

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Stavové řízení laboratorní soustavy
Václav Vavroušek

Diplomová práce
2013

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Václav Vavroušek**
Osobní číslo: **I11571**
Studijní program: **N2646 Informační technologie**
Studijní obor: **Řízení procesů**
Název tématu: **Stavové řízení laboratorní soustavy**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cíl: Navrhnout a aplikovat stavové řízení laboratorní soustavy.

Obsah teoretické části: Modelování a identifikace řízeného systému. Stavový popis spojitého dynamického systému. Linearizace. Stavové řízení - odhad stavu, stavový regulátor - umístění pólů, kvadraticky optimální regulátor.

Obsah implementační části: Odvození matematicko-fyzikálního modelu laboratorní soustavy. Dohledání neznámých parametrů modelu. Návrh odhadu stavu a stavového regulátoru. Aplikace stavového řízení.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

KOTYK, J., HUTLA, V. (1990) Teorie řízení I. Lineární spojité řízení. Vysoká škola chemicko-technologická v Pardubicích, 1990.

DRÁBEK, O., MACHÁČEK, J. (1987) Experimentální identifikace. Vysoká škola chemicko-technologická v Pardubicích, 1987.

MIKLEŠ, J., FIKAR, M. (2004) Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2. Identifikácia a optimálne riadenie. STU v Bratislave, 2004.

HONC, D., DUŠEK, F. (2006) Laboratory Plant for Control Experiments. In 7th International Scientific-Technical Conference Process Control 2006, Kouty nad Desnou, Czech Republic, June 13 - 16 2006, pp. 219.

HONC, D., DUŠEK, F. (2012) Novel multivariable laboratory plant. In: 26th European Conference on Modelling and Simulation, Koblenz, Germany, May 29 - June 1 2012, pp. 468-473.

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Daniel Honc, Ph.D.

Katedra řízení procesů

Datum zadání diplomové práce:

30. října 2012

Termín odevzdání diplomové práce:

17. května 2013



prof. Ing. Simeon Karamazov, Dr.

děkan

L.S.

Ing. Daniel Honc, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2012

Prohlášení autora

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 15. 5. 2013

Václav Vavroušek

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu mé diplomové práce panu Ing. Danielu Honcovi, Ph.D. za odborný dozor a cenné rady po celou dobu průběhu vytváření diplomové práce. Chtěl bych také poděkovat své rodině a svým přátelům za podporu během mého studia.

Tato diplomová práce vznikla v rámci řešení projektu „Podpora stáží a odborných aktivit při inovaci oblasti terciárního vzdělávání na DFJP a FEI Univerzity Pardubice, reg. č.: CZ.1.07/2.4.00/17.0107“, v týmu Moderní metody řízení – vývoj a aplikace metod prediktivního řízení s využitím umělé inteligence.

Anotace

Diplomová práce je věnována problematice stavového řízení laboratorní soustavy. Bude vytvořen nelineární model řízené soustavy, který bude identifikován a linearizován. Bude navržen spojité a diskrétní stavový regulátor metodou umístění pólů a diskrétní stavový regulátor podle kvadratického kritéria. Pro různá nastavení regulátoru budou provedeny a porovnány simulace a reálné experimenty.

Klíčová slova

stavové řízení, hydraulicko-pneumatická soustava, modelování

Title

State-space control of laboratory system.

Annotation

Master thesis deals with state-space control of laboratory system. Nonlinear model of the controlled process will be created, identified and linearized afterwards. Discrete-time and continuous-time state-space controller using pole placement method and discrete-time quadratic criterion will be designed. Simulations and real experiments will be compared for various controller settings.

Keywords

state-space control, hydraulic-pneumatic system, modelling

Obsah

Seznam zkratk	9
Seznam obrázků	10
Seznam tabulek	11
1 Úvod	12
2 Teoretická část	13
2.1 Modelování a identifikace	13
2.1.1 Základní postupy při modelování a identifikaci	13
2.1.2 Dělení systémů	14
2.2 Stavový popis spojitého dynamického systému	16
2.2.1 Spojitý stavový popis lineárního a nelineárního systému	16
2.2.2 Diskrétní stavový popis lineárního a nelineárního systému	17
2.3 Linearizace.....	19
2.4 Stavové řízení	20
2.4.1 Odhad stavu	20
2.4.2 Struktura stavových regulátorů.....	23
2.4.3 Návrh spojitého stavového regulátoru metodou umístění pólů.....	25
2.4.4 Návrh diskrétního stavového regulátoru metodou umístění pólů.....	28
2.4.5 Návrh diskrétního stavového regulátoru podle kvadratického kritéria	32
3 Praktická část	36
3.1 Hydraulicko-pneumatická soustava.....	36
3.1.1 Popis soustavy	36
3.1.2 Vlastnosti soustavy	37
3.1.3 Propojení soustavy s počítačem.....	37
3.2 Nelineární model	38
3.2.1 Matematicko-fyzikální analýza	38
3.2.2 Odvození rovnic modelu hydraulické nádrže	38
3.2.3 Odvození rovnic pro čerpadlo a čidlo	40
3.3 Linearizovaný model	40
3.3.1 Linearizace nádrže	40
3.3.2 Linearizace čerpadla	42
3.3.3 Linearizace čidla.....	42

3.3.4	Stavový model	42
3.4	Dohledání neznámých parametrů	43
3.4.1	Parametry čerpadla	43
3.4.2	Parametr nádrže	43
3.4.3	Parametry tlakového čidla	44
3.5	Spojité řízení.....	44
3.5.1	Návrh regulátoru metodou umístění pólů.....	45
3.6	Číslicové řízení.....	50
3.6.1	Návrh regulátoru metodou umístění pólů.....	50
3.6.2	Návrh regulátoru podle kvadratického kritéria.....	55
4	Závěr.....	59
	Literatura	60

Seznam zkratk

HPS Hydraulicko-pneumatická soustava

MFA Matematicko-fyzikální analýza

Seznam obrázků

Obrázek 2.1 – Dělení dynamických systémů	15
Obrázek 2.2 – Blokovaná struktura stavových rovnic spojitého systému.....	17
Obrázek 2.3 – Blokovaná struktura stavových rovnic diskrétního popisu.....	19
Obrázek 2.4 – Linearizace křivky.....	19
Obrázek 2.5 – Struktura odhadu stavu	21
Obrázek 2.6 – Blokovaná struktura estimace odhadu vektoru stavu	22
Obrázek 2.7 – Obvod se stavovým regulátorem.....	23
Obrázek 2.8 – Obvod se stavovým regulátorem a pozorovatelem	24
Obrázek 2.9 – Obvod se stavovým regulátorem, pozorovatelem a integrátorem.....	24
Obrázek 2.10 – Obvod stavové regulace s integrátorem	27
Obrázek 2.11 – Obvod stavové regulace s rozšířeným vektorem stavového regulátoru.....	28
Obrázek 2.12 – Obvod stavové regulace se sumátorem.....	30
Obrázek 2.13 – Obvod s rozšířeným stavovým modelem.....	32
Obrázek 2.14 – Stavový regulátor se sumátorem a dopřednou vazbou se zesílením K	34
Obrázek 3.1 – Hydraulicko-pneumatická soustava [6]	36
Obrázek 3.2 – Schéma hydraulicko-pneumatické soustavy	37
Obrázek 3.3 – Signály hydraulicko-pneumatické soustavy.....	38
Obrázek 3.4 – Model hydraulických nádrží	39
Obrázek 3.5 – Blokované schéma spojitého řízení regulátoru	45
Obrázek 3.6 – Blokované schéma pozorovatele	46
Obrázek 3.7 – Regulační pochody spojitého řízení – první varianta.....	48
Obrázek 3.8 – Regulační pochody spojitého řízení – druhá varianta.....	49
Obrázek 3.9 – Blokované schéma diskrétního řízení regulátoru	51
Obrázek 3.10 – Blokované schéma pozorovatele	51
Obrázek 3.11 – Regulační pochody diskrétního řízení metodou zadání pólů pro $Ts = 1$ s.....	53
Obrázek 3.12 – Regulační pochody diskrétního řízení metodou zadání pólů pro $Ts = 5$ s.....	54
Obrázek 3.13 – Regulační pochody diskrétního řízení podle kvadratického kritéria pro $Ts = 1$ s.....	56
Obrázek 3.14 – Regulační pochody diskrétního řízení podle kvadratického kritéria pro $Ts = 5$ s.....	57

Seznam tabulek

Tabulka 3.1 – Geometrické rozměry a fyzikální konstanty.....	43
Tabulka 3.2 – Parametry čerpadla	43
Tabulka 3.3 – Parametr nádrže	43
Tabulka 3.4 – Parametry čidla	44
Tabulka 3.5 – Bod linearizace	44
Tabulka 3.6 – Výpočty	44
Tabulka 3.7 – Pracovní bod	45
Tabulka 3.8 – Póly pozorovatele	46
Tabulka 3.9 – Póly uzavřeného obvodu – první varianta	46
Tabulka 3.10 – Póly uzavřeného obvodu – druhá varianta	47
Tabulka 3.11 – Doba regulace – první varianta.....	49
Tabulka 3.12 – Doba regulace – druhá varianta	50
Tabulka 3.13 – Póly pozorovatele	51
Tabulka 3.14 – Póly uzavřeného obvodu pro $Ts = 1$ s.....	52
Tabulka 3.15 – Póly uzavřeného obvodu pro $Ts = 5$ s.....	52
Tabulka 3.16 – Doba regulace pro periodu vzorkování $Ts = 1$ s	54
Tabulka 3.17 – Doba regulace pro periodu vzorkování $Ts = 5$ s	55
Tabulka 3.18 – Zvolené hodnoty koeficientů Q a R pro $Ts = 1$ s.....	55
Tabulka 3.19 – Zvolené hodnoty koeficientů Q a R pro $Ts = 5$ s.....	55
Tabulka 3.20 – Doba regulace pro periodu vzorkování $Ts = 1$ s	57
Tabulka 3.21 – Doba regulace pro periodu vzorkování $Ts = 5$ s	58

1 Úvod

Diplomová práce se bude zabývat stavovým řízením laboratorní soustavy, kde bude postupně sestaven stavový regulátor a podle různých nastavení budou vykresleny průběhy jednotlivých simulací a reálných experimentů.

Úvodní kapitoly popisují teoretickou část, kde bude popsáno modelování a identifikace. V této kapitole bude popsáno, jak sestavit fyzikální model, který je potřeba k získání znalostí statických a dynamických vlastností reálného objektu. Následující kapitola bude obsahovat řízení ve stavovém prostoru, která bude obsahovat spojitý a diskrétní stavový popis lineárního a nelineárního spojitého dynamického systému. Dále bude v práci popsána linearizace, protože velká část reálných systémů je nelineárních. Poslední kapitolou teoretické části bude stavové řízení. Tato kapitola bude obsahovat další podkapitoly. Jednou z nich bude odhad stavu, který na základě měřených prvků vektoru výstupu systému bude odhadovat stav systému. Další podkapitoly budou věnovány návrhu stavového regulátoru. Nejdříve bude popsán návrh spojitého a diskrétního stavového regulátoru metodou zadání pólů a následně bude popsán diskrétní stavový regulátor navržený podle kvadratického kritéria.

Praktická část bude obsahovat popis hydraulicko-pneumatické soustavy, což je reálné zařízení. Bude zde popsáno sestavení soustavy, její vlastnosti a jak je možné propojit soustavu s počítačem. Následná kapitola bude obsahovat postup pro získání nelineárního modelu soustavy. Poté bude provedena linearizace nelineárního modelu, což bude popsáno v další kapitole. Pro návrh regulátorů bude nutné znát všechny potřebné parametry. Získání těchto parametrů bude obsahovat následující kapitola. V poslední části práce budou navrženy regulátory metodou zadání pólů pro spojitý a číslicové řízení. A dále bude navržen regulátor podle kvadratického kritéria pro číslicové řízení. Pro každé řízení budou provedeny dva různé experimenty, kde budou průběhy simulačních experimentů, což jsou průběhy lineární a nelineární soustavy a průběhy reálného experimentu.

2 Teoretická část

2.1 Modelování a identifikace

Důležitou součástí návrhu řízení reálného objektu je znalost jeho statických a dynamických vlastností. Znalosti je možné získat měřením statických a dynamických charakteristik na daném reálném objektu. Obvykle není možné toto měření provádět. Mezi důvody patří například to, že experiment na reálném objektu může být spojen s rizikem havárie, dále může docházet ke snížení nebo znehodnocení produkce a často také není k dispozici vhodná měřicí technika.

Další možností, jak získat znalosti o daném reálném objektu, je mít kopii originálu. Kopie bude představovat takový systém, který má podobné vlastnosti originálu. Dále bude prezentována pod názvem model daného reálného objektu. Ten může být buď fyzikální (reálný) nebo abstraktní.

Fyzikální model nemusí mít stejnou velikost jako originál, ale pracovat bude na stejném fyzikálním principu. Bude zde použita teorie podobnosti. Existuje také varianta, že fyzikální model bude založen na jiném fyzikálním principu než původní objekt, ale bude se řídit podobnými zákony.

U abstraktních modelů má důležitý význam matematický model, což je matematická struktura. Je to soubor veličin svázaných relačními operátory a funkčními vztahy, které odpovídají fyzikálním vazbám mezi veličinami reálného systému. Nejčastěji je matematický model vyjádřen rovnicemi (diferenciálními, diferenčními, atd.).

Proces, při kterém je vytvořen model, se nazývá modelování. Modelování popisuje vyšetřovaný objekt z hlediska kvantitativní a kvalitativní stránky. Pro zkoumání je nutné, aby matematický model vyjadřoval stránky původního objektu. Zjednodušení modelu se provede vyloučením nepotřebných vlastností. Identifikace je metoda, kdy se model ztotožní s vyšetřovaným objektem. Identifikace a modelování jsou procesy, které jsou vzájemně propojeny. Pokud je vytvořen matematický model reálného objektu, je vhodné provádět experimenty na matematickém modelu. Tento jev se nazývá simulace. Simulace je obvykle prováděna pomocí číslicových počítačů, z toho vyplývá název číslicová simulace. Jestli je matematický model shodný s modelovaným objektem lze zjistit jenom experimentálně.

2.1.1 Základní postupy při modelování a identifikaci

Modelování a identifikace obsahují dva základní postupy. Jsou to analytický postup a empirický postup.

Analytický postup je založen na materiálových a energetických bilancích daného zařízení. Důležitá je také znalost fyzikálních a chemických dílčích procesů, které probíhají v zařízení a jejich matematický popis. Využít lze i údajů o konstrukci a vlastnostech materiálů příslušného zařízení. Při aplikování předešlých znalostí bude získán analytický (matematický) model daného objektu, který popisuje vnitřní stavové veličiny modelovaného procesu a jejich vzájemné vazby. Stavové veličiny i jednotlivé parametry modelu mají určitý fyzikální význam. Konečná podoba modelu je model struktury daného

objektu, který se nazývá vnitřní neboli stavový model. Pomocí tohoto modelu je popsáno i chování daného objektu. Přesnost získaného modelu vyjadřuje shodu chování modelovaného objektu a jeho modelu. Nikdy není možné dosáhnout úplné shody, protože nejsou známy všechny procesy probíhající v modelovaném objektu a jestliže jsou známy, tak jsou popsány jenom přibližně. Obvykle se v procesu modelování zanedbávají některé dílčí procesy a funkční závislosti. Zavedením těchto zjednodušujících předpokladů lze získat jednodušší model. Je pravidlem, že pokud je model přesnější a co nejvíce podobný realitě, tak je mnohem složitější. Modelování by mělo být kompromis mezi složitostí a přesností. Modely sestavené k ověřování algoritmů řízení nemusí být tolik přesné, ale musí vystihovat trendy statických a dynamických charakteristik procesu. Oproti tomu modely používané ve stádiu projektování technologických procesů musí být přesnější, a proto jsou také složitější.

Empirický postup vychází z měření vstupních a výstupních veličin na reálném objektu a následného zpracování a vyhodnocení. Poté vznikne experimentální model daného reálného objektu, který nepopisuje vnitřní vazby a vnitřní stavové veličiny obchází. Na rozdíl od analytického modelu není modelem struktury, ale je pouze modelem chování. Jeho parametry nemají určitý fyzikální význam. Jelikož jsou zde uvedeny pouze relace mezi vstupem a výstupem, má charakter vnějšího neboli vstupně-výstupního modelu. Tento model je možné získat i z původního stavového modelu. Také experimentální model má vlastní strukturu, která je zadávána na základě empirických zkušeností a není stejná s vnitřní strukturou zkoumaného objektu.

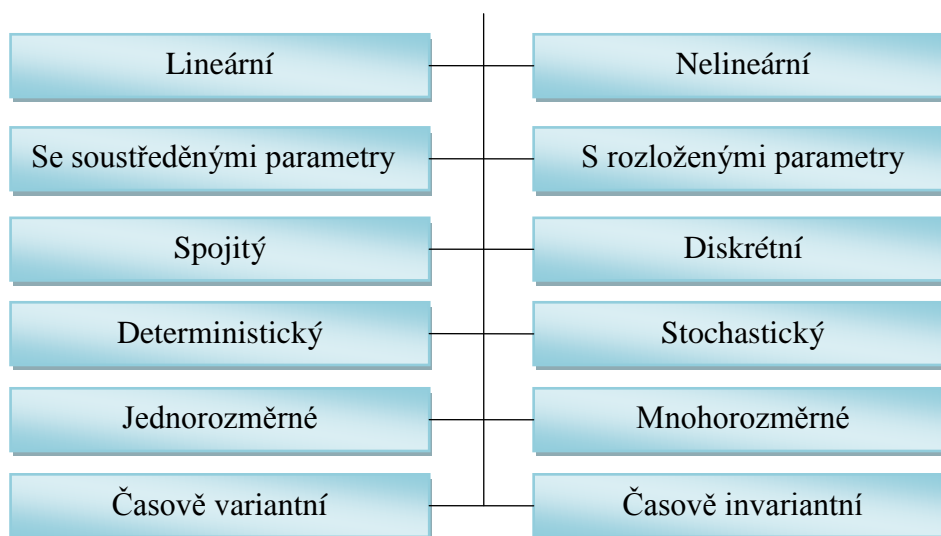
Oba postupy mají svoji oblast použití a své přednosti. Analytický postup se využívá, když reálné zařízení ještě neexistuje a je potřeba z nějakých důvodů odhadnout budoucí vlastnosti procesu. Parametry mají konkrétní fyzikální význam, proto je možné zkoumat jejich vliv na výsledek procesu. Hlavní nevýhodou je složitost a obtížnost sestavení.

Pokud reálné zařízení existuje, používá se empirický postup, na kterém se provádí měření. V oblastech měření, kde byla provedena identifikace, je experimentální model přesnější než analytický model. To je způsobeno tím, že experimentální model obsahuje stránky reality, které u analytického modelu nejsou viditelné nebo jsou zanedbané. Nevýhodou je nutnost sestavení jiného modelu pro jinou oblast vstupních veličin. Velice často je experimentální model jednodušší než analytický.

Mezi oběma metodami existuje několik metod identifikace, které využívají kombinace mezi analytickým a empirickým postupem.

2.1.2 Dělení systémů

Při sestavení modelu daného reálného objektu jsou zavedeny některá zjednodušení. Podle těchto zjednodušení je zkoumaný objekt zařazený do určité třídy dynamických systémů. Dále se třídí systémy podle přijatých matematických modelů. Dynamické systémy lze rozdělit do několika tříd (obrázek 2.1). Počet uvedených tříd není úplný, jsou zde uvedeny ty nejdůležitější.



Obrázek 2.1 – Dělení dynamických systémů

Jednotlivé systémy uspořádané v jednom řádku mohou patřit pouze do jedné třídy. Systém může být například jenom lineární nebo nelineární. Ale systémy uspořádané ve sloupcích mohou patřit do více tříd současně. Lze kombinovat oba sloupce. Pro vysvětlení to může být například následovně: systém bude nelineární, s rozloženými parametry, spojitý, deterministický, mnohorozměrné a časově variantní.

Následně jsou popsány jednotlivé třídy podrobněji. Lineární systémy jsou takové systémy, kde jsou vzájemné vazby mezi veličinami lineární. Naopak u nelineárních systémů jsou tyto vazby nelineární.

Systémy se soustředěnými parametry mají veličiny nezávislé na poloze v prostoru a jsou proměnné pouze v čase. U systémů s rozloženými parametry jsou veličiny proměnné nejenom v čase, ale také v prostoru. To znamená, že jsou funkcemi času a minimálně jedné prostorové proměnné.

Spojité systémy mají veličiny definované na spojitém časovém intervalu a jsou funkcemi spojitými v čase. U diskretních systémů jsou veličiny definované na množině diskretních hodnot času a jsou tedy funkcemi diskretními v čase.

Systémy, které mají momentální stav neboli výstup určeny předcházejícím stavem a působícím vstupem jsou deterministické systémy. Stochastické systémy určují momentální stav pouze s určitou pravděpodobností. Systémy se do této třídy dostanou obvykle působením náhodných veličin na vstupu.

Jednorozměrné systémy mají jeden vstup a jeden výstup, naopak mnohorozměrné systémy mají více než jeden vstup a minimálně jeden výstup.

Systémy s parametry proměnnými v čase se nazývají časově variantní. Oproti tomu časově invariantní systémy jsou neměnné v čase. To znamená, že vlastnosti systému se nemění.

2.2 Stavový popis spojitého dynamického systému

Následující kapitoly budou obsahovat spojitý a diskrétní stavový popis lineárního a nelineárního spojitého dynamického systému.

2.2.1 Spojitý stavový popis lineárního a nelineárního systému

Systémy mají konečnou dimenzi, proto je lze popsat diferenciálními rovnicemi. Soustava rovnic takových systémů má následující tvar

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad (2.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad (2.2)$$

kde $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ je vektor stavových veličin,
 $\mathbf{u}^T = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ je vektor vstupních veličin,
 $\mathbf{y}^T = (y_1, y_2, \dots, y_r)$ je vektor výstupních veličin,
 $\mathbf{f}^T = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ je nelineární vektorová funkce,
 $\mathbf{g}^T = (g_1, g_2, \dots, g_r)$ je nelineární vektorová funkce,
 t je časová nezávisle proměnná.

Předchozí rovnice (2.1) a (2.2) se nazývají stavové rovnice. Jestliže jsou funkce \mathbf{f} a \mathbf{g} nelineární, bude se jednat o stavové rovnice nelineárního spojitého dynamického systému.

Lineární systém je takový systém, kde je přechodová funkce stavu lineární. Funkce \mathbf{f} a výstupní funkce \mathbf{g} jsou lineární vzhledem ke stavu a řízení. Dají se vyjádřit pomocí matic

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\mathbf{u}(t) \quad (2.4)$$

kde $\mathbf{x}(t)$ je vektor stavových veličin,
 $\mathbf{u}(t)$ je vektor vstupu,
 $\mathbf{y}(t)$ je výstupní veličina,

$$\mathbf{A}(t) = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{pmatrix} \text{ je matice systému } (n \times n),$$

$$\mathbf{B}(t) = \begin{pmatrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) & \cdots & b_{1m}(t) \\ b_{21}(t) & b_{22}(t) & \cdots & b_{2m}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1}(t) & b_{n2}(t) & \cdots & b_{nm}(t) \end{pmatrix} \text{ je matice vstupu } (n \times m),$$

$$\mathbf{C}(t) = \begin{pmatrix} c_{11}(t) & c_{12}(t) & \cdots & c_{1n}(t) \\ c_{21}(t) & c_{22}(t) & \cdots & c_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1}(t) & c_{r2}(t) & \cdots & c_{rn}(t) \end{pmatrix} \text{ je váhová matice stavu } (r \times n) \text{ a}$$

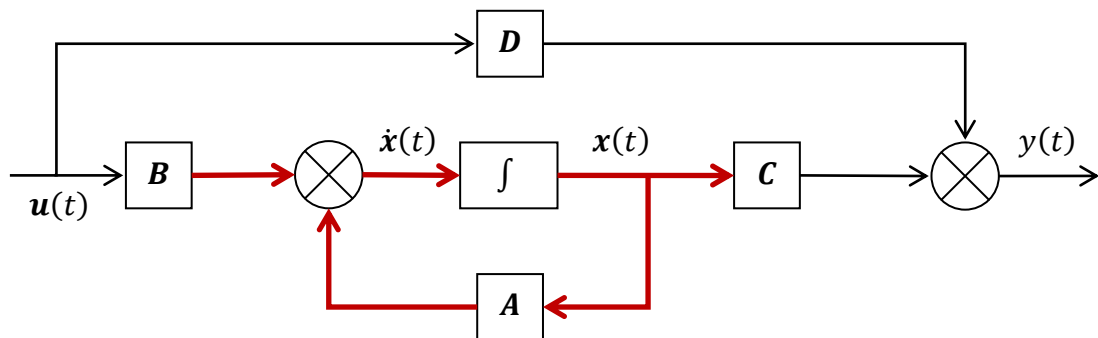
$$\mathbf{D}(t) = \begin{pmatrix} d_{11}(t) & d_{12}(t) & \cdots & d_{1m}(t) \\ d_{21}(t) & d_{22}(t) & \cdots & d_{2m}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{r1}(t) & d_{r2}(t) & \cdots & d_{rm}(t) \end{pmatrix} \text{ je váhová matice vstupu } (r \times m).$$

Rovnice (2.3) a (2.4) jsou stavové rovnice lineárního spojitého systému, které se určují pomocí matic \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} . Pokud budou prvky matic proměnné v čase, budou rovnice (2.3) a (2.4) popisovat lineární t-variantní systém. Naopak kdyby byly prvky matic konstanty, bude to představovat lineární t-invariantní systém. U systémů se silnou podmínkou fyzikální realizovatelnosti je jejich výstup závislý na stavových veličinách a rovnice představující výstup (2.4) nemají žádné vstupní veličiny. Takové systémy mají vždy nulovou matici \mathbf{D} . Všechny další postupy budou provedeny na základě stavového popisu t-invariantního systému podle následujících vztahů

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (2.5)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (2.6)$$

Všechny matice obsahují konstantní prvky. Podle počtu prvků vektoru stavu n lze zjistit řád systému.



Obrázek 2.2 – Bloková struktura stavových rovnic spojitého systému

2.2.2 Diskrétní stavový popis lineárního a nelineárního systému

Diskrétní dynamické systémy jsou složeny z posloupností událostí. Mnoho fyzikálních objektů lze popsat diskretním systémem. Mezi tyto objekty patří například impulsní obvody, samočinné počítače a mnohé další.

Objekty, u kterých jsou veličiny spojitymi funkcemi času, je možné popsat diskretním způsobem. Provedení je jednoduché, protože se veličiny v objektu budou měřit v diskretních okamžicích a průběhy mezi jednotlivými okamžiky je možné ignorovat nebo sledovat jiným způsobem.

Diskrétní systémy mají množinu časů T , která je množinou celých čísel. Diskrétní čas se bude značit písmenem $k, k \in T = \{\dots, 0, 1, 2, \dots\}$. Diskrétní systém má za úkol zpracovávat posloupnost hodnot řídicích veličin $\mathbf{u}(k)$ a vydávat posloupnost výstupních veličin $\mathbf{y}(k)$. Stavové rovnice nelineárního diskretního systému jsou

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] \quad (2.7)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{g}[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] \quad (2.8)$$

Pokud je diskrétní systém lineární, budou funkce \mathbf{f} a \mathbf{g} lineární proti stavu a řízení. Funkce je možné vyjádřit pomocí matic podobně jako u spojitého systému. Stavové rovnice lineárního diskrétního systému jsou následující

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}\mathbf{u}(k) \quad (2.9)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) \quad (2.10)$$

kde $\mathbf{x}(k)$ je vektor diskrétních stavových veličin,

$\mathbf{u}(k)$ je vektor diskrétního vstupu,

$\mathbf{y}(k)$ je výstupní veličina,

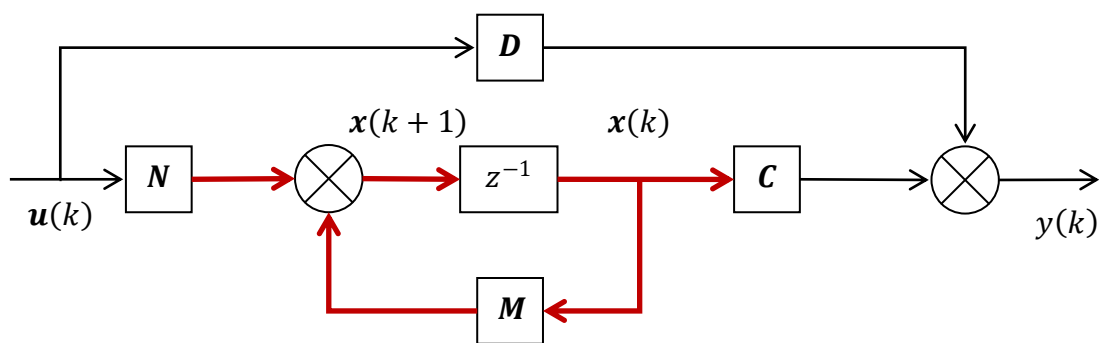
$$\mathbf{M}(k) = \begin{pmatrix} m_{11}(k) & m_{12}(k) & \cdots & m_{1n}(k) \\ m_{21}(k) & m_{22}(k) & \cdots & m_{2n}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1}(k) & m_{n2}(k) & \cdots & m_{nn}(k) \end{pmatrix} \text{ je matice disk. koeficientů } (n \times n),$$

$$\mathbf{N}(k) = \begin{pmatrix} n_{11}(k) & n_{12}(k) & \cdots & n_{1m}(k) \\ n_{21}(k) & n_{22}(k) & \cdots & n_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{n1}(k) & n_{n2}(k) & \cdots & n_{nm}(k) \end{pmatrix} \text{ je matice vstupu } (n \times m),$$

$$\mathbf{C}(k) = \begin{pmatrix} c_{11}(k) & c_{12}(k) & \cdots & c_{1n}(k) \\ c_{21}(k) & c_{22}(k) & \cdots & c_{2n}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1}(k) & c_{r2}(k) & \cdots & c_{rn}(k) \end{pmatrix} \text{ je váhová matice stavu } (r \times n),$$

$$\mathbf{D}(k) = \begin{pmatrix} d_{11}(k) & d_{12}(k) & \cdots & d_{1m}(k) \\ d_{21}(k) & d_{22}(k) & \cdots & d_{2m}(k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{r1}(k) & d_{r2}(k) & \cdots & d_{rm}(k) \end{pmatrix} \text{ je váhová matice vstupu } (r \times m).$$

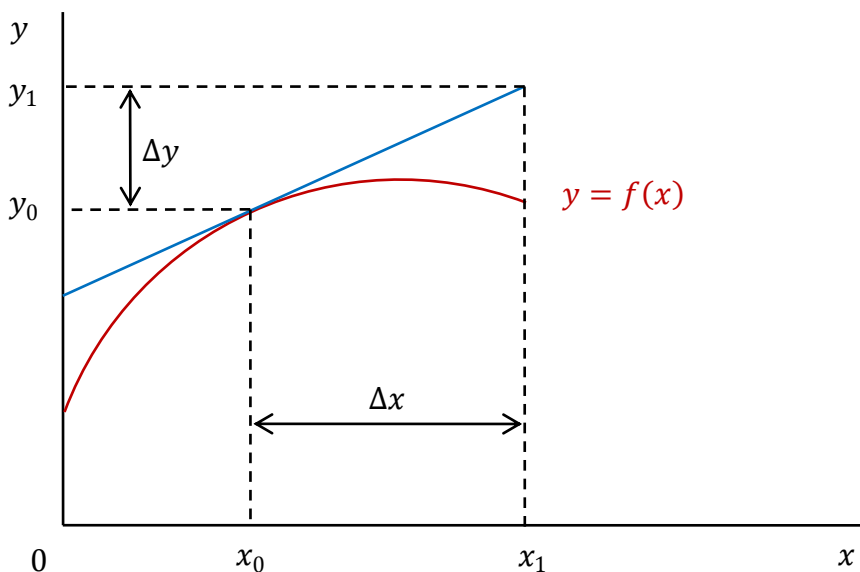
Lineární diskrétní systém v blokové struktuře nalezneme na obrázku 2.3. Blok vyjadřující přenos z^{-1} realizuje zpoždění o jeden krok. To znamená, že co je na vstupu v čase k , bude na výstupu v čase $k+1$. Konstantní matice \mathbf{M} , \mathbf{N} , \mathbf{C} , \mathbf{D} znamenají, že lineární diskrétní systém je stacionární.



Obrázek 2.3 – Bloková struktura stavových rovnic diskrétního popisu

2.3 Linearizace

Velká část reálných systémů je nelineárních. Problém je obtížný návrh nelineárního řízení. Výhodou je, že některé systémy pracují v okolí pracovního bodu, kde se může nelineární systém aproximovat lineárním modelem, což je linearizace nelineárního modelu. Na základě linearizovaného modelu lze navrhnout regulátor.



Obrázek 2.4 – Linearizace křivky

Linearizace je náhrada nelineární funkce tečnou v daném bodě. Je daná tato nelineární funkce

$$y = f(x) \tag{2.11}$$

Rovnice (2.11) bude nahrazena tečnou v bodě x_0 následujícím způsobem

$$y = kx + q \tag{2.12}$$

kde k je koeficient,

q je koeficient.

Jelikož rovnice (2.12) je lineární a platí princip superpozice, je nutné rovnici převést do odchytkového tvaru tímto způsobem

$$\Delta y = k \Delta x \quad (2.13)$$

kde $\Delta y = y_1 - y_0$,

$\Delta x = x_1 - x_0$.

Výsledný vztah pro linearizaci je

$$\Delta y = \left. \frac{dy_1}{dx_1} \right|_{x_1=x_0} \cdot \Delta x \quad (2.14)$$

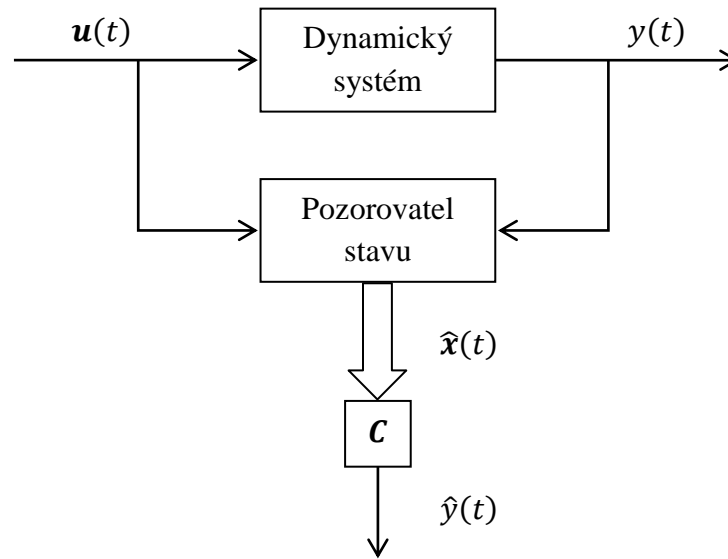
2.4 Stavové řízení

2.4.1 Odhad stavu

Jednotlivé informace matematického modelu o stavových veličinách v daném časovém okamžiku lze získat simulací nebo řešením stavových rovnic.

Informace o reálném procesu je možné získávat například měřením nebo pozorováním. To je v praxi velice nereálný úkol, protože pro měření dané veličiny je nutné znát místo měření. Nezbytnou součástí je také zabudování čidla nebo senzoru a realizace podpůrných konstrukcí, prvků a pomocných obvodů. Dalším problémem je, že pro některá měření neexistují vhodná čidla. Také je potřeba nezapomínat na náklady spojené s měřením, které nejsou zanedbatelné. Řešením této situace je pozorování neboli odhadování stavu systému na základě měřených prvků vektoru výstupu systému.

Jedno z dělení systémů je dělení na systémy deterministické a stochastické. Pozornost bude dále věnována odhadu stavu deterministického systému, ve kterém nepůsobí šумы nebo poruchy měření. Odhad stavu se také nazývá pozorovatel nebo estimátor.



Obrázek 2.5 – Struktura odhadu stavu

Bude uvažován pozorovatelný t -invariantní systém, který je popsán stavovou rovnicí (2.5) a rovnicí výstupu (2.6). Dále bude zaveden vektor odhadu stavových veličin takto

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_E \hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_E \mathbf{u}(t) + \mathbf{L}y(t) \quad (2.15)$$

kde \mathbf{A}_E je matice pozorovatele se stejným rozměrem jako matice \mathbf{A} ($n \times n$),
 \mathbf{B}_E je matice pozorovatele se stejným rozměrem jako matice \mathbf{B} ($n \times m$),

$$\mathbf{L}(t) = \begin{pmatrix} l_{11}(t) & l_{12}(t) & \cdots & l_{1r}(t) \\ l_{21}(t) & l_{22}(t) & \cdots & l_{2r}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1}(t) & l_{n2}(t) & \cdots & l_{nr}(t) \end{pmatrix} \text{ je matice pozorovatele stavu } (n \times r).$$

Dále jsou uvedeny potřebné vztahy pro výpočet chyby odhadu a počáteční chyby těmito rovnicemi

$$\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t) \quad (2.16)$$

$$\mathbf{e}(0) = \mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0 \quad (2.17)$$

Úkolem je navrhnout matici \mathbf{L} tak, aby se chyba odhadu (2.16), což je vektor odchylek mezi skutečnými a odhadovanými veličinami, při počáteční chybě (2.17) asymptoticky blížila k nule. Musí platit tento vztah

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)\| = 0 \quad (2.18)$$

Následně je provedena úprava

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) - \mathbf{A}_E\mathbf{x}(t) + \mathbf{A}_E\mathbf{x}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{A}_E)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{A}_E\mathbf{x}(t) \quad (2.19)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_E\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_E\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (2.20)$$

Poté bude od rovnice (2.19) odečtena rovnice (2.20)

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{A}_E - \mathbf{LC})x(t) + (\mathbf{B} - \mathbf{B}_E)u(t) + \mathbf{A}_E[x(t) + \hat{x}(t)] \quad (2.21)$$

Nyní bude položeno

$$\mathbf{A}_E = \mathbf{A} - \mathbf{LC} \quad (2.22)$$

$$\mathbf{B}_E = \mathbf{B} \quad (2.23)$$

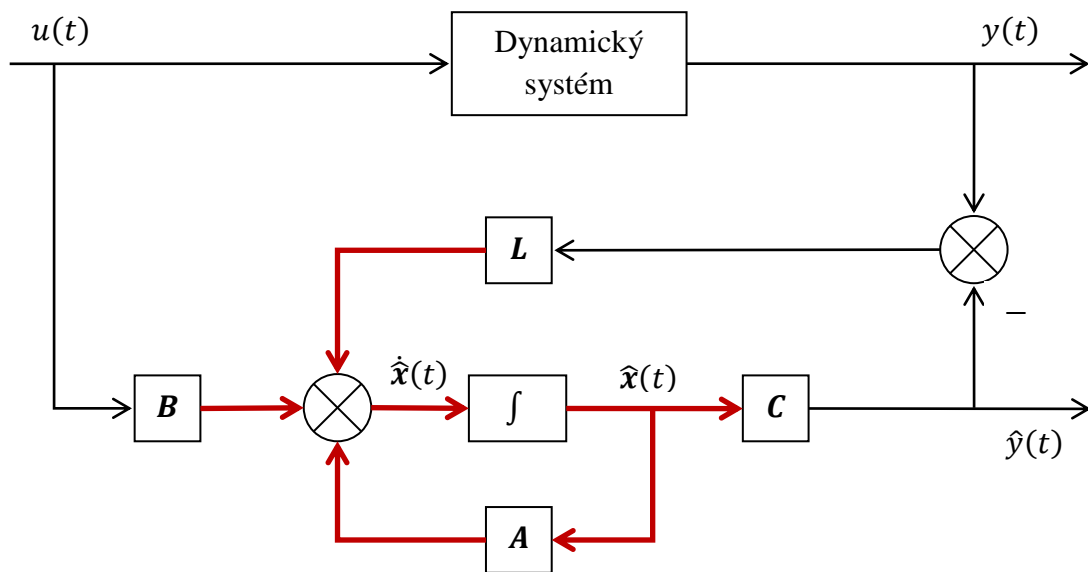
Vznikne maticová diferenciální rovnice pro odchylku mezi skutečným a odhadovaným stavem s počáteční podmínkou $e(0) = e_0$

$$\dot{e}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{LC})[x(t) + \hat{x}(t)] = (\mathbf{A} - \mathbf{LC})e(t) \quad (2.24)$$

Podmínka (2.18) bude splněna a vektor odhadu se bude asymptoticky blížit skutečnému stavu, pokud bude matice $\mathbf{A} - \mathbf{LC}$ stabilní. To znamená, že matice \mathbf{L} bude volena tak, aby matice $\mathbf{A} - \mathbf{LC}$ byla stabilní.

Pozorovatel stavu bude popsán touto rovnicí

$$\dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{L}[y(t) - \hat{y}(t)] \quad (2.25)$$



Obrázek 2.6 – Bloková struktura estimace odhadu vektoru stavu

Odhad výstupu z pozorovatele je $\hat{y}(t) = \mathbf{C}\hat{x}(t)$. Systém pracuje s odchylkou $y(t) - \hat{y}(t)$ a matice \mathbf{L} je tedy zesílení pro tuto odchylku.

Pro řízení ve stavovém prostoru je nutné, aby byl pozorovatel stavu částí systému řízení. Průběžně odhadované stavové veličiny z měřených výstupů poté vstupují do zákona řízení (optimální řízení ve stavovém prostoru).

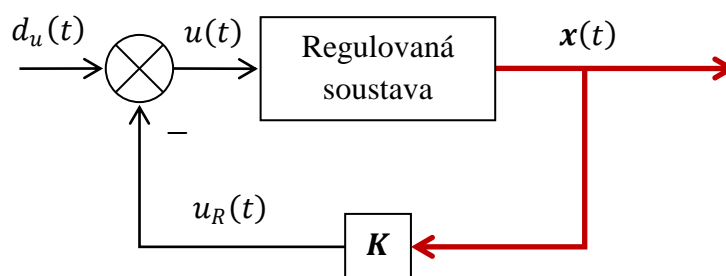
2.4.2 Struktura stavových regulátorů

Hlavní rozdíl mezi klasickým PID a stavovým regulátorem je takový, že stavový regulátor potřebuje znát pro výpočet akční veličiny všechny stavové veličiny. Pak bude platit

$$u_R(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (2.26)$$

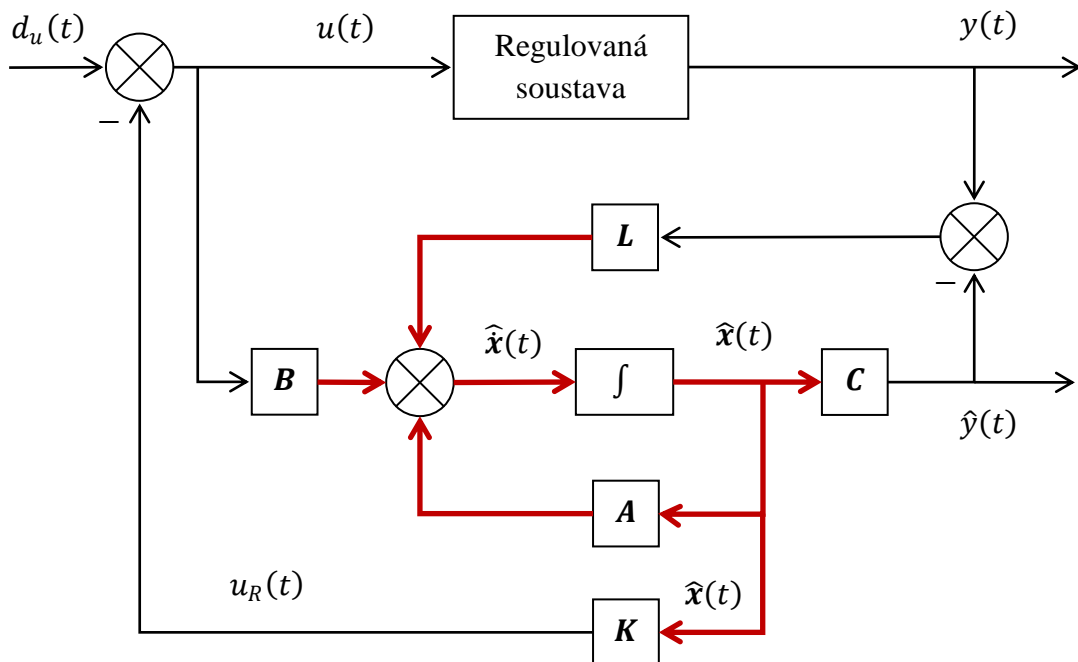
$$u_R(k) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k) \quad (2.27)$$

kde \mathbf{K} je matice regulátoru $(1; n)$,
 $\mathbf{x}(t)$ je spojité vektor stavu,
 $\mathbf{x}(k)$ je diskrétní vektor stavu.



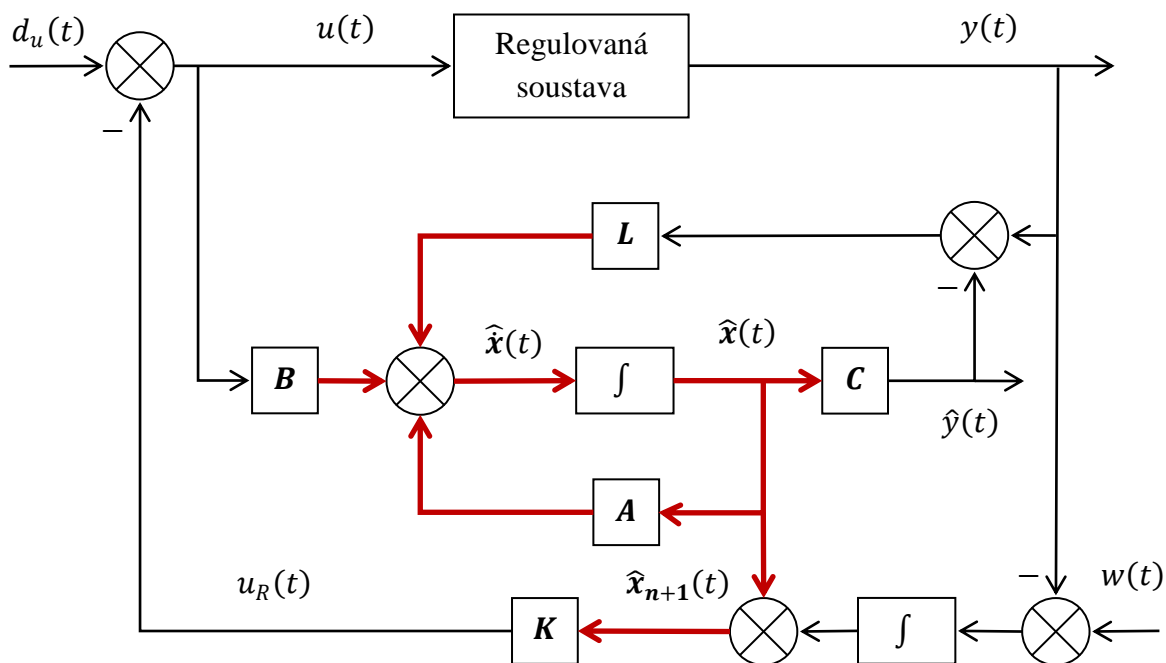
Obrázek 2.7 – Obvod se stavovým regulátorem

V obvodu se stavovým regulátorem (obrázek 2.7) se předpokládá, že všechny stavové veličiny bude možné změřit na regulované soustavě. Pokud nebude možné stavové veličiny změřit, musí se použít obvod s pozorovatelem (obrázek 2.8). Místo vektorů $\mathbf{x}(t)$ a $\mathbf{x}(k)$ budou dosazovány vektory eximované $\hat{\mathbf{x}}(t)$ a $\hat{\mathbf{x}}(k)$.



Obrázek 2.8 – Obvod se stavovým regulátorem a pozorovatelem

Stavový regulátor s pozorovatelem (obrázek 2.8) je schopný převést systém do počátku stavových souřadnic pro nenulové počáteční podmínky, ale nezvládne odstranit účinek trvalých poruch. Proto se do obvodu zapojí integrátor (obrázek 2.9).



Obrázek 2.9 – Obvod se stavovým regulátorem, pozorovatelem a integrátorem

Integrátor bude mít na výstupu další stavovou veličinu, proto se zvýší počet stavových veličin na $(n + 1)$. Rozšířena bude také matice regulátoru a výstup z regulátoru bude následující

$$u_R(t) = -\mathbf{K}_{n+1}\mathbf{x}_{n+1}(t) \quad (2.28)$$

$$u_R(k) = -\mathbf{K}_{n+1}\mathbf{x}_{n+1}(k) \quad (2.29)$$

kde \mathbf{K}_{n+1} je matice regulátoru $(1; n + 1)$,
 $\mathbf{x}_{n+1}(t)$ je spojité vektor stavu $((n + 1), 1)$,
 $\mathbf{x}_{n+1}(k)$ je diskrétní vektor stavu $((n + 1), 1)$.

Všechny předchozí obvody (obrázky 2.7, 2.8 a 2.9) je možné použít také pro diskrétní popis, akorát integrátor se musí nahradit blokem jednotkového zpoždění.

2.4.3 Návrh spojitého stavového regulátoru metodou umístění pólů

Metodu umístění pólů je možné použít tam, kde jsou zadány póly charakteristického polynomu nebo pokud je znám charakteristický polynom s předem danými koeficienty. Koeficienty získané tímto stavovým regulátorem nerespektují tvar poruchy, ani místo jejího vstupu. To znamená, že regulátor nerespektuje dynamické vlastnosti poruch.

Stavový regulátor bude navržen podle obrázku 2.7. Pro návrh musí platit tyto předpoklady:

- 1) Obvod je vychýlen z rovnovážného stavu $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{0}$.
- 2) Všechny stavové veličiny budou měřitelné.
- 3) Stavový popis bude uvažován v normální formě říditelnosti, což je metoda snižování řádu derivace.

Následující vztahy budou vyjadřovat chování uzavřeného spojitého obvodu

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (2.30)$$

Dosazením rovnice (2.26) za $u(t)$ a následným upravením vznikne tento vztah

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[-\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + d_u(t)] = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}d_u(t) \\ &= \mathbf{A}_k\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}d_u(t) \end{aligned} \quad (2.31)$$

kde $\mathbf{A}_k = \mathbf{A} - \mathbf{BK}$ jsou matice koeficientů uzavřeného obvodu.

Matice soustavy \mathbf{A} a vektor buzení \mathbf{B} budou mít v normální formě říditelnosti tuto podobu

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Charakteristický polynom uzavřeného obvodu se bude rovnat determinantu

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}_k] = \det[s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK})] \quad (2.32)$$

Pokud bude matice stavového regulátoru $\mathbf{K} = (k_1 \ k_2 \ k_3 \ \dots \ k_{n-1} \ k_n)$, bude matice \mathbf{A}_k vypadat takto

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{A} - \mathbf{BK} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -(a_0 + k_1) & -(a_1 + k_2) & -(a_2 + k_3) & \dots & -(a_{n-1} + k_n) \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Charakteristické polynomy jsou následně rovny

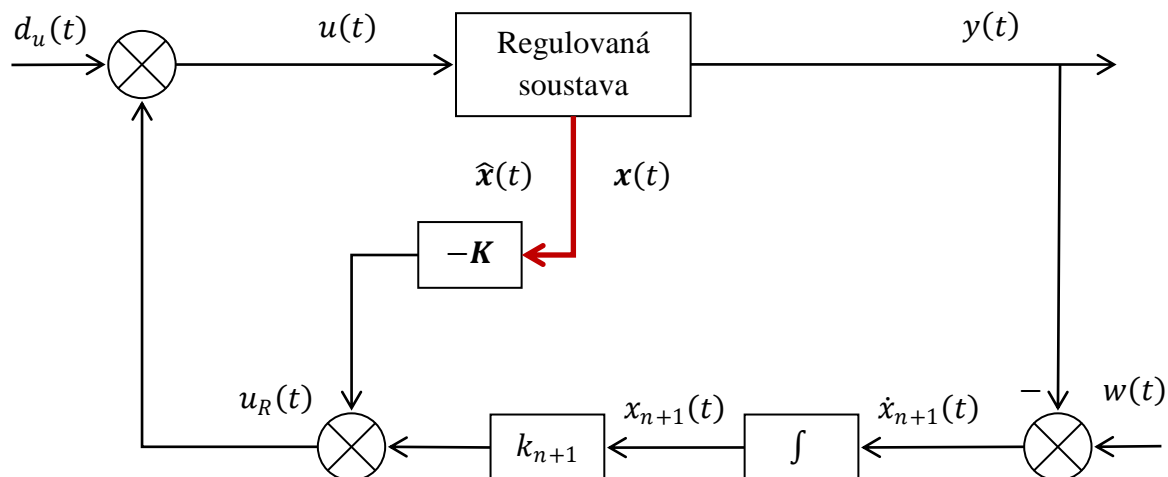
$$\begin{aligned} & \det[s\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{BK})] \\ &= s^n + (a_{n-1} + k_n)s^{n-1} + \dots + (a_2 + k_3)s^2 + (a_1 + k_2)s + (a_0 + k_1) \\ &= (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) \dots (s - s_n) \end{aligned} \quad (2.34)$$

kde s_i jsou póly charakteristického polynomu uzavřeného obvodu.

Rovnost ve vztahu (2.34) vyjadřuje, že volba koeficientů stavového vektoru může působit na všechny koeficienty charakteristického polynomu. Jestliže budou požadované hodnoty koeficientů charakteristické rovnice značené symbolem α_i , lze koeficienty stavového regulátoru určit z rovnosti

$$k_i + 1 = \alpha_i - a_i, \text{ pro } i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$$

kde α_i jsou zadané koeficienty charakteristického polynomu.



Obrázek 2.10 – Obvod stavové regulace s integrátorem

Předchozí obrázek 2.10 zobrazuje stavový vektor soustavy $\mathbf{x}(t)$ a $\hat{\mathbf{x}}(t)$. Dále se používá integrátor pro vyrovnání trvalé poruchy $d_u(t)$ a nebo pro dosažení skokové žádané hodnoty $w(t)$. Zařazením integrátoru do soustavy bude zvýšen řád o jedničku. Jeho vstup $e(t)$ bude označen jako další derivace stavové veličiny $\dot{x}_{n+1}(t)$. Akční veličina $u(t)$, která bude vstupovat do systému, se bude rovnat

$$u(t) = u_R(t) + d_u(t) \quad (2.35)$$

Následující vztah bude zobrazovat stavový popis regulované soustavy

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[u_R(t) + d_u(t)] \quad (2.36)$$

Zapojením integrátoru bude stavová veličina $x_{n+1}(t)$, o kterou byl rozšířen počet stavových veličin vypadat takto

$$\dot{x}_{n+1}(t) = w(t) - y(t) = w(t) - \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (2.37)$$

Zavedením rozšířeného vektoru stavových veličin $x_{n+1}(t)$ bude platit

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{n+1}(t) &= \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{pmatrix} w(t) + \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{pmatrix} u_R(t) + \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{pmatrix} d_u(t) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Vstup $u_R(t)$ bude roven

$$u_R(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + k_{n+1}x_{n+1}(t) = -\begin{pmatrix} \mathbf{K} & -k_{n+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{pmatrix} = -\mathbf{K}_{n+1}\mathbf{x}_{n+1}(t) \quad (2.39)$$

kde $\mathbf{x}_{n+1}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{pmatrix}$ je rozšířený stavový vektor,

$\mathbf{K}_{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{K} & -k_{n+1} \end{pmatrix}$ je matice rozšířeného stavového regulátoru.

Rovnice (2.39) bude dosazena do vztahu (2.38) následovně

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{n+1}(t) = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{pmatrix} (\mathbf{K} \quad -k_{n+1}) \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{pmatrix} w(t) + \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{pmatrix} d_u(t) \end{aligned} \quad (2.40)$$

Pokud budou zavedeny matice \mathbf{A}_{n+1} a \mathbf{B}_{n+1} , budou pro uzavřený obvod s rozšířeným stavovým vektorem platit tyto vztahy

$$\dot{\mathbf{x}}_{n+1}(t) = (\mathbf{A}_{n+1} - \mathbf{B}_{n+1}\mathbf{K}_{n+1})\mathbf{x}_{n+1}(t) + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{pmatrix} w(t) + \mathbf{B}_{n+1}d_u(t) \quad (2.41)$$

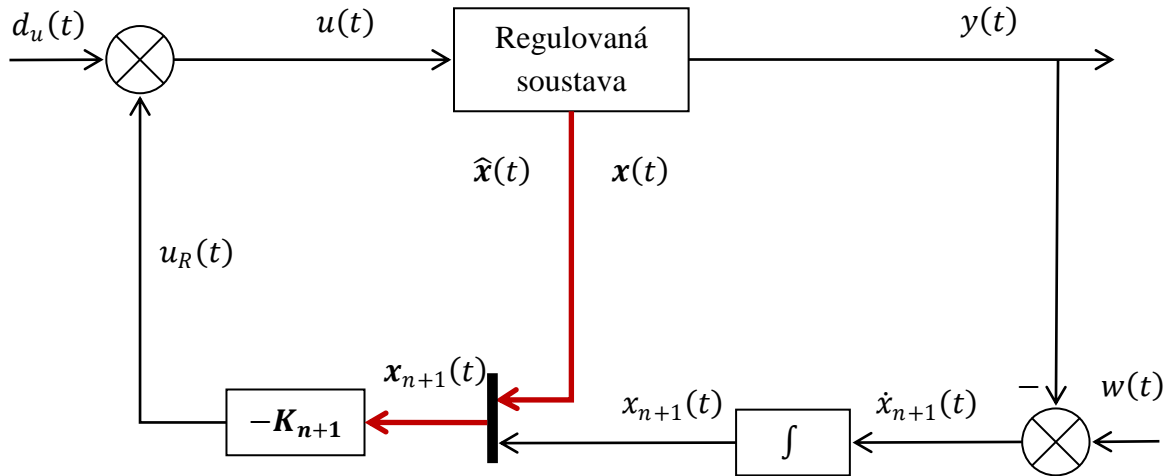
$$y(t) = (\mathbf{C} \quad 0) \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ x_{n+1}(t) \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

kde $\mathbf{A}_{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C} & 0 \end{pmatrix}$ je matice $(n+1 \quad n+1)$,

$\mathbf{B}_{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{pmatrix}$ je vektor $(n+1 \quad 1)$.

Charakteristický polynom bude roven

$$\det[s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_{n+1} - \mathbf{B}_{n+1}\mathbf{K}_{n+1})] = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3) \cdots (s - s_{n+1}) \quad (2.43)$$



Obrázek 2.11 – Obvod stavové regulace s rozšířeným vektorem stavového regulátoru

2.4.4 Návrh diskrétního stavového regulátoru metodou umístění pólů

Návrh diskrétního stavového regulátoru metodou umístění pólů se použije u soustav, kde jsou zadány póly charakteristického polynomu. Tuto metodu je také možné použít, pokud je znám charakteristický polynom s předem danými koeficienty. Koeficienty, které jsou získané tímto diskrétním stavovým regulátorem, stejně jako koeficienty získané spojitym stavovým regulátorem, nerespektují tvar poruchy, ani místo jejího vstupu. Z toho vyplývá, že regulátor nerespektuje dynamické vlastnosti poruch.

Diskrétní stavový regulátor bude navržen podle obrázku 2.7 a pro tento návrh musí platit tyto předpoklady:

- 1) Obvod je vychýlen z rovnovážného stavu $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{0}$.
- 2) Všechny stavové veličiny budou měřitelné.
- 3) Stavový popis bude uvažován v normální formě říditelnosti, což je metoda snižování řádu derivace.

Vztahy, které budou dále uvedeny, budou vyjadřovat chování uzavřeného diskrétního obvodu

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k) \quad (2.44)$$

Po dosazení rovnice (2.27) za $u(k)$ a následným upravením vznikne tento vztah

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}[-\mathbf{K}\mathbf{x}(k) + d_u(k)] = (\mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{K})\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}d_u(k) \\ &= \mathbf{M}_k\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}d_u(k) \end{aligned} \quad (2.45)$$

kde $\mathbf{M}_k = \mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{K}$ jsou matice koeficientů uzavřeného obvodu.

Matice soustavy \mathbf{M} a vektor buzení \mathbf{N} v normální formě říditelnosti budou mít následující tvar

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Charakteristický polynom uzavřeného obvodu se bude rovnat determinantu

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{M}_k] = \det[s\mathbf{I} - (\mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{K})] \quad (2.46)$$

Bude-li matice stavového regulátoru $\mathbf{K} = (k_1 \ k_2 \ k_3 \ \cdots \ k_{n-1} \ k_n)$, matice \mathbf{M}_k bude mít tento tvar

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{K} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -(a_0 + k_1) & -(a_1 + k_2) & -(a_2 + k_3) & \cdots & -(a_{n-1} + k_n) \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

Charakteristické polynomy jsou následně rovny

$$\begin{aligned} & \det[z\mathbf{I} - (\mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{K})] \\ &= z^n + (a_{n-1} + k_n)z^{n-1} + \dots + (a_2 + k_3)z^2 + (a_1 + k_2)z + (a_0 + k_1) \\ &= (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3) \dots (z - z_n) \end{aligned} \quad (2.48)$$

kde z_i jsou póly charakteristického polynomu uzavřeného obvodu.

Stejně jako u spojitého stavového regulátoru, tak i u diskrétního stavového regulátoru je z rovnosti ve vztahu (2.48) patrné, že volba koeficientů stavového vektoru může působit na všechny koeficienty charakteristického polynomu. Budou-li požadované koeficienty charakteristické rovnice označeny symbolem α_i , bude možné určit koeficienty stavového regulátoru z rovnosti

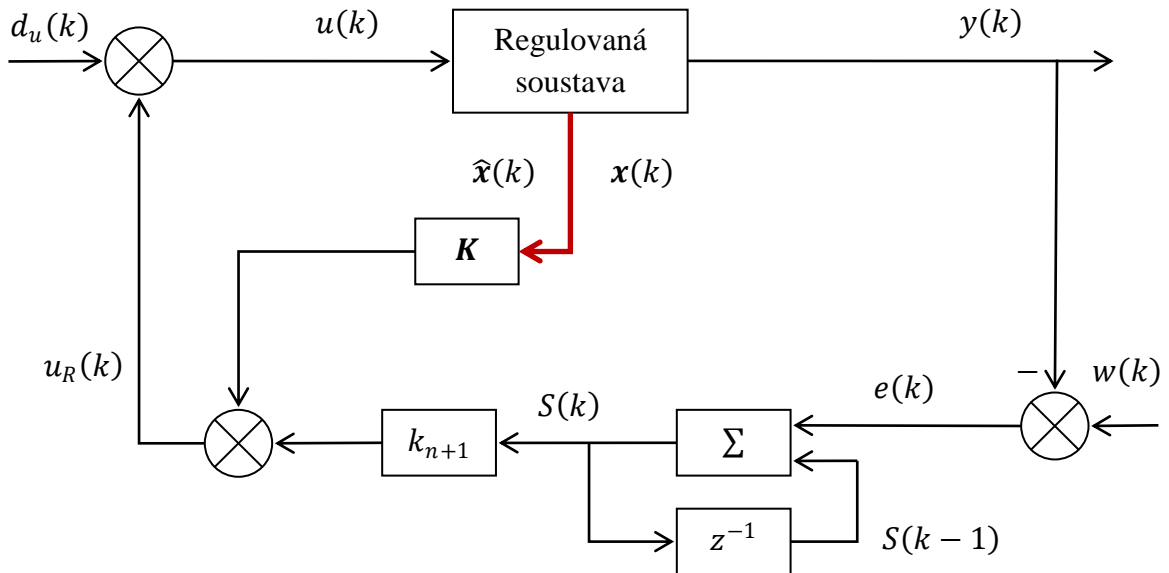
$$k_i + 1 = \alpha_i - a_i, \text{ pro } i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$$

kde α_i jsou zadané koeficienty charakteristického polynomu.

Další část bude věnovaná diskrétnímu stavovému regulátoru pro vyrovnání trvalé poruchy, kde se bude řešit pouze změna žádané hodnoty ve tvaru jednotkového skoku. V obvodu (obrázek 2.11) bude integrátor nahrazen sumátorem. Výstup sumátoru je součet regulačních odchylek a musí platit tyto vztahy

$$S(k) = e(k) + e(k-1) + e(k-2) + \dots + e(1) + e(0) = S(k-1) + e(k) \quad (2.49)$$

$$S(k-1) = e(k-1) + e(k-2) + \dots + e(1) + e(0) \quad (2.50)$$



Obrázek 2.12 – Obvod stavové regulace se sumátorem

Diferenčními rovnicemi (2.49) a (2.50) je popsán dynamický vývoj výstupu ze sumátoru. Předpokladem je, že diskrétní stavový model soustavy bude mít tento tvar

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k) \quad (2.51)$$

$$y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \quad (2.52)$$

$$\mathbf{x}^T(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)) \quad (2.53)$$

Daný model bude rozšířen o dynamiku sumátoru $S(k)$, který bude popsán diferenční rovnicí v okamžiku $(k + 1)$ tímto způsobem

$$S(k + 1) = S(k) + e(k + 1) = S(k) + w(k + 1) - y(k + 1) \quad (2.54)$$

kde $e(k + 1)$ je regulační odchylka v čase $(k + 1)$.

Žádaná hodnota $w(k + 1)$ bude známá a $y(k + 1)$ bude potřeba vypočítat z vektoru $\mathbf{x}(k + 1)$ podle vztahu (2.51), poté bude platit

$$\begin{aligned} S(k + 1) &= S(k) + w(k + 1) - \mathbf{C}\mathbf{x}(k + 1) \\ &= S(k) + w(k + 1) - \mathbf{C}\mathbf{M}\mathbf{x}(k) - \mathbf{C}\mathbf{N}u(k) \end{aligned} \quad (2.55)$$

Vytvoření společného stavového modelu pro vektor $\mathbf{x}(k)$ a $S(k) = x_{n+1}(k)$ bude provedeno zavedením rozšířeného stavového vektoru $\mathbf{x}_{n+1}(k)$ a použitím vztahů (2.51) a (2.55)

$$\mathbf{x}_{n+1}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ S(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ x_{n+1}(k) \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n+1}(k + 1) &= \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k + 1) \\ S(k + 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k + 1) \\ x_{n+1}(k + 1) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}\mathbf{M} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ x_{n+1}(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{N} \\ -\mathbf{C}\mathbf{N} \end{pmatrix} u(k) + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{pmatrix} w(k + 1) \end{aligned} \quad (2.57)$$

Další vztah bude popisovat rozšířený diskretní stavový model

$$\mathbf{x}_{n+1}(k + 1) = \mathbf{M}_{n+1}\mathbf{x}_{n+1}(k) + \mathbf{N}_{n+1}u(k) + \mathbf{N}_w w(k + 1) \quad (2.58)$$

kde $\mathbf{x}_{n+1}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ x_{n+1}(k) \end{pmatrix}$,

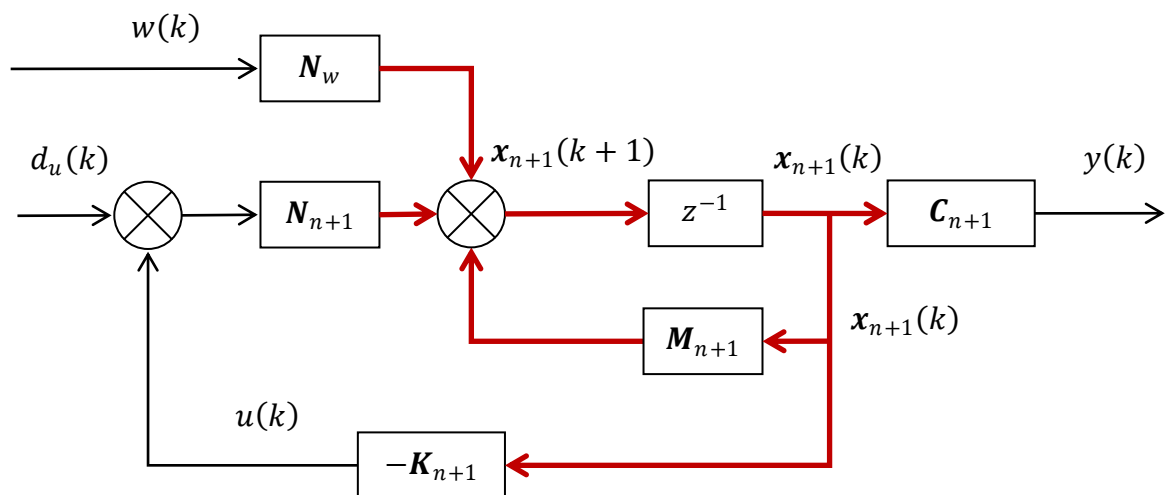
$$\mathbf{M}_{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{C}\mathbf{M} & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{N}_{n+1} = \begin{pmatrix} \mathbf{N} \\ -\mathbf{C}\mathbf{N} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{N}_w = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Akční veličina bude rovna

$$u(k) = -\mathbf{K}_{n+1}\mathbf{x}_{n+1}(k) \quad (2.59)$$



Obrázek 2.13 – Obvod s rozšířeným stavovým modelem

2.4.5 Návrh diskrétního stavového regulátoru podle kvadratického kritéria

Návrh diskrétního stavového regulátoru podle kvadratického kritéria používá při vyrovnání nenulového počátečního stavu pro $\mathbf{x}(0) \neq \mathbf{0}$ a $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ rozšířené kvadratické kritérium v následující podobě

$$J(u(k)) = \sum_{k=1}^N [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k)] + \mathbf{x}^T(N) \mathbf{P} \mathbf{x}(N) \quad (2.60)$$

kde \mathbf{Q} je pozitivně definitní symetrická matice váhových koeficientů,
 \mathbf{R} je pozitivně definitní symetrická matice váhových koeficientů.

Nejčastěji se matice \mathbf{Q} a \mathbf{R} volí diagonální. U systémů, které mají jeden vstup a jeden výstup, je matice \mathbf{R} skalár.

Dále bude věnována pozornost vyrovnání trvalých poruch nebo změnám žádaných hodnot. Vstupem kritéria jakosti regulace (2.60) je vektor stavu rozšířený o výstup ze sumátoru a akční veličinu. Takový vstup způsobí změny hodnot kritéria a dynamiky regulačních pochodů při porovnání s regulátorem, který byl navržen pro vyrovnání rozvážení počátečního stavu $\mathbf{x}(0)$. Těmto změnám je možné se vyhnout, pokud bude zvolen následující postup:

- a) Vhodné rozšíření stavového vektoru uzavřeného obvodu.
 - b) Nalezení modifikované struktury a zesílení zpětnovazebního regulačního obvodu se sumátorem, díky kterým je možné splnit požadavky na vyrovnání trvalých poruch a skoků žádané hodnoty.
 - c) Nalezení zesílení zpětné vazby, pomocí kterého bude zajištěna stejná dynamika, jako je u zpětnovazebního obvodu pro vyrovnání počátečního rozvážení, definované vektorem $\mathbf{x}(0)$.
- a) Hlavní rozdíl je ve volbě rozšířeného stavového popisu. Do popisu bude místo výstupu ze sumátoru $S(k+1)$ zařazena akční veličina $u(k+1)$. Následně bude platit tento vztah

$$u(k+1) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(k+1) = -\mathbf{K}[\mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k)] \quad (2.61)$$

kde \mathbf{K} je vektor stavového regulátoru navržen podle kritéria (2.60) a optimálně vyrovnává nenulový vektor počátečních rozvážení $\mathbf{x}(0)$.

Rozšířený stavový popis bude vypadat takto

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ u(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{N} \\ -\mathbf{K}\mathbf{M} & -\mathbf{K}\mathbf{N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ u(k) \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

Další vztah zobrazuje transformační matici

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\mathbf{K} & 1 \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

Pro transformační matici platí

$$\mathbf{T}^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{N} \\ -\mathbf{K}\mathbf{M} & -\mathbf{K}\mathbf{N} \end{pmatrix} \mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{K} & \mathbf{N} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

Rovnost rovnice (2.64) znamená, že se vlastní čísla uzavřeného obvodu v rozšířeném tvaru rovnají vlastním číslům matice $(\mathbf{M} - \mathbf{N}\mathbf{K})$. Dále se také rovnají nulovému vlastnímu číslu, které odpovídá počáteční podmínce $u(0)$ a ta následně odezní v jednom kroku.

b) Pro modifikovanou strukturu obvodu bude uvažován účinek vektoru trvalých poruch. Dynamika soustavy s účínkem trvalých poruch bude mít tuto podobu

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}_U u(k) + \mathbf{N}_d \mathbf{d}(k) = \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k) + \mathbf{d} \quad (2.65)$$

kde $\mathbf{N} = \mathbf{N}_U$,

$$\mathbf{d} = \mathbf{N}_d \mathbf{d}(k).$$

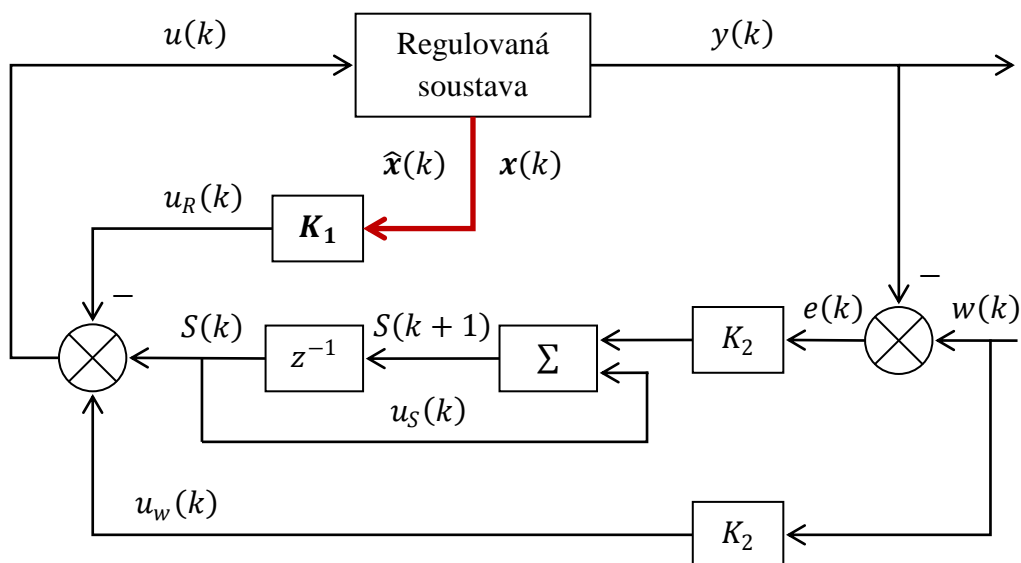
Schéma regulačního obvodu obsahuje sumátor pro zajištění změny žádaných hodnot (obrázek 2.14). Dynamiku soustavy lze vyjádřit touto diferenční rovnicí

$$\begin{aligned} S(k+1) &= S(k) + K_2 e(k) = S(k) + K_2 (w(k) - y(k)) \\ &= S(k) + K_2 w(k) - K_2 \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (2.66)$$

kde K_2 je neurčené zesílení.

Jelikož bude počítána akční veličina v okamžiku k , bude potřeba sumátorem generovanou akční veličinu $u_S(k)$ zařadit za $S(k+1)$ zpoždění o jeden krok. Zpoždění zařizuje člen z^{-1} , proto bude platit $u_S(k) = S(k)$. Pokud bude zavedeno zpoždění, vznikne při skokové změně žádané hodnoty zpoždění na akční veličině o jeden krok. Aby nedocházelo ke zpoždění na akční veličině, je možné tuto situaci ošetřit dopřednou vazbou přímo od vstupu žádané veličiny w se zesílením K_2 , pro kterou bude platit

$$u_w(k) = K_2 w(k) \quad (2.67)$$



Obrázek 2.14 – Stavový regulátor se sumátorem a dopřednou vazbou se zesílením K

Generovaný signál stavového regulátoru ve zpětné vazbě vypadá takto

$$u_R(k) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(k) \quad (2.68)$$

kde \mathbf{K}_1 je neurčený vektor stavového regulátoru.

Akční veličina vstupující do soustavy je složena ze tří složek a rovná se

$$u(k) = u_R(k) + u_S(k) + u_w = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(k) + S(k) + K_2 w(k) \quad (2.69)$$

c) Akční veličina definovaná podle rovnice (2.69) má pro časový okamžik $(k + 1)$ tento tvar

$$u(k + 1) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{x}(k + 1) + S(k + 1) + K_2 w(k + 1) \quad (2.70)$$

Po dosazení za $S(k + 1)$ z rovnice (2.66) a za $\mathbf{x}(k + 1)$ z rovnice (2.65) vznikne

$$u(k + 1) = -\mathbf{K}_1 \mathbf{M} \mathbf{x}(k) - \mathbf{K}_1 \mathbf{N} u(k) - \mathbf{K}_1 \mathbf{d} + S(k) + K_2 w(k) - K_2 \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + K_2 w(k + 1) \quad (2.71)$$

Vyjádřením $S(k)$ z rovnice (2.69) a dosazením do rovnice (2.71) vznikne tento vztah

$$u(k + 1) = (\mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_1 \mathbf{M} - K_2 \mathbf{C}) \mathbf{x}(k) + (1 - \mathbf{K}_1 \mathbf{N}) u(k) - \mathbf{K}_1 \mathbf{d} + K_2 w(k + 1) \quad (2.72)$$

Dále bude vyjádřena rozšířená stavová rovnice uzavřeného obvodu v tomto tvaru

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}(k + 1) \\ u(k + 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{N} \\ \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_1 \mathbf{M} - K_2 \mathbf{C} & 1 - \mathbf{K}_1 \mathbf{N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ u(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ K_2 \end{pmatrix} w(k + 1) + \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_1 \end{pmatrix} \mathbf{d} \quad (2.73)$$

Rovnici (2.73) lze upravit do tohoto tvaru

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ u(k+1) \end{pmatrix} = \left\{ \mathbf{I} + \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_1 & -K_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M} - \mathbf{I} & \mathbf{N} \\ \mathbf{C} & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k) \\ u(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ K_2 \end{pmatrix} w(k+1) + \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_1 \end{pmatrix} \mathbf{d} \quad (2.74)$$

Porovnáním matic uzavřeného obvodu ze vztahů (2.62) a (2.74) vznikne

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{N} \\ -\mathbf{KM} & -\mathbf{KN} \end{pmatrix} = \mathbf{I} + \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_1 & -K_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{M} - \mathbf{I} & \mathbf{N} \\ \mathbf{C} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

Stejných pólů charakteristické rovnice uzavřeného obvodu se dá dosáhnout, pokud bude platit toto

$$(-\mathbf{K}_1 \quad -K_2) \begin{pmatrix} \mathbf{M} - \mathbf{I} & \mathbf{N} \\ \mathbf{C} & 0 \end{pmatrix} = (-\mathbf{KM} \quad -\mathbf{I} - \mathbf{KN}) \quad (2.76)$$

Vektor stavového regulátoru \mathbf{K}_1 a zesílení K_2 budou vypočítány z předchozí rovnice (2.76) tímto způsobem

$$(\mathbf{K}_1 \quad K_2) = (\mathbf{KM} \quad \mathbf{I} + \mathbf{KN}) \begin{pmatrix} \mathbf{M} - \mathbf{I} & \mathbf{N} \\ \mathbf{C} & 0 \end{pmatrix}^{-1} \quad (2.77)$$

Zachování původních dynamických vlastností stavového regulátoru \mathbf{K} při jeho rozložení na modifikovaný stavový regulátor \mathbf{K}_1 a zesílení K_2 bude existovat jenom tehdy, pokud bude existovat inverze této matice

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M} - \mathbf{I} & \mathbf{N} \\ \mathbf{C} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

3 Praktická část

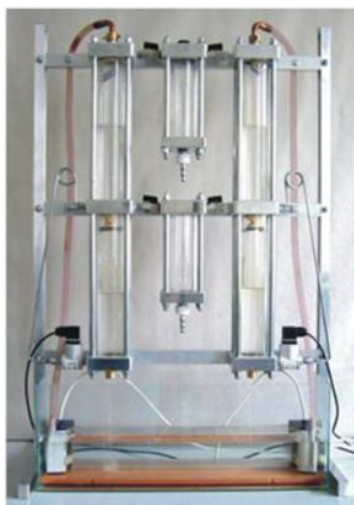
3.1 Hydraulicko-pneumatická soustava

Experimenty prováděné na laboratorních modelech jsou spolu s modelováním úloh na počítači a simulací v prostředí MATLAB/Simulink důležitou součástí výuky teorie řízení. Simulace umožní rychlé, přesné a elegantní odladění navrhovaných metod bez nutnosti časově náročného experimentování na reálném zařízení. Při reálném experimentu se student přibližuje praxi, kde se naučí aplikovat své znalosti a pozná rozdíly mezi jednotlivými metodami.

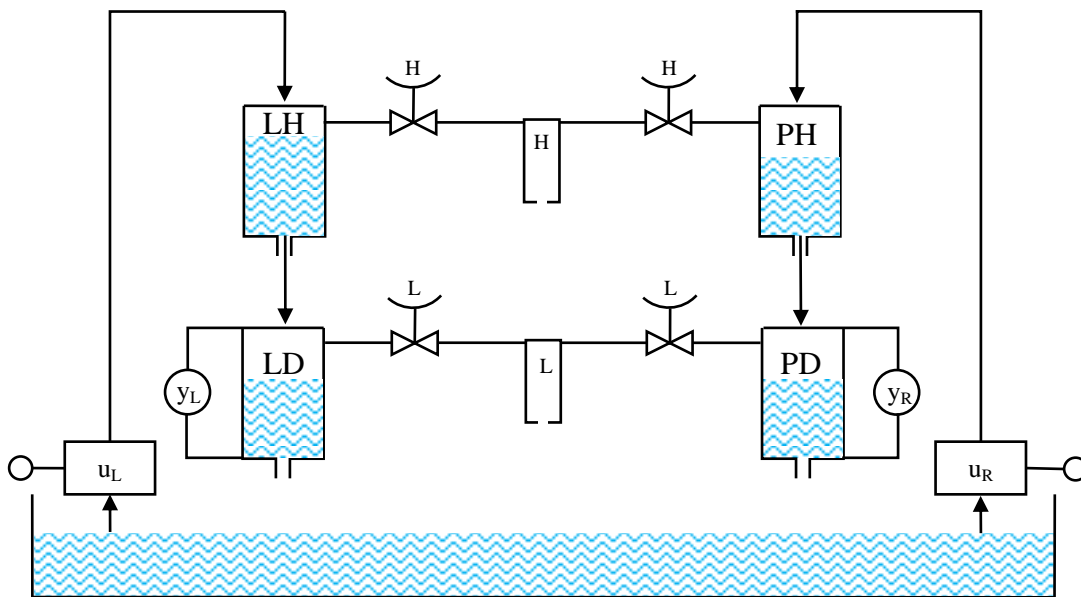
3.1.1 Popis soustavy

Hydraulicko-pneumatická soustava (HPS) byla navržena a následně zkonstruována na Katedře řízení a výpočetní techniky Univerzity Pardubice (obrázek 3.1). Laboratorní model měl splňovat následující požadavky: vícerozměrnost, dynamiku vyššího řádu, tichý a ekologický provoz, názornost, možnost rekonfigurace struktury a změny vlastností, použití standardních měřicích a ovládacích členů, rozměrově a hmotnostně přípustné řešení, souvislost s chemickou technologií. Po zvážení těchto požadavků byla navržena dvourozměrná soustava hydraulických nádrží.

Hlavní částí modelu jsou čtyři hydraulické nádrže tvořeny dvěma dvojicemi nádrží umístěných nad sebou (obrázek 3.2). Mají stejnou výšku, akorát průřezy pravých nádrží jsou menší. Do horních nádrží je čerpána kapalina ze zásobní nádrže pomocí čerpadla a clonkou ve dně protéká do dolních nádrží a následně zpět do zásobní nádrže. Pro měření hladin dolních nádrží jsou použity snímače tlaku. Nad hladinami nádrží nalezneme pneumatické objemy, které jsou uzavřeny a odděleny od atmosféry. Ve dvou sousedních nádržích jsou vždy propojeny. Pneumatické objemy obsahují vzdušníky pro zvýšení kapacity. Clonka, nacházející se na dně vzdušníku, se používá jako omezené propojení s atmosférou. Takto vzniká vícerozměrná soustava.



Obrázek 3.1 – Hydraulicko-pneumatická soustava [6]



Obrázek 3.2 – Schéma hydraulicko-pneumatické soustavy

3.1.2 Vlastnosti soustavy

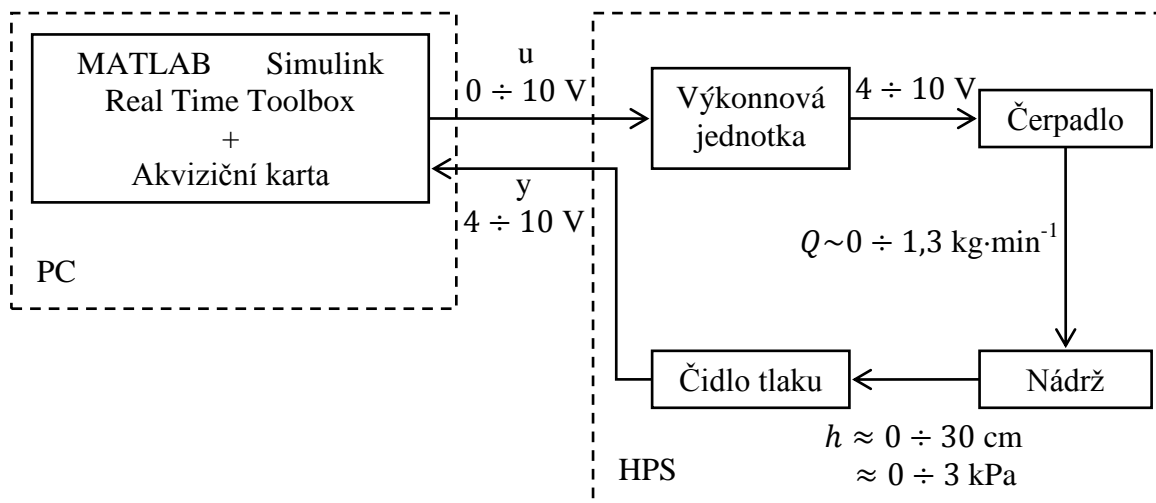
Ke změně výšky hladiny v nádržích dochází pomocí skokové změny průtoku jednoho čerpadla. Z důvodu uzavření pneumatických objemů dochází ke změně tlaku a následně se změní i výška hladiny ve druhé sekci. Vlivem clonky dochází v pneumatických objemech k úbytku tlaku, který se nakonec vyrovná s atmosférickým tlakem. Z toho je patrné, že vnitřní vazba má pouze dynamický charakter. Průřezy levých a pravých nádrží jsou různé, proto jsou různé i časové konstanty. Naopak průřezy výtokových clonek jsou stejné, takže zesílení všech nádrží je téměř stejné.

Ručně ovládané kohouty slouží k nastavení různé konfigurace soustavy. Pro změny vlastností dynamické soustavy se používá clonka ve vzdušníku. Jestliže není použita clonka, je nad hladinami atmosférický tlak a vazba je zrušena. Nenulového zesílení lze dosáhnout tak, že místo clonky je použita záslepka. Různého chování soustavy se dá dosáhnout kombinací nastavení ventilů a clonek.

3.1.3 Propojení soustavy s počítačem

Vstupním napětím čerpadla se ovládají průtoky vody v nádržích. Napětí je v rozsahu $0 \div 10$ V, které je následně převedeno na rozsah $4 \div 10$ V a zesíleno ve výkonové jednotce.

K propojení soustavy s počítačem jsou potřeba unifikované napěťové signály, které lze měřit a generovat nezávisle na počítač. Propojení signálů se řeší použitím akviziční karty a programu MATLAB. Komunikaci mezi nimi zařizuje Real Time Toolbox, který umožňuje nastavovat a číst signály z programu MATLAB i ze Simulinku (obrázek 3.3).



Obrázek 3.3 – Signály hydraulicko-pneumatické soustavy

3.2 Nelineární model

V následujících kapitolách bude uvažována pouze soustava levých nádrží. Tvorba nelineárního modelu hydraulicko-pneumatické soustavy vzniká za pomoci matematicko-fyzikální analýzy nebo experimentální identifikace. Soustava může dosáhnout různého chování nastavením ventilů a použitím clonek. Otevřením horního vzdušníku do atmosféry je možné uvažovat statistické charakteristiky čerpadel pouze jako funkce napájecího napětí, ale uzavřením horního vzdušníku clonkou je potřeba uvažovat tlak v horním vzdušníku jako další parametr charakteristiky čerpadla.

3.2.1 Matematicko-fyzikální analýza

Matematicko-fyzikální analýza (MFA) se dá vyjádřit pomocí bilančních rovnic. Mezi ně patří základní fyzikální zákony, jako jsou například zákony zachování hmoty, energie, hybnosti a rovnováhy sil. Analýza se dále může popsat také fyzikálními a chemickými zákony. Tato analýza dokáže určit strukturu i parametry, ale je náročná a pracná.

3.2.2 Odvození rovnic modelu hydraulické nádrže

Model hydraulických nádrží (obrázek 3.4) je získán pomocí následujících vztahů:

- a) Hmotnostní bilance horní a dolní nádrže vycházející ze zákona zachování hmoty

$$Q = Q_1 + \rho S \frac{dh_1}{dt} \quad (3.1)$$

kde Q je vstupní hmotnostní průtok kapaliny do horní nádrže, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$,
 Q_1 je výstupní hmotnostní průtok kapaliny z horní nádrže, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$,
 ρ je hustota kapaliny, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$,

S je průřez nádrže, m^2 ,

h_1 je výška hladiny v horní nádrži, m ,

$$Q_1 = Q_2 + \rho S \frac{dh_2}{dt} \quad (3.2)$$

kde Q_1 je výstupní hmotnostní průtok kapaliny z horní nádrže a zároveň vstupní hmotnostní průtok kapaliny do dolní nádrže, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$,

Q_2 je výstupní hmotnostní průtok kapaliny z dolní nádrže, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$,

h_2 je výška hladiny v dolní nádrži, m .

b) Torriceliho rovnice pro horní a dolní nádrž, která vychází z Bernoulliho rovnice (zákon zachování energie)

$$Q_1 = ks\rho\sqrt{2gh_1} \quad (3.3)$$

kde k je výtokový koeficient,

s je průřez clonky nádrže, m^2 ,

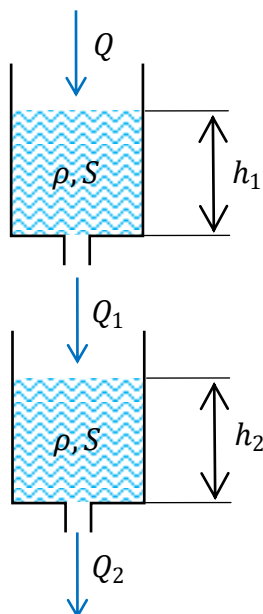
g je gravitační zrychlení, $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$,

$$Q_2 = ks\rho\sqrt{2gh_2} \quad (3.4)$$

Vztahy pro měření výšky hladiny lze vypočítat z rovnic (3.3) a (3.4) následovně

$$h_1 = \frac{Q_1^2}{k^2 s^2 \rho^2 2g} \quad (3.5)$$

$$h_2 = \frac{Q_2^2}{k^2 s^2 \rho^2 2g} \quad (3.6)$$



Obrázek 3.4 – Model hydraulických nádrží

3.2.3 Odvození rovnic pro čerpadlo a čidlo

Statická charakteristika čerpadla je vyjádřena podle následujícího vztahu

$$Q = a(u - \tilde{u})^b \quad (3.7)$$

- kde Q je hmotnostní průtok kapaliny, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$,
 a je parametr čerpadla, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{V}^{-1}$,
 b je parametr čerpadla,
 u je vstupní signál pro výkonovou jednotku, V,
 \tilde{u} je napětí odpovídající nulovému průtoku, V.

Statická charakteristika obsahuje chování výkonové jednotky, čerpadel i clonky na vstupu do horní nádrže.

Statistická charakteristika čidla má tento tvar

$$y = ch_2 + d \quad (3.8)$$

- kde y je výstupní signál čidla tlaku, V,
 c je parametr čidla, $\text{V}\cdot\text{m}^{-1}$,
 h je výška hladiny aktuální nádrže, m,
 d je parametr čidla, V.

3.3 Linearizovaný model

Hydraulicko-pneumatické soustavy mají několik oblastí použití a jednou z nich je například návrh řízení. Pro tuto metodu je potřeba lineární model. Ten lze získat linearizací nelineárního modelu.

3.3.1 Linearizace nádrže

Nejdříve je nutné vyjádřit odchylkové tvary hladin horní a dolní nádrže, které lze popsat následovně

$$\Delta h_1 = h_1 - h_0 \quad (3.9)$$

- kde Δh_1 je odchylka hladiny od ustáleného stavu horní nádrže, m,
 h_0 je ustálený stav hladiny, m,

$$\Delta h_2 = h_2 - h_0 \quad (3.10)$$

- kde Δh_2 je odchylka hladiny od ustáleného stavu dolní nádrže, m.

Dále je potřeba vyjádřit odchylkové tvary průtoků, které mají tento tvar

$$\Delta Q = Q - Q_0 \quad (3.11)$$

- kde ΔQ je odchylka průtoku vstupujícího do horní nádrže od ustáleného stavu, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$,
 Q_0 je ustálený stav průtoku, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$,

$$\Delta Q_1 = Q_1 - Q_0 \quad (3.12)$$

kde ΔQ_1 je odchylka průtoku vstupujícího do dolní nádrže od ustáleného stavu, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$,

$$\Delta Q_2 = Q_2 - Q_0 \quad (3.13)$$

kde ΔQ_2 je odchylka průtoku vystupujícího z dolní nádrže od ustáleného stavu, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

Odchytkový tvar pro horní nádrž je získán dosazením rovnic (3.9), (3.11) a (3.12) do vztahu (3.1) takto

$$\Delta Q = \Delta Q_1 + \rho S \frac{d\Delta h_1}{dt} \quad (3.14)$$

Pro dolní nádrž lze získat odchytkový tvar stejně jako předchozí vztah, akorát budou dosazeny rovnice (3.10), (3.12) a (3.13) do vztahu (3.2)

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_2 + \rho S \frac{d\Delta h_2}{dt} \quad (3.15)$$

Převedením rovnic (3.5) a (3.6) do odchytkového tvaru budou po úpravě získány tyto rovnice

$$\Delta h_1 = \left. \frac{dh_1}{dQ_1} \right|_{Q_0} \Delta Q_1 = \frac{Q_0}{k^2 s^2 \rho^2 g} \Delta Q_1 \quad (3.16)$$

$$\Delta h_2 = \left. \frac{dh_2}{dQ_2} \right|_{Q_0} \Delta Q_2 = \frac{Q_0}{k^2 s^2 \rho^2 g} \Delta Q_2 \quad (3.17)$$

Vyjádřením ΔQ_1 z rovnice (3.16) a dosazením do rovnice (3.14) vznikne tento vztah

$$\Delta Q = \frac{k^2 s^2 \rho^2 g}{Q_0} \Delta h_1 + \rho S \frac{d\Delta h_1}{dt} \quad (3.18)$$

Rovnici (3.18) lze po úpravě vyjádřit

$$\frac{S Q_0}{k^2 s^2 \rho g} \frac{d\Delta h_1}{dt} + \Delta h_1 = \frac{Q_0}{k^2 s^2 \rho^2 g} \Delta Q \quad (3.19)$$

kde $T = \frac{S Q_0}{k^2 s^2 \rho g}$ je časová konstanta nádrže, s,

$$Z_Q = \frac{Q_0}{k^2 s^2 \rho^2 g} = \frac{T}{\rho S} \text{ je zesílení nádrže, } \text{m}\cdot\text{s}\cdot\text{kg}^{-1}.$$

Z rovnice (3.17) je vyjádřeno ΔQ_2 , které je dosazeno do rovnice (3.15)

$$\Delta Q_1 = \frac{k^2 s^2 \rho^2 g}{Q_0} \Delta h_2 + \rho S \frac{d\Delta h_2}{dt} \quad (3.20)$$

Sloučení rovnic (3.16) a (3.20)

$$\frac{k^2 s^2 \rho^2 g}{Q_0} \Delta h_1 = \frac{k^2 s^2 \rho^2 g}{Q_0} \Delta h_2 + \rho S \frac{d\Delta h_2}{dt} \quad (3.21)$$

Upravením rovnice (3.21) vznikne

$$\Delta h_1 = \frac{S Q_0}{k^2 s^2 \rho g} \frac{d\Delta h_2}{dt} + \Delta h_2 \quad (3.22)$$

3.3.2 Linearizace čerpadla

Statická charakteristika čerpadla, vyjádřená ve vztahu (3.7), byla převedena do odchylového tvaru

$$\Delta Q = \left. \frac{dQ}{du} \right|_{u_0} \Delta u \quad (3.23)$$

kde u_0 je počáteční vstupní signál pro výkonovou jednotku, V,
 Δu je odchylka vstupního signálu pro výkonovou jednotku, V.

Derivací předchozího vztahu (3.23) byla získána výsledná rovnice pro charakteristiku čerpadla

$$\Delta Q = ab(u_0 - \tilde{u})^{b-1} \Delta u = Z_u \Delta u \quad (3.24)$$

kde Z_u je zesílení čerpadla, $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$.

3.3.3 Linearizace čidla

Převedení statické charakteristiky čidla ze vztahu (3.8) do odchylového tvaru bylo provedeno takto

$$\Delta y = \left. \frac{dy}{dh_2} \right|_{h_0} \Delta h_2 \quad (3.25)$$

U rovnice (3.25) byla provedena derivace a konečná podoba vztahu pro charakteristiku čidla byla následující

$$\Delta y = c \Delta h_2 \quad (3.26)$$

3.3.4 Stavový model

Stavový model byl získán dosazením do vztahů (3.19) a (3.22)

$$T \frac{d\Delta h_1}{dt} + \Delta h_1 = Z_Q Z_u \Delta u \quad (3.27)$$

$$T \frac{d\Delta h_2}{dt} + \Delta h_2 = \Delta h_1 \quad (3.28)$$

Další úprava předchozích vztahů byla provedena tímto způsobem

$$\frac{d\Delta h_1}{dt} = -\frac{1}{T} \Delta h_1 + \frac{Z_Q Z_u}{T} \Delta u \quad (3.29)$$

$$\frac{d\Delta h_2}{dt} = \frac{1}{T} \Delta h_1 - \frac{1}{T} \Delta h_2 \quad (3.30)$$

Výsledný stavový popis modelu byl vytvořen maticovým zápisem z rovnic (3.29) a (3.30)

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \frac{d\Delta h_1}{dt} \\ \frac{d\Delta h_2}{dt} \end{pmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} -\frac{1}{T} & 0 \\ \frac{1}{T} & -\frac{1}{T} \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{Z_Q Z_u}{T} \\ 0 \end{pmatrix}}_B \underbrace{\Delta u}_u \quad (3.31)$$

$$\underbrace{\Delta y}_y = \underbrace{(0 \quad c)}_c \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{pmatrix}}_x \quad (3.32)$$

3.4 Dohledání neznámých parametrů

Experimentem byly změřeny statické charakteristiky čerpadla, nádrže a čidla tlaku. Nejdříve byla zjištěna hodnota \tilde{u} , která odpovídá napětí, kdy do nádrže začne přitékat kapalina. Postupně bylo nastavováno vstupní napětí u . Při každém nastavení vstupního napětí bylo nutné počkat, až se ustálí hladiny a následně bylo provedeno měření. Byl měřen výstupní objemový průtok Q_2 z dolní nádrže, výstupní napětí čidla tlaku y a výška hladiny h_2 ve spodní nádrži. Koeficienty byly určeny pomocí numerické optimalizační metody. Statické charakteristiky čerpadla, nádrže a čidla tlaku budou uvedeny v dalších kapitolách.

Dále byly nutné hodnoty geometrických rozměrů a fyzikálních konstant, které jsou uvedeny v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1 – Geometrické rozměry a fyzikální konstanty

Veličina	Značení	Hodnota	Jednotka
Průměr nádrže	D_n	0,05	m
Průměr clonky	D_c	0,004	m
Tíhové zrychlení	g	9,81	$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
Hustota vody	ρ	1000	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$

3.4.1 Parametry čerpadla

Pomocí hodnot vstupního napětí u , průtoku Q_2 a parametru \tilde{u} byly vypočítány podle rovnice (3.7) parametry čerpadla a i b , které jsou v tabulce 3.2.

Tabulka 3.2 – Parametry čerpadla

Parametr	Hodnota	Jednotka
a	0,008	$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{V}^{-1}$
b	0,52	–
\tilde{u}	0,8	V

3.4.2 Parametr nádrže

Parametr nádrže k byl vypočítán z hodnot průtoku Q_2 a výšky hladiny h_2 ze vztahu (3.4). Parametr nádrže je uveden v tabulce 3.3.

Tabulka 3.3 – Parametr nádrže

Parametr	Hodnota	Jednotka
k	0,7	–

3.4.3 Parametry tlakového čidla

Parametry c a d , které se nachází v tabulce 3.4, budou vypočítány z rovnice (3.8) pomocí hodnot výšky hladiny h_2 a výstupu tlakového čidla y .

Tabulka 3.4 – Parametry čidla

Parametr	Hodnota	Jednotka
c	32	$V \cdot m^{-1}$
d	0,1	V

3.5 Spojité řízení

Nejprve bylo zvoleno vstupní napětí – bod linearizace a byla dopočítána hodnota ustáleného průtoku Q_0 . K výpočtu hodnot byl použit následující vztah odpovídající rovnici (3.7)

$$Q_0 = a(u_0 - \tilde{u})^b \quad (3.33)$$

Tabulka 3.5 – Bod linearizace

Veličina	Značení	Hodnota	Jednotka
Vstupní napětí	u_0	4	V
Průtok	Q_0	0,0146	$kg \cdot s^{-1}$

Aby bylo možné dopočítat stavový model, je nutné znát hodnotu časové konstanty nádrže T , zesílení nádrže Z_Q , zesílení čerpadla Z_u a parametr čidla c , který nalezneme v tabulce 3.4. Hodnoty veličin jsou uvedeny v tabulce 3.6 a byly vypočítány podle následujících rovnic, které byly získány ze vztahů (3.19 a 3.24)

$$T = \frac{SQ_0}{k^2 s^2 \rho g} \quad (3.34)$$

$$Z_Q = \frac{T}{\rho S} \quad (3.35)$$

$$Z_u = ab(u_0 - \tilde{u})^{b-1} \quad (3.36)$$

Tabulka 3.6 – Výpočty

Veličina	Značení	Hodnota	Jednotka
Časová konstanta nádrže	T	37,9	s
Zesílení nádrže	Z_Q	19,3	$m \cdot s \cdot kg^{-1}$
Zesílení čerpadla	Z_u	0,0024	$kg \cdot s^{-1} \cdot V^{-1}$

Vypočítané hodnoty byly dosazeny do matic stavového modelu (3.31) a (3.32). Matice s konkrétními hodnotami jsou

$$\begin{pmatrix} \frac{d\Delta h_1}{dt} \\ \frac{d\Delta h_2}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0264 & 0 \\ 0,0264 & -0,0264 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,012 \\ 0 \end{pmatrix} \Delta u \quad (3.37)$$

$$\Delta y = \begin{pmatrix} 0 & 32 \\ \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{pmatrix} \quad (3.38)$$

Dále bylo zvoleno vstupní napětí – pracovní bod a byly dopočítány hodnoty ustálených stavů průtoku Q_0 , hladiny h_0 a napětí tlakového čidla y_0 , které nalezneme v tabulce 3.7. Hodnota průtoku Q_0 byla vypočítána podle rovnice (3.33). Hladina h_0 byla odvozena ze vztahu (3.5) a napětí tlakového čidla bylo odvozeno z rovnice (3.8). Odvozené vztahy jsou

$$h_0 = \frac{Q_0^2}{k^2 s^2 \rho^2 2g} \quad (3.39)$$

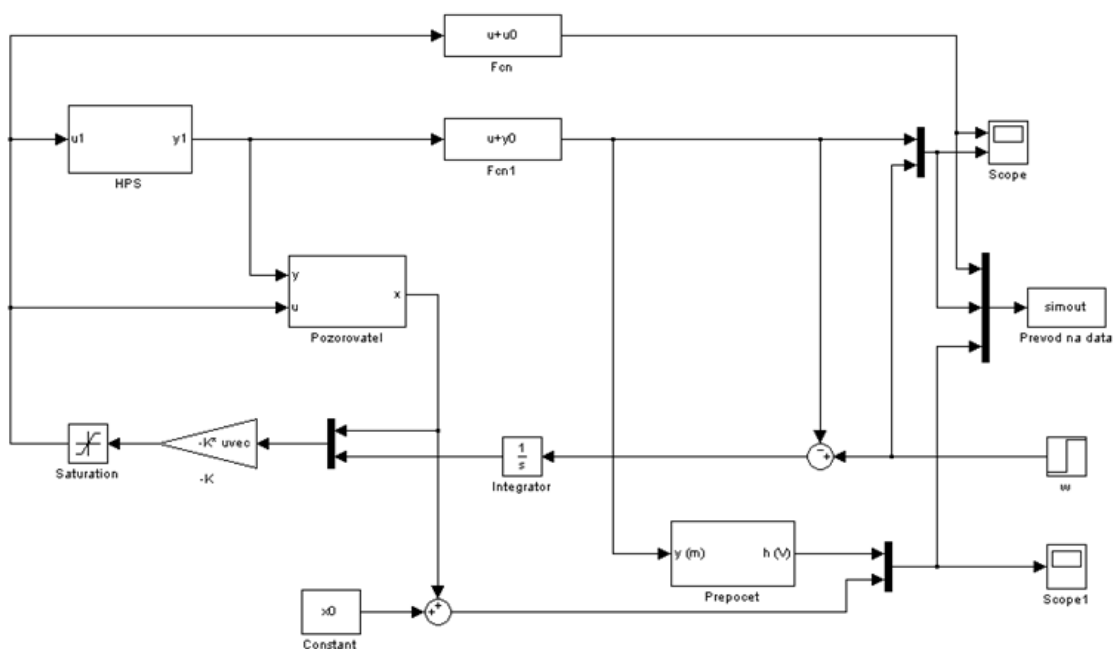
$$y_0 = ch_0 + d \quad (3.40)$$

Tabulka 3.7 – Pracovní bod

Veličina	Značení	Hodnota	Jednotka
Vstupní napětí	u_0	2	V
Průtok	Q_0	0,0088	kg·s ⁻¹
Hladina	h_0	0,051	m
Napětí tlakového čidla	y_0	1,73	V

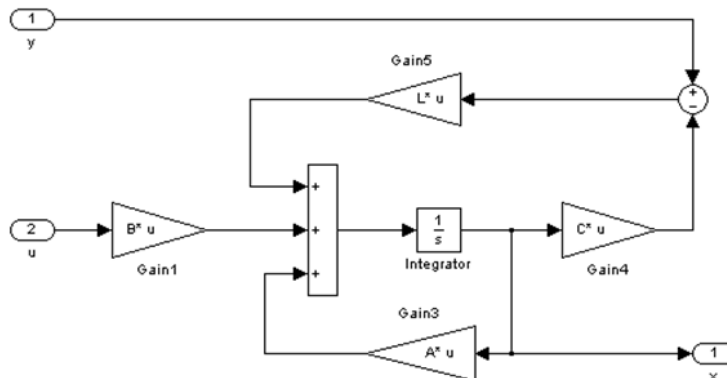
3.5.1 Návrh regulátoru metodou umístění pólů

Blokové schéma spojitého řízení regulátoru, které se nachází na obrázku 3.5, bylo vytvořeno podle obrázku 2.9.



Obrázek 3.5 – Blokové schéma spojitého řízení regulátoru

Na obrázku 3.6 je možné vidět blokové schéma pozorovatele. Dále bylo nutné zvolit póly pozorovatele, které jsou zapsány v tabulce 3.8. Vztah (3.41) obsahuje vypočítané prvky matice pozorovatele L .



Obrázek 3.6 – Blokové schéma pozorovatele

Tabulka 3.8 – Póly pozorovatele

Značení	Hodnota
p_1	-0,2
p_2	-1

Vypočítané prvky matice pozorovatele L jsou následující

$$L = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,0359 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

Návrh regulátoru byl proveden zvolením pólů uzavřeného obvodu podle rovnice (2.34). Jsou uvažovány dvě varianty s různou rychlostí regulačního pochodu. V tabulce 3.9 jsou uvedeny póly pro první variantu a tabulka 3.10 obsahuje póly pro druhou variantu. Vztahy (3.42) a (3.43) obsahují vypočítané prvky matice stavového regulátoru K pro jednotlivé varianty.

Tabulka 3.9 – Póly uzavřeného obvodu – první varianta

Značení	Hodnota
s_1	-0,0667
s_2	-0,1
s_3	-0,1

Vypočítané prvky matice stavového regulátoru K pro první variantu vypadají takto

$$K = (176 \quad 531 \quad -0,651) \quad (3.42)$$

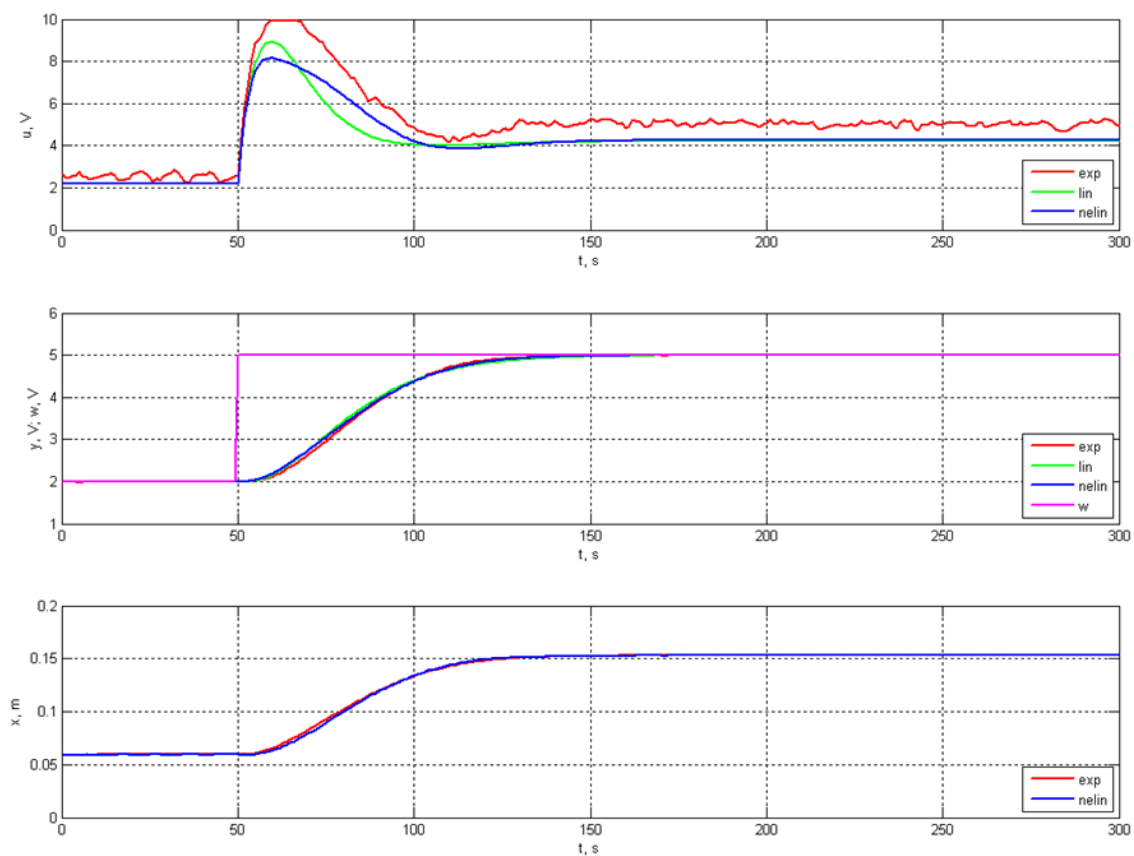
Tabulka 3.10 – Póly uzavřeného obvodu – druhá varianta

Značení	Hodnota
s_1	-0,05
s_2	-0,1
s_3	-0,1

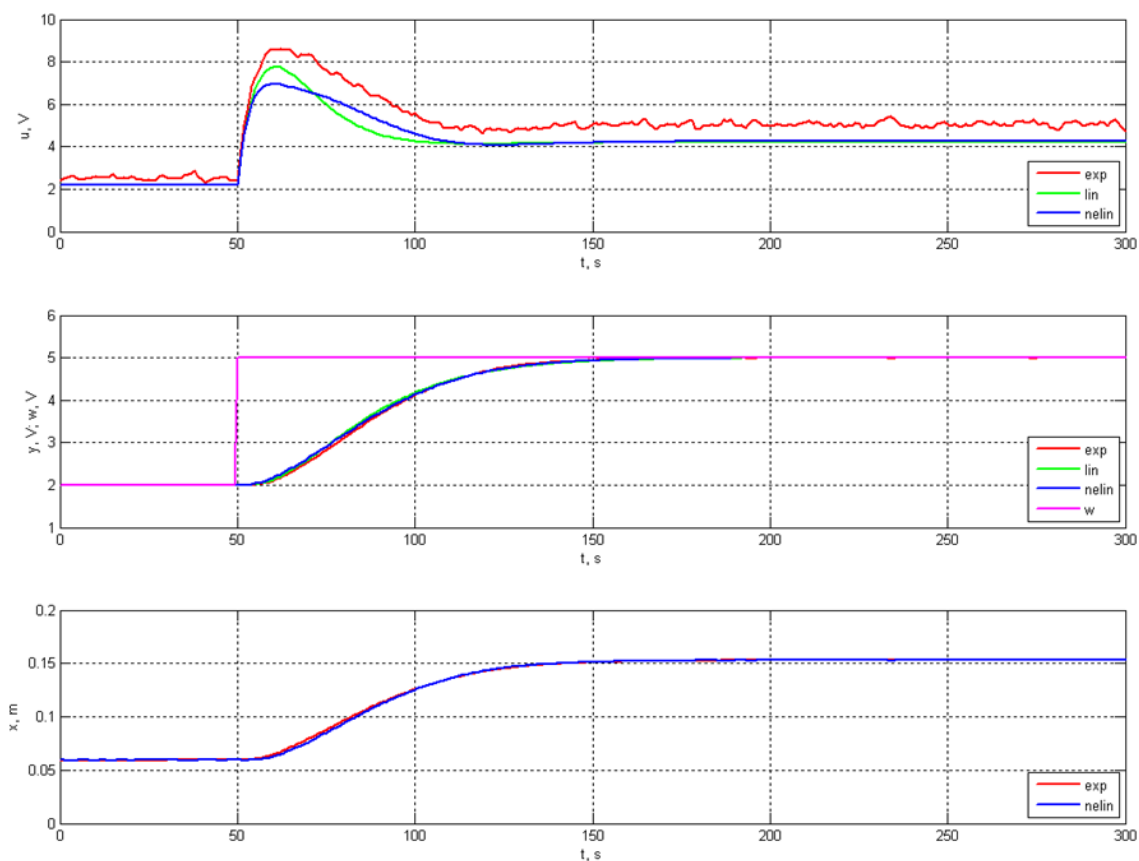
Vypočítané prvky matice stavového regulátoru K pro druhou variantu vypadají následovně

$$K = (163 \quad 441 \quad -0,488) \quad (3.43)$$

Po sestavení simulačního schématu a vypočítání všech potřebných parametrů byla provedena simulace regulačních pochodů a naměřeny reálné experimenty (obrázky 3.7 a 3.8). Horní grafy zobrazují průběhy akční veličiny reálného experimentu, lineární a nelineární soustavy. Prostřední grafy představují žádanou hodnotu a regulované veličiny reálného experimentu, lineární a nelineární soustavy. Žádaná hodnota se změnila v čase 50 s z 2 V na 5 V. Spodní grafy zobrazují výšku hladiny dolní nádrže reálného experimentu a nelineární soustavy. U reálného experimentu byla výška dolní hladiny měřená – byla přepočítána z informace čidla tlaku, zatímco u simulace nelineární soustavy byla výška dolní hladiny odhadována.



Obrázek 3.7 – Regulační pochody spojitého řízení – první varianta



Obrázek 3.8 – Regulační pochody spojitého řízení – druhá varianta

Průběhy reálných experimentů a simulací jsou velmi podobné. Zesílení lineárního a nelineárního modelu je prakticky totožné. Nelinearita spočívá v dynamice – je patrný rozdíl průběhů akčních veličin nelineárního a linearizovaného modelu, který se ovšem prakticky neprojeví na výstupu soustavy. Nelineární model má nepatrně větší zesílení než reálná soustava. Z pohledu dynamiky jsou průběhy akčních veličin velmi podobné a stejně tak i výstup soustavy. To vypovídá o velmi dobré kvalitě modelu. Rozdíl mezi první a druhou variantou byl v době regulace – jedna časová konstanta referenčního modelu byla zvětšena z hodnoty 15 s na 20 s. V prvním případě byla doba regulace přibližně 71 s a ve druhém případě byla doba regulace přibližně 85 s. Hodnoty doby regulace pro jednotlivé experimenty a simulace jsou uvedeny v tabulkách 3.11 a 3.12.

Tabulka 3.11 – Doba regulace – první varianta

Doba regulace	Značení	Hodnota	Jednotka
Reálný experiment	exp	68	s
Lineární soustava	lin	75	s
Nelineární soustava	nelin	71	s

Tabulka 3.12 – Doba regulace – druhá varianta

Doba regulace	Značení	Hodnota	Jednotka
Reálný experiment	exp	83	s
Lineární soustava	lin	87	s
Nelineární soustava	nelin	85	s

3.6 Číslicové řízení

Postup je stejný, jako u spojitého řízení, akorát je potřeba dopočítat diskrétní stavový model. Také bylo nejdříve zvoleno vstupní napětí – bod linearizace a vypočítána hodnota ustáleného průtoku Q_0 (tabulka 3.5).

Další dopočítané hodnoty, které jsou zobrazeny v tabulce 3.6, byly časová konstanta nádrže T , zesílení nádrže Z_Q , zesílení čerpadla Z_u a parametr čidla c . Z těchto hodnot vznikl spojitý stavový model, který vyjadřují vztahy (3.37) a (3.38).

Po zvolení vstupního napětí – pracovního bodu byly dopočítány hodnoty ustálených stavů průtoku Q_0 , hladiny h_0 a napětí tlakového čidla y_0 , které jsou k nalezení v tabulce 3.7.

Nakonec byly ze spojitého stavového modelu dopočítány matice \mathbf{M} , \mathbf{N} , \mathbf{C} a \mathbf{D} pro diskrétní stavový model s intervalem vzorkování $T_s = 1$ s. Diskrétní stavový model vypadá takto

$$\begin{pmatrix} \frac{d\Delta h_1}{dt} \\ \frac{d\Delta h_2}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9740 & 0 \\ 0,0257 & 0,9740 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,0012 \\ 0 \end{pmatrix} \Delta u \quad (3.44)$$

$$\Delta y = \begin{pmatrix} 0 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

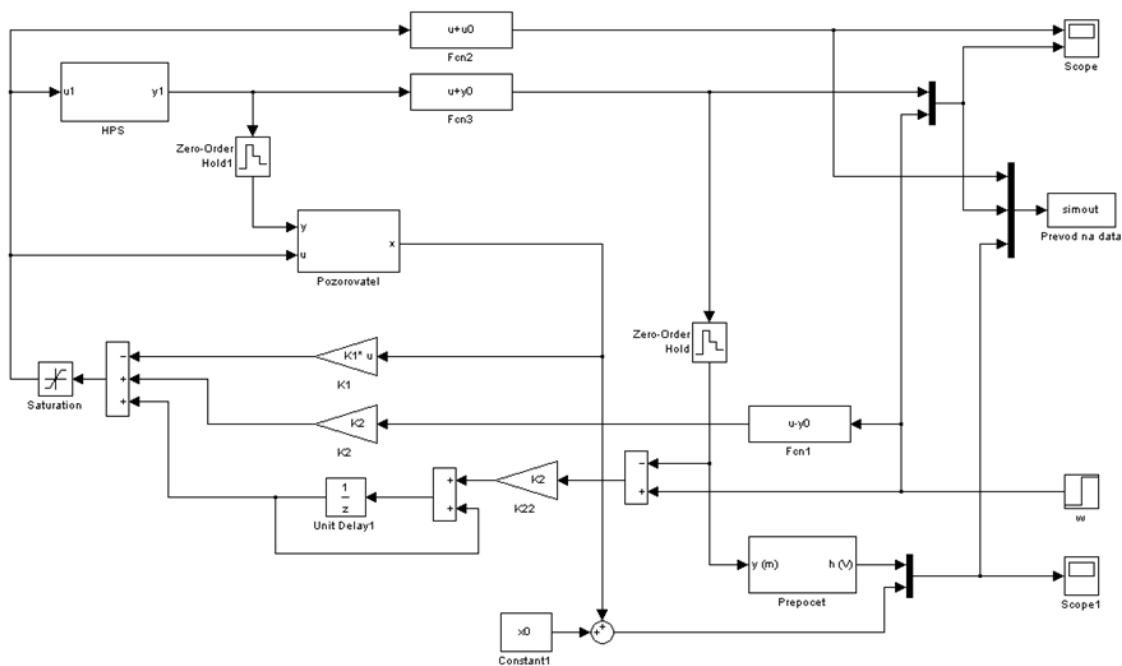
Pro další reálné experimenty a simulační průběhy bylo nutné vypočítat matice \mathbf{M} , \mathbf{N} , \mathbf{C} a \mathbf{D} s intervalem vzorkování $T_s = 5$ s a výsledný model vypadá následovně

$$\begin{pmatrix} \frac{d\Delta h_1}{dt} \\ \frac{d\Delta h_2}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8764 & 0 \\ 0,1156 & 0,8764 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,0057 \\ 0,0004 \end{pmatrix} \Delta u \quad (3.46)$$

$$\Delta y = \begin{pmatrix} 0 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

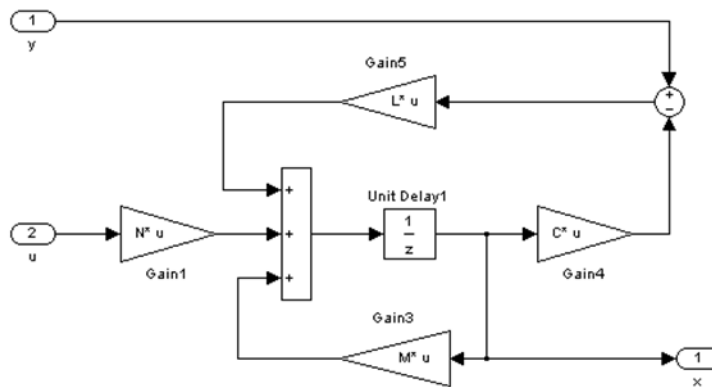
3.6.1 Návrh regulátoru metodou umístění pólů

Blokové schéma diskrétního řízení regulátoru bylo navrženo podle obrázku 2.9. Spojité části obvodu bylo nutné nahradit diskrétními.



Obrázek 3.9 – Blokové schéma diskrétního řízení regulátoru

Blokového schéma pozorovatele pro diskrétní řízení je na obrázku 3.10. Tabulka 3.13 obsahuje zvolené póly pozorovatele. Vypočítané prvky matice pozorovatele L pro $T_s = 1$ s jsou zapsány ve vztahu (3.48) a pro $T_s = 5$ s ve vztahu (3.49).



Obrázek 3.10 – Blokové schéma pozorovatele

Tabulka 3.13 – Póly pozorovatele

Značení	Hodnota
p_1	0,8
p_2	0,8

Vypočítané prvky matice pozorovatele L pro $T_s = 1$ s jsou

$$L = \begin{pmatrix} 0,0368 \\ 0,0109 \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

Vypočítané prvky matice pozorovatele L pro $T_s = 5$ s jsou

$$L = \begin{pmatrix} 0,0016 \\ 0,0048 \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

Podle rovnice (2.48) byl navržen regulátor metodou zadání pólů uzavřeného obvodu. Zvolené póly pro obě periody vzorkování jsou uvedeny v tabulkách 3.14 a 3.15. Vypočítané prvky matice stavového regulátoru K_1 a zesílení K_2 pro periodu vzorkování $T_s = 1$ s jsou zapsány ve vztazích (3.50 a 3.51) a pro periodu vzorkování $T_s = 5$ s jsou zapsány ve vztazích (3.52 a 3.53).

Tabulka 3.14 – Póly uzavřeného obvodu pro $T_s = 1$ s

Značení	Hodnota
z_1	0,95
z_2	0,95

Vypočítané prvky matice stavového regulátoru K_1 a zesílení K_2 pro periodu vzorkování $T_s = 1$ s jsou

$$K_1 = (845 \quad 2382) \quad (3.50)$$

$$K_2 = 2,51 \quad (3.51)$$

Tabulka 3.15 – Póly uzavřeného obvodu pro $T_s = 5$ s

Značení	Hodnota
z_1	0,75
z_2	0,75

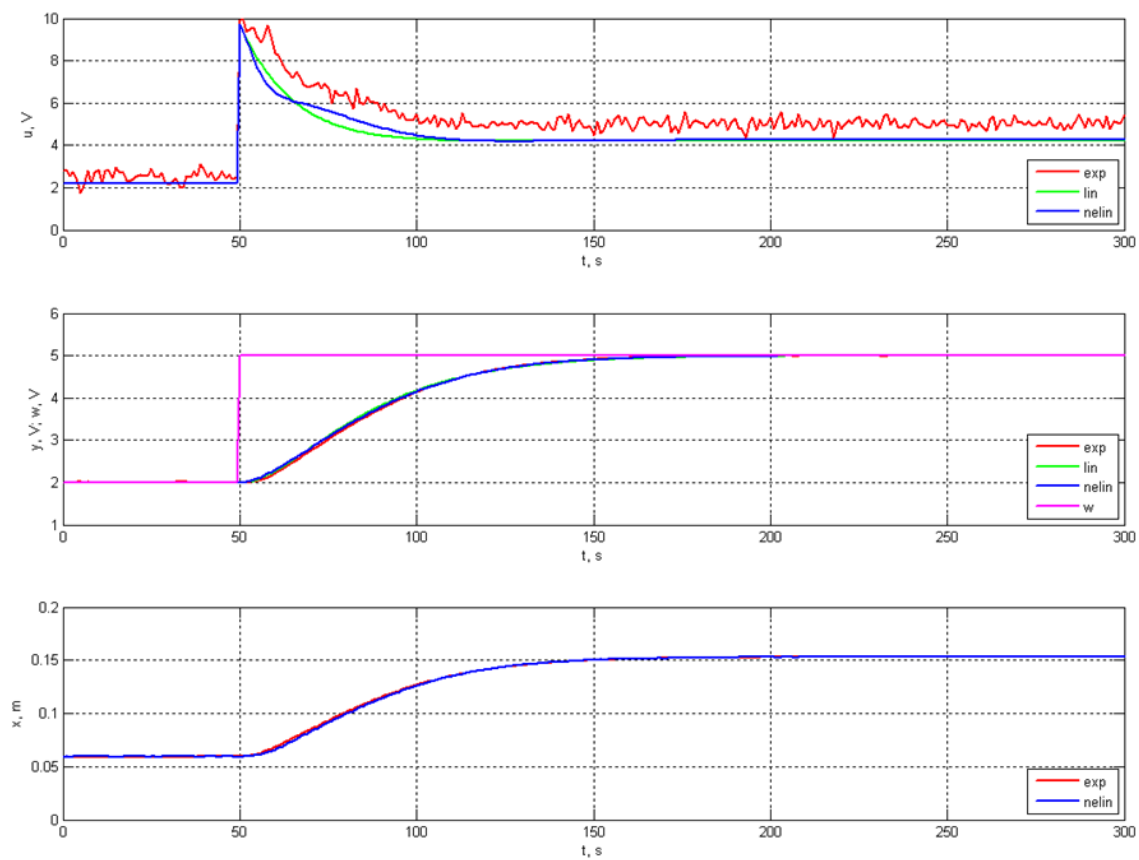
Vypočítané prvky matice stavového regulátoru K_1 a zesílení K_2 pro periodu vzorkování $T_s = 5$ s jsou

$$K_1 = (185 \quad 548) \quad (3.52)$$

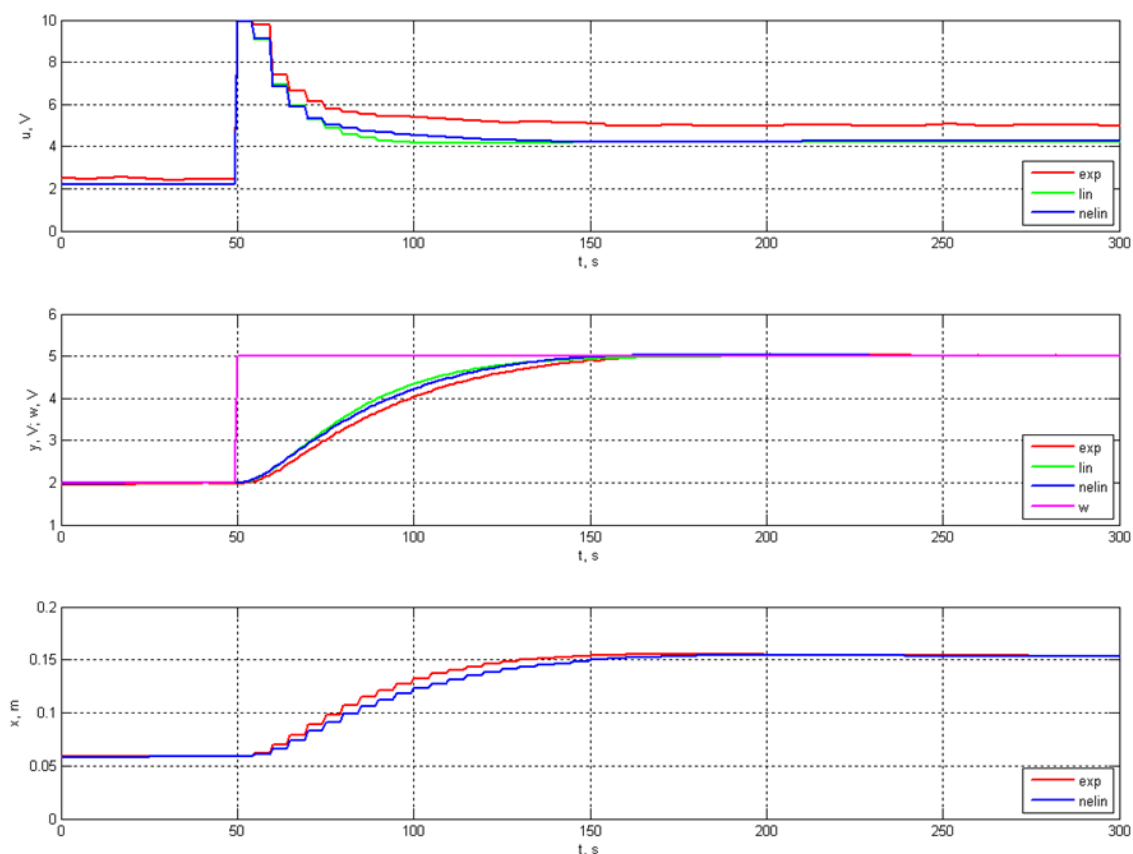
$$K_2 = 2,78 \quad (3.53)$$

Nejdříve bylo sestaveno simulační schéma a vypočítány všechny potřebné parametry. Poté byla provedena simulace regulačních pochodů a naměřeny reálné experimenty (obrázky 3.11 a 3.12). Stejně jako ve spojitě části, tak i zde zobrazují horní grafy průběhy akční veličiny reálného experimentu, lineární a nelineární soustavy. Prostřední grafy představují žádanou hodnotu a regulované veličiny reálného experimentu, lineární a nelineární soustavy. Žádaná hodnota se změnila v čase 50 s z 2 V na 5 V. Spodní grafy zobrazují výšku hladiny dolní nádrže reálného experimentu a nelineární soustavy.

U reálného experimentu byla výška dolní hladiny měřená – přepočítaná z informace čidla tlaku, zatímco u simulace nelineární soustavy byla výška dolní hladiny odhadována.



Obrázek 3.11 – Regulační pochody diskrétního řízení metodou zadání pólů pro $T_s = 1$ s



Obrázek 3.12 – Regulační pochody diskrétního řízení metodou zadání pólů pro $T_s = 5$ s

Stejně jako u spojitého řízení, tak i zde jsou průběhy reálných experimentů a simulací velmi podobné. Zesílení lineárního a nelineárního modelu se příliš neliší. Určitý rozdíl je v dynamice pochodu, který se ovšem příliš neprojeví na výstupu soustavy. Pro nižší periodu vzorkování měl regulátor větší zesílení a průběh akční veličiny je ovlivněn šumem měření a následně odhadovaného stavu. Reálná soustava má nepatrně menší zesílení než nelineární model. Dynamika průběhu akčních veličin je velmi podobná a výstup soustavy je také velmi podobný. Z toho je patrné, že model je velmi kvalitní. Rozdíl mezi oběma regulačními pochody byl v době regulace – bylo změněno umístění obou pólů regulátoru z 0,95 na 0,75 a také byla změněna perioda vzorkování z 1 s na 5 s. Doba regulace se v prvním případě pohybovala okolo 91 s. Ve druhém případě byla doba regulace pro simulační experimenty 83 s a pro reálný experiment byla doba regulace 97 s. Jednotlivé hodnoty doby regulace pro simulační a reálné experimenty jsou v tabulkách 3.16 a 3.17.

Tabulka 3.16 – Doba regulace pro periodu vzorkování $T_s = 1$ s

Doba regulace	Značení	Hodnota	Jednotka
Reálný experiment	exp	91	s
Lineární soustava	lin	93	s
Nelineární soustava	nelin	91	s

Tabulka 3.17 – Doba regulace pro periodu vzorkování $T_s = 5$ s

Doba regulace	Značení	Hodnota	Jednotka
Reálný experiment	exp	97	s
Lineární soustava	lin	83	s
Nelineární soustava	nelin	83	s

3.6.2 Návrh regulátoru podle kvadratického kritéria

Pro návrh regulátoru podle kvadratického kritéria bylo použito stejné blokové schéma jako pro návrh regulátoru metodou zadání pólů (obrázek 3.9).

Použit byl i stejný pozorovatel (obrázek 3.10). Zvolené póly pozorovatele jsou zapsány v tabulce 3.13. Dále zde budou použity vztahy (3.48 a 3.49) představující vypočítané prvky matice pozorovatele L pro jednotlivé periody vzorkování.

Při návrhu stavového regulátoru podle kvadratického kritéria bylo použito rozšířené kvadratické kritérium podle rovnice (2.60). Voleny byly pozitivně definitní matice váhových koeficientů Q a R , které jsou zapsány v tabulkách 3.18 a 3.19. C je matice stavového modelu soustavy – hodnota penalizace $C^T 7C$ zajistí penalizaci výstupní veličiny rovnou 7. Vypočítané prvky matice stavového regulátoru K_1 a zesílení K_2 pro periodu vzorkování $T_s = 1$ s jsou zapsány ve vztazích (3.54 a 3.55) a pro periodu vzorkování $T_s = 5$ s jsou zapsány ve vztazích (3.56 a 3.57).

Tabulka 3.18 – Zvolené hodnoty koeficientů Q a R pro $T_s = 1$ s

Značení	Hodnota
Q	$C^T 7C$
R	1

Vypočítané prvky matice stavového regulátoru K_1 a zesílení K_2 pro periodu vzorkování $T_s = 1$ s vypadají následovně

$$K_1 = (837 \quad 1843) \quad (3.54)$$

$$K_2 = 2,69 \quad (3.55)$$

Tabulka 3.19 – Zvolené hodnoty koeficientů Q a R pro $T_s = 5$ s

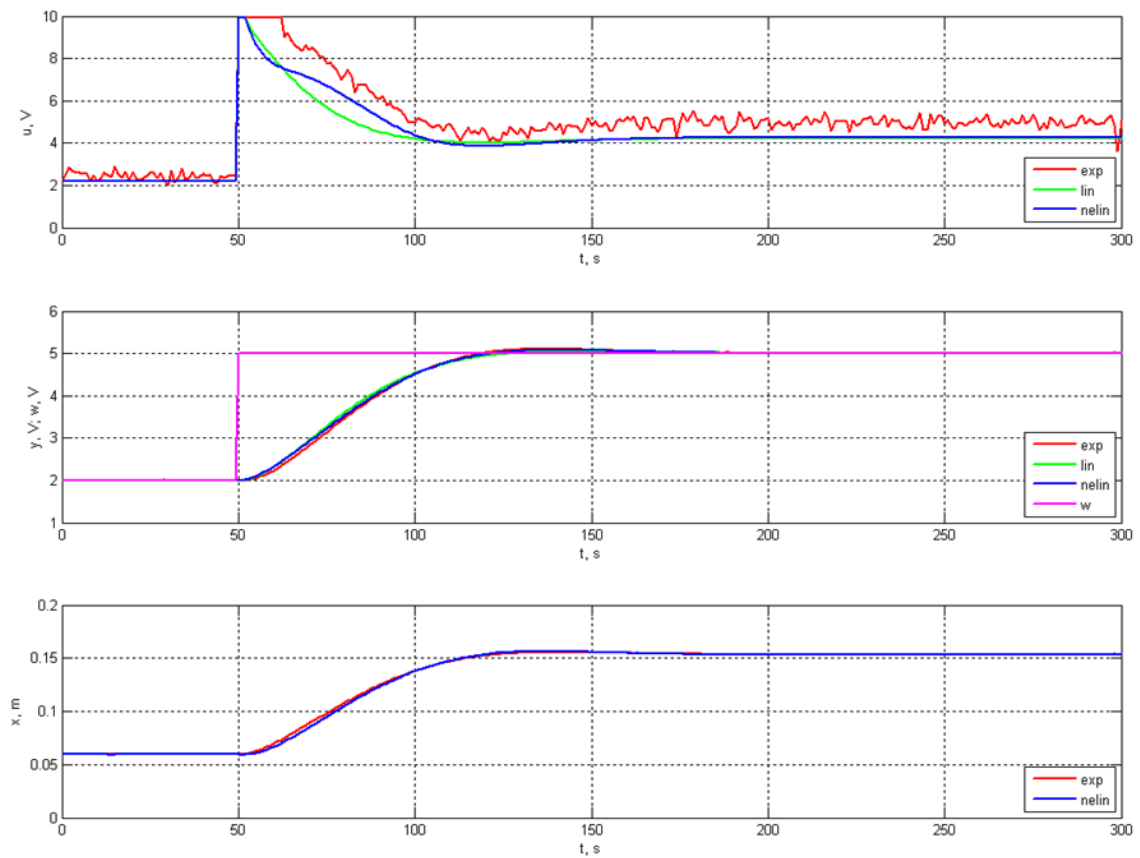
Značení	Hodnota
Q	$C^T 7C$
R	1

Vypočítané prvky matice stavového regulátoru K_1 a zesílení K_2 pro periodu vzorkování $T_s = 5$ s vypadají takto

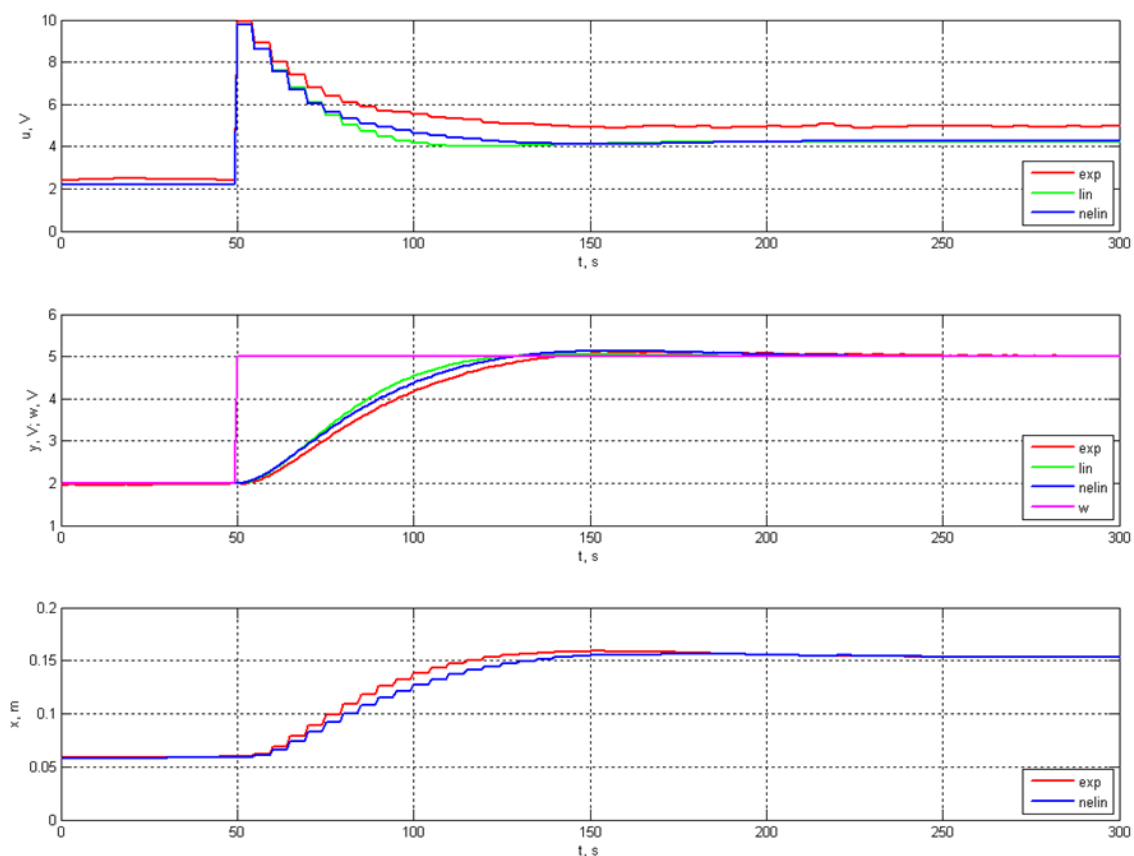
$$K_1 = (176 \quad 408) \quad (3.56)$$

$$K_2 = 2,53 \quad (3.57)$$

Nejdříve bylo potřeba sestavit simulační schéma a vypočítat všechny potřebné parametry. Pak bylo možné provést simulaci regulačních pochodů a naměřit reálné experimenty (obrázky 3.13 a 3.14). Opět je zde stejné rozložení grafů jako v předchozích případech. Horní grafy zobrazují průběhy akční veličiny reálného experimentu, lineární a nelineární soustavy. Prostřední grafy představují žádanou hodnotu a regulovanou veličinu reálného experimentu, lineární a nelineární soustavy. Žádaná hodnota se změnila v čase 50 s z 2 V na 5 V. Spodní grafy zobrazují výšku hladiny dolní nádrže reálného experimentu a nelineární soustavy. U reálného experimentu byla výška dolní hladiny měřená – přepočítaná z informace čidla tlaku, zatímco u simulace nelineární soustavy byla výška dolní hladiny odhadována.



Obrázek 3.13 – Regulační pochody diskrétního řízení podle kvadratického kritéria pro $T_s = 1$ s



Obrázek 3.14 – Regulační pochody diskrétního řízení podle kvadratického kritéria pro $T_s = 5$ s

Také zde je hodnocení průběhů hodně podobné jako u spojitého řízení. Opět jsou průběhy reálných experimentů a simulací velice podobné. Zesílení lineárního a nelineárního modelu je téměř stejné. Pro periodu vzorkování $T_s = 1$ s je rozdíl jednotlivých průběhů akčních veličin, ale na výstupu soustavy se to prakticky neprojeví. Průběhy akčních veličin pro periodu vzorkování $T_s = 5$ s jsou prakticky totožné. Nelineární model má opět o něco větší zesílení než reálná soustava. Průběhy akčních veličin nelineárního modelu a reálné soustavy jsou z pohledu dynamiky velice podobné. Podobný je i výstup soustavy, proto lze opět konstatovat, že model je velmi kvalitní. Doba regulace se při periodě vzorkování $T_s = 1$ s pohybuje okolo 62 s. Při periodě vzorkování $T_s = 5$ s je doba regulace pro jednotlivé průběhy poněkud rozdílná. V tabulkách 3.20 a 3.21 jsou uvedeny hodnoty doby regulace pro simulace a reálné experimenty.

Tabulka 3.20 – Doba regulace pro periodu vzorkování $T_s = 1$ s

Doba regulace	Značení	Hodnota	Jednotka
Reálný experiment	exp	61	s
Lineární soustava	lin	63	s
Nelineární soustava	nelin	62	s

Tabulka 3.21 – Doba regulace pro periodu vzorkování $T_s = 5$ s

Doba regulace	Značení	Hodnota	Jednotka
Reálný experiment	exp	78	s
Lineární soustava	lin	63	s
Nelineární soustava	nelin	69	s

4 Závěr

Cílem této diplomové práce bylo vytvořit a aplikovat stavový regulátor na reálné zařízení, což byla v tomto případě hydraulicko-pneumatická laboratorní soustava. Nejprve bylo nutné sestavit fyzikální model řízeného systému a dohledat neznámé parametry. Dále bylo navrženo několik stavových regulátorů pro řízení výšky hladiny dolní nádrže levé sekce soustavy. Protože je stavový vektor sestaven z výšek hladin v obou nádržích a výška hladiny v horní nádrži není měřená, bylo nutné použít stavového pozorovatele. Ve spojité oblasti byl navržen stavový regulátor metodou umístění pólů a v diskrétní oblasti kromě umístění pólů byl také navržen regulátor vycházející z kvadratického kritéria. Všechny varianty stavových regulátorů mají integrační charakter a jsou navrženy tak, aby nezanechávaly trvalou regulační odchylku.

Průběhy simulací lineární a nelineární soustavy jsou velice podobné. Podle toho lze usoudit, že nelinearita soustavy není významná a pro zvolenou skokovou změnu žádané hodnoty se příliš neprojeví. Dobu regulace lze ovlivnit nastavením pólů regulátoru nebo penalizačními maticemi kvadratického kritéria.

Určitou nevýhodou aplikace stavových regulátorů na reálné zařízení je nutnost mít k dispozici model řízené soustavy – musíme sestavit a identifikovat model. Naopak za výhody lze považovat obecnost metody (stejný postup platí pro jednorozměrné i vícerozměrné soustavy). Struktura regulátoru odpovídá složitosti modelu – je možné umístit všechny póly uzavřeného regulačního obvodu. Tvarem kritérií a volbou penalizačních matic je možné dosahovat specifických požadavků.

Průběhy simulovaných a reálných regulačních pochodů jsou velmi podobné. To svědčí o výborné kvalitě modelu – uživatel může na simulacích odladit návrh regulátoru, nastavit jeho parametry a výsledný regulační pochod bude prakticky totožný. Tím se velmi zkrátí doba potřebná k nasazení regulátoru a eliminují se případné problémy, které by bylo nutné v reálu řešit. Výsledky budou použity při výuce předmětů automatizace a dalšími studenty v jejich diplomových pracích. Skripty MATLABu a simulační schémata Simulinku jsou na přiloženém CD.

Literatura

- [1] MODRLÁK, O. Základy analýzy a syntézy ve stavovém prostoru: studijní materiály. Liberec, 2004. 82 s.
- [2] BALÁTĚ, J. Automatické řízení. Praha : Nakladatelství BEN – technická literatura Praha, 2003. 664 s. 80–7300–020–2.
- [3] Řízení technologických procesů. [Online]. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Fakulta aplikované informatiky. [Citace: 2. 3 2013.] Dostupné na: <http://rtp.webzdarma.cz/model1.php>.
- [4] DOSTÁL, P. a MATUŠŮ, R. Stavová a algebraická teorie řízení. Zlín : Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, 2010. 91 s. ISBN 978–80–7318–991–4.
- [5] ŠTĚCHA, J. a HAVLENA, V. Teorie dynamických systémů: studijní materiály. Praha, 2005. 254 s.
- [6] MACHÁČEK, J., HONC, D. a DUŠEK, F. Výukový laboratorní model hydraulicko-pneumatické soustavy. [Online]. Pardubice: Univerzita Pardubice. Fakulta elektrotechniky a informatiky. [Citace: 15. 3 2013.] Dostupné na: http://www.odbornecasopisy.cz/index.php?id_document=30630.