

UNIVERZITA PARDUBICE

FAKULTA FILOZOFICKÁ
DOPLŇUJÍCÍ PEDAGOGICKÉ STUDIUM

ZÁVĚREČNÁ PRÁCE

2024

Ing. Jana Stejskalová

Univerzita Pardubice
Fakulta filozofická
Doplňující pedagogické studium

Návrh učebního textu Mnohočleny
do předmětu matematika na základní škole

Závěrečná práce

Termín odevzdání práce: 15.6.2024

Vedoucí práce: PhDr. Mgr. Ilona Ďatko, Ph.D.

Podpis vedoucího

Prohlašuji, že jsem se seznámil(a) se zásadami pro vypracování závěrečné písemné práce v rámci DPS.

v Pardubicích dne: 27.9.2023

Podpis studující(ho):

Prohlašuji:

Práci s názvem Návrh učebního textu Mnohočleny do předmětu matematika na základní škole jsem vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 15. 6. 2024

Jana Stejskalová

Poděkování

Ráda bych na tomto místě poděkovala PhDr. Mgr. Iloně Ďatko, Ph.D., za vedení, odborné rady a připomínky, které mi poskytla při zpracování této závěrečné práce. A také celé mojí rodině za podporu během celého studia.

ANOTACE

Cílem závěrečné práce Doplňkového pedagogického studia Univerzity Pardubice s názvem „Návrh učebního textu Mnohočleny do předmětu matematika na základní škole“ je vytvoření učebního textu pro učivo matematiky osmého ročníku týkající se základních operací s mnohočleny. Kapitola učebního textu je jednou z okruhů v souladu s platným rámcovým vzdělávacím programem. Navrhovaný učební text je zaměřen na vysvětlení základních pojmů mnohočlen, základní operace s mnohočleny a použití algebraických vzorců. V práci jsou prezentovány aktivity zaměřené na spolupráci žáků ve skupině.

Práce je rozdělena na teoretickou a praktickou část a vlastní didaktický rozbor navrženého didaktického textu.

KLÍČOVÁ SLOVA: Didaktika, Matematika pro základní školy, Učební text, Mnohočleny, Algebraické vzorce, Skupinová práce

TITTLE

Proposal of Didactic Text for Mathematics of the 2nd Grade of Primary School

ANNOTATION

The aim of the final thesis of the Supplementary Pedagogical Study of the University of Pardubice entitled "Proposal of Didactic Text of Multinomials in the subject mathematics for the 2nd Grade of Primary School" is to create a didactic text for the eighth grade in mathematics curriculum concerning basic operations with multinomials. The chapter of the didactic text is one of the headings in accordance with the current framework education program. The proposed teaching text is aimed at explaining of the basic term of multinomial, basic operations with multinomials and the use of algebraic formulas. The work presents activities aimed at students' cooperation in a group.

The work is divided into the theoretical and the practical part and the actual didactic analysis of the proposed didactic text.

KEYWORDS

Didactic Text, Mathematics for Primary Schools, Learning Materials, Multinomials, Algebraic Formulas, Cooperation in Group

OBSAH

SEZNAM ILUSTRACÍ A TABULEK.....	10
SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK	12
ÚVOD.....	13
1 TEORETICKÝ ZÁKLAD.....	16
1.1 Pedagogika.....	16
1.2 Obecná didaktika	17
1.3 Speciální didaktiky	18
1.3.1 Oborová didaktika.....	18
1.3.2 Didaktika odborných předmětů	19
1.3.3 Školní didaktika	20
2. UČEBNICE A UČEBNÍ TEXT	22
2.1 Učebnice	22
2.1.1 Struktura a funkce učebnic	22
2.1.2 Požadavky na tvorbu učebnice	24
2.1.3 Důležitost učebnice ve vzdělávacím procesu	25
2.2 Učební text.....	26
2.2.1 Klíčové vlastnosti učebního textu.....	26
3. PRAKTICKÁ ČÁST – TÉMA UČEBNÍHO TEXTU: MNOHOČLENY.....	28
3.1 Charakteristika školy, pro kterou je text určen.....	28
3.2 Výuka matematiky.....	28
3.3 Učební text: Úvod do výrazů	29
3.3.1 Číselné výrazy.....	29
3.3.2 Výrazy s proměnnou.....	30
3.4 Mnohočleny	31
3.4.1 Sčítání a odčítání mnohočlenů.....	34
3.4.2 Násobení mnohočlenů.....	40
3.4.3 Dělení mnohočlenu	46
3.4.4 Rozklad mnohočlenu na součin	49
4. DIDAKTICKÝ ROZBOR TEXTU	57
ZÁVĚR	59

POUŽITÁ LITERATURA	61
INTERNETOVÉ ZDROJE.....	63

SEZNAM ILUSTRACÍ A TABULEK

Obrázek 1 Příklad číselného výrazu	30
Obrázek 2 Pořadí početních operací	30
Obrázek 3 Výpočet hodnoty číselného výrazu	30
Obrázek 4 Pořadí početních operací při použití různých druhů závorek.....	30
Obrázek 5 Výraz s proměnnou	31
Obrázek 6 Výpočet hodnoty výrazu s proměnnou.....	31
Obrázek 7 Příklady jednočlenů	32
Obrázek 8 Příklady koeficientů u jednočlenů.....	32
Obrázek 9 Zápis jednočlenu pomocí mocnin	32
Obrázek 10 Příklad mnohočlenu.....	32
Obrázek 11 Odstranění závorek u záporných koeficientů	33
Obrázek 12 Příklady mnohočlenů.....	33
Obrázek 13 Určování mnohočlenů	33
Obrázek 14 Příklad sčítání mnohočlenů	34
Obrázek 15 Opačný jednočlen	35
Obrázek 16 Příklad opačného mnohočlenu	35
Obrázek 17 Odstranění závorek.....	36
Obrázek 18 Rozdělení žáků do náhodných skupin (zdroj: https://www.flippity.net/RandomNamePicker.htm).....	37
Obrázek 19 Skupinová práce Sčítání a odčítání mnohočlenů – bez závorek (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20605).....	38
Obrázek 20 Skupinová práce Sčítání a odčítání mnohočlenů – bez závorek – řešení (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20605).....	38
Obrázek 21 Skupinová práce Sčítání a odčítání mnohočlenů se závorkami (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20605).....	39
Obrázek 22 Skupinová práce Sčítání a odčítání mnohočlenů se závorkami – řešení (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20605).....	39
Obrázek 23 Příklad násobení jednočlenů.....	40
Obrázek 24 Pravidlo při násobení mocnin se stejným základem	40
Obrázek 25 Násobení mnohočlenu jednočlenem.....	41
Obrázek 26 Skupinová práce Násobení jednočlenů (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20621).....	42
Obrázek 27 Skupinová práce Násobení jednočlenů – řešení (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20621).....	42
Obrázek 28 Násobení mnohočlenu mnohočlenem	43
Obrázek 29 Skupinová práce Násobení mnohočlenu mnohočlenem (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20621).....	45
Obrázek 30 Skupinová práce Násobení mnohočlenu mnohočlenem – řešení (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20621).....	45
Obrázek 31 Pravidlo pro dělení mocnin se stejným základem.....	46
Obrázek 32 Dělení mnohočlenu jednočlenem	46
Obrázek 33 Skupinová práce Dělení mnohočlenu jednočlenem – jednodušší verze (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20770).....	47
Obrázek 34 Skupinová práce Dělení mnohočlenu jednočlenem, jednodušší verze, řešení (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20770).....	47

Obrázek 35 Skupinová práce Dělení mnohočlenu jednočlenem, těžší verze (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20770).....	48
Obrázek 36 Skupinová práce Dělení mnohočlenu jednočlenem, těžší verze, řešení (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/20770).....	48
Obrázek 37 Příklady rozkladu na součin vytýkáním před závorku	49
Obrázek 38 Příklad vytýkání závorky	50
Obrázek 39 Příklad postupného vytýkání před závorku	51
Obrázek 40 Příklad zjednodušení výpočtu pomocí vzorce $(A + B)^2$	52
Obrázek 41 Příklad zjednodušení výpočtu pomocí vzorce $(A - B)(A + B)$	52
Obrázek 42 Skupinová práce Rozklad mnohočlenu na součin pomocí algebraických vzorců (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/34995)	55
Obrázek 43 Skupinová práce Rozklad mnohočlenu na součin pomocí algebraických vzorců- řešení (zdroj: https://www.ucitelnice.cz/produkt/34995)	55
Obrázek 44 Rozklad mnohočlenu na součin pomocí algebraických vzorců	56
Obrázek 45 Sebehodnocení	56

SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

RVP = Rámcový vzdělávací program

ŠVP = Školní vzdělávací program

MŠMT = Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

ÚVOD

Matematika je nedílnou součástí mnoha každodenních situací. Například při nakupování. Musíme si umět spočítat cenu všech položek, které jsme si vybrali, abychom věděli, kolik budeme platit celkem. Pokud je nějaké zboží ve slevě nebo máme slevový kupón, měli bychom si umět vypočítat, kolik ušetříme a jak to ovlivní celkovou cenu nákupu. Často se také setkáváme s různými velikostmi balení produktů. Pomocí matematiky si můžeme porovnat, jaká je například cena za kilogram nebo cena za litr a rozhodnout se, která varianta zboží je pro nás výhodnější. Pokud nakupujeme v zahraničí, musíme si umět přepočítat ceny do naší měny a tak porovnat výhodnost. A samozřejmě nám vědomosti z matematiky pomáhají rozpočítat naše finanční výdaje tak, abychom se vešli do našeho finančního rozpočtu.

Matematika hraje také důležitou roli při cestování. Při naplánování výletu musíme umět například vypočítat, jak daleko je cílové místo, a jak dlouho nám tato cesta zabere času. To zahrnuje výpočet rychlosti, přestávek a případných zpoždění. Musíme umět spočítat náklady na dopravu, ubytování, stravování a další výdaje spojené s cestou. Pokud pak cestujeme do zahraničí, musíme přepočítat ceny z domácí měny do místní měny.

Umět matematiku se také vyplatí i v kuchyni. Například přesné měření ingrediencí je klíčové pro dosažení správné chuti. A pokud potřebujeme přizpůsobit recept na počet lidí, matematické dovednosti nám i zde hodně pomohou. Například pokud vaříme pro větší skupinu lidí nebo potřebujeme snížit množství porcí, můžeme upravit množství ingrediencí podle potřebného poměru.

Ti, kdo rádi sportují se také bez matematiky neobejdou. Matematické metody jsou používány ve sportu k analýze statistických dat, například výpočet průměru, mediánu, rozptylu a dalších ukazatelů. Matematika je také používána k výpočtům, jako je síla, rychlost, zrychlení a energie, což pomáhá sportovcům a trenérům optimalizovat jejich výkon.

Nejen sport, ale také mnoho jiných aktivit jako je například malování, fotografie, hudba nebo šití, může zahrnovat matematické koncepty při návrhu, měření a plánování různých projektů. Hraní deskových her, karetních her nebo videoher také často zahrnují matematické úvahy a různé strategie. Stejně tak i kdejaký domácí kutil se při stavebních pracích nebo zařizování domu neobejde bez dovedností, které jsou úzce spojeny s matematikou, a to například správné měření nebo odhad celkových nákladů.

Finanční plánování také zahrnuje mnoho matematických úkolů a principů. Matematika je klíčová při vytváření rozpočtu. Musíme správně vypočítat naše příjmy a odhadnout naše výdaje na různé položky, jako jsou nájem, potraviny, účty nebo zábava. Matematické dovednosti nám

umožňují přesně sledovat, kam každá koruna míří, a plánovat své finance efektivně. Matematika nám umožňuje vypočítat, kolik peněz chceme spořit každý měsíc, abychom dosáhli svých cílů spoření, jako je třeba fond na nouzové případy, dovolená nebo penze. Díky matematickým vzorcům můžeme také vypočítat, kolik nám bude peněz k dispozici v budoucnosti na základě našich současných úspor a výnosů. Při správě účtu nebo úvěru jsou úroky klíčovou součástí rozhodování. Matematika nám pomáhá porozumět, jak jsou úroky spočítány, a jak se mění v závislosti na různých faktorech, jako jsou úrokové sazby a doba trvání úvěru. To nám umožňuje efektivně plánovat splátky a minimalizovat náklady spojené s úvěrem.

Matematika je jako klíč, který odemyká dveře k pochopení světa kolem nás a dosažení našich cílů. Její síla spočívá v tom, že nám umožňuje rozklíčovat složité problémy, modelovat situace a předpovídat události. Díky matematice získáváme nejen cenné poznatky, ale také schopnosti, které nám pomáhají úspěšně se orientovat v moderní společnosti.

Pokud se žáků zeptáme na nejoblíbenější předmět ve škole, velice malé množství odpoví, že je to právě matematika. Pro některé žáky je tento předmět jakýsi „strašák“. Děti se mohou cítit frustrované a vystrašené, když se jim nedaří plně porozumět matematickým postupům, což může vést ke snížení sebevědomí a pocitu neúspěchu. Negativní zkušenosti z minulosti, jako jsou neúspěšné testy nebo kritika od učitelů nebo spolužáků, mohou vést právě k vytvoření strachu z matematiky. Děti se mohou obávat selhání nebo zesměšňování, což může vést k úzkosti při řešení matematických úloh. Nedostatečná podpora nebo motivace ze strany učitelů nebo rodiny, a dokonce i negativní zkušenosti z minulosti, mohou vést k vytvoření strachu z matematiky.

Je důležité tyto obavy brát vážně a nabídnout dětem podporu a povzbuzení. Pochopení ze strany učitelů, podpora rodiny a nabídka prostředků k posílení důvěry v matematické schopnosti mohou dětem pomoci překonat tento strach a rozvinout pozitivní vztah k matematice.

Také je důležité, aby se výuka matematiky zaměřovala na praktické aplikace a příklady, které dětem umožní vidět význam a užitečnost matematických dovedností v reálném světě. Skupinové práce dětí v matematice mohou posílit učení, rozvoj dovedností, které jsou klíčové nejen v matematice, ale i v celém životě, vybudovat důvěru a pozitivní přístup k matematice a pomoci tak dětem překonat jejich obavy a objevit radost a úspěch ve světě čísel a vzorců.

Cílem mé závěrečné práce doplňkového pedagogického studia je zpracovat vybranou kapitulu učebního textu pro předmět matematika, který se vyučuje na druhém stupni základních škol. Základním impulzem pro návrh a tvorbu této práce byla jednoduchá otázka, jak co nejsrozumitelněji vysvětlit význam mnohočlenů, jeho důležitost spolu se základními

matematickými operacemi. Zároveň je nezbytný určitý stupeň procvičování, který je velmi užitečný pro všechny žáky při osvojování potřebných dovedností. Toto osvojování by mělo být však zábavnou formou, kdy se žáci danou látku naučí, aniž by „je to bolelo“.

Zpracovávaný text má přinést dvojí užitek. Interně - pomůže mi osobně vytvořit detailní myšlenkovou mapu, jak tento specifický celek uchopit, zpracovat a efektivně vyučovat své žáky. Externě - umožní sdílet získané a ověřené poznatky s kolegy, kteří se mohou ocitnout v podobné situaci, jakou jsem zažívala na začátku své pedagogické praxe, kdy nedostatek kvalitních a detailně zpracovaných zdrojových textů vedl k mnoha stresovým situacím.

Práce je strukturována do čtyř hlavních částí. V první části se zaměřuji na vysvětlení základních pojmů v oblasti pedagogiky a didaktiky. Druhá část se teoreticky zabývá školními učebnicemi, analyzuje jejich účel, požadavky na jejich tvorbu a kritéria pro výběr vhodných materiálů pro výuku. Součástí této části je i krátký rozbor ideálního vzhledu učebního textu. Následuje praktická část, kde se zaměřuji na tvorbu konkrétního učebního textu zabývajícího se mnohočleny, doplněného o řadu příkladů zaměřených k procvičení dané látky. Zvláštní důraz je kladen na skupinovou práci, kdy se žáci učí spolupracovat v týmu. Dochází tak nejen ke zlepšení učení, ale i komunikačních dovedností, zvýšení sebedůvěry a celkově k posílení schopnosti efektivně spolupracovat s ostatními, což je důležitá dovednost v mnoha profesních oblastech. Práce ve skupině tak žáky připravuje na budoucí pracovní prostředí, kde budou často spolupracovat a komunikovat s kolegy. Tato část závěrečné práce je pak následně doplněna didaktickou analýzou učebního materiálu.

1 TEORETICKÝ ZÁKLAD

V této části závěrečné práce bych ráda objasnila definice pojmu pedagogika, zaměřila se na obecnou didaktiku a speciální didaktiku a prozkoumala jejich další členění.

1.1 Pedagogika

Slovo pedagogika pochází z antického Řecka, kde označovalo otroka zvaného *paidagógos*, jehož úkolem bylo pečovat o syna svého pána, doprovázet ho na cvičení a do školy. Později tento termín přešel do latiny jako *paedagogus*, ale jeho význam se změnil na učitele a vychovatele, nejen na otroka-průvodce. Už ve starověku tak vznikla specifická profese pedagoga, tedy učitele se zvláštní kvalifikací. Z latiny se výraz *paedagogus* rozšířil do většiny indoevropských i dalších jazyků, kde se objevily jeho různé podoby, například v češtině pedagog, pedagogika a pedagogický (Průcha, 2017).

Pedagogika je jednou ze společenskovedních disciplín. Zabývá se výchovou, vzděláváním, učením, obsahem učiva, výukou, školskými systémy. Jejím úkolem je zkoumat procesy, metody a prostředky, kterými se zajišťuje rozvoj jedince v kontextu jeho kulturního a sociálního prostředí. Pedagogika se tedy soustředí na teoretické a praktické otázky týkající se výuky a výchovy (Šafránková, 2011).

Čeští teoretici chápou pedagogiku jako multidisciplinární oblast, která zahrnuje nejen tradiční aspekty výuky a výchovy, ale také nová témata jako inkluzivní vzdělávání, digitální pedagogiku a celoživotní učení. Moderní přístupy zdůrazňují význam reflexe a kritického myšlení, integraci technologií do vzdělávacího procesu a potřebu adaptace vzdělávacích systémů na rychle se měnící společnost.

Pedagogika se vyznačuje těmito základními **charakteristikami**:

1. Teoreticko-praktická disciplína: Spojuje teoretické poznatky s praktickými aplikacemi.
2. Multidisciplinární: Čerpá z různých oborů jako psychologie, sociologie, filozofie, a další.
3. Dynamická: Neustále se vyvíjí v reakci na společenské a technologické změny.
4. Normativní a deskriptivní: Stanovuje normy a pravidla pro výchovu, ale také popisuje a analyzuje reálné vzdělávací procesy.

Předmětem pedagogiky je výchova, vzdělávání a celkový rozvoj jedince. Pedagogika zkoumá, jak optimálně podporovat a řídit rozvoj osobnosti, přičemž se zaměřuje na:

- Procesy učení a vyučování

- Metody a formy vzdělávání
- Výchovné a vzdělávací prostředí
- Vzdělávací systémy a instituce

Účel a poslání pedagogiky spočívá v optimalizaci vzdělávacího procesu, aby každý jedinec mohl dosáhnout svého potenciálu. Pedagogika usiluje o zajištění kvalitního vzdělání pro všechny, usiluje o inkluzivní a spravedlivé vzdělávací možnosti. Zdůrazňuje význam neustálého vzdělávání a adaptace na nové výzvy. Poskytuje nástroje pro rozvoj důležitých dovedností, kritického myšlení a kompetencí. Pedagogika podporuje sociální a emocionální rozvoj, uvědomuje si význam celkového rozvoje osobnosti, nejen akademického výkonu.

Pedagogiku lze strukturovat do několika **oblastí**, které zahrnují:

- Obecná pedagogika – teoretické základy výchovy a vzdělávání
- Didaktika – teorie vyučování a vzdělávání
- Školní pedagogika – zkoumání školního prostředí a jeho vlivu na vzdělávání
- Speciální pedagogika – vzdělávání jedinců se speciálními vzdělávacími potřebami
- Sociální pedagogika – vztahy mezi vzděláváním a společností
- Andragogika – vzdělávání dospělých
- Pedagogická psychologie – psychologické aspekty vzdělávání a výchovy

Pedagogika tak hraje klíčovou roli v utváření jedince a společnosti, přičemž se zaměřuje na to, aby vzdělávací procesy byly co nejefektivnější, spravedlivé a přizpůsobené potřebám každého jednotlivce (Šafránková, 2011).

1.2 Obecná didaktika

Definice didaktiky se mění v závislosti na době a koncepci výuky. Přesto ze všech těchto definic vyplývá, že vzdělávací proces, učitel a žák zůstávají stále v centru pozornosti.

Slovo didaktika je řeckého původu, odvozeno ze slov *didaktikos* (poučující), *didasko* (učím), *didaskein* (učit, vyučovat, poučovat, jasně vykládat, dokazovat) (Zormanová, 2014).

Prvním velkým didaktikem byl Jan Amos Komenský, který tuto vědu definoval jako umění vyučovat, hledat a nalézt způsob, podle kterého by vyučující učili méně, ale ti, kdo se učí, se naučili více.

V odborné literatuře existuje mnoho různých definic obecné didaktiky. Skalková definuje obecnou didaktiku jako teorii vzdělávání a vyučování, která se soustředí zejména na problematiku obsahu a na proces, při kterém si žáci tento obsah osvojují, tedy na výuku a učení (Skalková, 2007).

Pedagogika se během staletí zaměřila na formulaci základních pravidel, která mají zajistit efektivnost výuky. Tyto pravidla a principy jsou didaktické zásady, které učitelé používají při plánování a realizaci vyučovacího procesu, aby bylo vzdělávání efektivní a účinné. Tyto zásady pomáhají vytvářet strukturu a směr vyučování a zajišťují, že jsou naplněny vzdělávací cíle. Mezi základní **didaktické zásady** podle Kalhousa patří:

- zásada komplexního rozvoje osobnosti žáka – jaké možnosti dává učivo pro rozvoj osobnosti žáka v jeho třech základních strukturách, tj. v oblasti kognitivní, afektivní a psychomotorické
- zásada vědeckosti – umění učitele různými výukovými metodami předávat vědecké informace, umění rozvíjet myšlení žáků, naučit je vyhledávat, zpracovat a využívat tyto informace
- zásada individuálního přístupu k žákům - respektování individuálních rozdílů mezi žáky (zdravotní stav, úroveň myšlení, chápání, řeč, zájmy, charakterové vlastnosti, postoj k učení, domácí prostředí) a přizpůsobení výuky jejich potřebám a schopnostem
- zásada spojení teorie s praxí - aplikace teoretických znalostí v praktických situacích, aby žáci viděli relevanci učiva v reálném životě
- zásada uvědomělosti a aktivity - podpora aktivního zapojení žáků do procesu učení a jejich samostatného myšlení
- zásada názornosti - používání vizuálních pomůcek, demonstrací a praktických ukázek, které usnadňují porozumění a zapamatování učiva
- zásada soustavnosti a přiměřenosti - přizpůsobení obsahu a metod výuky věkovým a individuálním zvláštnostem žáků, logické uspořádání učiva a postupné budování znalostí a dovedností (Kalhous, 2022).

Obecná didaktika je tedy komplexní disciplína, která se zabývá všemi aspekty výuky a učení, od teoretických základů až po praktické aplikace ve třídě.

1.3 Speciální didaktiky

Pod termínem speciální didaktiky si můžeme představit souhrn různých specifických didaktik, které jsou představeny níže.

1.3.1 Oborová didaktika

Oborová didaktika, někdy také nazývaná předmětová didaktika, je specializovaná oblast didaktiky, která se zaměřuje na výuku konkrétního předmětu nebo skupiny příbuzných

předmětů. Na rozdíl od obecné didaktiky, která se zabývá univerzálními principy a metodami výuky, oborová didaktika se soustředí na specifické pedagogické postupy, které jsou nejvhodnější pro daný obor.

Mezi hlavní **charakteristiky** oborové didaktiky patří:

- specifická – zaměřuje se na specifika jednotlivých oborů a hledá nejvhodnější metody a formy výuky pro daný předmět
- obsahová náplň – řeší problematiku obsahu výuky, jaké konkrétní znalosti a dovednosti by měli žáci v daném oboru získat
- metody a formy výuky – zkoumá a doporučuje specifické vyučovací metody a formy, které jsou nejefektivnější pro daný předmět
- využití pomůcek a technologií – analyzuje a doporučuje vhodné didaktické pomůcky, materiály a technologie specifické pro daný obor
- hodnocení a evaluace - vyvíjí a doporučuje metody hodnocení a testování, které jsou přizpůsobeny specifickým daného předmětu.

Mezi oborové didaktiky například patří didaktika matematiky, didaktika přírodních věd (zahrnuje předměty jako fyzika, chemie, biologie), didaktika jazyků, didaktika společenských věd (obsahuje předměty jako dějepis, občanská výuka, geografie).

Oborová didaktika je klíčová pro efektivní a kvalitní výuku, protože bere v úvahu specifika jednotlivých předmětů a umožňuje učitelům přizpůsobit své vyučovací strategie konkrétním požadavkům a potřebám žáků v daném oboru. Tento přístup zvyšuje efektivitu učení a pomáhá žákům lépe porozumět a osvojit si znalosti a dovednosti specifické pro daný předmět.

1.3.2 Didaktika odborných předmětů

Didaktika odborných předmětů je specifická oblast didaktiky, která se zaměřuje na výuku odborných a profesně orientovaných předmětů. Tato oblast zahrnuje metodiku, obsah a pedagogické postupy, které jsou přizpůsobeny specifickým potřebám odborného vzdělávání.

Mezi didaktiky odborných předmětů například patří:

- didaktika technických předmětů – výuka předmětů jako je strojírenství, elektrotechnika, stavebnictví
- didaktika zdravotnických oborů – předměty jako ošetrovatelství, medicína
- didaktika ekonomických předmětů – předměty jako účetnictví, marketing, management
- didaktika uměleckých předmětů – předměty jako hudba, výtvarná výchova, dramatická výchova.

Didaktika odborných předmětů klade velký důraz na propojení teoretického vzdělávání s praxí, často prostřednictvím stáží, odborných praxí nebo projektové výuky. Obsah výuky je pečlivě vybírán a uspořádán tak, aby reflektoval aktuální potřeby pracovního trhu a připravoval žáky na konkrétní profesní činnosti.

Cíle výuky v rámci didaktiky odborných předmětů jsou specifické a zaměřené na dosažení profesních kompetencí. Metody výuky jsou často interaktivní a prakticky orientované, jako jsou projektová výuka, problémové učení či simulace reálných situací. Hodnocení a evaluace žáků v této oblasti zahrnují nejen teoretické znalosti, ale i praktické dovednosti a schopnosti aplikovat naučené poznatky v praxi. Využívá specifické didaktické pomůcky a nástroje, které odpovídají požadavkům daného oboru, jako jsou laboratorní zařízení, technické vybavení či specializovaný software.

Didaktika odborných předmětů je zásadní pro přípravu žáků na konkrétní profesní dráhu. Tento typ didaktiky podporuje efektivní a relevantní vzdělávání, které odpovídá potřebám pracovního trhu a profesní přípravy.

1.3.3 Školní didaktika

Školní didaktika je oblast didaktiky, která se zaměřuje na proces vyučování a učení ve školním prostředí. Jejím cílem je optimalizace vyučovacího procesu a vytvoření efektivních výukových strategií, které podporují vzdělávání žáků v rámci školního systému. Školní didaktika se zabývá jak teoretickými aspekty výuky, tak praktickými aplikacemi ve třídě.

Zahrnuje teoretické koncepty a principy, které usměrňují proces výuky a učení ve školním prostředí. Tento rámec pomáhá učitelům plánovat a realizovat výuku efektivně a cíleně.

Zaměřuje se na tvorbu učebních plánů, přípravu výukových materiálů a stanovení vzdělávacích cílů. Důležitým aspektem je také přizpůsobení výuky věkovým a individuálním zvláštnostem žáků.

Školní didaktika zkoumá a doporučuje různé výukové metody a formy, jako jsou výklad, diskuse, projektová výuka, skupinová práce, experimentální výuka a další. Cílem je najít nejefektivnější způsoby, jak předat učivo a podpořit aktivní zapojení žáků.

Analyzuje, jak mohou moderní technologie (např. počítače, interaktivní tabule, e-learningové platformy) obohatit a zefektivnit výukový proces.

Zabývá se metodami hodnocení žáků, které zahrnují jak formativní, tak sumativní hodnocení. Důležitou součástí je poskytování zpětné vazby, která podporuje další učení a rozvoj žáků.

Zahrnuje aspekty fyzického a psychologického prostředí, které ovlivňují učení. Patří sem uspořádání třídy, atmosféra ve třídě a interakce mezi učitelem a žáky.

Školní didaktika je klíčová pro zajištění kvalitního vzdělávacího procesu. Pomáhá učitelům efektivně předávat znalosti, dovednosti a hodnoty, které jsou nezbytné pro rozvoj žáků. Díky školní didaktice mohou být vzdělávací programy lépe strukturované, učební metody efektivnější a vzdělávání jako celek kvalitnější a přizpůsobený potřebám současné společnosti.

2. UČEBNICE A UČEBNÍ TEXT

V této části závěrečné práce bych chtěla nastínit význam učebnic, k čemu slouží, jaká by měla být kritéria při jejich tvorbě a následném výběru ze strany pedagogů, kteří s nimi budou ve školách pracovat.

2.1 Učebnice

Těžko bychom našli člověka, který by ve svém životě nikdy nepoužil učebnici. Učebnice patří mezi nejstarší výtvořky lidské kultury a byly využívány už dávno před vynálezem knihtisku. Masové rozšíření školních učebnic nastalo postupně po vynálezu knihtisku Johannem Gutenbergem v 15. století. Jedním z průkopníků teorie a tvorby moderních školních učebnic byl Jan Amos Komenský.

Učebnice jsou klíčovými pedagogickými nástroji, které učitelé i žáci denně využívají, a zároveň patří mezi nejvýznamnější materiálně-didaktické pomůcky ve školním prostředí. V odborné literatuře se nachází mnoho definic tohoto pojmu, které se často shodují a podobně popisují význam učebnic. Například v Pedagogickém slovníku je význam učebnice definován takto: „*Učebnice je druh knižní publikace, která je uzpůsobena k didaktické komunikaci svým obsahem a strukturou a přizpůsobená specifickým potřebám žáků podle typu školy, určitého vyučovacího předmětu a ročníku. Má řadu typů, z nichž nejvíce používaná je školní učebnice. Školní učebnice je jednak prvkem kurikula, tedy prezentuje výsek plánovaného obsahu, a jednak je to didaktický prostředek, tedy slouží žákům a učitelům jako informační zdroj pro žáky, řídí a stimuluje učení žáků.*“ (Průcha, Walterová, Mareš, 2008, s. 323).

2.1.1 Struktura a funkce učebnic

Z funkčního hlediska rozlišujeme učebnice:

- učebnice jako kutikulární projekt - učebnice vymezují obsah vzdělávání podle představ vzdělávací politiky dané země a určují, jaké informace mají být žákům prezentovány. Jsou tedy ovlivněny ideologickými a politickými principy jednotlivých států.
- učebnice jako zdroj obsahu vzdělávání pro žáky – učebnice je komplexní zdroj vzdělávacího obsahu, který podporuje žáky ve všech aspektech jejich vzdělávacího procesu, od získávání znalostí a dovedností, přes procvičování a upevňování učiva, až po přípravu na zkoušky a rozvoj samostatnosti
- učebnice jako didaktický prostředek pro učitele – učebnice je klíčový nástroj pro efektivní plánování a realizaci výuky (Průcha, 2017).

Školní učebnice plní podle Průchy tři základní funkce:

- 1) prezentace učiva – učebnice poskytují strukturované, jasné a srozumitelné informace, podporují vizualizaci a praktické uplatnění znalostí, zahrnují různorodé didaktické prvky a nabízejí podporu pro samostatné i vedené učení. A to verbální, obrazovou či kombinovanou formou. Tyto prvky společně zajišťují, že žáci mají přístup k důkladně zpracovanému a efektivnímu vzdělávacímu materiálu.
- 2) Řízení učení a vyučování – učebnice slouží jako prostředek, který ovlivňuje jak proces učení žáka, tak také způsob, jakým učitel vyučuje.
- 3) Funkce organizační (orientační) – učebnice poskytuje uživateli pokyny o tom, jak ji efektivně využívat (Průcha, 2017).

Můžeme se také setkat s dalším rozdělením funkcí učebnice, a to:

- Vzdělávací funkce: Učebnice poskytují strukturované informace a znalosti potřebné k osvojení konkrétního předmětu. Obsahují texty, diagramy, obrázky, tabulky a další prvky, které usnadňují pochopení učiva.
- Metodická funkce: Učebnice nabízejí metodické pokyny a postupy, jak učivo efektivně prezentovat a procvičovat. Učitelé je využívají jako návod pro plánování a realizaci výuky.
- Motivační funkce: Dobře navržené učebnice obsahují prvky, které žáky motivují k učení, jako jsou zajímavé úkoly, otázky k zamyšlení a interaktivní aktivity.
- Organizační funkce: Učebnice pomáhají organizovat výuku, uspořádávají obsah do logických celků a témat, což usnadňuje učitelům i žákům sledování postupu výuky.
- Kontrolní funkce: Učebnice obsahují cvičení, testy a otázky, které umožňují ověřit pochopení a zvládnutí učiva. Učitelé i žáci mohou pomocí těchto nástrojů monitorovat pokrok a identifikovat oblasti, které je třeba dále procvičit.
- Socializační funkce: Učebnice představují standardizovaný obsah, který pomáhá sjednotit vzdělávání mezi různými školami a třídami, což přispívá k socializaci žáků v rámci vzdělávacího systému.
- Kultivační funkce: Učebnice přispívají k rozvoji kulturního povědomí a hodnot, seznamují žáky s literaturou, historií, vědou a dalšími oblastmi lidského poznání a kulturního dědictví (Zormanová, 2014).

Strukturální složkou školní učebnice je definovaný soubor prvků, které úzce spolupracují s ostatními částmi učebnice, tvoří s nimi harmonický celek a mají jasně stanovenou formu a funkce, které realizují prostřednictvím vlastních prostředků. Obecně se učebnice skládá z

textové a mimotextové části, každá s vlastními specifickými komponenty. Analytické zkoumání struktury a funkcí učebnic má dvojí účel – jednak přispívá k teoretickému rozvoji konceptu učebnice a současně poskytuje základ pro praktické studium učebnic, což má význam jak v akademickém, tak v aplikovaném kontextu.

V učebnici identifikujeme sedm typů textových komponentů, z nichž každý má svůj účel a funkci:

- 1) Motivační text - uvádí učivo a vysvětluje důvody pro jeho zahrnutí, zaujímá žáka a navazuje na předchozí témata.
- 2) Výkladový text - předává informace, fakta, teorie a historický vývoj poznatků, normy, hodnoty a postoje.
- 3) Regulační text - aktivuje žáka k četbě a cvičení poskytováním instrukcí a pokynů.
- 4) Ukázky a příklady - obsahují ilustrativní materiály, které ilustrují dané koncepty nebo principy.
- 5) Cvičení - vede žáka k opakování činností pro získání dovedností a návyků.
- 6) Otázky - podněcují žáka k aktivnímu myšlení a reakci, podobně jako cvičení.
- 7) Zpětná vazba - poskytuje informace o postupu učení, správnost výsledků a řešení cvičení (Průcha, 2017).

2.1.2 Požadavky na tvorbu učebnice

Při vytváření učebnic je klíčové dbát na několik základních kritérií, která podporují účinné a efektivní vzdělávání žáků:

- 1) Požadavky na obsah: je důležitá vědecká podloženost, shoda s učebními plány, praktická použitelnost a vhodnost pro psychický rozvoj žáků.
- 2) Požadavky na didaktickou výstavbu: zajištění srozumitelnosti obsahu, logického uspořádání informací, jasného strukturování učiva, vizuální podporu a umožnění samostatného studia s možností kontroly.
- 3) Požadavky na jazykovou kulturu: dodržování správného jazyka, používání živého a srozumitelného stylu přizpůsobeného žákům a volba slovní zásoby odpovídající jejich jazykovým schopnostem.
- 4) Požadavky na technickou, estetickou a hygienickou stránku: učebnice motivuje k učení, usnadňuje studium, proto je důležitý její estetický a praktický vzhled, včetně formátu, kvality papíru, tisku a obalu, kvalitních ilustrací, různorodých písem a přehledného grafického uspořádání stránek a kapitol (Zormanová, 2014).

Na českém knižním trhu je vydávání učebnic komerční záležitostí, přičemž existuje mnoho nakladatelství specializujících se na tuto oblast. Mezi ně patří například SPN, Fraus, Fortuna, Prométheus, SPL-Práce, Nová škola a další. Aby mohly být učebnice podpořeny státní dotací a zapůjčeny žákům, musí být certifikovány státem. Tento certifikát je zárukou kvality zpracování, shody s RVP a podpory osvojení klíčových kompetencí a dosažení stanovených vzdělávacích cílů. Nově vydané učebnice, které získaly tuto certifikaci (často na období 6 let), jsou zařazeny do oficiálního seznamu učebnic, který je dvakrát ročně zveřejňován ve Věstníku a na webových stránkách MŠMT (Sikorová, 2007).

2.1.3 Důležitost učebnice ve vzdělávacím procesu

I přes rostoucí integraci moderních technologií do vzdělávání, jako jsou například elektronické učebnice, používání tabletů, mobilních telefonů, interaktivních tabulí, počítačů ve výuce, zůstávají stále tradiční učebnice nepostradatelným nástrojem ve vzdělávacím procesu.

Proč tomu tak je? Učebnice poskytují dobře organizovaný a systematický obsah, který pomáhá žákům i učitelům sledovat pokrok ve výuce. Tradiční učebnice jsou často schvalovány a certifikovány, což zajišťuje, že všechny školy používají stejně kvalitní materiál.

Na rozdíl od elektronických zařízení, učebnice nejsou závislé na baterii, internetovém připojení nebo technologických problémech. Učebnice jsou tak vždy k dispozici, mohou být používány kdekoli a kdykoli bez potřeby technických zařízení. Fyzické učebnice neobsahují reklamy, odkazy nebo jiné prvky, které by mohly odvádět pozornost žáků. Používání tištěných učebnic snižuje čas strávený před obrazovkami, což může pomoci předcházet problémům se zrakem a únavě očí. Tradiční čtení z knihy také podporuje lepší držení těla než dlouhodobé používání tabletů nebo počítačů.

Žáci si mohou v učebnicích dělat poznámky, podtrhávat důležité informace a snadno se k nim vracet, což podporuje lepší zapamatování a pochopení učiva. Fyzické učebnice mohou být používány po mnoho let a snadno opraveny nebo nahrazeny, pokud dojde k jejich poškození. Tištěné učebnice mohou sloužit jako trvalé záznamy a dokumenty pro budoucí generace. I když mohou být počáteční náklady na tištěné učebnice vysoké, na rozdíl od elektronických zařízení nevyžadují pravidelné aktualizace nebo údržbu. Fyzické učebnice jsou často dostupné v knihovnách nebo mohou být sdíleny mezi žáky, což snižuje finanční zátěž pro školy a rodiny. Tištěné učebnice mohou být kombinovány s různými výukovými metodami a snadno integrovány do tradiční i moderní výuky. Učitelé mohou používat učebnice jako základní zdroj, z kterého vycházejí při přípravě doplňkových materiálů a aktivit.

I když technologie přináší mnoho výhod, tradiční učebnice stále hrají klíčovou roli ve vzdělávacím procesu díky své spolehlivosti, dostupnosti a schopnosti podporovat hluboké a efektivní učení.

Při výběru učebnic hrají klíčovou roli především učitelé, kteří mohou učebnice vybírat buď individuálně, nebo jako členové předmětové komise či komise pro výběr učebnic. Tento výběr je však ovlivněn řadou faktorů: finanční situací školy, rozhodnutími ředitele, preferencemi kolegů, dostupností informací o učebnicích a nakladatelstvích a dalšími okolnostmi (Sikorová, 2007).

2.2 Učební text

Učební text, také známý jako didaktický text, je psaný nebo tištěný materiál navržený k podpoře výuky a osvojování znalostí v souladu s osnovami pro konkrétní předmět a typ školy. Jeho hlavním cílem je usnadnit výukový proces tím, že nabízí strukturované informace, vysvětlení a příklady, které žákům a studentům pomáhají pochopit učivo a rozvíjet jejich znalosti a dovednosti. Učební texty zahrnují učebnice, skripta, pracovní sešity a další didaktické materiály používané ve vzdělávacím procesu. Jejich tvorba musí zohledňovat pedagogické principy a efektivní způsoby předávání učiva, aby podněcovaly zájem a zvědavost žáků (Průcha, Walterová, Mareš, 2009).

Klíčovým předpokladem je jazyková kompetence žáka nebo studenta, což znamená, že každý má určitou znalost jazykových prostředků a pravidel jejich používání. Úspěšné učení z textu tedy závisí na tom, zda jazykové schopnosti žáka odpovídají jazykové struktuře textu. Pokud tomu tak není, mohou nastat výrazné problémy s porozuměním textu. Důležitým faktorem je také délka vět a jejich struktura (Průcha, 2017).

2.2.1 Klíčové vlastnosti učebního textu

Odborníci mají různé názory na to, co by mělo být zahrnuto do kategorie klíčových vlastností textu. V následujících odstavcích se zaměřím na sedm vlastností, které Čáp a Mareš považují za zásadní:

- 1) Intencionálnost textu - každý text obsahuje nějaký komunikační záměr autora, ať už skrytý nebo zjevný. Autor se vždy snaží dosáhnout u svých čtenářů určitého cíle. U pedagogických textů je cílem předat žákům pečlivě vybrané a ověřené informace a dovednosti odpovídající jejich věku a schopnostem. Smyslem je nejen zvýšit jejich znalosti, ale také rozvíjet jejich osobnost a schopnost učit se.

- 2) Čtivost textu - text určený k výuce, zejména pedagogický text pro žáky, musí být srozumitelný, čtivý a přizpůsobený jejich věku a úrovni znalostí. Autoři učebnic se potýkají s několika výzvami: omezeným časem pro konkrétní téma, omezeným prostorem v učebnici, nutností zajistit odborně správné výklady a použití vhodných výrazů pro žáky. Čtivost textu závisí na volbě slov, délce vět, složitosti souvětí a struktuře textu.
- 3) Obtížnost textu - obtížnost textu je relativní a závisí na věku a úrovni znalostí čtenářů. Tentýž text může být pro některé žáky snadný a pro jiné obtížný, a dokonce i pro jednoho žáka se může jeho náročnost měnit v různých fázích učení. Stále je výzvou najít pevné charakteristiky textu, které by přesně určily jeho obtížnost.
- 4) Kohezivnost textu - kohezivita, což je vnitřní spojitost textu, usnadňuje žákům porozumění daného didaktického materiálu, zatímco nedostatečná koheze vyžaduje větší úsilí a může vést k nepochopení a chybám. Kohezi v textu lze rozpoznat podle propojení mezi větami.
- 5) Koherentnost textu - v každém pedagogickém textu existuje hierarchická struktura, která se skládá z hlavních témat, podtémat a dílčích částí. Autor musí zajistit, aby žáci snadno identifikovali tuto strukturu a porozuměli souvislostem mezi jednotlivými tématy. Zároveň je třeba pečlivě řídit pořadí a sled výkladu, aby se nekomplikovalo porozumění učiva žákům.
- 6) Intertextovost textu - zahrnuje spojování existujících znalostí žáků s novými informacemi v textu. Týká se také vztahů mezi různými texty v rámci jednoho vyučovacího předmětu nebo mezi různými předměty.
- 7) Regulativnost textu - pedagogické texty by měly být navrženy tak, aby vedly a usměrňovaly žakovu aktivitu. Žák by měl být schopen studovat texty samostatně a porozumět jim díky regulačním prvkům, jako jsou textové signály, pokyny, příklady a nonverbální symboly, které mu pomáhají se orientovat. K těmto prvkům mohou patřit také kontrolní otázky, cvičení k procvičení, ukázková řešení, shrnující části a další grafické prvky (Čáp, 2001).

3. PRAKTICKÁ ČÁST – TÉMA UČEBNÍHO TEXTU: MNOHOČLENY

Tato závěrečná práce doplňujícího pedagogického studia je věnována přípravě učební kapitoly Mnohočleny pro předmět matematika, který je vyučován na druhém stupni základní školy a to v osmém ročníku. V případě víceletých gymnázií se žáci s touto problematikou seznamují v tercií.

3.1 Charakteristika školy, pro kterou je text určen

Tento návrh učebního textu o mnohočlenech je určen pro Základní školu Vysoké Mýto, Javornického, pro předmět matematika. Vysoké Mýto je menší městečko v Pardubickém kraji. Žije zde přes 12000 obyvatel. Ve městě jsou zřízeny dvě základní školy. Základní škola Javornického byla založena již v roce 1906 a má již tedy dlouholetou tradici. Součástí této školy jsou dvě budovy. Na náměstí Otmara Vaňorného se nachází budova 1.stupně, kterou navštěvují žáci prvních až třetích tříd. Hlavní budovu školy, která je umístěna v ulici Javornického, navštěvují žáci čtvrtých až devátých tříd. Součástí školy je také Horákova vila, kde je umístěna družina pro nejmenší děti. Do této školy chodí nejen děti z Vysokého Mýta, ale zároveň z okolních spádových vesnic. Ve školním roce 2023/2024 navštěvuje školu cca 700 žáků. Ve škole jsou celkem tři třídy osmého ročníku, celkem tedy 67 žáků chodí do osmé třídy.

3.2 Výuka matematiky

Dle rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání je téma mnohočlenů součástí části C, vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, Číslo a proměnná. Podle tematického plánu naší školy je daná látka vyučována v lednu a únoru daného školního roku. Navazuje na výrazy číselné a s proměnnou. Poté následují lineární rovnice a slovní úlohy s nimi spojené.

Na naší škole se využívají při výuce matematiky v osmém ročníku učebnice Matematika pro 8. ročník základní školy, autor Odvárko, Kadleček od nakladatelství Prometheus. Využívají se všechny tři díly. První učebnice je zaměřena na mocniny a odmocniny, Pythagorovu větu a výrazy. Druhý díl se věnuje lineárním rovnicím a základům statistiky. Třetí učebnice je zaměřena na vysvětlení látky kruh, kružnice, válec a konstrukčním úlohám. K těmto učebnicím je také pracovní sešit z matematiky. Tyto čtyři učebnice si žáci zapůjčují na daný školní rok. Žákům je k dispozici také pracovní sešit Matematika 9 pro základní školy algebra od vydavatelství SPN, autory jsou Jitka Boušková, Milena Brzoňová, Josef Trejbal. Tento

pracovní sešit si žáci zakupují. Od stejných autorů je také vydán pracovní sešit Matematika 9 pro základní školy geometrie, tu si však žáci nekupují. Někteří žáci naší školy pochází ze sociálně slabších rodin a z tohoto důvodu jsou žákům k dispozici tyto 4 učebnice k zapůjčení a jeden pracovní sešit, který si hradí. Pracovní sešit geometrie využívá vyučující pouze k nakopírování pracovních listů pro žáky. Pokud chce pedagog zpestřit danou výuku, využívá materiály z dalších učebnic, které si sám zakoupí, vypracuje na ně pracovní list, který nakopíruje a předá žákům. Tisk máme povolen černobílý. Velice oblíbené jsou také různé skupinové práce, které je možné zakoupit například na www.ucitelnice.cz nebo www.vyukovematerialy.com. Pedagog si daný materiál zakoupí, vytiskne, zalaminuje. Já si danou skupinovou práci vždy tisknu na barevný papír, je tak ušetřen barevný tisk a je zabezpečena odlišitelnost jednotlivých skupinek. Velice oblíbené jsou také různé webovské stránky, díky kterým lze žáky motivovat k aktivitě. Jedná se například o: <https://www.onlinecviceni.cz/>, <https://www.opicimatika.cz>, <https://www.naucimtematiku.cz>, <https://www.aktivniucitel.cz>, <https://www.skolasnadhledem.cz/profil/prehled>.

Takovýto styl příprav klade vysoké nároky na daného pedagoga. Dané pomůcky si hradí sám, musí mít čas, a hlavně chuť tyto aktivity vytvářet.

Časová dotace pro matematiku v osmém ročníku je na naší škole nastavena na 5 vyučovacích hodiny týdně. Vyučovací hodiny se nijak nepůlí, vždy jsou ve třídě všichni žáci daného ročníku. Během mé praxe na druhé základní škole ve Vysokém Mýtě, na škole ZŠ Jiráskova, se mi velice zamlouvalo, že na této škole je běžné vyučovací hodiny matematiky půlit, celkem dvě hodiny z pěti za týden. Dle mého názoru je to velice přínosné, žáci mají větší prostor pro dotazy, vyučující se může více věnovat každému žákovi zvlášť.

3.3 Učební text: Úvod do výrazů

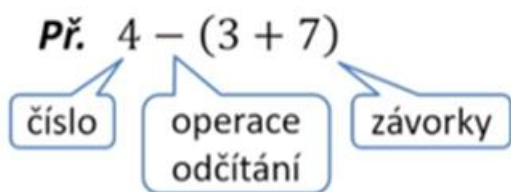
Cílem kapitoly:

Po seznámení se s touto kapitolou by žák měl:

- vědět, co je to číselný výraz, výraz s proměnou
- umět pracovat s číselnými výrazy

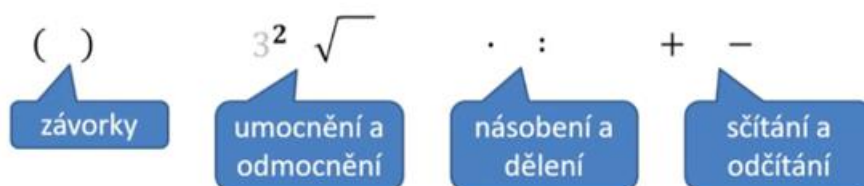
3.3.1 Číselné výrazy

Zapsaným početním výkonům říkáme početní výraz (krátce výraz). **Číselný výraz** je matematický zápis obsahující pouze čísla, matematické operace (součet, rozdíl, součin, podíl, mocnina, odmocnina) a závorky.



Obrázek 1 Příklad číselného výrazu

Matematické operace provádíme v následujícím pořadí:



Obrázek 2 Pořadí početních operací

Provedeme-li v číselném výrazu všechny jeho početní výkony, dostaneme **hodnotu výrazu**.

Vypočti hodnotu výrazu:

$$38 - 6^2 : 2 - (\sqrt{7 + 42} + 3) \cdot 3 = 38 - 36 : 2 - (\sqrt{49} + 3) \cdot 3 = \\ = 38 - 36 : 2 - (10) \cdot 3 = 38 - 18 - 30 = -10$$

Obrázek 3 Výpočet hodnoty číselného výrazu

Jsou-li v číselném výrazu závorky, provedeme nejdříve početní výkony v závorkách. Nejprve početní výkon v kulatých, potom v hranatých a nakonec ve složených závorkách.

$$23 - \{3^2 \cdot [\sqrt{82 - 1} - 12 : (2 + 4) - 1] - 52\} - 3 = \mathbf{18}$$

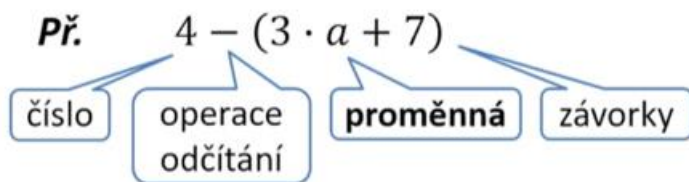
Obrázek 4 Pořadí početních operací při použití různých druhů závorek

3.3.2 Výrazy s proměnnou

Písmeno použité ve významu čísla, jehož hodnota není přesně stanovená nebo známá, se nazývá proměnná.

Výraz s proměnnými je tedy výraz zapsaný pomocí čísel, proměnných, symbolů početních operací a závorek.

Proměnná představuje čísla z určité množiny, tzn. oboru proměnné, kterým můžou být například přirozená čísla, celá čísla atd.



Obrázek 5 Výraz s proměnnou

Když místo proměnné zapíšeme do výrazu konkrétní číslo z oboru její proměnné, říkáme, že jsme toto číslo do výrazu dosadili. **Hodnotu výrazu pro danou hodnotu proměnné** určíme tak, že po dosazení za proměnnou daný číselný výraz vypočítáme.

Vypočítej hodnotu výrazu $3x - 2$ pro hodnoty $x \in \{-3; -2; 0; 1; 4\}$ a zapiš je do tabulky:

x	-3	-2	0	1	4
$3x - 2$	$3 \cdot (-3) - 2$	$3 \cdot (-2) - 2$	$3 \cdot 0 - 2$	$3 \cdot 1 - 2$	$3 \cdot 4 - 2$
x	-3	-2	0	1	4
$3x - 2$	-11	-8	-2	1	10

Obrázek 6 Výpočet hodnoty výrazu s proměnnou

Příklad:

Dané výrazy s jednou proměnnou zjednodušte a určete jejich hodnotu:

- $5a : 10$, je-li $a=5$
- $4b - 3$, je-li $b=-2$
- $18c - 5c + 3c$, je-li $c=0,2$
- $12d + 3d - 25d + 5$, je-li $d=1,2$

Často pro přehlednost vynecháváme znak násobení. Můžeme tedy zapsat $7 \cdot x$ nebo $7x$. Když provádíme výpočty s výrazem, říkáme, že výraz upravujeme.

3.4 Mnohočleny

Cílem kapitoly:

Po seznámení se s touto kapitolou by žák měl:

- vědět, co je to mnohočlen

- umět pracovat s mnohočleny – sčítat, odečítat, násobit, dělit výrazy s mnohočleny
- umět zjednodušit výraz pomocí algebraických vzorců

Výrazům, které obsahují jeden člen, říkáme **jednočleny**.

Jednočlen

je výraz, který se dá zapsat jako:

★ <u>číslo</u>	15	-7,06	$\frac{3}{4}$
★ <u>proměnná</u>	a	b	x
★ <u>součin čísel a proměnných</u>	$6 \cdot a$	$-5 \cdot b^2$	$-\frac{2}{7} \cdot x \cdot y^2$

Obrázek 7 Příklady jednočlenů

Číslo, které se nachází v jednočlenu, nazýváme koeficient.

$$\begin{array}{ll} 2 \cdot a & y = 1 \cdot y \\ -7 \cdot c^2 & -b^2 = (-1) \cdot b^2 \end{array}$$

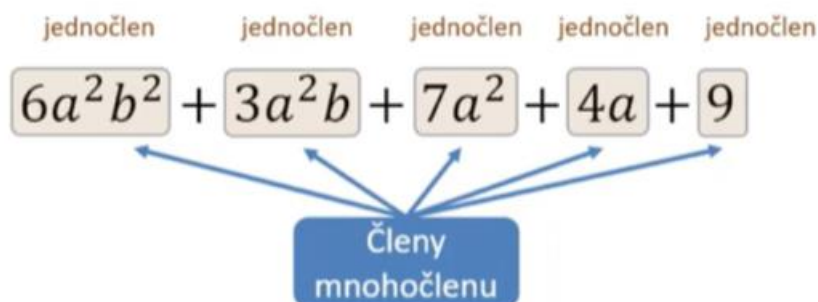
Obrázek 8 Příklady koeficientů u jednočlenů

Abychom zápis jednočlenu zestručnili, součiny stejných proměnných zapisujeme mocninami. Činitele v daném jednočlenu uspořádáme tak, aby na začátku jeho zápisu byl koeficient a pak až proměnné v abecedním pořadí.

$$x \cdot x \cdot x \cdot 3 \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y = 3x^3y^4$$

Obrázek 9 Zápis jednočlenu pomocí mocnin

Mnohočleny jsou výrazy složené z jednoho členu nebo součtu několika jednočlenů.



Obrázek 10 Příklad mnohočlenu

Závorky u záporných koeficientů mnohočlenu můžeme odstranit, a tím výraz zjednodušíme.

$$(-8) \cdot a^2 + (-5) \cdot a \cdot b + (-3) \cdot b = -8a^2 - 5ab - 3b$$

Obrázek 11 Odstranění závorek u záporných koeficientů

Podle počtu členů v mnohočlenu určujeme název mnohočlenu.

<u>jednočlen</u>	15	a	-2x	-6a ²
<u>dvojčlen</u>	a + b	3x + 4y	7a ² + 5a	
<u>trojčlen</u>	a + b + c	3x + 4y + 2z	7a ² + 5a + 8	
<u>čtyřčlen</u>	a + 2b + 3c + 8	3x ² - 4xy + 2y + 5		

Obrázek 12 Příklady mnohočlenů

3a + 4b	dvojčlen
-5x	jednočlen
17	jednočlen
3x ² + 1	dvojčlen
a + 3 + b	trojčlen
2r ² + 3r - rs + 5	čtyřčlen
-7y ²	jednočlen
7b + 3	dvojčlen

Obrázek 13 Určování mnohočlenů

Příklad:

Rozhodni, zda je výraz jednočlen, dvojčlen, trojčlen nebo čtyřčlen.

- x + 3 a
- 0,25xy + z
- k + l + m + n
- $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} - x$
- xyz
- 2ab + 3a²b³ - √4

Příklad:

Je dán mnohočlen: $-8a^2 - 15b^2 + 3a + 12b$

Rozhodni, zda následující tvrzení jsou pravdivá či ne.

a)	Mnohočlen má tři členy	PRAVDA	NEPRAVDA
b)	Koeficienty všech členů jsou přirozená čísla	PRAVDA	NEPRAVDA
c)	Nejnižší hodnotu má koeficient u členu b	PRAVDA	NEPRAVDA
d)	Všechny koeficienty mnohočlenu jsou liché	PRAVDA	NEPRAVDA
e)	součet hodnot všech koeficientů je roven číslu -8	PRAVDA	NEPRAVDA
f)	Každý člen obsahuje právě jednu proměnnou	PRAVDA	NEPRAVDA

3.4.1 Sčítání a odčítání mnohočlenů

Jednočleny sčítáme / odčítáme tak, že **sčítáme / odčítáme jejich koeficienty**. Sčítat resp. odčítat můžeme **pouze jednočleny, které mají stejné proměnné ve stejné mocnině**.

$$\underline{3x^2} + \underline{3y^2} + \underline{7x^2} + \underline{13x} + \underline{9y^2} + \underline{x} = \underline{10x^2} + \underline{12y^2} + \underline{14x}$$

Obrázek 14 Příklad sčítání mnohočlenů

Příklad:

Vybarvi stejnou barvou ty členy, které lze spolu sečíst či odečíst:

- a) $5a + 3b - 2c + 5 - 3a - b + 2c - 4$
- b) $15a - 9 + 8 - 3a + a$
- c) $15x - 4x + 6y + 1 - y$
- d) $2a^2 - 5a + 4ab + b^2 - a^2 - ab$
- e) $-6 + x - y - xy + 2 + xy - x + y - xy$

Příklad:

Zjednodušte výrazy tak, aby měly co nejméně členů:

- a) $4x + 8x^2 - 2x^2 - 8x$
- b) $6a^3 + 5a - 7a^2 + 9a - 5a^3 - 9$
- c) $0,1y + 1,2y^2 - 0,9y + 3,2y^2 - 3,2y^3$
- d) $\frac{1}{2}b + \frac{3}{4}b^2 - \frac{1}{3}b - 0,3b^2$

Příklad:

Najděte chyby ve výpočtech a zdůvodněte je:

- a) $5ab - 2a = 3b$
- b) $5a^4 - 5a^3 = a$
- c) $8x - 4x = 4$
- d) $0,3x^2 + 0,7x^2 = 1x^4$

Jednočleny, jejichž součtem je číslo 0, nazýváme **opačné jednočleny**.

Jednočlen $7xy$ je opačný jednočlen k jednočlenu $-7xy$

neboť platí: $7xy + (-7xy) = 7xy - 7xy = 0$

Obrázek 15 Opačný jednočlen

Opačný **mnohočlen** dostaneme z původního tak, že změnímme znaménka u všech jeho členů na opačná. Odečíst mnohočlen tedy znamená přičíst opačný mnohočlen.

$2x^3 - x^2 - 6x$	$- 2x^3 + x^2 + 6x$
-------------------	---------------------

Obrázek 16 Příklad opačného mnohočlenu

Příklad:

Vytvoř opačné mnohočleny:

- a) $-\frac{2}{7}a + \frac{3}{5}b \rightarrow$
- b) $2,5 - 7x \rightarrow$
- c) $-14x + 5y \rightarrow$
- d) $0,3 a^2 - \frac{1}{3}a + \frac{7}{9} \rightarrow$

Pokud výraz obsahuje **závorky**, postupujeme následujícím způsobem: je-li před závorkou znaménko mínus (-), po odstranění závorky změnímme u všech členů v závorce znaménko na opačné. Pokud je před závorkou znaménko plus (+), závorku odstraníme, znaménka u všech členů v závorce zůstávají stejná, nemění se.

$$(x + x^2 - 3) + (5x - 2x^2 + 5) = x + x^2 - 3 + 5x - 2x^2 + 5 = 6x - x^2 + 2$$

$$(x + x^2 - 3) - (5x - 2x^2 + 5) = x + x^2 - 3 - 5x + 2x^2 - 5 = -4x + 3x^2 - 8$$

Obrázek 17 Odstranění závorek

Příklad:

Odstraň závorky a výraz zjednoduš:

a) $5a - (3a + 5b) =$

b) $4z - (7 + z) =$

c) $(2x + 3y) - (x + 2y) =$

d) $(2b - 4) - (-2b - 1) =$

e) $(2a - 9b) + (a - 5b) =$

f) $(a^2 + 3a) + (-a^2 + 2a) =$

g) $(5z + 7) + (2z - 3) =$

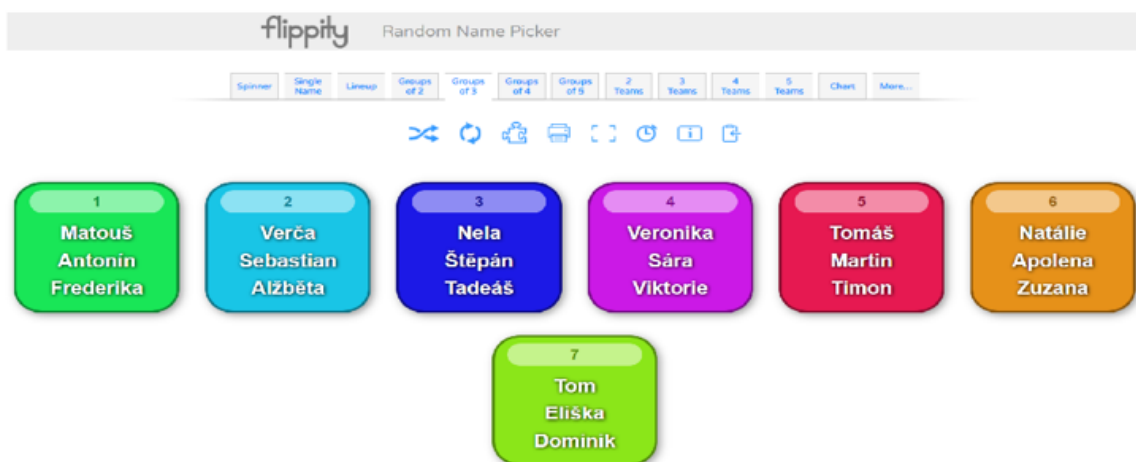
Příklad:

Sečtěte mnohočleny dané tabulkou:

	+	$x + 3$	$3x - 5$	$2x^2 + 4x - 5$
a)	$-5x - 2$			
b)	$-x + 5$			
c)	$2x + 10$			

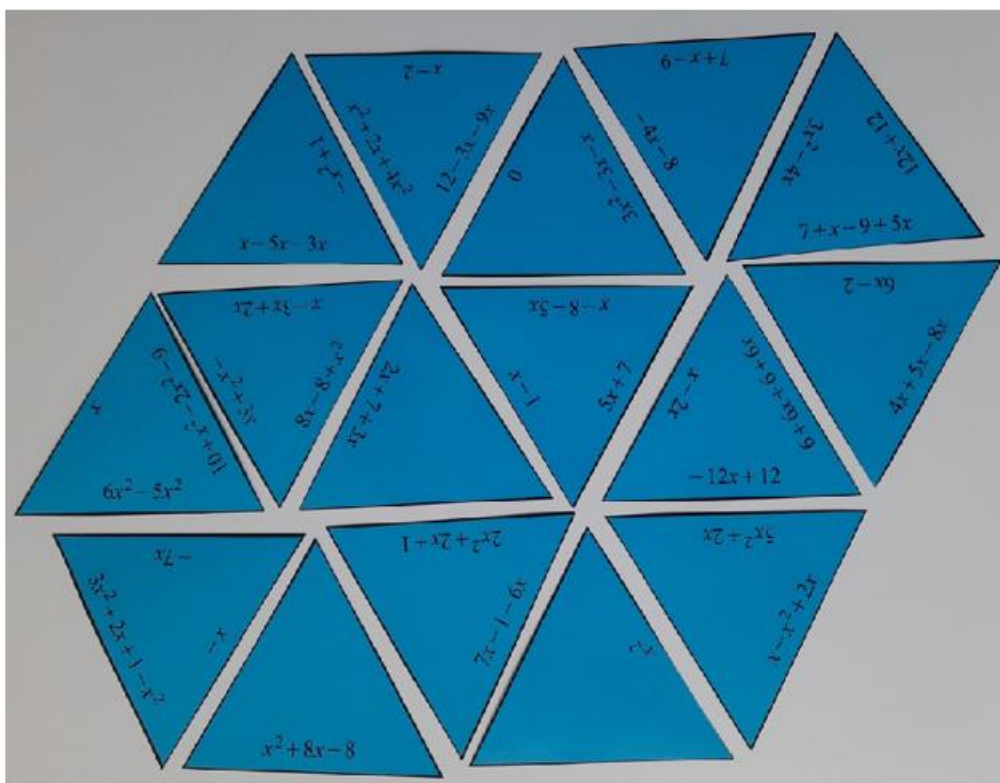
Skupinová práce:

Žáci jsou náhodně rozděleni do několika skupin. Ideální počet je 3-4 žáci v jedné skupince (využití <https://www.flippity.net/RandomNamePicker.htm>). Všechny skupinky dostanou nejdříve jednodušší variantu, procvičující sčítání a odčítání mnohočlenů bez použití závorek. Jednotlivé skupinky dostávají stejné znění úkolu, pouze se liší barevností kartiček.

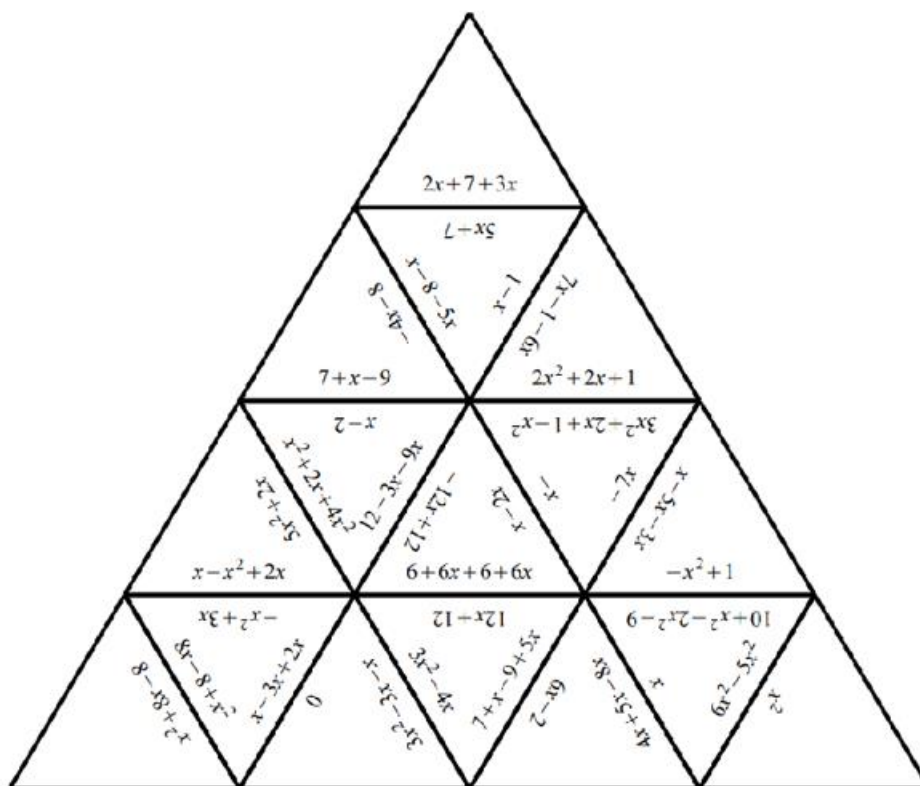


Obrázek 18 Rozdělení žáků do náhodných skupin (zdroj: <https://www.flippity.net/RandomNamePicker.htm>)

Žáci si rozprostřou kartičky na lavici. Mají za úkol složit trimino. Vždy přikládají dvě odpovídající strany k sobě, tedy zadání a výsledek. Záleží na žácích, jak se mezi sebou domluví, jak budou pracovat. Ideální je si kartičky mezi sebou rozdělit. Pokud si nějaký žák neví s příkladem rady, pomáhá mu spolužák, či učitel, který prochází třídu a pomáhá navést žáka ke správnému řešení daného úkolu. Jako nápovědu může vyučující říci žákům tvar, který jim má vzniknout. Nejrychlejší skupinka je odměněna za aktivitu. Nejrychlejší žáci poté jdou pomáhat žákům, kteří nejsou ještě s prací hotovi. Nepočítají příklady za ně, ale pomáhají jim nalézt způsob výpočtu. Kontrolu provádí vyučující v průběhu práce podle tabulky s řešením. Následuje zpětná vazba, kdy se pedagog ptá, co žákům dělalo největší problémy. Zda je daná skupinová práce bavila. V průběhu tohoto procvičování dochází k aktivizaci žáků, k podpoře spolupráce mezi žáky, k rozvoji samostatnosti a zodpovědnosti. Žáci si hrají a zároveň se učí. Dochází tak k procvičení učiva a zároveň ke zlepšování vztahů ve třídě.

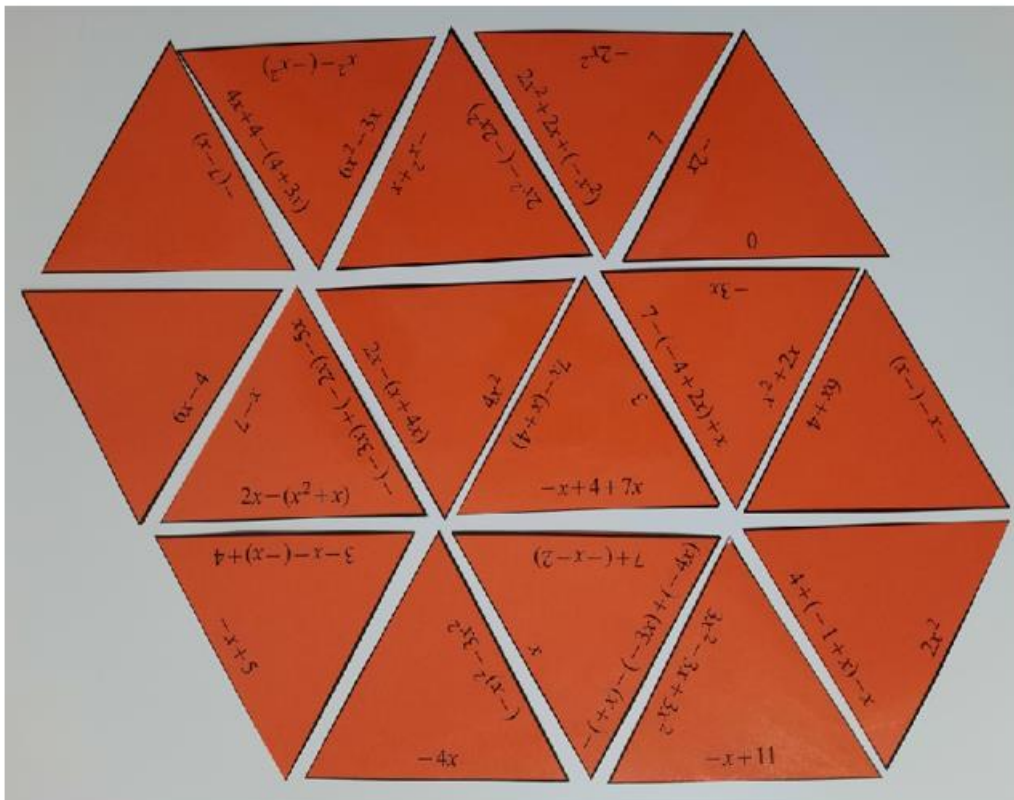


Obrázek 19 Skupinová práce Sčítání a odčítání mnohočlenů – bez závorek (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/20605>)

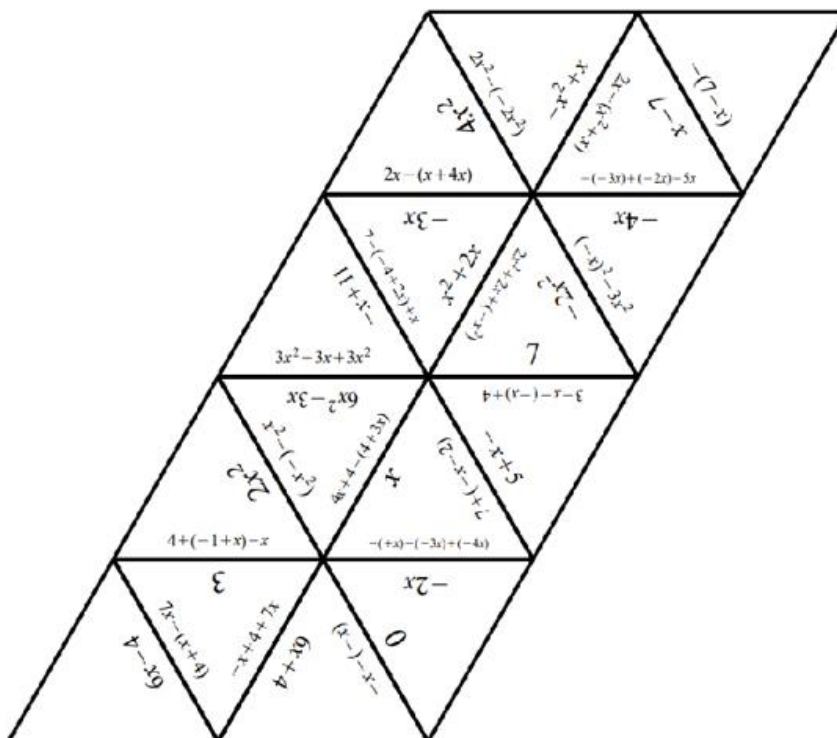


Obrázek 20 Skupinová práce Sčítání a odčítání mnohočlenů – bez závorek – řešení (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/20605>)

Následuje těžší varianta, kde jsou zahrnuty i operace se závorkami. Postup je stejný.



Obrázek 21 Skupinová práce Sčítání a odčítání mnohočlenů se závorkami (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/20605>)



Obrázek 22 Skupinová práce Sčítání a odčítání mnohočlenů se závorkami – řešení (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/20605>)

3.4.2 Násobení mnohočlenů

Při násobení jednočlenů můžeme koeficienty i proměnné libovolně sdružovat a zaměňovat jejich pořadí. Nejdříve vynásobíme koeficienty, pak vynásobíme mocniny se stejným základem.

$$-5xy \cdot 3y = (-5) \cdot 3 \cdot x \cdot y \cdot y = -15xy^2$$

Obrázek 23 Příklad násobení jednočlenů

Připomeňme si, že mocniny se stejným základem násobíme tak, jejich základ umocníme součtem exponentů.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad m, n - \text{libovolná přirozená čísla}$$

Obrázek 24 Pravidlo při násobení mocnin se stejným základem

Příklad:

Vynásobte jednočleny:

- a) $-3ab^2 \cdot 4a^2b^3$
- b) $0,5x^3y^5 \cdot 8xy$
- c) $\frac{1}{2}ab \cdot \frac{2}{3}a^4b^2$
- d) $-x \cdot (-x)$

Příklad:

Zjistěte, zda je výsledek správný, případně opravte chybu:

- a) $(-3a^2b) \cdot (-3a) = -6a^3b$
- b) $0,2x \cdot 0,5xy = x^2y$
- c) $5xy \cdot 3y = 15xy^2$
- d) $7abc \cdot (-7cba) = -49abc$

3.4.2.1 Násobení mnohočlenu jednočlenem

Při násobení mnohočlenu jednočlenem vynásobíme tímto jednočlenem každý člen mnohočlenu. Získané jednočleny pak sečteme.

mnohočlen (trojčlen) jednočlen

$$(3a^2 + 2a + 5b) \cdot 2ab = \underline{3a^2 \cdot 2ab} + \underline{2a \cdot 2ab} + \underline{5b \cdot 2ab} =$$

$$= 6a^3b + 4a^2b + 10ab^2$$

1. všechny členy mnohočlenu vynásobíme jednočlenem

2. získané jednočleny sečteme

Obrázek 25 Násobení mnohočlenu jednočlenem

Příklad:

Vynásobte a výsledek upravte:

- a) $5 \cdot (4 + x)$
- b) $(2 + x) \cdot x$
- c) $(-x) \cdot (x - 2)$
- d) $0,5x \cdot (x^2 - 6)$

Příklad:

Vypočítejte:

- a) $2a \cdot (5a + 3 - 2a^2)$
- b) $(a - 3ab + 5) \cdot a$
- c) $5ab \cdot (ab - ba + 5a - 2b)$
- d) $(3a^3b^2c - 5abc^2 + 2ab^2c^3 - 2ab) \cdot a^2b^2$

Příklad:

Zkontrolujte, zda Tereška počítala správně:

- a) $-3x \cdot (4 + xy) = -7x - 3xy$
- b) $(2xy - 3) \cdot 7y = 14xy^2 - 21y$
- c) $(8x - y) \cdot (-2x) = -16x + 2xy$
- d) $2 \cdot (x + y) - x(x - y) = 2x + 2y - x^2 + y^2$

3.4.2.2 Násobení mnohočlenu mnohočlenem

Při násobení mnohočlenu mnohočlenem vynásobíme každý člen jednoho mnohočlenu každým členem druhého mnohočlenu.

mnohočlen (dvojčlen) mnohočlen (dvojčlen)

$$(3a^2 + 2a) \cdot (2ab - b) = \underline{3a^2 \cdot 2ab} + \underline{3a^2 \cdot (-b)} + \underline{2a \cdot 2ab} + \underline{2a \cdot (-b)} =$$
$$= 6a^3b - 3a^2b + 4a^2b - 2ab = 6a^3b + a^2b - 2ab$$

1. všechny členy prvního mnohočlenu vynásobíme všemi členy druhého mnohočlenu

2. získané jednočleny sečteme

Obrázek 28 Násobení mnohočlenu mnohočlenem

Příklad:

Vypočítej:

- $(a + 9)(a - 2)$
- $(-2y + 5)(1 - 8y)$
- $(3z + yz)(8z + yz^2)$
- $(-7x - 3)(-7 + 3x)$
- $(2a + 5)(a - 4) + 3a(a - 2)$
- $(3x + y)(x - 2) - (5x - y)(x + y)$
- $(z - 9)(z + 3) + (z - 5)(z + 2)$
- $(2m - 3n)(m - 5n) - (7m - 5n)(m - 2)$

Příklad:

Zapiš a vypočítej:

- Součin dvojčlenů $2x + 3$ a $x - 2$ přičti k trojčlenu $5x^2 - 4x + 7$
- Od čtyřčlenu $12x^2 + 5y^2 + 4xy + 5$ odečti součin dvojčlenů $x + 4y$ a $7x - y$
- Trojčlen $3x^2 - 6x + 2$ vynásob součtem jednočlenů $4x$ a $8x$
- Sečti součin dvojčlenů $2x - y$ a $x - 7y$ se součinem dvojčlenů $xy + 7$ a $x - 1$
- Odečti součin dvojčlenů $9x + 4y$ a $-4x + 6y$ od jejich součtu

Příklad:

Rozhodni o pravdivosti následujících tvrzení:

a)	Při násobení dvou jednočlenů jejich koeficienty sčítáme	PRAVDA	NEPRAVDA
b)	Součinem dvou jednočlenů je vždy dvojčlen	PRAVDA	NEPRAVDA
c)	Když vynásobíme mnohočlen jednočlenem, pak vynásobíme jednočlenem postupně všechny členy mnohočlenu	PRAVDA	NEPRAVDA
d)	Násobíme-li dva jednočleny, které obsahují tutéž proměnnou, pak její exponenty sčítáme.	PRAVDA	NEPRAVDA

Příklad:

Doplň chybějící znaménko, koeficient nebo proměnnou:

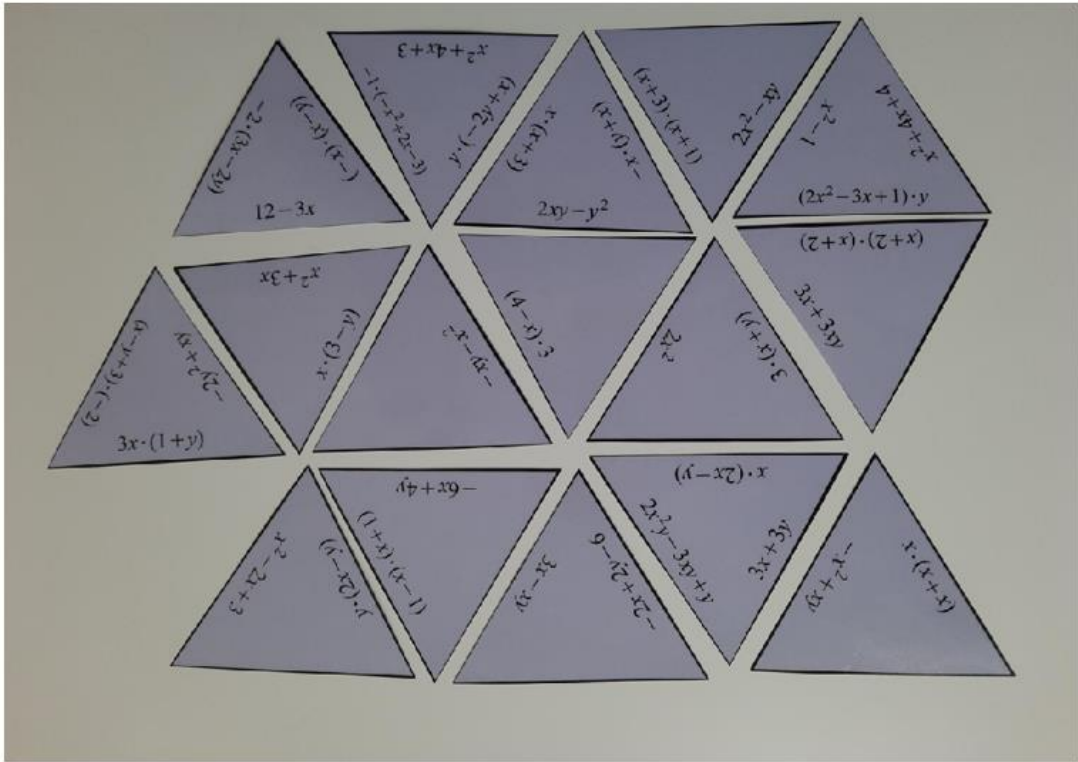
$$\begin{aligned} a) (2x - 4) \cdot (x + 2) + (5x + 1) \cdot (-7 - x) &= \\ &= 2 \bigcirc + 4x - \bigcirc x \bigcirc 8 - 35 \bigcirc - 5 \bigcirc - 7 - x \\ &= \bigcirc x^2 - 36 \bigcirc - \bigcirc \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) x \cdot (\bigcirc x - 4) + (-7 + 2x) \cdot (3 + x) &= \\ &= 3x^2 \bigcirc 4x - 21 \bigcirc 7x + 6x + \bigcirc \\ &= 5x^2 - \bigcirc x - \bigcirc \end{aligned}$$

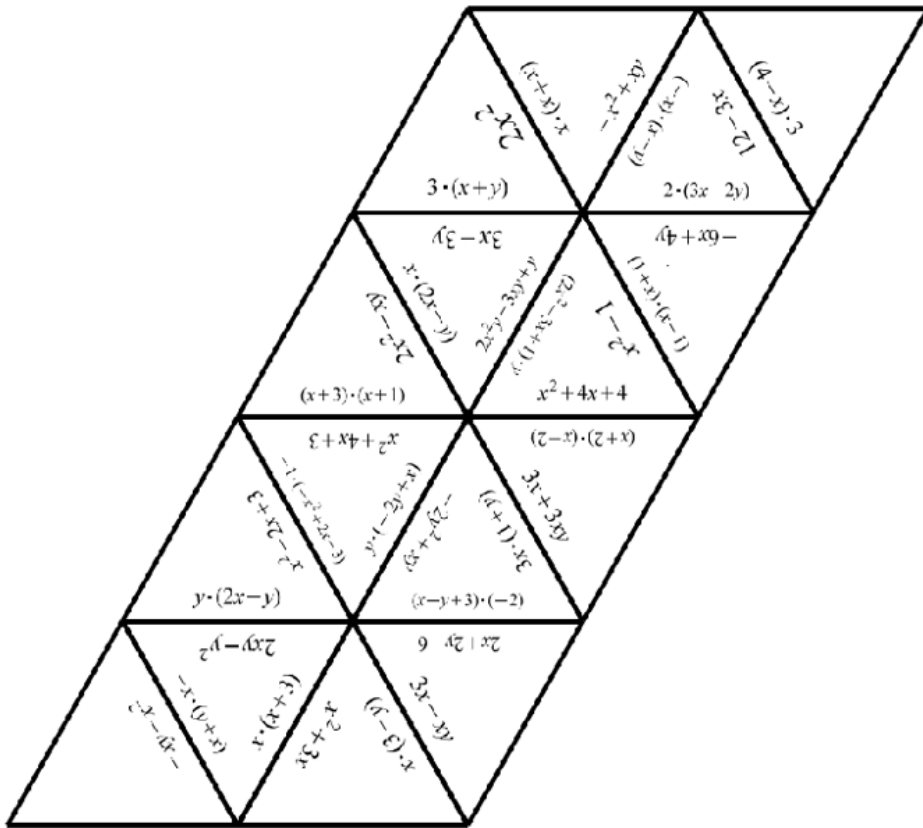
$$\begin{aligned} c) 7 - 2x \cdot (5 - 2x) + 4 \cdot (x^2 - 3x) &= \\ &= 7 - \bigcirc x \bigcirc 4x^2 + 4x^2 \bigcirc 12x \\ &= \bigcirc x^2 - \bigcirc x \bigcirc 7 \end{aligned}$$

Skupinová práce:

Žáci se rozdělí do jednotlivých týmů, které jsou určeny náhodně pomocí programu <https://www.flippity.net/RandomNamePicker.htm>. Každá skupina dostane barevně odlišnou variantu, příklady jsou však stejné. Žáci si procvičují násobení mnohočlenu mnohočlenem.



Obrázek 29 Skupinová práce Násobení mnohočlenu mnohočlenem (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/20621>)



Obrázek 30 Skupinová práce Násobení mnohočlenu mnohočlenem – řešení (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/20621>)

3.4.3 Dělení mnohočlenu

Mnohočlen můžeme dělit buď jednočlenem nebo mnohočlenem.

3.4.3.1 Dělení mnohočlenu jednočlenem

Mnohočlen dělíme jednočlenem tak, že každý člen dělence (mnohočlenu) vydělíme dělitelem (jednočlenem) a získané jednočleny sečteme. Můžeme si pomoci prepisem na zlomky, pravidlem pro dělení mocnin se stejným základem a krácením.

Připomeňme si, že mocniny se stejným základem dělíme tak, jejich základ umocníme na rozdíl jejich mocnitelů (exponentů).

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad a \neq 0; n, m \in \mathbb{N}$$

Obrázek 31 Pravidlo pro dělení mocnin se stejným základem

Diagram illustrating the division of a polynomial by a monomial. The polynomial is $(6a^2 + 4a + 2)$ (labeled "mnohočlen (trojčlen)") and the divisor is 2 (labeled "jednočlen").

1. způsob: $(6a^2 + 4a + 2) : 2 = \frac{6a^2}{2} + \frac{4a}{2} + \frac{2}{2} = 3a^2 + 2a + 1$

2. způsob: $(6a^2 + 4a + 2) : 2 = \frac{6a^2 + 4a + 2}{2} = \frac{\cancel{2}^1 \cdot (3a^2 + 2a + 1)}{\cancel{2}_1} = 3a^2 + 2a + 1$

Callouts: "všechny členy mnohočlenu vydělíme jednočlenem" (all terms of the polynomial are divided by the monomial) and "vytýkání před závorku" (factoring out before the bracket).

Obrázek 32 Dělení mnohočlenu jednočlenem

Příklad:

Vyděl mnohočlen jednočlenem a urči podmínky:

- $(6x + 12) : 3$
- $(10x + 5x^2) : 5x$
- $(7a^3b - 14a^5b) : 7a^2$
- $(16x^7y - 8x^9y^5) : 8x^6y$
- $(5xyz - 15x^2y^4z^3) : 5xyz$
- $(21a^8b^4c^6 - 14a^3b^2c^9) : 7a^2bc^6$

Po procvičení a zkontrolování lehčí verze dělení mnohočlenu jednočlenem si žáci také vyzkouší těžší variantu. Skupinky zůstávají stejné. Nezapomeneme na zpětnou vazbu, jak se dětem pracovalo, co považují za těžší, co se jim naopak povedlo. Co by chtěli ještě procvičovat.



Obrázek 35 Skupinová práce Dělení mnohočlenu jednočlenem, těžší verze (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/20770>)

$8x+6y$	$5xy^2-3$	$4x^3-x$	$x+1-y$
x^2+x	$1+x$	$(3x-6y):3$	$(2x^2+x):x$
x^2+x	$(x^2+x):x$	$x-2y$	$2x+1$
x^2+x	$4x^2+3x+2$	$(3x-6y):3$	$(3x^2-3):3$
x^2+x	$x:(x^2-4x^2-2x)$	x^2+2x+3	x^2-1
x^2+x	$x:(x^2-4x^2-2x)$	x^3-2x	$x+y$
x^2+x	$(-4x^2+2x):2x$	x^2+2x+3	x^2-1
x^2+x	$(-4x^2+2x):2x$	x^2+2x+3	x^2-1

Obrázek 36 Skupinová práce Dělení mnohočlenu jednočlenem, těžší verze, řešení (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/20770>)

3.4.3.2 Dělení mnohočlenu mnohočlenem


Při dělení mnohočlenu mnohočlenem postupujeme stejně jako při počítání s lomenými výrazy. Snažíme se rozložit mnohočlen na součin. Následně pak můžeme použít operaci krácení a tak celý příklad zjednodušit.

3.4.4 Rozklad mnohočlenu na součin

Mnohočlen můžeme rozložit na součin pomocí dvou metod – vytýkáním před závorku a pomocí vzorců.

3.4.4.1 Rozklad mnohočlenu na součin vytýkáním před závorku

Mnohočlen rozkládáme na součin vytýkáním činitelů, které jsou obsaženy ve všech členech mnohočlenu. Tohoto společného činitele můžeme **napsat před závorku – vytknout**. Najdeme společné činitele všech členů. U koeficientů hledáme jejich největšího společného dělitele. U proměnných největší společnou mocninu.

$$3ab + 3ac = 3a(b + c)$$

$$6a^2b^2 = 3ab \cdot 2ab \quad 3a^2b = 3ab \cdot a \quad -9ab = 3ab \cdot (-3)$$
$$6a^2b^2 + 3a^2b - 9ab = 3ab(2ab + a - 3)$$

Obrázek 37 Příklady rozkladu na součin vytýkáním před závorku

Příklad:

Uprav výraz vytýkáním před závorku:

- a) $x^2 + 2x$
- b) $2x^2 - x$
- c) $6xy - 3xy^2$
- d) $4ab + 2a + 10$
- e) $6a^3 + 3a^2b$

Příklad:

Rozlož na součin. Před závorku vytkni všechny možné činitele:

- a) $5ab - 20bc + 15ac$
- b) $12a - 6b + 18ab$
- c) $3x^3 + 5x^2 - 8x$
- d) $4x^3 + 12x^2 - 8x$
- e) $-4a + 6a^2 + 9a^3b$
- f) $8a^2b - 4ab + 12ab^2$

Příklad:

Zakroužkuj správný rozklad mnohočlenu na součin pomocí vytýkání:

- | | | | |
|-----------------|----------------|---------------|--------------|
| a) $2x - 16xy$ | $2(x - 8xy)$ | $x(2 - 16y)$ | $2x(1 - 8y)$ |
| b) $4x^2 + 6x$ | $2(2x^2 + 3x)$ | $2x(2x + 3)$ | $x(4x + 6)$ |
| c) $8ab - 20b$ | $4b(2a - 5)$ | $2b(4a - 10)$ | $b(8a - 20)$ |
| d) $8X^2y + 4x$ | $2x(4xy + 2)$ | $4x(2xy + 1)$ | $x(8xy + 4)$ |

Při vytýkání se nemusíme omezovat pouze na jednočleny, lze **vytknout i celou závorku**.
Závorky musí být identické.

$$4x(x + y) + 2y(x + y) = (x + y)(4x + 2y)$$

Obrázek 38 Příklad vytýkání závorky

Někdy je třeba před vytýkáním závorky udělat úpravu znamének, neboť v závorkách jsou znaménka opačná, v tomto případě vytýkáme (-1) , tzn. vyměníme znaménko před závorkou i v závorce.

Při vytýkání před závorku platí následující:

$$a - b = 1 \cdot (a - b) \quad a - b = (-1) \cdot (b - a)$$

Příklad:

Vypočítej:

- a) $3a(b + dc) - 2c(b + dc)$
- b) $3 \cdot (x - 2y) - x(x - 2y)$

$$c) -2u \cdot (3b + 5w) + 3 \cdot (5w + 3v)$$

$$d) a \cdot (x + y) - b \cdot (x + y)$$

$$e) 9r(2s - 7) - 8(7 - 2s)$$

$$f) d(e^2 + 1) + c(-1 - e^2)$$

Při **postupném vytýkání** vhodně spojíme členy mnohočlenu do skupin, ze kterých vytkneme společné činitele. Ve vzniklých mnohočlenech znovu najdeme společné činitele a vytkneme je před závorku.

$$\begin{aligned} & b^2 + ab - bc - ac \\ & \Downarrow \\ & b^2 - bc + ab - ac = b(b - c) + a(b - c) \\ & \Downarrow \\ & b(b - c) + a(b - c) = (b - c)(b + a) \end{aligned}$$

Obrázek 39 Příklad postupného vytýkání před závorku

Příklad:

Rozlož čtyřčlen na součin:

$$a) ab + a + 4b + 4$$

$$b) ab - 2b + 3a - 6$$

$$c) 2a + 4b + a^2 + 2ab$$

$$d) 6a^2 + 4a + 2b + 3ab$$

$$e) ab + 2 - 2b - a$$

$$f) 10ab + 4a + 15b + 6$$

Příklad:

Rozložte na součin:

$$a) 5a + 5b + ax + bx$$

$$b) Ax + bx + ay + by$$

$$c) 3m - 3 + mn - n$$

$$d) 6m - 18 + mn - 3n$$

$$e) 2a + 6ab + 3x + 9bx$$

$$f) 4m + 6mx + 10n + 15nx$$

3.4.4.1 Rozklad mnohočlenu na součin užitím vzorců

Některé mnohočleny lze rozložit na součin užitím vzorců. Jedná se o **druhou mocninu dvojčlenu**. Přičemž A a B mohou být čísla, proměnné nebo výrazy.

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

Vzorec pro součin součtu a rozdílu je následující:

$$(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$$

Přičemž A a B mohou být čísla, proměnné nebo výrazy.

$$\begin{aligned}
 (2x + 3)^2 &= (2x + 3) \cdot (2x + 3) = 2x \cdot 2x + 2x \cdot 3 + 3 \cdot 2x + 3 \cdot 3 = \\
 &= 4x^2 + 12x + 9
 \end{aligned}$$

The diagram illustrates the expansion of $(2x + 3)^2$. It shows the distributive property: $(2x + 3) \cdot (2x + 3) = 2x \cdot 2x + 2x \cdot 3 + 3 \cdot 2x + 3 \cdot 3 = 4x^2 + 12x + 9$. Three callout boxes identify the terms: $(2x)^2$ is labeled 'Druhá mocnina 1. členu', $2 \cdot 2x \cdot 3$ is labeled 'Dvojnásobek součinu 1. a 2. členu', and 3^2 is labeled 'Druhá mocnina 2. členu'.

Obrázek 40 Příklad zjednodušení výpočtu pomocí vzorce $(A + B)^2$

$$\begin{aligned}
 (2x + 3) \cdot (2x - 3) &= 2x \cdot 2x + 2x \cdot (-3) + 3 \cdot 2x + 3 \cdot (-3) = 4x^2 - 9
 \end{aligned}$$

The diagram illustrates the expansion of $(2x + 3)(2x - 3)$. It shows the distributive property: $(2x + 3) \cdot (2x - 3) = 2x \cdot 2x + 2x \cdot (-3) + 3 \cdot 2x + 3 \cdot (-3) = 4x^2 - 9$. Two callout boxes identify the terms: $(2x)^2$ is labeled 'Druhá mocnina 1. členu' and 3^2 is labeled 'Druhá mocnina 2. členu'.

Obrázek 41 Příklad zjednodušení výpočtu pomocí vzorce $(A - B)(A + B)$

Příklad:

Umocněte podle vzorce:

- $(x + 2)^2$
- $(d - 5)^2$
- $(3 + a)^2$
- $(e - 6)^2$
- $(7 - c)^2$
- $(100 + c)^2$

Příklad:

Umocněte podle vzorce:

- a) $(a + 2b)^2$
- b) $(2x - y)^2$
- c) $(x + 3y)^2$
- d) $(a + 10b)^2$
- e) $(4x - 10y)^2$
- f) $(c - 4d)^2$

Příklad:

Umocněte podle vzorce:

- a) $(0,2x + 0,3)^2$
- b) $(0,1a^2 - 0,5)^2$
- c) $(5x + 0,5y^2)^2$
- d) $\left(\frac{x}{3} + 2\right)^2$
- e) $\left(\frac{2}{3}x + 5\right)^2$
- f) $\left(\frac{a}{15} - 7\right)^2$

Příklad:

Rozložte na součin užitím vhodného vzorce:

- a) $x^2 - 49$
- b) $a^2 - 36b^2$
- c) $-9x^2 + 64$
- d) $16a^2 - 1$
- e) $0,16x^2 - 0,04$
- f) $-64 + \frac{9}{4}a^2$

Příklad:

Rozložte na součin užitím vhodného vzorce:

- a) $a^2 + 6a + 9$
- b) $x^2 + 4xy + 4y^2$

- c) $1 - 2y + y^2$
- d) $9x^2 - 12xy + 4y^2$
- e) $16a^2 + 40a + 25$
- f) $0,01x^2 + 0,06xy + 0,09y^2$

Příklad:

Doplň chybějící údaje:

$$a) (\bigcirc + 4)^2 = \bigcirc + 16x + \bigcirc$$

$$b) (n - \bigcirc)^2 = \bigcirc - 6nm + \bigcirc$$

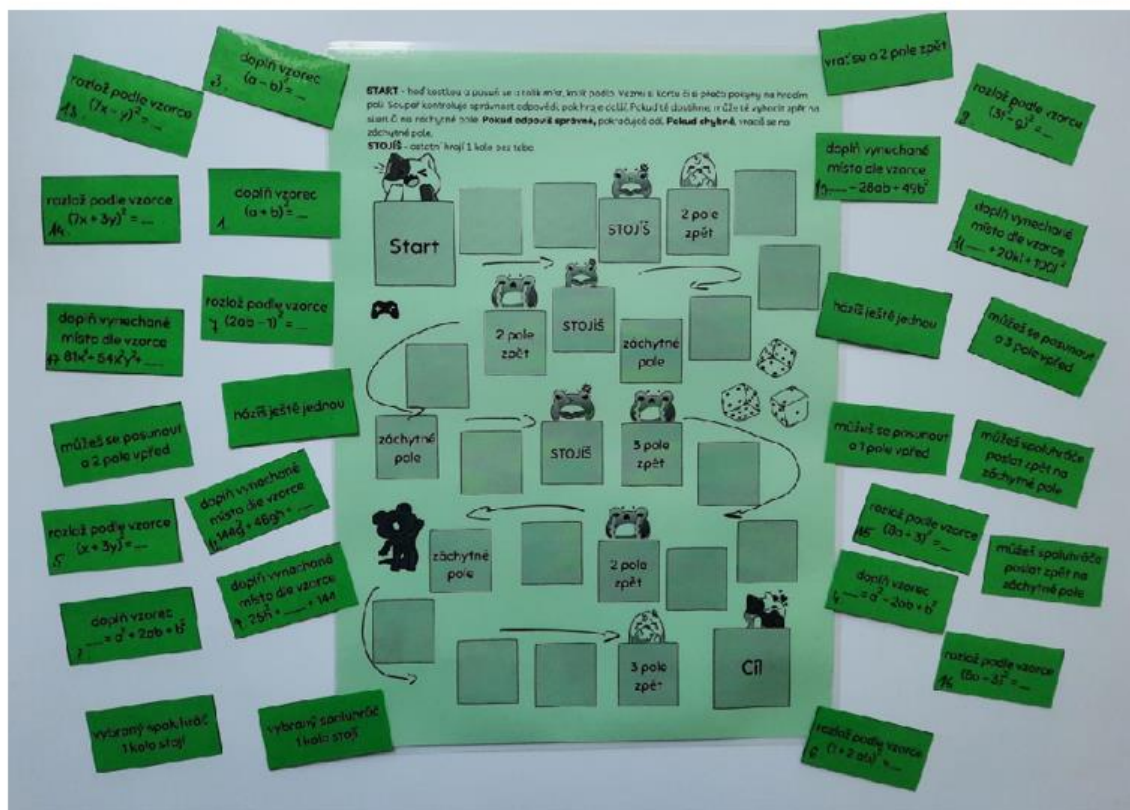
$$c) (\bigcirc - \bigcirc)^2 = \bigcirc + 16b + 16b^2$$

$$d) (\bigcirc + \bigcirc)^2 = 9u^2 + \bigcirc + 4v^2$$

Skupinová práce:

Žáci jsou rozděleni do skupinek po 3-4 členech. Jsou vylosováni náhodně pomocí programu <https://www.flippity.net/RandomNamePicker.htm>. Každá skupina dostane barevně odlišnou variantu, příklady jsou však stejné. Žáci si procvičují rozklad mnohočlenů na součin pomocí algebraických vzorců. Každá skupina dostane herní plán, sadu karet a hrací kostku a figurky. Sada karet se zamíchá a položí jako hromádka zadní stranou nahoru, aby nebylo vidět zadání. Začíná se na poli Start. První žák hodí kostkou a přesune se dle hozeného počtu na políčko ve směru šipek na hracím poli. Políčko „stojíš“ znamená, že žák zůstává jedno kolo stát (nehází kostkou, ostatní jej vynechají). Políčko „2 pole zpět“ = žák se musí vrátit o dvě pole zpět. „Prázdné pole“ = žák si vezme kartu z balíčku a pokračuje dle instrukcí na ní. Soupeř kontroluje správnost odpovědi, pak hraje další. Pokud žaka dostihne další, může ho vyhodit zpět na start či na záchytné pole. Pokud žák odpoví správně, pokračuješ dál. Pokud chybně, vrací se na záchytné pole. „Záchytné pole“ slouží, jako záchrana, jakmile je překročeno, nemůže se žák vracet blíže ke startu. Před překročením prvního záchytného pole na začátku hry se hráč vrací na pole Start (pokud jej tam pošle karta či spoluhráč). Vyhrává ten, kdo se dostane jako první do cíle. Do cíle se lze dostat pouze přesným hodem, tzn. stojí-li hráč na předposledním poli

herního plánu a na kostce hodí číslo 3 až 6, zůstává stát, jelikož potřebuje hodit "2", aby se dostal do cíle.



Obrázek 42 Skupinová práce Rozklad mnohočlenu na součin pomocí algebraických vzorců (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/34995>)

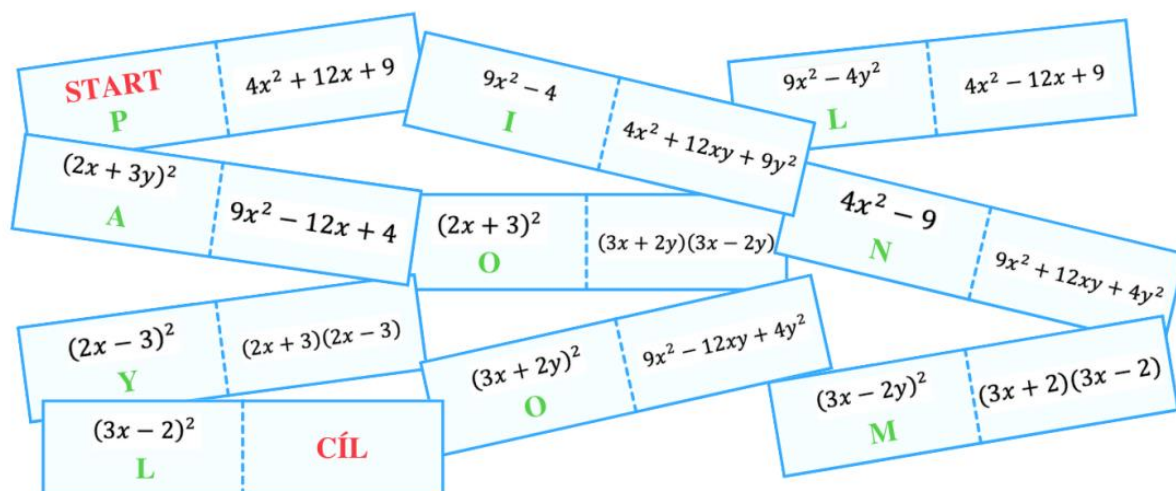
Desková hra MNOHOČLENY - řešení

1. $a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a + b)^2$
3. $a^2 - 2ab + b^2$
4. $(a - b)^2$
5. $x^2 + 6xy + 9y^2$
6. $1 + 4ab + 4a^2b^2$
7. $4a^2b^2 - 4ab + 1$
8. $9f^4 - 6f^2g + g^2$
9. $120h$
10. $4a^2$
11. k^2
12. $2h^2$
13. $49x^2 - 14xy + y^2$
14. $49x^2 + 42xy + 9y^2$
15. $64a^2 + 48a + 9$
16. $64a^2 - 48a + 9$
17. $9y^4$

Obrázek 43 Skupinová práce Rozklad mnohočlenu na součin pomocí algebraických vzorců - řešení (zdroj: <https://www.ucitelnice.cz/produkt/34995>)

Příklad:

Poskládej domino a sestav tajenku:



Obrázek 44 Rozklad mnohočlenu na součin pomocí algebraických vzorců

Sebehodnocení:

Žák si zhodnotí své úspěchy, zda dané látce rozumí či zda ještě potřebuje procvičovat.

Výrazy	Ještě potřebuji procvičit	Zvládám bez problémů
1. Zapiš číselný výraz podle slovního zápisu.		
2. Zapiš algebraický výraz podle slovního zápisu.		
3. Vypočítám hodnotu výrazu pro dané hodnoty proměnných		
4. Sčítám a odčítám mnohočleny.		
5. Násobím mnohočlen jednočlenem.		
6. Násobím mnohočlen mnohočlenem		
7. Upravuji výrazy na součin pomocí vytýkání.		
8. Využívám vzorce $(a + b)^2$; $(a - b)^2$; $a^2 - b^2$ pro úpravu výrazu na součin.		
9. Vyberu odpovídající výraz, který popisuje jednoduchou reálnou situaci.		

Obrázek 45 Sebehodnocení

4. DIDAKTICKÝ ROZBOR TEXTU

Navrhovaná kapitola učebního textu Mnohočleny je určena žákům a učitelům druhého stupně základních škol, ve kterých se matematika vyučuje jako všeobecně vzdělávací předmět. Obvyklá dotace vyučovacích hodin pro předmět matematika je pět hodin týdně. Téma učebního textu, mnohočleny, je zařazováno do výuky 8. tříd základních škol a odpovídajícího ročníku tercie na víceletých gymnáziích.

Tento koncept učebního textu o mnohočlenech je určen pro Základní školu Javornického ve Vysokém Mýtě, jako součást výuky matematiky. Vysoké Mýto se nachází v Pardubickém kraji, je to menší město s více než 12 000 obyvateli. Město má dvě základní školy, přičemž Základní škola Javornického má dlouholetou historii, neboť byla založena již v roce 1906. Škola se skládá ze dvou budov. Budova 1. stupně, nacházející se na náměstí Otmara Vaňorného, je určena pro žáky prvních až třetích tříd. Zatímco hlavní budova školy, umístěná v ulici Javornického, slouží žákům čtvrtých až devátých tříd. Součástí školy je také Horákova vila, která poskytuje služby družiny pro nejmladší žáky. Tato škola není pouze pro děti z Vysokého Mýta, ale také pro žáky ze sousedních vesnic. V aktuálním školním roce 2023/2024 navštěvuje školu kolem 700 žáků. Celkem jsou zde tři třídy osmého ročníku, což představuje 67 žáků.

Hlavním motivem pro vytvoření tohoto učebního textu byla jednoduchá otázka: Jak lze co nejsrozumitelněji vysvětlit význam mnohočlenů a jejich důležitost spolu se základními matematickými operacemi? Současně si uvědomuji, jak je důležité, aby byl zajištěn určitý stupeň procvičování, který je pro všechny žáky velmi užitečný při osvojování si potřebných dovedností. Přestože je třeba, aby se žáci novou látku naučili, není žádoucí, aby to bylo nudné nebo obtížné. Měli by se dozvědět potřebné informace zábavnou formou, aniž by to bylo pro ně příliš náročné.

Učební text je složen z několika částí. Před samotným učebním textem jsou stanoveny cíle kapitoly, co by měl žák po jejím nastudování umět. Pak již následuje výklad nové látky. Žák by hravou formou měl umět pracovat s mnohočleny, umět je sčítat, odečítat, násobit, dělit, využívat algebraické vzorce pro zjednodušení výpočtu. Snažila jsem se různé postupy a vzorce vytvořit více poutavým způsobem, použila jsem různé barvy písma, různé poznámky vysvětlující postup při řešení dané úlohy. Pokud je totiž výklad více barevný a různorodý, žák si ho lépe zapamatuje. Za nově vysvětlenou látkou vždy navazují příklady na procvičení látky. Posloupnost příkladů je od lehčích po těžší. Jsou zde i vloženy příklady zaměřující se na logické přemýšlení – pravda/nepravda. Velký důraz je kladen na skupinovou práci, která umožňuje žákům učit se spolupracovat v týmu. Tím dochází nejen ke zlepšení v učení, ale také k posílení

komunikačních dovedností, sebevědomí a obecně k posílení schopnosti efektivně spolupracovat s ostatními lidmi. Tato schopnost je klíčová nejen ve škole, ale i v mnoha profesních oblastech. Práce ve skupině tedy připravuje žáky na budoucí pracovní prostředí, kde bude spolupráce a komunikace s kolegy běžnou součástí jejich pracovního života.

Navrhovaná část učebního materiálu je inovativní svou schopností zefektivnit výuku, aktivizačními úkoly na začátku nových témat, praktickými příklady převzatými z reálného života a bohatstvím ilustrací, které jsou nejen inspirativní, ale také podporují žákův úsudek a tvůrčí myšlení a usnadňují porozumění. Žáci nejprve řeší úkoly individuálně, což jim umožňuje získat zkušenost s chybami a následně pracovat ve skupinách, což posiluje jejich spolupráci a komunikační dovednosti.

Informace v učebním textu jsou systematicky uspořádány a logicky navazují na sebe v časovém sledu. Důležité prvky jsou zdůrazněny tučným písmem, což usnadňuje žákům zapamatování si klíčových pojmů a informací.

ZÁVĚR

V mé závěrečné práci z doplňkového pedagogického studia jsem se zaměřila na navržení nového učebního textu pro oblast Mnohočleny pro předmět matematika. Tento text je navržený pro žáky a učitele na druhém stupni základních škol a odpovídajících tříd na víceletých gymnáziích. Vybrala jsem si téma zaměřené na základní operace s mnohočleny a využití algebraických vzorců pro usnadnění výpočtů. Cílem mé práce bylo vytvořit materiál, který by efektivně podporoval výuku a udržel pozornost u žáků. Snažila jsem se představit praktické příklady, které by byly srozumitelné pro všechny žáky.

Práce je strukturována do čtyř hlavních částí. V první části jsem se zaměřila na vysvětlení základních pojmů v oblasti pedagogiky a didaktiky. Více jsem se zaměřila na obecnou didaktiku a speciální didaktiku. Prozkoumala jejich další členění.

V druhé části jsem se teoreticky zaměřila na školní učebnice, zkoumání jejich účelu, požadavky na jejich tvorbu a kritéria pro výběr vhodných materiálů pro výuku. Důležitou součástí této části je také stručný rozbor ideálního vzhladu učebního materiálu.

Následuje praktická část, kde jsem se zaměřila na vytvoření konkrétního učebního textu o mnohočlenech, který je doplněn řadou procvičovacích příkladů. Velký důraz je kladen na skupinovou práci, která umožňuje žákům rozvíjet spolupráci a komunikační dovednosti, zvyšuje jejich sebedůvěru a efektivitu ve spolupráci s ostatními. Tato dovednost je klíčová nejen ve vzdělávání, ale i v profesním životě, kde je časté spolupracovat a komunikovat s kolegy. Práce ve skupině tak žáky připravuje na budoucí pracovní prostředí.

Jsem přesvědčena, že používání vhodných didaktických pomůcek má významný přínos pro přiblížení učiva žákům. Například různé hry jako je trimino s tematickými motivy mohou pomoci lépe zafixovat probíranou látku. Proto jsem do jednotlivých podkapitol začlenila úlohy, které jsou jednoduché, názorné a zároveň praktické, a mohou aktivizovat žáky. Tyto základní úlohy jsem dále doplnila o další příklady, které slouží k procvičení učiva. Důležitou součástí je také diskuze, kde může žák formulovat své řešení úlohy a pokusit se najít strategii. Pokud je postup chybný, žák si to může uvědomit při sebehodnocení. V případě potřeby mu mohou pomoci učitel či spolužáci při skupinové práci. Na konci každé hodiny probíhá hodnocení a sebehodnocení žáků, což poskytuje učiteli i žákům zpětnou vazbu. Žáci si při sebehodnocení uvědomí, co nového se naučili, a lépe si uvědomí, které části učiva jim jdou snadno a u kterých mají potíže.

Poslední část obsahuje didaktický rozbor, který objasňuje, pro koho je navrhovaná kapitola učebního textu určena, a podrobněji se zabývá didaktickým rozbohem tohoto návrhu učebního textu Mnohočleny. Kromě toho se zaměřuje na motivaci žáků ke studiu.

Mým záměrem v této závěrečné práci bylo vytvořit učební text, který by byl pro žáky srozumitelný. Snažila jsem se přiblížit vysvětlení učiva žákům formou, která by byla pro ně více přitažlivá a zábavná. V mé práci jsem se zaměřila na aktivity, které podporují spolupráci mezi dětmi ve skupinách, což je aspekt, který často v běžných učebnicích chybí. Mým cílem bylo žáky aktivizovat a probudit jejich zájem o mnohočleny a matematiku všeobecně.

POUŽITÁ LITERATURA

1. SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování*. 2., rozš. a aktualiz. vyd., [V nakl. Grada] vyd. 1. Praha: Grada, 2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1821-7.
2. ČÁP, Jan. *Psychologie výchovy a vyučování*. Praha: Karolinum, 1993. ISBN 80-7066-534-3.
3. PRŮCHA, Jan. *Moderní pedagogika*. Šesté, aktualizované a doplněné vydání. Praha: Portál, 2017. ISBN 978-80-262-1228-7.
4. ŠAFRÁNKOVÁ, Dagmar. *Pedagogika*. Praha: Grada, 2011. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-2993-0.
5. ZORMANOVÁ, Lucie. *Obecná didaktika: pro studium a praxi*. Praha: Grada, 2014. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-4590-9.
6. KALHOUS, Zdeněk. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-x.
7. PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 4., aktualiz. vyd. [i.e. Vyd. 5.]. Praha: Portál, 2008. ISBN 978-80-7367-416-8.
8. ČÁP, Jan. *Psychologie pro učitele*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-463-x.
9. SIKOROVÁ, Zuzana. *Hodnocení a výběr učebnic v praxi*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2007. ISBN 978-80-7368-412-6.
10. ODVÁRKO, Oldřich a Jiří KADLEČEK. *Matematika pro 8. ročník základní školy*. 2., přeprac. vyd. Praha: Prometheus, 2012. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 978-80-7196-434-6.
11. JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KRUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika*. Brno: Nová škola, 2016. Duhová řada. ISBN 978-80-7289-837-4.
12. LAUBEOVÁ, Alena, Blanka MATASOVÁ, Tomáš MIERVA, Petra NÁDVORNÍKOVÁ, Jana PRESOVÁ a Robert WEINLICH. *Hravá matematika 8: učebnice pro 8. ročník ZŠ a víceletá gymnázia : v souladu s RVP*. Praha: Taktik, 2021. ISBN 978-80-7563-265-4.
13. PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK, Josef TREJBAL a Jitka BOUŠKOVÁ. *Matematika 8: pro základní školy*. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2009. ISBN 978-80-7235-419-1.
14. TREJBAL, Josef. *Sbírka úloh z matematiky pro 8. ročník ZŠ*. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2014. ISBN 978-80-7235-512-9.

15. PŮLPÁN, Zdeněk, Michal ČIHÁK, Josef TREJBAL a Jitka BOUŠKOVÁ. *Matematika 8: pro základní školy*. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2009. ISBN 978-80-7235-420-7.
16. MALÍK, Michal, Jana PRESOVÁ, Veronika ŠOLCOVÁ a Roman NEDOROST. *Hravá matematika 8: pracovní sešit pro 8. ročník ZŠ a víceletá gymnázia*. 2. vydání. Praha: Taktik, 2017. ISBN 978-80-75630-84-1.
17. KOLDOVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-684-0.
18. JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KRUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika*. Brno: Nová škola, 2018. Duhová řada. ISBN 978-80-7289-970-8.
19. MIERVA, Tomáš. *Hravý početník 8: procvičovací sešit pro 8. ročník ZŠ a víceletá gymnázia : v souladu s RVP ZV*. Praha: Taktik, 2019. ISBN 978-80-7563-178-7.
20. KOLDOVÁ, Helena, Eduard FUCHS a Pavel TLUSTÝ. *Matematika 8: pro základní školy a víceletá gymnázia*. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-685-7.
21. JEDLIČKOVÁ, Michaela, Peter KRUPKA a Jana NECHVÁTALOVÁ. *Matematika*. Druhé vydání. Brno: Nová škola, 2020-. Duhová řada. ISBN 978-80-7600-171-8.

INTERNETOVÉ ZDROJE

1. Jan Němec, Mnohočleny – jednočlen a mnohočlen – matematika 8, 23.11.2023, Online. Dostupné z:
https://www.youtube.com/watch?v=exFWb0lZUB0&list=PLy9p_t0i9FCQVsYSSaoE3uiMjTMocVOv-&index=42[cit. 2024-03-10].
2. Jan Němec, Sčítání a odčítání mnohočlenů – matematika 8, 6.12.2023, Online. Dostupné z:
https://www.youtube.com/watch?v=KcF1Kj9NgrM&list=PLy9p_t0i9FCQVsYSSaoE3uiMjTMocVOv-&index=41[cit. 2024-03-12].
3. Jan Němec, Násobení mnohočlenu jednočlenem – matematika 8, 4.1.2022, Online. Dostupné z:
https://www.youtube.com/watch?v=NNEOErpNncs&list=PLy9p_t0i9FCQVsYSSaoE3uiMjTMocVOv-&index=40[cit. 2024-03-20].
4. Jan Němec, Násobení mnohočlenu mnohočlenem – matematika 8, 5.1.2022, Online. Dostupné z:
https://www.youtube.com/watch?v=X3Ah_bnhNMY&list=PLy9p_t0i9FCQVsYSSaoE3uiMjTMocVOv-&index=39[cit. 2024-03-24].
5. Jan Němec, Vytýkání před závorku (mnohočleny) – matematika 8, 6.2.2022, Online. Dostupné z:
https://www.youtube.com/watch?v=QpN0KsSWWpA&list=PLy9p_t0i9FCQVsYSSaoE3uiMjTMocVOv-&index=38[cit. 2024-04-02].
6. Jan Němec, Mnohočleny – dělení mnohočlenu jednočlenem – matematika 8, 7.2.2022, Online. Dostupné z:
https://www.youtube.com/watch?v=pYYrzXBkSHg&list=PLy9p_t0i9FCQVsYSSaoE3uiMjTMocVOv-&index=37[cit. 2024-04-10].
7. Jan Němec, Mnohočleny – vzorce pro úpravu mnohočlenů – matematika 8, 13.2.2022, Online. Dostupné z:
https://www.youtube.com/watch?v=ZwFimnLPDfo&list=PLy9p_t0i9FCQVsYSSaoE3uiMjTMocVOv-&index=36[cit. 2024-04-18].
8. Výukové materiály (ucitelnice.cz), online, Dostupné z:
<https://www.ucitelnice.cz/materialy?text=MNOHO%C4%8CLENY>