstract

This thesis is focused on the freight train vehicle resistance issues, mainly on formulas used in traction mechanics. It lists formulas currently used on Správa železnic network (Czech Republic), as well as some formulas used abroad. Some considered refinement options regarding physical accuracy are also listed. The main focus of the thesis is a design of experimental determination of container train vehicle resistance based on data obtained from driving by traction and also comparing the results of this method to currently used formulas and also formulas proposed from previous research.

Keywords

vehicle resistance, freight trains, container trains

Obsah

1	Úvod	9
2	Rešerše	12
2.1	Fyzikální podstata vozidlových odporů	12
2.1.1	Odpor z valení	12
2.1.2	Odpor v ložiskách	13
2.1.3	Odpor vzduchu	13
2.1.4	Další odpory	14
2.2	Vztahy pro vozidlový odpor používané v trakčních výpočtech	14
2.2.1	Běžně používané vztahy	14
2.2.2	Navrhované úpravy vzorců	18
3	Návrh postupu pro zjištění vozidlového odporu	22
3.1	Teorie	22
3.2	Postup pro zjišťování vozidlových odporů v provozu	23
3.2.1	Výpočet vozidlového odporu v daném okamžiku	23
3.2.2	Vyhodnocení závislosti vozidlového odporu na rychlosti	24
3.2.3	Vyhodnocení vozidlového odporu při konstantní rychlosti	25
4	Výpočet vozidlových odporů z naměřených dat	26
4.1	Zkoumaný úsek a souprava	26
4.2	Úprava vstupních dat pro výpočet vozidlového odporu	27
4.3	Výpočet vozidlového odporu ve zvolených úsecích	30
4.3.1	Vozidlový odpor při jízdě konstantní rychlostí	30
4.3.2	Vyhodnocení závislosti vozidlového odporu na rychlosti	35
5	Vyhodnocení výsledků	40
5.1	Porovnání výsledků navzájem	40
5.1.1	Pro rychlost 100 km/h	40
5.1.2	Porovnání závislostí vozidlového odporu na rychlosti	40
5.2	Porovnání se závislostí dle vybraných vzorců	42
5.2.1	Porovnání závislostí vozidlového odporu na rychlosti	42
5.2.2	Porovnání vozidlového odporu při rychlosti 100 km/h	45
6	Závěr	46
	Literatura	48
	Seznam příloh	49

Seznam značek a zkratek

Veličiny

A	[kN]	na rychlosti nezávislá složka vozidlového odporu
a	[N/kN]	na rychlosti nezávislá složka měrného vozidlového odporu
B	[N·h/km]	koeficient složky vozidlového odporu lineárně závislé na rychlosti
b	[(N·h)/(kN·km)]	koeficient složky měrného vozidlového odporu lineárně závislé na rychlosti
B	[kN]	(v pohybové rovnici vlaku) brzdná síla celého vlaku
B_d	[kN]	(v pohybové rovnici dopravovaných vozidel) brzdná síla dopravovaných vozidel (vozů)
B_0	[kN]	svislé zatížení ložiska
C_x	[1]	tvárový součinitel odporu vzduchu
C	[N·h ² /km ²]	koeficient složky vozidlového odporu závislé na čtverci rychlosti
c	[(N·h ²)/(kN·km ²)]	koeficient složky měrného vozidlového odporu závislé na čtverci rychlosti
d	[mm]	průměr kola
e	[mm]	rameno valivého odporu
$f_{\check{c}}$	[1]	součinitel čepového tření
F_h	[kN]	tažná síla na háku
F_{ok}	[kN]	tažná síla na obvodu kol
g	[m/s ²]	tíhové zrychlení (zde uvažováno $g = 9,81 \text{ m/s}^2$)
G	[kN]	svislé zatížení (tíha)
J_d	[kg·m ²]	moment setrvačnosti dvojkolí
l_v	[m]	délka vlaku
M	[t]	hmotnost
M_d	[t]	hmotnost dopravovaných vozidel (vozů)
M_h	[t]	hmotnost hnacích vozidel
M_n	[t]	hmotnost na nápravu
M_{vl}	[t]	hmotnost vlaku
N_d	[1]	počet dvojkolí
$O_{lož}$	[kN]	odpor v ložiskách
O_t	[kN]	traťový odpor celého vlaku
O_{td}	[kN]	traťový odpor dopravovaných vozidel (vozů)
O_v	[kN]	vozidlový odpor celého vlaku
O_{val}	[kN]	valivý odpor
O_{vd}	[kN]	vozidlový odpor dopravovaných vozidel (vozů)
O_{vzd}	[N]	odpor vzduchu
Q	[kN]	reakce ve styku kolo-kolejnice
r	[mm]	poloměr kola
$r_{\check{c}}$	[mm]	poloměr čepu (respektive střední poloměr ložiska)

S	[m ²]	čelní plocha vlaku
S_{red}	[‰]	redukovaný sklon
V	[km/h]	rychlost jízdy vlaku
v	[m/s]	rychlost
\ddot{x}	[m/s ²]	zrychlení
ρ_d	[1]	součinitel rotačních hmot dopravovaných vozidel (vozů)
ρ_h	[1]	součinitel rotačních hmot hnacích vozidel
ρ_{vz}	[kg/m ³]	hustota vzduchu

Zkratky

ČR	Česká republika
ČSD	Československé státní dráhy
EDB	elektrodynamická brzda
GMT	Greenwich Main Time (greenwichský čas)
GPS	Global Positioning System (globální systém pro zjišťování polohy)
SEČ	středoevropský čas
SŽDC	Správa železniční dopravní cesty (od 1. 1. 2020 Správa železnic)
TELOC	záznamové zařízení (elektronický rychloměr)
USA	United States of America (Spojené státy americké)

1 Úvod

Vozidlový odpor a jízdní odpory obecně představují důležitý vstup pro trakční výpočty, nicméně jednoznačné zjištění samotné hodnoty vozidlového odporu není jednoduché. Z fyzikálního hlediska vznikají vozidlové odpory z mnoha příčin, a tudíž je pro exaktní fyzikální vyjádření vozidlového odporu potřeba znát mnoho vstupních veličin, z nichž nemalé množství je obtížně měřitelných, případně je nelze měřit vůbec. Vstupy do fyzikálně exaktních vztahů se též liší na jednotlivých vozidlech.

S ohledem na výše uvedené nelze v praxi používat vzorce z fyzikální definice jevů jež vozidlový odpor způsobují, ale používají se empirické vzorce závislosti vozidlového odporu na rychlosti založené na experimentu – nejčastěji výběhové zkoušce. I pro tyto empirické vzorce je však potřeba nezapomenout na fyzikální podstatu. Nejvýznamnější složky vozidlového odporu tvoří odpor valivý, jež je na rychlosti nezávislý, a odpor vzduchu závislý na čtverci rychlosti. Obě tyto složky představují svou menší velikostí výhodu železniční dopravy (zejména nákladní) oproti dopravě silniční – valivý odpor díky odvalování ocelového kola po ocelové kolejnici, odpor vzduchu díky možnosti tvorby vlaku.

Tato práce nejprve v krátkosti shrnuje fyzikální principy vzniku vozidlového odporu a poté též používané vzorce. Stávající vzorce používané na síti Správy železnic vycházejí ze 30 let starých zkoušek a nejsou zcela fyzikálně korektní, protože zavádějí závislost odporu vzduchu na hmotnosti vlaku, jež ve skutečnosti nemá opodstatnění. Práce též shrnuje, jakým způsobem jsou vozidlové odpory počítány v zahraničí a následně se zabývá přístupy, pomocí kterých proběhla v nedávné minulosti snaha o zpřesnění používaných vzorců.

Těžiště práce spočívá v experimentálním výpočtu vozidlových odporů na základě dat z provozu, konkrétně z jízdy s tažnou silou. Data pocházejí z měření na kontejnerovém vlaku společnosti METRANS Rail, konkrétně z trati mezi Břeclaví a Brnem. Byla vypracována metodika výpočtu vozidlového odporu a zjištění závislosti na rychlosti, přičemž zjištěné závislosti byly porovnávány jak se vzorci konvenčními, tak se vzorci navrhovanými pro zpřesnění výpočtu vozidlových odporů.

2 Rešerše

Vozidlový odpor, jakožto jeden ze členů pohybové rovnice vlaku (jenž se v ní vyskytuje vždy), hraje zásadní roli v trakčních výpočtech – tedy zejména ve stanovování technických normativů zátěže a jízdních dob. Zároveň však exaktní zjištění hodnoty vozidlového odporu je téměř nemožné, vzhledem k tomu, že je ovlivněn mnoha faktory, z nichž některé jsou obtížně měřitelné a též ovlivněné náhodnými vlivy. V praxi se proto používají empirické vzorce na základě experimentů. [1] Vzorce používané na síti Správy železnic jsou uvedeny v předpisu ČSD V7 (ve znění změny č. 1). [2]

2.1 Fyzikální podstata vozidlových odporů

Vozidlový odpor železničního vozidla, respektive celého vlaku, je součtem několika složek, a to

- odporu z valení,
- odporu v ložiskách,
- odporu z neklidné jízdy,
- odporu vzduchu,
- odporu nabíjecího generátoru,
- odporu nedostatečně odlehklých brzdových zdrží a
- výběhového odporu hnacího vozidla, [1]

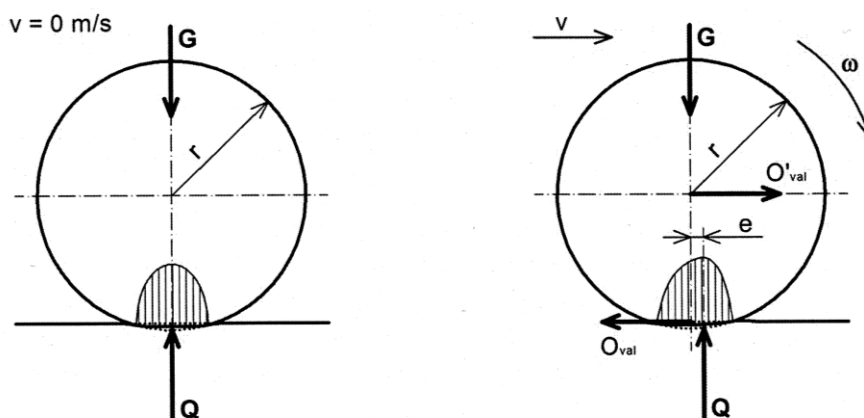
z nichž nejvýznamnější jsou odpor z valení, odpor v ložiskách a odpor vzduchu. [3] Jednotlivé složky jsou závislé na hmotnosti, nebo na rychlosti, případně mohou být zcela konstantní. Vzhledem k tomu, že těžištěm této práce je experimentální zjištění odporu pro nákladní kontejnerový vlak, odpor nabíjecího generátoru nebude dále uvažován. Též nebude rozebírán výběhový odpor hnacího vozidla, neboť hnací vozidla mají zpravidla svůj vozidlový odpor zjištěn.

2.1.1 Odpor z valení

Odpor z valení je důsledkem deformace kola a kolejnice v místě jejich styku. Dle Hertzovy teorie (považujeme-li kolo i kolejnici za válce) má styková ploška obecně tvar elipsy, přičemž v klidu má rozdělení normálového tlaku ve stykové plošce (vyvolaného reakcí Q) tvar půlelipsoidu – reakce tedy působí na stejné nositelce jako svislé zatížení G . Při valení se však rozdělení normálového tlaku deformuje a nositelka reakce Q se posouvá o rameno e , čímž vzniká moment (vizte obr. 1). Proti tomuto momentu působí na rameni r (poloměr kola) odporová síla, kterou lze rovnice rovnováhy momentů vztažené ke středu kola vyjádřit následovně

$$O_{\text{val}} = G \cdot \frac{e}{r}, \quad (1)$$

odpor z valení je tedy přímo úměrný tíze (tedy i hmotnosti) a rameni valivého odporu, nepřímo úměrný poloměru kola. Velikost ramene valivého odporu závisí na drsnosti povrchu kol a kolejnic a pohybuje se v řádu desetin milimetru. [1]



Obr. 1 – valivý odpor – porovnání sil působících na kolo v klidu (vlevo) a při valení (vpravo) – převzato z [1]

2.1.2 Odpor v ložiskách

Odpor v ložiskách je uvažován jako čepové tření (což odpovídá kluzným ložiskům, jež v dnešní době již nejsou používána, nicméně vztah lze přenést i na ložiska valivá s odpovídajícím součinitelem). Výpočet odporu v ložiskách charakterisuje následující vzorec

$$O_{lo\check{z}} = B_0 \cdot f_{\check{c}} \cdot \frac{r_{\check{c}}}{r}, \quad (2)$$

kde B je svislé zatížení ložiska (tedy tíha vozu bez dvojkolí), $f_{\check{c}}$ je součinitel čepového tření, $r_{\check{c}}$ je poloměr čepu a r je poloměr kola. U valivých ložisek se však vzhledem ke konstrukci ložiska jako $r_{\check{c}}$ neuvažuje poloměr čepu nápravy, nýbrž střední poloměr ložiska. Součinitel čepového tření pro valivá ložiska nabývá hodnot 0,001 až 0,003. [1]

2.1.3 Odpor vzduchu

Odpor vzduchu tvoří významnou složku vozidlového odporu, zejména při jízdě vyššími rychlostmi a je definován Newtonovým vztahem

$$O_{vzd} = \frac{1}{2} \cdot C_x \cdot \rho_{vz} \cdot S \cdot v^2, \quad (3)$$

kde S je čelní plocha vlaku, ρ_{vz} je hustota vzduchu, která kolísá kolem hodnoty $1,25 \text{ kg/m}^3$ a závisí na tlaku vzduchu, relativní vlhkosti a dalších podmínkách, v je rychlost udávaná v m/s a C_x je tvarový součinitel odporu vzduchu. [1]

Tvarový součinitel odporu vzduchu závisí jak na tvaru čela (např. zaoblení hran), tak na tvarové členitosti soupravy. Například jej může ovlivňovat řešení spodku vozidel i komponent na střeše, u nákladních vlaků ho silně ovlivňuje typ vozu, případně zejména u kontejnerových fenomén takzvaných „nových čel,“ [4] tedy situace kdy za prázdným kontejnerovým vozem následuje vůz ložený kontejnerem (případně u jiných nákladních vlaků například vysokostěnný vůz za plošinovým, nebo prázdný klanicový vůz s plnými čelnicemi).

2.1.4 Další odpory

Dalšími odpory, jež je třeba brát v úvahu, jsou odpor z neklidné jízdy a odpor nedostatečně odlehých brzdových zdrží (týká se zejména nákladních vlaků, kde jsou vozy brzděny téměř výhradně špalíkovou brzdou).

Odpor z neklidné jízdy je lineárně závislý na rychlosti (jde o důsledek vybuzení kmitavých pohybů při jízdě přes nerovnosti na reálné trati – energie jež budí kmity je poté mařena tlumením). Na moderních tratích s lepšími geometrickými parametry hodnota tohoto odporu klesá. Odpor nedostatečně odlehých brzdových zdrží je nezávislý na rychlosti i hmotnosti (je však závislý na počtu dvojkolí). Jde o tření brzdových špalíků o jízdni plochu kola, pokud při odbrzdění nedojde k jejich úplnému odlehnutí. [4]

2.2 Vztahy pro vozidlový odpor používané v trakčních výpočtech

Jak již bylo zmíněno na začátku kapitoly, v praxi nelze pro trakční výpočty používat výpočet vozidlových odporů na základě fyzikální definice, neboť některé veličiny jsou obtížně zjistitelné (např. tvarový součinitel odporu vzduchu pro celou soupravu), případně do hodnoty odporu zasahuje též prvek náhody (například odlehlost brzdových zdrží se mění po každém odbrzdění). Proto se pro trakční výpočty používá tzv. Davisův vztah, jenž definuje závislost vozidlového odporu na rychlosti následovně

$$O_v = A + B \cdot V + C \cdot V^2, \quad (4)$$

kde složka na rychlosti nezávislá reprezentuje zejména odpor z valení a odpor v ložiskách a dále odpor nedostatečně odlehých brzdových zdrží. Složka závislá na rychlosti lineárně představuje odpor z neklidné jízdy a člen závislý na čtverci rychlosti reprezentuje odpor vzduchu. Koeficienty A , B a C jsou zjišťovány experimentálně obvykle výběhovou zkouškou. [1]

Vzhledem k tomu, že odpor z neklidné jízdy se pohybuje ve výrazně menších hodnotách než zbylé složky vozidlového odporu, v některých případech není uvažován. V některých vzorcích figuruje též záporný lineární člen (což však neznamená, že by odpor z neklidné jízdy byl záporný – jde pouze o aproximaci výsledků z příslušné zkoušky, jež stanovení vzorce předcházela).

2.2.1 Běžně používané vztahy

Sít Správy železnic a předchůdců

Jak již bylo zmíněno, na síti Správy železnic stanovuje vzorce pro vozidlové odpory předpis ČSD V7 [2] z roku 1982 ve znění změny z roku 1992. Lokomotivy mají vozidlový odpor určený experimentálně v absolutní hodnotě a je součástí jejich dokumentace, zatímco pro vozy jsou stanoveny vzorce pro měrný odpor vztažený na jednotku tíhy vyjádřený v [N/kN] (předpis v původním znění uvádí měrný tvar v N/t, nicméně použití tvaru vztaženého na tíhu je výhodnější z toho důvodu, že pak lze jako měrný odpor ze stoupání dosazovat přímo sklon v [‰], respektive redukovaný sklon za měrný traťový odpor).

Vzorce pro vozy jsou stanoveny v několika kategoriích (zde uvedeny pouze kategorie pro nákladní vozy v [N/kN]). Rovnice (5), (6), (7), (8) a (9) popisují původní vzorce z roku 1982 (převzaty z [2], upraveny do tvaru v [N/kN]):

$$U2 \quad o_{v_d} = 2,0 + 0,00127 \cdot V^2, \quad (5)$$

$$U4 \quad o_{v_d} = 2,0 + 0,00082 \cdot V^2, \quad (6)$$

$$S \quad o_{v_d} = 1,9 + 0,00047 \cdot V^2, \quad (7)$$

$$T2 \quad o_{v_d} = 1,7 + 0,0031 \cdot V + 0,00018 \cdot V^2, \quad (8)$$

$$T4 \quad o_{v_d} = 1,3 + 0,00034 \cdot V^2, \quad (9)$$

přičemž **U2** značí vozy prázdné dvounápravové, **U4** prázdné čtyřnápravové, **S** středně ložené, **T2** plně ložené dvounápravové a **T4** plně ložené čtyřnápravové. Za prázdné se považují vlaky s průměrným nápravovým zatížením 5 až 10 t, středně ložené 10 až 15 t a plně ložené s nápravovým zatížením větším než 15 t. [1]

Roku 1992 byly vztahy revidovány po provedení výběhových zkoušek několika vozů na následující tvar (vztahy převzaty z [1]):

$$U2 \quad o_{v_d} = 2,9 - 0,0014 \cdot V + 0,00066 \cdot V^2, \quad (10)$$

$$U4 \quad o_{v_d} = 2,3 - 0,0004 \cdot V + 0,00044 \cdot V^2, \quad (11)$$

$$S \quad o_{v_d} = 1,9 + 0,00035 \cdot V^2, \quad (12)$$

$$T2 \quad o_{v_d} = 1,7 + 0,0003 \cdot V + 0,00029 \cdot V^2, \quad (13)$$

$$T4 \quad o_{v_d} = 1,3 + 0,00015 \cdot V^2. \quad (14)$$

Změny vzorců pro výpočet vozidlových odporů jsou podrobně popsány v [5]. Pro kontejnerové vlaky, zjištěním jejich odporu se tato práce zabývá, se používá vzorec T4, [6] přestože kontejnery mohou být z podstaty prázdné i ložené a kontejnerové vozy jsou nejen čtyřnápravové ale též šestinápravové článkové.

Používané vzorce vycházejí z měření provedených před více než 30 lety, nezohledňují tedy změny, jež se od té doby odehrály jak ve vývoji vozidel (například používání nekovových brzdových špalíků, jež snižuje drsnost povrchu, a tedy odpor z valení), tak ve stavu tratí. Další důvod, proč vzorce nejsou zcela vhodné, spočívá v jejich fyzikální nekorektnosti – použití měrného vozidlového odporu zavádí závislost odporu vzduchu na hmotnosti, která ale nemá opodstatnění. Například pokud je kontejnerový vůz ložen kontejnerem, nezáleží z hlediska vozidlového odporu na jeho hmotnosti. Pokud se však ve vlaku vyskytne vůz, jenž kontejnerem ložen není, vznikne „nové čelo“ a vozidlový odpor vlaku vzroste, což však používaný vzorec nezohledňuje. [4]

Některé zahraniční přístupy

Vzorce používané v zahraničí obecně vycházejí opět z Davisova vztahu, navzájem se však odlišují, přičemž jsou použity jak vzorce pro měrný odpor, tak i pro odpor absolutní. Zde uvedené vzorce udávají měrný odpor v [N/kN] a absolutní odpor v [kN], rychlost je udávána v km/h, přestože vstupní veličiny mohou původně být udávány v jiných jednotkách.

V Německu DB používá též vzorce uvažující měrný vozidlový odpor (kromě ucelených jednotek), přičemž jsou uváděny různé vztahy – vztah pro ucelené nákladní vlaky („Ganzgüterzüge“)

$$o_v = 1,2 + 0,0002 \cdot V^2, \quad (15)$$

pro smíšené nákladní vlaky

$$o_v = 1,4 + 0,00047 \cdot V^2, \quad (16)$$

jež jsou v principu analogické se vztahy zavedenými předpisem V7. Jiné používané vzorce zavádějí některé další parametry – např. Strahlův vzorec (používaný pro nákladní vlaky)

$$o_v = a + \left(0,007 + \frac{1}{k}\right) \cdot \left(\frac{V}{10}\right)^2, \quad (17)$$

kde a představuje konstantní složku měrného odporu a nabývá hodnot od 1,5 do 2,5 N/kN a k je konstanta nabývající hodnot od 10 do 40 podle typu vozů. [7] (upravený vzorec dle [1]). Uvedený vzorec s konstantami určenými pro daný typ vozidla je jistou analogií k různým kategoriím vozidlového odporu uváděným v předpisu V7.

Ve Francii se používá následující vzorec v absolutním vyjádření pro všechny vlaky

$$O_v = 10 \cdot \lambda \cdot M_{v1} \cdot \sqrt{\frac{10}{M_n}} + 0,1 \cdot M_{v1} \cdot V + 10 \cdot (k_1 \cdot S + k_2 \cdot p \cdot l_{v1}) \cdot V^2, \quad (18)$$

přičemž pro výpočet za pomoci tohoto vzorce je potřeba znát více parametrů:

M_{v1}	[t]	hmotnost vlaku
M_n	[t]	průměrná hmotnost na nápravu
λ	[1]	koeficient – v závislosti na typu vlaku nabývá hodnot 0,9 (ucelená souprava) až 1,5 (nehomogenní nákladní vlak)
k_1	[N/m ²]	tvárový součinitel odporu vzduchu (pro čelo a konec vlaku)
k_2	[N/m ²]	součinitel odporu povrchu (po délce vlaku)
p	[m]	částečná délka obvodu příčného řezu měřená k rovině temene koleje
l_{v1}	[m]	délka vlaku. [7] (upravený vzorec dle [1])

Uvedený vzorec se snaží více zohledňovat fyzikální realitu, než např. vzorce užívané na síti Správy železnic, nezavádí chybnou závislost odporu vzduchu na hmotnosti, nicméně pro výpočty dle tohoto vzorce jsou potřeba další vstupy týkající se soupravy vlaku.

V USA se pro výpočet vozidlového odporu používá takzvaný modifikovaný Davisův vztah v následujícím tvaru

$$o_v = 0,65 + \frac{32}{M_{v1}} + 0,0046 \cdot V + \frac{0,0096 \cdot V^2}{M_{v1}}, \quad (19)$$

kde M_{vl} je hmotnost vlaku v [t]. Ačkoliv jde o vzorec pro měrný odpor, odpory nezávislé na hmotnosti (odpor nedostatečně odlehých brzdových zdrží a odpor vzduchu) jsou představovány členy, kde se hmotnost vlaku vyskytuje ve jmenovateli a není tedy zavedena jejich závislost na hmotnosti. [1], [8]

V Rusku se pro vozy používá následující vztah pro měrný vozidlový odpor, v němž figuruje zatížení na nápravu

$$o_{vd} = 0,7 + \frac{30 + V + 0,025 \cdot V^2}{M_n \cdot g}, \quad (20)$$

přičemž při nízkých rychlostech (do 5 km/h) se připočítává navíc měrný rozjezdový odpor

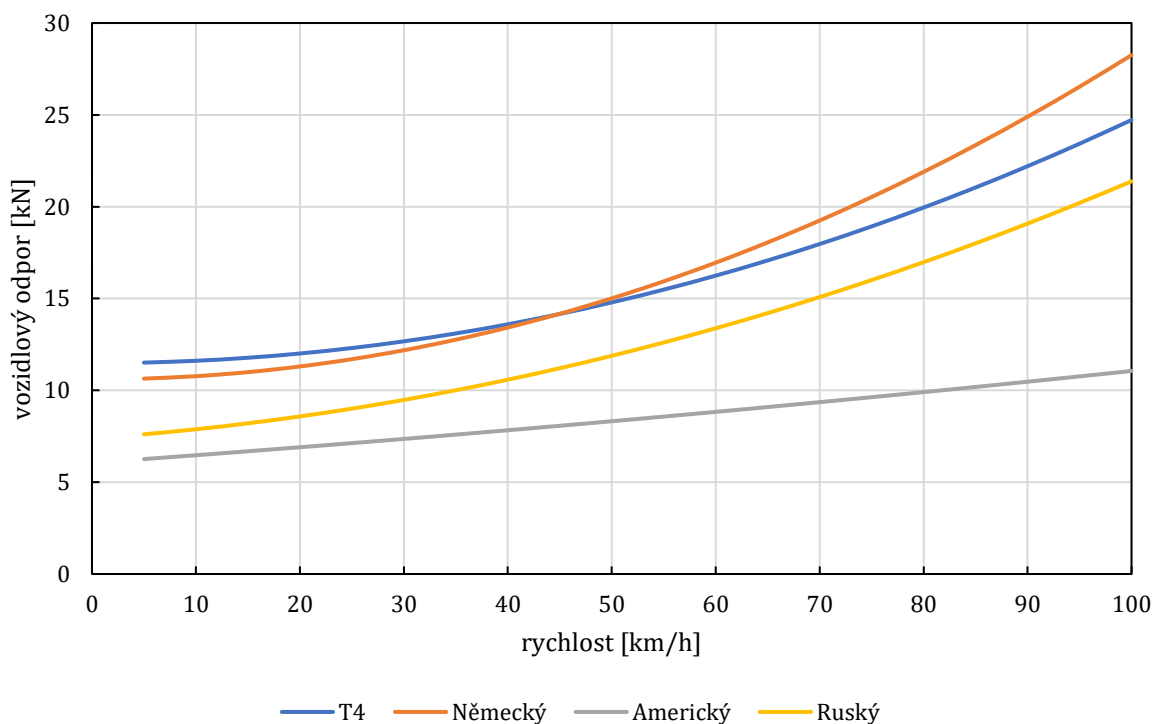
$$o_{vr_d} = \frac{780}{M_n + 70}. \quad (21)$$

V Japonsku se obecně používají vzorce následujícího tvaru

$$O_v = (a + b \cdot V) \cdot M_{vl} + C \cdot V^2, \quad (22)$$

kteří opět nezavádějí závislost kvadratického členu na hmotnosti. Koeficienty a, b a C jsou na základě dat z výběhové zkoušky určeny metodou nejmenších čtverců. [7]

Pro ilustraci jsou na obr. 2 vykresleny závislosti absolutního vozidlového odporu na rychlosti pro soupravu čtyřnápravových plně ložených nákladních vozů o hmotnosti 900 t při nápravovém zatížení 22,5 t v rozsahu rychlostí 5 až 100 km/h. Zahrnut je český vzorec T4 (14), německý vzorec pro ucelené vlaky (15), americký vzorec (19) a ruský vzorec (20) bez zahrnutí rozjezdového odporu.



Obr. 2 – porovnání vozidlových odporů dle vzorců T4, německého, amerického a ruského

2.2.2 Navrhované úpravy vzorců

Vzhledem k tomu, že používané vzorce jsou často staršího data (např. v ČR používané dle [2]), případně nejsou fyzikálně korektní (týká se odporů v měrném tvaru, tedy též v ČR používaných), probíhají pokusy o novou definici vzorců pro vozidlový odpor. Zde jsou zmíněny některé z nich, jak z českého prostředí, tak ze zahraničí.

Vlaky s uhlím a železnou rudou v Austrálii

Frank Szanto se ve svém článku [8] zabývá použitím modifikovaného Davisova vztahu pro výpočet vozidlového odporu, přičemž konstatuje, že složka lineárně závislá na rychlosti pravděpodobně nemá fyzikální opodstatnění a navrhuje ji považovat za nulovou.

Dále se zabývá rozbořem jednotlivých členů vztahu a jejich vazbou na fyzikální skutečnost. Složku nezávislou na rychlosti dělí na člen závislý na hmotnosti a člen závislý na počtu náprav, obecný vzorec tak stanovuje následovně:

$$O_v = A \cdot M_{vl} + A_0 \cdot N_d + C \cdot v^2, \quad (23)$$

přičemž pro odpor vzduchu uvádí, že je nutné uvažovat různý odpor u prázdných a ložených vozů (autor se zabývá vysokostěnnými vozy pro přepravu uhlí a železné rudy, kde odpor vzduchu nabývá u prázdného vozu až třikrát větších hodnot než u loženého).

V další části práce se autor snaží nalézt vhodné koeficienty do vztahu (23), přičemž využívá dat z provozu – tažná síla z řídicího systému lokomotivy, rychlost, poloha dle GPS pro určení místa na trati (pro započtení traťového odporu). Autor též navrhuje tensometrické měření tažné síly na spřáhle za lokomotivou, nicméně jej pro náročnost neuskutečnil.

Svémi vstupy se tato metoda podobá výpočtu provedenému v rámci této práce, nicméně se liší samotným způsobem výpočtu – snaží se za pomoci variace koeficientů uvažovaných ve vztahu (23) dosáhnout průběhu rychlosti co nejblíže průběhu naměřenému.

Autor dochází k finálnímu vzorci s koeficienty, jež shrnuje tab. 1, přičemž autor sám uvádí, že vzorec není universální, ale váže se k dlouhým vlakům s uhlím, či železnou rudou.

Tab. 1 – koeficienty dle [8]

A [N/t]	4÷4,5
A0 [N/nápravu]	90÷100
C [N·s ² /m ²] – prázdný	0,045
C [N·s ² /m ²] – ložený	0,030

Kontejnerové vlaky METRANS

V minulých letech se několik prací zabývalo možností zpřesnění vozidlových odporů používaných na síti SŽDC (dnešní Správy železnic), a to zejména vozidlovým odporem kontejnerových vlaků společnosti METRANS Rail (jimiž se zabývá i tato práce).

První z nich – bakalářská práce [9] se zabývala (mimo jiné) vyhodnocením provozních výběhových zkoušek kontejnerových vlaků, přičemž výsledkem byl vzorec pro měrný vozidlový odpor v obdobném tvaru jako odpory dle ČSD V7 [2]

$$o_v = 1,19 + 0,000357 \cdot V^2, \quad (24)$$

s tím, že výběhy byly realizovány za rychlostí v rozsahu 55 až 120 km/h, přičemž byl porovnáván se vztahem U4 (11), oproti kterému vycházejí hodnoty dle vzorce (24) výrazně nižší (oproti vzorci T4 (14) však vychází menší konstantní složka, ale větší koeficient kvadratického členu). Vzorec (24) též zachovává měrný tvar, tedy i (nežádoucí) závislost odporu vzduchu na hmotnosti.

Článek [4] se též zabývá vyšetřováním odporů na základě provozních výběhových zkoušek (a to na trati Brno–Břeclav, kde se nenacházejí velké sklony, či oblouky malých poloměrů), přičemž přistupuje k vozidlovému odporu tak, že neuvažuje lineární člen a v měrné podobě ponechává pouze člen na rychlosti nezávislý, zatímco kvadratický člen uvádí v absolutní formě, navržený vzorec tedy vypadá v obecném tvaru následovně

$$O_v = a \cdot M_{vl} \cdot g + C \cdot V^2, \quad (25)$$

přičemž pro člen a je zjištěna následující hyperbolická závislost na hmotnosti na nápravu

$$a = k_1 + \frac{k_2}{M_n}, \quad (26)$$

kde koeficienty k_1 a k_2 nabývají různých hodnot pro hodnocení celého vlaku a soupravy vozů – jejich hodnoty shrnuje tab. 2.

Tab. 2 – koeficienty pro výpočet složky nezávislé na rychlosti

	celý vlak	vozy
k_1 [N/kN]	0,75	0,69
k_2 [N/(t·kN)]	4,00	4,05

Pro koeficient C je poté definována lineární závislost na počtu tzv. „nových čel,“ tedy situací kdy po prázdném kontejnerovém vozu následuje vůz ložený kontejnery (pro celý vlak je nejnižší počet nových čel 1 – čelo vlaku, pro vozy 0)

$$C = k_3 + k_4 \cdot N_{\check{c}}, \quad (27)$$

kde $N_{\check{c}}$ je počet nových čel a koeficienty k_3 a k_4 opět nabývají různých hodnot pro celý vlak a pro vozy (vizte tab. 3).

Tab. 3 – koeficienty pro výpočet složky závislé na čtverci rychlosti a průměrný koeficient C

	celý vlak	vozy
k_3 [N·h ² /km ²]	2,78	2,67
k_4 [N·h ² /km ²]	0,077	0,076
C_{pr} [N·h ² /km ²]	3,01	2,83

Na základě výše uvedených závislostí definují autoři článku zjednodušené vzorce pro praktické použití, kdy definují tři kategorie z hlediska průměrného zatížení na nápravu K1 – 5 až 10 t; K2 – 10 až 18 t a K3 – 18 až 22,5 t. Pro koeficient C je brána průměrná hodnota. Konkrétní podoba vzorce (25) pro jednotlivé kategorie tedy vypadá následovně

$$O_v = a_{K_i} \cdot M_{vl} \cdot g + C_{pr} \cdot V^2, \quad (28)$$

přičemž koeficienty a_{K_i} shrnuje tab. 4.

Tab. 4 – člen nezávislý na rychlosti pro jednotlivé kategorie

	celý vlak	vozy
a_{K1}	1,28	1,23
a_{K2}	1,04	0,98
a_{K3}	0,95	0,90

Dále článek porovnává navržené vztahy s dosavadními, přičemž dochází k závěru, že odpor K2 dosahuje srovnatelných hodnot jako odpor T4, ale výrazně nižších než U4 nebo S.

Bakalářská práce [6] se zabývá jízdním odporem kontejnerových vlaků na úsecích s malými poloměry v oblouku a v tunelech, kdy zavádí rozšířený vozidlový odpor (zahrnující všechny odpory kromě odporu ze stoupání) a klade si za cíl zpřesnit výpočet odporu z jízdy obloukem a tím pádem i vozidlového odporu zjištěného na obloukovitých tratích. Vzorec pro rozšířený vozidlový odpor stanovuje v obecném vyjádření následovně

$$O_{roz} = a \cdot M_{vl} \cdot g + C \cdot V^2 + \frac{d \cdot M_{vl} \cdot g}{R}, \quad (29)$$

přičemž dochází na základě dat z provozu (ze systému TELOC a z GPS) ke koeficientům uvedeným v tab. 5, kde jsou též porovnány s použitím vzorců T4 dle [2] a K2 dle [4].

Tab. 5 – porovnání koeficientů odporu dle [2], [4] a [6]

	dle [6]	T4 [2]	K2 [4]
a [N/kN]	0,96	1,5	1,04
C [N·h ² /km ²]	2,28	$0,00015 \cdot M \cdot g^1$	3,01
d [N·m/kN]	615	600^2	600^2

Dále autor porovnává závislost jízdního odporu na rychlosti při hmotnosti vlaku 1000 t a poloměru oblouku 500 m, přičemž konstatuje, že nejvyšší hodnoty vycházejí při vyšších rychlostech (více než 50 km/h) pro odpor K2, nejmenší pro odpor T4 a jím navržený odpor se nachází mezi nimi; v nízkých rychlostech však oba odpory dle autora a K2 nabývají nižších hodnot než T4, což je dáno menší hodnotou na rychlosti nezávislé složky a .

¹ Odpor T4 na rozdíl od zbylých dvou používá koeficient c v měrném tvaru

² Koeficient není přímo definován pro vozidlový odpor, ale vychází z běžně užívaného vztahu pro odpor z jízdy obloukem $O_R = \frac{600}{R}$

Švédsko – „energetická metoda výběhové zkoušky“

P. Lukaszewicz navrhuje v článku [10] pro zjišťování vozidlových odporů „energetickou metodu výběhové zkoušky“ (coasting energy method), kdy nezjišťuje aktuální vozidlový odpor z pohybové rovnice vlaku (tedy měření rychlosti a výpočtem zrychlení), nýbrž jej vyjadřuje ze změny potenciální a kinetické energie. Odpor uvažuje jako sílu konající práci na daném dráhovém kroku, kdy vykonaná práce odpovídá rozdílu v potenciální a kinetické energii.

V článku [11] na základě této metody provádí vyhodnocení pro osobní, nákladní a vysokorychlostní vlak, přičemž pro závislost vozidlového odporu na rychlosti vychází z obecného Davisova vztahu (4), uvažuje tedy i lineární člen. Koeficienty A, B a C nepovažuje za konstantní a definuje pro ně následující závislosti (pro nehomogenní nákladní vlaky):

Pro koeficient A [kN] nachází závislost na hmotnosti na nápravu (podobně jako [4]) a to v následujícím tvaru

$$A \approx \sum_{i=1}^{N_d} (0,065 + 0,6 \cdot 10^{-3} \cdot M_n \cdot g), \quad (30)$$

pro koeficient B [kN·h/km] naopak nalézá závislost na délce vlaku, kterou definuje následovně

$$B \approx -0,0061 + 0,00016 \cdot l_v \quad (31)$$

a pro koeficient C též závislost na délce vlaku (zohlednění odporu vzduchu po délce vlaku) v následujícím tvaru

$$C \approx 0,00039 + 0,00000378 \cdot l_v, \quad (32)$$

$$C \approx 0,00039 + 0,00000710 \cdot l_v, \quad (33)$$

$$C \approx 0,00039 + 0,00000625 \cdot l_v, \quad (34)$$

přičemž vzorec (32) platí pro soupravu složenou z krytých vozů, vzorec (33) pro soupravu složenou z klanicových vozů a vzorec (34) pro smíšenou soupravu složenou střídavě z obou uvedených typů vozů. Vzorce upraveny autorem této práce do tvaru, kde síly jsou udávány v [kN] a rychlosti v [km/h].

3 Návrh postupu pro zjištění vozidlového odporu

Na rozdíl od běžně používané výběhové zkoušky je v této práci navržen postup pro zjišťování vozidlového odporu při jízdě tažnou silou, a tedy díky měření tažné síly a dalších pro výpočet nutných veličin. V rámci postupu jsou též nastíněny podmínky, za kterých je možné při použití zmíněného postupu dosáhnout relevantních výsledků.

3.1 Teorie

Neboť by přímé měření skutečného vozidlového odporu bylo velmi složité (vozidlový odpor je ovlivněn velkou řadou faktorů, které je nutno postihnout, např. zasazení tratě do krajiny, rychlost větru atd.), jeví se jako jednodušší varianta měření nepřímé, založené na řešení pohybové rovnice vlaku

$$[M_h \cdot (1 + \rho_h) + M_d \cdot (1 + \rho_d)] \cdot \ddot{x} = F_{ok} - B - O_v - O_t, \quad (35)$$

respektive pro dopravovaná vozidla (vozy bez lokomotivy) ve tvaru

$$M_d \cdot (1 + \rho_d) \cdot \ddot{x} = F_h - B_d - O_{vd} - O_{td}. \quad (36)$$

Úpravou rovnic (35) a (36) získáme následující vyjádření vozidlového odporu v jednom okamžiku pro celý vlak

$$O_v = F_{ok} - [M_h \cdot 1 + \rho_h + M_d \cdot (1 + \rho_d)] \cdot \ddot{x} - B - O_t, \quad (37)$$

a pro vozy bez lokomotivy

$$O_{vd} = F_h - [M_d \cdot (1 + \rho_d)] \cdot \ddot{x} - B_d - O_{td}, \quad (38)$$

kde

B	[kN]	brzdná síla celého vlaku
B_d	[kN]	brzdná síla dopravovaných vozidel (vozů)
M_d	[t]	hmotnost dopravovaných vozidel (vozů)
M_h	[t]	hmotnost hnacích vozidel
O_t	[kN]	traťový odpor celého vlaku
O_{td}	[kN]	traťový odpor dopravovaných vozidel (vozů)
O_v	[kN]	vozidlový odpor celého vlaku
O_{vd}	[kN]	vozidlový odpor dopravovaných vozidel (vozů)
\ddot{x}	[m/s ²]	zrychlení

Dané vstupy lze dále zjednodušit provedením výběhové zkoušky, tedy jízdou s nulovou tažnou i brzdnou silou, ideálně v přímé koleji bez sklonu, kdy jedinou veličinou, již je nutno měřit je rychlost vlaku, z níž je dopočítáno zrychlení. Při znalosti hmotnosti a součinitele rotačních hmot vozidel je následně vypočten vozidlový odpor vždy pro konkrétní rychlost, z čehož je následně sestavena závislost vozidlového odporu na rychlosti jízdy. [1]

3.2 Postup pro zjišťování vozidlových odporů v provozu

3.2.1 Výpočet vozidlového odporu v daném okamžiku

Postup popisovaný v této práci naproti tomu počítá s daty z provozu, tedy obecně jízdou se zrychlením s tažnou silou po trati s nenulovým sklonem. Vstupem tedy je tažná síla, a to tažná síla na háku měřená měřicí šroubovkou a tažná síla na obvodu kol převzatá ze záznamového zařízení lokomotivy. Dále je pro účely výpočtu zaznamenávána rychlost a poloha (pomocí GPS a relativní kilometrická poloha dle záznamového zařízení). Vzhledem k tomu, že hlavním předmětem zájmu je jízda s nenulovou tažnou silou, není dále uvažována síla brzdná.

Měřicí šroubovka měří tensometricky síly, jimiž jsou zatěžovány obě její závěsnice. Byla vyrobena v rámci studentského projektu na DFJP v roce 2021 a je kalibrována na dynamickém zkušebním stavu ve VVCD. [12] Měřicí šroubovka již namontovaná na lokomotivě je vyobrazena na obr. 3.



Obr. 3 – měřicí šroubovka na lokomotivě (autor: Ing. Tomáš Michálek, PhD., upraveno)

Pro výpočet je též nutná znalost zvolené vlakové soupravy – hmotnosti lokomotivy i vozů, součinitelů rotačních hmot a též délky vozů pro zohlednění délky vlaku při výpočtu traťového odporu. Ten odpovídá sklonovým poměrům na zkoumaném traťovém úseku (respektive redukovanému sklonu), kvůli rozložení vlaku na sklonu je nutné rozdělit vlak na úseky, přičemž délka úseku odpovídá délce vozu (lokomotiva je kratší, takže začátek prvního úseku vlaku se nachází před čelem vlaku). Traťový odpor jednoho úseku vlaku (jednoho vozu či lokomotivy) je pak dán následujícím vzorcem

$$O_{t_i} = s_{\text{red}} \cdot \frac{M_i}{1000} \cdot g, \quad (39)$$

kde M_i je hmotnost příslušného vozidla. Celkový traťový odpor vlaku je dán jako součet traťových odporů všech úseků vlaku

$$O_t = \sum_{i=1}^n O_{t_i}, \quad (40)$$

kde n je počet úseků vlaku (tedy počet vozidel ve vlaku). Pro traťový odpor vozů platí analogicky součet traťových odporů všech úseků vlaku obsahujících vozy, v případě vlaku s jedním hnacím vozidlem lze daný vztah zapsat následovně

$$O_{td} = \sum_{i=2}^n O_{t_i} \quad (41)$$

Pro korektní výpočet je nutné vyřadit úseky s brzdou silou, které lze najít buď v záznamu z řídicího systému lokomotivy, jež zaznamenává brzdou sílu EDB jako zápornou tažnou sílu; nebo pro měření měřicí šroubovkou je nutné měřit stlačení nárazníků. Je-li nárazník stlačen, nelze sílu naměřenou šroubovkou brát za směrodatnou tažnou sílu, neboť šroubovka je buď povolena z důvodu brzdění, nebo je stlačen jeden nárazník v oblouku a v takovém případě naopak šroubovka přenáší vyšší sílu, než je síla tažná.

Při vyhodnocování vozidlového odporu je dále žádoucí brát v potaz podélnou dynamiku vlaku, jejíž vlivy nejsou v pohybové rovnici vlaku zahrnuty, tudíž mohou zanášet značnou chybu do výsledného vozidlového odporu. Vyhodnocovaný úsek jízdy vlaku by neměl, pokud možno, obsahovat velké skoky v tažné síle, jež mohou souviset právě s podélnými ději v rámci soupravy (podélnou dynamikou vlaku se podrobně zabývá práce [13]).

Traťový úsek, na němž je vozidlový odpor vyhodnocován, by se měl nacházet, pokud možno, v přímé koleji (aby nedošlo ke stlačení nárazníků v oblouku) a s malými sklony (případně na neměnném sklonu), neboť změny traťového odporu vyvolávají skoky v tažné síle (při řízení s požadavkem na konstantní rychlost), a tedy podélné rázy v rámci vlaku, jež se mohou negativně projevit na přesnosti výsledných vypočtených hodnot vozidlového odporu.

V případě, že vozidlový odpor není vyhodnocován pro jízdu konstantní rychlostí, ale je zjišťována jeho závislost na rychlosti jízdy vlaku, představuje vstupní veličinu také zrychlení. Zrychlení není měřeno přímo, ale je počítáno z průběhu rychlosti. Pro účely této práce je zrychlení počítáno následovně

$$\ddot{x}_i = \frac{V_{i+1} - V_{i-1}}{3,6 \cdot 2\Delta t}, \quad (42)$$

přičemž výpočet se vztahuje k danému časovému okamžiku a rychlosti V_{i+1} a V_{i-1} [km/h] se vztahují k předchozímu a následujícímu okamžiku, přičemž Δt [s] je krok mezi dvěma sousedními okamžiky.

Vzhledem k tomu, že průběh naměřené rychlosti nemusí být hladký, je záhodno pro výpočet vozidlového odporu nepočítat přímo s takto vypočtenou hodnotou zrychlení, ale použít klouzavý průměr s vhodně zvoleným časovým oknem.

3.2.2 Vyhodnocení závislosti vozidlového odporu na rychlosti

Hodnota vozidlového odporu vypočtená dle vztahu (37) nebo (38) je svázaná s daným časovým okamžikem, pro který je naměřená určitá hodnota rychlosti, vozidlový odpor je tedy jednoznačně svázan s rychlostí jízdy. Díky tomu lze vykreslit bodový graf

znázorňující závislost vozidlového odporu na rychlosti. Jak vyplývá z teoretických poznatků o vozidlovém odporu, tato závislost by měla být kvadratická s konstantní složkou a případně též se členem závislým na první mocnině rychlosti.

Před dalším vyhodnocováním vozidlového odporu je vhodné vyřadit ze zkoumaného souboru dat takové úseky, kde vypočtený vozidlový odpor je zjevně nesprávný (je nulový, či nabývá záporných nebo naopak nesmyslně velkých hodnot), tyto hodnoty by mohly výrazně ovlivnit celkový náhled na zkoumané výsledky.

Samotné vyhodnocení závislosti získaného vozidlového odporu na rychlosti spočívá v aproximaci dat na výše zmiňovanou parabolu (v prostředí MS Excel pomocí nástroje „řešitel“). Případně lze v MS Excelu přímo do grafu přidat polynomickou „spojnici trendu,“ druhého řádu, jež představuje parabolu s nenulovým lineárním členem. Výsledná závislost vozidlového odporu na rychlosti je porovnána s běžně používaným vzorcem (tedy v tomto případě vzorcem T4 dle [2]), případně s jiným vhodným vztahem pro výpočet vozidlového odporu, například vzorcem dle [4].

3.2.3 Vyhodnocení vozidlového odporu při konstantní rychlosti

Pokud se ve vyhodnocovaném souboru dat nachází úseky, kdy se vlak pohybuje konstantní rychlostí (typicky dosáhne nejvyšší dovolené rychlosti a tu pak udržuje), lze provést vyhodnocení vozidlového odporu pro tuto konkrétní rychlost. Tento postup neposkytuje na výstupu závislost vozidlového odporu na rychlosti, ale pro danou konstantní rychlost získáme dostatečný objem dat pro statistické vyhodnocení.

Při jízdě konstantní rychlostí by vozidlový odpor měl být též konstantní, zároveň zrychlení je nulové; z toho plyne, že změny v tažné síle by měly být způsobeny pouze traťovým odporem – průběh tažné síly by měl kopírovat průběh traťového odporu. Vztahy (37) a (38) pro výpočet vozidlového odporu jsou zjednodušeny do následujícího tvaru

$$O_v = F_{ok} - O_t, \quad (43)$$

$$O_{vd} = F_h - O_{td}. \quad (44)$$

Proto je vhodné při vyhodnocování takového úseku vykreslit průběh traťového odporu a tažné síly. Pokud se v průběhu nachází úsek, kde se tažná síla mění beze změny traťového odporu, jde pravděpodobně o projev podélné dynamiky v rámci vlaku – může jít o přechodný jev při změně sklonu, a tedy traťového odporu.

Vypočtený vozidlový odpor není konstantní, proto je nutné vypočítat průměrnou hodnotu a též směrodatnou (kvadratickou) odchylku. Tyto charakteristiky nám poskytnou informaci, jaké dosahuje vozidlový odpor pro danou rychlost zhruba hodnoty a dále též s jakou mírou nejistoty (tedy v jak velkém rozptylu) jej lze tímto způsobem určit. Dále je možné a vhodné porovnat hodnotu určenou pro konstantní rychlost s hodnotou vypočtenou podle výsledného vzorce pro vozidlový odpor získaného z analýzy jízdy se zrychlením a též podle běžně užívaného vzorce dle ČSD V7 [2] a dále též s hodnotou dle navržených úprav vzorců např. dle [4]

4 Výpočet vozidlových odporů z naměřených dat

Postup uvedený v předchozí kapitole byl aplikován na naměřená data z jízdy vlaku s tažnou silou, přičemž byl vyhodnocován vozidlový odpor při jízdě konstantní rychlostí a závislost vozidlového odporu na rychlosti na základě dat naměřených při rozjezdu vlaku.

4.1 Zkoumaný úsek a souprava

V této práci byla použita data z měření provedeného dne 5. listopadu 2021 na kontejnerovém vlaku 41736 společnosti METRANS Rail z Dunajské Stredy do České Třebové. S ohledem na vhodné podmínky pro výpočet vozidlového odporu popsané v kapitole 3.2, byl pro další vyhodnocování zvolen úsek Břeclav–Brno, kde je trať převážně přímá a nedochází k prudkým změnám sklonu. Kromě toho vlak jede v tomto úseku zejména do stoupání, tedy s tažnou silou. Na tomto úseku vlak též dosahuje nejvyšší rychlosti 100 km/h, kterou udržuje a je tedy možné provést i vyhodnocení jízdy konstantní rychlostí.

Souprava vlaku byla vedena lokomotivou řady 386 a dále sestavena z 24 kontejnerových vozů ložených prázdnými nebo loženými kontejnery. Táhlové ústrojí mezi lokomotivou a prvním vozem bylo osazeno měřicí šroubovkou pro měření tažné síly. Celkové parametry vlaku popisuje tab. 6. Součinitel rotačních hmot vozů byl vypočten dle vztahu (45).

Tab. 6 – parametry vlaku

délka lokomotivy [m]	18,9
délka vozu (přibližně) [m]	26
součinitel rotačních hmot lokomotivy (ρ_h) [1]	0,1
hmotnost lokomotivy (M_h) [t]	84
celková hmotnost vozů (M_d) [t]	1408,4
celkový počet dvojkolí vozů (N_d)	108
moment setrvačnosti dvojkolí (J_d) [kg·m ²]	90
průměr kol (d) [mm]	920
součinitel rotačních hmot vozů (ρ_{hd}) [1]	0,0326

$$\rho_d = \frac{4 \cdot N_d \cdot J_d}{1000 \cdot M_d \cdot d^2} \quad (45)$$

Vzhledem k délce vlaku je nutné vzít v potaz při výpočtu traťového odporu rozložení jeho hmotnosti na sklonu. Vlak byl za tímto účelem rozdělen na 25 úseků o délce 26 m (přibližná délka jednoho vozu), kdy začátek prvního úseku se nachází před čelem lokomotivy a za hmotnost každého úseku se považuje hmotnost příslušného vozidla vlaku. Hmotnost a počet dvojkolí jednotlivých dílů vlaku (lokomotivy a vozů) jsou uvedeny v tab. 7.

Ve vlaku se nacházely dva druhy vozů – čtyřnápravové (Sggns 80) a šestnápravové článkové (Sggrs 80), jejich délka je však téměř stejná (délka čtyřnápravového vozu je

25,94 m a délka šestinápravového číní 26,39 m), pro zjednodušení je tedy možné brát za délku vozu jednotnou míru 26 m (délka soupravy vozů při zjednodušení činí 624 m, zatímco skutečná délka je 625,26 m). Údaje o vlaku pocházejí z provozní dokumentace – tj. soupisu vozů.

Tab. 7 – rozdělení vlaku na úseky

	úsek	hmotnost [t]	počet dvojkolí
lokomotiva	1	84,000	4
vozy	2	32,090	6
	3	40,607	4
	4	29,500	4
	5	81,200	4
	6	60,790	4
	7	81,400	4
	8	75,007	6
	9	36,187	4
	10	82,243	6
	11	55,980	4
	12	73,686	4
	13	81,400	4
	14	73,999	4
	15	72,883	6
	16	80,930	4
	17	33,472	4
	18	55,660	4
	19	92,443	6
	20	39,974	4
	21	55,830	4
	22	48,719	4
	23	54,705	4
	24	29,500	4
	25	40,200	6

4.2 Úprava vstupních dat pro výpočet vozidlového odporu

Data pro provedení výpočtu vozidlového odporu pocházejí ze tří zdrojů. První zdroj – záznamové zařízení TELOC – zaznamenává mj. tažnou sílu na obvodu kol, dále rychlost, relativní kilometrickou polohu a čas. Druhým zdrojem je měřicí šroubovka a další osazené snímače, které zaznamenávají tažnou sílu na háku (respektive síly, jež přenášejí obě závěsnice, přičemž tažná síla na háku je jejich součtem – síly byly na začátku sečteny a dále se počítalo jen se sečtenou hodnotou), dále stlačení obou nárazníků a relativní čas. Součástí měření byl i záznam polohy a zrychlení pomocí GPS, nicméně tato data nebyla zaznamenána správně a mohla sloužit pouze k přibližné orientaci, kde na trati se vlak nachází. Třetí zdroj dat představuje externí GPS umístěná na lokomotivě, jež zaznamenala polohu, rychlost a čas.

Nutným předpokladem pro správné provedení výpočtů byla synchronisace datových souborů z těchto zdrojů a převod na společné vzorkování. Při měření měřicí šroubovkou byla použita vzorkovací frekvence 50 Hz, GPS vzorkovala s frekvencí zhruba 1 Hz a data z TELOCu nejsou vzorkována se stálým krokem, nýbrž nahodile.

Vzhledem k tomu, že vstupní soubory obsahovaly rozsáhlejší měření, než byl zkoumaný úsek, nejprve byl ze vstupních dat vybrán úsek odpovídající trati mezi Břeclaví a Brnem (na základě polohy dle GPS a času), z dat naměřených šroubovkou byl vybrán přibližně s ohledem na to, že měření šroubovkou v Břeclavi začíná.

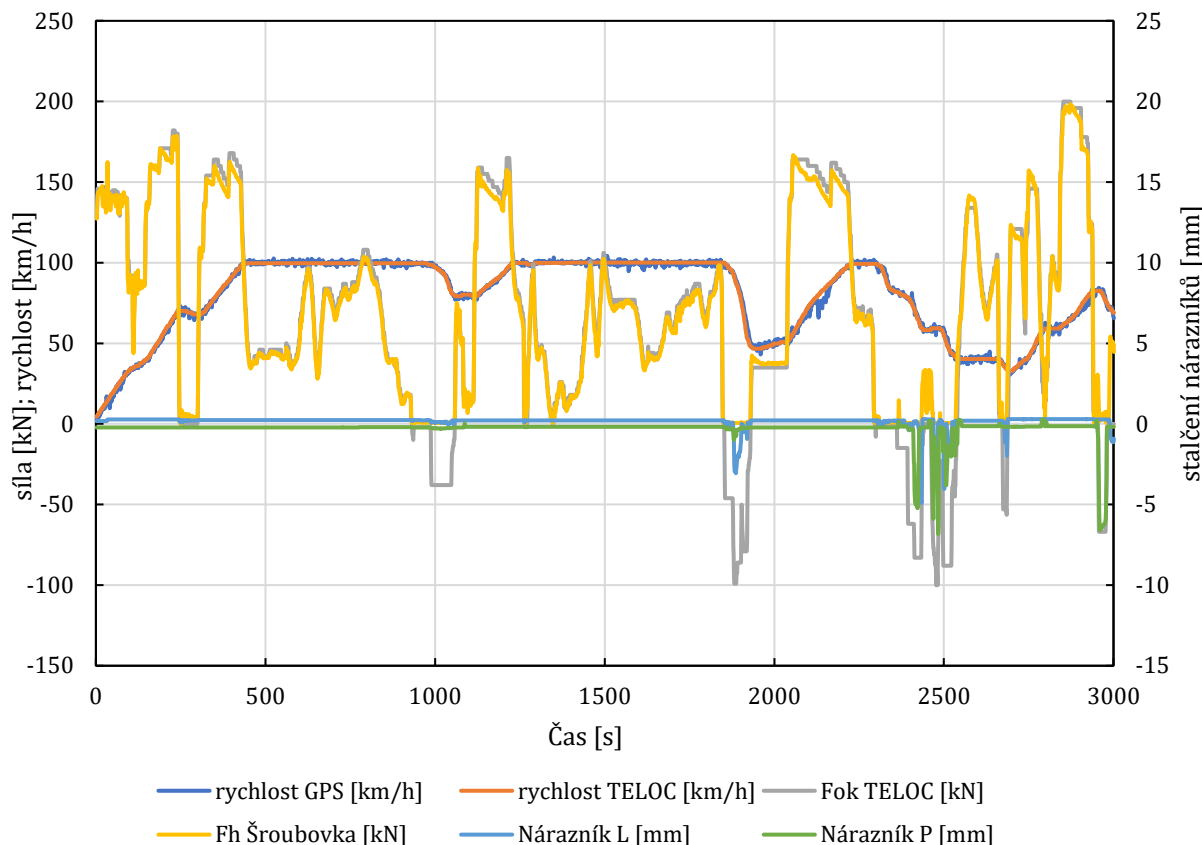
Data byla převzorkována na frekvenci 1 Hz, která je vzhledem k povaze měřených veličin dostatečná. Pro samotné převzorkování byl vytvořen program, který hodnotu veličiny pro daný okamžik počítá následovně

$$y(x = x_i) = \frac{\sum y(x)}{N_i}; x \in \left(x_i - \frac{k}{2}; x_i + \frac{k}{2}\right), \quad (46)$$

přičemž y je obecně závislá proměnná a x obecně nezávislá proměnná, k je vzorkovací krok a N_i je počet záznamů spadající do intervalu $x \in \left(x_i - \frac{k}{2}; x_i + \frac{k}{2}\right)$. Výsledná převzorkovaná hodnota je tedy aritmetickým průměrem ze všech naměřených hodnot, hodnota jejichž nezávislé proměnné (v tomto případě času) spadá do intervalu o šířce rovné vzorkovacímu kroku se středem v bodě příslušejícím převzorkované hodnotě. Pro případ, že by se v daném intervalu nevyskytoval žádný záznam (tudíž by program jako převzorkovanou hodnotu zapsal nulu), je do programu vložena funkce, která v takovém případě zapíše předchozí hodnotu. Vývojový diagram programu je přiložen v příloze 1.

Po převzorkování byla data sloučena do jednoho souboru a byly vykresleny průběhy veličin v závislosti na čase. Data z GPS a TELOCu bylo možné synchronisovat dle absolutního času – zkoumaný záznam začíná ve 12:55 SEČ (bylo nutno dát si pozor na fakt, že GPS zapisovala čas v SEČ, zatímco TELOC v GMT). U dat naměřených měřicí šroubovkou byl zaznamenáván pouze relativní čas měření (které však začalo v Břeclavi, čímž byla situace zjednodušena). Pro synchronisaci bylo uvažováno, že čas 0 s měřicí šroubovky odpovídá času 12:55:00 SEČ.

Po vykreslení dat bylo zjevné, že průběhy tažných sil z TELOCu a měřicí šroubovky jsou vůči sobě posunuty, tedy že synchronisace přesně neodpovídá, z toho důvodu byla provedena korekce spočívající k posunu průběhu veličin měřených měřicí šroubovkou o 28 s (tedy 12:55:00 SEČ odpovídá času 28 s měřicí šroubovky). Po této korekci se již průběhy tažných sil překrývají, jak je vidět na obr. 4.



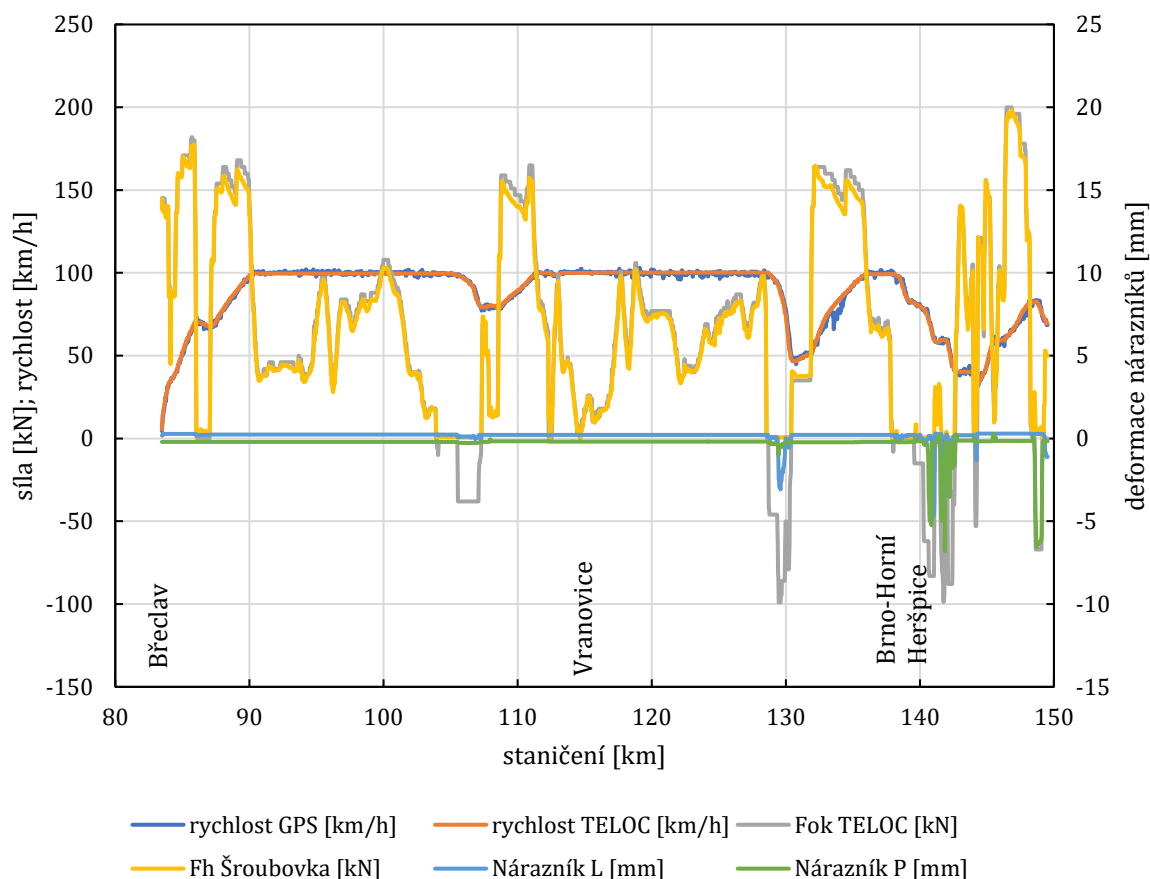
Obr. 4 – časová závislost měřených veličin

Časová synchronisace však pro výpočet vozidlového odporu nestačí vzhledem k nutnosti určení traťového odporu, a to se zohledněním délky vlaku, jež u kontejnerového vlaku hraje značnou roli. Po synchronisaci bylo proto nutné přistoupit ke druhému převzorkování dat na dráhovou osu, přičemž byl zvolen krok 26 m dle délky vozu. Při výpočtech je poté nutné brát v úvahu, že začátek prvního úseku se nachází 7,1 m před čelem vlaku, k němuž se vztahuje dráha zaznamenávaná systémem TELOC. Pro převzorkování byl opět použit program Převzorkovač.

Dalším krokem po převodu na dráhovou osu bylo spárování s tratí, k tomuto úkonu posloužila poloha zaznamenaná GPS. Jako referenční bod byl zvolen začátek nástupiště zastávky Ladná (traťový km 90,780), údaje o trati jsou tedy nejpřesnější v okolí této zastávky, tedy v prvním úseku jízdy konstantní rychlostí. Po spárování naměřených dat se staničením již bylo možné přiřadit jednotlivým místům na trati příslušný redukovaný sklon potřebný pro zjištění traťového odporu. Průběh naměřených veličin po dráze zobrazuje obr. 5, kde jsou též pro přehlednost přibližně zaneseny stanice Břeclav, Vranovice a Brno-Horní Heršpice.

Po usazení dat na trať byly vybrány vhodné úseky pro vyhodnocení vozidlových odporů – dva úseky jízdy konstantní rychlostí v km 90–105 a v km 116–128 a dále rozjezd z Břeclavi na začátku měření a jízda se zrychlením po poklesu rychlosti v km 132–135.

V grafech na obr. 4 a obr. 5 síla označená jako F_{ok} TELOC nabývá i záporných hodnot, systém TELOC totiž jako jednu veličinu zaznamenává tažnou sílu i brzdnou sílu EDB.



Obr. 5 – dráhová závislost měřených veličin

4.3 Výpočet vozidlového odporu ve zvolených úsecích

Byly provedeny výpočty vozidlového odporu jak pro celý vlak (vycházející ze síly F_{ok} z TELOCu), tak pouze pro vozy (vycházející ze síly F_h naměřené měřicí šroubovkou). Pro výpočet zrychlení a závislosti vozidlového odporu na rychlosti byla použita rychlost naměřená systémem TELOC, neboť její průběh je hladší než průběh rychlosti z GPS, nicméně na obr. 5. je vidět, že rychlost GPS po vyhlazení by se s rychlostí TELOC v podstatě shodovala.

Zrychlení bylo počítáno v časové oblasti dle vztahu (42), nicméně jeho průběh byl velmi rozkolísaný i přes použití rychlosti z TELOCu, proto bylo použito klouzavé průměrování s krokem 5 s, 15 s a 60 s a po porovnání jejich průběhů bylo jako nejvhodnější zvoleno zrychlení průměrované s 15s krokem. Zrychlení bylo následně převedeno na časovou osu stejným způsobem jako ostatní veličiny.

4.3.1 Vozidlový odpor při jízdě konstantní rychlostí

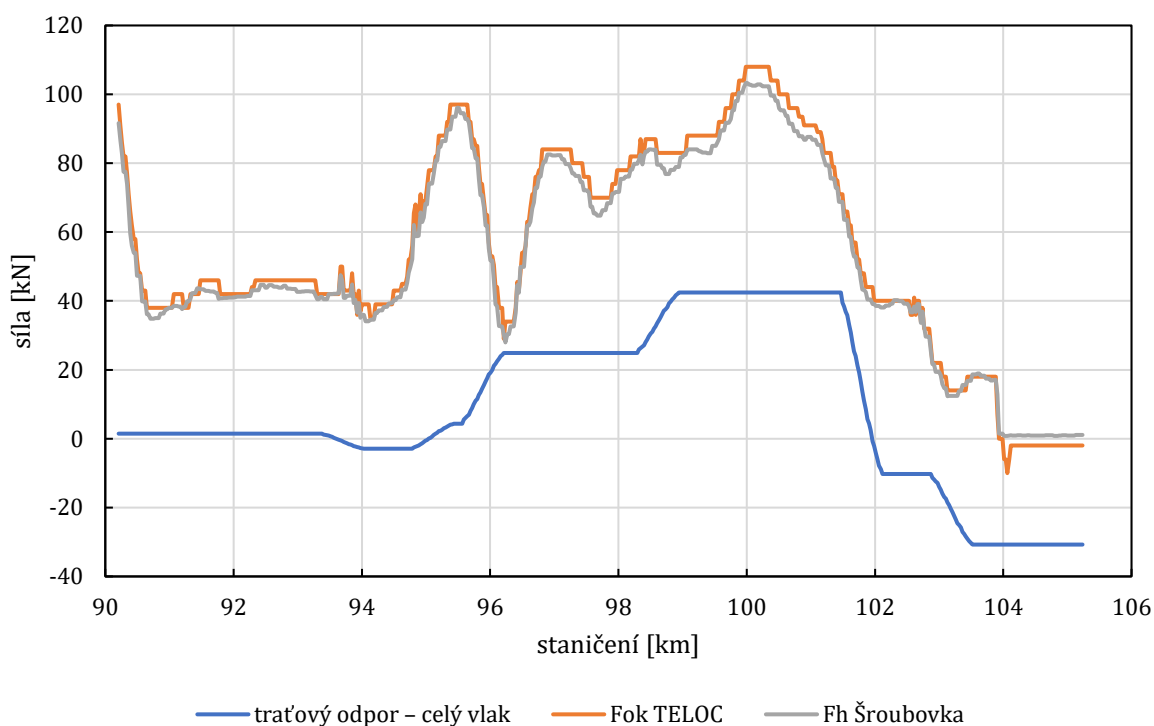
Z obr. 5 je patrné, že ve značné části zvoleného úseku mezi Břeclaví a Brnem vlak dosahuje své nejvyšší rychlosti (přibližně 100 km/h), kterou udržuje. Jde o dva úseky o souhrnné délce 27 km z celkových 58 km, přičemž je jízda konstantní rychlostí přerušena úsekem s propadem rychlosti zhruba mezi Zaječím a Vranovicemi.

Oba úseky jízdy s konstantní rychlostí byly hodnoceny samostatně, přičemž předpoklad byl, že výsledky by se měly shodovat vzhledem ke stejným podmínkám.

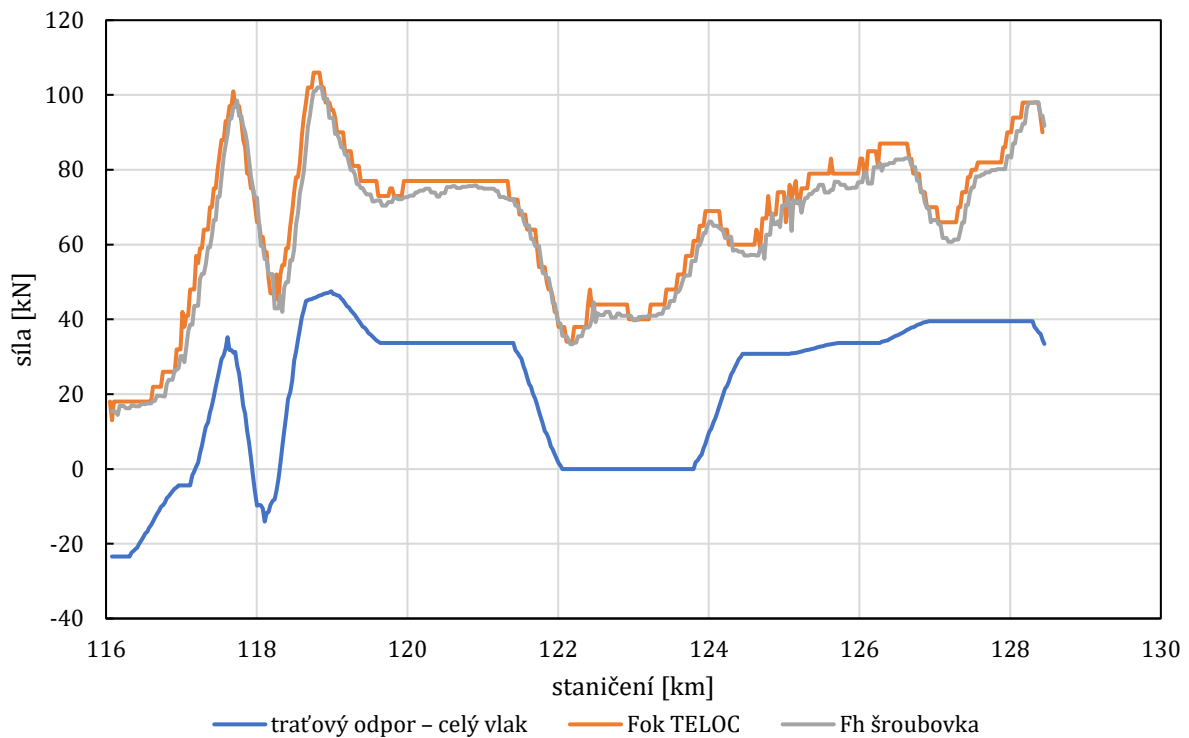
První úsek začíná za Břeclaví v km 90,2 po rozjezdu na nejvyšší rychlost (před zastávkou Ladná) a končí za stanicí Zaječí v km 105,2. V tomto úseku udává systém TELOC konstantní rychlost 99,658 km/h (rychlost z GPS kolísá okolo 100 km/h).

Druhý úsek je pak vymezen začátkem v km 116,1 před stanicí Vranovice a koncem v km 128,5 v zastávce Vojkovice nad Svatkou. Rychlost z TELOCu je taktéž konstantní – 100,122 km/h (rychlost z GPS opět kolísá zhruba kolem hodnoty 100 km/h). Lze tedy uvažovat, že v obou úsecích jel vlak konstantní rychlostí 100 km/h.

V těchto úsecích pak byl z rozložení redukovaného sklonu na trati proveden výpočet traťového odporu. Jak je popsáno v kapitole 3.2.3, průběh tažné síly by měl odpovídat průběhu traťového odporu, neboť při jízdě konstantní rychlostí dále působí jen vozidlový odpor, který je závislý na rychlosti (tedy by měl být v tomto případě rovněž konstantní). Proto byl vykreslen průběh tažných sil a průběh traťového odporu (vizte obr. 6 a obr. 7). Pro přehlednost byl zakreslen pouze traťový odpor celého vlaku, a nikoliv traťový odpor vozů, jeho průběh je však z podstaty věci obdobný.



Obr. 6 – první úsek; průběh tažných sil a traťového odporu



Obr. 7 – druhý úsek; průběh tažných sil a traťového odporu

Z grafů na obr. 6 a obr. 7 vyplývá, že zatímco v druhém úseku (zejména v jeho první polovině) kopíruje průběh tažné síly podle očekávání průběh traťového odporu, v prvním úseku se vyskytují značné skoky v tažné síle. Tyto mohou být způsobeny podélnou dynamikou vlaku, čemuž nasvědčuje to, že se vyskytují v oblastech změny traťového odporu. Nicméně i v druhém úseku dochází ke značným změnám traťového odporu, jež tažná síla kopíruje poměrně věrně.

Z průběhů tažné síly a traťového odporu vyplývá, že v druhém úseku by měl vypočtený vozidlový odpor dosahovat menšího rozptylu než v úseku prvním. Vozidlový odpor byl vypočten dle vzorce (43) pro celý vlak a dle vzorce (44) pro soupravu vozů. Dále byl vypočten rozdíl těchto hodnot

$$O_{vh} = O_v - O_{vd}, \quad (47)$$

jenž má představovat vozidlový odpor lokomotivy (v některých okamžicích však vychází hodnota vozidlového odporu pouze vozů větší než hodnota vozidlového odporu celé soupravy). Pro každý úsek byl z jednotlivých hodnot vozidlových odporů vypočten průměr a též směrodatná odchylka; výsledky shrnuje tab. 8.

Tab. 8 – výsledný vozidlový odpor při jízdě konstantní rychlostí

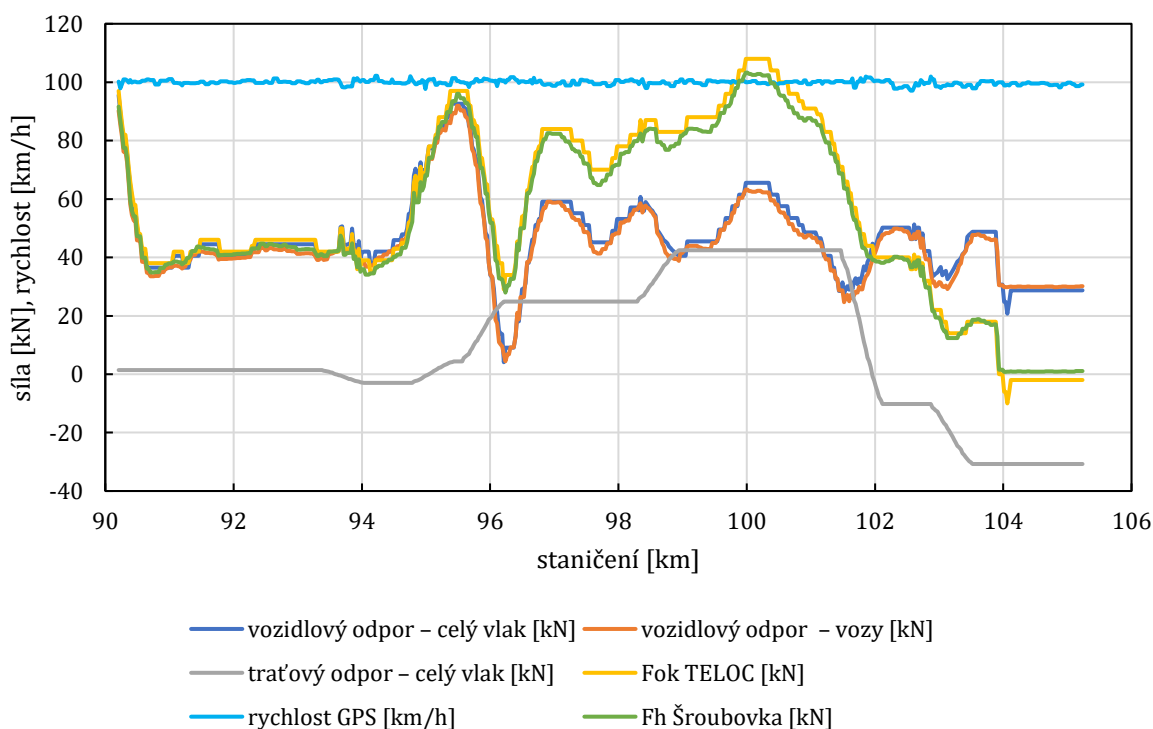
	vozidlový odpor [kN]	celý vlak	vozy	lokomotiva
první úsek	průměr	46,7	45,0	1,7
	směrodatná odchylka	14,8	14,3	1,8
druhý úsek	průměr	44,7	43,2	1,5
	směrodatná odchylka	9,8	9,6	1,7

Vypočtené údaje potvrzují předpoklad, že data z druhého úseku dosahují menšího rozptylu, nicméně ve střední hodnotě není velký rozdíl na jednotlivých úsecích. Jako poměrně irelevantní se jeví odpor lokomotivy, směrodatná odchylka svou velikostí přesahuje průměrnou hodnotu. Samotná průměrná hodnota se však pohybuje v uvěřitelné oblasti.

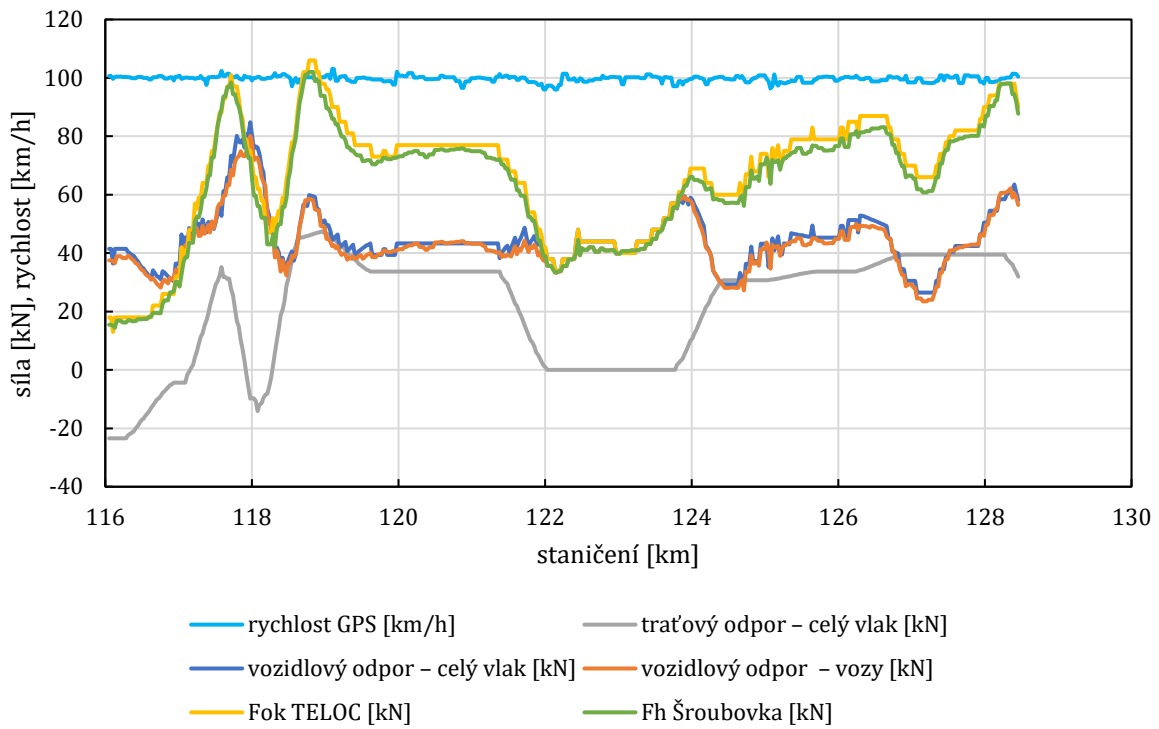
Pro porovnání byly vypočteny též hodnota pro vozy dle vzorce T4 podle [2], jež vycházejí následovně $O_{vd} = 39,4$ kN. Takto vypočtená hodnota je nižší než průměrná hodnota vypočtená z naměřených dat, ale rozdíl oproti průměrným hodnotám je menší než směrodatná odchylka.

Pro dokreslení průběhu vypočtených hodnot vozidlových odporů byly grafy na obr. 6 a obr. 7 rozšířeny o jejich průběh, pro dokreslení bylo též vyobrazeno kolísání rychlosti dle GPS, jež ovšem nebylo ve výsledku zohledněno (vizte obr. 8 a obr. 9). Do samostatných grafů (obr. 10 a obr. 11) byl vykreslen průběh rozdílů tažných sil, vypočteného vozidlového odporu lokomotivy a traťového odporu k ní se vztahujícího.

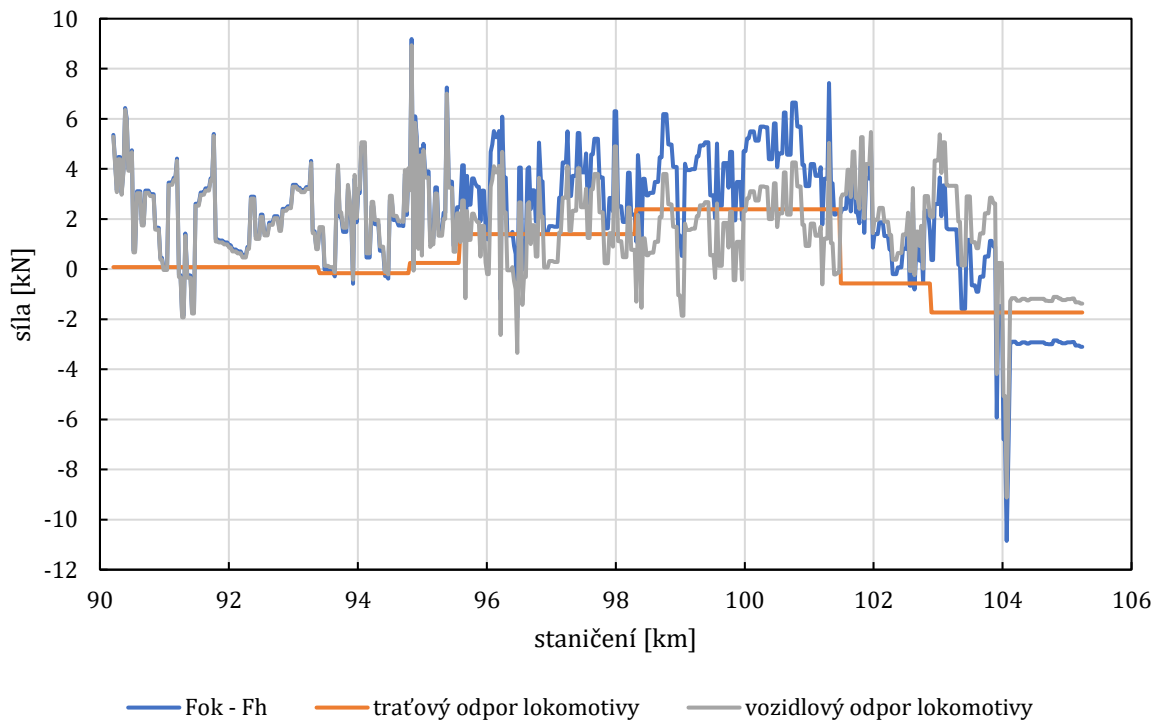
Ze zmíněných grafů vyplývá, že průběh vypočtených hodnot vozidlového odporu není konstantní, nýbrž je velmi závislý na zvlněném průběhu tažné síly, zároveň však osciluje kolem jisté průměrné hodnoty. V prvním úseku je patrné téměř periodické rozkmitání s periodou zhruba 60 s. V druhém naopak lze pozorovat zpoždění tažné síly za traťovým odporem v oblasti s rychlými změnami redukovaného sklonu na začátku úseku. Oba tyto jevy zřejmě souvisejí s podélnou dynamikou vlaku, respektive s podélným kmitáním na pružných vazbách.



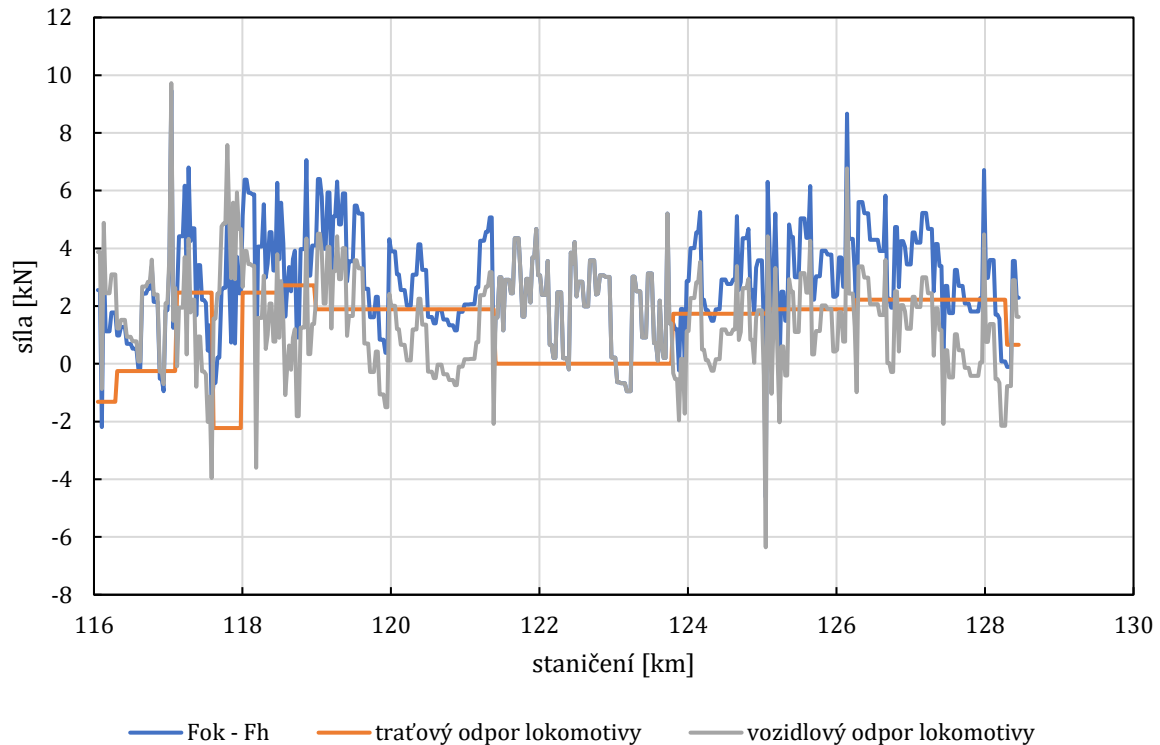
Obr. 8 – první úsek; doplnění o průběh vozidlových odporů a rychlost z GPS



Obr. 9 – druhý úsek; doplnění o průběh vozidlových odporů a rychlost z GPS



Obr. 10 – první úsek; průběh sil týkajících se lokomotivy



Obr. 11 – druhý úsek; průběh sil týkajících se lokomotivy

Z grafů týkajících se lokomotivy je patrné, že průběh vozidlového odporu, stejně jako průběh rozdílu tažných sil je velice rozkmitaný, přičemž obě tyto veličiny nabývají i záporných hodnot, což neodpovídá teoretickým úvahám (u vozidlového odporu i jeho fyzikální podstatě). Lze však pozorovat, že vozidlový odpor lokomotivy též osciluje kolem své průměrné hodnoty, která tedy může mít jistou vypovídací hodnotu i s ohledem na podobnou průměrnou hodnotu v obou úsecích.

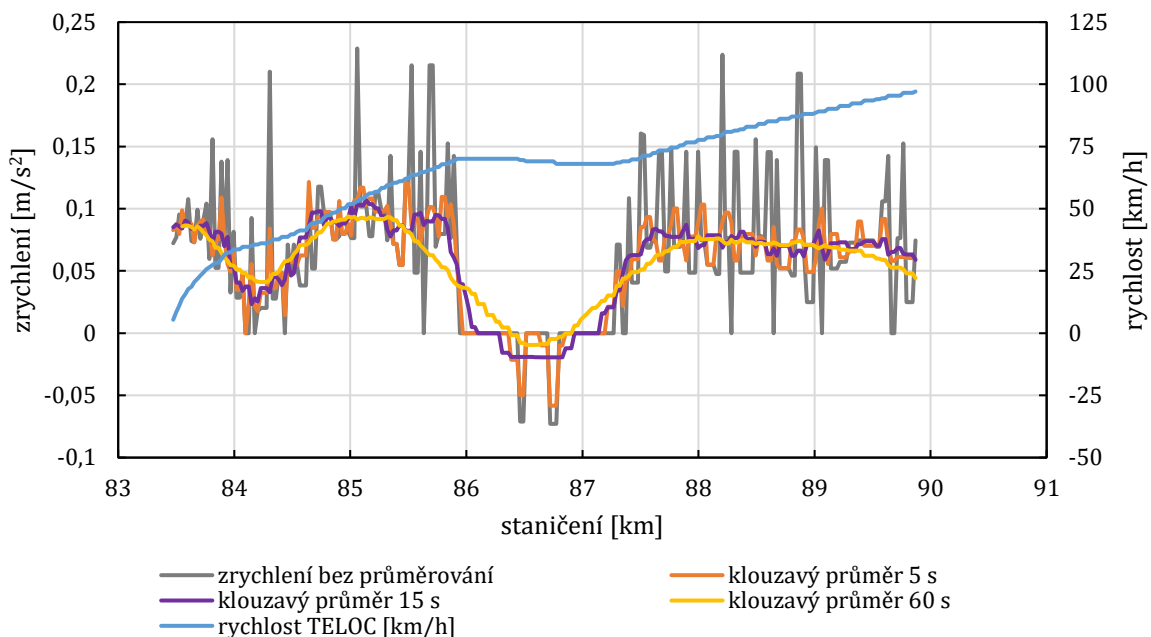
4.3.2 Vyhodnocení závislosti vozidlového odporu na rychlosti

Pro zjištění závislosti vypočteného vozidlového odporu na rychlosti byly zvoleny dva úseky jízdy se zrychlením – rozjezd z Břeclavi z km 83,5, přičemž zkoumaný úsek končí před dosažením nejvyšší rychlosti v km 89,9 (před zastávkou Ladná); druhý úsek se nachází naopak na konci zkoumané trati mezi km 132,4 za zastávkou Rajhrad a km 135,9 před stanicí Modřice.

V prvním úseku se vlak rozjíždí z nulové rychlosti (měření však začíná při rychlosti 5,4 km/h) na rychlost 100 km/h, přičemž zkoumaný úsek končí při rychlosti 97,1 km/h, v druhém úseku zrychluje z 61,4 km/h na rychlost 100 km/h, přičemž zkoumaný úsek končí při rychlosti 95,1 km/h.

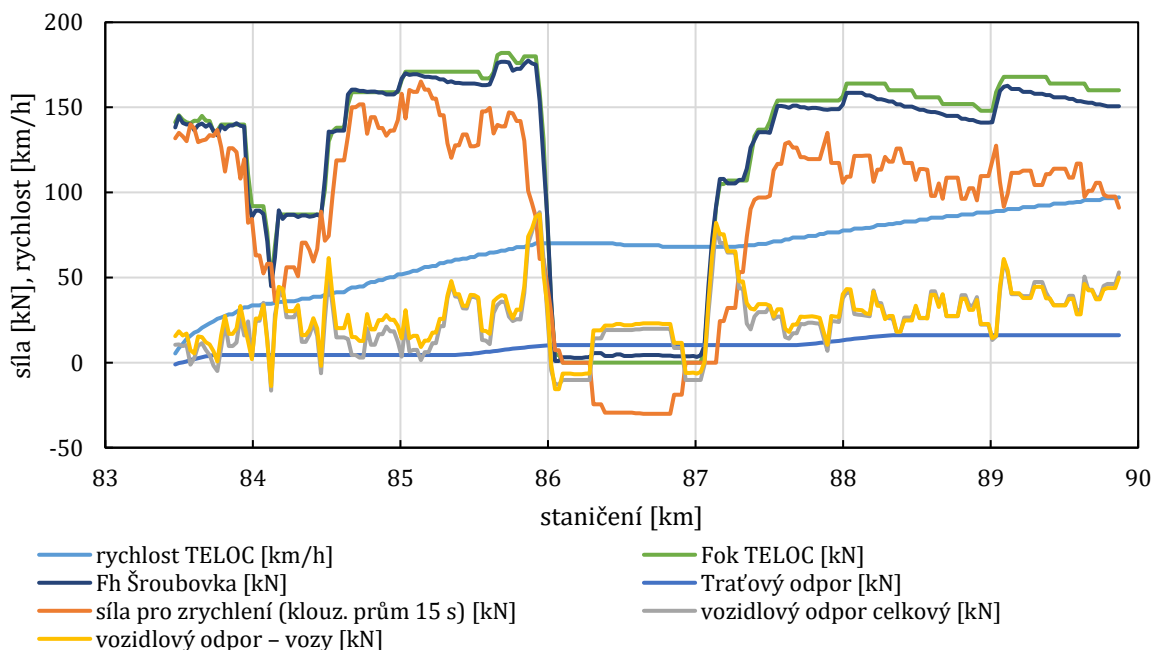
Pro výpočet vozidlového odporu byl použit klouzavý průměr zrychlení se šířkou okna 15 s, který se ze zpracovaných klouzavých průměrů (5 s, 15 s a 60 s) jeví jako nejlépe odpovídající průběhu rychlosti – vizte graf na obr. 12. Klouzavý průměr s 5s oknem je stále rozkmitaný, podobně jako původní zrychlení, naopak klouzavý průměr po 60 s již příliš vyhlazuje změny ve zrychlení.

Rozjezd z Břeclavi



Obr. 12 – rychlost a různě průměrované zrychlení při rozjezdu z Břeclavi

Vypočtené hodnoty vozidlového odporu a byly společně s tažnými silami a traťovým odporem (opět pouze pro celý vlak) též vyneseny do grafu – vizte obr. 13. Z grafu je patrné, že vypočtené hodnoty vozidlového odporu opět souvisejí s kolísáním tažné síly a též s výkyvy ve zrychlení, přičemž při poklesu tažné síly na nulovou hodnotu a jejím opětovném nárůstu po krátké jízdě výběhem (způsobené průjezdem vlaku úsekem bez možnosti odběru elektrické energie) nabývá vozidlový odpor zcela nesmyslných hodnot, proto byla tato část dat z dalšího vyhodnocení vyřazena.

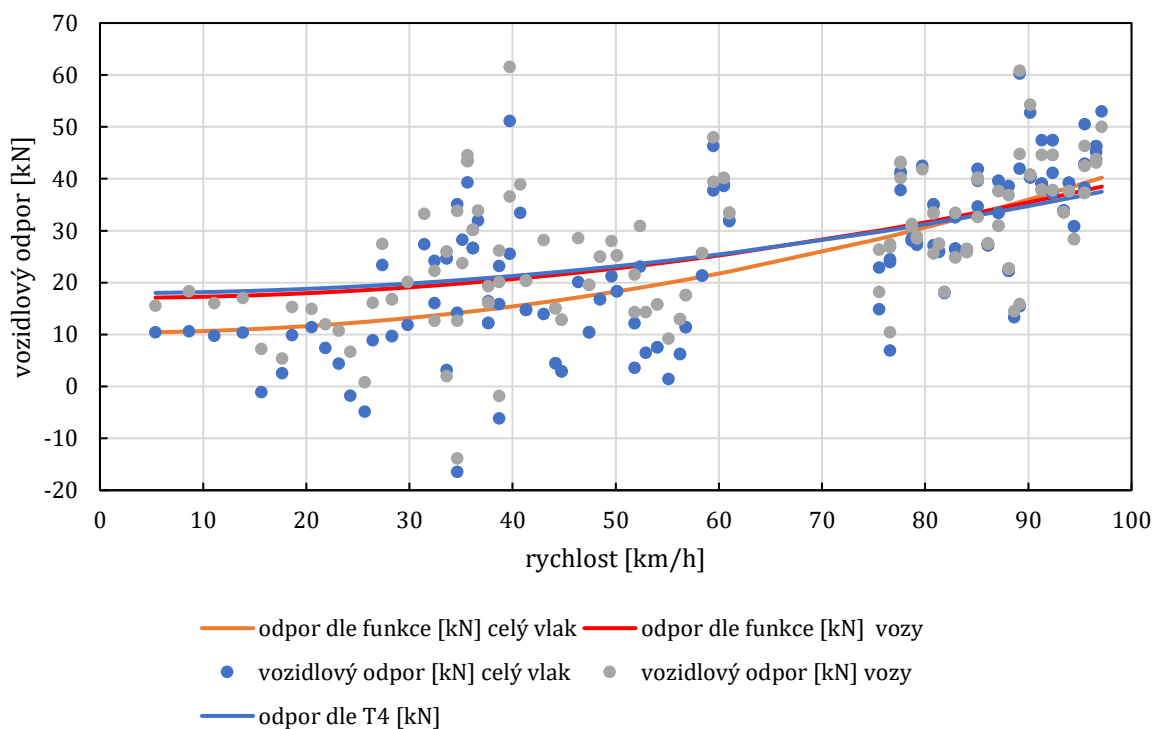


Obr. 13 – silové poměry při rozjezdu z Břeclavi

Hodnoty vypočteného vozidlového odporu (vyjma vyřazených) byly vyneseny do grafu závislosti na rychlosti, přičemž jejich rozptyl je značný, lze však vypožorovat jistou kvadratickou závislost odporu na rychlosti. Stále však pro některé rychlosti nabývá vypočtený vozidlový odpor hodnot buď velmi vysokých, nebo dokonce záporných.

Vozidlový odpor pro celý vlak (počítaný ze síly z TELOCu) nabývá při nižších rychlostech menších hodnot, než vypočtený odpor vozů (počítaný ze síly naměřené měřicí šroubovkou). Jejich rozdíl tedy nelze považovat za funkci vozidlového odporu lokomotivy, neboť v takovém případě by tento odpor nabýval záporných hodnot. Tento výsledek je zřejmě dán různým způsobem měření obou veličin, kdy tažná síla na háku je přímo měřena měřicí šroubovkou, zatímco tažná síla na obvodu kol je počítána z elektrických veličin.

Vypočtené hodnoty obou vozidlových odporů byly interpolovány parabolou jak s lineárním členem (obr. 15), tak bez něj (obr. 14) použitím metody nejmenších čtverců provedené pomocí nástroje Řešitel v prostředí MS Excel. Vozidlový odpor pouze pro vozy byl dále porovnán s vozidlovým odporem T4 dle [2] (v absolutní hodnotě pro tíhu těchto vozů).

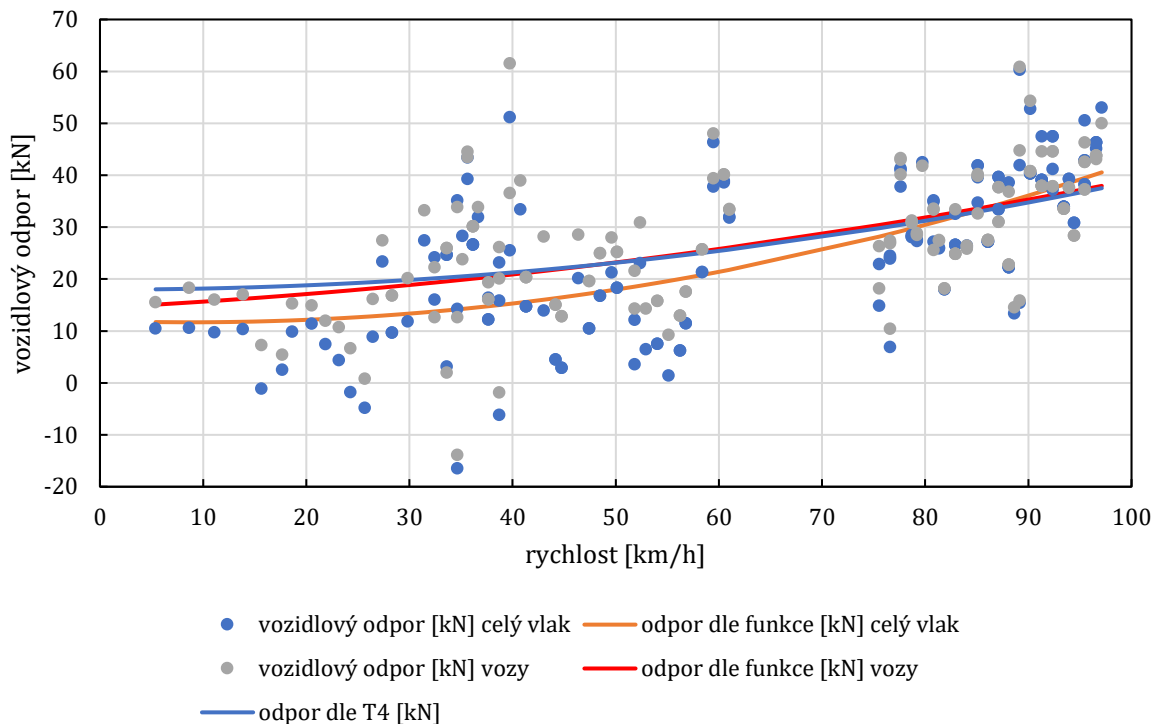


Obr. 14 – závislost vozidlového odporu na rychlosti; proloženo parabolou bez lineárního členu

Při proložení parabolou bez lineárního členu lze vidět, že funkce pro vozidlový odpor celého vlaku (48) nabývá zhruba až do rychlosti 85 km/h nižších hodnot než funkce pouze pro vozy (49). Dále je patrné, že průběh funkce pro vozy se téměř shoduje s vozidlovým odporem T4 dle [2]

$$O_v = 10,3452 + 0,0032 \cdot V^2 \quad (48)$$

$$O_{v_d} = 17,0506 + 0,0023 \cdot V^2 \quad (49)$$



Obr. 15 – závislost vozidlového odporu na rychlosti; proloženo parabolou s lineárním členem

Při proložení parabolou s lineárním členem opět nabývá funkce odporu pro celý vlak (50) až do zhruba 85 km/h nižších hodnot než funkce pro odpor vozů (51). Průběh funkce pro vozy se opět pohybuje v blízkosti funkce odporu T4, nicméně nedochází k takové shodě, jako v předchozím případě (zejména v nízkých rychlostech), což je dáno tím, že odpor T4 lineární složku neuvažuje.

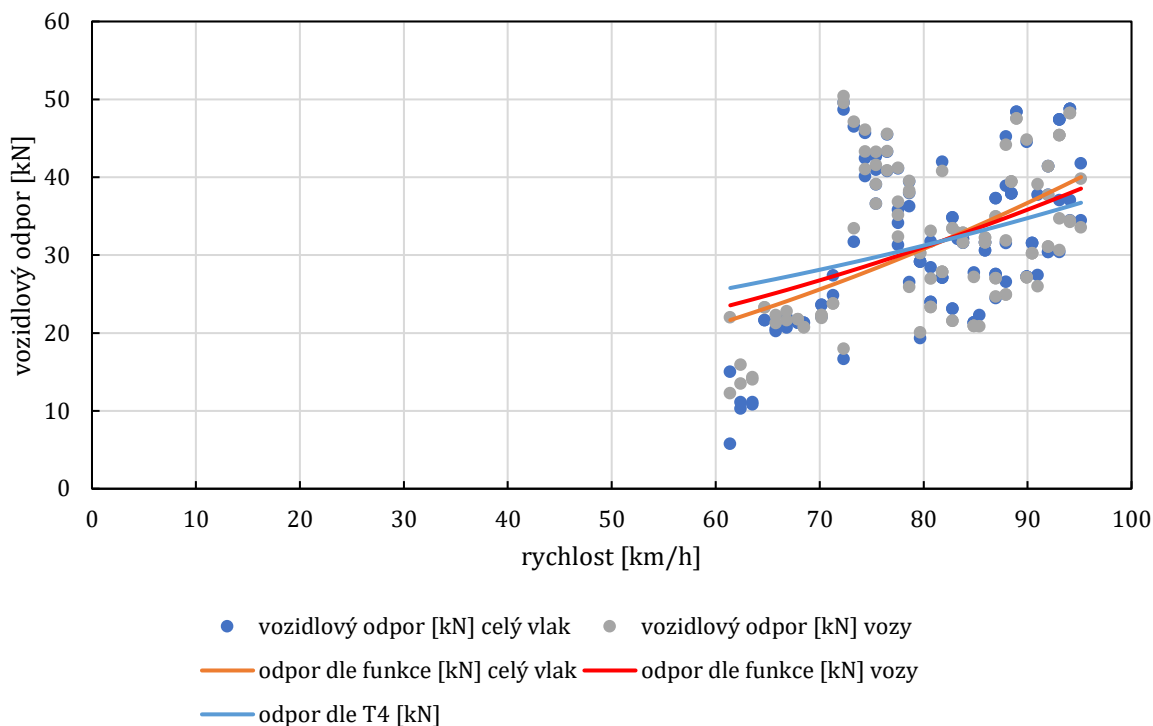
$$O_v = 11,9562 - 0,0646 \cdot V + 0,0037 \cdot V^2 \quad (50)$$

$$O_{v_d} = 14,4743 + 0,1033 \cdot V + 0,0014 \cdot V^2 \quad (51)$$

Rovnice (48), (49), (50) a (51) popisují závislost vozidlového odporu v [kN] na rychlosti v [km/h].

Zrychlení na trati mezi Rajhradem a Modřicemi

V druhém vyhodnocovaném úseku jízdy se zrychlením mezi km 132,4 a km 135,9, nedochází k rozjezdu z nulové rychlosti, nýbrž z rychlosti 61,4 km/h. Data byla podrobena stejné analýze jako v úseku předchozím, přičemž byla opět vynesena do grafů závislost vozidlového odporu na rychlosti a proložena parabolou bez lineárního členu (obr. 16). Výpočet pro parabolou s lineárním členem byl též proveden, nicméně výsledkem byla parabola se zápornou závislostí na čtverci rychlosti, tedy neodpovídající fyzikální představě o vozidlovém odporu, proto nebyla dále uvažována.



Obr. 16 – závislost vozidlového odporu na rychlosti (druhý úsek); proloženo parabolou bez lineárního členu

I při analýze dat ze druhého úseku je zřetelné, že funkce pro celý vlak nabývá nejprve nižších hodnot než funkce pro vozy, průsečík těchto funkcí se nachází v nepatrně nižší rychlosti (zhruba 82 km/h). Průběh vypočteného vozidlového odporu pro vozy se v tomto případě výrazněji odlišuje od průběhu odporu T4.

$$O_v = 8,5605 + 0,0035 \cdot V^2 \quad (52)$$

$$O_{v_d} = 12,8518 + 0,0028 \cdot V^2 \quad (53)$$

Vzhledem k tomu, že v druhém úseku bylo možné analyzovat pouze část rychlostí a rozptyl hodnot je opět značný, nejsou údaje z tohoto úseku tak průkazné. Zásadní změna je viditelná zejména v konstantní složce, která dosahuje menších hodnot než v prvním úseku, což je pravděpodobně způsobeno absencí nízkých rychlostí ve vyšetřovaných datech.

5 Vyhodnocení výsledků

Výsledky byly nejprve porovnány navzájem, aby bylo zjištěno, k jaké shodě mezi výsledky z jednotlivých výpočtů dochází. Následně byly porovnávány s běžně používaným vzorcem T4 dle [2] a dále s navrhovanými vzorci dle [4] a [11].

5.1 Porovnání výsledků navzájem

5.1.1 Pro rychlost 100 km/h

Vypočtené výsledky dosahují značných rozptylů, jak při jízdě konstantní rychlostí, tak při rozjezdu, přesto byly odvozeny jisté závislosti. Pro porovnání výsledků z obou typů měření byla vypočtena hodnota vozidlového odporu pro rychlost 100 km/h na základě vzorců získaných interpolací dat z měření při rozjezdu, což shrnuje tab. 9.

Je patrné, že hodnoty vypočtené z interpolovaných funkcí vycházejí nižší než průměrné hodnoty z měření při konstantní rychlosti. Data z měření při konstantní rychlosti jsou však zatížena velkým rozptylem (vizte tab. 8), takže vypočtené hodnoty spadají do intervalu jedné směrodatné odchylky od průměrné hodnoty z měření. Kromě toho jsou zřejmě úseky s konstantní rychlostí více zatížené podélnými ději (ačkoliv [13] uvažuje děje podélné dynamiky hlavně při rozjezdu).

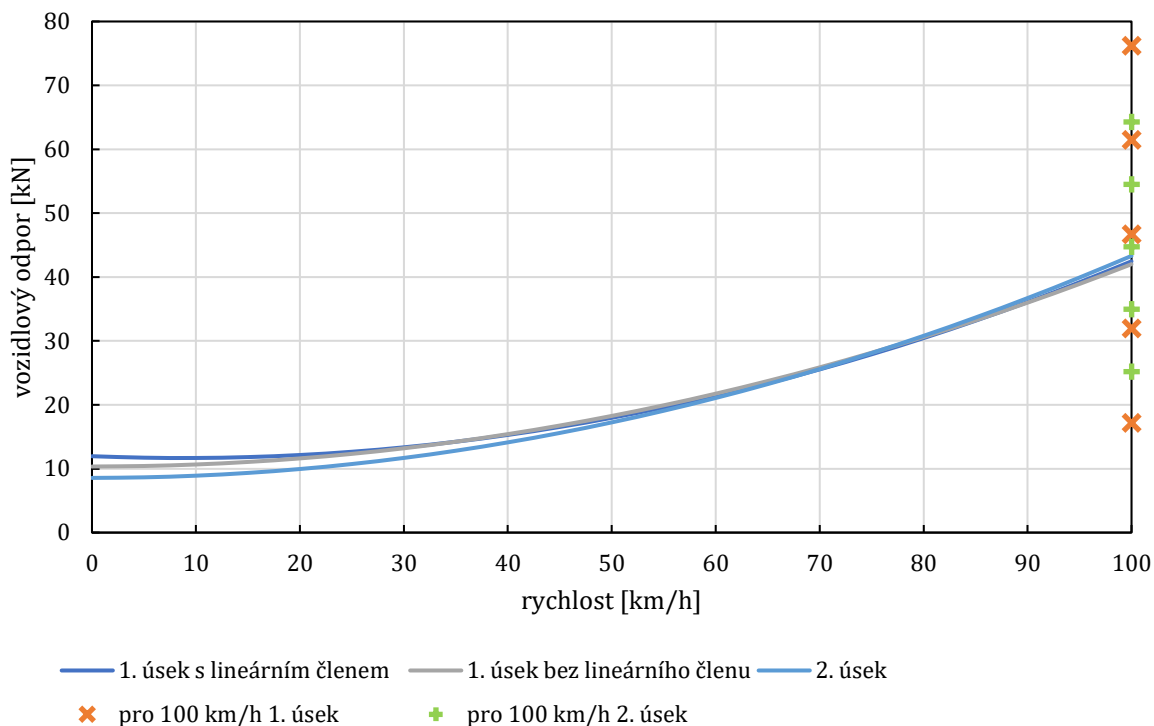
Tab. 9 – porovnání hodnot pro rychlost 100 km/h

		Vozidlový odpor [kN]		
		Úsek měření	celý vlak	vozy
Konstantní rychlost 100 km/h – průměr naměřených hodnot		1. úsek	46,7	45,0
		2. úsek	44,7	43,2
Interpolovaná funkce z dat z rozjezdu	s lineárním členem	1. úsek	42,5	39,1
			42,0	39,8
	bez lineárního členu	2. úsek	43,3	41,2

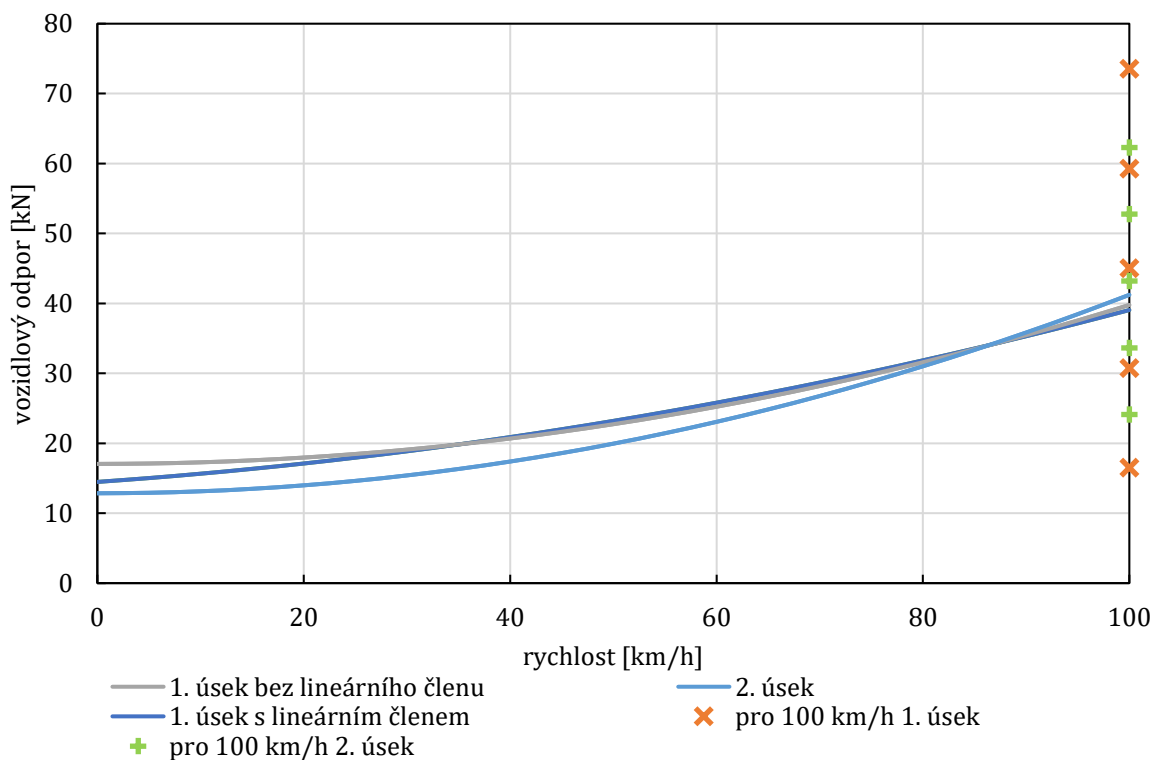
Úseky v tab. 9 označené jako 1. úsek a 2. úsek nejsou pro konstantní rychlost a pro rozjezd totožné (jde o data z jízdy jednoho vlaku), jde o rozlišovací označení – úseky jsou přesně vymezeny v kapitolách 4.3.1 a 4.3.2.

5.1.2 Porovnání závislostí vozidlového odporu na rychlosti

Interpolované závislosti byly vloženy do společného grafu (pro celý vlak vizte obr. 17, pro vozy obr. 18), přičemž byly doplněny hodnotami z měření při konstantní rychlosti – konkrétně průměrnou hodnotou, a poté průměrnou hodnotou navýšenou nebo poníženou o jednu a dvě směrodatné odchylky – z těchto hodnot plyne, že rozptyl hodnot při konstantní rychlosti je značný a vypočtené funkce se blíží pro rychlost 100 km/h průměrné hodnotě, ačkoliv je vypočtená hodnota odporu dle těchto funkcí o něco menší.



Obr. 17 – porovnání závislostí odporu pro celý vlak na rychlosti



Obr. 18 – porovnání závislostí odporu vozů na rychlosti

Funkce pro celý vlak se od sebe odlišují ve vyšších rychlostech jen nepatrně (rozdíl v jejich konstantní složce se pohybuje v jednotkách kN), u funkcí pro vozy se více odlišuje funkce pro druhý úsek, nicméně i zde závislosti vykazují podobný trend. Jak již bylo zmíněno v kapitole 4.3.2, je zajímavé, že v rychlostech menších než zhruba 80 až 85

km/h vychází hodnota odporu pro vozy nižší než hodnota odporu pro celý vlak, což je zřejmě dáno různou metodikou měření tažných sil (tensometrické měření tažné síly na měřicí šroubovce a výpočet síly na obvodu kol z elektrických veličin v systému TELOC).

5.2 Porovnání se závislostí dle vybraných vzorců

Zjištěná data (jak hodnota pro rychlost 100 km/h, tak závislost vozidlového odporu na rychlosti) byla porovnáována se závislostí dle vybraných vzorců zmíněných v kapitole 2.2. Pro celý vlak byl pro porovnání použit vzorec pro celý vlak dle [4] – vztah (28), koeficienty uvedeny v tab. 3 a tab. 4, pro soupravu vozů byla hodnota kromě vzorce dle [4] porovnáována též se vzorcem T4 dle [2] – vztah (14) (tedy běžně používaným vzorcem) a vzorcem dle Lukaszewicze [11] pro kryté vozy – vztahy (30), (31) a (32).

Pro určení použitých koeficientů vzorců (respektive kategorie dle [4]), jsou byly potřeba některé další údaje o vlaku, jež shrnuje tab. 10.

Tab. 10 – údaje pro dosažení do vzorců pro vozidlový odpor

	celý vlak	vozy
celková hmotnost [t]	1492,4	1408,4
počet náprav	112	108
hmotnost na nápravu [t]	13,33	13,04
délka [m]	624,9	606,0
Počet nových čel	1	0

Vzorec dle [4] byl vypočten na základě zatížení na nápravu a počtu nových čel (dle vztahů (25), (26) a (27)), dle ČSD V7 [2] by pro uvedené nápravové zatížení měl být uvažován vzorec S (12), jeho hodnoty však vycházejí výrazně vyšší a je pro kontejnerové vlaky nevhodný, pro je používán odpor T4.

S dosazenými koeficienty jsou vzorce pro absolutní vozidlový odpor zkoumané soupravy následující:

$$[4] \quad O_v = 15,38 + 0,002857 \cdot V^2, \quad (54)$$

$$[4] \quad O_{v_d} = 13,82 + 0,00267 \cdot V^2, \quad (55)$$

$$T4 \quad O_{v_d} = 17,96 + 0,00207 \cdot V^2, \quad (56)$$

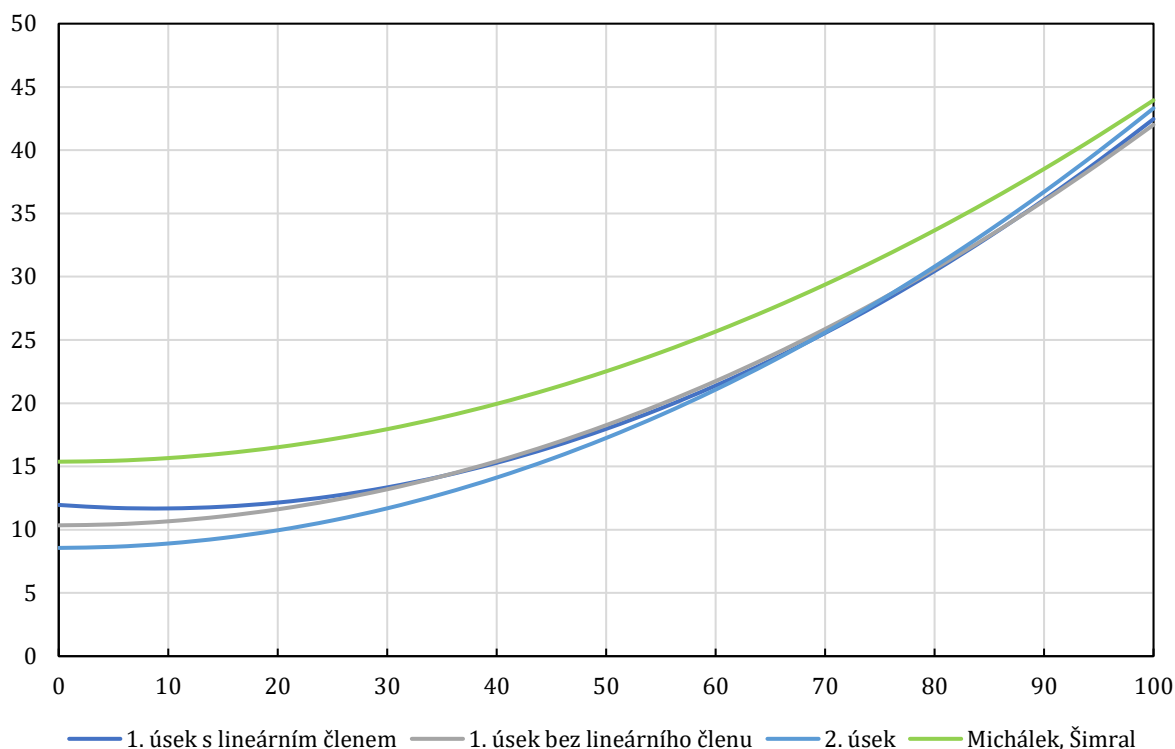
$$[11] \quad O_{v_d} = 15,31 + 0,03596 \cdot V + 0,00268 \cdot V^2. \quad (57)$$

5.2.1 Porovnání závislostí vozidlového odporu na rychlosti

Závislosti vozidlového odporu na rychlosti získané v rámci práce byly porovnány pro celý vlak (vztahy (48), (50) a (52)) se vztahem dle [4] pro celý vlak (54). Konstantní složka těchto vztahů je znatelně menší než u vztahu dle [4], zatímco koeficient C pro čtverec rychlosti nabývá naopak mírně vyšších hodnot. Při vykreslení vypočtených závislostí do grafu společně s odporem dle [4] (vizte obr. 19) je patrné, že v celém rozsahu se vypočtené funkce pohybují pod funkcí dle [4].

Vzhledem k tomu, že vypočtená hodnota odporu pro celý vlak je v rychlostech do zhruba 85 km/h menší než hodnota pro vozy, přičemž u odporu pro vozy panuje s hodnotou dle [4] větší shoda, je pravděpodobné, že nižší hodnoty pro celý vlak jsou zapříčiněny

měřením založeném na tažné síle na obvodu kol z TELOCu, jež pravděpodobně ne zcela věrohodně odpovídá skutečnému průběhu tažné síly, na rozdíl od tensometricky měřené tažné síly na háku pomocí měřicí šroubovky.

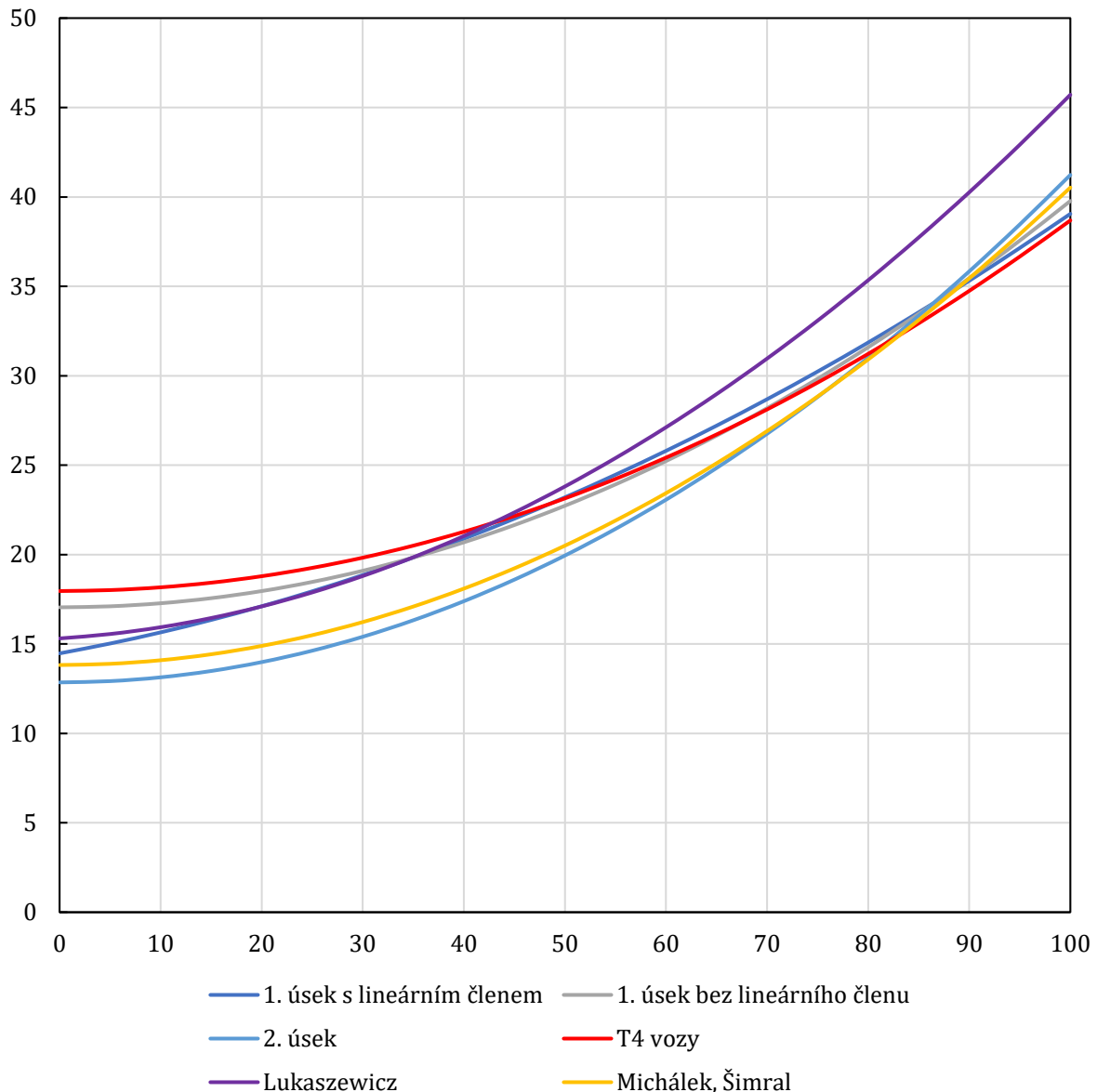


Obr. 19 – porovnání vypočtených závislostí pro celý vlak s odporem dle [4]

Závislosti pro vozy (vztahy (49), (51) a (53)) byly porovnány se vztahem dle [4] pro vozy (55), T4 (56) a vztahem dle [11] (57), kde při vykreslení do grafu (vizte Obr. 20) lze pozorovat, že průběh funkce interpolované z měření v prvním úseku (bez lineárního členu (49)), tedy rozjezdu z Břeclavi, vychází obdobně funkci dle T4 (56).

Průběh funkce interpolované z druhého úseku, tedy zrychlení ze zhruba 65 km/h na 100 km/h mezi Rajhradem a Modřicemi (53), se naopak blíží funkci dle [4] pro vozy (55). Nabývá tedy menších hodnot v nízkých rychlostech, naopak v rychlostech zhruba nad 85 km/h svou hodnotou převyšuje ten z prvního úseku.

Vozidlový odpor z prvního úseku s lineárním členem se pohybuje mezi jednotlivými odpory, kdy konstantní složka je nižší (ale ne tak jako dle [4], či odpor dle druhého úseku), ve vyšších rychlostech se pak přiklání k odporu T4. Odpor dle [11] má konstantní složku zhruba uprostřed pásma pokrytého ostatními průběhy, nicméně ve vyšších rychlostech nabývá zřetelně vyšších hodnot než všechny ostatní vozidlové odpory, což může být dáno jinou metodikou i tím, že měření probíhala ve Švédsku a vzorec se vztahuje ke dvounápravovým krytým vozům.



Obr. 20 – porovnání vypočtených závislostí pro vozy s odpory T4, dle [4] a dle [11]

Rozdíl mezi funkcemi z prvního a druhého úseku a jejich příklon k funkci T4, respektive vztahu dle [4] lze zdůvodnit tím, že první úsek zahrnuje rychlosti v téměř celém rozsahu, zatímco druhý úsek pouze rychlosti vyšší (kde není rozdíl funkcí tak velký jako v nízkých rychlostech). Vzorec dle [4] přitom vychází z provozních výběhových zkoušek, tedy též pouze ve vyšších rychlostech jako měření na druhém úseku, nikoliv až do zastavení. Naopak vzorec T4 vychází z dat v celém rozsahu rychlostí, podobně jako měření na prvním úseku (šlo ale o zkoušky jiných vozidel).

Úvaze o věrohodnosti dat z prvního úseku v malých rychlostech napovídá i fakt, že ačkoliv ve vyšších rychlostech je rozptyl vypočtených hodnot vozidlového odporu značný, v rychlostech do 15 km/h se naopak vypočtené hodnoty odpovídají velmi přesně hodnotám dle interpolované funkce (vizte obr. 14).

Jedná se však o velmi malý vzorek hodnot, proto by pro jeho prokázání bylo nutné další prověřování. Pro lepší porovnání jednotlivých funkcí jsou v tab. 11 uvedeny koeficienty

A , B a C jednotlivých vzorců pro danou soupravu vozů. Vzorec dle dat z prvního úseku bez lineárního členu, který se blíží průběhu dle T4, vykazuje mírně nižší konstantní složku než T4 a mírně vyšší koeficient C , což se odráží i na jeho průběhu, v nízkých rychlostech nabývá nižších hodnot než dle T4, ve vyšších rychlostech naopak vyšších hodnot. Vzorec dle dat z druhého úseku má podobný vztah ke vzorci dle [4].

Tab. 11 – koeficienty A , B a C pro jednotlivé vzorce pro vozy

	1. úsek		2. úsek	T4	dle [4]	dle [11]
A [kN]	14,47	17,05	12,85	17,96	13,82	15,31
B [kN·h/km]	0,103285	0	0	0	0	0,03596
C [kN·h ² /km ²]	0,001425	0,002272	0,002838	0,002072	0,00267	0,002681

5.2.2 Porovnání vozidlového odporu při rychlosti 100 km/h

Obdobně jako závislosti vozidlového odporu na rychlosti byly porovnány též průměrné hodnoty zjištěné z měření při jízdě konstantní rychlostí 100 km/h s hodnotami pro tuto rychlost vycházejícími ze vzorce (54) pro celý vlak a vzorců (55), (56) a (57) pro vozy. Hodnoty jsou uvedeny v tab. 12.

Tab. 12 – porovnání vypočteného vozidlového odporu při 100 km/h s vozidlovými odpory dle vzorců

vozidlový odpor [kN]	1. úsek	2. úsek	Michálek, Šimral	T4	Lukaszewicz
celý vlak	46,7	44,7	43,94	X	X
vozy	45,0	43,2	40,52	38,7	45,8

Vypočtené průměrné hodnoty pro celý vlak vycházejí vyšší, než dle [4] (54), hodnotě dle vzorce se blíží hodnota z druhého úseku, kterou lze vzhledem k rozkmitání průběhu odporu v úseku prvním, považovat za relevantnější. Odpor vozů nabývá vyšších hodnot než vzorec T4 i vzorec dle [4] (stejně jako vyšší, než jaký vychází z funkcí interpolovaných při rozjezdu vlaku) a v prvním úseku se blíží hodnotě dle [11], nicméně jak bylo zmíněno výše, v prvním úseku došlo ke značnému rozkmitání jeho průběhu.

Vzhledem ke značně velkému rozptylu dat z měření při konstantní rychlosti lze tato brát pouze s velkou rezervou, neboť všechny uvedené hodnoty vozidlového odporu se nacházejí v intervalu do jedné směrodatné odchylky od průměrné hodnoty odporu v obou měřených úsecích.

6 Závěr

Práce nejprve krátce shrnuje fyzikální podstatu vozidlového odporu a nutnost používání empirických vzorců, přičemž představuje běžně používané vzorce na síti Správy železnic. Dále popisuje fyzikální nekorektnost těchto vzorců spočívající v zaváděné závislosti odporu vzduchu na hmotnosti vzhledem k používání vzorců v měrném tvaru.

Dále byly představeny přístupy snažící se zpřesnit vyjádření vozidlových odporů, zejména u kontejnerových vlaků na síti Správy železnic, ale i některé zahraniční příspěvky ke zpřesnění vzorců pro vozidlové odpory.

V hlavní části byla představena metodika pro výpočet vozidlových odporů při jízdě s tažnou silou, přičemž byla využita tažná síla ze systému TELOC pro výpočet vozidlového odporu celého vlaku a tažná síla naměřená měřicí šroubovkou pro výpočet vozidlového odporu pouze soupravy vozů. Metodika shrnuje též způsob převzorkování, časové synchronisace dat a převodu na dráhovou osu, jenž je nezbytný pro korektní vyjádření traťového odporu.

Dále byla analyzována data ze dvou úseků jízdy konstantní rychlostí 100 km/h a dvou úseků jízdy se zrychlením, přičemž u jízdy konstantní rychlostí bylo předpokládáno, že vozidlový odpor by měl být konstantní, a tedy byla počítána průměrná hodnota, zatímco u jízdy se zrychlením byla hledána závislost vozidlového odporu na rychlosti.

Při analýze dat z jízdy při konstantní rychlosti bylo zjištěno, že zejména v prvním úseku se vyskytují velké skoky v tažné síle, jež nejsou způsobeny změnou traťového odporu, dokonce dochází k jistému periodickému rozkmitání tažné síly. Vzhledem k tomu, že ve výpočtu nejsou uvažovány jiné síly, rozkmitání se přenáší i na výsledný vozidlový odpor, což se projevuje velkým rozptylem hodnot vozidlového odporu. Síly, jež způsobují rozkmitání jsou pravděpodobně vyvozovány pružným spojením vozů a jejich původ je pravděpodobně v podélné dynamice vlaku. Průměrné hodnoty však relativně korespondují s očekáváním – vycházejí vyšší než dle vzorců jak dle předpisu, tak inovovaných, ale nikterak rasantně.

Při zjišťování závislosti vozidlového odporu na rychlosti se projevil též velký rozptyl dat a musely být odstraněny pasáže se skoky v tažné síle, jež generovaly nesmyslné hodnoty (opět pravděpodobně vlivem podélné dynamiky vlaku), nicméně byly nalezeny závislosti vozidlového odporu na rychlosti, jež se pohybovaly v očekávané oblasti.

Jistý nesoulad vznikl při porovnávání vozidlových odporů pro celý vlak a jen pro vozy, kdy odpor celého vlaku by měl být vyšší než odpor vozů a jejich rozdíl by měl tvořit odpor lokomotivy, nicméně až do rychlosti mezi 80 a 85 km/h vycházel vozidlový odpor celého vlaku nižší než vozidlový odpor vozů, což by znamenalo, že odpor lokomotivy je záporný.

Zmíněný nesoulad je způsoben dvěma různými tažnými silami, jež jsou měřeny odlišným způsobem. Vzhledem k tomu však, že vozidlový odpor pro celý vlak vycházel ve všech měřeních zejména v nízkých rychlostech výrazně nižší než vozidlový odpor dle inovovaných vzorců pro celý kontejnerový vlak dle [4], pravděpodobně se nachází

problém v měření tažné síly na obvodu kol systémem TELOC a tažná síla měřená měřicí šroubovkou je pravděpodobně věrohodnější.

Zajímavé je, že interpolovaná funkce pouze pro data naměřená ve vyšších rychlostech poměrně dobře korespondovala s inovovaným vzorcem dle [4], pro data v celém rozsahu rychlostí se naopak blížila používanému vzorci T4 dle [2]. Navržená funkce dle [4] přitom vychází z provozní výběhové zkoušky, která neproběhla až do zastavení, tedy nízké rychlosti v rámci této zkoušky nebyly zohledněny.

Proto je pravděpodobné, že vozidlové odpory při nízkých rychlostech se pohybují výše, než jak stanovují vzorce navržené v [4], zároveň jsou však pravděpodobně nižší než u odporu T4, který by navíc kvůli svému měrnému vyjádření mohl vycházet u vlaků jiné hmotnosti jinak. Pro ověření této úvahy by však bylo potřeba provést další měření pomocí měřicí šroubovky při rozjezdu z nulové rychlosti na různých vlcích.

Literatura

- [1] MICHÁLEK, T., ZELENKA, J. Trakční mechanika. 1. vydání, 104 s. Pardubice: Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, 2018. s. 19–29 ISBN 978-80-7560-175-9.
- [2] FEDERÁLNÍ MINISTERSTVO DOPRAVY: ČSD V7. Trakční výpočty. Praha: NADAS, 1982. (Znění předpisu ve smyslu změny č. 1 z roku 1992.)
- [3] ZÍTKO, Martin: Co spotřebuje vagón?. VAGONY.CZ [online]. Nové Město nad Metují [cit. 2022-04-26]. Dostupné z: <https://www.vagony.cz/vagony/energie.html>
- [4] MICHÁLEK, T., ŠIMRAL, P. Návrh úpravy metodiky výpočtu vozidlového odporu kontejnerových vlaků. In: Současné problémy v kolejových vozidlech 2017: XXIII. konference s mezinárodní účastí, Sborník příspěvků, s. 283–290. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2017. ISBN 978-80-7560-085-1.
- [5] BERAN, Vojtěch. Vliv výpočtu vozidlových odporů na jízdní dobu vlaku. Pardubice, 2021. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera. Vedoucí práce Petr Nachtigall.
- [6] KRÁLÍK, Martin. Hodnocení jízdních odporů kontejnerových vlaků. Pardubice, 2018. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera. Vedoucí práce Tomáš Michálek.
- [7] ROCHARD, B. P., SCHMID, F. A review of methods to measure and calculate train resistances. In.: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit 214 (2000), s. 185–199. ISSN 0954-4097.
- [8] SZANTO, Frank. Rolling resistance revisited. In: Conference on Railway Excellence – CORE 2016, Melbourne, Australia, 16–18 May 2016, Barton ACT: RTSA, 2016.
- [9] KRÁLÍK, Petr. Vozidlový odpor současných kolejových vozidel. Pardubice, 2014. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera. Vedoucí práce Tomáš Michálek.
- [10] LUKASZEWICZ, P. A simple method to determine train running resistance from full-scale measurements. In: Proc IMechE, Part F: J Rail and Rapid Transit 2007; 221: 331–338.
- [11] LUKASZEWICZ, P. Running resistance – results and analysis of full-scale tests with passenger and freight trains in Sweden. In: Proc IMechE, Part F: J Rail and Rapid Transit 2007; 221: 183–193
- [12] MICHÁLEK, T. et al. Zkoušení prvků tažného a narážecího ústrojí na dynamickém zkušebním stavu Dopravní fakulty Jana Pernera Univerzity Pardubice. In: Současné problémy v kolejových vozidlech 2021: XXV. Konference s mezinárodní účastí, Sborník příspěvků, s. 199–206. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2021
- [13] JAROŠ, Pavel. Podélná dynamika souprav nákladních vlaků. Pardubice, 2019. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera. Vedoucí práce Tomáš Michálek.

Seznam příloh

Příloha 1– Vývojový diagram programu Převzorkovač	50
---	----

Příloha 1 – Vývojový diagram programu Převzorkovač

a[,] vstupní data
 v[,] výstupní data
 pocatek počáteční hodnota
 vzorkování
 konec koncová hodnota
 vzorkování
 interval vzorkovací krok
 p, q pomocné proměnné
 pro výpočet průměru

