

UNIVERZITA PARDUBICE

FAKULTA EKONOMICKO-SPRÁVNÍ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2025

Bc. Tereza Ceplová

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní

Investiční strategie a optimalizace portfolia  
Diplomová práce

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní  
Akademický rok: 2024/2025

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Tereza Ceplová**  
Osobní číslo: **E23971**  
Studijní program: **N0413A050009 Ekonomika a management**  
Specializace: **Ekonomika a management podniku**  
Téma práce: **Investiční strategie a optimalizace portfolia**  
Zadávající katedra: **Ústav matematiky a kvantitativních metod**

## Zásady pro vypracování

Cílem práce je popsat a řešit optimalizační finanční úlohy. Práce bude obsahovat matematickou formulaci problému optimalizace portfolia, teoretický popis úloh lineárního programování a popis metod řešení, které budou použity na optimalizaci portfolia vybrané společnosti.

Osnova:

- Finanční investování, strategie a portfolio.
- Metody optimalizace portfolia.
- Optimalizace portfolia pomocí lineárního programování.
- Finanční situace a investiční strategie vybraného podniku.
- Sestavení a optimalizace investičního portfolia.
- Ekonomická interpretace a zhodnocení výsledků.

Rozsah pracovní zprávy: **50**  
Rozsah grafických prací:  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

BOGLE, John C. *The Little Book of Common Sense Investing: The Only Way to Guarantee Your Fair Share of Stock Market Returns*. Revised Edition. Wiley, 2017. ISBN 978-1119404507.  
JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.  
LINDA, Bohdan a VOLEK, Josef. *Lineární programování*. Vydání 6. opravené a doplněné. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2016. ISBN 978-80-7560-018-9.  
ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody*. 3. upravené a rozšířené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2019. ISBN 978-80-7380-762-7.  
TAHA, Hamdy A. *Operations research: an introduction*. Tenth edition. Harlow: Pearson, 2017. ISBN 978-1-292-16554-7.  
TOBIAS, Andrew. *The Only Investment Guide You'll Ever Need*. Revised Edition. Harper Business, 2022. ISBN 978-0358623465.  
TŮMA, Aleš. *Ideální investiční portfolio: Jak dosáhnout investičního zenu*. Praha: Grada Publishing, 2019. ISBN 978-80-271-2623-1.

Vedoucí diplomové práce: **Mgr. Jana Heckenbergerová, Ph.D.**  
Ústav matematiky a kvantitativních metod

Datum zadání diplomové práce: **1. září 2024**  
Termín odevzdání diplomové práce: **30. dubna 2025**

**prof. Ing. Jan Stejskal, Ph.D.** v.r.  
děkan

L.S.

**prof. Ing. et Ing. Renáta Myšková, Ph.D.** v.r.  
garant studijního programu

V Pardubicích dne 1. září 2024

**Prohlašuji:**

Práci s názvem Investiční strategie a optimalizace portfolia jsem vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 28. července 2025

Bc. Tereza Ceplová v. r.

## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto způsobem bych ráda poděkovala své vedoucí práce Mgr. Janě Heckenbergerové, Ph. D., za poskytnuté rady a doporučení během celého zpracovávání této diplomové práce. Velmi si cením i její značné trpělivosti, kterou se mnou měla. Dále bych ráda poděkovala společnosti, která v této práci vystupuje pod názvem INVESTMED, s. r. o., a jejím zaměstnancům za jejich spolupráci. Mé díky patří i mé rodině za dlouhodobou podporu během mého studia.

## **ANOTACE**

*Tato diplomová práce se zabývá tematikou finančního investování a lineárního programování se zaměřením na optimalizaci investičního portfolia. V první části práce je přiblížena problematika finančního investování, popsány investiční nástroje, investiční strategie a metody optimalizace portfolia. V druhé části práce je obecně vysvětleno lineární programování a uveden ukázkový příklad na maximalizaci očekávaného výnosu pomocí lineárního programování. Třetí část se zabývá sestavením investičního portfolia pro vybranou společnost a jeho optimalizací skrze lineární programování.*

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

*finanční investování, optimalizace portfolia, lineární programování, Simplexová metoda, Moderní teorie portfolia, MPT, ETF, investování, investiční strategie, metody optimalizace portfolia, očekávaný výnos, operační výzkum*

## **TITLE**

*Investment Strategies and Portfolio Optimization*

## **ANNOTATION**

*This diploma thesis is about the topic of financial investing and linear programming, with a focus on portfolio optimization. The first part of the thesis introduces the topic of financial investment, describes investment instruments, investment strategies and portfolio optimization methods. The second part of the thesis provides a general explanation of linear programming and presents an example of maximizing expected returns using linear programming. The third part focuses on portfolio construction for a selected company and optimizing it through linear programming.*

## **KEYWORDS**

*financial investing, portfolio optimization, linear programming, Simplex method, Modern Portfolio Theory, MPT, ETF, investing, investment strategies, portfolio optimization methods, expected return, operations research*

# OBSAH

ÚVOD.....	11
1 Finanční investování, strategie, nástroje a portfolio .....	12
1.1 Investiční strategie .....	13
1.2 Investiční nástroje .....	18
1.3 Investiční portfolio.....	25
2 Metody optimalizace portfolia.....	28
2.1 Moderní teorie portfolia.....	28
2.2 Capital Asset Pricing Model .....	32
2.3 Arbitrage Pricing Theory .....	34
2.4 AI a optimalizace portfolia .....	35
3 Optimalizace portfolia pomocí lineárního programování.....	37
3.1 Postup pro nalezení řešení modelu lineárního programování.....	37
3.2 Kanonický tvar úlohy lineárního programování .....	39
3.3 Simplexová metoda.....	39
3.4 Ukázkový příklad – Maximalizace očekávaného výnosu.....	41
4 Finanční situace a investiční strategie vybraného podniku .....	51
5 Sestavení a optimalizace investičního portfolia.....	53
5.1 Ekonomický model .....	56
5.2 Matematický model .....	56
5.3 Kanonický tvar.....	58
5.4 Hledání optimálního řešení .....	60
6 Ekonomická interpretace a zhodnocení výsledků.....	94
6.1 Varianta A.....	95
6.2 Varianta B .....	96
6.3 Varianta C .....	97
6.4 Varianta D.....	98
6.5 Varianta E .....	100
6.6 Varianta F .....	101
6.7 Souhrnné zhodnocení portfolií.....	103
6.8 Doporučené portfolio .....	106
ZÁVĚR .....	108
SEZNAM PŘÍLOH.....	114

## SEZNAM ILUSTRACÍ

Obrázek 1: Cíl investování .....	12
Obrázek 2: Investiční trojúhelník .....	13
Obrázek 3: Dokonalá záporná korelace akcií .....	26
Obrázek 4: Efektivní hranice .....	31
Obrázek 5: Capital Market Line .....	32
Obrázek 6: Security Market Line.....	34
Obrázek 7: Požadavky na optimalizaci portfolia v porovnání s generativním AI.....	35
Obrázek 8: Fáze při aplikaci operačního výzkumu .....	37
Obrázek 9: Příklad - Vstupní data Řešitele.....	49
Obrázek 10: Příklad - Řešitel.....	49
Obrázek 11: Příklad - Výstupní data Řešitele.....	50
Obrázek 12: Parametry Řešitele .....	61
Obrázek 13: Optimální řešení varianty A pro míru rizika 10 %.....	62
Obrázek 14: Optimální řešení varianty A pro míru rizika 15 %.....	64
Obrázek 15: Optimální řešení varianty A pro míru rizika 20 %.....	65
Obrázek 16: Optimální řešení varianty B pro míru rizika 10 %.....	67
Obrázek 17: Optimální řešení varianty B pro míru rizika 15 %.....	68
Obrázek 18: Optimální řešení varianty B pro míru rizika 20 %.....	70
Obrázek 19: Optimální řešení varianty C pro míru rizika 10 %.....	71
Obrázek 20: Optimální řešení varianty C pro míru rizika 15 %.....	73
Obrázek 21: Optimální řešení varianty C pro míru rizika 20 %.....	74
Obrázek 22: Optimální řešení varianty D pro míru rizika 10 %.....	76
Obrázek 23: Optimální řešení varianty D pro míru rizika 15 %.....	77
Obrázek 24: Optimální řešení varianty D pro míru rizika 20 %.....	79
Obrázek 25: Optimální řešení varianty D pro míru rizika 25 %.....	80
Obrázek 26: Optimální řešení varianty E pro míru rizika 10 % .....	82
Obrázek 27: Optimální řešení varianty E pro míru rizika 15 % .....	83
Obrázek 28: Optimální řešení varianty E pro míru rizika 20 % .....	85
Obrázek 29: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 10 % .....	87
Obrázek 30: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 15 % .....	88
Obrázek 31: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 20 % .....	90
Obrázek 32: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 25 % .....	91
Obrázek 33: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 30 % .....	93
Obrázek 34: Složení a očekávaný roční výnos jednotlivých portfolií v Kč .....	94
Obrázek 35: Očekávaný výnos a riziko portfolií .....	104
Obrázek 36: Očekávaný výnos portfolia a celková investice .....	104
Obrázek 37: Očekávaný výnos při investici 1 000 Kč.....	105
Obrázek 38: Očekávaný výnos na 1 % očekávaného rizika .....	106

## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Vzorová simplexová tabulka .....	40
Tabulka 2: Příklad - Hodnoty investičních nástrojů .....	41
Tabulka 3: Příklad - Omezující podmínky .....	43
Tabulka 4: Příklad - KTÚLP omezující podmínky .....	44
Tabulka 5: Příklad - Dosazení do simplexové tabulky .....	44
Tabulka 6: Příklad - Dvofázová simplexová tabulka.....	45
Tabulka 7: Příklad - Transformace 1 .....	46
Tabulka 8: Příklad - Transformace 2 .....	46
Tabulka 9: Příklad - Transformace 3 .....	47
Tabulka 10: Příklad - Kontrola omezujících podmínek.....	48
Tabulka 11: Historická roční data.....	54
Tabulka 12: Očekávané roční hodnoty .....	55
Tabulka 13: Omezující podmínky pro varianty A, B a C .....	57
Tabulka 14: Upravené omezující podmínky KTÚLP pro varianty A, B a C .....	59
Tabulka 15: Splnění omezujících podmínek varianty A pro míru rizika 10 % .....	63
Tabulka 16: Splnění omezujících podmínek varianty A pro míru rizika 15 % .....	64
Tabulka 17: Splnění omezujících podmínek varianty A pro míru rizika 20 % .....	66
Tabulka 18: Splnění omezujících podmínek varianty B pro míru rizika 10 % .....	67
Tabulka 19: Splnění omezujících podmínek varianty B pro míru rizika 15 % .....	69
Tabulka 20: Splnění omezujících podmínek varianty B pro míru rizika 20 % .....	70
Tabulka 21: Splnění omezujících podmínek varianty C pro míru rizika 10 % .....	72
Tabulka 22: Splnění omezujících podmínek varianty C pro míru rizika 15 % .....	73
Tabulka 23: Splnění omezujících podmínek varianty C pro míru rizika 20 % .....	75
Tabulka 24: Splnění omezujících podmínek varianty D pro míru rizika 10 % .....	76
Tabulka 25: Splnění omezujících podmínek varianty D pro míru rizika 15 % .....	78
Tabulka 26: Splnění omezujících podmínek varianty D pro míru rizika 20 % .....	79
Tabulka 27: Splnění omezujících podmínek varianty D pro míru rizika 25 % .....	81
Tabulka 28: Splnění omezujících podmínek varianty E pro míru rizika 10 %.....	82
Tabulka 29: Splnění omezujících podmínek varianty E pro míru rizika 15 %.....	84
Tabulka 30: Splnění omezujících podmínek varianty E pro míru rizika 20 %.....	85
Tabulka 31: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 10 %.....	87
Tabulka 32: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 15 %.....	89
Tabulka 33: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 20 %.....	90
Tabulka 34: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 25 %.....	92
Tabulka 35: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 30 %.....	93

## **SEZNAM ZKRATEK**

AI	Artificial Intelligence
APT	Arbitrage Pricing Theory
BCPP	Burza cenných papírů Praha, a. s.
CAPM	Capital Asset Pricing Model
CML	Capital Market Line
ETF	Exchange Traded Funds
KTÚLP	Kanonický tvar úlohy lineárního programování
MPT	Modern Portfolio Theory
NFT	Non-Fungible Token
SML	Security Market Line
TIF	Traditional Index Fund

## ÚVOD

V moderní době je svět investování otevřen takřka každému. Zorientovat se na volatilním finančním trhu a sestavit si své optimální investiční portfolio jsou však problémy, kterým investoři stále čelí.

Stanovení investičního cíle, určení rizikového profilu investora, nastudování jednotlivých investičních instrumentů a investičních strategií, analýzy historických dat a trendů, ... to vše, a ještě mnohem více je spojeno s investováním. I když investor zvládne vytipovat takové investiční nástroje, jenž mají potenciál, jen stěží může vědět, kolik do jednotlivých instrumentů má investovat, aby mu celkové portfolio přineslo maximální výnos za přípustného rizika.

Existují různé metody optimalizace portfolia, které se tento proces snaží matematicky formulovat. Využívají k tomu obvykle modelování vztahů mezi výnosem, rizikem a korelacemi mezi jednotlivými investičními aktivy. Cílí tak na nalezení ideálního rozložení kapitálu mezi jednotlivá aktiva.

Tento cíl až nápadně připomíná optimalizační úlohy lineárního programování. Lineární programování je matematickou disciplínou, která se používá k řešení optimalizačních úloh s cílem maximalizovat nebo minimalizovat určitou veličinu za současného dodržení stanovených podmínek. V oblasti rozvržení investičního portfolia by taková optimalizační úloha mohla mít za cíl maximalizovat očekávaný výnos investičního portfolia, složeného z výběru investičních nástrojů. Stanovený rozpočet, tolerovaná míra rizika a jiné požadavky investora by pak tvořily omezující podmínky.

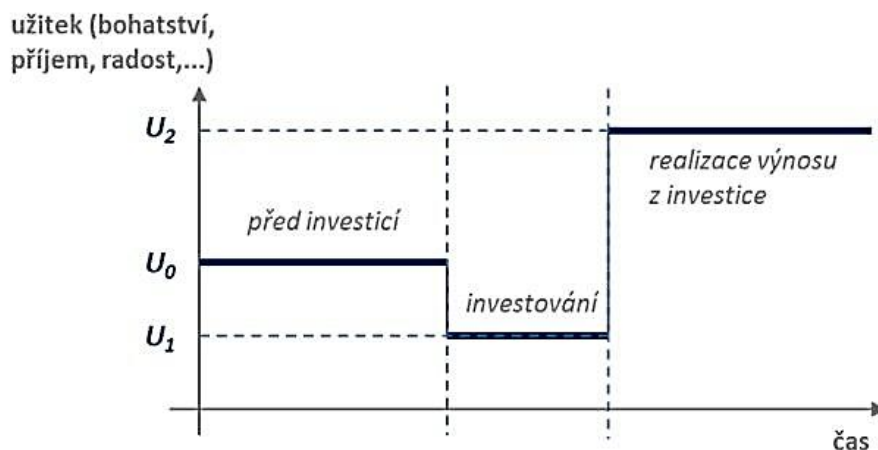
Kombinace investičních strategií, principů a lineárního programování by tak mohla potenciálně zjednodušit investorům rozhodovací proces při optimalizaci portfolia.

**Cílem práce je popsat a řešit optimalizační finanční úlohy. Práce bude obsahovat matematickou formulaci problému optimalizace portfolia, teoretický popis úloh lineárního programování a popis metod řešení, které budou použity na optimalizaci portfolia vybrané společnosti.**

## 1 Finanční investování, strategie, nástroje a portfolio

Finanční investování představuje situaci, kdy se investoři (stát, společnost, fyzická osoba), rozhodnou zhodnotit část svých příjmů, resp. úspor, tím, že je vloží do kapitálu (aktiv) za účelem získání budoucího užitku. Tato aktiva mohou poskytnout vyšší výnos než např. spořicí účty, ale jsou rizikovější. Riziko investování spočívá ve ztrátě hodnoty zvoleného investičního nástroje či aktiva. Záleží pak jen na investorovi, jak moc je ochoten riskovat, aby dosáhl svého cíle.

Cílem investování je zvýšení hodnoty současných prostředků, ale investování může představovat i způsob, jak zamezit či alespoň snížit ztrátu hodnoty těchto prostředků vzhledem k vývoji ekonomického světa, především k rostoucí inflaci. Cíl investování, resp. výše užitku před a během investování, přibližuje také obrázek 1. [5] [12] [29]



Obrázek 1: Cíl investování

Zdroj: [29]

Investovat lze na finančních trzích, ať tuzemských, nebo zahraničních. Tyto trhy je možné dále rozlišit na:

- peněžní trhy (nabídka a poptávka finančních prostředků se splatností do jednoho roku),
- kapitálové trhy (obchod s dluhopisy, akciemi, deriváty...),
- devizové trhy (obchod se zahraničními měnami),
- realitní trhy (obchod s nemovitostmi),
- komoditní trhy (obchod se surovinami).

Trhy jsou také rozlišovány na regulované a neregulované. Rozdíl mezi těmito trhy je, že regulované trhy podléhají doзору dané národní banky či jiného dozorového úřadu. Investiční

nástroje, resp. jejich emitenti, také musí splňovat podmínky příslušné legislativy, aby s nimi bylo možné na regulovaném trhu obchodovat.

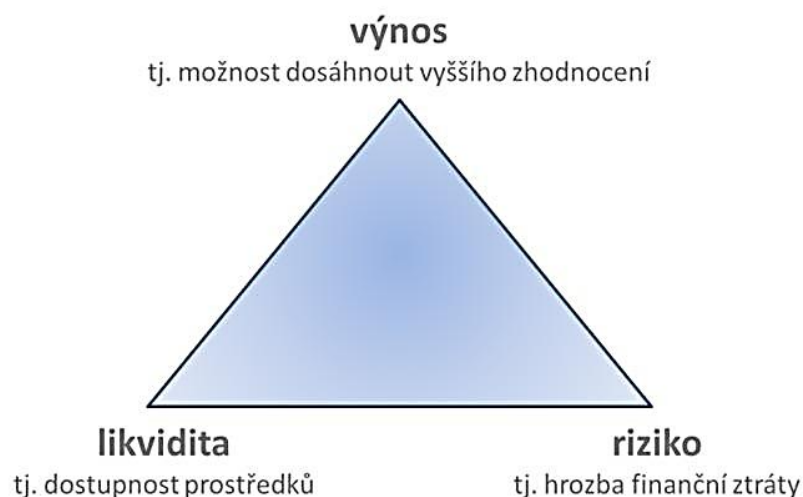
V českém prostředí se jedná o Burzu cenných papírů Praha, a. s. (dále BCPP) a RM-Systém, a. s. Na BCPP je obchodování s kótovanými tituly omezeno pouze skrze členy této burzy. RM-Systém umožňuje investorům obchodovat napřímo s podmínkou předchozí registrace zákazníka. [15]

Obě tyto společnosti figurují na regulovaném trhu. Legislativa právně upravující investování a kapitálové trhy v ČR je [13] [16]:

- zákon č. 240/2013 Sb., o investičních společnostech a investičních fondech;
- zákon č. 163/2024 Sb., kterým se mění zákon č. 240/2013 Sb., o investičních společnostech a investičních fondech, ve znění pozdějších předpisů, a další související zákony;
- zákon č. 256/2004 Sb., o podnikání na kapitálovém trhu;
- a další zákony, vyhlášky a nařízení vlády.

### 1.1 Investiční strategie

S investováním se neodmyslitelně pojí pojmy výnos a riziko. Neméně důležitá je však i likvidita. Tyto tři pojmy představují základ ve smýšlení investora a jejich propojením vzniká tzv. investiční trojúhelník (viz obrázek 2).



Obrázek 2: Investiční trojúhelník

Zdroj: [29]

Investiční trojúhelník znázorňuje vzájemný vztah výnosu, likvidity a rizika. Investoři požadují co nejvyšší výnos a likviditu, a zároveň minimální riziko. Tato situace je však nemožná. Obecně totiž platí:

- čím vyšší výnos, tím vyšší riziko a naopak,
- čím vyšší likvidita, tím nižší výnos a naopak,
- čím vyšší riziko, tím nižší likvidita a naopak.

Investoři proto volí určitý kompromis mezi těmito třemi pojmy v závislosti na vlastním mínění a ochotě a schopnosti riskovat. Od toho se následně odvíjí i investiční strategie. [5] [29] [36]

### 1.1.1 Investorův vztah k riziku

Vzhledem k tomu, že v zásadě neexistuje investice, která by byla zcela bezriziková, tedy její riziko by bylo nulové, je nutné vzít v potaz ještě před začátkem investování investorův vztah k riziku. Je zapotřebí také rozlišovat schopnost nést riziko a ochotu nést riziko. To tvoří rizikovou toleranci investora. Ideálně by měl být investor ochoten nést takové riziko, které je schopen nést.

**Schopnost nést riziko** popisuje rizikovou kapacitu investora. Jedná se o objektivní vyčíslení takové ztráty, kterou je investor schopen snést bez toho, aby jej výrazně ohrozila. To závisí na situaci investora, na jeho příjmech, úsporách, závazcích (i např. rodinných) a dlužích... Schopnost nést riziko je pochopitelně vyšší u investora s úsporami v řádu statisíců a značným majetkem než u někoho, kdo žije „od výplaty k výplatě“.

**Ochota nést riziko** se odvíjí od osobnosti investora. Jedná se o subjektivní pojem, jelikož jeho základem jsou investorovy pocity a zkušenosti, které určují, jakou míru rizika je ochoten podstoupit. [3] [36]

Postoj investora k riziku může být následující:

- averze, odpor k riziku;
- neutrální;
- sklon k riziku.

Pokud má investor **averzi k riziku**, vyhledává bezpečné investování s minimální rizikem. Raději se smíří s nižšími výnosy, když mu alespoň pomohou ochránit jeho kapitál před inflací. Jakékoli ztráty takový investor vnímá jako podstatné. Tento postoj lze také nazvat

**konzervativní rizikový profil** investora. Tito investoři jsou obvykle klidní, pečliví, trpěliví a analytičtí.

**Neutrální postoj** investora k riziku s sebou nese ochotu nést vyšší míru rizika než konzervativní investor. Především pokud mu vyšší riziko přinese vyšší zisky nebo pravidelnost výnosů. Zároveň platí, že drobné ztráty takového investora neznepokojují. O investrovi, který má právě neutrální postoj k riziku, můžeme říct, že má **středně rizikový profil**.

Jestliže má investor **sklon k riziku**, případně jej přímo vyhledává, lze tomuto investorovi přiřadit **agresivní rizikový profil**. S tím je spojeno smýšlení, že pokud je možnost dosažení vysokého zisku, stoupá i ochota investora utrpět vyšší kontrolovanou ztrátu. Utrpěná ztráta navíc tolik neovlivní riskujícího investora, jelikož ji vnímá jako běžnou součást investování. Takoví investoři jsou obvykle intuitivní se zájmem o dynamická, inovativní odvětví. [11] [31]

### 1.1.2 Aktivní a pasivní investování

Základní rozdělení investování je na aktivní a pasivní investování.

**Aktivní investování** cílí na překonání trhu, přesněji jeho výkonu. Aktivním výběrem investičních aktiv vyvíjí investoři snahu získat vyšší výnosy, než má trh, a mohou toho dosáhnout pomocí analýz tržních trendů, makroekonomických ukazatelů a vývoje sektorů i jednotlivých akcií. Na druhou stranu však investorům rostou náklady (např. poplatky za správu fondů, poplatky za nákup a prodej aktiv), míra rizika a časová náročnost. Aby byl investor úspěšný při aktivním investování, musí se na trhu dobře orientovat a rychle reagovat na jeho změny. Aktivní investování typicky vyhledávají investoři se sklonem k riziku.

**Pasivní investování** se nezaobírá překonáním trhu, nýbrž získáním stabilního dlouhodobého výnosu bez nutnosti častých transakcí s investičními aktivy. Obvykle investoři nakoupí indexové fondy či jiná aktiva kopírující vývoj daného trhu a v dlouhodobém horizontu tuto investici drží a nijak s ní neobchodují. Výhodou pasivního investování je jeho časová nenáročnost z pohledu investora, nižší náklady a nižší míra rizika. Kvůli neměnnému portfoliu, které kopíruje vývoj trhu, se však nelze bránit před tržními výkyvy, které mohou přinést nižší výnosy nebo ztráty. Pasivní investování je populární zejména u konzervativních investorů.

Oba přístupy k investování lze však kombinovat. Aktivní a pasivní přístup může vytvořit diverzifikované portfolio, které dokáže nabídnout jak stabilní výnos, tak i příležitosti k využití

volatilního trhu. V takovém případě je portfolio z většiny soustředěno na pasivní investování a menší částí na spekulativní aktivní investování. [30]

### **1.1.3 Základní investiční strategie**

Investiční strategie představuje investorův pohled a přístup k finančním trhům a jednotlivým investičním nástrojům. Může odrážet určitá pravidla, chování a metody, které vedou investora k jeho stanovenému cíli. Níže je uveden výběr z investičních strategií a jejich stručný popis.

#### **Růstová strategie**

Investor se zaměří na společnosti, které mají výrazný potenciál k růstu tržeb, zisků či cash flow. Častou oporou při výběru akcií společností je fundamentální analýza se sledováním růstu zisku na akcii (EPS), růstu tržeb a poměru ceny akcie vzhledem k růstu zisku a k tempu růstu zisku (tzv. PEG poměr). Jedná se o spíše spekulativní a rizikový styl investování.

Mezi pozitiva tohoto stylu investování patří potenciální vyšší výnosy, možný vysoký zisk z kapitálového růstu a podpora mnohdy inovativních společností. Tento přístup je nevhodný kvůli vyššímu riziku a volilitě růstových akcií, obvykle se vyplácí malé nebo žádné dividendy a růstové akcie mohou být přehnaně nadhodnoceny. [25] [33]

#### **Hodnotová strategie**

Investor se zaměří na společnosti s podhodnocenými akciemi, tedy těmi, které mají vnitřní hodnotu vyšší, než je jejich cena. Rozdíl těchto dvou hodnot je označován jako bezpečnostní polštář. Běžně se k vyhodnocování využívá fundamentální analýza, kdy se sledují ukazatele ceny vůči zisku (P/E poměr), tržbám (P/S poměr), účetní hodnotě (P/B poměr) a dividendový výnos. Investoři také posuzují růstový potenciál společnosti, její finanční zdraví, konkurenční pozici a trvalý cash flow.

Mezi výhody tohoto typu strategie patří obvykle pravidelný příjem pro investory skrze dividendy, nižší riziko a možnost nadprůměrných výnosů, pokud trh podhodnocenou akcii nakonec správně ocení. Naopak od této strategie odrazuje její časová náročnost, nutná trpělivost a důkladná analýza a riziko „hodnotové pasti“, kdy se akcie může nakonec prokázat jako oprávněně podhodnocená. [25] [33]

#### **Výnosová strategie**

Investoři si vybírají akcie takových společností, u nichž je zvykem vyplácet pravidelně dividendy. Kromě akcií investují i např. do dluhopisů, nemovitostí a jiných aktiv,

kteřá vyplácejí pravidelné úroky či dividendy. Taková aktiva, jako jsou výnosové akcie, lze obvykle nalézt v odvětví veřejných služeb, spotřebního zboží či telekomunikace. Cílem této strategie je vytvořit diverzifikované portfolio, které zajistí stabilní pasivní příjem.

Důvodem, proč zvolit tuto strategii, může být příslib pravidelného příjmu, stability a ochrany před inflací, obzvláště v případě, kdy společnosti mají tempo zvyšování výplat vyšší, než je míra inflace. Mezi negativa pak patří omezený možný růst kvůli vyzrálosti odvětví, potenciální citlivost na změny úrokových sazeb a automatické zdanění výplat dividend. [25]

### **Časování trhu**

V tomto případě se jedná o předvídaní krátkodobých pohybů celého trhu a jeho vývoj. Jedná se o zcela spekulativní záležitost, využívající analýzu tržních faktorů, např. ekonomických indikátorů nebo zpráv o výsledcích hospodaření, a technickou analýzu historických statistických trendů.

Vyšší potenciální výnos, možnost minimalizovat ztráty, pokud investor dokáže odhadnout správný moment pro nákup a prodej akcií, a aktivní řízení rizika přizpůsobováním portfolia jsou hlavní výhody časování trhu. Naopak obtížné predikce, emoční stres, vyšší transakční poplatky a daně z kapitálových zisků hovoří proti časování trhu. [25] [33]

### **Aktivní obchodování**

Aktivní obchodování pracuje s cílem generovat zisk z krátkodobých cenových pohybů finančních aktiv jako jsou akcie, komodity, měnové páry a finanční deriváty. S těmito finančními nástroji se obchoduje ve velmi krátkém časovém období, běžně se jedná o hodiny a dny, maximálně měsíce, a z těchto pohybů se snaží investor získat zisk. Obvykle se při této strategii používá technická analýza, při níž se zkoumají historická data, trendy a indikátory pro předpověď možného budoucího vývoje aktiv.

Pozitivní na této strategii pro investory je, že mohou dosáhnout vysokých výnosů v případě správného načasování obchodování, mohou flexibilně reagovat na tržní změny a díky tomu využívat výkyvy trhu ve svůj prospěch. Naopak investory mohou odradit vyšší transakční náklady, vyšší míra rizika a náročnost jak po časové, tak i po emoční stránce. [25] [33]

### **Indexová strategie**

Tato strategie cílí na dlouhodobý výnos srovnatelný s výnosem některého z akciových indexů (S&P 500, Dow Jones Industrial Average, FTSE 100 aj.). Pro dosažení takového výsledku

investoři nakupují burzovně obchodovatelné fondy (ETF). Indexová strategie čerpá z teorie efektivního trhu, v níž se pracuje s předpokladem, že je obtížné aktivně řídit portfolio a překonat s ním trh, když tržní ceny akcií odrážejí všechny dostupné informace na trhu. Tím, že se skrze diverzifikaci portfolia a investiční pasivitu investor nesnaží trh překonat, nýbrž sledovat jeho výkonnost, je možné s minimálními náklady a rizikem dosáhnout výnosů kopírujících celkový výkon trhu.

Výhodami indexové strategie jsou již zmíněná diverzifikace portfolia, nízké náklady na poplatky ETF fondů a pasivní přístup přinášející nižší náročnost oproti aktivnímu přístupu. Naopak od dané strategie odrazuje omezený možný výnos, nevyužití příležitostí pro koupi či prodej akcií nebo riziko krátkodobých ztrát kvůli poklesům trhu. [25] [33]

### **Arbitráž**

Arbitráž představuje strategii, při níž investor využívá cenové rozdíly mezi trhy či finančními nástroji. Cenové rozdíly vznikají kvůli odlišným obchodním podmínkám, zpoždění informací nebo neefektivitě trhu. Pokud se investor řídí strategií arbitráže, v praxi nakoupí a prodá současně stejné aktivum (akcie, dluhopisy, komodity, deriváty, měny) na různých trzích, aby tyto cenové rozdíly získal. Při tom získává zisk v zásadě bez rizika, pokud se jedná o čistou arbitráž. Obvykle se jedná o spekulativní arbitráž, při níž se např. párují akcie, které se historicky vyvíjely obdobně, v době nákupu/prodeje se jejich pohyby odchýlily a investor spekuluje, že se v budoucnu jejich pohyby (a ceny) opět přiblíží.

Pozitivem je v případě arbitráže „bezrizikový“ zisk, možná diverzifikace a zefektivňování trhu skrze vyrovnávání cen. Negativem pak je nízký zisk, krátkodobé příležitosti a složitost jejich nalezení, rychlého zpracování informací a obchodování, které je téměř nerealizovatelné bez nákladných pokročilých technologií. [25] [33]

## **1.2 Investiční nástroje**

Označení investiční nástroje se vztahuje k prostředkům, skrze které investor může zhodnotit svůj kapitál. Každý investiční nástroj má své kladné a záporné stránky. Liší se především očekávanou mírou výnosu, mírou rizika, likviditou a investičním horizontem. Závisí na cíli investora, jeho toleranci vůči riziku a časových možnostech. Níže jsou uvedeny a popsány nejvíce zastoupené investiční nástroje.

### 1.2.1 Akcie

Akcie (anglicky Stock) je majetkový cenný papír, který zastupuje podíl na vlastním kapitálu emitující akciové společnosti. Poskytuje vlastníku akcie (akcionáři) právo na podíl na majetku a zisku společnosti a také právo na řízení dané společnosti (hlasovací právo) a na její případný likvidační zůstatek podle množství vlastněných akcií. Akcie se dělí na kmenové a prioritní. Rozdíl mezi nimi je ten, že vlastníci prioritních akcií nemají hlasovací práva, ale přednostně obdrží dividendy a likvidační zůstatek než kmenoví akcionáři.

Akcie jsou vyhledávány z investičních důvodů kvůli jejich potenciálnímu vysokému výnosu, než je možné dosáhnout u jiných investičních nástrojů. Dále slouží i jako zajištění proti inflaci, jelikož jejich výnosy obvykle převyšují míru inflace. Pro investory, kteří nejsou zaměřeni pouze na výnos z prodeje akcií, představuje akcie i pasivní příjem v podobě dividend (výplata akcionářům podle rozhodnutí valné hromady a. s.). Dividendy však neposkytují všechny společnosti a jejich výplata nemusí být pravidelná.

Vzhledem ke skutečnosti, že akcie jsou obvykle veřejně obchodovány na burzách cenných papírů, jejich nákup a prodej je relativně snadný a rychlý, což akcie řadí mezi likvidní investice. Navíc jejich transakční poplatky u řady brokerů mohou být nízké až nulové, což přispívá k investorovu výnosu. Je také možné nakoupit tzv. frakční akcie, které umožňují investorům vložit své prostředky i do společností, jejichž akcie by byly v plné částce mimo jejich rozpočet. Investor je zároveň díky rozšířenosti akcií schopen vytvořit diverzifikované portfolio napříč odvětvími.

S vysokým výnosem je však spojeno i vysoké riziko. Volatilita trhu, neboli rozsah kolísání ceny finančního nástroje v průběhu času, je u akcií obvykle vysoká. Krátkodobé skoky na akciovém trhu jsou běžnou záležitostí. Průměrně se jedná o pokles z maxima o 10 % zhruba jednou ročně, o 20 % jednou za čtyři roky a alespoň jednou za desetiletí o více než 30 %. Změny ve vývoji akcií mohou přinést investorům stres a mnohdy mezi investory vyvolávají paniku, která může vést k neuváženým transakcím.

Vybrat správnou akcii je také zdoluhavý a namáhavý proces, který je obvykle dosti spekulativní. Investoři zkoumají historický vývoj dané akcie, trendy, finanční výkazy společností, vnitřní hodnotu akcie a další zdroje, což je časově velmi náročné. Navíc je u akcií důležité i načasování jejich koupě, případně prodeje, pokud se investor zaměřuje především na zisk z obchodování akcie. Pokud danou akcii investor pořídí v době, kdy je podhodnocená a její cena je nízká, a později ji prodá, když dosáhne svého maxima, může investor dosáhnout

vysokého zisku. Problémem je, že tyto okamžiky je snadné promeškat a obtížné odhadnout. V případě nesprávného určení vnitřní hodnoty akcie je také možné, že se investor dočká vysoké ztráty. [1] [2] [35] [38]

### **1.2.2 Dluhopisy**

Dluhopisy či obligace (anglicky Bond) jsou emitovány korporací (korporátní, soukromé dluhopisy), státem (státní dluhopisy) i obcemi (městské, municipální dluhopisy) za účelem získání financí bez nároku na podíl na majetku nebo zřízení úvěru u banky. Jedná se o dluhový cenný papír, který je spojen s emitentovým příslibem vrácení jistiny (půjčené částky) na konci splatnosti obligace a s průběžnou výplatou úroku (kupónu) investorovi.

Dluhopisy lze rozlišit podle jejich splatnosti na krátkodobé (do 5 let), střednědobé (5–12 let) a dlouhodobé (více než 12 let). Od jejich splatnosti se odvíjí výše úroku a výše rizika, kdy krátkodobé obligace obvykle nabízejí nižší úrok a nižší riziko, a naopak dlouhodobé dluhopisy jsou běžně spojeny s vyššími úroky (výnosy), ale i vyšším rizikem kvůli citlivosti na případné změny úrokových sazeb centrální banky.

Obligace se dále mohou rozlišit podle jejich úročení a kupónu. Dluhopisy mohou mít fixní úrokovou sazbu, proměnlivé úročení nebo nulový kupón. Fixní úroková sazba platí neměnně až do splatnosti dluhopisu, což umožňuje snadno spočítat příjem, ale kvůli inflaci se postupně zhoršuje. Proměnlivé úročení pracuje s referenčními úrokovými sazbami, což může přinést vyšší výnos, ale i vyšší riziko. Dluhopisy s nulovým kupónem (nulovými úroky) jsou splatné za nominální hodnotu, která se při splatnosti vyplatí, ale prodávají se za cenu nižší. Při splatnosti tak vzniká zisk.

Většina dluhopisů nabízí stabilní příjem, což je jeden z hlavních důvodů, proč jsou mezi investory obligace populární. Navíc se jedná o investice s nízkou mírou rizika, především státní a municipální dluhopisy jsou považovány v zásadě za „bezpečné“ investice. U firemních dluhopisů je doporučeno před investováním prověřit finanční situaci emitenta, jeho záměry s půjčenými prostředky a zajištění emitovaných dluhopisů. Podkategorií korporátních dluhopisů jsou také bankovní dluhopisy, které investoři považují za nejbezpečnější z korporátních dluhopisů.

Investoři si do svých portfolií přidávají dluhopisy také kvůli diverzifikaci, snižování rizika celého portfolia, poměrně dobré likviditě obligací a prioritnímu nároku na aktiva v případě bankrotu emitenta (i před akcionáři). Obligace, které tolik nepodléhají výkyvům trhu, poslouží i jako ochrana proti volatilitě trhu, např. v kombinaci s akciemi.

Naopak proti zvolení dluhopisu mluví jejich nižší výnosy, než jaké jsou např. u akcií. Také inflace může snižovat reálnou hodnotu vyplácených kupónů a nominální hodnoty dluhopisu, a tak snižovat reálný výnos z obligace. Dále navýšení úrokových sazeb centrální bankou může být příčinou poklesu tržních cen dluhopisů, což investorovi, který dluhopis před jeho splatností prodává, může přinést ztrátu. U korporátních dluhopisů existuje ještě riziko spojené s investorem ztrátou. To může nastat, pokud emitent obligace nebude schopen splácet svůj dluh. [2] [22] [35] [38]

### 1.2.3 Podílové fondy

Podílové fondy (anglicky Mutual Funds) jsou nástrojem kolektivního investování. Jedná se o způsob, jak investoři mohou skrze jedinou investici získat podíl na diverzifikovaném portfoliu investiční společnosti, která daný podílový fond vytvořila. Podílový fond není spravován samotnými investory, ale správcem (bankou, investiční společností), která rozhoduje, jak bude portfolio složeno a obhospodařováno.

Fondy lze rozlišovat podle tříd aktiv, na které je fond zaměřen, např. na akciové, dluhopisové, nemovitostní, komoditní, ale existují i fondy smíšené (fondy více aktiv) nebo fondy fondů. Dále lze investiční fondy rozčlenit na konzervativní, vyvážené a agresivní (dynamické). Toto rozdělení se odvíjí od zvolené investiční strategie.

Konzervativní fondy existují jako ochrana majetku investorů před znehodnocením, poskytují tedy nízký výnos (kolem 2,5 % ročně), ale i nízké riziko. Vyvážené podílové fondy nabízejí přiměřené zhodnocení nad úrovní inflace (kolem 5 % ročně) za přiměřeného rizika. Dynamické fondy zahrnují volatilnější aktiva (více riziková) a jejich potenciální zhodnocení může dlouhodobě být kolem 9 % ročně. Dále existují také tematické podílové fondy, které jsou zaměřeny na určité odvětví a trendy. [2] [24] [35] [36]

Existují také specifické typy podílových fondů. Jedná se o tzv. No-Load Mutual Fund a Closed-End Fund. **No-Load Mutual Fund** je podílový fond, který nevybírá od investora poplatky za obchodování podílových listů. Pro investora to může znamenat nižší náklady na pořízení a prodej, ale není zaručeno, že celkové náklady nebudou u takového fondu nakonec vyšší (např. kvůli vyššímu ročnímu poplatku za správu).

**Closed-end Fund**, neboli uzavřený podílový fond, je typ podílového fondu, který má fixní počet emitovaných podílových listů při svém založení, které se následně obchodují na burze cenných papírů. Tento styl obchodování nápadně připomíná obchodování s akciemi, jelikož

jejich cena se neřídí pouze čistým majetkem fondu, ale je závislá na poptávce a nabídce na trhu. [3] [35]

Podílové fondy obecně představují dlouhodobý investiční nástroj dostupný takřka každému investorovi, který je navíc více či méně aktivně ovládán správcem fondu, což šetří investorovi čas, je sám o sobě obvykle široce diverzifikovaný a likvidní. Jeho nevýhodou však mohou být poplatky a náklady, které si správce fondu účtuje, a nemožnost ovlivnit rozhodnutí správce fondu. Je také důrazně doporučováno, si správce fondu ověřit, jakou má reputaci, zkušenosti a kvalifikaci. [2] [3] [24] [35] [36]

#### **1.2.4 Indexové a ETF fondy**

Indexové fondy a Exchange Traded Funds (ETF) představují formy pasivního kolektivního investování. Jejich cílem je napodobit složení celého tržního indexu (např. S&P 500, Dow Jones Industrial Average, MSCI World, PX), což zaručuje diverzifikaci, a kopírovat jeho vývoj. V obou případech se jedná o podílové fondy (o kterých pojednává podkapitola 1.2.3), ale jejich specifické zaměření je od většiny fondů výrazně odlišuje. Oproti klasickým aktivně řízeným fondům mají také obvykle nižší poplatky a náklady pro investora.

Indexový fond, resp. tradiční indexový fond (Traditional Index Fund, TIF), funguje podobně jako klasický otevřený podílový fond s pasivním přístupem. Lze jej obchodovat přes správce fondu a jeho cena se odvíjí od čisté hodnoty aktiv v daném fondu.

ETF fond je také pasivně řízený podílový fond, ale je uzavřený. Obchoduje se proto na burze obdobně jako akcie kdykoliv během dne a jeho cena se řídí stavem poptávky a nabídky na burze.

Nabídka ETF fondů je oproti indexovým fondům širší a více specializovaná na různé indexy a konkrétní sektory. Obvykle jsou také ETF levnější z pohledu správních poplatků. Naopak indexové fondy bývají výhodnější kvůli jednorázovému ročnímu poplatku, na který nemá vliv, jestli investor přispívá pravidelně či nikoliv. U ETF si obvykle správce fondu účtuje za každou provedenou transakci. [3] [23] [35] [36] [39]

#### **1.2.5 Nemovitosti**

Investiční nemovitost představuje investorem pořízenou nemovitost za účelem pravidelného výnosu. Tímto pravidelným výnosem či příjmem je obvykle pronájem.

Investor koupí obvykle menší byt ve velkém městě ať už v tuzemsku nebo v zahraničí, který následně nabízí k pronájmu. Se samotným nákupem souvisí vynaložení značného finančního

výdaje, případně splácení hypotéky či jiného úvěru. Dále na udržení a provoz dané nemovitosti investor vynakládá obvykle další prostředky na údržbu, opravy, stavební úpravy, poplatky apod. Podstupuje také riziko, že nájemníci nemovitost znehodnotí. Pokud by se investor rozhodl nemovitost prodat, proces nalezení nového majitele je poměrně zdlouhavý. To činí tento typ investice nelikvidní. [6] [35]

### **1.2.6 Komodity**

Pojem komodita označuje vzácné zboží (s omezeným objemem) standardizované hodnoty a kvality, které je zaměnitelné s jinými produkty stejného druhu. Nezáleží přitom na výrobci nebo původu tohoto zboží. Obvykle se obchodují na komoditní burze a lze spekulovat o jejich ceně. Investoři obchodují s komoditami vzhledem k nabídce a poptávce trhu, kde se cena komodit může měnit v závislosti na klimatických a ekonomických podmínkách či událostech na trhu.

Komodity lze rozlišit na čtyři druhy:

- energie (palivo, např. surová ropa, zemní plyn, uhlí);
- kovy (produkt těžby, např. zlato, stříbro, měď, hliník);
- zemědělské produkty (pěstované produkty, např. pšenice, kukuřice, sójové boby)
- hospodářská zvířata a maso (např. hovězí dobytek, vepř, drůbež).

Mezi nejpobulárnější komodity mezi investory patří drahé kovy, přesněji zlato a stříbro, ropa a zrniny (kukuřice, rýže, káva, sója). Mezi méně tradiční patří např. pomerančový džus, sójový olej a kakao.

Komodity se obchodují skrze burzovně obchodované futures, CFD kontrakty, opce, ETF nebo fyzicky. Fyzické obchodování komodit na burze je však pro malé investory nereálné a nevýhodné. Nejčastěji se obchodují CFD kontrakty, což jsou komoditní deriváty. Místo do komodit lze případně investovat do komoditních indexů.

Investoři investují do komodit kvůli diverzifikaci portfolia, kvůli jejich relativní jistotě oproti např. akciím, jejichž emitenti mohou na rozdíl od komodit zkrachovat, a vzácnému charakteru. Zlato se dodnes považuje za jistou investici, která poskytuje ochranu před inflací. Investování do komodit přesto není pro každého investora. [2] [19] [35]

### **1.2.7 Forexové obchodování**

Pojem „Forex“ je zkratkou pro anglické Foreign Exchange, což napovídá, že forexové obchodování se týká cizích měn, resp. obchodování měnových párů. V aktuální době se jedná

o nejpůvodnější variantu obchodování na finančních trzích a lze ji jednoduše provádět v online prostředí.

Forexové obchodování funguje na principu, kdy se v jeden okamžik pořídí cizí měna v určitém kurzu a v jiný okamžik se prodá ve výhodnějším kurzu, a tím se dosáhne zisku. Nejvýznamněji se obchoduje s měnami americký dolar (USD), euro (EUR), japonský jen (JPY), britská libra (GBP), švýcarský frank (CHF), kanadský dolar (CAD), australský dolar (AUD) a novozélandský dolar (NZD).

Obchodování na Forexu je každopádně náročné. Více jak 70 % klientů forexových brokerů je dokonce ztrátových. Důvodem pro tuto skutečnost může být nedostatek zkušeností a znalostí, nízký kapitál a nerealistická očekávání. Na druhou stranu je možné dosáhnout např. 20% ročního zhodnocení, což část investorů k tomuto rizikovému obchodování přiláká. Vysoká likvidita je také bonusem. [2] [37]

### **1.2.8 Kryptoměny**

Kryptoměny jsou stále poněkud novým investičním nástrojem a názory na ně jsou u investorů sporné. Jedná se o elektronické platební systémy operující s důrazem na decentralizaci, svobodu a suverenitu jednotlivce. Celá myšlenka kryptoměn lze přirovnat k platbě, která proběhne mezi dvěma osobami, vysokou rychlostí, bez prostředníka (banky), kdekoliv na světě a bez omezení. Aby byla zajištěna počestnost každého účastníka kryptoměnové sítě, účastník si za relativně malé náklady vytváří tzv. node (uzel sítě), kde lze dohledat historie transakcí, pohyb a vznik jednotek. Přístup ke kryptoměnám v síti je možný skrze kryptoměnovou peněženku (počítačový program, mobilní aplikace nebo drobná krabička podobná USB flash disku) pomocí privátního klíče.

Hodnota kryptoměn je určena poptávkou a nabídkou na kryptoměnových burzách. Kryptoměn ale existují tisíce. Nejznámější kryptoměnou je zřejmě Bitcoin, Ethereum a Ripple. Mezi kryptoměny se ale řadí i tokeny a NFT. Tokeny představují součást již existující kryptoměny. NFT (nezastupitelný token, v angličtině Non-Fungible Token) je obvykle používán jako důkaz digitálního vlastnictví uměleckého díla ve všech formách.

Vydělávat na kryptoměnách je možné jejich koupí a prodejem s výhodným kurzem. Případně lze těžít, ale jedná se o proces náročný na kapitál, zkušenosti a levnou elektřinu. Další variantou je spekulování o vývoji kryptoměn, kdy je investor ani nemusí vlastnit.

Ceny kryptoměn dlouhodobě rostou, i když mají své silné výkyvy. Přesto oproti např. zlatu, které má i jiné než finanční využití (např. v elektronice a šperkařství), jsou kryptoměny prakticky doposud spíše nevyužité. [2] [27] [35]

### 1.2.9 Alternativní investice

Alternativní investice zahrnuje jakékoliv aktivum, které nepatří mezi tradiční třídy aktiv (akcie, dluhopisy apod.). Může se jednat o investiční mince, investiční diamanty, umělecká díla, luxusní alkohol nebo automobily. Obecně se do této kategorie řadí sběratelské předměty, které plynutím času získávají vyšší hodnotu. U takových aktiv se oceňuje jejich vzácnost a jedinečnost, podpořená poptávkou sběratelů.

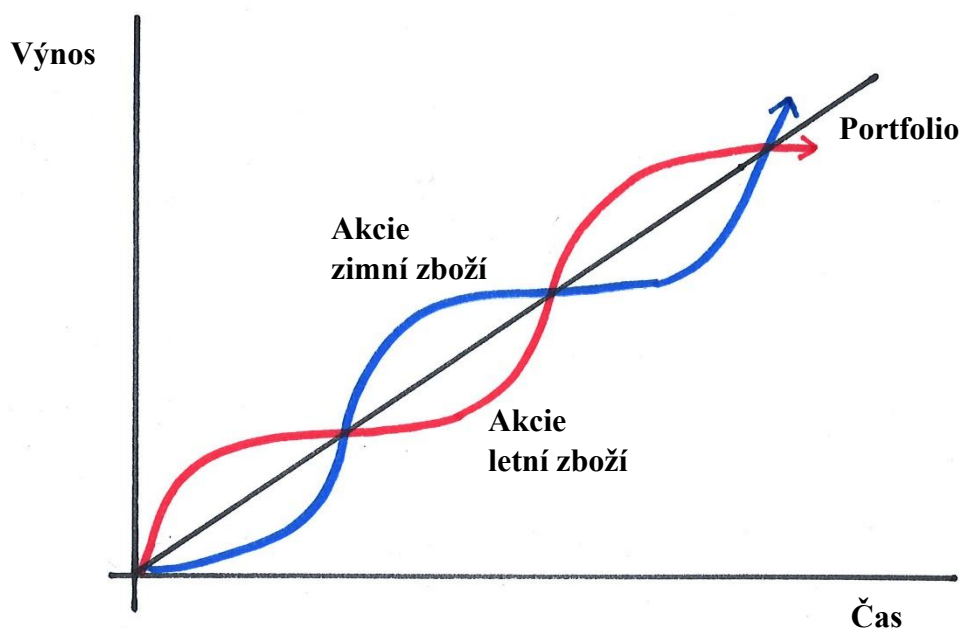
S alternativními investicemi je spojena nižší likvidita a riziko. Sběratelské předměty jsou poměrně nelikvidní kvůli jejich obvykle vysoké ceně a nutnosti nalezení kupce. Riziko se týká nejistoty, zda se daná alternativní investice opravdu zhodnotí. Mnohdy je také nutné vynaložení finančních prostředků na adekvátní úschovu a udržování daných alternativních investic. Investory však láká představa, že v delším časovém horizontu (10 let a více) mohou investoři získat nepředvídatelné závratné zhodnocení. Např. u investičních automobilů poklesla jejich hodnota v roce 2019 o 7 %, ale za deset let se zhodnotily v průměru o 194 %. [2] [21]

### 1.3 Investiční portfolio

Investiční portfolio je souhrnem veškerých aktiv, které investor vlastní. Jedná se jak o finanční aktiva (např. cenné papíry), tak i reálný majetek daného investora (např. nemovitosti, umění).

Základem schopného a odolného portfolia je **diverzifikace**. Když investor tvoří diverzifikované investiční portfolio, investuje své finance do různých aktiv, příp. do jiných odvětví, trhů, anebo regionů. Zjednodušeně neinvestuje všechny své volné prostředky do jediného aktiva, ale do aktiv, která se chovají různě. Tento základní princip umožňuje rozdělení rizika ztráty hodnoty a umožňuje čelit výkyvům trhu. Příkladem, proč je diverzifikace v investování důležitá, mohou být sezónní produkty.

Pokud by investor nakoupil akcie firmy se zimním zbožím a akcie jiné firmy s letním zbožím, mohl by sledovat výkyvy obou těchto akcií, jak se mění roční období. Předpokládejme, že letní zboží je populární před a během léta, a tak hodnota akcií dané firmy v létě roste. Naopak v zimě není letní zboží vyhledáváno a hodnota akcií klesá. Dále předpokládejme, že obdobně to platí i v případě firmy se zimním zbožím. Takové akcie mají dokonalou zápornou korelaci. Vizualně toto dokazuje obrázek 3. [3] [36]



Obrázek 3: Dokonalá záporná korelace akcií

*Zdroj: upraveno podle [36]*

Na výše uvedeném obrázku silná čára ukazuje rostoucí vývoj portfolia, přerušovaná křivka vývoj akcií firmy s letním zbožím a tečkovaná křivka vývoj akcií firmy se zimním zbožím. Změnou ročního období se jedna akcie stává nadprůměrně výnosnou, naopak druhá podprůměrnou. Pokud by investor nevlastnil obě akcie, jeho výnos by byl nestálý. Touto diverzifikací tak dosáhl stabilního očekávaného výnosu.

Případ dokonalé záporné korelace aktiv v praxi nelze nalézt kvůli vlivu hospodářského cyklu. Nízkou vzájemnou korelací ale je možné na trhu objevit mezi různými druhy aktiv, odvětvími nebo trhy. [36]

S diverzifikací souvisí i alokace aktiv. Jedná se o rozdělení financí investora mezi různé typy investic, respektive se jedná o procentuální zastoupení jednotlivých typů aktiv v investitorově portfoliu. Tato procenta se liší u každého investora, ale autoři publikací o investování alespoň uvádějí určitá doporučení.

Benjamin Graham v roce 1949 ve své publikaci Inteligentní investor (The Intelligent Investor) tvrdí, že standardní rozdělení by mělo být zhruba 50/50. Polovinu portfolia zastupují investice do akcií a druhou polovinu dluhopisy.

John C. Bogle tuto myšlenku upravil a navrhl vlastní poměry. Pro mladé investory, jejichž cílem je akumulace majetku, doporučuje 80 % investovat do akcií a zbylých 20 % do dluhopisů. Pro starší investory se stejným cílem posouvá poměr na 70/30. Investoři, kteří jsou v důchodu,

by se měli řídit poměrem 60/40, pokud jsou mladší. Těm starším pak doporučuje poměr 50/50, tedy B. Grahamovo standardní rozdělení.

V České republice průměrný investor investuje kolem 20 % do akcií a zbytek portfolia doplní dluhopisy, příp. malou část nemovitostní fondy. To v zásadě je přesný opak toho, co B. Graham a J. C. Bogle doporučují.

V praxi finální rozhodnutí o tom, jak investiční portfolio bude vypadat, závisí pouze na daném investorovi a na jeho vztahu k riziku. Bogle tvrdí, že každý investor musí udělat čtyři rozhodnutí ohledně alokace aktiv:

- 1) strategicky rozdělit aktiva mezi akcie a dluhopisy;
- 2) rozhodnout, zda tento poměr považovat za fixní, nebo jej podle výnosů trhu měnit;
- 3) rozhodnout, zda využít taktické alokace a měnit poměr podle stavu trhu;
- 4) rozhodnout, zda se zaměřit na aktivně řízené podílové fondy nebo na tradiční indexový fond.

Kromě rozhodování o alokaci aktiv je podstatné při tvorbě portfolia zvážit i náklady spojené s danými investičními nástroji. Obecně se doporučuje, že by se investoři měli své náklady snažit minimalizovat. Portfolio, které má nižší investice do akcií a nižší riziko, může dosáhnout stejných nebo lepších výsledků než portfolio s vyšším podílem akcií a vyšším rizikem právě díky nižším nákladům. [3] [35] [36]

## 2 Metody optimalizace portfolia

Cílem optimalizace portfolia je nalezení takové kombinace investičních aktiv, která při dané míře rizika, kterou je investor schopen a ochoten tolerovat, přináší maximální možný výnos. O optimalizaci se jedná i při úvaze takové kombinace investičních nástrojů, které minimalizují riziko a dosahují požadovaný výnos.

Jednotlivé teoretické metody vycházejí z předpokladů o chování trhu a investorů, které více či méně zjednodušují. Pracují se vztahem mezi rizikem (příp. volatilitou) a výnosem. V následujících podkapitolách budou vybrané metody přiblíženy.

### 2.1 Moderní teorie portfolia

Moderní teorie portfolia (anglicky Modern Portfolio Theory, MPT) je metoda sloužící k výběru jednotlivých investic za účelem maximalizace jejich výnosů s přijatelným rizikem. Tato teorie byla zveřejněna v roce 1952 v Journal of Finance. Její autor, americký ekonom Harry Markowitz, za ni získal Nobelovu cenu.

Hlavní důraz tato teorie klade na diverzifikaci. Podle H. Markowitze je možné dosáhnout nejlepších výsledků zajištěním optimálního mixu vysoce výnosných (a více rizikových) a méně výnosných (a méně rizikových) investic vytvořeném v návaznosti na individuální tolerance k riziku investora. Zároveň je v MPT uvedeno, že míra rizika a výnosu jednotlivých investic by měla být hodnocena podle toho, jak ovlivňuje celkové riziko a návratnost celého portfolia. Portfolio tak může být tvořeno řadou aktiv, které dohromady přinesou vysoký výnos bez vysokého rizika. U jednotlivých investic by se proto mělo počítat s rozptylem a korelací.

Součástí MPT je Markowitzův model, resp. mean-variance model, který pracuje s následujícími předpoklady:

- investoři jsou racionální, preferují větší výnos a menší riziko;
- riziko je vyjádřeno směrodatnou odchylkou;
- směrodatné odchylky a korelace mezi aktivy jsou známé a konstantní;
- investuje se na stejně dlouhé období (statický model);
- výnosy jsou sdruženě normální.

Principem tohoto modelu je přiřazení váhy  $w_i$  k jednotlivým investičním nástrojům tak, aby součet vah byl roven jedné. Vzhledem ke komplikované problematice „shortování“ (kdy váha  $w$  může získat zápornou hodnotu) se používá také podmínka  $w_i > 0$ .

Očekávaný výnos portfolia  $E(R_p)$  je váženým průměrem výnosů jednotlivých aktiv. Tomu odpovídá vzorec

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(R_i) \quad (1)$$

kde  $n$  je počet investičních aktiv,  $w_i$  je váha daného investičního instrumentu a  $E(R_i)$  je očekávaný výnos instrumentu. Očekávaný výnos (ex ante) konkrétního investičního nástroje lze odhadnout pomocí vzorce

$$E(R_i) = \sum_{k=1}^m p_k \left( \frac{P_k - P_0}{P_0} * 100 \right) = \sum_{k=1}^m p_k E(r_k) \quad (2)$$

kde  $m$  je počet odhadů výnosových možností,  $P_0$  zastupuje aktuální tržní cenu daného investičního nástroje,  $P_k$  zastupuje odhady potenciálních cen investičního instrumentu na konci stanoveného investičního horizontu, a  $p_k$  pravděpodobnosti dosažení jednotlivých  $P_k$ .

Pro lepší odhad očekávaného výnosu může posloužit historický výnos (ex post) instrumentu. Ten vychází z historických dat za stanovené období (např. denní uzavírací ceny investičního aktiva za 5 let). Určit historický výnos instrumentu  $r_T$  je možné podle vzorce

$$r_t = \left( \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \right) \quad (3)$$

kde  $P_t$  je cena instrumentu na konci daného období,  $P_{t-1}$  je cena instrumentu na začátku daného období a  $t$  je index časového období (den, měsíc, čtvrtletí, rok). Z jednotlivých historických výnosových měr lze následně určit střední výnos instrumentu  $\bar{r}$  pomocí vzorce

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t \quad (4)$$

kde  $T$  je počet období, resp. historických záznamů a  $r_t$  je historická výnosová míra. Vzhledem k tomu, že střední výnos  $\bar{r}$  odpovídá stanovenému období  $t$ , je vhodné získané číslo anualizovat. Převedení na roční střední výnos je možné dosáhnout skrze výpočet

$$\bar{r}_{roční} = (1 + \bar{r})^d - 1 \quad (5)$$

kde  $\bar{r}$  je střední výnosová míra a  $d$  je počet období. Obvykle se za  $d$  dosazuje 252 pracovních dní v případě využití denních historických dat ve výpočtech, nebo 12 měsíců v případě počítání s měsíčními historickými daty.

Riziko portfolia se získá pomocí směrodatné odchylky výnosů portfolia. Vzorec směrodatné odchylky (označen řeckým písmenem sigma  $\sigma$ ) je uveden níže.

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n (w_i^2 \sigma_i^2) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (w_i w_j \sigma_{ij})} \quad (6)$$

kde  $n$  je počet investičních instrumentů,  $w_i$  je váha investičního instrumentu,  $\sigma_i$  je směrodatná odchylka instrumentu a  $\sigma_{ij}$  je kovariance mezi aktivy  $i$  a  $j$ . Kovarianci  $\sigma_{ij}$  lze určit pomocí vzorce

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j) \quad (7)$$

kde  $T$  je počet období, resp. historických záznamů,  $r_{i,t}$  je historická výnosová míra instrumentu  $i$  za období  $t$ ,  $\bar{r}_i$  je střední výnosová míra instrumentu  $i$ ,  $r_{j,t}$  je historická výnosová míra instrumentu  $j$  za období  $t$  a  $\bar{r}_j$  je střední výnosová míra instrumentu  $j$ . Pro případnou analýzu kovariance  $\sigma_{ij}$  lze využít vzorec

$$\sigma_{ij,roční} = \sigma_{ij} d \quad (8)$$

kde  $\sigma_{ij}$  je kovariance mezi aktivy  $i$  a  $j$  a  $d$  je počet období. Stejně jako u (5) se za  $d$  typicky dosazuje 252 dní, nebo 12 měsíců podle použitých historických dat.

Pro jednotlivé investiční aktiva je možné určit historickou směrodatnou odchylku (ex post)  $\sigma_i$  pomocí vzorce

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2} \quad (9)$$

kde  $T$  je počet období, resp. historických záznamů,  $r_t$  je historická výnosová míra a  $\bar{r}$  je střední výnosová míra. Pro převedení na roční směrodatnou odchylku lze použít vztah

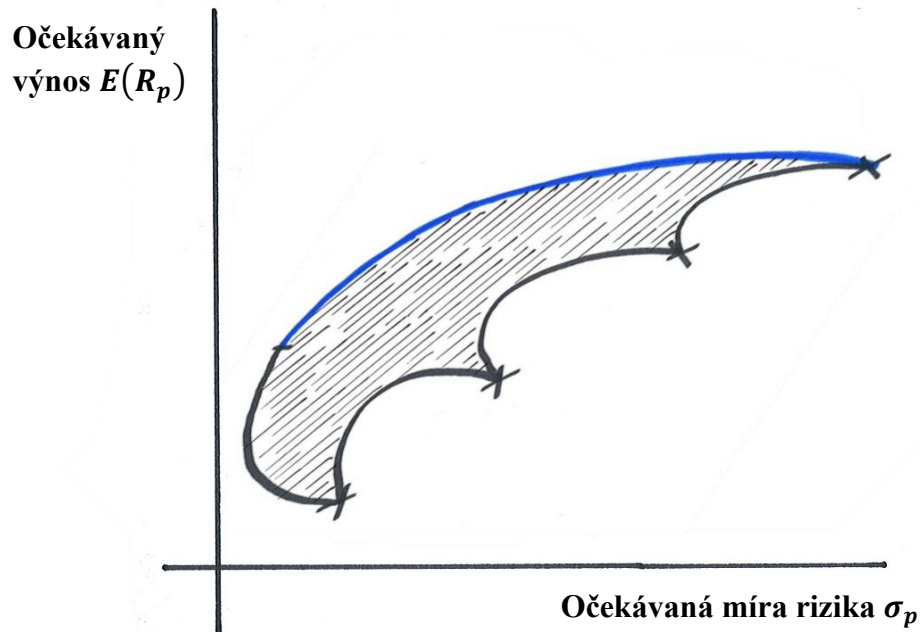
$$\sigma_{i,roční} = \sigma_i \sqrt{d} \quad (10)$$

kde  $\sigma_i$  je historická směrodatná odchylka daného investičního nástroje a  $d$  je počet období (obvykle 252 dní, nebo 12 měsíců). V případě stanovení očekávané směrodatné odchylky  $\hat{\sigma}_i$  je možné použít vzorec

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\sum_{k=1}^m p_k [E(R_i) - E(r_k)]^2} \quad (11)$$

kde  $m$  je počet odhadů výnosových možností,  $E(R_i)$  je očekávaný výnos daného investičního nástroje,  $E(r_k)$  je odhad výnosů jednotlivých  $m$  výnosových možností a  $p_k$  pravděpodobnosti dosažení jednotlivých  $P_k$ .

Skrze tyto výpočty se investor dostává k tzv. efektivní hranici, na níž hledá maximální očekávaný výnos portfolia  $E(R_p)$  při dané míře rizika  $\sigma_p$ . Na obrázku 4 je modrou křivkou označena množina takových portfolií, která poskytují nejlepší možný poměr výnosů a rizik. Vyšrafovaná oblast znázorňuje všechny varianty sestavení portfolia ze čtyř silně korelovaných rizikových aktiv.

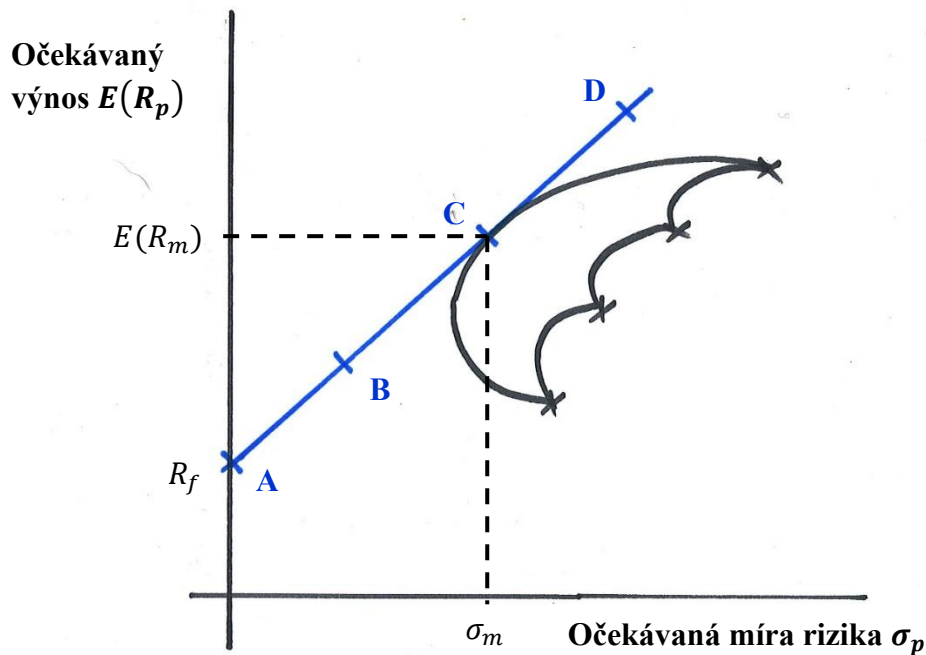


Obrázek 4: Efektivní hranice

Zdroj: upraveno podle [9]

Pokud by se do portfolia zařadila i “bezriziková” aktiva, tak nejlepší dostupné kombinace portfolia tvoří modrá přímka na obrázku 5. Vyznačené body A až D znamenají:

- A ... pouze bezrizikové investice;
- B ... mix bezrizikových a rizikových aktiv;
- C ... pouze rizikové investice;
- D ... rizikové investice pořízené na úvěr (finanční páka).



Obrázek 5: Capital Market Line

Zdroj: upraveno podle [9]

Tato přímka se označuje Capital Market Line (přímka kapitálového trhu, CML) a lze ji vyjádřit vzorcem

$$E(R) = R_f + \frac{\sigma_p}{\sigma_m} (E(R_m) - R_f) \quad (12)$$

kde  $R_f$  zastupuje bezrizikovou výnosnost,  $R_m$  výnosnost efektivního rizikového portfolia (bod C),  $\sigma_m$  riziko efektivního rizikového portfolia a  $\sigma_p$  riziko portfolia, které investor zvažuje.

Markowitzův model vhodně ukazuje diverzifikaci portfolia, ale v praxi touto metodou nelze adekvátně kvantifikovat vzájemný vztah jednotlivých investičních instrumentů, kvůli neustále se měnící volatilitě, stejně tak se mění i korelační koeficienty. [4] [7] [8] [9] [28] [36] [38]

## 2.2 Capital Asset Pricing Model

Model CAPM (Capital Asset Pricing Model) popisuje vztah mezi systematickým, resp. obecným, rizikem investování a očekávaným výnosem aktiv. Vyjadřuje očekávaný výnos investice s ohledem na riziko. Ve výpočtu používá výnos bezrizikového aktiva, očekávaný výnos trhu a betu. Beta aktiva  $\beta$  zastupuje míru citlivosti daného aktiva vůči trhu nebo indexu trhu. Pokud je vyšší než 1, jedná se o investici volatilnější, než je trh, pokud menší než 1, investice je méně volatilní než trh.

Koeficient  $\beta$  lze vypočítat pomocí vzorce

$$\beta = \frac{\text{cov}(R_e, R_m)}{\text{var}(R_m)} \quad (13)$$

kde  $R_e$  je výnos z jednotlivé akcie a  $R_m$  je výnos celého trhu. Kovariance představuje míru, jak změny ve výnosech akcie souvisejí se změnami výnosů na trhu. Rozptyl značí, jak se hodnoty výnosů trhu odchylují od tržního portfolia.

CAPM navazuje na práce H. Markowitze. Autory modelu CAPM jsou William Sharpe, Jack Treynor, John Lintner a Jan Mossin. Model vznikl v 60. letech minulého století a pracuje s těmito předpoklady:

- investoři mají přirozenou averzi k riziku;
- investoři mají stejný časový rámec na vyhodnocení informací;
- investoři si mohou půjčit kapitál v neomezeném množství za bezrizikovou sazbu;
- investice jsou dokonale dělitelné a likvidní;
- neexistuje zdanění, inflace ani transakční náklady;

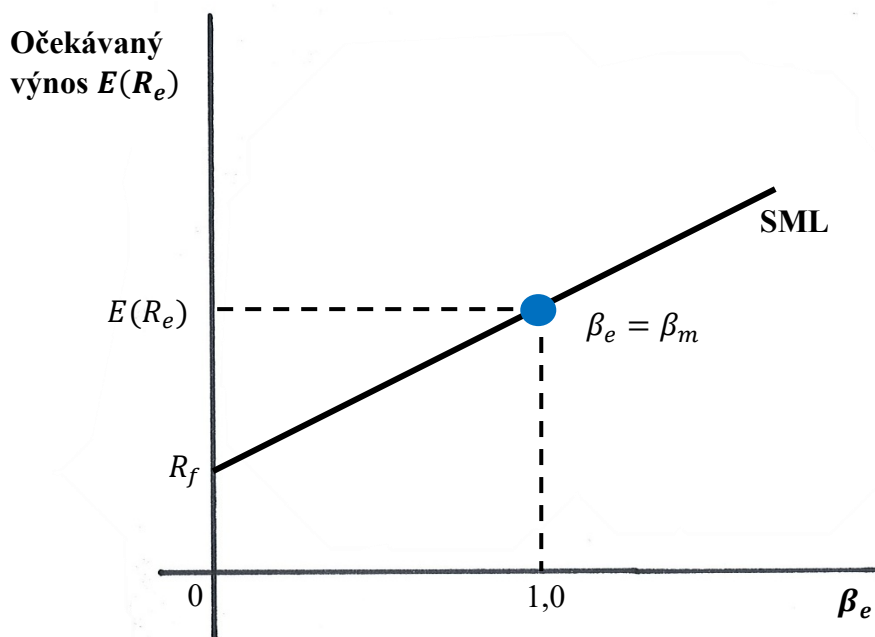
Model CAPM pracuje se vzorcem

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f) \quad (14)$$

kde  $E(R_i)$  představuje očekávaný výnos dané investice,  $R_f$  bezrizikovou výnosnost,  $\beta_i$  je beta investice a  $(E(R_m) - R_f)$  tržní riziková prémie.

CAPM obdobně jako MPT naráží na problém se stanovenými předpoklady, které jsou nereálné. Rozdíly v koeficientu  $\beta$  za dlouhé ani krátké časové období navíc neumožňují vysvětlit výkon různých akcií. Přesto CAPM alespoň napomáhá s odhadem vnitřní hodnoty akcie. K tomu slouží Security Market Line (SML), která je uvedena na obrázku 6.

Podhodnocená aktiva se nacházejí po zaznamenání do grafu nad přímkou SML, a naopak nadhodnocená aktiva jsou zaznamenána pod přímkou SML. Dále je CAPM využíváno v praxi ke snadnému vyčíslení potenciálního budoucího výnosu. [4] [17] [18] [36] [38]



Obrázek 6: Security Market Line

Zdroj: upraveno podle [17]

### 2.3 Arbitrage Pricing Theory

Arbitrage Pricing Theory (teorie arbitrážního oceňování APT) je multifaktorový model sloužící k ocenění aktiv. Byl vytvořen ekonomem Stephenem Rossem v roce 1976. Tento model je založen na myšlence, že výnosy aktiv lze předpovídat pomocí lineárního vztahu mezi očekávaným výnosem aktiva a několika makroekonomickými proměnnými, které utvářejí systematické riziko. APT je z tohoto důvodu flexibilnější a komplexnější než CAPM, a proto je využíván jako jeho alternativa. Navíc do určité míry předpokládá, že trhy nejsou vždy efektivní a cena investičních aktiv není pokaždé správně nastavena.

Výpočet, který model APT využívá k určení očekávaného výnosu daného aktiva, je

$$E(R_i) = E(R_z) + (E(I) - E(R_z)) \times \beta_n \quad (15)$$

kde  $E(R_z)$  zastupuje očekávaný bezrizikový výnos, koeficient  $\beta_n$  citlivost ceny aktiva na makroekonomický faktor  $n$  a  $E(I)$  očekávaná riziková prémie spojená s faktorem  $i$ .

Koeficienty  $\beta$  v modelu APT jsou odhady vytvořené pomocí lineární regrese historických cen aktiv v závislosti na daném faktoru. Tyto makroekonomické faktory mohou být např. růst HDP, míra inflace, cena zlata nebo výnos vybraného indexu trhu.

Nedostatkem této metody je, že ačkoliv umožňuje investorům si své propočty upravit podle svých potřeb, metoda APT nezahrnuje žádná doporučení, které makroekonomické faktory nejvíce ovlivňují jednotlivé investiční nástroje. [4] [10] [36]

## 2.4 AI a optimalizace portfolia

Moderní doba je spojena s používáním umělé inteligence (Artificial Intelligence, AI). Tento nástroj může usnadnit různé procesy jako je např. analýza dat, průzkum webu, generování odhadů, a to vše s minimálními, takřka nulovými náklady. To je důvodem, proč se AI začíná využívat i v investování.

Optimalizace investičního portfolia je komplexní záležitost. Trh kapitálových aktiv je rozsáhlý, neustále se mění a takřka nelze s jistotou předvídat jeho vývoj, který je ovlivněn různými proměnnými (politické klima, očekávání investorů, ...), jež nelze jednoduše vyčíslit.

Kombinování, analyzování a interpretace různorodých a potenciálně nejednoznačných dat je oblast, kde AI může nejvíce investorovi napomoci. Generativní AI má v sobě zabudovány nástroje, které mají potenciál pro provádění takových složitých úkonů, jak je uvedeno na obrázku 7.

**The unique features of generative AI are excellently matched to the typical challenges involved in product portfolio optimization.**

**Portfolio optimization requirements and where generative AI can help**

	Data preparation	Linking data sources	Portfolio analytics	Visualization	Recommendation
<b>Insight extraction:</b> Rapidly search large data sets, clean inconsistencies, and identify relevant patterns	✓	✓	✓		
<b>Content generation:</b> Develop complex answers tailored to specific context in tables, charts, and code			✓	✓	
<b>User interaction:</b> Out-of-the-box humanlike conversational abilities including context memory				✓	✓

McKinsey & Company

Obrázek 7: Požadavky na optimalizaci portfolia v porovnání s generativním AI

Zdroj: [20]

Generativní AI může investorovi pomoci v řádu hodin v datech nalézt souvislosti, které by jinak průměrný investor hledal týdny, pokud by je vůbec byl schopen nalézt. Lze jej použít jak pro návrh zcela nového investičního portfolia, tak i pro zjednodušení či zefektivnění portfolia stávajícího.

OpenAI GPT-4 (Vision) nebo Microsoft Copilot jsou generativní AI, které jsou dostupné široké veřejnosti. Oba tyto nástroje jsou schopné provádět přípravu a analýzu dat, jejich vizualizaci a propojovat datové zdroje, což zvyšuje jejich využití právě při optimalizaci a tvorbě investičního portfolia. [20]

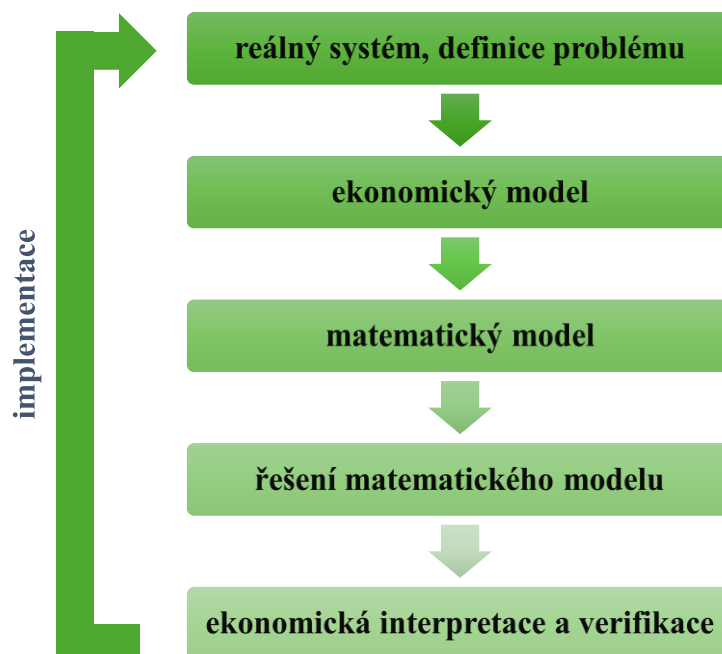
### 3 Optimalizace portfolia pomocí lineárního programování

Nejprve si přibližme, co si představit pod pojmem „lineární programování“. Lineární programování slouží k nalezení řešení určitého problému tím, že umožňuje nalézt minimum nebo maximum dané lineární funkce, doplněné rovnicemi a nerovnicemi, které stanovují omezující podmínky. Zařadit jej můžeme pod matematické modelování, v kontextu optimalizace se však lineární programování spojuje s operačním výzkumem, kde se používá tzv. lineární optimalizační model.

Operační výzkum nejen skrze lineární programování má za cíl nalézt optimální řešení (optimální kombinaci variant) určitého rozhodovacího problému podle maximalizačního nebo minimalizačního hlediska, kde je možné realizovat několik variant (činností, procesů) v různých kombinacích. Příkladem problému, který operační výzkum, resp. lineární programování, řeší, je plánování výroby, aby bylo dosaženo maximálního zisku, dělení materiálu, aby byl minimalizován odpad, nebo právě i optimalizace portfolia, aby bylo dosaženo maximálního výnosu. [14] [26] [32] [34]

#### 3.1 Postup pro nalezení řešení modelu lineárního programování

Celý proces aplikace lineárního programování můžeme rozdělit do několika fází. Na níže uvedeném obrázku (viz obrázek 8) je vidět návaznost těchto fází.



Obrázek 8: Fáze při aplikaci operačního výzkumu

Zdroj: [14]

První fáze je rozpoznání a definice problému v reálném systému. V praxi si lze představit pracovníky na vedoucích pozicích, kteří určí problém a případně vytvoří tým odborníků, kteří provedou analýzu daného problému.

Druhou fází představuje formulování ekonomického modelu. Ten zahrnuje ta nejpodstatnější data a vazby pro konkrétní problém. Jedná se tak o zjednodušení skutečného prostředí. Ekonomický model by měl určit cíl, např. maximalizace zisku nebo minimalizace rizika a popsat [14]:

- probíhající aktivity či procesy týkající se problému a jejich intenzitu, např. výroba produktu a objem produkce;
- činitele, které omezují procesy, jako je spotřeba materiálu, kapacita apod.;
- vzájemné vztahy mezi aktivitami, činiteli a cílem analýzy;
- vstupy či zdroje, např. kalkulace spotřeby materiálu na jednotku nebo volné finance;
- zisk na jednotku.

Třetím krokem je sestavení matematického modelu, v našem případě modelu lineárního programování. Při sestavování modelu lineárního programování je nutné využít několik prvků. Těmi jsou:

- proměnné  $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ , pro daný počet základních procesů;
- omezující podmínky  $Ax_i R b$ , kde  $A$  zastupuje koeficienty matice omezujících podmínek,  $R$  zastupuje relační znaménka  $<, =, >$ , a jejich kombinace, a  $b$  zastupuje vektory pravých stran;
- účelová funkce  $z = c^T x$ , kde  $c^T$  je vektor ohodnocení a  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  je vektor řešení;
- podmínky nezápornosti, příp. celočíselnosti, proměnných.

Cílem modelu lineárního programování je pak najít takové řešení  $x$ , které bude splňovat zadané omezující podmínky a účelová funkce, ať už maximalizační či minimalizační, bude za daného řešení dosahovat optimální hodnoty. [32] [34]

Čtvrtým krokem je řešení matematického modelu. Relativně jednoduchou možností představuje grafické řešení, kde se v grafu po zakreslení veškerých omezovacích faktorů může odhalit jedno i více možných řešení, které je následně nutné dopočítat dosazením do rovnic a nerovnic podmínek. Komplexnějším řešením je pak využití simplexové tabulky, která skrze algoritmy, změny v bázi a transformaci dat obvykle dosáhne požadovaného optima. Principy fungování

simplexové tabulky budou objasněny později v této práci. V dnešní době se samozřejmě využívají i nejrůznější programy a nástroje, do kterých stačí pouze zadat data v požadovaném tvaru a v rámci několika minut je dostupné optimální řešení, pokud jej daný problém má.

Poslední fáze se zabývá ekonomickou interpretací dosažených výsledků a jejich ověření. V zásadě se jedná o převedení optimálního řešení do slovního vyjádření podle ekonomického modelu vytvořeného ve druhé fázi. Součástí verifikace je dosazení získaných hodnot do rovnic a nerovnic omezujících podmínek a potvrzení jejich správnosti. Celý proces končí implementací a případně začíná opět od první fáze s novými či upravenými daty. [14] [34]

### 3.2 Kanonický tvar úlohy lineárního programování

Než se zadají data do simplexové tabulky, je žádoucí si je poněkud zjednodušit. K tomu slouží kanonický tvar úlohy lineárního programování (dále KTÚLP). Existují dvě možnosti, jak matematický model do kanonického tvaru převést. Jedna pracuje s maximalizační účelovou funkcí (viz Jablonský [14]), druhá naopak s minimalizační účelovou funkcí (viz Linda [26]). V této práci bude nadále používána druhá varianta kanonického tvaru.

KTÚLP musí splňovat tyto podmínky:

- minimalizační účelová funkce;
- všechny omezující podmínky v podobě rovnic;
- nezáporné pravé strany soustavy omezujících podmínek;
- nezáporné proměnné.

### 3.3 Simplexová metoda

Popis simplexové metody vychází ze skript [26]. Základem simplexové metody, která vyžaduje KTÚLP a jednotkovou bázi, je simplexová tabulka (viz tabulka 1), kde:

- sloupec  $i$  představuje čísla řádků tabulky 1 až  $m$ ;
- sloupec  $\mathbf{B}_h$  zahrnuje bazické vektory daného bazického řešení;
- sloupec  $\mathbf{c}_{\mathbf{B}_h}$  obsahuje koeficienty účelové funkce k příslušným bazickým vektorům;
- sloupec  $\mathbf{x}_h$  představuje bazické souřadnice daného bazického řešení;
- sloupce  $\mathbf{p}_j$  zahrnují souřadnice vektorů a koeficienty účelové funkce  $c_j$ ;
- řádek  $m + 1$  zahrnuje hodnotu účelové funkce  $f(\mathbf{x}_h)$  a indexní čísla  $z_j - c_j$ .

Tabulka 1: Vzorová simplexová tabulka

$i$	$B_h$	$c_{B_h}$	$c_j$	$c_1$	$\dots$	$c_n$	$t$
			$x_h$	$p_1$	$\dots$	$p_n$	
$l$	$p_{i_1}$	$c_{i_1}$	$x_{i_1}^h$	$p_{11}$		$p_{1n}$	
$\vdots$							
$m$	$p_{i_m}$	$c_{i_m}$	$x_{i_m}^h$	$p_{m1}$		$p_{mn}$	
$m+l$	$f(x_h)$			$z_1 - c_1$		$z_n - c_n$	X

Zdroj: upraveno podle [26]

Poté, co se data z KTÚLP dosadí do simplexové tabulky a je nalezena či vytvořena jednotková báze, čímž je získáno počáteční řešení, je prvním krokem simplexového algoritmu ověření, zda je dané řešení optimální. Optimální řešení musí mít rozdíly  $z_j - c_j \leq 0$ . Pokud je tato podmínka splněna, je nalezeno optimální řešení a algoritmus je ukončen. Jinak se přistupuje k druhému kroku.

Druhý krok spočívá v určení vektoru  $p_k$ , který bude zaveden do nové báze. Určí se pomocí největšího rozdílu  $z_j - c_j$ , resp.  $z_k - c_k$ . Pokud by největších rozdílů bylo více, je možné si vybrat kterýkoliv z nich. Vybráním vektoru  $p_k$  je i určen tzv. klíčový sloupec.

Ve třetím kroku je určen vektor  $p_{i_l}$ , ležící v řádku 1, pro který platí:

$$\frac{x_{i_l}^h}{p_{lk}} = \min_{p_{lk} > 0} \frac{x_{i_l}^h}{p_{ik}} \quad (16)$$

Vektor  $p_{i_l}$ , dle jeho minimální kladné hodnoty ve sloupci  $t$ , je následně vyloučen z báze a nahrazen vektorem  $p_k$ . Výběrem minimálního nezáporného  $t$  je také určen tzv. klíčový řádek. Zároveň platí, že hodnota, kde se protíná klíčový sloupec a klíčový řádek, je tzv. klíčový prvek.

Ve čtvrtém kroku dochází k transformaci simplexové tabulky. Jelikož se mění báze, je nutné celou tabulku přepočítat. V řádku s vektorem  $p_k$  se hodnoty upraví podílem původní hodnoty v daném sloupci (hodnot v řádku s  $p_i$ ) a klíčového prvku.

$$p'_{ij} = \frac{p_{ij}}{p_{ik}} \quad (17)$$

Ve zbylých řádcích je přepočít pomocí níže uvedeného vzorce:

$$p'_{ij} = p_{ij} - \frac{p_{ij}}{p_{ik}} p_{ik} \quad (18)$$

Tímto přepočtem je vytvořena nová simplexová tabulka s novým řešením a s novou hodnotou účelové funkce. Po tomto kroku opět následuje krok 1. Celý postup se obvykle opakuje, dokud není nalezeno optimální řešení. [26]

### 3.4 Ukázkový příklad – Maximalizace očekávaného výnosu

Ukázka příkladu s cílem maximalizovat očekávaný výnos portfolia je inspirována příkladem optimalizace portfolia, které bylo publikováno v knize Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování, 3. vydání, od prof. Josefa Jablonského (str. 33 [14]). Pro potřeby této práce je výrazně upraven.

Společnost BETAS se rozhodla investovat 3 miliony Kč do 5 vybraných investičních nástrojů. Níže uvedená tabulka 2 zahrnuje, jaké investiční nástroje byly vybrány, jakou mají očekávanou výnosnost a index rizika.

*Tabulka 2: Příklad - Hodnoty investičních nástrojů*

<b>Investiční nástroj</b>	<b>Očekávaný výnos v %</b>	<b>Index rizika</b>
<b>Akcie A</b>	17,0	0,12
<b>Akcie B</b>	10,3	0,06
<b>Akcie C</b>	13,0	0,08
<b>Dluhopis A</b>	9,7	0,04
<b>Dluhopis B</b>	7,5	0,02

*Zdroj: vlastní zpracování*

Zároveň společnost stanovila tyto podmínky, které od portfolia očekává:

- celková investovaná částka nepřesáhne hranici 3 milionů Kč;
- do akcie C se nesmí investovat více než 350 tisíc Kč;
- dluhopisy A a B musí představovat alespoň 35 % celé investované částky;
- index rizika celého portfolia nesmí být vyšší než 0,07.

Cílem je maximalizovat očekávaný výnos portfolia za dodržení všech stanovených podmínek.

### 3.4.1 Ekonomický model ukázkového příkladu

Informace pro vytvoření ekonomického modelu získáme přímo z výše uvedeného zadání.

Jako „procesy“ označíme „nákup“ jednotlivých akcií a dluhopisů. Intenzitou těchto „procesů“ je pak částka, kterou do těchto investičních nástrojů společnost investuje.

Cílem tohoto modelu je maximalizovat očekávaný výnos portfolia, v tomto případě bude výnos celého portfolia uveden v Kč, nikoliv v procentech. Jednotlivé „zisky na jednotku“ jsou však uvedené v procentech ve sloupci očekávaný výnos v tabulce 2. Součástí tohoto cíle je zároveň požadavek dodržet veškeré omezující faktory uvedené v oddíle 3.4.

Činitele pak v tomto problému představuje index rizika a rozpočet ve výši 3 miliony Kč, k nimž se vážou stanovené omezující podmínky o rozpočtu, maximální či minimální výše investice do určitých investičních nástrojů a maximální hodnotě indexu rizika celého portfolia.

### 3.4.2 Matematický model ukázkového příkladu

Pro matematický model je nejprve potřeba určit proměnné  $x_i$  a co tyto proměnné představují. Obecně pro tento případ lze strukturní proměnné  $x_i$  označit jako částky investované do jednotlivých investičních nástrojů v tis. Kč. Konkrétně jsou tyto proměnné  $x_i$  následující:

- proměnná  $x_1$  představuje částku investovanou do akcie A v tis. Kč;
- proměnná  $x_2$  představuje částku investovanou do akcie B v tis. Kč;
- proměnná  $x_3$  představuje částku investovanou do akcie C v tis. Kč;
- proměnná  $x_4$  představuje částku investovanou do dluhopisu A v tis. Kč;
- proměnná  $x_5$  představuje částku investovanou do dluhopisu B v tis. Kč.

Vzhledem ke stanovenému cíli, resp. účelu, tohoto příkladu, kterým je maximalizovat očekávaný výnos celého portfolia, je účelová funkce  $z$  tvořena součtem součinů jednotlivých hodnot očekávaných výnosů a strukturních proměnných  $x_1, x_2, \dots, x_5$ , jak je uvedeno v (19).

$$z = 0,17x_1 + 0,103x_2 + 0,13x_3 + 0,097x_4 + 0,075x_5 \rightarrow \text{MAX} [v \text{ tis. Kč}] \quad (19)$$

Jednotlivé omezující podmínky a podmínka nezápornosti jsou shrnuty v tabulce 3.

Tabulka 3: Příklad - Omezující podmínky

Omezující podmínka	Matematické vyjádření
Rozpočet $\leq 3$ miliony Kč	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3\,000$ [v tis. Kč]
Akcie C $\leq 350\,000$ Kč	$x_3 \leq 350$ [v tis. Kč]
Dluhopisy $\geq 35\%$ rozpočtu	$x_4 + x_5 \geq 1\,050$ [v tis. Kč]
Riziko $\leq 0,07$	$\frac{(0,12x_1 + 0,06x_2 + 0,08x_3 + 0,04x_4 + 0,02x_5)}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5} \leq 0,07$ $\frac{(0,12x_1 + 0,06x_2 + 0,08x_3 + 0,04x_4 + 0,02x_5)}{3\,000} \leq 0,07$ $0,12x_1 + 0,06x_2 + 0,08x_3 + 0,04x_4 + 0,02x_5 \leq 210$ [v tis. Kč]
Nezápornost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, 3, 4, 5$

*Zdroj: vlastní zpracování*

### 3.4.3 Kanonický tvar ukázkového příkladu

Při pohledu na matematický model ukázkového příkladu je viditelné, že všechny podmínky pro kanonický tvar nejsou splněny a je nutné matematický model náležitě upravit.

Jelikož účelová funkce matematického modelu je maximalizační, je za potřeby ji převést na minimalizační. To se provede vynásobením účelové funkce hodnotou  $-1$ . Vznikne tak nová účelová funkce  $z^*$  a první podmínka KTÚLP je splněna.

$$z^* = -z = -0,17x_1 - 0,103x_2 - 0,13x_3 - 0,097x_4 - 0,075x_5 \rightarrow \text{MIN [v tis. Kč]} \quad (20)$$

Omezující podmínky také nesplňují zadaná kritéria KTÚLP, přesněji všechny podmínky jsou nerovnice. Pro převod nerovnice na rovnici je třeba přidat doplňkovou proměnnou  $x_i$ , která vyruší nerovnost. Doplňková proměnná  $x_i$  se přičítá k levé straně nerovnice v případě nerovnosti typu  $\leq$ , a naopak se odečítá od levé strany v případě nerovnosti typu  $\geq$ . Matematický model lze tímto způsobem upravit do tvaru uvedeném v tabulce 4, kde jsou doplňkové proměnné zvýrazněny červeně. [26]

Tabulka 4: Příklad - KTÚLP omezující podmínky

Omezující podmínka	Matematické vyjádření
Rozpočet	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 3\ 000$
Akcie C	$x_3 + x_7 = 350$
Dluhopisy	$x_4 + x_5 - x_8 = 1\ 050$
Riziko	$0,12x_1 + 0,06x_2 + 0,08x_3 + 0,04x_4 + 0,02x_5 + x_9 = 210$
Nezápornost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

Zdroj: vlastní zpracování

Doplňkové proměnné se však projeví i v účelové funkci skrze vektory  $p_j$ , resp. doplňkové vektory. Všechny koeficienty účelové funkce pro doplňkové vektory mají hodnotu 0. Finální účelová funkce v tisících Kč je tedy ve tvaru:

$$z = -0,17x_1 - 0,103x_2 - 0,13x_3 - 0,097x_4 - 0,075x_5 + 0x_6 + 0x_7 - 0x_8 + 0x_9 \rightarrow \text{MIN} \quad (21)$$

### 3.4.4 Řešení ukázkového příkladu

Po vytvoření KTÚLP je možné matematický model vepsat do simplexové tabulky. Tento krok je znázorněn v tabulce 5. Jak lze z níže uvedené tabulky vyčíst, je možné i částečně určit bazické vektory  $p_6$ ,  $p_7$  a  $p_8$ . Jiné části báze však nelze dohledat a je nutné je uměle vytvořit.

Tabulka 5: Příklad - Dosazení do simplexové tabulky

$i$	$B_h$	$c_{B_h}$	$c_j$	- 0,17	- 0,103	- 0,13	- 0,097	- 0,075	0	0	0	0	$t$
			$x_h$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	
1	$p_6$	0	3 000	1	1	1	1	1	1	0	0	0	
2	$p_7$	0	350	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
3			1 050	0	0	0	1	1	0	0	- 1	0	
4	$p_9$	0	210	0,12	0,06	0,08	0,04	0,02	0	0	0	1	
$m + 1$													X

Zdroj: vlastní zpracování

Pro dotvoření jednotkové báze je možné využít tzv. umělé proměnné. Jedná se o takové proměnné, které pracují s neurčitým kladným číslem, resp. penalizací,  $\omega$ . Pro nalezení optimálního řešení je však nutné se tzv. umělé báze zbavit. V tomto konkrétním případě lze

vytvořit umělou proměnnou  $x_{10}$ , která se projeví v účelové funkci a v rozšířené simplexové tabulce, resp. dvoufázové simplexové tabulce, jako umělý bazický vektor  $p_{10}$  (viz tabulka 6).

$$z = -0,17x_1 - 0,103x_2 - 0,13x_3 - 0,097x_4 - 0,075x_5 + 0x_6 - 0x_7 + 0x_8 + 0x_9 + \omega x_{10} \rightarrow \text{MIN [v tis. Kč]} \quad (22)$$

V tento okamžik lze tedy v tabulce 6 nalézt jednotkovou bázi z vektorů  $(p_6, p_7, p_{10}, p_9)$  a zároveň počáteční řešení  $x_0 = (0; 0; 0; 0; 0; 3000; 350; 0; 210; 1\ 050)$ , při kterém se do ničeho neinvestuje. Řešení  $x_0$  s hodnotou účelové funkce  $f(x_0) = 1\ 050\omega$  není optimálním ani přípustným řešením, jak potvrzují nejen rozdíly  $z_j - c_j$ , pro které neplatí  $z_j - c_j \leq 0$ , ale i přítomnost umělých vektorů v bázi a nesplnění stanovených omezujících podmínek. Podle řádku „s  $\omega$ “ je vybrán maximální kladný rozdíl a klíčový sloupec vektoru  $p_4$ , který po transformaci vstoupí do báze. Tento vektor nahradí v bázi umělý vektor  $p_{10}$ , jak určila minimální kladná hodnota  $t$ , čímž se odstraní umělá báze a transponovaná tabulka se stane klasickou simplexovou tabulkou bez řádku  $m + 2$  a penalizace  $\omega$ .

Tabulka 6: Příklad - Dvoufázová simplexová tabulka

i	$B_0$	$c_{B_0}$	$c_j$	- 0,17	- 0,103	- 0,13	- 0,097	- 0,075	0	0	0	0	$\omega$	t
			$x_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	$p_{10}$	
1	$p_6$	0	3 000	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	3 000
2	$p_7$	0	350	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	X
3	$p_{10}$	$\omega$	1 050	0	0	0	1	1	0	0	- 1	0	1	1 050
4	$p_9$	0	210	0,12	0,06	0,08	0,04	0,02	0	0	0	1	0	5 250
$m + 1$	bez $\omega$		0	0,17	0,103	0,13	0,097	0,075	0	0	0	0	0	X
$m + 2$	s $\omega$		1 050	0	0	0	1	1	0	0	- 1	0	0	X

Zdroj: vlastní zpracování

Nyní lze dvoufázovou simplexovou tabulku transformovat. Pomocí vzorců (17) a (18) je tabulka přepočtena z báze  $(p_6, p_7, p_{10}, p_9)$  na novou bázi  $(p_6, p_7, p_4, p_9)$ . Tento krok způsobí, že umělou proměnnou  $x_{10}$ , je možné v tabulce vynechat. Výsledek této první transformace je uveden v tabulce 7. Je nalezeno nové řešení  $x_1 = (0; 0; 0; 1\ 050; 0; 1\ 950; 350; 0; 168)$  s hodnotou účelové funkce  $f(x_1) = -101,85$ . Toto řešení je přípustné, ale nelze označit jako optimální z důvodu neplatného předpokladu  $z_j - c_j \leq 0$  pro optimum. Opět je vybrán klíčový sloupec a klíčový řádek. Do nové báze vstoupí vektor  $p_1$  a vystoupí z báze vektor  $p_9$ .

Tabulka 7: Příklad - Transformace 1

$i$	$B_1$	$c_{B_1}$	$c_j$	- 0,17	- 0,103	- 0,13	- 0,097	- 0,075	0	0	0	0	$t$
			$x_1$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	
1	$p_6$	0	1 950	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1 950
2	$p_7$	0	350	0	0	1	0	0	0	1	0	0	X
3	$p_4$	- 0,097	1 050	0	0	0	1	1	0	0	- 1	0	X
4	$p_9$	0	168	0,12	0,06	0,08	0	- 0,02	0	0	0,04	1	1 400
$m + 1$			- 101,85	0,17	0,103	0,13	0	- 0,022	0	0	0,097	0	X

Zdroj: vlastní zpracování

Výsledek druhé transformace simplexové tabulky z báze  $(p_6, p_7, p_4, p_9)$  na bázi  $(p_6, p_7, p_4, p_1)$  ukazuje tabulka 8. Nově nalezené řešení je  $x_2 = (1\ 400; 0; 0; 1\ 050; 0; 550; 350; 0; 0)$  s hodnotou účelové funkce  $f(x_2) = -339,9$ , která je nižší než hodnota účelové funkce  $f(x_1)$ , což je dobré znamení. Ani toto řešení není optimální, neboť všechny rozdíly  $z_j - c_j$  stále nejsou záporné. Je třeba provést další transformaci. Tentokrát do báze vstoupí vektor  $p_8$  a z báze vystoupí vektor  $p_6$ .

Tabulka 8: Příklad - Transformace 2

$i$	$B_2$	$c_{B_2}$	$c_j$	- 0,17	- 0,1	- 0,13	- 0,1	- 0,08	0	0	0	0	$t$
			$x_2$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	
1	$p_6$	0	550	0	0,5	0,33	0	0,17	1	0	0,67	- 8,33	825
2	$p_7$	0	350	0	0	1	0	0	0	1	0	0	X
3	$p_4$	- 0,1	1 050	0	0	0	1	1	0	0	- 1	0	- 1 050
4	$p_1$	- 0,17	1 400	1	0,5	0,67	0	- 0,17	0	0	0,33	8,33	4 200
$m + 1$			- 339,9	0	0,02	0,02	0	0,01	0	0	0,04	- 1,42	X

Zdroj: vlastní zpracování

Potřetí transformovanou simplexovou tabulku, která přešla z báze  $(p_6, p_7, p_4, p_1)$  na bázi  $(p_8, p_7, p_4, p_1)$ , zobrazuje tabulka 9. Třetí nalezené řešení  $x_3 = (1\ 125; 0; 3; 1\ 875; 0; 0; 350; 825; 0)$  má hodnotu účelové funkce  $f(x_3) = -373,13$ , což je opět nižší než v předchozím řešení  $x_2$ . Po propočtu rozdílů  $z_j - c_j$  lze vidět, že všechny hodnoty jsou záporné a pod bázi nulové. To naznačuje, že řešení  $x_3$  je řešením optimálním.

Tabulka 9: Příklad - Transformace 3

$i$	$B_3$	$c_{B_3}$	$c_j$	- 0,17	- 0,1	- 0,13	- 0,1	- 0,08	0	0	0	0	$t$
			$x_3$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$	$p_9$	
1	$p_8$	0	825	0	0,75	0,5	0	0,25	1,5	0	1	- 12,5	
2	$p_7$	0	350	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
3	$p_4$	- 0,1	1 875	0	0,75	0,5	1	1,25	1,5	0	0	- 12,5	
4	$p_1$	- 0,17	1 125	1	0,25	0,5	0	- 0,25	- 0,5	0	0	12,5	
$m + 1$			- 373,13	0	- 0,012	- 0,004	0	- 0,004	- 0,06	0	0	- 0,91	X

Zdroj: vlastní zpracování

### 3.4.5 Interpretace řešení ukázkového příkladu

Finálním krokem ukázkového příkladu je ekonomická interpretace matematických výsledků a zpětné porovnání se stanovenými kritérii na začátku příkladu. Vzhledem k úpravě úlohy na KTÚLP je však nutné brát v potaz, že výsledná hodnota účelové funkce má otočené znaménko a je minimalizační, v původním zadání byla úloha maximalizační.

Hodnota účelové funkce vyšla  $f(x_3) = -373,13$ . To lze zpětně převést na maximalizační hodnotu opětovným vynásobením hodnotou  $-1$ . Po této drobné úpravě je dosaženo číslo 373,13 tis. Kč. Maximální očekávaný výnos při daném rozmístění finančních prostředků je tedy 373,13 tis. Kč.

Tohoto výsledku je možné dosáhnout, pokud se bude investovat podle rozdělení, které vyobrazuje řešení  $x_3 = (1\ 125; 0; 0; 1\ 875; 0; 350; 825; 0)$ . Konkrétně se jedná o investice do:

- akcie A ve výši 1 125 tis. Kč;
- akcií B a C ve výši 0 Kč;
- dluhopisu A ve výši 1 875 tis. Kč;
- dluhopisu B ve výši 0 Kč.

Konkrétní naplnění podmínek je uvedeno v bodech níže.

- Byly přesně investovány 3 miliony Kč, jak stanovila podmínka rozpočtu.
- Do akcie C se vůbec neinvestovalo, proto i zde byla splněna podmínka, že do akcie C se nesmí investovat více než 350 tis. Kč.

- Třetí podmínka, která stanovila, že do dluhopisů musí být investováno alespoň 35 % celého investičního rozpočtu, což představuje sumu 1,05 milionu Kč, je také splněna. Do dluhopisů bylo celkem investováno 1 875 tis. Kč, ačkoliv se jednalo pouze o investici do dluhopisu A. Dokonce bylo do tohoto dluhopisu investováno o 825 tisíc Kč více než byla stanovená minimální hranice.
- Míra rizika měla maximálně dosahovat výše 0,07, což bylo přesně naplněno.

Dodržení omezujících podmínek lze zjistit dosazením získaných hodnot do jednotlivých nerovnic matematického modelu. Jak dokazuje tabulka 10, všechny podmínky byly dodrženy.

Tabulka 10: Příklad - Kontrola omezujících podmínek

Omezující podmínka	Kontrola dosazením
Rozpočet $\leq 3$ miliony Kč	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq 3\,000 \text{ [v tis. Kč]}$ $1\,125 + 1\,875 \leq 3\,000 \text{ [v tis. Kč]}$ $3\,000 \leq 3\,000 \text{ [v tis. Kč]}$
Akcie C $\leq 350\,000$ Kč	$x_3 \leq 350 \text{ [v tis. Kč]}$ $0 \leq 350 \text{ [v tis. Kč]}$
Dluhopisy $\geq 35\%$ rozpočtu	$x_4 + x_5 \geq 1\,050 \text{ [v tis. Kč]}$ $1\,875 \geq 1\,050 \text{ [v tis. Kč]}$
Riziko $\leq 0,07$	$\frac{(0,12x_1 + 0,06x_2 + 0,08x_3 + 0,04x_4 + 0,02x_5)}{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5} \leq 0,07$ $\frac{(0,12 * 1\,125 + 0,04 * 1\,875)}{1\,125 + 1\,875} \leq 0,07$ $0,07 \leq 0,07$
Nezápornost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, 3, 4, 5$ $(1\,125; 0; 0; 1\,875; 0) \geq 0; i = 1, 2, 3, 4, 5$

Zdroj: vlastní zpracování

### 3.4.6 Řešení ukázkového příkladu skrze MS Excel Solver

Použitím doplňku Solver, resp. Řešitel, v MS Excel se celý proces výrazně urychlí. Připravená vstupní data shodná s KTÚLP řešeného příkladu se zadají do tabulky (viz obrázek 9) společně s rovnicemi pro splnění podmínek (sloupec E, řádky 12-15) a účelovou funkcí (sloupec B, řádek 17).

	A	B	C	D	E
1		<i>Očekávaný výnos</i>	<i>Index rizika</i>	$x_i$	<i>Investice [tis. Kč]</i>
2	Akcie A	0,170	0,12	$x_1$	0
3	Akcie B	0,103	0,06	$x_2$	0
4	Akcie C	0,130	0,08	$x_3$	0
5	Dluhopis A	0,097	0,04	$x_4$	0
6	Dluhopis B	0,075	0,02	$x_5$	0
7	Nevyužitá část rozpočtu	0,000	/	$x_6$	0
8	Nevyužitý limit pro nákup akcie C	0,000		$x_7$	0
9	Investice nad limit u dluhopisů A a B	0,000		$x_8$	0
10	Nevyužitá míra rizika	0,000		$x_9$	0
12	Rozpočet = 3 000 tis. Kč	podmínka	3 000	splnění	0
13	Akcie C = 350 tis. Kč		350		0
14	Dluhopisy A + B = 35 %		1 050		0
15	Riziko = 0,07		0,07		0,00
17	Zisk		0,000		tis. Kč

Obrázek 9: Příklad - Vstupní data Řešitele

Zdroj: vlastní zpracování

Následně se spustí Řešitel, kde se nastaví hledání minimální hodnoty pro zvolenou buňku s účelovou funkcí, buňky s proměnnými  $x_1$  až  $x_9$ , omezující podmínky společně s podmínkou nezápornosti a zvolí se řešení skrze Simplexovou metodu. Zmíněné hodnoty jsou uvedeny na obrázku 10. Posledním krokem je zmáčknutí tlačítka „Řešit“.

Účelová funkce:

Hledat:  Max  Min  Hodnota:

Proměnné modelu:

Omezující podmínky:

Nastavit podmínky nezápornosti

Vyberte metodu řešení:

Obrázek 10: Příklad - Řešitel

Zdroj: vlastní zpracování

Řešitel dopočítal hodnoty proměnných, podmínek a účelové funkce stejně, jako při ručním propočítávání Simplexové tabulky, jak je uvedeno na obrázku 11. Při správném nastavení vzorců a hodnot Řešitel velmi ulehčí a zrychlí práci, především pokud se pracuje s rozsáhlými úlohami.

	A	B	C	D	E
1		<i>Očekávaný výnos</i>	<i>Index rizika</i>	$x_i$	<i>Investice [tis. Kč]</i>
2	Akcie A	0,170	0,12	$x_1$	1 125
3	Akcie B	0,103	0,06	$x_2$	0
4	Akcie C	0,130	0,08	$x_3$	0
5	Dluhopis A	0,097	0,04	$x_4$	1 875
6	Dluhopis B	0,075	0,02	$x_5$	0
7	Nevyužitá část rozpočtu	0,000	/	$x_6$	0
8	Nevyužitý limit pro nákup akcie C	0,000		$x_7$	350
9	Investice nad limit u dluhopisů A a B	0,000		$x_8$	825
10	Nevyužitá míra rizika	0,000		$x_9$	0
11					
12	Rozpočet = 3 000 tis. Kč	<i>podmínka</i>	3 000	<i>splnění</i>	3 000
13	Akcie C = 350 tis. Kč		350		350
14	Dluhopisy A + B = 35 %		1 050		1 050
15	Riziko = 0,07		0,07		0,07
16					
17	<b>Zisk</b>	-373,125 <i>tis. Kč</i>			

Obrázek 11: Příklad - Výstupní data Řešitele

Zdroj: vlastní zpracování

#### **4 Finanční situace a investiční strategie vybraného podniku**

Podnik, který na žádost vedení tohoto podniku bude v této práci nazýván smyšleným názvem INVESTMED, s. r. o., je společností s ručením omezeným provozující soukromá zdravotnická zařízení v Královéhradeckém kraji se specializací na pracovní lékařství pro zaměstnance soukromých firem a státních podniků a úřadů. Aktuálně zprostředkovává preventivní a léčebnou péči ve čtyřech pobočkách, se zaměřením na oblast praktického a interního lékařství, gynekologie, hematologie, chirurgie, kardiologie a dalších specializací. Samozřejmostí je pro tuto společnost i nabízení lékárenských, laboratorních, rehabilitačních, rentgenových a ultrazvukových služeb.

Na českém trhu společnost INVESTMED, s. r. o. figuruje přes 25 let a ročně zprostředkovává péči pro přibližně 55 tisíc pacientů. Spolupracuje při tom se zdravotními pojišťovnami: Všeobecná zdravotní pojišťovna ČR, Vojenská zdravotní pojišťovna, Česká průmyslová zdravotní pojišťovna, Oborová zdravotní pojišťovna zaměstnanců bank, pojišťoven a stavebnictví, Zaměstnanecká pojišťovna Škoda a Zdravotní pojišťovna Ministerstva vnitra ČR. Firma INVESTMED, s. r. o. zaměstnává zhruba 65 zaměstnanců.

Tento podnik v aktuální době nerealizuje žádné investice a veškeré volné finanční prostředky nechává na bankovním účtu, kde spíše postupně ztrácí kvůli inflaci hodnotu. To je jedním z hlavních důvodů, proč v současnosti uvažují nad svými investičními možnostmi. Představou společnosti INVESTMED, s. r. o. je však nejen ochránit své finanční prostředky před znehodnocením, ale i jejich celkové zhodnocení.

Na prvotní investici uvažují rozpočet 500 tisíc Kč, který by měl posloužit na pokrytí pořízení celého investičního portfolia. Složení tohoto portfolia společnost přímo nespecifikuje, ale nepřeje si do portfolia zahrnout nákup kryptoměn, nemovitostí a alternativních investic. Investování do komodit také úplně nevyhledává, ale je případně otevřena této možnosti.

Společnost INVESTMED, s. r. o. není investorem, který by vyhledával riziko, přesto je ochotna přijmout určitou míru rizika, jestliže související očekávaný výnos bude uspokojivý. Dále si jednatel této společnosti přeje, aby investování bylo spíše dlouhodobého a pasivního rázu, jelikož na aktivní spravování portfolia, resp. každodenní sledování trhu a vývoje investičních aktiv, není čas.

Z tohoto popisu lze o investorovi prohlásit následující:

- má neutrální až konzervativní vztah k riziku;
- preferuje dlouhodobé investování;
- preferuje pasivní investování;
- odmítá investice do kryptoměn, nemovitostí a alternativních instrumentů;
- k dispozici má 500 000 Kč;
- cílí na ochranu majetku, případně jeho zhodnocení.

Podle těchto bodů lze usoudit, že pro tohoto investora je vhodná růstová, hodnotová, výnosová nebo indexová strategie a jejich případná kombinace. Nutností je samozřejmě diverzifikované portfolio, ale jeho finální složení, resp. podíl akciových a méně rizikových investic (dluhopisy, fondy, komodity, ...), bude záviset na výši maximálního možného ročního výnosu daného portfolio. Z tohoto důvodu budou řešeny tyto varianty:

- 50 % investic akciového typu, 50 % ostatních investic;
- 30 % investic akciového typu, 70 % ostatních investic;
- 70 % investic akciového typu, 30 % ostatních investic.

Všechny tyto varianty budou dále propočítány s různými úrovněmi tolerovaného rizika portfolio. Přesněji se jedná o míry rizika 10, 15 a 20 %, ale pokud by došlo k odlišným výsledkům je možné použít i míry rizika 25 a 30 %.

Jelikož investor nechce aktivně spravovat své investice, portfolio by mělo cílit spíše na dlouhodobý růst hodnoty investičních instrumentů v kombinaci s poskytnutím pravidelného příjmu.

## 5 Sestavení a optimalizace investičního portfolia

Prvním krokem sestavení investičního portfolia byl výběr investičních nástrojů. Podle vlastního uvážení autorky po zkoumání webových stránek yahoo.finance.com, byly zvoleny níže uvedené instrumenty. [40]

ETF fondy zaměřené na akcie:

- VIGI Vanguard International Dividend Appreciation Index Fund ETF Shares
- VONG Vanguard Russel 1000 Growth Index Fund ETF Shares
- IEUS iShares MSCI Europe Small-Cap ETF
- FPXE First Trust IPOX Europe Equity Opportunities ETF

Akcie:

- SGU Star Group, L. P.
- EBS.VI Erste Group Bank AG

ETF fondy zaměřené na dluhopisy:

- HYGH iShares Interest Rate Hedged High Yield Bond ETF

ETF fondy smíšeného typu:

- VO Vanguard Mid-Cap Index Fund ETF Shares
- DEUS Xtrackers Russell US Multifactor ETF
- IJH iShares Core S&P Mid-Cap ETF

Futures zlata:

- GC=F Gold Jun 25

Tyto investiční nástroje zaručují diverzifikaci v různých oblastech, ať už napříč sektory, nebo regiony, ačkoliv je většina z nich obchodována na amerických burzách NASDAQ a NYSE. Všechny vybrané ETF fondy a akcie dokonce vyplácí pravidelně dividendy v rámci měsíců, čtvrtletí, pololetí nebo let, což investorovi do budoucna poskytne určitý stálý příjem. ETF fondy byly vybrány i na základě uváděné výše poplatků, tak aby jejich míra nepřesahovala 1 %. Pro všechny vybrané investiční nástroje také existují dohledatelná data alespoň za posledních 5 let.

Z webové stránky yahoo.finance.com byla po prvotním výběru stažena denní historická data za 5leté období od 2. března 2020 do 3. března 2025. Na základě uzavírací ceny upravené o případné štěpení cenných papírů (na yahoo.finance.com uvedené jako „Adj Close“) byly pak vypočítány denní výnosy aktiva podle vzorce (3). Z těchto hodnot byl určen střední výnos instrumentu podle vzorce (4) a ten byl převeden na roční střední výnos vzorcem (5). Tímto způsobem byl určen historický roční výnos pro všechny instrumenty.

Riziko instrumentu, resp. směrodatná odchylka denních výnosů aktiva, bylo vypočteno podle vzorce (9) a převedeno na historickou roční směrodatnou odchylku skrze výpočet (10). Kolik je možné získat na dividendách za rok bylo vypočteno součtem vyplaceným dividend za poslední rok, resp. za období od 2. března 2024 do 3. března 2025. Výše zmíněnými výpočty byla získána data uvedená v tabulce 11. Ceny a dividendy byly přepočítány na Kč v kurzu 24,034 USD/CZK a 25,025 EUR/CZK ke dni 3. března 2025.

*Tabulka 11: Historická roční data*

<b>Zkratka</b>	<b>Typ</b>	<b>Historický výnos v %</b>	<b>Historické riziko v %</b>	<b>Cena v Kč k 3. 3. 2025</b>	<b>Dividenda v Kč</b>
<b>VIGI</b>	ETF (stock)	9,44	18,15	2 022,94	37,11
<b>VONG</b>	ETF (stock)	21,57	24,27	2 382,49	13,77
<b>SGU</b>	Stock	20,60	34,69	314,12	16,63
<b>IEUS</b>	ETF (stock)	8,44	23,46	1 378,83	41,89
<b>FPXE</b>	ETF (stock)	10,00	23,95	649,64	12,88
<b>EBS.VI</b>	Stock	30,31	36,95	1 644,64	67,57
<b>VO</b>	ETF (blend)	14,22	22,65	6 413,23	72,01
<b>DEUS</b>	ETF (blend)	14,48	21,94	1 309,13	17,55
<b>HYGH</b>	ETF (blend)	6,94	10,09	2 076,78	161,29
<b>IJH</b>	ETF (blend)	15,40	25,35	1 454,06	19,88
<b>GC=F</b>	Futures	14,17	16,19	69 463,07	0,00

*Zdroj: vlastní zpracování*

Pro určení očekávaného ročního výnosu a rizika byly použity vzorce (2) a (11) v kombinaci s daty uvedenými v tabulce 11. Historické hodnoty ročního výnosu a rizika každého instrumentu byly použity k odhadům potenciálních cen po uplynutí roku  $P_k$ . Obecně lze výpočet  $P_k$  popsat

$$P_k = P_0 + P_0(\bar{r}_{roční} \mp s\sigma_{i,roční}), s = 0, 1, 2, 3 \quad (23)$$

kde  $P_0$  je aktuální cena instrumentu,  $\bar{r}_{roční}$  je roční historický výnos instrumentu,  $\sigma_{i,roční}$  je roční historické riziko instrumentu a  $s$  je koeficient volatility. K jednotlivým hodnotám  $P_k$  byly přiřazeny pravděpodobnosti  $p_k$  s předpokladem, že s nejvyšší pravděpodobností nastane situace, kdy investice dosáhne svého historického výnosu  $\bar{r}_{roční}$  bez vlivu volatility. Tabulky s propočty očekávaných ročních výnosů a rizik pro jednotlivé investiční nástroje jsou uvedeny v přílohách A-K.

Získané hodnoty očekávaných ročních výnosů a rizik vyobrazuje tabulka 12. Výše očekávané roční dividendy je stejná jako zjištěná historická roční dividendy. Pracuje se zde s předpokladem, že výše historické roční dividendy představuje minimální možnou dividendu vyplacenou za rok následující.

*Tabulka 12: Očekávané roční hodnoty*

Zkratka	Typ	Očekávaný výnos v %	Očekávané riziko v %	Cena v Kč k 3. 3. 2025	Dividenda v Kč
<b>VIGI</b>	ETF (stock)	9,44	18,91	2 022,94	37,11
<b>VONG</b>	ETF (stock)	21,57	25,25	2 382,49	13,77
<b>SGU</b>	Stock	20,60	36,06	314,12	16,63
<b>IEUS</b>	ETF (stock)	8,44	24,42	1 378,83	41,89
<b>FPXE</b>	ETF (stock)	10,00	24,94	649,64	12,88
<b>EBS.VI</b>	Stock	30,31	38,45	1 644,64	67,57
<b>VO</b>	ETF (blend)	14,22	23,49	6 413,23	72,01
<b>DEUS</b>	ETF (blend)	14,48	22,76	1 309,13	17,55
<b>HYGH</b>	ETF (blend)	6,94	10,50	2 076,78	161,29
<b>IJH</b>	ETF (blend)	15,40	26,29	1 454,06	19,88
<b>GC=F</b>	Futures	14,17	16,84	69 463,07	0,00

*Zdroj: vlastní zpracování*

## 5.1 Ekonomický model

Pro vytvoření ekonomického modelu budou využita získaná data a požadavky investora.

Jako „procesy“ jsou označeny „nákupy“ jednotlivých investičních instrumentů. Intenzitou tohoto „procesu“ je pak počet nakoupených investičních aktiv.

Cílem modelu je maximalizovat roční očekávaný celkový výnos portfolia, tedy potenciální výnos a dividendy. Součástí tohoto cíle je zároveň požadavek dodržet veškeré omezující faktory. Těmi jsou:

- rozpočet v maximální výši 500 000 Kč,
- zastoupení akcií či akciových fondů:
  - v maximální výši 50 % pro variantu A,
  - v maximální výši 30 % pro variantu B,
  - v maximální výši 70 % pro variantu C,
  - v maximální výši 50 % pro variantu D,
  - v maximální výši 30 % pro variantu E,
  - v maximální výši 70 % pro variantu F,
- riziko portfolia maximálně 10, 15 a 20 %, příp. i 25 a 30 %,
- zastoupení ostatních investic v minimální výši:
  - v minimální výši 50 % pro variantu A,
  - v minimální výši 70 % pro variantu B,
  - v minimální výši 30 % pro variantu C,
  - v maximální výši 50 % pro variantu D,
  - v maximální výši 70 % pro variantu E,
  - v maximální výši 30 % pro variantu F.

## 5.2 Matematický model

Pro matematický model je nejprve potřeba určit proměnné  $x_i$  a co tyto proměnné představují. Obecně pro tento případ lze strukturní proměnné  $x_i$  označit počty zakoupených investic. Konkrétně jsou tyto proměnné  $x_i$  následující:

- proměnná  $x_1$  představuje počet nakoupených akciových instrumentů ETF VIGI;
- proměnná  $x_2$  představuje počet nakoupených akciových instrumentů ETF VONG;
- proměnná  $x_3$  představuje počet nakoupených akcií SGU;
- proměnná  $x_4$  představuje počet nakoupených akciových instrumentů ETF IEUS;
- proměnná  $x_5$  představuje počet nakoupených akciových instrumentů ETF FPXE;

- proměnná  $x_6$  představuje počet nakoupených akcií EBS.VI;
- proměnná  $x_7$  představuje počet nakoupených smíšených instrumentů ETF VO;
- proměnná  $x_8$  představuje počet nakoupených smíšených instrumentů ETF DEUS;
- proměnná  $x_9$  představuje počet nakoupených dluhopisových instrumentů ETF HYGH;
- proměnná  $x_{10}$  představuje počet nakoupených smíšených instrumentů ETF IJH;
- proměnná  $x_{11}$  představuje počet nakoupených futures zlata GC=F.

Účelová funkce maximalizace očekávaného ročního výnosu celého portfolia, která se řídí podle vzorce (1), je proto následující:

$$\begin{aligned}
 z = & 0,0944 \frac{2\,022,94x_1}{500\,000} + 37,11x_1 + 0,2157 \frac{2\,382,49x_2}{500\,000} + 13,77x_2 \\
 & + 0,206 \frac{314,12x_3}{500\,000} + 16,63x_3 + 0,0844 \frac{1\,378,83x_4}{500\,000} + 41,89x_4 \\
 & + 0,1 \frac{649,64x_5}{500\,000} + 12,88x_5 + 0,3031 \frac{1\,644,64x_6}{500\,000} + 67,57x_6 \\
 & + 0,1422 \frac{6\,413,23x_7}{500\,000} + 72,01x_7 + 0,1448 \frac{1\,309,13x_8}{500\,000} + 17,54x_8 \\
 & + 0,0694 \frac{2\,076,78x_9}{500\,000} + 161,29x_9 + 0,154 \frac{1\,454,06x_{10}}{500\,000} + 19,88x_{10} \\
 & + 0,1417 \frac{69\,463,07x_{11}}{500\,000} \rightarrow \text{MAX} [v \text{ Kč}]
 \end{aligned} \tag{24}$$

Jednotlivé omezující podmínky jsou shrnuty v tabulce 13. Kvůli zobecnění podmínek pro varianty A, B, C a všechny přípustné míry rizika jsou nastavené číselné hranice u maximální investice do akcií, maximálního rizika portfolia a minimální investice do ostatních aktiv nahrazeny slovem „limit“.

Tabulka 13: Omezující podmínky pro varianty A, B a C

Omezující podmínka	Matematické vyjádření
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$  \begin{aligned}  & 2\,022,94x_1 + 2\,382,49x_2 + 314,12x_3 + 1\,378,83x_4 \\  & + 649,64x_5 + 1\,644,64x_6 + 6\,413,23x_7 + 1\,309,13x_8 \\  & + 2\,076,78x_9 + 1\,454,06x_{10} + 69\,463,07x_{11} \leq 500\,000  \end{aligned}  $
Akcie $\leq$ limit Kč	$  \begin{aligned}  & 2\,022,94x_1 + 2\,382,49x_2 + 314,12x_3 + 1\,378,83 \\  & x_4 + 649,64x_5 + 1\,644,64x_6 \leq \text{limit}  \end{aligned}  $

Omezující podmínka	Matematické vyjádření
Riziko portfolia $\leq$ limit %	$0,1891 \frac{2\,022,94x_1}{500\,000} + 0,2525 \frac{2\,382,49x_2}{500\,000}$ $+ 0,3606 \frac{314,12x_3}{500\,000} + 0,2442 \frac{1\,378,83x_4}{500\,000}$ $+ 0,2494 \frac{649,64x_5}{500\,000} + 0,3845 \frac{1\,644,64x_6}{500\,000}$ $+ 0,2349 \frac{6\,413,23x_7}{500\,000} + 0,2276 \frac{1\,309,13x_8}{500\,000}$ $+ 0,105 \frac{2\,076,78x_9}{500\,000} + 0,2629 \frac{1\,454,06x_{10}}{500\,000}$ $+ 0,1684 \frac{69\,463,07x_{11}}{500\,000} \leq limit$
Ost. investice $\geq$ limit Kč	$6\,413,23x_7 + 1\,309,13x_8 + 2\,076,78x_9 + 1\,454,06x_{10}$ $+ 69\,463,07x_{11} \geq limit$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

*Zdroj: vlastní zpracování*

V případě variant D, E a F dochází k jedné změně v omezujících podmínkách. Pro ostatní investice není nastavena spodní hranice, nýbrž horní hranice jako u akciových aktiv a rizika portfolia. Proto je omezující podmínka pro ostatní investice:

$$6\,413,23x_7 + 1\,309,13x_8 + 2\,076,78x_9 + 1\,454,06x_{10} + 69\,463,07x_{11} \leq limit \text{ [v Kč]} \quad (25)$$

### 5.3 Kanonický tvar

Pro úpravu na KTÚLP z matematického modelu je v tomto případě potřeba účelovou funkci převést z maximalizace na minimalizaci a také upravit nerovnosti v omezujících podmínkách. Nová účelová funkce vypadá:

$$\begin{aligned}
 z^* = -z = & -(0,0944 \frac{2\,022,94x_1}{500\,000} + 37,11x_1 + 0,2157 \frac{2\,382,49x_2}{500\,000} + 13,77x_2 \\
 & + 0,206 \frac{314,12x_3}{500\,000} + 16,63x_3 + 0,0844 \frac{1\,378,83x_4}{500\,000} + 41,89x_4 \\
 & + 0,1 \frac{649,64x_5}{500\,000} + 12,88x_5 + 0,3031 \frac{1\,644,64x_6}{500\,000} + 67,57x_6 \\
 & + 0,1422 \frac{6\,413,23x_7}{500\,000} + 72,01x_7 + 0,1448 \frac{1\,309,13x_8}{500\,000} + 17,54x_8 \\
 & + 0,0694 \frac{2\,076,78x_9}{500\,000} + 161,29x_9 + 0,154 \frac{1\,454,06x_{10}}{500\,000} + 19,88x_{10} \\
 & + 0,1417 \frac{69\,463,07x_{11}}{500\,000}) \rightarrow MIN \text{ [v Kč]} \quad (26)
 \end{aligned}$$

Vyrovnaní levých a pravých stran nerovnic omezujících podmínek se dosáhne připočtením či odečtením doplňkových proměnných  $x_{12}$ ,  $x_{13}$ ,  $x_{14}$  a  $x_{15}$  (viz tabulka 14), které jsou červeně vyznačeny. Podmínka celočíselnosti  $x_i$  se však těchto doplňkových proměnných netýká.

Tabulka 14: Upravené omezující podmínky KTÚLP pro varianty A, B a C

Omezující podmínka	Matematické vyjádření
Rozpočet = 500 000 Kč	$2\,022,94x_1 + 2\,382,49x_2 + 314,12x_3 + 1\,378,83x_4 + 649,64x_5 + 1\,644,64x_6 + 6\,413,23x_7 + 1\,309,13x_8 + 2\,076,78x_9 + 1\,454,06x_{10} + 69\,463,07x_{11} + x_{12} = 500\,000$
Akcie = limit Kč	$2\,022,94x_1 + 2\,382,49x_2 + 314,12x_3 + 1\,378,83x_4 + 649,64x_5 + 1\,644,64x_6 + x_{13} = \text{limit}$
Riziko portfolia = limit %	$0,1891 \frac{2\,022,94x_1}{500\,000} + 0,2525 \frac{2\,382,49x_2}{500\,000} + 0,3606 \frac{314,12x_3}{500\,000} + 0,2442 \frac{1\,378,83x_4}{500\,000} + 0,2494 \frac{649,64x_5}{500\,000} + 0,3845 \frac{1\,644,64x_6}{500\,000} + 0,2349 \frac{6\,413,23x_7}{500\,000} + 0,2276 \frac{1\,309,13x_8}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78x_9}{500\,000} + 0,2629 \frac{1\,454,06x_{10}}{500\,000} + 0,1684 \frac{69\,463,07x_{11}}{500\,000} + x_{14} = \text{limit}$
Ost. investice = limit Kč	$6\,413,23x_7 + 1\,309,13x_8 + 2\,076,78x_9 + 1\,454,06x_{10} + 69\,463,07x_{11} - x_{15} = \text{limit}$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 15$ $x_i \in \mathbb{Z}; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

Přidání pomocných proměnných se projeví také v účelové funkci.

$$\begin{aligned}
 z = & -(0,0944 \frac{2\,022,94x_1}{500\,000} + 37,11x_1 + 0,2157 \frac{2\,382,49x_2}{500\,000} + 13,77x_2 \\
 & + 0,206 \frac{314,12x_3}{500\,000} + 16,63x_3 + 0,0844 \frac{1\,378,83x_4}{500\,000} + 41,89x_4 \\
 & + 0,1 \frac{649,64x_5}{500\,000} + 12,88x_5 + 0,3031 \frac{1\,644,64x_6}{500\,000} + 67,57x_6 \\
 & + 0,1422 \frac{6\,413,23x_7}{500\,000} + 72,01x_7 + 0,1448 \frac{1\,309,13x_8}{500\,000} + 17,54x_8 \\
 & + 0,0694 \frac{2\,076,78x_9}{500\,000} + 161,29x_9 + 0,154 \frac{1\,454,06x_{10}}{500\,000} + 19,88x_{10} \\
 & + 0,1417 \frac{69\,463,07x_{11}}{500\,000}) + 0x_{12} + 0x_{13} + 0x_{14} - 0x_{15} \rightarrow \text{MIN} [v \text{ Kč}] \quad (27)
 \end{aligned}$$

Pro varianty D, E a F se využívají omezující podmínky z tabulky 14 kromě omezující podmínky vztahující se k ostatním investicím. Tam dochází ke změně

$$6\,413,23x_7 + 1\,309,13x_8 + 2\,076,78x_9 + 1\,454,06x_{10} + 69\,463,07x_{11} + x_{15} = \text{limit} \quad (28)$$

Minimalizační účelová funkce pro varianty D, E a F je až na změnu  $+0x_{15}$  stejná.

Tímto je KTÚLP pro všechny varianty vytvořen a úlohu lze začít řešit.

## 5.4 Hledání optimálního řešení

Pro zrychlení výpočtu optimálního řešení všech variant byl využit doplněk MS Excel Solver, resp. Řešitel. V následujících pododdílech jsou propočítány varianty A - F rozvržení portfolia a pro každou z nich se uvažují hodnoty tolerované míry rizika ve výši 10, 15, 20 a příp. i více %.

Varianty A, B a C vycházejí z minimalizační účelové funkce (27) a omezujících podmínek uvedených v tabulce 14, v nichž se mění „limitní“ hodnoty. Varianty D, E a F pracují s minimalizační účelovou funkcí (27) a omezujícími podmínkami v tabulce 14 kromě podmínky o ostatních investicích, která je nahrazena rovnicí (28).

### 5.4.1 Varianta A

Varianta A pracuje s předpokladem, že investor požaduje optimální portfolio složené maximálně z 50 % aktivity akciového typu a minimálně z 50 % ostatními aktivy. Těchto 50 % rozpočtu představuje částku 250 tisíc Kč, která je zároveň „limitní“ hodnotou omezujících podmínek pro akcie a ostatní investice v tabulce 14.

## Riziko portfolia 10 %

Jestliže investorova míra tolerance rizika je 10 %, hodnota 0,10 představuje „limit“ omezující podmínky pro riziko portfolia. Po dosazení vzorců a hodnot do tabulky pro výpočet jsou nastaveny výpočetní parametry Řešitele, jak je uvedeno na obrázku 12. Tyto parametry zůstávají pro všechny varianty a míry rizik stejné.

Účelová funkce:  ↑

Hledat:  Max  Min  Hodnota:

Proměnné modelu:  ↑

Omezující podmínky:

- \$H\$19 = \$D\$19
- \$H\$18 = \$D\$18
- \$H\$20 = \$D\$20
- \$H\$21 = \$D\$21
- \$H\$2:\$H\$12 = celé\_číslo

Nastavit podmínky nezápornosti

Vyberte metodu řešení:  ↓

Možnosti

Buttons: Přidat, Změnit, Odstranit, Vynulovat vše, Načíst nebo uložit

Obrázek 12: Parametry Řešitele

*Zdroj: vlastní zpracování*

Optimální řešení, které Řešitel našel, zobrazuje níže uvedený obrázek 13.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividenda	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	0,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	229,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	24 417,85
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	250 000,00
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	225 582,15
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 50 %			250 000		250 000		
20	Riziko = 10 %			0,10		0,10		
21	Ostatní investice = 50 %			250 000		250 000		
22								
23	Maximální výnos		-36 935,97	Kč				

Obrázek 13: Optimální řešení varianty A pro míru rizika 10 %

Zdroj: vlastní zpracování

Hodnota minimalizační účelové funkce je

$$z = - \left( 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 229}{500\,000} + 161,29 \times 229 \right) = -36\,935,97 \rightarrow MIN \quad (29)$$

Po převedení na maximalizační účelovou funkci je dosaženo výsledku

$$z = 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 229}{500\,000} + 161,29 \times 229 = 36\,935,97 \rightarrow MAX \quad (30)$$

Maximální roční očekávaný výnos portfolia je tedy 36 935,97 Kč. Tohoto výsledku by bylo dosaženo zakoupením 229 ks listů dluhopisového ETF s označením HYGH v celkové hodnotě 475 582,15 Kč s tím, že z rozpočtu 500 tisíc Kč by nebylo využito 24 417,85 Kč.

Ačkoli bylo investováno pouze do „ostatních“ investic, stanovené omezující podmínky byly přesto splněny, jak potvrzuje tabulka 15.

Tabulka 15: Splnění omezujících podmínek varianty A pro míru rizika 10 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 229 \leq 500\,000$ $475\,582,15 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 250\,000$ Kč	$0 \leq 250\,000$
Riziko portfolia $\leq 10\%$	$0,105 \frac{2\,076,78 \times 229}{500\,000} \leq 0,10$ $0,10 \leq 0,10$
Ost. investice $\geq 250\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 229 \geq 250\,000$ $475\,582,15 \geq 250\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

### Riziko portfolia 15 %

Při předpokladu, že je investor ochoten a schopen přijmout míru rizika portfolia ve výši 15 %, Řešitel nalézá optimální řešení uvedené na obrázku 14.

Hodnota účelové funkce po jejím převedení z minimalizační na maximalizační je

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 5}{500\,000} + 16,63 \times 5 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 240}{500\,000} + 161,29 \times 240 = 38\,793,35 \rightarrow MAX \quad (31)$$

Maximálního očekávaného výnosu ve výši 38 793,35 Kč bylo dosaženo skrze nákup:

- 5 akcií SGU v celkové hodnotě 1 570,62 Kč a
- 240 listů dluhopisových ETF listů s označením HYGH v celkové hodnotě 498 427 Kč.

Z rozpočtu přitom zbylo pouze 2,67 Kč, co se do žádného cenného papíru neinvestovalo.

Co se týče míry rizika celého portfolia, optimální řešení této úlohy toleranci 15 % zcela nevyužilo. Výsledné portfolio má vypočtenou očekávanou míru rizika o 4 % nižší než je nastavena tolerance.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	5,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	240,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	2,67
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	248 429,38
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,04
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	248 426,71
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 50 %			250 000		250 000		
20	Riziko = 15 %			0,15		0,15		
21	Ostatní investice = 50 %			250 000		250 000		
22								
23	Maximální výnos		-38 793,35	Kč				

Obrázek 14: Optimální řešení varianty A pro míru rizika 15 %

Zdroj: vlastní zpracování

Stejně jako v případě s tolerancí rizika portfolia 10 %, ani toto optimalizované portfolio se neblíží poměru aktiv 50/50. Stanovené omezující podmínky ale byly splněny, jak je uvedeno v tabulce 16.

Tabulka 16: Splnění omezujících podmínek varianty A pro míru rizika 15 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$314,12 \times 5 + 2\,076,78 \times 240 \leq 500\,000$ $499\,997,33 \leq 500\,000$
Akcie $\leq$ 250 000 Kč	$314,12 \times 5 \leq 250\,000$ $1\,570,62 \leq 250\,000$
Riziko portfolia $\leq$ 15 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 5}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 240}{500\,000} \leq 0,15$ $0,11 \leq 0,15$

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Ost. investice $\geq 250\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 240 \geq 250\,000$ $498\,426,71 \geq 250\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in \mathbb{Z}; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

### Riziko portfolia 20 %

Optimální řešení úlohy, kde je tolerance rizika portfolia nastavena na 20 %, zobrazuje níže uvedený obrázek 15.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	5,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	240,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	2,67
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	248 429,38
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,09
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	248 426,71
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000			splnění	500 000
19	Akcie = 50 %			250 000				250 000
20	Riziko = 20 %			0,20				0,20
21	Ostatní investice = 50 %			250 000				250 000
22								
23	Maximální výnos		-38 793,35	Kč				

Obrázek 15: Optimální řešení varianty A pro míru rizika 20 %

Zdroj: vlastní zpracování

Jak je na první pohled vidět, jedná se o stejné řešení úlohy jako v případě varianty pro míru rizika 15 % (viz obrázek 14 a výpočet (31)). Jediná změna je ve výši tolerance rizika a zároveň

výše nevyužitého rizika. Tyto hodnoty byly navýšeny, ale očekávané riziko tohoto optimalizovaného portfolia je stále 11 %.

Splnění omezujících podmínek potvrzuje tabulka 17.

Tabulka 17: Splnění omezujících podmínek varianty A pro míru rizika 20 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$314,12 \times 5 + 2\,076,78 \times 240 \leq 500\,000$ $499\,997,33 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 250\,000$ Kč	$314,12 \times 5 \leq 250\,000$ $1\,570,62 \leq 250\,000$
Riziko portfolia $\leq 20$ %	$0,3606 \frac{314,12 \times 5}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 240}{500\,000} \leq 0,20$ $0,11 \leq 0,20$
Ost. investice $\geq 250\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 240 \geq 250\,000$ $498\,426,71 \geq 250\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

*Zdroj: vlastní zpracování*

Optimální řešení úloh se stejným zadáním, ale vyšší mírou tolerance rizika (25 a 30 %) se prokázalo jako zbytečné v této práci uvádět, jelikož ani s vyšší mírou tolerance rizika portfolia se výše maximálního výnosu a ani složení portfolia neměnilo.

#### 5.4.2 Varianta B

Varianta B vychází z předpokladu, že investorovo portfolio by mělo být složeno maximálně z 30 % akciovými aktivy a minimálně z 70 % ostatními aktivy. Vzhledem k tomu, že rozpočet je stanoven na 500 tisíc Kč, do aktiv zaměřených na akcie by se mělo investovat 150 tisíc Kč a do ostatních aktiv 350 tisíc Kč. Tyto částky představují příslušné „limitní“ hodnoty omezujících podmínek pro akcie a ostatní investice v tabulce 14.

#### Riziko portfolia 10 %

Optimální řešení, které Řešitel našel pro úlohu s tolerancí rizika portfolia ve výši 10 %, je uvedeno na obrázku 16.

Maximální očekávaný roční výnos této varianty je ve výši 36 935,97 Kč (viz účelová funkce (30)). Bylo jej dosaženo nákupem 229 ks listů dluhopisových ETF s označením HYGH. Z rozpočtu přitom nebylo investováno 24 417,85 Kč. Toto řešení je totožné s optimálním řešením varianty A pro míru rizika 10 % (viz obrázek 13).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<i>Zkratka</i>	<i>Typ</i>	<i>Očekávaný výnos</i>	<i>Očekávané riziko</i>	<i>Nákupní cena</i>	<i>Oč. roční dividendy</i>	$x_i$	<i>Počet ks</i>
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	0,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	229,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	24 417,85
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	150 000,00
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	125 582,15
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		<i>podmínka</i>	500 000	<i>splnění</i>	500 000		
19	Akcie = 30 %			150 000		150 000		
20	Riziko = 10 %			0,10		0,10		
21	Ostatní investice = 70 %			350 000		350 000		
22								
23	Maximální výnos		-36 935,97 Kč					

Obrázek 16: Optimální řešení varianty B pro míru rizika 10 %

Zdroj: vlastní zpracování

Splnění omezujících podmínek potvrzuje tabulka 18.

Tabulka 18: Splnění omezujících podmínek varianty B pro míru rizika 10 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$2\,076,78 \times 229 \leq 500\,000$ $475\,582,15 \leq 500\,000$
Akcie $\leq$ 150 000 Kč	$0 \leq 150\,000$

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Riziko portfolia $\leq 10 \%$	$0,105 \frac{2\,076,78 \times 229}{500\,000} \leq 0,10$ $0,10 \leq 0,10$
Ost. investice $\geq 350\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 229 \geq 350\,000$ $475\,582,15 \geq 350\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in \mathbb{Z}; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

### Riziko portfolia 15 %

Jestliže by investorova tolerance vůči riziku byla na úrovni 15 %, optimální řešení úlohy by bylo stejné jako na obrázku 17. Zároveň se jedná o totožné řešení jako u varianty A pro stejnou výši rizika portfolia. Maximální očekávaný roční výnos podle výpočtu účelové funkce (31) je v tomto případě 38 793,35 Kč. Bylo jej dosaženo nákupem 5 ks akcie SGU a 240 ks listů dluhopisového ETF HYGH. Z rozpočtu přitom zbylo 2,67 Kč a celková míra rizika portfolia je na úrovni 11 %.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividenda	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	5,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	240,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	2,67
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	148 429,38
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,04
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	148 426,71
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 30 %			150 000		150 000		
20	Riziko = 15 %			0,15		0,15		
21	Ostatní investice = 70 %			350 000		350 000		
22								
23	Maximální výnos		-38 793,35	Kč				

Obrázek 17: Optimální řešení varianty B pro míru rizika 15 %

Zdroj: vlastní zpracování

Ověření, jestli jsou omezující podmínky úlohy splněny, poskytuje tabulka 19.

Tabulka 19: Splnění omezujících podmínek varianty B pro míru rizika 15 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$314,12 \times 5 + 2\,076,78 \times 240 \leq 500\,000$ $499\,997,33 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 150\,000$ Kč	$314,12 \times 5 \leq 150\,000$ $1\,570,62 \leq 150\,000$
Riziko portfolia $\leq 15\%$	$0,3606 \frac{314,12 \times 5}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 240}{500\,000} \leq 0,15$ $0,11 \leq 0,15$
Ost. investice $\geq 350\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 240 \geq 350\,000$ $498\,426,71 \geq 350\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

### Riziko portfolia 20 %

Optimální řešení úlohy s uvažovanou mírou rizika portfolia 20 % je výsledkově stejné jako v úloze předchozí. To dokazuje i výsledek Řešitele zachycený na obrázku 18.

Maximální očekávaný roční výnos je ve výši 38 793,35 Kč (viz výpočet (31)). Rozpočet byl využit takřka celý k nákupu:

- 5 ks akcií SGU a
- 240 ks listů dluhopisového ETF HYGH.

Očekávaná míra rizika celého portfolia je také jako u předchozí úlohy ve výši 11 %, tedy 9 % tolerovaného rizika je nevyužito.

Po propočtu dalších úloh s vyšší mírou tolerance investora vůči riziku portfolia (25 a 30 %) nejsou v práci tyto úlohy a jejich optimální řešení uvedeny. Řešitel totiž nedokázal nalézt jiné, lepší rozvržení investic v portfoliu, a tak maximální očekávaný roční výnos zůstává ve výši 38 793, 35 Kč.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	5,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	240,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	2,67
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	148 429,38
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,09
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	148 426,71
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 30 %			150 000		150 000		
20	Riziko = 20 %			0,20		0,20		
21	Ostatní investice = 70 %			350 000		350 000		
22								
23	Maximální výnos		-38 793,35	Kč				

Obrázek 18: Optimální řešení varianty B pro míru rizika 20 %

Zdroj: vlastní zpracování

Splnění omezujících podmínek je uvedeno v tabulce 20.

Tabulka 20: Splnění omezujících podmínek varianty B pro míru rizika 20 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$314,12 \times 5 + 2\,076,78 \times 240 \leq 500\,000$ $499\,997,33 \leq 500\,000$
Akcie $\leq$ 150 000 Kč	$314,12 \times 5 \leq 150\,000$ $1\,570,62 \leq 150\,000$
Riziko portfolia $\leq$ 20 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 5}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 240}{500\,000} \leq 0,20$ $0,11 \leq 0,20$
Ost. investice $\geq$ 350 000 Kč	$2\,076,78 \times 240 \geq 350\,000$ $498\,426,71 \geq 350\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

### 5.4.3 Varianta C

Varianta C pracuje s aktivy v portfoliu v poměru 70/30, resp. maximálně 70 % portfolia (350 tisíc Kč) by mělo být zastoupeno investicemi akciového typu a minimálně 30 % portfolia (150 tisíc Kč) by mělo být složeno z neakciových aktiv. Uvedené částky představují příslušné „limity“ v omezujících podmínkách pro akcie a ostatní investice v tabulce 14.

#### Riziko portfolia 10 %

Optimální řešení, které Řešitel našel pro úlohu s tolerancí rizika portfolia ve výši 10 %, je uvedeno na obrázku 19. Toto řešení je stejné jako u varianty A a B pro stejnou míru rizika.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	0,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	229,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	24 417,85
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	350 000,00
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	325 582,15
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 70 %			350 000		350 000		
20	Riziko = 10 %			0,10		0,10		
21	Ostatní investice = 30 %			150 000		150 000		
23	Maximální výnos		-36 935,97	Kč				

Obrázek 19: Optimální řešení varianty C pro míru rizika 10 %

Zdroj: vlastní zpracování

Pokud by investor pořídil 229 ks listů ETF HYGH, který je zaměřen na dluhopisy, mohl by očekávat roční maximální výnos ve výši 36 935,97 Kč (viz výpočet (30)). Z rozpočtu 500 tisíc Kč je přitom zbývajících 24 417,85 Kč nevyužito.

Splnění omezujících podmínek potvrzuje níže uvedená tabulka 21.

Tabulka 21: Splnění omezujících podmínek varianty C pro míru rizika 10 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 229 \leq 500\,000$ $475\,582,15 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 350\,000$ Kč	$0 \leq 350\,000$
Riziko portfolia $\leq 10\%$	$0,105 \frac{2\,076,78 \times 229}{500\,000} \leq 0,10$ $0,10 \leq 0,10$
Ost. investice $\geq 150\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 229 \geq 150\,000$ $475\,582,15 \geq 150\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

*Zdroj: vlastní zpracování*

### Riziko portfolia 15 %

Pokud je investor ochoten a schopen přijmout míru rizika portfolia ve výši 15 %, toto rozhodnutí přinese očekávaný maximální roční výnos 38 793,35 Kč, jak je uvedeno na obrázku 20 a ve výpočtu hodnoty účelové funkce (32). Toho je docíleno skrze pořízení:

- 5 akcií SGU a
- 240 listů dluhopisového ETF HYGH.

Z celkového rozpočtu v tomto optimálním řešení zbývá 2,67 Kč. Toto řešení je shodné s variantami A a B (pro riziko 15 %) nejen rozvržením aktiv v portfoliu, hodnotě účelové funkce, ale i nevyžitím tolerované míry rizika.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<i>Zkratka</i>	<i>Typ</i>	<i>Očekávaný výnos</i>	<i>Očekávané riziko</i>	<i>Nákupní cena</i>	<i>Oč. roční dividendy</i>	$x_i$	<i>Počet ks</i>
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	5,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	240,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	2,67
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	348 429,38
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,04
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	348 426,71
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 70 %			350 000		350 000		
20	Riziko = 15 %			0,15		0,15		
21	Ostatní investice = 30 %			150 000		150 000		
23	Maximální výnos		-38 793,35	Kč				

Obrázek 20: Optimální řešení varianty C pro míru rizika 15 %

Zdroj: vlastní zpracování

Splnění omezujících podmínek je ověřeno v tabulce 22.

Tabulka 22: Splnění omezujících podmínek varianty C pro míru rizika 15 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$314,12 \times 5 + 2\,076,78 \times 240 \leq 500\,000$ $499\,997,33 \leq 500\,000$
Akcie $\leq$ 350 000 Kč	$314,12 \times 5 \leq 350\,000$ $1\,570,62 \leq 350\,000$
Riziko portfolia $\leq$ 15 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 5}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 240}{500\,000} \leq 0,15$ $0,11 \leq 0,15$
Ost. investice $\geq$ 150 000 Kč	$2\,076,78 \times 240 \geq 150\,000$ $498\,426,71 \geq 150\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

## Riziko portfolia 20 %

Optimální řešení úlohy, v níž se pracuje s tolerancí rizika ve výši 20 %, ukazuje obrázek 21.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividenda	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	5,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	240,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	2,67
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	348 429,38
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,09
16	Investice nad limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	348 426,71
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000		splnění	500 000	
19	Akcie = 70 %			350 000			350 000	
20	Riziko = 20 %			0,20			0,20	
21	Ostatní investice = 30 %			150 000			150 000	
22								
23	Maximální výnos		-38 793,35 Kč					

Obrázek 21: Optimální řešení varianty C pro míru rizika 20 %

Zdroj: vlastní zpracování

Očekávaný maximální roční výnos je proto ve výši 38 793,35 Kč (viz výpočet (31)) a je jej dosaženo investováním do akcií SGU (5 ks) a dluhopisového ETF HYGH (240 ks).

Řešitel nenalezl lepší optimální řešení než u předchozí úlohy ani s možností pracovat s vyšším rizikem celého portfolia. V dalších propočtech s tolerancí rizika na úrovni 25 a 30 % taktéž nebylo dosaženo lepšího výsledku než v této variantě.

Ověření splnění omezujících podmínek úlohy v případě tohoto optimálního řešení je uvedeno v tabulce 23.

Tabulka 23: Splnění omezujících podmínek varianty C pro míru rizika 20 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$314,12 \times 5 + 2\,076,78 \times 240 \leq 500\,000$ $499\,997,33 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 350\,000$ Kč	$314,12 \times 5 \leq 350\,000$ $1\,570,62 \leq 350\,000$
Riziko portfolia $\leq 20\%$	$0,3606 \frac{314,12 \times 5}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 240}{500\,000} \leq 0,20$ $0,11 \leq 0,20$
Ost. investice $\geq 150\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 240 \geq 150\,000$ $498\,426,71 \geq 150\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

#### 5.4.4 Varianta D

Varianta D se vrací k portfoliu s aktivy v poměru 50/50. Oproti variantě A se jedná o investování maximálně 50 % rozpočtu (250 tisíc Kč) do akciových aktiv a maximálně 50 % rozpočtu do aktiv neakciových.

#### Riziko portfolia 10 %

Optimální řešení úlohy při toleranci rizika portfolia v maximální výši 10 % zobrazuje obrázek 22. Hodnota účelové funkce po jejím upravení z minimalizační funkce na maximalizační vychází

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 210}{500\,000} + 16,63 \times 210 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 120}{500\,000} + 161,29 \times 120$$

$$= 22\,847,74 \rightarrow \text{MAX} \quad (32)$$

Maximální roční očekávaný výnos je proto 22 847,74 Kč. Bylo jej dosaženo investováním do akcií SGU (210 ks) v celkové hodnotě 65 966,12 Kč a dluhopisového ETF HYGH (120 ks) v celkové hodnotě 249 213,35 Kč. Zároveň rozpočet nebyl zcela vyčerpán, jak dokládá zůstatek 184 820,53 Kč. Celková míra rizika tohoto portfolia vychází 10 %, jak bylo stanoveno tolerancí.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	210,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	120,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	184 820,53
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	184 033,88
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	786,65
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 50 %			250 000		250 000		
20	Riziko = 10 %			0,10		0,10		
21	Ostatní investice = 50 %			250 000		250 000		
22								
23	Maximální výnos		-22 847,74 Kč					

Obrázek 22: Optimální řešení varianty D pro míru rizika 10 %

Zdroj: vlastní zpracování

Splnění jednotlivých omezujících podmínek dokazuje tabulka 24.

Tabulka 24: Splnění omezujících podmínek varianty D pro míru rizika 10 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$314,12 \times 210 + 2\,076,78 \times 120 \leq 500\,000$ $315\,179,47 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 250\,000$ Kč	$314,12 \times 210 \leq 250\,000$ $65\,966,12 \leq 250\,000$
Riziko portfolia $\leq 10\%$	$0,3606 \frac{314,12 \times 210}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 120}{500\,000} \leq 0,10$ $0,10 \leq 0,10$
Ost. investice $\leq 250\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 120 \leq 250\,000$ $249\,213,35 \leq 250\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

## Riziko portfolia 15 %

Optimální řešení, které Řešitel našel pro úlohu s tolerancí rizika portfolia ve výši 15 %, je uvedeno na obrázku 23. Takto optimalizované portfolio umožňuje potenciálně získat maximální očekávaný roční výnos ve výši 26 523,34 Kč, pokud investor pořídí 431 akcií SGU a 120 listů dluhopisového ETF HYGH.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	431,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	120,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	115 399,04
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	114 612,39
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	786,65
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 50 %			250 000		250 000		
20	Riziko = 15 %			0,15		0,15		
21	Ostatní investice = 50 %			250 000		250 000		
22								
23	Maximální výnos		-26 523,34	Kč				

Obrázek 23: Optimální řešení varianty D pro míru rizika 15 %

Zdroj: vlastní zpracování

Hodnota účelové funkce pro toto optimální řešení je

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 431}{500\,000} + 16,63 \times 431 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 120}{500\,000} + 161,29 \times 120$$

$$= 26\,523,34 \rightarrow \text{MAX} \quad (33)$$

Splnění omezujících podmínek ověřuje tabulka 25. Z ní lze také vyčíst, že z celkového rozpočtu zbylo 115 399,04 Kč a celkové očekávané riziko portfolia je stejné jako přijatelné.

Tabulka 25: Splnění omezujících podmínek varianty D pro míru rizika 15 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$314,12 \times 431 + 2\,076,78 \times 120 \leq 500\,000$ $384\,600,96 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 250\,000$ Kč	$314,12 \times 431 \leq 250\,000$ $135\,387,61 \leq 250\,000$
Riziko portfolia $\leq 15\%$	$0,3606 \frac{314,12 \times 431}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 120}{500\,000} \leq 0,15$ $0,15 \leq 0,15$
Ost. investice $\leq 250\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 120 \leq 250\,000$ $249\,213,35 \leq 250\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

*Zdroj: vlastní zpracování*

### Riziko portfolia 20 %

Řešitel našel optimální řešení pro úlohu s přijatelnou mírou rizika portfolia ve výši 20 % s hodnotou účelové funkce po převedení z minimalizační na maximalizační

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 651}{500\,000} + 16,63 \times 651 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 120}{500\,000} + 161,29 \times 120$$

$$= 30\,182,30 \rightarrow \text{MAX} \quad (34)$$

Maximální očekávaný roční výnos tohoto portfolia je tedy 30 182,30 Kč, jak dokazuje i obrázek 24. Pro získání tohoto výnosu je zapotřebí nakoupit:

- 651 ks akcií SGU a
- 120 ks listů dluhopisového ETF HYGH.

Nastavená míra tolerance rizika v tomto případě je opět zcela využita, to samé se však nedá říct o rozpočtu. Z původních 500 tisíc Kč je nevyužito 46 291,68 Kč.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	651,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	120,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0				$x_{12}$	46 291,68
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	45 505,03
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	786,65
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 50 %			250 000		250 000		
20	Riziko = 20 %			0,20		0,20		
21	Ostatní investice = 50 %			250 000		250 000		
22								
23	Maximální výnos		-30 182,30	Kč				

Obrázek 24: Optimální řešení varianty D pro míru rizika 20 %

Zdroj: vlastní zpracování

Ověření splnění omezujících podmínek zahrnuje níže uvedená tabulka 26.

Tabulka 26: Splnění omezujících podmínek varianty D pro míru rizika 20 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$314,12 \times 651 + 2\,076,78 \times 120 \leq 500\,000$ $453\,708,32 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 250\,000$ Kč	$314,12 \times 651 \leq 250\,000$ $204\,494,97 \leq 250\,000$
Riziko portfolia $\leq 20\%$	$0,3606 \frac{314,12 \times 651}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 120}{500\,000} \leq 0,20$ $0,20 \leq 0,20$
Ost. investice $\leq 250\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 120 \leq 250\,000$ $249\,213,35 \leq 250\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

## Riziko portfolia 25 %

Optimální řešení pro úlohu s nastavenou mírou přijatelného rizika portfolia ve výši 25 % zobrazuje obrázek 25.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	795,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	120,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	1 057,77
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	271,12
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,02
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	786,65
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000		splnění	500 000	
19	Akcie = 50 %			250 000			250 000	
20	Riziko = 25 %			0,25			0,25	
21	Ostatní investice = 50 %			250 000			250 000	
22								
23	Maximální výnos		-32 577,26 Kč					

Obrázek 25: Optimální řešení varianty D pro míru rizika 25 %

Zdroj: vlastní zpracování

Hodnota převedené účelové funkce odpovídá výpočtu

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 795}{500\,000} + 16,63 \times 795 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 120}{500\,000} + 161,29 \times 120 = 32\,577,26 \rightarrow \text{MAX} \quad (35)$$

Lze tedy očekávat, že portfolio složené z akcií SGU (795 ks) a listů dluhopisového ETF HYGH (120 ks) maximálně ročně přinese výnos o velikosti 32 577,26 Kč. Na vytvoření tohoto optimalizovaného portfolia je zapotřebí vynaložit téměř celý rozpočet, ze kterého zůstane pouze částka 1 057,77 Kč.

Splnění omezujících podmínek je ověřeno v tabulce 27. Jak lze z hodnot vyčíst, takto optimalizované portfolio nevyužilo zcela stanovenou investorem přijatelnou míru rizika.

Tabulka 27: Splnění omezujících podmínek varianty D pro míru rizika 25 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\ 000$ Kč	$314,12 \times 795 + 2\ 076,78 \times 120 \leq 500\ 000$ $498\ 942,23 \leq 500\ 000$
Akcie $\leq 250\ 000$ Kč	$314,12 \times 795 \leq 250\ 000$ $249\ 728,88 \leq 250\ 000$
Riziko portfolia $\leq 25\ %$	$0,3606 \frac{314,12 \times 795}{500\ 000} + 0,105 \frac{2\ 076,78 \times 120}{500\ 000} \leq 0,25$ $0,23 \leq 0,25$
Ost. investice $\leq 250\ 000$ Kč	$2\ 076,78 \times 120 \leq 250\ 000$ $249\ 213,35 \leq 250\ 000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

*Zdroj: vlastní zpracování*

Po propočtu varianty s tolerancí rizika portfolia ve výši 30 % je dosaženo stejného výsledku, resp. maximálního očekávaného ročního výnosu, jako pro míru rizika 25 %. I složení portfolia je totožné, proto není tento výpočet v práci uveden.

#### 5.4.5 Varianta E

Varianta E pracuje se složením portfolia v poměru 30/70, tj. maximálně 30 % aktiv v portfoliu (150 tisíc Kč) by mělo být akciového typu a maximálně 70 % (350 tisíc Kč) by mělo být neakciového typu.

#### Riziko portfolia 10 %

Obrázek 26 znázorňuje optimální řešení úlohy se stanovenou tolerancí rizika ve výši 10 %. Hodnota převedené účelové funkce tohoto optimálního řešení je

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 118}{500\ 000} + 16,63 \times 118 + 0,0694 \frac{2\ 076,78 \times 168}{500\ 000} + 161,29 \times 168$$

$$= 29\ 059,67 \rightarrow \text{MAX} \quad (36)$$

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividenda	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	118,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	168,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0				$x_{12}$	114 034,63
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	112 933,32
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	1 101,31
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 30 %			150 000		150 000		
20	Riziko = 10 %			0,10		0,10		
21	Ostatní investice = 70 %			350 000		350 000		
23	Maximální výnos		-29 059,67 Kč					

Obrázek 26: Optimální řešení varianty E pro míru rizika 10 %

Zdroj: vlastní zpracování

Skrze pořízení 118 ks akcií SGU a 168 ks listů dluhopisového ETF HYGH je možné dosáhnout potenciálního maximálního ročního výnosu ve výši 29 059,67 Kč. Stanovená toleranční míra rizika pro celé portfolio je přitom zcela využita na rozdíl od rozpočtu, z něhož zbývá 114 034,63 Kč.

Splnění omezujících podmínek je uvedeno níže v tabulce 28.

Tabulka 28: Splnění omezujících podmínek varianty E pro míru rizika 10 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$314,12 \times 118 + 2 076,78 \times 168 \leq 500 000$ $385 965,37 \leq 500 000$
Akcie $\leq$ 150 000 Kč	$314,12 \times 118 \leq 150 000$ $37 066,68 \leq 150 000$

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Riziko portfolia $\leq 10\%$	$0,3606 \frac{314,12 \times 118}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 168}{500\,000} \leq 0,10$ $0,10 \leq 0,10$
Ost. investice $\leq 350\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 168 \leq 350\,000$ $348\,898,69 \leq 350\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

### Riziko portfolia 15 %

Optimální řešení úlohy se stanovenou tolerancí rizika pro celé portfolio je uvedeno na obrázku 27.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	338,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	168,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	\			$x_{12}$	44 927,27
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	43 825,96
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	1 101,31
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 30 %			150 000		150 000		
20	Riziko = 15 %			0,15		0,15		
21	Ostatní investice = 70 %			350 000		350 000		
22								
23	Maximální výnos		-32 718,63	Kč				

Obrázek 27: Optimální řešení varianty E pro míru rizika 15 %

Zdroj: vlastní zpracování

Maximální očekávaný roční výnos, resp. hodnota převedené účelové funkce, lze vyjádřit

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 338}{500\,000} + 16,63 \times 338 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 168}{500\,000} + 161,29 \times 168$$

$$= 32\,718,63 \rightarrow \text{MAX} \quad (37)$$

Optimalizované portfolio, které tuto částku umožňuje potenciálně získat, je složeno z

- 338 ks akcií SGU a
- 168 ks listů dluhopisového ETF HYGH.

Z původního rozpočtu přitom zbylo 44 927,27 Kč a stanovená tolerovaná míra rizika byla zcela využita, jak potvrzuje i tabulka 29.

Tabulka 29: Splnění omezujících podmínek varianty E pro míru rizika 15 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq 500\,000$ Kč	$314,12 \times 338 + 2\,076,78 \times 168 \leq 500\,000$ $455\,072,73 \leq 500\,000$
Akcie $\leq 150\,000$ Kč	$314,12 \times 338 \leq 150\,000$ $106\,174,04 \leq 150\,000$
Riziko portfolia $\leq 15\%$	$0,3606 \frac{314,12 \times 338}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 168}{500\,000} \leq 0,15$ $0,15 \leq 0,15$
Ost. investice $\leq 350\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 168 \leq 350\,000$ $348\,898,69 \leq 350\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in \mathbb{Z}; i = 1, 2, \dots, 11$

*Zdroj: vlastní zpracování*

### Riziko portfolia 20 %

Jestliže je stanovena přípustná míra rizika portfolia na úrovni 20 %, Řešitel nalézá optimální řešení úlohy s hodnotou účelové funkce

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 477}{500\,000} + 16,63 \times 477 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 168}{500\,000} + 161,29 \times 168$$

$$= 35\,030,43 \rightarrow \text{MAX} \quad (38)$$

Jak lze vyčíst z obrázku 28, maximálního očekávaného ročního výnosu 35 030,43 Kč je možné dosáhnout při složení portfolia z akcií SGU (477 ks) a listů obligačního ETF HYGH (168 ks).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividenda	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	477,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	168,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0				$x_{12}$	1 263,98
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	162,67
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,02
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	1 101,31
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000		splnění	500 000	
19	Akcie = 30 %			150 000			150 000	
20	Riziko = 20 %			0,20			0,20	
21	Ostatní investice = 70 %			350 000			350 000	
23	Maximální výnos		-35 030,43	Kč				

Obrázek 28: Optimální řešení varianty E pro míru rizika 20 %

Zdroj: vlastní zpracování

Rozpočet byl na nákup těchto cenných papírů využit téměř celý, přesněji z daného rozpočtu zbývá 1 263,98 Kč. Riziko tohoto optimalizovaného portfolia je vypočteno na 18 %. Splnění těchto i dalších omezujících podmínek potvrzuje tabulka 30.

Tabulka 30: Splnění omezujících podmínek varianty E pro míru rizika 20 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$314,12 \times 477 + 2\,076,78 \times 168 \leq 500\,000$ $498\,736,02 \leq 500\,000$
Akcie $\leq$ 150 000 Kč	$314,12 \times 477 \leq 150\,000$ $149\,837,33 \leq 150\,000$
Riziko portfolia $\leq$ 20 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 477}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 168}{500\,000} \leq 0,20$ $0,18 \leq 0,20$

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Ost. investice $\leq 350\,000$ Kč	$2\,076,78 \times 168 \leq 350\,000$ $348\,898,69 \leq 350\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

*Zdroj: vlastní zpracování*

Stejného optimálního řešení lze dosáhnout i při zvýšení přípustné míry rizika portfolia na 25 nebo 30 %. Proto tyto výpočty nejsou v práci uvedeny.

#### 5.4.6 Varianta F

Varianta F pracuje s předpokladem, že by optimální investiční portfolio mělo být složeno z maximálně 70 % akciemi a akciovými aktivy a z maximálně 30 % ostatními investicemi. Akciové investice jsou tedy v této variantě limitovány částkou 350 tisíc Kč a ostatní investice částkou 150 tisíc Kč.

#### Riziko portfolia 10 %

Při stanovení maximální přípustné míry rizika portfolia na hodnotu 10 %, Řešitel nachází optimální řešení s hodnotou účelové funkce, resp. maximálním očekávaným ročním výnosem,

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 302}{500\,000} + 16,63 \times 302 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 72}{500\,000} + 161,29 \times 72$$

$$= 16\,635,82 \rightarrow \text{MAX} \quad (39)$$

Aby se této částky dosáhlo, do portfolia je nutné zařadit

- 302 ks akcií SGU a
- 72 ks listů obligačního ETF HYGH.

Obrázek 29 mimo jiné ukazuje, že k nákupu cenných papírů bylo využito pouze 244 393,57 Kč, neboli méně než polovina daného rozpočtu. Přípustná míra rizika však byla využita zcela.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	302,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	72,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	255 606,43
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	255 134,44
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	471,99
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 70 %			350 000		350 000		
20	Riziko = 10 %			0,10		0,10		
21	Ostatní investice = 30 %			150 000		150 000		
22								
23	Maximální výnos		-16 635,82 Kč					

Obrázek 29: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 10 %

Zdroj: vlastní zpracování

Splnění omezujících podmínek potvrzuje níže uvedená tabulka 31.

Tabulka 31: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 10 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$314,12 \times 302 + 2 076,78 \times 72 \leq 500 000$ $244 393,57 \leq 500 000$
Akcie $\leq$ 350 000 Kč	$314,12 \times 302 \leq 350 000$ $94 865,56 \leq 350 000$
Riziko portfolia $\leq$ 10 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 302}{500 000} + 0,105 \frac{2 076,78 \times 72}{500 000} \leq 0,10$ $0,10 \leq 0,10$
Ost. investice $\leq$ 150 000 Kč	$2 076,78 \times 72 \leq 150 000$ $149 528,01 \leq 150 000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

## Riziko portfolia 15 %

Obrázek 30 ukazuje optimální řešení úlohy s předpokladem, že je investor ochoten a schopen přijmout rizikovou míru portfolia ve výši 15 %.

	A	B	C	D	E	F	G	H
	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividendy	$x_i$	Počet ks
1								
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	523,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	72,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	186 184,94
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	185 712,95
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	471,99
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 70 %			350 000		350 000		
20	Riziko = 15 %			0,15		0,15		
21	Ostatní investice = 30 %			150 000		150 000		
22								
23	Maximální výnos		-20 311,41	Kč				

Obrázek 30: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 15 %

Zdroj: vlastní zpracování

Investicí do akcií SGU (523 ks) a do ETF HYGH (72 ks) je možné očekávat maximální roční výnos 20 311,41 Kč, jak vyjadřuje i účelová funkce

$$\begin{aligned}
 z &= 0,206 \frac{314,12 \times 523}{500\,000} + 16,63 \times 523 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 72}{500\,000} + 161,29 \times 72 \\
 &= 20\,311,41 \rightarrow \text{MAX}
 \end{aligned} \tag{40}$$

Při takové skladbě investičního portfolia, které má očekávanou míru rizika 15 %, zbývá z rozpočtu 186 184,94 Kč. Toto tvrzení a zbylé omezující podmínky jsou ověřeny v níže uvedené tabulce 32.

Tabulka 32: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 15 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet ≤ 500 000 Kč	$314,12 \times 523 + 2\,076,78 \times 72 \leq 500\,000$ $313\,815,06 \leq 500\,000$
Akcie ≤ 350 000 Kč	$314,12 \times 523 \leq 350\,000$ $164\,287,05 \leq 350\,000$
Riziko portfolia ≤ 15 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 523}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 72}{500\,000} \leq 0,15$ $0,15 \leq 0,15$
Ost. investice ≤ 150 000 Kč	$2\,076,78 \times 72 \leq 150\,000$ $149\,528,01 \leq 150\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

### Riziko portfolia 20 %

Na obrázku 31 je vyobrazeno optimální řešení úlohy se stanovenou přípustnou mírou rizika pro celé investiční portfolio ve výši 20 %. Hodnotu převedené účelové funkce z minimalizační na maximalizační lze vyjádřit

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 744}{500\,000} + 16,63 \times 744 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 72}{500\,000} + 161,29 \times 72$$

$$= 23\,987,01 \rightarrow \text{MAX} \quad (41)$$

Částka 23 987,01 Kč je podle výsledku Řešitele dosažitelná pořízením:

- 744 ks akcií SGU a
- 72 ks listů dluhopisového ETF HYGH.

V této variantě nebyl poskytnutý rozpočet zcela využit, jelikož z něj zbývá 116 763,45 Kč. Očekávané riziko portfolia je však shodné s rizikem přípustným.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividenda	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	744,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	72,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0				$x_{12}$	116 763,45
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	116 291,46
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	471,99
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění			500 000
19	Akcie = 70 %			350 000				350 000
20	Riziko = 20 %			0,20				0,20
21	Ostatní investice = 30 %			150 000				150 000
22								
23	Maximální výnos		-23 987,01	Kč				

Obrázek 31: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 20 %

Zdroj: vlastní zpracování

Splnění omezujících podmínek je uvedeno v tabulce 33.

Tabulka 33: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 20 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$314,12 \times 744 + 2\,076,78 \times 72 \leq 500\,000$ $383\,236,55 \leq 500\,000$
Akcie $\leq$ 350 000 Kč	$314,12 \times 744 \leq 350\,000$ $233\,708,54 \leq 350\,000$
Riziko portfolia $\leq$ 20 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 744}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 72}{500\,000} \leq 0,20$ $0,20 \leq 0,20$
Ost. investice $\leq$ 150 000 Kč	$2\,076,78 \times 72 \leq 150\,000$ $149\,528,01 \leq 150\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

## Riziko portfolia 25 %

Optimální řešení úlohy pro situaci, kdy riziko portfolia může dosáhnout výše 25 %, ukazuje obrázek 32.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividenda	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	964,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	72,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	47 656,09
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	47 184,10
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,00
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	471,99
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000		splnění	500 000	
19	Akcie = 70 %			350 000			350 000	
20	Riziko = 25 %			0,25			0,25	
21	Ostatní investice = 30 %			150 000			150 000	
22								
23	Maximální výnos		-27 645,98 Kč					

Obrázek 32: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 25 %

Zdroj: vlastní zpracování

Podle Řešitele je možné dosáhnout maximálního očekávaného zisku ve výši 27 645,98 Kč, jak lze vyčíst i z účelové funkce

$$\begin{aligned}
 z &= 0,206 \frac{314,12 \times 964}{500\,000} + 16,63 \times 964 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 72}{500\,000} + 161,29 \times 72 \\
 &= 27\,645,98 \rightarrow \text{MAX}
 \end{aligned} \tag{42}$$

Této hodnoty bylo dosaženo pořízením 964 ks akcií SGU a 72 ks listů obligačního ETF HYGH. Jak ověřuje tabulka 34, tento nákup má celkovou hodnotu 452 343,91 Kč, což značí, že z rozpočtu zbývá 47 656,09 Kč. Co se týče míry rizika celého portfolia, optimalizované portfolio splňuje podmínku, že nesmí být přesažena hodnota 25 %.

Tabulka 34: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 25 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet ≤ 500 000 Kč	$314,12 \times 964 + 2\,076,78 \times 72 \leq 500\,000$ $452\,343,91 \leq 500\,000$
Akcie ≤ 350 000 Kč	$314,12 \times 964 \leq 350\,000$ $302\,815,90 \leq 350\,000$
Riziko portfolia ≤ 25 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 964}{500\,000} + 0,105 \frac{2\,076,78 \times 72}{500\,000} \leq 0,25$ $0,25 \leq 0,25$
Ost. investice ≤ 150 000 Kč	$2\,076,78 \times 72 \leq 150\,000$ $149\,528,01 \leq 150\,000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

### Riziko portfolia 30 %

Poslední uvažované portfolio může dosáhnout rizikové míry 30 %. Na obrázku 33 je uvedeno optimální řešení tohoto případu, které má hodnotu převedené účelové funkce

$$z = 0,206 \frac{314,12 \times 1\,114}{500\,000} + 16,63 \times 1\,114 + 0,0694 \frac{2\,076,78 \times 72}{500\,000} + 161,29 \times 72$$

$$= 30\,140,72 \rightarrow \text{MAX} \quad (43)$$

Vypočtenou částku 30 140,72 Kč, což je maximální očekávaný roční výnos portfolia, lze podle Řešitele získat investicí do akcií SGU (1 114 ks) a dluhopisového ETF HYGH (72 ks). Tento nákup investičních aktiv vyčerpá téměř celý rozpočet, ze kterého zbude pouze 537,43 Kč. Zároveň lze o takto optimalizovaném portfoliu říct, že dosahuje rizika v míře 28 %, což je o 2 % méně, než je stanovená investorova tolerance.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Zkratka	Typ	Očekávaný výnos	Očekávané riziko	Nákupní cena	Oč. roční dividenda	$x_i$	Počet ks
2	VIGI	ETF (stock)	0,0944	0,1891	2 022,94	37,11	$x_1$	0,00
3	VONG	ETF (stock)	0,2157	0,2525	2 382,49	13,77	$x_2$	0,00
4	SGU	Stock	0,2060	0,3606	314,12	16,63	$x_3$	1 114,00
5	IEUS	ETF (stock)	0,0844	0,2442	1 378,83	41,89	$x_4$	0,00
6	FPXE	ETF (stock)	0,1000	0,2494	649,64	12,88	$x_5$	0,00
7	EBS.VI	Stock	0,3031	0,3845	1 644,64	67,57	$x_6$	0,00
8	VO	ETF (blend)	0,1422	0,2349	6 413,23	72,01	$x_7$	0,00
9	DEUS	ETF (blend)	0,1448	0,2276	1 309,13	17,54	$x_8$	0,00
10	HYGH	ETF (bond)	0,0694	0,1050	2 076,78	161,29	$x_9$	72,00
11	IJH	ETF (blend)	0,1540	0,2629	1 454,06	19,88	$x_{10}$	0,00
12	GC=F	Futures	0,1417	0,1684	69 463,07	0,00	$x_{11}$	0,00
13	Nevyužitá část rozpočtu		0	/			$x_{12}$	537,43
14	Investice pod limit pro nákup akcií		0				$x_{13}$	65,44
15	Nevyužitá míra rizika		0				$x_{14}$	0,02
16	Investice pod limit pro nákup ost. inv.		0				$x_{15}$	471,99
17								
18	Rozpočet = 500 000 Kč		podmínka	500 000	splnění	500 000		
19	Akcie = 70 %			350 000		350 000		
20	Riziko = 30 %			0,30		0,30		
21	Ostatní investice = 30 %			150 000		150 000		
22								
23	Maximální výnos		-30 140,72	Kč				

Obrázek 33: Optimální řešení varianty F pro míru rizika 30 %

Zdroj: vlastní zpracování

Splnění veškerých omezujících podmínek je uvedeno níže v tabulce 35.

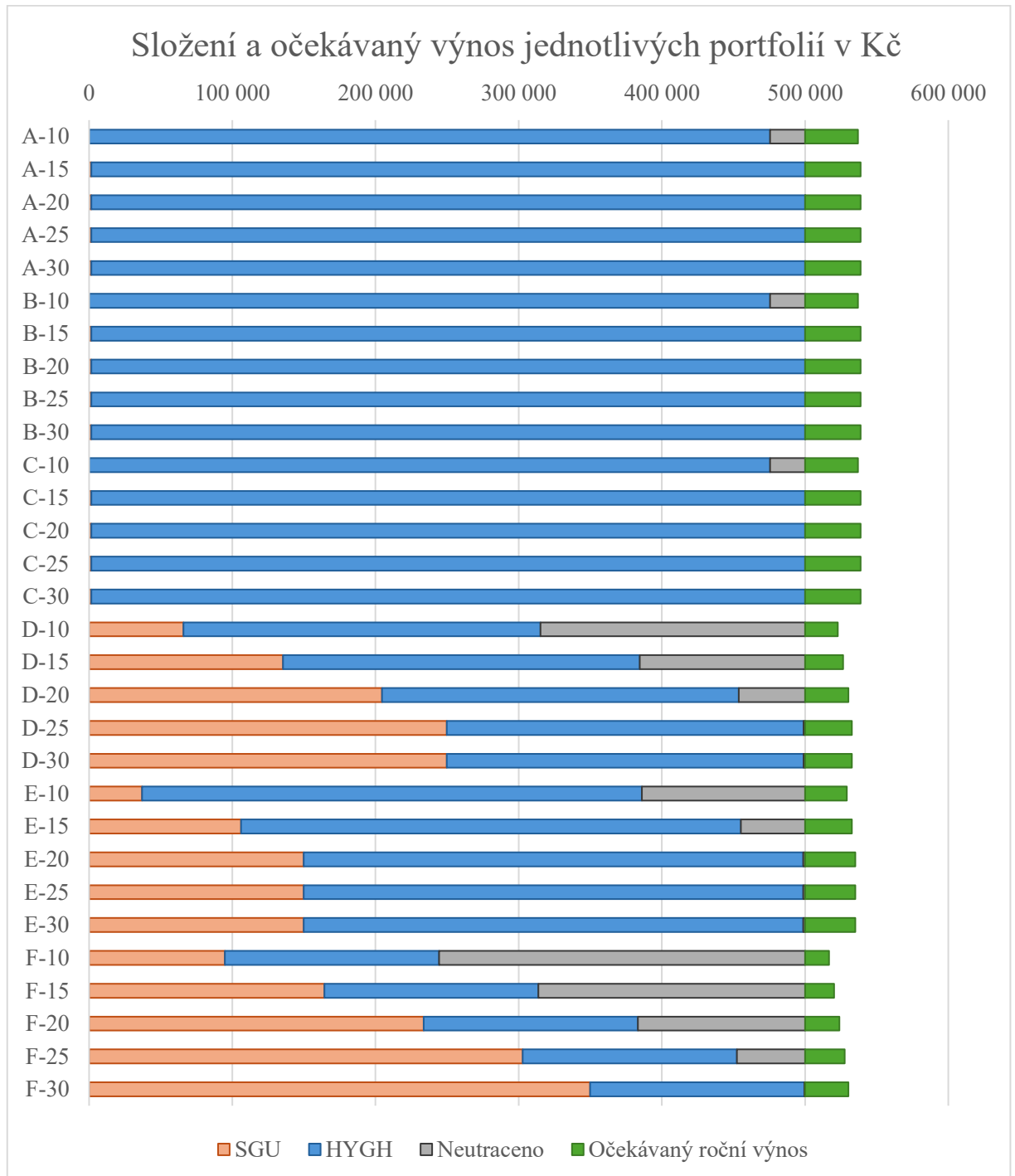
Tabulka 35: Splnění omezujících podmínek varianty F pro míru rizika 30 %

Omezující podmínka	Ověření splnění podmínky
Rozpočet $\leq$ 500 000 Kč	$314,12 \times 1 114 + 2 076,78 \times 72 \leq 500 000$ $499 462,57 \leq 500 000$
Akcie $\leq$ 350 000 Kč	$314,12 \times 1 114 \leq 350 000$ $349 934,56 \leq 350 000$
Riziko portfolia $\leq$ 30 %	$0,3606 \frac{314,12 \times 1 114}{500 000} + 0,105 \frac{2 076,78 \times 72}{500 000} \leq 0,30$ $0,28 \leq 0,30$
Ost. investice $\leq$ 150 000 Kč	$2 076,78 \times 72 \leq 150 000$ $149 528,01 \leq 150 000$
Nezápornost a celočíselnost $x_i$	$x_i \geq 0; i = 1, 2, \dots, 11$ $x_i \in Z; i = 1, 2, \dots, 11$

Zdroj: vlastní zpracování

## 6 Ekonomická interpretace a zhodnocení výsledků

Když jsou propočítány všechny stanovené varianty, je potřeba jejich výsledky (shrnutí výsledků zobrazuje obrázek 34) ekonomicky interpretovat, aby je bylo možné pochopitelně předat investorovi. Následujících šest podkapitol se této interpretaci věnuje. V další části jsou jednotlivé varianty vzájemně porovnány a zhodnoceny.



Obrázek 34: Složení a očekávaný roční výnos jednotlivých portfolií v Kč

Zdroj: vlastní zpracování

## **6.1 Varianta A**

Portfolia, která vycházejí z varianty A, pracují s investováním typu 50/50. Pro upřesnění se jedná o složení investičního portfolia se zastoupením maximálně 50 % akciovými aktivy (250 tisíc Kč) a minimálně 50 % aktivy ostatními (např. dluhopisovými).

### **6.1.1 Tolerance rizika 10 %**

Optimalizované portfolio s tolerancí vůči riziku 10 % (dále **A-10**), je složeno pouze z cenných papírů neakciového typu. Konkrétně se jedná o investici do iShares Interest Rate Hedged High Yield Bond ETF (HYGH) v celkové výši 475 582,15 Kč, což odpovídá nákupu 229 ks tohoto dluhopisového ETF při nákupní ceně 2 076,78 Kč/ks. To značí, že ze stanoveného rozpočtu 500 tisíc Kč nebylo vyčerpáno 24 417,85 Kč.

Celkový maximální roční očekávaný výnos, který by portfolio A-10 mělo být schopno vygenerovat, je ve výši 36 935,97 Kč. Tuto částku lze dále rozdělit na dividendový a kapitálový výnos. Na dividendách investor potenciálně za rok získá 36 935,41 Kč, zbylých 0,56 Kč představuje výnos kapitálový. Podle tohoto rozdělení lze říct, že portfolio je zaměřené na pasivní příjem.

Očekávané riziko portfolia je ve stejné výši, jako byla tolerance, tedy 10 %, což portfolio A-10 činí vhodným pro velmi konzervativního investora. Podmínky dodržení rozpočtu a míry rizika byly splněny, stejně tak jako stanovená výše investic akciového a neakciového typu.

Jak již bylo řečeno, do neakciového typu bylo investováno alespoň 50 % rozpočtu (minimálně 250 tisíc Kč). Konkrétně byla tato minimální hodnota překročena o 225 852,15 Kč. Zároveň byla splněna i podmínka o maximální výši zastoupení akciových aktiv, jelikož z daných 250 tisíc Kč nebylo do těchto aktiv investováno nic.

### **6.1.2 Tolerance rizika 15 , 20 , 25 a 30 %**

Další propočítané portfolio s nastavenou tolerancí rizika ve výši 15 % (dále **A-15**) je více diverzifikované než portfolio A-10. Kromě investování do ETF HYGH byly také zvoleny akcie SGU, resp. Star Group, L. P.

Do ETF HYGH bylo celkem investováno 498 427 Kč (240 ks po 2 076,78 Kč) a do akcií SGU celkem 1 570,62 Kč (5 ks po 314,12 Kč). Z rozpočtu bylo využito celkem 499 997,33 Kč a zbylo pouze 2,67 Kč.

Co se týče maximálního očekávaného ročního výnosu, portfolio A-15 nabízí celkový výnos 38 793,35 Kč. Z toho je 38 792,75 Kč výnos dividendový a 0,60 Kč výnos kapitálový. Opět se tedy jedná o portfolio pro spíše konzervativního investora cílící na pasivní příjem.

Očekávané riziko portfolia A-15 je 11 %, což je o 4 % nižší hodnota, než jaké bylo stanovené přijatelné riziko. Jedná se tedy o téměř stejně rizikové portfolio jako A-10, ale A-15 navíc nabízí zhruba o 2 tisíce Kč vyšší očekávaný výnos.

Podmínky o složení portfolia byly také splněny. Do akciových aktiv mohlo být investováno celkem 250 tisíc Kč, ale nakonec téměř celých 248 429,38 Kč bylo využito na investici do aktiv neakciových. Přesněji neakciových aktiv přesáhl minimální hranici 250 tisíc Kč přesáhl o 248 426,71 Kč.

Portfolia spadající pod variantu A s vyšší mírou přípustného rizika nejsou uvedeny samostatně kvůli jejich shodnému výsledku s variantou A-15. Portfolia s označením **A-15**, **A-20**, **A-25** a **A-30** se totiž od sebe vzájemně liší pouze velikostí nevyužitého rizika.

## **6.2 Varianta B**

Optimalizovaná portfolia varianty B vycházejí ze složení portfolia 30/70, kde maximálně 30 % mají v portfoliu zastupovat akciové investice (150 tisíc Kč) a minimálně 70 % přísluší investicím neakciovým (350 tisíc Kč). Toto složení portfolia je značně konzervativní.

### **6.2.1 Tolerance rizika 10 %**

Portfolio **B-10** pracuje s tolerancí vůči riziku portfolia na úrovni 10 %. Vzhledem k tomu, že se jedná o totožné složení portfolia jako A-10, interpretace výsledků zde uvedena pro připomenutí pouze v bodech.

- Investice do ETF HYGH v celkové hodnotě 475 582,15 Kč.
- Maximální očekávaný roční výnos ve výši 36 935,97 Kč.
- Očekávané riziko portfolia v hodnotě 10 %.
- Z rozpočtu nebylo využito 24 417,85 Kč.
- Do akciových aktiv bylo investováno 0 Kč, což splňuje podmínku.
- Do neakciových aktiv bylo investováno 475 582,15 Kč, což splňuje podmínku.

### **6.2.2 Tolerance rizika 15 , 20 , 25 a 30 %**

Stejně jako u portfolia B-10, i v tomto případě je zde shoda s variantou A. Portfolia **B-15**, **B-20**, **B-25** a **B-30**, pro které byla stanovena míra rizika 15 % a vyšší, jsou shodná s portfoliem A-15. I zde je proto uvedena interpretace pouze v bodech.

- Investice do:
  - SGU v celkové hodnotě 1 570,62 Kč a
  - ETF HYGH v celkové hodnotě 498 426,71 Kč.
- Maximální očekávaný roční výnos ve výši 38 793,35 Kč.
- Očekávané riziko portfolia ve výši 11 %.
- Z rozpočtu nebylo použito 2,67 Kč.
- Do akciových aktiv bylo investováno 1 570,62 Kč, což splňuje podmínku.
- Do neakciových aktiv bylo investováno 498 426,71 Kč, což splňuje podmínku.

### 6.3 Varianta C

Varianta C pracuje se složením portfolia 70/30. V portfoliu má být zastoupeno maximálně 70 % akciových investic (350 tisíc Kč) a minimálně 30 % investic neakciového typu (150 tisíc Kč).

#### 6.3.1 Tolerance rizika 10 %

V optimalizovaném portfoliu **C-10** je stanovena přípustná míra rizika na hranici 10 %. Znovu se však jedná o výsledkovou shodu s portfoliem A-10, a tím pádem i B-10. Stručně lze dosažené výsledky interpretovat následovně:

- investice do ETF HYGH v celkové hodnotě 475 582,15 Kč;
- maximální očekávaný roční výnos ve výši 36 935,97 Kč;
- očekávané riziko portfolia v hodnotě 10 %;
- z rozpočtu nebylo využito 24 417,85 Kč;
- do akciových aktiv bylo investováno 0 Kč, což splňuje podmínku;
- do neakciových aktiv bylo investováno 475 582,15 Kč, což splňuje podmínku.

#### 6.3.2 Tolerance rizika 15 , 20 , 25 a 30 %

Portfolia **C-15**, **C-20**, **C-25** a **C-30** také nemají originální optimální řešení. Všechny tyto varianty dosáhly stejného výsledku jako varianta A-15 nebo B-15. Proto jsou dosažené výsledky popsány v bodech níže.

- Investice do:
  - SGU v celkové hodnotě 1 570,62 Kč a
  - ETF HYGH v celkové hodnotě 498 426,71 Kč.
- Maximální očekávaný roční výnos je celkem 38 793,35 Kč.
- Očekávané riziko portfolia je ve výši 11 %.
- Z rozpočtu nebylo použito pouze 2,67 Kč.

- Do akciových investic bylo investováno 1 570,62 Kč, což splňuje podmínku.
- Do neakciových investic bylo investováno 498 426,71 Kč, což splňuje podmínku.

## 6.4 Varianta D

Portfolia, která spadají pod variantu D, mají všechna předpoklad, že investice do akciových i neakciových investic nesmí přesáhnout 50 % rozpočtu. Těchto 50 % lze vyčíslit jako částku 250 tisíc Kč.

### 6.4.1 Tolerance rizika 10 %

Portfolio s přípustnou mírou rizika ve výši 10 % (**D-10**) je tvořeno:

- akciemi SGU v celkové hodnotě 65 966,12 Kč (210 ks po 314,12 Kč) a
- listy ETF HYGH za celkem 249 213,35 Kč (120 ks po 2 076,78 Kč).

Na nákup těchto cenných papírů je potřeba vynaložit 315 179,47 Kč, což značí, že z daného rozpočtu ještě zbývá 184 820,53 Kč.

Maximální očekávaný roční výnos je stanoven na 22 847,74 Kč. Pokud by byl rozdělen na dividendový a kapitálový výnos, na dividendách investor pasivně získá 22 847,10 Kč, zatímco kapitálový výnos je pouze 0,64 Kč za rok.

Vzhledem k tomu, že očekávaná míra rizika portfolia je totožná s mírou tolerovanou, podmínka maximálního rizika je splněna. Co se týče podmínek ke složení portfolia, jak v případě akciových, tak ostatních investic, jsou podmínky splněny, jelikož nákupní ceny akcií i listů ETF nepřesáhly 250 tisíc Kč.

### 6.4.2 Tolerance rizika 15 %

Optimalizované portfolio **D-15** je tvořeno:

- akciemi SGU v celkové hodnotě 135 387,61 Kč (431 ks při nákupní ceně 314,12 Kč/ks)
- listy ETF HYGH v celkové částce 249,213,35 Kč (120 ks po 2 076,78 Kč).

Tyto cenné papíry za celkovou částku 384 600,96 Kč vedou k maximálnímu očekávanému ročnímu výnosu ve výši 26 523,34 Kč, který je složen z dividendového výnosu v hodnotě 26 522,33 Kč a výnosu kapitálového ve výši 1,01 Kč. Z poskytnutého rozpočtu navíc zbývá 115 399,04 Kč.

Očekávané riziko portfolia D-15 je určeno na 15 %, což odpovídá stanovené míře tolerovaného rizika. Tato podmínka je tedy splněna, stejně jako limity poměru aktiv v portfoliu. Na nákup

akcií či akciových fondů mohlo být teoreticky ještě využito 114 612,39 Kč a na pořízení ostatních investic 786,65 Kč.

#### **6.4.3 Tolerance rizika 20 %**

Při stanovené míře tolerance rizika o velikosti 20 %, se jedná o portfolio D-20. Toto optimalizované portfolio je složeno z:

- 651 akcií SGU s pořizovací cenou 314,12 Kč/ks (celkem 204 494,97 Kč) a
- 120 listů ETF HYGH s pořizovací cenou 2 076,78 Kč/ks (celkem 249 213,35 Kč).

Dohromady bylo na pořízení cenných papírů vynaloženo 453 708,32 Kč, takže z rozpočtu zbylo celkem 46 291,68 Kč. Toto portfolio zároveň splňuje stanovenou toleranci vůči riziku, jelikož investor může očekávat riziko portfolia ve výši 20 %.

Maximální očekávaný roční výnos je ve výši 30 182,30 Kč. Z toho 30 180,93 Kč představuje částku, kterou investor získá na dividendách, a 1,37 Kč kapitálový výnos ze zhodnocení cenných papírů.

Pro dosažení nastavené horní hranice 250 000 Kč pro zastoupení akciových a neakciových typů investic, by se muselo do akciových aktiv investovat ještě 45 505,03 Kč a do neakciových částku 786,65 Kč. Tento úkon však není potřeba, jelikož stanovené podmínky byly přesto splněny.

#### **6.4.4 Tolerance rizika 25 a 30 %**

Portfolia **D-25** a **D-30** dosáhly stejného optimálního řešení. Tím je:

- investice do:
  - akcií SGU v celkové hodnotě 249 728,88 Kč,
  - ETF HYGH v celkové hodnotě 249 213,35 Kč,
- očekávané riziko ve výši 23 %,
- maximální očekávaný roční výnos ve výši 32 577,26 Kč,
  - dividendový výnos v hodnotě 32 575,65 Kč,
  - kapitálový výnos v hodnotě 1,61 Kč,
- celková hodnota cenných papírů v portfoliu ve výši 498 942,23 Kč,
- z rozpočtu nevyužito 1 057,77 Kč,
- na pořízení akciových aktiv nevyužito 271,12 Kč,
- na pořízení ostatních aktiv nevyužito 786,65 Kč.

## 6.5 Varianta E

Varianta E zahrnuje portfolia, která se řídí poměrem 30/70. V této variantě je tedy možné investovat maximálně 30 % do investic akciového typu (150 tisíc Kč) a 70 % do aktiv ostatních (350 tisíc Kč).

### 6.5.1 Tolerance rizika 10 %

V portfoliu E-10 vyšlo jako optimální řešení kombinace akcií SGU a ETF HYGH. Akcií bylo v tomto řešení uvažováno 118 ks při ceně 314,12 Kč/ks a listů ETF 168 ks po 2 076,78 Kč. Celková hodnota portfolia vychází na 385 965,37 Kč, což značí, že z rozpočtu nebylo použito 114 034,63 Kč.

Maximální očekávaný roční výnos portfolia E-10 je ve výši 29 059,67 Kč s tím, že dividendový pasivní příjem tvoří 29 059,06 Kč a kapitálový výnos 0,61 Kč. Očekávané riziko je pak na úrovni 10 %, což splňuje podmínku, že riziko nesmí v této variantě přesáhnout právě 10 %.

Jelikož za akciové investice bylo vydáno celkem 37 066,68 Kč, je splněna podmínka, že tento typ aktiv nesmí překročit 30 % rozpočtu. Zároveň byla splněna i podmínka pro ostatní aktiva, protože jejich pořizovací cena (348 898,69 Kč) je menší než 70 % rozpočtu.

### 6.5.2 Tolerance rizika 15 %

Portfolio E-15 je složeno z aktiv:

- 338 ks akcií SGU v pořizovací ceně 314,12 Kč/ks a
- 168 ks listů ETF HYGH v pořizovací ceně 2 076,78 Kč/ks.

Celkem by bylo na pořízení aktiv vynaloženo 455 072,73 Kč, z čehož 106 174,04 Kč představují akciové investice, což je méně než stanovených 150 tisíc Kč, a 348 898,69 Kč investice ostatní, což je méně než daných 350 tisíc Kč. Z rozpočtu je tak 44 927,27 Kč nevyužito.

Investor v případě portfolia E-15 může očekávat maximální roční výnos ve výši 32 718,63 Kč, z toho je 32 717,66 Kč dividendový výnos a 0,97 Kč kapitálový výnos. Od portfolia lze také očekávat míru rizika 15 %, což je stejná hodnota jako míra tolerance.

### 6.5.3 Tolerance rizika 20, 25 a 30 %

Optimalizovaná portfolia E-20, E-25 a E-30 sdílejí stejné optimální řešení. Liší se pouze nevyužitou mírou rizika, která se odvíjí od nastavené tolerance (20 % a více).

Dané optimální řešení je uvedeno v bodech níže.

- Investuje se celkem 498 736,02 Kč do:
  - akcií SGU v celkové výši 149 837,33 Kč (477 ks po 314,12 Kč),
  - listů ETF HYGH v celkové výši 348 898,69 Kč (168 ks po 2 076,78 Kč).
- Z rozpočtu nebylo využito 1 263,98 Kč, z toho:
  - 162,67 Kč mohlo být použito na nákup akciových aktiv (do 30 % rozpočtu),
  - 1 101,31 Kč mohlo být použito na nákup ostatních aktiv (do 70 % rozpočtu).
- Očekávané riziko portfolia je 18 %.
- Maximální očekávaný roční výnos je částka 35 030,43 Kč, z toho je
  - kapitálový výnos 1,20 Kč,
  - dividendový výnos 35 029,23 Kč.

## **6.6 Varianta F**

Varianta F pracuje s rozdělením aktiv v poměru 70/30. Přesněji se jedná o rozdělení, ve kterém maximálně 70 % rozpočtu (350 tisíc Kč) připadá na nákup investic zaměřených na akcie a maximálně 30 % rozpočtu (150 tisíc Kč) je určeno k nákupu investic ostatních.

### **6.6.1 Tolerance rizika 10 %**

Optimalizované portfolio **F-10** lze shrnout následovně:

- investováno celkem 244 393,57 Kč, z toho:
  - 94 865,56 Kč do akcií SGU (302 ks po 314,12 Kč),
  - 149 528,01 Kč do listů ETF HYGH (72 ks po 2 076,78 Kč),
- nevyužito z rozpočtu celkem 255 606,43 Kč, z toho:
  - 255 134,44 Kč na akciová aktiva (do 70 % rozpočtu),
  - 471,99 Kč na ostatní aktiva (do 30 % rozpočtu),
- očekávaná míra rizika portfolia 10 %,
- tolerovaná míra rizika portfolia 10 %,
- maximální očekávaný roční výnos celkem 16 635,82 Kč, z toho:
  - dividendový výnos ve výši 16 635,14 Kč,
  - kapitálový výnos ve výši 0,68 Kč.

### **6.6.2 Tolerance rizika 15 %**

Portfolio **F-15** má stanovenou tolerovanou míru rizika investičního portfolia ve výši 15 %. Optimální řešení tuto podmínku splňuje, jelikož očekávaná míra rizika je také 15 %.

Výše maximálního očekávaného ročního výnosu portfolia F-15 je 20 311,41 Kč. Z toho investor na dividendách získá částku 20 310,37 Kč a kapitálový výnos 1,04 Kč. Očekávaného výnosu bylo dosaženo investicí do akcií SGU a ETF HYGH v celkové hodnotě 313 815,06 Kč.

Akcí SGU bylo pořízeno 523 ks za pořizovací cenu 314,12 Kč/ks (celkem 164 287,05 Kč), což je o 185 712,95 Kč méně, než povoluje limit 70 % rozpočtu. Do ETF HYGH bylo investováno celkem 149 528,01 Kč (72 ks po 2 076,78 Kč), což je také méně než je stanovený limit 30 % rozpočtu, konkrétně o 471,99 Kč. Dohromady tyto nevyužité částky představují zbývající část rozpočtu ve výši 186 184,94 Kč.

### 6.6.3 Tolerance rizika 20 %

Hlavní informace z optimálního řešení portfolia F-20 jsou:

- celková investice 383 236,55 Kč, z toho:
  - 233 708,54 Kč do akcií SGU (744 ks po 314,12 Kč),
  - 149 528,01 Kč do ETF HYGH (72 ks po 2 076,78 Kč),
- tolerovaná míra rizika portfolia 20 %,
- očekávaná míra rizika portfolia 20 %,
- maximální očekávaný roční výnos ve výši 23 987,01 Kč, z toho:
  - dividendový výnos celkem 23 985,60 Kč,
  - kapitálový výnos celkem 1,41 Kč.

Z rozpočtu ještě zbylo 116 763,45 Kč, jelikož 116 291,46 Kč nebylo využito na pořízení akciových aktiv a 471,99 Kč zůstalo po pořízení aktiv ostatních.

### 6.6.4 Tolerance rizika 25 %

Portfolio F-25 má stanovenou míru tolerance rizika na úrovni 25 %, kterou splňuje, jelikož očekávané riziko portfolia v optimálním řešení je vyčísleno taktéž na 25 %. Investor kromě této výše rizika může od portfolia F-25 očekávat maximální roční výnos ve výši 27 645,98 Kč. Ten je možné dále rozdělit na částku 27 644,20 Kč, která představuje dividendový výnos, a částku 1,78 Kč, kterou je výnos kapitálový.

Daného očekávaného výnosu bylo dosaženo investicí 302 815,90 Kč do akcií SGU (964 ks při pořizovací ceně 314,12 Kč/ks) a investicí 149 528,01 Kč do ETF HYGH (72 ks při nákupní ceně 2 076,78 Kč). Dohromady bylo na nákup vynaloženo 452 343,91 Kč.

Z rozpočtu po pořízení investičních aktiv zbývá 47 656,09 Kč. Z toho je 47 184,10 Kč nevyužitá část na nákup akciových investic a 471,99 Kč zbývající částka na pořízení ostatních aktiv.

#### **6.6.5 Tolerance rizika 30 %**

Portfolio **F-30** je složeno z 1 114 ks akcií SGU po 314,12 Kč a 72 ks listů ETF HYGH po 2 076,78 Kč. Do akciových aktiv je tedy investováno celkem 349 934,56 Kč, což je o 65,44 Kč méně než je daný maximální limit 350 tisíc Kč, a do ostatních aktiv je investována částka 149 528,01 Kč, což je o 471,99 Kč méně než stanovený horní limit 150 tisíc Kč. Lze také říct, že do portfolia bylo celkem investováno 499 462,57 Kč a pouze 537,43 Kč z rozpočtu zbylo.

Toto optimální složení přináší maximální očekávaný roční výnos ve výši 30 140,72 Kč. Tuto částku lze dále dělit na dividendový výnos v celkové výši 30 138,70 Kč a kapitálový výnos v hodnotě 2,02 Kč.

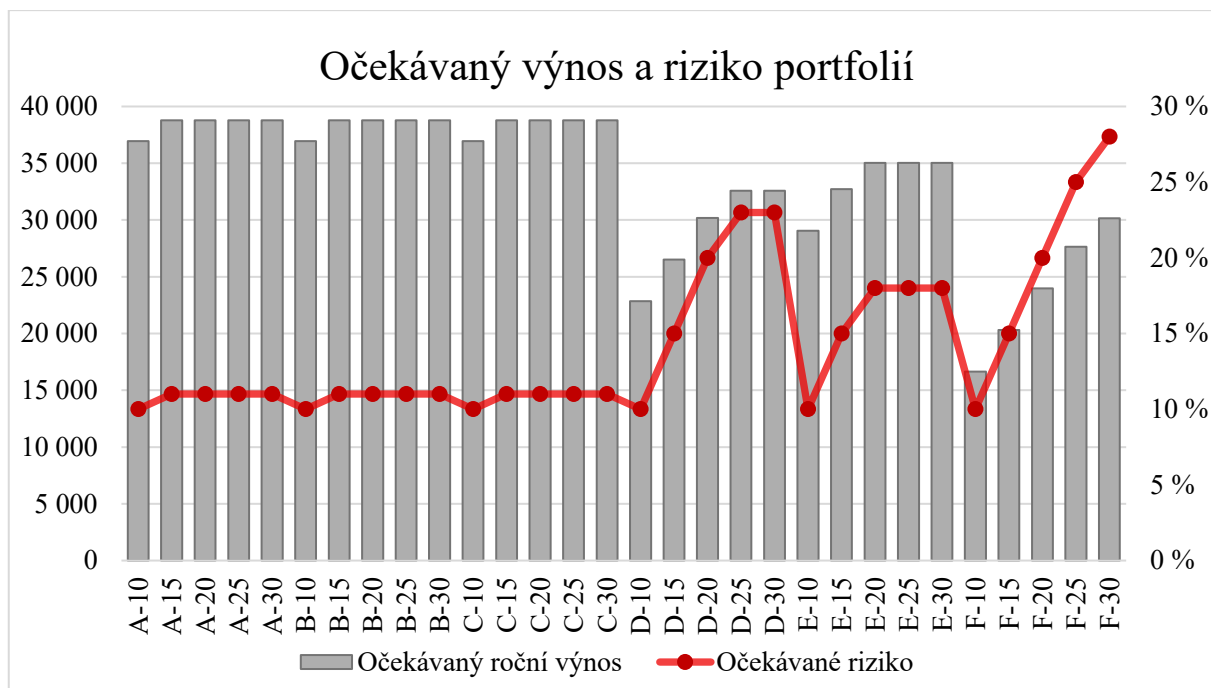
Očekávaná míra rizika portfolia F-30 je ve výši 28 %. Vzhledem k tomu, že stanovená přípustná míra rizika portfolia je v tomto případě 30 %, rozdíl 2 % představuje nevyužitou míru rizika.

### **6.7 Souhrnné zhodnocení portfolií**

Když jsou všechny varianty samostatně vysvětleny, je potřeba je vzájemně porovnat.

Pokud se všechna optimalizovaná portfolia vyobrazí v grafu, respektive jejich maximální očekávané roční výnosy a očekávané míry rizika, vznikne obrázek 35. Na něm jsou na vodorovné ose zanesena jednotlivá portfolia, na hlavní svislé ose (levé) jsou uvedeny částky pro očekávaný výnos v Kč a na vedlejší svislé ose (pravé) jsou % pro očekávané riziko portfolia.

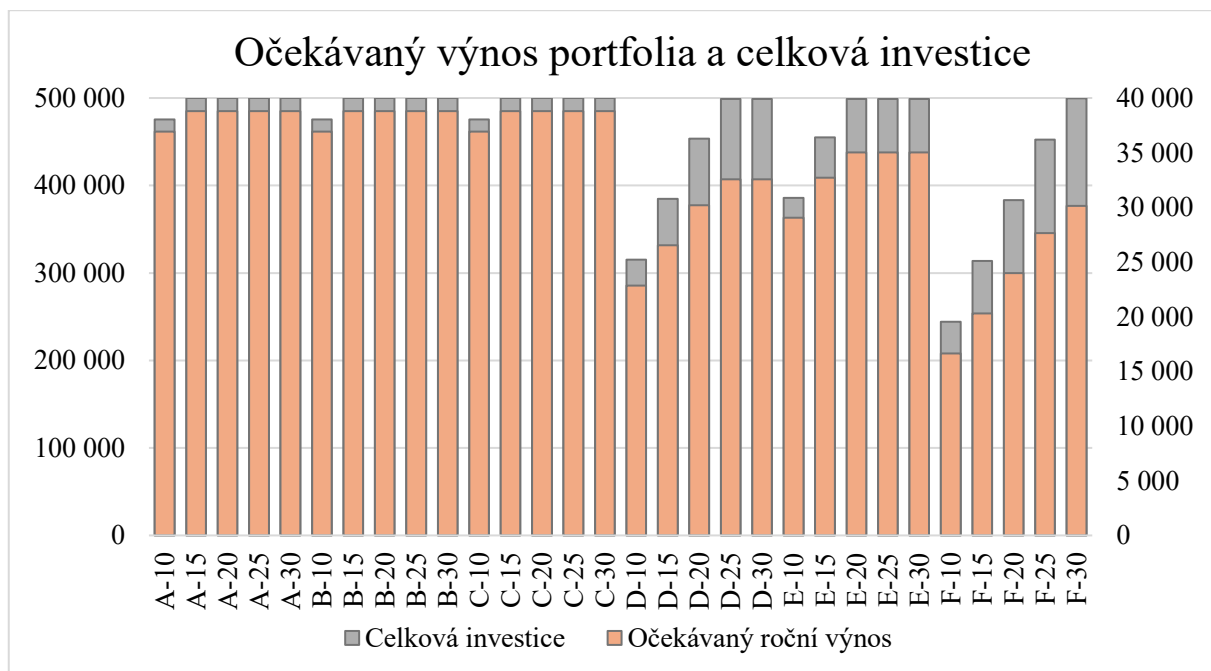
Podle tohoto grafu vypadá nejlépe varianta A-15 společně se svými duplikáty. Portfolio A-15 má totiž nejvyšší očekávaný roční výnos (částka 38 793,35 Kč) a zároveň i nízké očekávané riziko portfolia (hodnota 11 %).



Obrázek 35: Očekávaný výnos a riziko portfolií

Zdroj: vlastní zpracování

Vhodné je však posoudit portfolia i podle celkové hodnoty portfolia, resp. částky, za kterou cenné papíry byly pořízeny. To ukazuje obrázek 36. Na vodorovné ose jsou opět vyznačena jednotlivá portfolia, na hlavní svislé (levé) ose jsou částky pro celkovou investici v Kč a na vedlejší svislé (pravé) ose jsou zobrazeny částky pro očekávaný roční výnos portfolia v Kč.



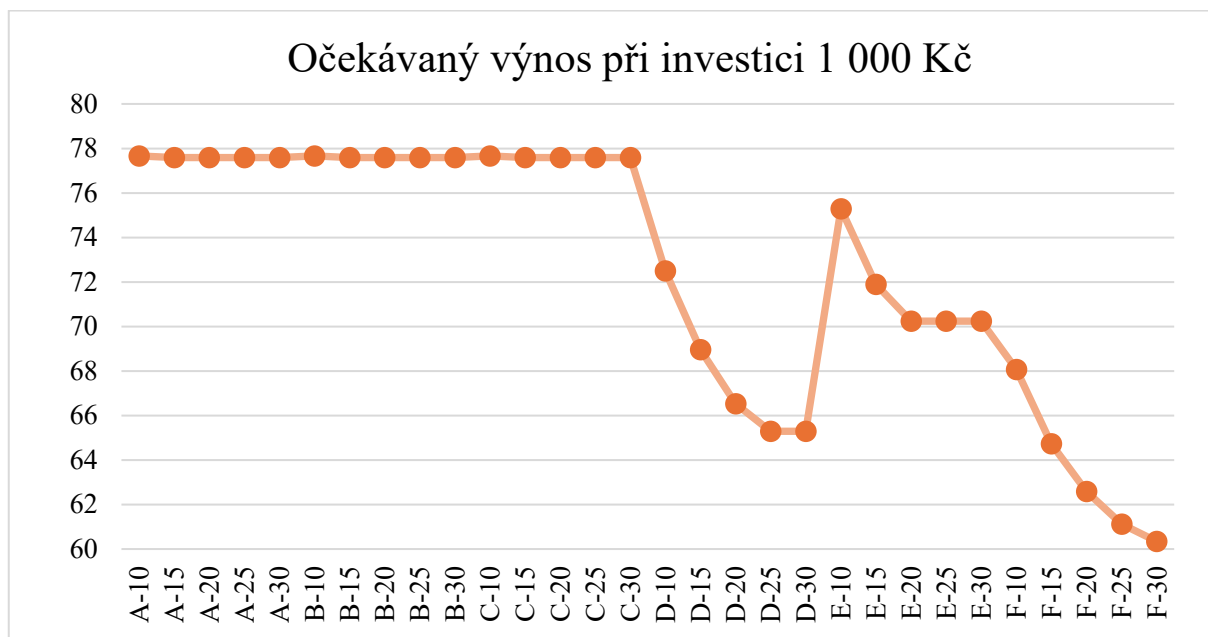
Obrázek 36: Očekávaný výnos portfolia a celková investice

Zdroj: vlastní zpracování

Podle tohoto grafu není snadné určit, jaké portfolio je pro investora nejvýhodnější. Zobrazená data však poslouží pro výpočet

$$E(R_p)_{1\,000} = \frac{\text{očekávaný roční výnos portfolia}}{\text{celková investice}} \times 1\,000 \text{ [v Kč]} \quad (44)$$

který investorovi napoví, jaký očekávaný výnos přinese každá investovaná tisícikoruna do daného portfolia. Výsledky tohoto výpočtu jsou uvedeny na obrázku 37, kde na vodorovné ose jsou uvedena portfolia a na ose svislé částky v Kč.



Obrázek 37: Očekávaný výnos při investici 1 000 Kč

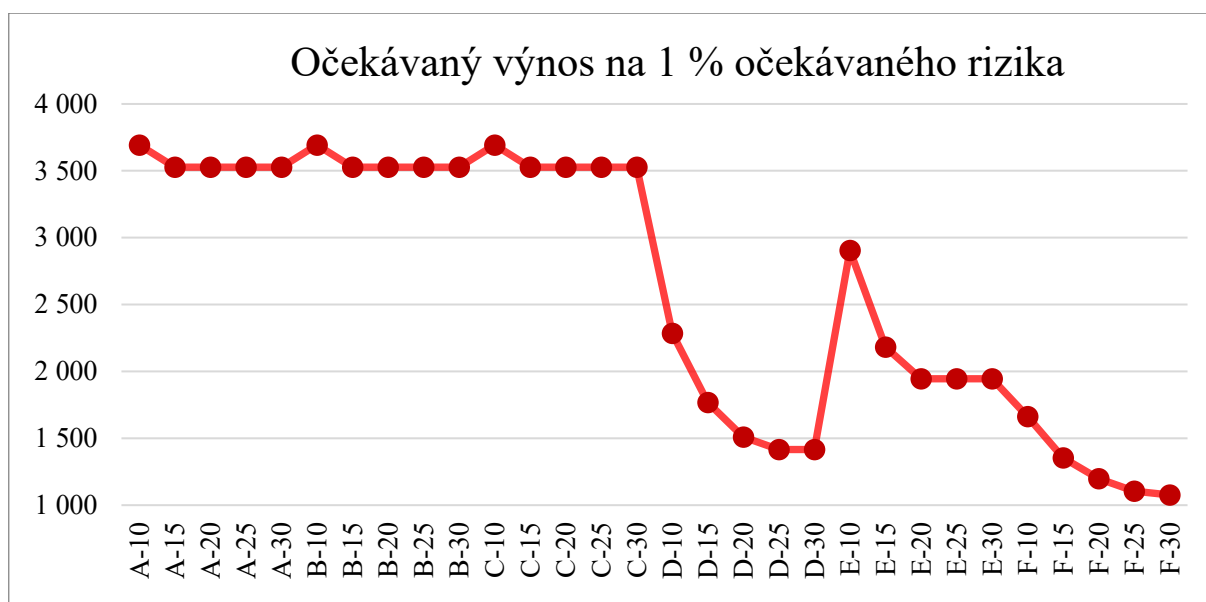
Zdroj: vlastní zpracování

Jak lze z obrázku vyzorovat, varianty D až F poskytují obvykle velmi nízký přepočítaný očekávaný výnos. Nejnižší hodnota je u portfolia F-30, kde se jedná o očekávaný výnos 60,35 Kč/1 000 Kč. Nejlépe si opět vede varianta A společně se svými duplikáty, konkrétně u portfolia A-10 je očekávaný výnos 77,66 Kč a u portfolia A-15 se jedná o částku 77,59 Kč.

Obdobně lze portfolia porovnat i přes výpočet

$$E(R_p)_{\%} = \frac{\text{očekávaný roční výnos portfolia}}{\% \text{ očekávané riziko}} \text{ [v Kč]} \quad (45)$$

podle kterého je možné určit, jaký očekávaný výnos připadá na 1 % očekávaného rizika. Obrázek 38 znázorňuje dopočítané hodnoty ve spojnicovém grafu, kde jsou na vodorovné ose uvedena jednotlivá optimalizovaná portfolia a na svislé ose částky v Kč.



Obrázek 38: Očekávaný výnos na 1 % očekávaného rizika

*Zdroj: vlastní zpracování*

Nejhůře opět vychází portfolio F-30, kde přepočítaný očekávaný výnos je pouze 1 076 Kč/% rizika. Naopak nejlépe vychází portfolio A-10 a jeho duplikáty s přepočítanou hodnotou očekávaného výnosu ve výši 3 694 Kč/% rizika. Druhé nejlepší hodnoty dosahuje portfolio A-15 spolu s jeho duplikáty, kde vychází částka 3 527 Kč/% rizika.

## 6.8 Doporučené portfolio

Porovnáním všech optimalizovaných portfolií pomocí grafů i pomocných výpočtů se ukázalo, že nejlépe vycházejí portfolia A-10 a A-15, pokud se nezapočítají i jejich duplikáty z varianty B a C. Níže jsou portfolia A-10 a A-15 připomenuta.

Portfolio **A-10** má tyto náležitosti:

- maximální očekávaný roční výnos ve výši 36 935,97 Kč, z toho:
  - dividendový výnos ve výši 36 935,41 Kč,
  - kapitálový výnos ve výši 0,56 Kč,
- očekávaná míra rizika portfolia 10 %,
- investovaná částka celkem 475 582,15 Kč,
- portfolio složené z 229 ks listů iShares Interest Rate Hedged High Yield Bond ETF (HYGH) s pořizovací cenou 2 076,89 Kč/ks,
- očekávaný výnos při investici 1 000 Kč ve výši 77,66 Kč,
- očekávaný výnos na 1 % očekávaného rizika ve výši 3 694 Kč.

Portfolio **A-15** má tyto náležitosti:

- maximální očekávaný roční výnos ve výši 38 793,35 Kč, z toho:
  - dividendový výnos ve výši 38 792,75 Kč,
  - kapitálový výnos ve výši 0,60 Kč,
- očekávaná míra rizika portfolia 11 %,
- investovaná částka celkem 499 997,33 Kč,
- portfolio složené z:
  - 5 ks akcií Star Group, L. P. (SGU) s pořizovací cenou 314,12 Kč/ks,
  - 240 ks listů iShares Interest Rate Hedged High Yield Bond ETF (HYGH) s pořizovací cenou 2 076,89 Kč/ks,
- očekávaný výnos při investici 1 000 Kč ve výši 77,59 Kč,
- očekávaný výnos na 1 % očekávaného rizika ve výši 3 527 Kč.

Obě portfolia jsou si výkonnostně velmi podobná. Pro obě platí i zaměření na pasivní dividendový příjem a vhodnost pro konzervativního až neutrálního investora.

Portfolio A-15 má oproti portfoliu A-10 výhodu v tom, že je o trochu více diverzifikované, jelikož investuje do dvou odlišných aktiv. Navíc absolutní očekávaný roční výnos je v případě A-15 o 1 857,38 Kč vyšší. Investice do akcií však zvedá portfoliu A-15 riziko o 1 %.

Oproti tomu je portfolio A-10 o trochu lepší v očekávaném riziku a v přepočteném očekávaném výnosu. Rozdíl mezi portfolii v případě očekávaného výnosu při investici 1 000 Kč je minimální. V případě přepočteného očekávaného výnosu na 1 % očekávaného rizika je rozdíl 166,90 Kč. Tento rozdíl je znatelnější, přesto relativně malý.

Autorka této diplomové práce po porovnání obou variant doporučila společnosti INVESTMED, s. r. o. investovat do portfolia A-15. Toto optimalizované portfolio je diverzifikované, poskytuje pasivní příjem, splňuje stanovené požadavky a mělo by být možné cenné papíry, ze kterých je portfolio složeno, bez obtíží kdykoliv prodat, kdyby se tato potřeba vyskytla. Doporučuje se však toto portfolio po zakoupení držet po delší dobu nebo, pokud bude možné, vůbec neprodávat.

## ZÁVĚR

**Cílem práce bylo popsat a řešit optimalizační finanční úlohy. Práce měla obsahovat matematickou formulaci problému optimalizace portfolia, teoretický popis úloh lineárního programování a popis metod řešení, které měly být použity na optimalizaci portfolia vybrané společnosti.**

Prezentovaná reálná úloha pro společnost INVESTMED, s. r. o. dokazuje, že lineární programování může posloužit jako účinný nástroj při optimalizaci investičního portfolia. Jedná se o poměrně flexibilní nástroj, jehož komplexnost záleží pouze na schopnostech a požadavcích daného investora. Jeho předností je, že investorovi obvykle dokáže nalézt optimální kombinaci investičních nástrojů podle zadaných podmínek, aby maximalizovaly nebo minimalizovaly stanovený účel. Samotné lineární programování však investorovi nepostačí, jelikož je zapotřebí nejprve provést výběr adekvátních investičních nástrojů korespondujících s osobností investora.

Na téma investování, osobnost investora, investiční nástroje a investiční strategie byla zaměřena první část této diplomové práce. Byl v ní přiblížen důvod, proč je vlastně investování důležité, jaký vztah k riziku může investor mít a jak ovlivňuje jeho rozhodování, a popsány hlavní investiční instrumenty a používané investiční strategie. Jedna kapitola byla také věnována metodám optimalizace portfolia, kde mimo jiné byly uvedeny způsoby, jak zjistit očekávaný výnos a očekávané riziko jednotlivých investic i celého portfolia.

Další část byla zaměřena na lineární programování. Bylo vysvětleno, jak se s jeho pomocí mohou řešit optimalizační úlohy, a to nejen teoreticky, ale i na ukázkovém příkladu z oblasti investování.

Tyto dvě spíše teoretické části posloužily jako podkladový materiál k hlavnímu cíli této diplomové práce. Tím bylo vytvoření a optimalizace investičního portfolia pro společnost INVESTMED, s. r. o., která s investováním neměla žádné zkušenosti. Podle zadaných kritérií a omezení byl následně proveden výběr potenciálně vhodných investičních nástrojů pro tohoto konzervativního až neutrálního investora. Pak bylo formulováno celkem šest variant rozdílného složení portfolia a pro každou z těchto variant bylo řešeno pět optimalizačních úloh s odlišnou mírou přípustného rizika.

Z celkového počtu třiceti optimalizovaných portfolií bylo vybráno portfolio s označením A-15, které je složeno ze dvou investičních aktiv (pěti akcií Star Group, L. P a 229 listů iShares Interest Rate Hedged High Yield Bond ETF), které společnosti INVESTMED, s. r. o. mohou ročně přinést pasivní příjem až ve výši 38 792,75 Kč, pokud se společnost INVESTMED, s. r. o. rozhodne takové portfolio v hodnotě 499 997,33 Kč realizovat.

Závěrem chce autorka upozornit, že investování je velmi spekulativní obor. Aktuální, a především budoucí politický a ekonomický vývoj může způsobit, že zvolené investiční nástroje prudce klesnou na hodnotě a veškeré odhady a propočty budou velmi vzdálené od reality. To je však rizikem, s nímž každý investor musí počítat.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BAJER, Matěj a KUDLÁČEK, Patrik. *Akcie: Kde a jak koupit akcie online v roce 2025? Kurzy akcií, investice a obchodování akcií*. Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 9. srpna 2024. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/akcie/>. [cit. 2025-04-05].
- [2] BAJER, Matěj a KUDLÁČEK, Patrik. *Jak a do čeho investovat v roce 2025? Velký seznam možností + návody*. Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 24. září 2024. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/investice/>. [cit. 2025-04-04].
- [3] BOGLE, John C. *The Little Book of Common Sense Investing: The Only Way to Guarantee Your Fair Share of Stock Market Returns*. Updated and Revised Edition. Wiley, 2017. ISBN 978-1119404507.
- [4] CIPRA, Tomáš. *Matematika cenných papírů*. Praha: Professional Publishing, 2013. ISBN 978-80-7431-079-9.
- [5] *Co je investice?* Online. MONETA BANK. Moneta Bank. C2025. Dostupné z: <https://www.moneta.cz/caste-dotazy/odpoved/co-je-investice->. [cit. 2025-03-30].
- [6] *Co jsou investice do nemovitostí?* Online. MONETA MONEY BANK, A. S. Moneta Bank. C2025. Dostupné z: <https://www.moneta.cz/caste-dotazy/odpoved/co-jsou-investice-do-nemovitosti>. [cit. 2025-04-05].
- [7] ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin Jay; BROWN, Stephen J. a GOETZMANN, William N. *Modern portfolio theory and investment analysis*. Ninth edition. Hoboken: Wiley, [2014]. ISBN 978-1-118-46994-1.
- [8] *Expected Return and Ex-Ante Standard Deviation*. Online. WIZEDEMY INC. Wizeprep. C2025. Dostupné z: <https://www.wizeprep.com/textbooks/undergrad/finance/17075/sections/2618677>. [cit. 2025-04-13].
- [9] HALTUF, Michal. *Teorie portfolia (selektivní model Markowitze, očekávaný výnos portfolia, riziko portfolia, efektivní hranice a optimální portfolio, jednoduchý indexní model)*. Online. Finanční inženýrství. 2014. Dostupné z: <https://www.michalhaltuf.cz/fg/ft-otazka9/>. [cit. 2025-04-06].
- [10] HAYES, Adam. *Arbitrage Pricing Theory (APT) Formula and How It's Used*. Online. Investopedia. C2025, 6 June 2024. Dostupné z: <https://www.investopedia.com/terms/a/apt.asp>. [cit. 2025-04-06].
- [11] *Investiční riziko*. Online. MLADÁ FRONTA A. S. Investujme.cz. C2016. Dostupné z: <https://investice.finance.cz/zacinajici-investor/kam-investovat/riziko/>. [cit. 2025-04-03].

- [12] *Investování a finanční trhy*. Online. ČESKÁ BANKOVNÍ ASOCIACE. Finanční vzdělávání. C2021. Dostupné z: <https://www.financnivzdelavani.cz/svet-financi/investovani-a-financni-trhy>. [cit. 2025-03-30].
- [13] *Investování*. Online. *Zákony pro lidi*. C2010-2025. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/obor/investovani>. [cit. 2025-03-30].
- [14] JABLONSKÝ, Josef. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.
- [15] *Jak funguje investování a finanční trhy?* Online. ČESKÁ BANKOVNÍ ASOCIACE. Finanční vzdělávání. C2021. Dostupné z: <https://www.financnivzdelavani.cz/svet-financi/investovani-a-financni-trhy/jak-funguje-investovani-a-financni-trhy>. [cit. 2025-03-30].
- [16] *Kapitálový trh*. Online. MINISTERSTVO FINANCÍ ČR. Finanční gramotnost aneb Proč se finančně vzdělávat? 2014, 13. února 2015. Dostupné z: <https://financnigramotnost.mfcr.cz/cs/investice/kapitalovy-trh>. [cit. 2025-03-30].
- [17] KENTON, Will. *Capital Asset Pricing Model (CAPM): Definition, Formula, and Assumptions*. Online. Investopedia. C2025, 1 July 2024. Dostupné z: <https://www.investopedia.com/terms/c/capm.asp>. [cit. 2025-04-06].
- [18] KENTON, Will. *What Beta Means for Investors*. Online. Investopedia. C2025, 11 July 2024. Dostupné z: <https://www.investopedia.com/terms/b/beta.asp>. [cit. 2025-04-06].
- [19] KLASS, Martin a KUDLÁČEK, Patrik. *Komodity: Co jsou komodity? Jak a kde je můžete obchodovat? Jak investovat do komodit v roce 2025?* Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 19. února 2025. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/komodity/>. [cit. 2025-04-05].
- [20] KRIEG, Alexander; WESTINNER, Rafael; DISTEL, Dominic a SCHONENBERG, Lars. *Supercharging product portfolio performance with generative AI*. Online. McKinsey & Company. 7 November 2024. Dostupné z: <https://www.mckinsey.com/capabilities/operations/our-insights/supercharging-product-portfolio-performance-with-generative-ai>. [cit. 2025-04-13].
- [21] KUDLÁČEK, Patrik. *Alternativní (netradiční) investice - Jak investovat v roce 2025? Vše co potřebujete vědět*. Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 10. června 2024. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/alternativni-investice/>. [cit. 2025-04-05].
- [22] KUDLÁČEK, Patrik. *Dluhopisy: Co jsou dluhopisy a k čemu slouží? Vyplatí se do nich v 2025 investovat?* Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 10. června 2024. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/dluhopisy/>. [cit. 2025-04-05].

- [23] KUDLÁČEK, Patrik. *ETF (Exchange Traded Funds) - Co je ETF? Jak a kde investovat do ETF v roce 2025?* Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 23. října 2024. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/etf/>. [cit. 2025-04-05].
- [24] KUDLÁČEK, Patrik. *Podílové fondy: Co jsou to investiční podílové fondy a pro koho jsou vhodné? Seznam podílových fondů.* Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 13. května 2024. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/fondy/>. [cit. 2025-04-05].
- [25] KUDLÁČEK, Patrik. *Seznamte se s 8 typy strategií pro investování do akcií.* Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 26. srpna 2024. Dostupné z: <https://finex.cz/investovani-do-akcii-strategie/>. [cit. 2025-03-31].
- [26] LINDA, Bohdan a VOLEK, Josef. *Lineární programování.* Vydání 6. opravené a doplněné. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2016. ISBN 978-80-7560-018-9.
- [27] MACHEK, Vojtěch. *Kryptoměny: Jak fungují a jak na nich vydělat v roce 2025? Vše o kryptoměnách na jednom místě.* Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 13. února 2025. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/kryptomeny/>. [cit. 2025-04-05].
- [28] *Modern Portfolio Theory: What MPT Is and How Investors Use It.* Online. Investopedia. C2025, 29 August 2023. Dostupné z: <https://www.investopedia.com/terms/m/modernportfoliotheory.asp>. [cit. 2025-04-06].
- [29] *Obecně.* Online. MINISTERSTVO FINANCÍ ČR. Finanční gramotnost aneb Proč se finančně vzdělávat? 2014, 13. února 2015. Dostupné z: <https://financnigramotnost.mfcr.cz/cs/investice/investice-obecne>. [cit. 2025-03-30].
- [30] *Pasivní a aktivní investování: Jaký přístup je pro vás vhodný?* Online. Finte. 2024. Dostupné z: <https://finte.cz/novinky/pasivni-a-aktivni-investovani-vhodny-pristup>. [cit. 2025-04-03].
- [31] *Rizikový profil investora: Co to je a jak jej určit.* Online. FXSTREET.CZ S. R. O. FXstreet.cz. 2022. Dostupné z: <https://www.fxstreet.cz/tym-robomarkets-rizikovy-profil-investora-co-to-je-a-jak-jej-urcit.html>. [cit. 2025-04-03].
- [32] ŠUBRT, Tomáš. *Ekonomicko-matematické metody.* 3. upravené a rozšířené vydání. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2019. ISBN 978-80-7380-762-7.
- [33] ŠŮSTEK, Martin. *Investiční strategie - obecně.* Online. Martin Šůstek. C2015. Dostupné z: <https://sustekmartin.cz/investicni-strategie/>. [cit. 2025-03-31].
- [34] TAHA, Hamdy A. *Operations research: an introduction.* Tenth edition. Harlow: Pearson, 2017. ISBN 978-1-292-16554-7.
- [35] TOBIAS, Andrew. *The Only Investment Guide You'll Ever Need.* Revised Edition. Harper Business, 2022. ISBN 978-0358623465.

- [36] TŮMA, Ing. Aleš. *Ideální investiční portfolio: Jak dosáhnout investičního zenu*. Praha: Grada Publishing, 2019. ISBN 978-80-271-2623-1.
- [37] VENCL, Jiří; KUDLÁČEK, Patrik a RŮŽIČKA, Vladimír. *Forex obchodování: Jak a kde obchodovat forex v roce 2025?* Online. FINEX MEDIA S. R. O. Finex. C2014-2025, 29. října 2024. Dostupné z: <https://finex.cz/rubrika/forex/>. [cit. 2025-04-05].
- [38] VESELÁ, Jitka. *Investování na kapitálových trzích*. Praha: ASPI, 2007. ISBN 978-80-7357-297-6.
- [39] VESPALEC, Vojtěch. *Co je to indexový fond a jak funguje?* Online. RANKIA S. L. Rankia. 2024. Dostupné z: <https://rankia.cz/co-je-to-indexovy-fond-a-jak-funguje/>. [cit. 2025-04-05].
- [40] YAHOO. *Yahoo!finance*. Online. C2025. Dostupné z: <https://finance.yahoo.com/>. [cit. 2025-04-07].

## SEZNAM PŘÍLOH

Příloha A: VIGI .....	115
Příloha B: VONG.....	116
Příloha C: SGU .....	117
Příloha D: IEUS .....	118
Příloha E: FPXE.....	119
Příloha F: EBS.VI.....	120
Příloha G: VO .....	121
Příloha H: DEUS .....	122
Příloha I: HYGH.....	123
Příloha J: IJH .....	124
Příloha K: GC=F.....	125

Příloha A: VIGI

Vanguard International Dividend Appreciation Index Fund ETF Shares

VIGI ETF (stock)

$\bar{r}_{\text{roční}}$	9,44%
$\sigma_{i,\text{roční}}$	0,182

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
2 022,94	1 109,38	-913,56	-45,16	0,01	-0,45
2 022,94	1 477,56	-545,39	-26,96	0,05	-1,35
2 022,94	1 845,73	-177,21	-8,76	0,25	-2,19
2 022,94	2 213,91	190,97	9,44	0,38	3,59
2 022,94	2 582,08	559,14	27,64	0,25	6,91
2 022,94	2 950,26	927,32	45,84	0,05	2,29
2 022,94	3 318,43	1 295,49	64,04	0,01	0,64
				1,00	9,44

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
9,44	-45,16	2 981,16	0,01	29,81
9,44	-26,96	1 324,96	0,05	66,25
9,44	-8,76	331,24	0,25	82,81
9,44	9,44	0,00	0,38	0,00
9,44	27,64	331,24	0,25	82,81
9,44	45,84	1 324,96	0,05	66,25
9,44	64,04	2 981,16	0,01	29,81
			1,00	357,74

$\hat{\sigma}_i^2$	357,74
$\hat{\sigma}_i$	18,91

Příloha B: VONG

iShares MSCI Europe Small-Cap ETF

VONG ETF (stock)

$\bar{r}_{\text{roční}}$	<b>21,57%</b>
$\sigma_{i,\text{roční}}$	0,243

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
2 382,49	1 159,56	-1 222,93	-51,33	0,01	-0,51
2 382,49	1 738,50	-643,99	-27,03	0,05	-1,35
2 382,49	2 317,45	-65,04	-2,73	0,25	-0,68
2 382,49	2 896,39	513,90	21,57	0,38	8,20
2 382,49	3 475,34	1 092,85	45,87	0,25	11,47
2 382,49	4 054,28	1 671,79	70,17	0,05	3,51
2 382,49	4 633,23	2 250,74	94,47	0,01	0,94
				1,00	<b>21,57</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
21,57	-51,33	5 314,41	0,01	53,14
21,57	-27,03	2 361,96	0,05	118,10
21,57	-2,73	590,49	0,25	147,62
21,57	21,57	0,00	0,38	0,00
21,57	45,87	590,49	0,25	147,62
21,57	70,17	2 361,96	0,05	118,10
21,57	94,47	5 314,41	0,01	53,14
			1,00	<b>637,73</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	637,73
$\hat{\sigma}_i$	<b>25,25</b>

Příloha C: SGU

Star Group, L. P.

SGU Stock

$\bar{r}_{\text{roční}}$	<b>20,60%</b>
$\sigma_{i,\text{roční}}$	0,347

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
314,12	51,83	-262,29	-83,50	0,01	-0,84
314,12	160,83	-153,29	-48,80	0,05	-2,44
314,12	269,83	-44,29	-14,10	0,25	-3,53
314,12	378,83	64,71	20,60	0,38	7,83
314,12	487,84	173,71	55,30	0,25	13,83
314,12	596,84	282,71	90,00	0,05	4,50
314,12	705,84	391,71	124,70	0,01	1,25
				1,00	<b>20,60</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
20,60	-83,50	10 836,81	0,01	108,37
20,60	-48,80	4 816,36	0,05	240,82
20,60	-14,10	1 204,09	0,25	301,02
20,60	20,60	0,00	0,38	0,00
20,60	55,30	1 204,09	0,25	301,02
20,60	90,00	4 816,36	0,05	240,82
20,60	124,70	10 836,81	0,01	108,37
			1,00	<b>1 300,42</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	1 300,42
$\hat{\sigma}_i$	<b>36,06</b>

Příloha D: IEUS

iShares MSCI Europe Small-Cap ETF

IEUS ETF (Stock)

$\bar{r}_{roční}$	<b>8,44%</b>
$\sigma_{i,roční}$	0,235

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
1 378,83	523,13	-855,70	-62,06	0,01	-0,62
1 378,83	847,15	-531,68	-38,56	0,05	-1,93
1 378,83	1 171,18	-207,65	-15,06	0,25	-3,77
1 378,83	1 495,20	116,37	8,44	0,38	3,21
1 378,83	1 819,23	440,40	31,94	0,25	7,99
1 378,83	2 143,25	764,42	55,44	0,05	2,77
1 378,83	2 467,28	1 088,45	78,94	0,01	0,79
				<b>1,00</b>	<b>8,44</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
8,44	-62,06	4 970,25	0,01	49,70
8,44	-38,56	2 209,00	0,05	110,45
8,44	-15,06	552,25	0,25	138,06
8,44	8,44	0,00	0,38	0,00
8,44	31,94	552,25	0,25	138,06
8,44	55,44	2 209,00	0,05	110,45
8,44	78,94	4 970,25	0,01	49,70
			<b>1,00</b>	<b>596,43</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	596,43
$\hat{\sigma}_i$	<b>24,42</b>

Příloha E: FPXE

First Trust IPOX Europe Equity Opportunities ETF

FPXE ETF (Stock)

$\bar{r}_{\text{roční}}$	<b>10,00%</b>
$\sigma_{i,\text{roční}}$	0,24

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
649,64	246,86	-402,78	-62,00	0,01	-0,62
649,64	402,78	-246,86	-38,00	0,05	-1,90
649,64	558,69	-90,95	-14,00	0,25	-3,50
649,64	714,60	64,96	10,00	0,38	3,80
649,64	870,52	220,88	34,00	0,25	8,50
649,64	1 026,43	376,79	58,00	0,05	2,90
649,64	1 182,34	532,70	82,00	0,01	0,82
				<b>1,00</b>	<b>10,00</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
10,00	-62,00	5 184,00	0,01	51,84
10,00	-38,00	2 304,00	0,05	115,20
10,00	-14,00	576,00	0,25	144,00
10,00	10,00	0,00	0,38	0,00
10,00	34,00	576,00	0,25	144,00
10,00	58,00	2 304,00	0,05	115,20
10,00	82,00	5 184,00	0,01	51,84
			<b>1,00</b>	<b>622,08</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	622,08
$\hat{\sigma}_i$	<b>24,94</b>

Příloha F: EBS.VI

Erste Group Bank AG

EBS.VI Stock

$\bar{r}_{roční}$	<b>30,31%</b>
$\sigma_{i,roční}$	0,37

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
1 644,64	317,58	-1 327,06	-80,69	0,01	-0,81
1 644,64	926,10	-718,54	-43,69	0,05	-2,18
1 644,64	1 534,62	-110,03	-6,69	0,25	-1,67
1 644,64	2 143,13	498,49	30,31	0,38	11,52
1 644,64	2 751,65	1 107,01	67,31	0,25	16,83
1 644,64	3 360,17	1 715,53	104,31	0,05	5,22
1 644,64	3 968,69	2 324,05	141,31	0,01	1,41
				1,00	<b>30,31</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
30,31	-80,69	12 321,00	0,01	123,21
30,31	-43,69	5 476,00	0,05	273,80
30,31	-6,69	1 369,00	0,25	342,25
30,31	30,31	0,00	0,38	0,00
30,31	67,31	1 369,00	0,25	342,25
30,31	104,31	5 476,00	0,05	273,80
30,31	141,31	12 321,00	0,01	123,21
			1,00	<b>1 478,52</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	1 478,52
$\hat{\sigma}_i$	<b>38,45</b>

Příloha G: VO

Vanguard Mid-Cap Index Fund ETF Shares

VO ETF (Blend)

$\bar{r}_{\text{roční}}$	<b>14,22%</b>
$\sigma_{i,\text{roční}}$	0,226

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
6 413,23	2 977,02	-3 436,21	-53,58	0,01	-0,54
6 413,23	4 426,41	-1 986,82	-30,98	0,05	-1,55
6 413,23	5 875,80	-537,43	-8,38	0,25	-2,10
6 413,23	7 325,19	911,96	14,22	0,38	5,40
6 413,23	8 774,58	2 361,35	36,82	0,25	9,21
6 413,23	10 223,98	3 810,74	59,42	0,05	2,97
6 413,23	11 673,37	5 260,13	82,02	0,01	0,82
				<b>1,00</b>	<b>14,22</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
14,22	-53,58	4 596,84	0,01	45,97
14,22	-30,98	2 043,04	0,05	102,15
14,22	-8,38	510,76	0,25	127,69
14,22	14,22	0,00	0,38	0,00
14,22	36,82	510,76	0,25	127,69
14,22	59,42	2 043,04	0,05	102,15
14,22	82,02	4 596,84	0,01	45,97
			<b>1,00</b>	<b>551,62</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	551,62
$\hat{\sigma}_i$	<b>23,49</b>

Příloha H: DEUS

Xtrackers Russell US Multifactor ETF

DEUS ETF (Blend)

$\bar{r}_{roční}$	<b>14,48%</b>
$\sigma_{i,roční}$	0,219

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
1 309,13	638,59	-670,54	-51,22	0,01	-0,51
1 309,13	925,29	-383,84	-29,32	0,05	-1,47
1 309,13	1 211,99	-97,14	-7,42	0,25	-1,86
1 309,13	1 498,69	189,56	14,48	0,38	5,50
1 309,13	1 785,39	476,26	36,38	0,25	9,10
1 309,13	2 072,09	762,96	58,28	0,05	2,91
1 309,13	2 358,79	1 049,66	80,18	0,01	0,80
				1,00	<b>14,48</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
14,48	-51,22	4 316,49	0,01	43,16
14,48	-29,32	1 918,44	0,05	95,92
14,48	-7,42	479,61	0,25	119,90
14,48	14,48	0,00	0,38	0,00
14,48	36,38	479,61	0,25	119,90
14,48	58,28	1 918,44	0,05	95,92
14,48	80,18	4 316,49	0,01	43,16
			1,00	<b>517,98</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	517,98
$\hat{\sigma}_i$	<b>22,76</b>

Příloha I: HYGH

iShares Interest Rate Hedged High Yield Bond ETF

**HYGH ETF (Bond)**

$\bar{r}_{\text{roční}}$	<b>6,94%</b>
$\sigma_{i,\text{roční}}$	0,101

**Očekávaný výnos**

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
2 076,78	1 591,64	-485,14	-23,36	0,01	-0,23
2 076,78	1 801,40	-275,38	-13,26	0,05	-0,66
2 076,78	2 011,15	-65,63	-3,16	0,25	-0,79
2 076,78	2 220,91	144,13	6,94	0,38	2,64
2 076,78	2 430,66	353,88	17,04	0,25	4,26
2 076,78	2 640,42	563,64	27,14	0,05	1,36
2 076,78	2 850,17	773,39	37,24	0,01	0,37
				<b>1,00</b>	<b>6,94</b>

**Očekávané riziko**

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
6,94	-23,36	918,09	0,01	9,18
6,94	-13,26	408,04	0,05	20,40
6,94	-3,16	102,01	0,25	25,50
6,94	6,94	0,00	0,38	0,00
6,94	17,04	102,01	0,25	25,50
6,94	27,14	408,04	0,05	20,40
6,94	37,24	918,09	0,01	9,18
			<b>1,00</b>	<b>110,17</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	110,17
$\hat{\sigma}_i$	<b>10,50</b>

Příloha J: IJH

iShares Core S&P Mid-Cap ETF

IJH ETF (Blend)

$\bar{r}_{\text{roční}}$	<b>15,40%</b>
$\sigma_{i,\text{roční}}$	0,253

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
1 454,06	574,35	-879,70	-60,50	0,01	-0,61
1 454,06	942,23	-511,83	-35,20	0,05	-1,76
1 454,06	1 310,11	-143,95	-9,90	0,25	-2,48
1 454,06	1 677,98	223,92	15,40	0,38	5,85
1 454,06	2 045,86	591,80	40,70	0,25	10,18
1 454,06	2 413,73	959,68	66,00	0,05	3,30
1 454,06	2 781,61	1 327,55	91,30	0,01	0,91
				<b>1,00</b>	<b>15,40</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
15,40	-60,50	5 760,81	0,01	57,61
15,40	-35,20	2 560,36	0,05	128,02
15,40	-9,90	640,09	0,25	160,02
15,40	15,40	0,00	0,38	0,00
15,40	40,70	640,09	0,25	160,02
15,40	66,00	2 560,36	0,05	128,02
15,40	91,30	5 760,81	0,01	57,61
			<b>1,00</b>	<b>691,30</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	691,30
$\hat{\sigma}_i$	<b>26,29</b>

Příloha K: GC=F

Gold Jun 25

GC=F Futures

$\bar{r}_{\text{roční}}$	<b>14,17%</b>
$\sigma_{i,\text{roční}}$	0,162

Očekávaný výnos

$P_0$	$P_k$	$E(r_k)$ v Kč	$E(r_k)$ v %	$p_k$	$E(r_k) * p_k$ v %
69 463,07	45 546,93	-23 916,13	-34,43	0,01	-0,34
69 463,07	56 799,95	-12 663,12	-18,23	0,05	-0,91
69 463,07	68 052,97	-1 410,10	-2,03	0,25	-0,51
69 463,07	79 305,98	9 842,92	14,17	0,38	5,38
69 463,07	90 559,00	21 095,93	30,37	0,25	7,59
69 463,07	101 812,02	32 348,95	46,57	0,05	2,33
69 463,07	113 065,03	43 601,97	62,77	0,01	0,63
				1,00	<b>14,17</b>

Očekávané riziko

$E(R_i)$	$E(r_k)$	$[E(R_i) - E(r_k)]^2$	$p_k$	$p_k * [E(R_i) - E(r_k)]^2$
14,17	-34,43	2 361,96	0,01	23,62
14,17	-18,23	1 049,76	0,05	52,49
14,17	-2,03	262,44	0,25	65,61
14,17	14,17	0,00	0,38	0,00
14,17	30,37	262,44	0,25	65,61
14,17	46,57	1 049,76	0,05	52,49
14,17	62,77	2 361,96	0,01	23,62
			1,00	<b>283,44</b>

$\hat{\sigma}_i^2$	283,44
$\hat{\sigma}_i$	<b>16,84</b>