## UNIVERZITA PARDUBICE

# DOPRAVNÍ FAKULTA JANA PERNERA

# BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2024

Jaroslav Lněnička

Univerzita Pardubice Dopravní fakulta Jana Pernera

## Inerciální Referenční Systém (IRS) a jeho využití v letecké navigaci Bakalářská práce

Jaroslav Lněnička

Univerzita Pardubice Dopravní fakulta Jana Pernera Akademický rok: 2023/2024

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení:	Jaroslav Lněnička
Osobní číslo:	D21378
Studijní program:	B0716P040001 Technika, technologie a řízení letecké dopravy
Téma práce:	Inerciální Referenční Systém (IRS) a jeho využití v letecké navigaci
Zadávající katedra:	Katedra letecké dopravy

### Zásady pro vypracování

- 1. Úvod
- 2. Cíle bakalářské práce
- 3. Systém IRS a ADIRS v letecké navigaci
- 4. Analýzy přesnosti IRS a srovnání se systémy INS
- 5. Použití IRS v jednotlivých fázích letu s ohledem na analýzy přesnosti
- 6. Závěr

Rozsah pracovní zprávy: Rozsah grafických prací: Forma zpracování bakalářské práce: tištěná/elektronická

minimálně 35 stran dle pokynů vedoucího práce

Seznam doporučené literatury:

BRAASCH, Michael. Fundamentals of Inertial Navigation Systems and Aiding. London, United Kingdom: SciTech Publishing, 2022. ISBN 978-1-83953-413-3.

RICHARDS, N.P. Integration of Global Positioning and Inertial Reference System data inside a Flight Management Computer. Dissertation. Cranfield Institute of Technology: School of Aeronatical Engineering, 1992.

FAUCHEUX, M.; FAYOUX, D. a ROLAND, J.J. The ring laser gyro. Journal of Optics. 1988.

Vedoucí bakalářské práce:

prof. Ing. Jan Leuchter, Ph.D. Univerzita obrany Brno

Datum zadání bakalářské práce: 13. října 2023 Termín odevzdání bakalářské práce: 13. května 2024

L.S.

doc. Ing. Libor Švadlenka, Ph.D. děkan

Ing. Petr Mrázek, Ph.D. vedoucí katedry

V Pardubicích dne 1. února 2024

#### Prohlašuji:

Práci s názvem *Inerciální Referenční Systém (IRS) a jeho využití v letecké navigaci* jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 12. 5. 2024

Jaroslav Lněnička v.r.

## PODĚKOVÁNÍ

Chtěl bych poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce prof. Ing. Janu Leuchterovi, Ph.D. za odborné vedení, za pomoc, ochotu a užitečné rady při zpracování této práce. Dále bych chtěl poděkovat všem vyučujícím, kteří mě doprovázeli během mého bakalářského studia.

### ANOTACE

Cílem bakalářské práce je popsat a vysvětlit princip fungování Inerciálního Referenčního Systému (IRS) a jeho možnosti ve využití v letecké navigaci. Bude nutné se zabývat porovnáním se systémem INS (Inerciálním Navigačním Systémem) a zhodnotit přínosy především s důrazem na analýzu přesnosti ve srovnání se systémem INS. Dále by tato práce měla zhodnotit možnosti systému IRS v součinnosti s jinými navigačními systémy (např. GPS, GLONASS). Nakonec by práce měla vyhodnotit chybovost IRS v jednotlivých fázích letu.

### KLÍČOVÁ SLOVA

Inerciální referenční systém, letecká navigace, analýza přesnosti

### TITLE

Inertial Reference System (IRS) and its use in aircraft navigation

### ANNOTATION

This bachelor thesis aims to describe the Inertial Reference System (IRS) principle and its potential use in aircraft navigation. It is necessary to compare the IRS with INS (Inertial Navigation System), emphasizing accuracy analysis between the IRS and INS. Furthermore, this work should evaluate the capabilities of the IRS system in cooperation with other navigation systems (e.g., GPS and GLONASS). Finally, the work should evaluate the error rate of the IRS in individual flight phases.

### **KEYWORDS**

Inertial reference system, aircraft navigation, accuracy analysis

### OBSAH

SEZNA	M ILUSTRACÍ A TABULEK	9
SEZNA	M ZKRATEK A ZNAČEK	10
ÚVOD.		11
1 Teoret	ická část	12
1.1	Dead reckoning	12
1.2	Inerciální vztažná soustava	13
1.3	Aplikace inerciální soustavy na palubě letadla	14
1.4	Vztažné soustavy a jejich nevýhody	16
1.5	Výpočty rotací	19
1.6	Akcelerometry užívané v INS	20
1.7	Gyroskopy užívané v INS	22
1.8	Faktory ovlivňující přesnost INS	27
1.9	Chyby inerciálních senzorů	31
1.10	Inerciální referenční systém (IRS)	
1.11	Integrace IRS s ostatními systémy na palubě letadla	
2 Pra	ktická část	41
2.1	Air Data Inertial Reference System (ADIRS)	41
2.2	Analýza přesnosti IRS	43
2.3	Přesnost IRS v jednotlivých fázích letu	50
2.4	Analýza přesností IRS v letecké dopravě a v jiných odvětvích	53
3 ZÁ	VĚR	55
POUŽIT	CÁ LITERATURA	56

## SEZNAM ILUSTRACÍ A TABULEK

Obrázek 1: Gimbal se třemi stupni volnosti [1, 39]	15
Obrázek 3: Earth-centered Earth-fixed frame (ECEF) [1, 43]	16
Obrázek 2: Earth-centered frame (ECI). Soustava se se Zemí neotáčí. [1, 42]	16
Obrázek 4: Lokální soustava NED-frame [1, 44]	17
Obrázek 5: Problém rotace Země [1]	17
Obrázek 6: Problém pohybu po zakřiveném povrchu Země [1]	18
Obrázek 7: Vztažná soustava letadla [1]	18
Obrázek 8: Kyvadlový akcelerometr [16]	20
Obrázek 9: Piezoelektrický akcelerometr [3, 23, 25]	21
Obrázek 10: Sagnacův efekt – Modré světlo ve směru otáčení uběhne delší dráhu než svě	ĕtlo
červené [6]	22
Obrázek 11: Sagnacův interferometr [16]	23
Obrázek 12: Třístranný prstencový laserový gyroskop [1]	24
Obrázek 13: Jev zvaný "lock-in" [16]	25
Obrázek 14: Gyroskop s optickými vlákny [9]	26
Obrázek 15: Coriolisova síla [11]	27
Obrázek 16: Příklad "transport rate" [1]	28
Obrázek 17: Poloměr zakřivení Země v určitém bodě [1]	29
Obrázek 18: Odchýlení putující soustavy od navigační, kde α je tzv. putující úhel [1]	30
Obrázek 19: Blokový diagram analýzy chyb [1]	32
Obrázek 20: Chybné natočení platformy [1]	33
Obrázek 21: Chyba rychlosti severního akcelerometru pro akcelerometr s chybou 100 mi	ikro-g
(µg) [1]	34
Obrázek 22: Výsledná chyba severního kanálu pro gyroskop s chybou 0.01 °/h [1]	35
Obrázek 23: Hyperbolická výšková chyba [1]	36
Obrázek 24: Rostoucí polohová chyba způsobená šumem gyroskopu [1]	37
Obrázek 25: Blokové schéma IRS [30, 31]	41
Obrázek 26: Blokové schéma ADIRS [14, 26, 27, 28, 29]	42
Obrázek 27: Graf pro akcelerometry na všech třech osách [24]	46
Obrázek 28: Graf pro akcelerometr na ose x [24]	46
Obrázek 29: Graf pro akcelerometry na všech třech osách [24]	47
Obrázek 30: Porovnání přesnosti akcelerometrů Laseref IV a Laseref II [24]	48
Obrázek 31: Porovnání gyroskopů Laseref IV a Laseref II [24]	49
Obrázek 32: Porovnání IRS vs INS (24)	50
Obrázek 33: Chyby v Eulerovo úhlech [1]	51
Obrázek 34: Horizontální chyba polohy [1]	51
Obrázek 35: Horizontální chyby rychlosti [1]	51
Obrázek 36: Severní chyba rychlosti ovlivněná manévry letadla [22]	52
Obrázek 37: Východní chyba rychlosti ovlivněná manévry letadla [22]	52
Obrázek 38: Porovnání Laseref IV a HG1700 [24]	54
	_
Tabulka 1. Hodnoty pro Lageref IV [15, 17, 20]	44

### SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

- NDB Non-Directional Beacon
- DME Distance Measuring Equipment
- VOR VHF Omnidirectional Radio
- INS Inertial Navigation System
- IRS Inertial Reference System
- ECI (frame) Earth-Centered Inertial
- ECEF (frame) Earth-Centered Earth-Fixed
- NED (frame) north, east, down
- DCM Direction Cosine Matrix
- MEMS Micro Electro Mechanical Systems
- FOG Fiber-Optic Gyroscope
- RLG Ring Laser Gyroscope
- IMU/IRU Inertial Measurement/Reference Unit
- FMS Flight Management System
- ADC Air Data Computer
- GNSS Global Navigation Satellite System
- GPS Global Positioning System
- ADIRS Air Data Inertial Reference System
- ADM Air Data Modules
- CDU Control Display Unit
- EFIS Electronic Flight Instrument System
- AHRS Attitude and Heading Reference System
- TCAS Traffic Collision Avoidance System
- ARW Angular Random Walk
- TAS True AirSpeed
- UAV Unmanned Aerial Vehicle
- RBA Resonating Beam Accelerometer

## ÚVOD

Letecký průmysl se v současnosti stává stále více komplexním a požadavky na přesnost a spolehlivost navigace stále rostou. Na řadu tak přicházejí pokročilé technologie, jako je Inerciální Referenční Systém (IRS), o kterém pojednává tato bakalářská práce.

IRS, nástupce Inerciálního Navigačního Systému (INS), představuje důležitou technologii v letecké navigaci. Jeho důležitou úlohou je umožnit letadlům udržet správný kurz a orientaci v prostoru i bez potřeby jakýchkoliv externích signálů z pozemních stanic či satelitů. Tato bakalářská práce se zaměřuje na popsání principu funkce inerciální navigace, jak jsou jednotlivé části systému řešeny, jakým faktorům musí systém čelit a jak řeší jednotlivé problémy, které ho postihují. Jako další bod zmiňuje princip funkce Air Data Inertial Reference System (ADIRS) a také ostatní formy integrace IRS s jinými systémy. Poslední úlohou je porovnání přesnosti IRS a INS pro demonstraci, jak hodně se tyto systémy v průběhu historie vyvinuly. Pro účel této analýzy je využito zjednodušené simulování Inerciálních Referenčních Jednotek (IRU) pomocí výpočetního programu Matlab, který disponuje knihovnou vhodnou pro tuto práci. Práce také zmiňuje chování přesnosti IRS v jednotlivých fázích letu.

Cílem této práce je poskytnout komplexní pohled na inerciální navigaci v letectví. Prostřednictvím kombinace teoretického výzkumu a praktické aplikace se práce snaží demonstrovat vývoj této technologie, jak se změnily technické možnosti a jak tyto možnosti pomáhají ke zlepšení přesnosti systému. Práce tak klade důraz na poukázání, jaké chyby IRS postihují, jakým způsobem jsou řešeny a porovnává je se svým předchůdcem – INS.

#### 1 Teoretická část

Navigace se v průběhu historie značně vyvinula. První piloti se orientovali podle toho, co viděli při pohledu ven z letadla. Řídili se podle řek, silnic nebo jiných významných bodů na povrchu. Tato varianta však fungovala za předpokladu, že pilotům nic nebrání ve výhledu jako např. oblačnost. Tyto limitace byly prvním krokem pro vznik současných systémů jako např. NDB (Non-Directional Beacon), DME (Distance Measuring Equipment) nebo Inerciální Navigační Systém (INS). A právě o INS a o jeho nástupci IRS (Inerciálním Referenčním Systému) se bude zabývat tato práce. [36]

#### 1.1 Dead reckoning

Inerciální navigace je založena na principu zvaném "dead reckoning", který byl využíván námořníky dlouho před vznikem letecké dopravy. Tento princip se lze představit následovně:

Nacházíme u nás doma a někdo nás unese. Nemáme možnost nic vidět ani slyšet. Poté nás vezme do auta a někam nás poveze. Jediné, podle čeho se můžeme snažit zjistit svou polohu, je fakt, že cítíme, jak únosce s autem zatáčí, brzdí nebo zrychluje. Po chvíli únosce zastaví. Víme, kde jsme? Záleží na čase, který jsme strávili v autě? Abychom mohli odpovědět, musíme znát důležitou informaci – počáteční bod. Ten známe, jelikož nás únosce odvezl z našeho domu a my víme, kde se náš dům nachází a jak vypadá jeho okolí. Díky tomu můžeme i bez zraku a sluchu odhadnout za jak dlouho a do jaké strany únosce zabočil, kdy zpomalil, zrychlil nebo zastavil. Takto funguje princip "dead reckoning". Abychom k sobě byli upřímní, čím déle nás únosce poveze, tím menší pojem o tom, kde se nacházíme, budeme mít. Právě zde hraje roli závislost na čase. Nedokážeme odhadnout přesně každou zatáčku ani čas, kdy byla provedena. Při delší jízdě beze změny směru a rychlosti začneme ztrácet pojem o čase. A čím déle nás únosce poveze, tím víc se nám tyto chyby budou akumulovat. I inerciální navigace v letectví vykazuje tuto akumulaci chyb. Tento problém však budeme řešit až později.

V inerciální navigaci v letectví je tento princip prováděn velmi technologicky vyspělou formou "dead reckoningu". Na změny směru, výšky i rychlosti jsou využity senzory a počítač, který v reálném čase tyto informace přepočítává na aktuální polohu letadla. [1, 37]

Pro funkci "dead reckoning" systému jsou důležité následující otázky:

- 1. Vůči čemu je určena poloha? je potřeba vztažná soustava
- 2. V jakém místě a s jakou orientací je počátek letu? je potřeba inicializace systému.

- 3. Čím se budou měřit změny polohy a orientace? jsou potřeba senzory.
- Jakým způsobem získat a zpracovat z měření výstupní hodnoty? Potřebujeme výpočetní techniku. [1]

Pro pochopení první otázky jsou užity první dva Newtonovy pohybové zákony.

"Jestliže na těleso (hmotu) nepůsobí žádné vnější síly, nebo výslednice sil je 0, pak těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném přímočarém pohybu." [38]

V tomto případě je známo, že dokud bude letadlo setrvávat v rovnoměrném přímočarém pohybu a budeme mít schopnost měřit čas, bude možné určit budoucí polohu.

"Jestliže na těleso (hmotu) působí síla, pak se těleso pohybuje zrychlením, které je přímo úměrné působící síle a nepřímo úměrné hmotnosti tělesa." [38] neboli

$$F = m \cdot a \tag{1}$$

Pokud tak lze změřit hodnotu působící síly, je možné vypočítat velikost zrychlení. Pomocí integrování se dále dopočítá hodnota rychlosti a poloha. Důležitá připomínka – Newtonův druhý pohybový zákon platí pouze v inerciální vztažné soustavě. [1, 38]

#### 1.2 Inerciální vztažná soustava

Inerciální vztažná soustava je taková vztažná soustava, ve které platí první Newtonův pohybový zákon, tedy zákon setrvačnosti. Každá vztažná soustava, která je vůči dané inerciální soustavě v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu, je také inerciální. [2]

Newtonovy zákony, a tedy i první inerciální vztažná soustava byly odvozeny ze studia pohybu planet. Byl to právě Newton, kdo formuloval gravitační zákon a ukázal tak působení gravitace na planety. I Newton musel použít vztažnou soustavu pro zjištění pozic planet. Využil k tomu hvězdy v pozadí. A i když se vesmír stále rozpíná, poloha hvězd v pozadí je v tomto případě dostatečně stacionární (navzájem vůči sobě) a dá se tedy považovat za pevnou. Toto je praktický příklad inerciální vztažné soustavy. [1, 2] Pro zjednodušení si ho lze představit jako 3D kartézský systém souřadnic, který se nehýbe vůbec nebo se hýbe s konstantní rychlostí vůči hvězdám. Takto obecně funguje inerciální vztažná soustava. [1]

Planetu Zemi však není možné považovat za inerciální vztažnou soustavu, jelikož rotuje a také vůči pevným hvězdám zrychluje. Jak bude uvedeno později, tento problém hraje důležitou roli, protože Newtonovy zákony nelze aplikovat na neinerciální vztažnou soustavu

(na určování polohy vůči Zemi), aniž by byly vzaty v úvahu tzv. "pseudo-síly". Příkladem může být dostředivá síla kruhového pohybu, která se u neinerciální soustavy Země jeví jako odstředivá. [1][10]

Uvažujme auto, které se bude chtít pohybovat po Zemi, tedy v 2D prostoru, a to konkrétně směrem na sever konstantní rychlostí. V tomto případě nebude obtížné dopočítávat polohu. Podmínky jsou, že auto vyjede v čase  $t_0$  a směr bude svírat úhel  $\alpha$  vůči severu. Poloha pak jde vypočítat z rovnic:

$$x_{(t)} = x_0 + v (t - t_0) \sin \alpha$$
 (2)

$$y_{(t)} = y_0 + v (t - t_0) \cos \alpha$$
 (3)

Bez splnění zmíněných podmínek však výsledky platit nebudou. A v reálném životě se pravděpodobně nikdy nestane, že auto pojede do cíle pod jedním úhlem vůči severu a k tomu konstantní rychlostí. V realitě bude muset zatáčet, měnit rychlost atp. Tento problém je řešitelný měřením ve velmi krátkých intervalech (př. v milisekundách). Poté je možné zaznamenat změny úhlu a zrychlení, a to velmi přesně. Problémů však se však musí řešit více. Ať už to bude rotace Země, to, že je kulatá, a tedy přímočarý pohyb vůči Zemi je ve skutečnosti křivka v inerciálním prostoru nebo také vliv gravitace. Tyto problémy budou adresovány později. [1]

#### 1.3 Aplikace inerciální soustavy na palubě letadla

Nyní lze odpovědět na otázky z kapitoly 1.1. Čtyři klíčové faktory pro inerciální určování polohy jsou: vztažná soustava; měření specifických sil; využití znalosti gravitačního pole a časová integrace zrychlení pro získání rychlosti a polohy

Gravitace hraje zásadní roli, jelikož je součástí měření zrychlení. Tato složka proto musí být z měření eliminována, a to v reálném čase. Stejně důležitou roli hraje vztažná soustava. Ta musí být umístěna v samotné inerciální soustavě. Proč je potřeba vztažná soustava? Pokud budeme chtít např. znát posunutí ve směru sever/jih, bylo by užitečné mít na palubě akcelerometr, který by vždy ukazoval ve směru sever/jih. Akcelerometr však vždy mířit ve směru sever/jih nebude. Nabízí se tedy dvě možnosti. [1]

První možnost je mechanicky oddělit akcelerometr od pohybu vozidla. K tomu nám se užívá tzv. kardanův závěs (či z angličtiny převzatý pojem gimbal) a gyroskopy. [1, 39]

Akcelerometry jsou připevněny ke středové plošině a "gimbaly" umožňují vozidlu se otáčet kolem ní. Mechanicky jsou tak akcelerometry izolovány tak, že jeden akcelerometr stále ukazuje na sever a jeden akcelerometr na východ. Poté bude možné měřit rychlost ve směru na sever i ve směru na východ a následně pak změny zeměpisné šířky a délky. Tento typ je nazýván "gimballed INS". [1, 12, 40]

Druhá možnost je akcelerometry pevně připevnit do skříně INS, která je také pevně připevněna, a to k samotnému rámu vozidla. Akcelerometry nebudou ukazovat do referenčních směrů (např. sever, východ u první možnosti), a proto je nutné sledovat změny úhlu orientace vozidla a z nich vypočítat hodnoty referenčních směrů. Tomuto typu se říká



Obrázek 1: Gimbal se třemi stupni volnosti [1, 39]

"strapdown INS", což se dá přeložit jako pevně připoutaný INS. [1, 12, 40, 41]

V letadle, které se pohybuje ve 3D prostoru je potřeba znát tři parametry rychlosti, tři parametry změn polohy a tři parametry změn orientace. Poloha se získává derivací rychlosti, tudíž je potřebné naměřit šest neznámých. O to se starají tři nezávislé gyroskopy a tři nezávislé akcelerometry. [1]

#### 1.4 Vztažné soustavy a jejich nevýhody

Pro potřeby inerciální navigace je využíváno více vztažných soustav. Například akcelerometry jsou vztaženy k pevným osám vozidla, ale navigace vozidla se provádí vůči Zemi. Jaké soustavy se sem tedy řadí? [1]

První soustava se nazývá "Earth-centered inertial frame" (ECI). Osy x a y leží v rovině zemského povrchu a osa z leží přibližně souběžně s osou zemské rotace. Důležité je, že u této soustavy se osy neotáčejí spolu se Zemí. [1, 42]

Druhá soustava nese název "Earth-centered Earth-fixed frame" (ECEF). Tato soustava je stejně jako ECI vycentrovaná vůči Zemi, avšak ECEF se se Zemí otáčí. Osy x a y leží v rovině rovníku, přičemž osa x je definovaná tak, že má počátek ve středu Země a protíná rovník v hlavním (nultém) poledníku. Osa z je opět přibližně souběžná s osou zemské rotace. [1, 43] Nutné je dodat, že ani jedna soustava není reálně inerciální. Jedná se však o postačující aproximaci.







*Obrázek 2: Earth-centered Earth-fixed frame (ECEF)* [1, 43]

Další soustavy jsou lokální soustavy ("locally level frames"). U těchto soustav leží osy x a y v horizontální rovině a osa z může směřovat dolů nebo nahoru. Příkladem mohou být soustavy "NED-frame" (north-east-down) nebo "ENU-frame" (east-north-up). Příklad "NED-frame" je na obrázku č. 4. [1, 44] Z praktického hlediska INS o lokální soustavě ví. "Gimballed INS" má akcelerometry izolované vůči rotacím na platformě uprostřed. Ideálně je jeden akcelerometr namířen např. na sever, druhý na východ a třetí ve svislém směru. Tato platforma se však musí vůči inerciálnímu rámu otáčet, aby akcelerometry stále mířily do



Obrázek 4: Lokální soustava NED-frame [1, 44]

svých referenčních směrů. Aby se dala platforma udržet vodorovně a namířená ve správném směru, musí se zohlednit dvě důležité rotace, a to tzv. "earth rate" a "transport rate". [1]

"Earth rate" zohledňuje rotaci Země jako takové. Pokud bychom tuto rotaci ignorovali, platforma uprostřed by si díky "gimbalům" a gyroskopům stále zachovávala svou původní orientaci a nebyla by již lokálně vodorovná. Tento problém je znázorněn na obrázku č. 5. Letadlo se nachází ve stacionární poloze na rovníku a v poledne je platforma lokálně vodorovná. Po šesti hodinách se Země otočí o 90 stupňů, zatímco platforma zůstala v počáteční poloze. [1, 45]



Obrázek 5: Problém rotace Země [1]

"Transport rate" zohledňuje pohyb po zakřiveném povrchu Země. Pokud bychom tuto rotaci ignorovali, v koncovém bodě letu by platforma byla stále orientovaná jako v bodu počátečním. Příklad na obrázku č.6. Letadlo vyráží z Los Angeles v USA do Anchorage na Aljašce. V Los Angeles je platforma lokálně vyrovnaná. Po příletu do Anchorage se však orientace letadla změní o několik stupňů, avšak platforma zůstane díky "gimbalům" a



Obrázek 6: Problém pohybu po zakřiveném povrchu Země [1]

gyroskopům v počáteční poloze. V Anchorage tedy již nebude lokálně vyrovnaná. (Pozn. obrázek není v měřítku.) [1, 45]

V tomto případě musí být platforma fyzicky otáčena tak, aby byl zohledněn pohyb nad Zemí.

Aby tedy šla platforma udržet lokálně vodorovná, musí se zohlednit kombinace obou těchto rotací. To však není jediný cíl. Pro soustavy NED/ENU je také potřeba, aby jedna osa byla stále nasměrována na sever. Celá soustava se tak musí otáčet kolem lokální svislice, aby toho bylo docíleno. Zde přichází na řadu další problém, a to konkrétně ten, že při průletu nad severním pólem, se platforma nestíhá otáčet a mohlo by dojít k přetížení motoru. Ani u strapdown systému nebudou výpočty schopny pojmout rychlost vertikálního otáčení potřebnou k mechanizaci. Řešení je naštěstí jednoduché. Pokud nelze osu zachovat nasměrovanou na sever, pak se o to ani není potřeba pokoušet. Osa se jednoduše nechá od severu odbočit nebo také odvandrovat, proto tato metoda nese název "Wander frame". Více do detailu bude zmíněno v kapitole 1.8. [1, 12]

Další vztažná soustava je lokální soustava letadla, zobrazená na obrázku č.7. Osa x leží na podélné ose letadla, osa y na příčné smětem doprava a osa z na svislé směrem dolů.



Obrázek 7: Vztažná soustava letadla [1]

Za zmínku také stojí soustava pro senzory. Ideální situace by byla, kdyby se vztažná soustava senzorů nacházela v počátku soustavy letadla. Tato situace je však nereálná, jelikož počátek soustavy letadla je blízko těžišti letadla a v tomto místě se vetšinou nachází náklad nebo palivo. Stejně tak nelze namontovat všechny senzory precizně do jednoho místa, ani

gyroskopy perfektně 90 stupňů od sebe. Proto existují soustavy pro senzory. Jedna pro akcelerometry a jedna pro gyroskopy. [1]

#### 1.5 Výpočty rotací

Vztažné soustavy používané v inerciální navigaci byly již zmíněny. Dalším krokem je zaměřit se na jednotlivé vztahy mezi nimi. K tomu účelu se vychází z kinematiky tuhých těles. Kinematika tuhého tělesa se skládá z translačního (posuvného) pohybu a rotačních pohybů. Důležitá poznámka – translační a rotační pohyb neurčují trajektorii pohybu, ale pouze změnu polohy a orientace. Změna polohy je na výpočet jednodušší, jelikož jsou počítány změny polohy na jednotlivých osách. Výpočet rotací je však obtížnější. Zde najdou využití zmíněné soustavy. Pro výpočty klopení/klonění nebo zatáčení letadla, je nutné vypočítat úhlovou změnu mezi soustavou letadla a lokální soustavou. Lokální (navigační) soustava je referenční a úhlové změny tak ukážou změnu orientace letadla. Tyto výpočty se provádí přes matice pro každou z os. Za zmínku také stojí, že záleží na pořadí výpočtů rotací. V letectví se používá pořadí – první rotace kolem osy z, druhá kolem osy y a kolem osy x jako poslední. Toto pořadí se využívá, aby odpovídalo leteckým Eulerovým úhlům. Otáčení (yaw) je definováno kolem lokální vertikální osy (tedy osy z), klopení kolem příčné osy (tedy osy y) a klonění kolem podélné osy (tedy x). V případě pořadí např. x, y, z by už tyto úhly neodpovídaly definici klonění, klopení, otáčení. Princip výpočtu přes matice a Eulerovy úhly udává okamžité rozdíly mezi soustavou letadla a lokální navigační soustavou. Finální matice, která udává informace ohledně všech tří os se nazývá "nav-to-body direction cosine matrix" (DCM). Tento výpočet, který průběžně získává rozdíl mezi soustavou letadla a lokální navigační soustavou se dá převést za pomoci inverzních goniometrických funkcí na úhly ve stupních, které pak lze ukázat pilotovi v kokpitu. [1, 12]

Existuje také druhá možnost výpočtu těchto rotací. Jedná se o tzv. kvaterniony – matematický pojem, který v matematice znamená nekomutativní rozšíření komplexních čísel. Dají se definovat jako uspořádané čtveřice reálných čísel se speciálně definovanými matematickými operacemi. Tento princip funguje na nalezení jediné osy otáčení a úhel otáčení kolem této osy, který zcela popisuje danou polohu. Kvaterniony pracují s jednou reálnou osou a třemi imaginárními. [46] V čem je však rozdíl oproti první metodě? Eulerovy úhly mají jednu znatelnou nevýhodu. Pokud by např. klopení přesáhlo hodnotu  $\pm$  90° (cosinus by tedy byl roven nule), začal by inerciální systém produkovat velké chyby. Druhá výhoda kvaternionů je v počtu parametrů. Kvaterniony potřebují místo šesti parametrů pouze čtyři. V 70. letech to

byl důležitý pokrok, kvůli limitované výpočetní technice. Třetí výhoda je, že velikost kvaternionů je v jednotkách, což velmi pomáhá ve složitém procesu zkracování nebo zaokrouhlování chyb a pomáhá tak udržet kvaterniony v jejich správné formě. [1]

#### 1.6 Akcelerometry užívané v INS

Akcelerometry se používají v obou verzích INS, tedy i v "gimballed INS" i v "strapdown INS". Jejich úkolem je měřit síly, které na akcelerometr působí, a z nich získávat hodnoty zrychlení v dané ose. Při této činnosti se však musejí potýkat s vlivem gravitace. [12, 16]

Zjednodušený příklad ovlivnění akcelerometru gravitací: Pokud akcelerometr leží v klidu na rovné ploše, pak je hodnota zrychlení a = 0. Měřící jednotka odečte vliv gravitace a bude tedy ukazovat -G. Pokud se bude akcelerometr nacházet ve vakuu, bude zrychlení a = G a výsledek bude 0. Pokud budeme zrychlovat směrem nahoru se zrychlením 7g, pak a - G = 7g - (-1g) a měřící jednotka tak určí zrychlení 8g. [16]

Konstrukčně se v inerciální navigaci využívají tři typy akcelerometrů, a to konkrétně kyvadlový akcelerometr, piezoelektrický akcelerometr a MEMS akcelerometr. [1]

Kyvadlový akcelerometr, jak už název napovídá, využívá kyvadlo pro měření působící síly. Je důležité zdůraznit, že v souvislosti s letectvím se bavíme o tzv. "flexure-pivoted accelerometer", což v by se do češtiny dalo přeložit jako akcelerometr s pružným čepem. Stejně jako obyčejný kyvadlový akcelerometr, využívá kyvadla, avšak tím kyvadlem je právě pružný čep. Je také výrazně přesnější, a proto je v letectví hojně využíván. [16] Na obrázku



Obrázek 8: Kyvadlový akcelerometr [16]

č.8 lze vidět z čeho se tento akcelerometr skládá. Uprostřed se nachází kyvadlo s torzní cívkou a snímačem. Snímač měří posun kyvadla od nulové pozice. Bývá mechanizován např. opticky nebo kondenzátory. Torzní cívka navrací kyvadlo do nulové polohy, přičemž torzní proud je mírou obnovovacího momentu, a tedy i zrychlení. [16]

Piezoelektrický akcelerometr využívá piezoelektrického jevu u určitých materiálů k měření dynamických změn mechanických veličin, jako např. vibrace nebo zrychlení. [3]

"Piezoelektrický jev je schopnost krystalu při deformování generovat elektrické napětí. Může se vyskytovat pouze u krystalů, které nemají střed symetrie. Nejznámější piezoelektrickou látkou je monokrystalický křemen, křišťál." [3]



Obrázek 9: Piezoelektrický akcelerometr [3, 23, 25]

Akcelerometr MEMS (Mikro-elektro-mechanický systém) využívá mikroelektronických výrobních technik. Příkladem může být hojně využívaný MEMS akcelerometr s křemíkem.

Hlavní zkoušená destička je tvořena monokrystalickým křemíkem, který se anodickým lepením spojí s pokovovanými destičkami, které slouží jako elektrody pro snímání pohybu destičky a pro její vyvažování. Elektrostatické vycentrování křemíkové destičky odstraňuje potřebu magnetických materiálů a cívek. Mezi kryty a destičkou se nachází plynový film, který slouží k potlačení mechanické rezonance. Křemíkový akcelerometr lze vyvážit buď napěťovým, nebo nábojovým vynucením. [16, 25]

Pro správnou funkci a zjištění přesnosti měření je potřeba akcelerometry kalibrovat. To znamená určit rozdíl mezi výstupním signálem a reálným zrychlením. To lze provést různými metodami, mezi které patří např. využití referenčního akcelerometru nebo gravitace. [4]

V dnešní době se již využívají i víceosé akcelerometry. Stačí tedy využít jeden takový akcelerometr a ten bude snímat všechny tři osy. Většina těchto akcelerometrů spadá pod

technologii MEMS. Jednoosé akcelerometry jsou sice levnější a jednoduší, avšak víceosé akcelerometry jsou přesnější a nejsou tolik citlivé na šum, vibrace nebo změny teplot. [4]

#### 1.7 Gyroskopy užívané v INS

Gyroskopy mají v inerciálním navigačním systému dvě úlohy. První je stabilizace akcelerometrů v prostoru a druhá, která se využívá v "gimballed INS", je měření rotací platformy vůči navigační soustavě. Ve "strapdown INS" pak místo stabilizace platformy sledují úhlový pohyb letadla. [1]

V průběhu historie bylo vynalezeno mnoho typů gyroskopů. Během třicátých let minulého století byly využívány směrové gyroskopy jako ukazatele směru, které však měly tzv. "drift rate" 50 stupňů za hodinu. Od čtyřicátých do šedesátých let se začaly využívat plovoucí gyroskopy s jedním stupněm volnosti. V jediném gimbalu, který se vznášel při neutrálním vztlaku, bylo namontováno rotující kolo. Tyto gyroskopy měly drift rate menší než 0.01 stupně za hodinu, avšak musely být používány na stabilních prvcích, protože byly citlivé na tzv. "cross-coupling" (tedy měření jedné osy zasahovala do měření osy druhé). Mezi padesátými a sedmdesátými lety byly zdokonaleny gyroskopy se dvěma stupni volnosti pro letadla. Rotující kolo bylo namontováno ve dvou gimbalech a vznášelo se při nulovém vztlaku. Drift rate opět dosahoval maximální hodnoty 0.01 stupně za hodinu. Ve stejném období byly vyvinuty elektrostaticky zavěšené gyroskopy. Ty fungují tak, že využívají elektrické pole k zavěšení rotující kola ve vakuu, čímž odpadá potřeba běžných gyroskopických ložisek a nežádoucích kroutících momentů. Tyto gyroskopy dosahovali drift rate 0.001 stupně za hodinu. Avšak i přes jejich vysokou přesnost už v novodobém letectví využívány nejsou. V osmdesátých letech pak přišly optické gyroskopy, které byly ve vývoji



Obrázek 10: Sagnacův efekt – Modré světlo ve směru otáčení uběhne delší dráhu než světlo červené [6]

dlouhých třicet let, než byly zdokonaleny pro použití v letectví. A právě tyto gyroskopy se v devadesátých letech staly základem inerciálních navigačních systémů. [16]

Optické gyroskopy nabízejí extrémně vysoký dynamický rozsah, linearitu, šířku pásma, odolnost a spolehlivost. Podle konfigurace se dělí na rezonátory nebo interferometry. Mezi optické gyroskopy patří např. gyroskop s optickými vlákny – "Fibre-optic gyroscope" (FOG) nebo prstencový laserový gyroskop – "Ring-laser gyroscope" (RLG). Oba tyto typy využívají pro svou funkci tzv. Sagnacův efekt. [1, 7, 9, 16]

Sagnacův efekt je důsledek speciální teorie relativity. V neinerciálních rotujících soustavách způsobuje rozdílnou rychlost šíření signálu, obíhajících po uzavřené dráze v opačných směrech. [6]

V rezonátoru jsou uvnitř tuby vytvářeny protisměrné paprsky. Tyto paprsky formují stojatou vlnu, která je v inerciálním prostoru fixovaná. Když se pouzdro gyroskopu otáčí, detektor je schopen počítat tzv. "uzly" stojaté vlny, kde každý tento "uzel" představuje určitou úhlovou hodnotu. [16]

Interferometr pracuje s jedním paprskem, který rozdělí na dva. Paprsky tak opět prochází protiběžně po stejné trase. Na výstupu se tyto paprsky kombinují. Pokud se pouzdro gyroskopu otáčí, pak se rozdíl projeví jako fázový posun na výstupním signálu. [16]

Princip Sagnacova interferometru je ukázán na obrázku č.11. Dva opačně směrované paprsky vycházející ze stejného zdroje se šíří uvnitř interferometru po stejné uzavřené dráze. Na výstupu pak dochází k interferenci (překrývání) vln. Pokud nedochází k žádné rotaci, výstupní



Obrázek 11: Sagnacův interferometr [16]

vlny dorazí ve stejný čas. Pokud však k rotaci dochází, vlny dorazí s určitým fázovým posunem. Tento fázový posun lze pak použít pro dopočítání úhlu rotace. [7, 16]

Oba výše zmíněné gyroskopy (FOG a RLG) však mohou být i rezonátorem i interferometrem. Záleží na daném výrobku a jeho konfiguraci.

Prstencový laserový gyroskop využívá k Sagnacovo efektu, jak již název napovídá, laser. Laser se šíří přímočaře, tudíž jediným praktickým způsobem, jak změnit směr jeho šíření, jsou zrcadla. Většina RLG je buď třístranná nebo čtyřstranná. [1, 16]



Obrázek 12: Třístranný prstencový laserový gyroskop [1]

Klíčovou fyzikální vlastností RLG je, že laser produkuje monochromatické světlo, tedy jedinou frekvenci, a proto je vysoce koherentní. Šířící se laser se tak musí fázově uzavírat. Zjednodušeně řečeno, celková dráha se musí rovnat celému počtu vlnových délek. A pokud RLG začne rotovat, musí se laserové paprsky přizpůsobit, aby tato podmínka stále platila. Jeden tedy bude muset svou frekvenci snížit a druhý zvýšit. Tato změna je nezbytná, aby se zachovalo, že celková dráha se rovná celkovému počtu vlnových délek. Rozdíl v délce je příliš malý na to, abychom ho změřili, ale změna frekvence paprsku už měřitelná je. Jedno ze zrcadel je totiž částečně průchozí. Oba paprsky jím projdou a začnou na výstupu tvořit interferenční vzor. Přes fázový posun na výstupu se pak vypočítá úhel rotace. [1, 16]

Všechny RLG vykazují jev zvaný "lock-in". Při velmi nízkých úhlových rychlostech se frekvence protiběžných laserových paprsků téměř shodují, čímž dochází k přeslechům a jedna z vln se synchronizuje s vlnou druhou, místo toho, aby reagovala na pomalou rotaci. [16]



Obrázek 13: Jev zvaný "lock-in" [16]

Na vyřešení tohoto problému bylo vyvinuto několik technik. Jednou z nich je technika zvaná "dither". Gyroskop je namontován na piezoelektrické kolečko, které po přivedení napětí vibruje. Lze ho vidět znázorněné i na obr. 12 uprostřed RLG. Pokud gyroskop kmitá tam a zpět a tráví tak velmi málo čas v "lock-in" pozici. Tento kmitavý pohyb samozřejmě musí být z výstupních dat odstraněn (tzv. "dither stripping"). Nevýhodou zůstává zvyšující se šum úhlové rychlosti, kvůli kterému byly vyvinuty nemechanicky realizované metody. Každopádně v průběhu historie se tato technika osvědčila. Jednou z nemechanických variant je technika multioscilátoru. Ten zahrnuje čtvercovou dráhu se dvěma zdroji šířících se paprsků (jeden pravostranně a jeden levostranně polarizovaný), čímž vznikají čtyři módy. Ty jsou vychýleny pomocí Faradayova rotátoru a nerovinné světelné dráhy. [1, 16]

Faradayův rotátor je polarizační rotátor založený na Faradayově jevu, což je magnetooptický jev spočívající v přenosu světla materiálem při přítomnosti podélného statického magnetického pole. [8]

V podstatě tato zařízení realizují elektro-magneticko-optický "dithering" místo mechanického. Tím dosahují nižšího šumu, ale jsou také cenově dražší, a to kvůli nárůstu velikosti, hmotnosti a složitosti. [1]

Gyroskopy s optickými vlákny (FOG) mohou být konstruovány jak rezonátory, tak interferometry. FOG rezonátory však měly velké ztráty, proto jsou dnes FOG ve většině případů interferometry. FOG ke své funkci využívá cívku se spoustou smyček optického vlákna. Šířící se světelný paprsek se tak šíří v kruhu stále dokola. Tyto smyčky ovlivňují přesnost naměřených hodnot. Čím déle paprskům trvá dorazit na výstupní detektor, tím znatelnější jsou rozdíly ve fázovém posunu. [1, 9, 16]



Obrázek 14: Gyroskop s optickými vlákny [9]

Jak již bylo zmíněno, princip fungování FOG spočívá v tom, že světelný zdroj je rozdělen a namířen do cívky optického vlákna. Paprsky jsou protiběžné a poté, co dorazí na výstupní detektor, jsou spojeny a je sledována změna ve fázovém posuvu. [1]

V případě tzv. "otevřené smyčky" jsou vysoké úhlové rychlosti detekovány snadno, avšak malé nikoliv. Proto musely být vyvinuty verze s fázovým předpětím, které mají dobrou citlivost i při nízkých rychlostech a mají rozšířený dynamický rozsah. Jednou z běžných modulačních technik je verze s tzv. "uzavřenou smyčkou". Procesor FOG demoduluje výstupní signál a pošle signál fázovému modulátoru, aby vynuloval jakékoliv fázové posuny. Tím se zajistí, že měření rychlosti otáčení nebude ovlivněno např. nelinearitami nebo kolísáním intenzity světelného paprsku. Tento proces se neustále opakuje, aby se zajistilo uzamčení gyroskopu na nulovém stavu a zvýšila se tím přesnost a spolehlivost výstupních hodnot. [1, 16]

Jedním z běžných problémů FOG je problém s nereciprocitou. Reciprocita znamená, že při absenci vnějších vlivů dochází u pravotočivého a levotočivého paprsku ke stejným fázovým posuvům, a tedy k nulovému rozdílu fází. FOG je konstruován na vysoký stupeň reciprocity, avšak v praxi je tato vlastnost znatelně ovlivněna např. měnící se teplotou nebo spojením různých polarizací v obvodu optického vlákna. Aby tyto efekty byly minimalizované, je potřeba použít vysoce kvalitní polarizátory, zdroje s krátkou koherenční délkou a vlákna udržující polarizaci. [16]

Druhým problémem FOG je tepelná citlivost. Index lomu světla a fyzická délka cívky s optickým vláknem jsou ovlivněny okolní teplotou a tlakem. Ty způsobují tepelně indukované zkreslení gyroskopu - tzv. Shupeho efekt. Tento jev je způsoben časově závislými

teplotními gradienty podél cívky vlákna. Tento jev lze omezit pomocí chytrých metod navíjení cívek (např. čtyřpólové vinutí). [16]

FOG nevyžaduje žádné mechanické předpětí a je dostatečně robustní pro provoz v konfiguraci s pevnou montáží. FOG poskytuje jemnou kvantizaci, což umožňuje jeho použití jako zařízení pro integraci rychlosti a jako snímač rychlosti s nízkým šumem. [16]

#### 1.8 Faktory ovlivňující přesnost INS

V kapitole 1.4 byly zmíněny tzv. pseudo-síly. Tyto síly lze nazvat také jako zdánlivé nebo fiktivní a jsou zaváděny z důvodu zachování platnosti druhého Newtonova zákona v neinerciálních soustavách. V těchto soustavách jsou nezbytné pro vysvětlení pozorovaných pohybů a mají opačný směr než zrychlení soustavy. V letecké inerciální navigaci se počítá s elipsoidní, rotující Zemí. Právě proto je důležité vysvětlení tzv. Coriolisovy síly, ukázané na obrázku č. 15. [1, 10, 12]

"V inerciální vztažné soustavě (horní část obrázku) se černé těleso pohybuje v přímém směru. Avšak z pohledu pozorovatele (červená tečka), který stojí v rotující soustavě (dolní část obrázku), opisuje těleso zakřivenou trajektorii." [11]



Obrázek 15: Coriolisova síla [11]

Zahrnutím Coriolisovy síly do navigačních výpočtů lze zohlednit vliv rotace Země. Tato korekce je velmi důležitá hlavně v dynamických prostředích, kde by rotace Země způsobovala chyby při určování polohy a orientace. Pro provedení této korekce je důležité, aby bylo možné vypočítat "earth rate", "transport rate" a tzv. efektivní gravitaci. [1, 12, 45]

"Earth rate" neboli úhlová rychlost otáčení Země, která činí přibližně 15 stupňů za hodinu, ovlivňuje chování inerciálních měřicích jednotek (IMU) a gyroskopů, a to tím, že zavádí neinerciální efekty do inerciální soustavy. Vektor úhlové rychlosti Země se skládá ze severní a vertikální složky, které jsou pak funkcí zeměpisné šířky. Rotace kolem vertikální osy se využívá na pólech a rotace kolem severní osy se využívá na rovníku. [1]

Rychlost otáčení navigační soustavy vůči zemské se nazývá "transport rate". Vektor "transport rate" je vektor složek úhlové rychlosti, který musí být aplikován na navigační soustavu, aby byla lokálně vodorovná a směřovala na sever. Příklad na obr. 16. Letadlo se nachází v místě na rovníku (kde se protínají šipky). Pokud se letadlo bude pohybovat směrem na sever, bude se jeho lokální soustava muset naklánět, a to kolem osy východ-západ. [1, 45]



Obrázek 16: Příklad "transport rate" [1]

Tato osa je pro účely demonstrace určena tak, že prochází středem Země.  $R_N$  představuje poloměr zakřivení Země a *h* představuje výšku letadla nad povrchem. Podle pravidla pravé ruky směřuje vektor úhlové rychlost (západní osa) z papíru směrem ke čtenáři. Při použití "NED-frame" je však cílem pozornosti východní složka, která je zde zápornou složkou vektoru úhlové rychlosti. Jelikož východní složka byla funkcí severní rychlosti, pak při výpočtu severní složky lze postupovat stejně, tedy že severní složka bude funkcí východní rychlosti. Takto by se zjednodušeně dal popsat postup výpočtu "transport rate". S "transport rate" se také váže už dříve zmíněný problém. Pro lokálně vyváženou soustavu je potřeba severní a východní složka "transport rate". K tomu je navíc potřeba, aby soustava směřovala na sever. Problém pak nastává, když se letadlo nachází v oblasti pólů. Hodnoty v rovnicích se blíží ± nekonečnu a výpočet pak vykazuje značné chyby. [1]

Poloměr zakřivení Země hraje při výpočtech "earth rate" a "transport rate" důležitou roli, jelikož Země v realitě není koule (nemá tedy jeden daný poloměr), ale spíše elipsoid. Poloměr zakřivení Země je poloměr kružnice, která v daném bodu nejlépe odpovídá elipsoidu.

Elipsoid je samozřejmě 3D objekt, proto se musí u přiložených 2D kružnic určit orientace (např. rovina východ-západ a rovina sever-jih). Kombinace těchto dvou kružnic pak tvoří tzv. Gaussův poloměr křivosti, což je poloměr koule nejlépe odpovídající elipsoidu v libovolném bodě. [1]



Obrázek 17: Poloměr zakřivení Země v určitém bodě [1]

Dalším faktorem, který se musí zahrnout při výpočtech, je gravitace. Na povrchu Země bude vektor gravitace směřovat dolů – nebude mít tedy žádnou horizontální složku. Efektivní gravitace horizontální složku má (konkrétně ve směru sever-jih), která roste s nadmořskou výškou. Tento úkaz je důsledkem toho, že Země nemá kulový tvar, ale tvar elipsoidu. Pro modely gravitace s velkou mírou věrnosti se stanovují výrazy gravitačního potenciálu. Jde o prakticky nekonečnou řadu koeficientů určovaných z dat družic, hvězd a pozemních gravimetrů. V praxi se tato řada aproximuje zkracováním. Jednou z těch známých aproximací je gravitační model J2. Tento model je nezávislý na zeměpisné délce a je tedy symetrický vůči rotační ose Země. Skutečný vektor gravitace se sice trochu odchyluje od aproximované hodnoty, ale tato odchylka je kritická pouze pro systémy s nejvyšší mírou přesnosti a integrace. Všechny tyto faktory a jejich výpočty se pak skládají do rovnice, která aktualizuje hodnotu rychlosti. [1, 47]

Již bylo zmíněno, že udržet lokální soustavu v oblasti pólu je úkol, který způsobuje značné potíže. Pokud bude letadlo např. na severním pólu, tak všechny směry budou ukazovat na jih. Jakmile se dostane za severní pól a bude se snažit udržet navigační soustavu nasměrovanou na sever, pak se rotace lokální soustavy kolem vertikální osy bude blížit nekonečnu – a to jak mechanicky u INS s "gimbaly", tak výpočetně u "strapdown INS". Zde najde své uplatnění tzv. putující azimutová soustava ("wander azimuth frame") a její mechanizace. [1, 12]

Pro převedení mezi soustavou Země a navigační soustavou je potřeba dvou rotací, tedy dva stupně volnosti. Zbývající stupeň volnosti se využije právě zde. Konkrétně je lokální soustavě

umožněno se otáčet kolem svislé osy tak, že nebude nucena směřovat na sever. Vytvoří se tak nová lokální soustava přezívaná "putující" (w-frame). Rozdíl oproti navigační je v tom, že obě soustavy jsou lokálně vodorovné, ale u w-frame osa *x* nemusí nutně směřovat na sever. Tím, že osa nebude nucena směřovat na sever, je možné odvodit mechanizaci, která v blízkosti pólů, obrazně řečeno, "nevybuchne". [1, 12]

Hodnoty, které se v blízkosti pólů blíží nekonečnu, se nachází na vertikální ose letadla. Jedno z nejběžnějších řešení tohoto problému je nastavit vertikální složku "transport rate" na nulu. To však způsobí, že se osy x a y začnou odchylovat od severu a východu. Ani rychlosti lokální soustavy tak nesměřují ve směru sever a východ a zkomplikuje se i výpočet horizontálních složek "transport rate". [1]

Výpočty jsou sice komplikovanější, ale jsou stále vypočitatelné. Během toho, co INS pracuje, lze stále dopočítávat putující úhel přes jednu ze směrových kosinových matic (DCM) a aktualizovat tak hodnoty pro převod mezi soustavou Země a putující soustavou pomocí integračních rovnic. Má to sice menší háček, a to, když se zeměpisná šířka blíží ± 90°, nelze onen putující úhel získávat. Naštěstí dnes již moderní výpočetní technika je schopna počítat s kosinem až k určité mezi, která v realitě představuje vzdálenost několika metrů od pólu. Během časově krátkého přeletu pólu se pak hodnota "transport rate" udržuje konstantní, než se zmíněná mez vrátí do hodnot, které lze počítat. [1]



*Obrázek 18: Odchýlení putující soustavy od navigační, kde α je tzv. putující úhel [1]* 

INS může pracovat perfektně v putující soustavě, avšak veličiny navigační soustavy jsou potřeba i v jiných systémech (např. displeje v kokpitu nebo systémy řízení letu). Je potřeba dopočítat heading a složky rychlosti navigační soustavy. [1]

Tato zmíněná metoda je jednou z více možností. Jiné metody nepotřebují např. explicitní výpočet putujícího úhlu. Použitá metoda závisí čistě na výrobci.

#### 1.9 Chyby inerciálních senzorů

Nejvýznamnější chyby se v angličtině nazývají "biasy", a to z důvodu, že chyby nejsou konstantní, ale naopak se mění tak pomalu, že se jedná spíše o zkreslení. Dělí se na opakovatelné a neopakovatelné. [1, 12]

Opakovatelné zkreslení nastává při opakujících se provozních podmínkách. Příkladem může být například změna teploty. Opakovatelné zkreslení se měří v laboratořích a výsledné kalibrační hodnoty se nahrávají do procesoru inerciálního systému. V praxi se tedy po naměření surových dat před následným zpracováním pro aktualizaci polohy, rychlosti a pozice aplikují kalibrační korektury. Pro nezaměnitelnost bude v práci nadále používáno slovo "bias" pro chyby, které přetrvávají i po kalibračních korekturách. Neopakovatelné chyby nejsou v závislosti na čase ani konzistentní ani předvídatelné. První z nich chyba po zapnutí INS – tzv. "turn-on bias". Při zapnutí INS se často liší předpětí na výstupech senzorů, které je ovlivněno např. podmínkami prostředí nebo fyzikálním vlastnostmi INS. Výrobci mohou ve specifikacích uvádět hodnoty "sigma", což je míra směrodatné odchylky. Druhou z těchto chyb je chyba zkreslení za běhu – tzv. "in-run bias", která se postupně mění. [1, 12]

Další významnou bias chybou je chyba škály měřítka ("scale-factor error"). Ideálním vztahem mezi vstupem a výstupem senzoru by byl lineární vztah, tedy lineární zrychlení nebo natočení. V praxi však tento vztah lineární nebude. Právě v aplikacích s velkým zrychlením nebo úhlovým pohybem se vliv této chyby projevuje nejvíce. Chyba faktoru měřítka má neměnnou složku, která se dá kalibrovat, avšak její proměnná složka ne. U proměnné složky je za pomoci modelování a odhadování snaha o její minimalizaci. [1, 12]

Následující chyba se již vyskytla u gyroskopů. Jedná se o tzv. "cross-coupling", kde např. senzor na ose x snímá část signálu z osy y a kvůli tomu udává nepřesné výsledné hodnoty. Může to být způsobeno např. tím, že senzor není namontován dokonale kolmo k ostatním dvěma. Pokud budeme předpokládat, že je tato chyba konstantní, lze chybné měření modelovat pomocí matic. U inerciálních měřících jednotek (IMU) určených pro navigaci, je chyba "cross-coupling" obvykle menší než 0,1 miliradiánů (mrad) dané osy. [1, 12, 18, 22]

Dalším hlavním problémem je šum. Moderní senzory, konkrétně gyroskopy, na rozdíl od starších trpí na šum. Příčiny jsou např. tepelný šum elektroniky nebo u RLG šum vytvářený

mechanismy pro zmírňování problému "lock-in". A jelikož změna rychlosti a úhlového posunu se získává integrací, zavádí se do výpočtu i šum, který se projevuje při měření. Tomuto problému se přezdívá "random walk", tedy náhodná chůze a bývá největším zdrojem chyb v mnoha inerciálních senzorech. [1, 12] Údaje o náhodné chůzi se udávají v datasheetech jednotlivých INS.

Některé senzory vykazují i jiné menší chyby, jako např. chyby způsobené vibracemi. [1]

Faktorů ovlivňujících přesnost je více. Patří sem chyby při inicializaci, nedokonalosti komponentů (tedy gyroskopů a akcelerometrů), nedokonalosti v montáži komponentů (např. nedokonale ortogonální montáž akcelerometrů) a také chyby ve výpočtech, které jsou způsobeny tím, že integrace vstupních dat probíhá po daných časových úsecích, nikoliv analogově. Jako u každého dead reckoning systému se pak tyto chyby kumulují. Odchylování přesnosti je nazýváno "drift". Typický inerciální systém navigačního řádu se odchyluje s rychlostí 1 námořní míle za hodinu. Tyto chyby nejsou časově lineární, ale přesto se průměrné hodnoty driftu odhadují a používají se k charakterizaci celého systému. Pokud je inerciální systém charakterizován jako vhodný pro navigaci, znamená to, že vlastní určitou úroveň senzorů, určitou přesnost montáže a určitý výkon při inicializaci. [1, 12, 22]

Důležitý pojem, který je potřeba zavést je pojem Schulerovo kyvadlo. Jedná se teoretické kyvadlo, které poprvé vysvětlil v roce 1923 Dr. Maximilian Schuler. Perioda Schulerova kyvadla se rovné oběžné periodě hypotetické družice obíhající na povrchu Země. Tato perioda je 5063 sekund, což je zhruba 84.4 minut a rameno kyvadla je rovno poloměru Země. Tento koncept je v inerciální navigaci důležitý, jelikož ho neovlivňuje vodorovné zrychlení a udržuje tak platformu inerciálního systému namířenou na východ a dolů. Schulerova perioda je však také periodou některých dominantních chyb inerciálního systému. Na obrázku č. 19 lze vidět diagram analýzy chyb pro severní kanál inerciálního systému. Předpokladem je, že



Obrázek 19: Blokový diagram analýzy chyb [1]

letadlo je nehybné, vodorovné a směřuje na sever. Na vstupu vlevo dole je vidět  $\delta f_{NORTH}$ , což je chyba (bias) severního akcelerometru. Ta se sečte se složkou gravitace působící v severním kanálu, čímž vznikne chyba vypočteného severního zrychlení  $\delta v_N$  a po integraci chyba vypočtené severní rychlosti  $\delta v_N$ .  $\delta \omega en_{EAST}$  je záporná hodnota chyby severní složky rychlosti dělená poloměrem Země. Integrál chyby transport rate  $\varphi_E$  je pak úhel kolem východní osy, o který se plošina vychýlí. Je možné o tom uvažovat tak, že INS reaguje na chybnou hodnotu rychlosti tím, že otáčí platformou se snahou o její udržení ve vodorovné poloze. Ve skutečnosti se však letadlo nepohybuje a platforma se tak vychýlí mimo rovinu. Tento jev je znázorněn na obrázku č. 20. Chyba akcelerometru mířícího na sever vede k chybnému výpočtu severní rychlosti a platforma se z tohoto důvodu natočí nesprávně. Tento akcelerometr pak začne snímat složku gravitace  $g_0 \sin \varphi_E$ , která je pro potřeby navigace dost malá a aproximuje se pomocí  $g_0 \varphi_E$ . Snímaná složka reakce na gravitaci je vždy opačná než směr vychýlení akcelerometru, a právě proto existuje smyčka záporné zpětné vazby, která vyvolává tzv. Schulerovy oscilace. Ty jsou poté vždy přítomny na výstupních grafech zmiňovaných chyb. Výpočtem se dá dojít k frekvenci, která je převrácenou hodnotou Schulerovy periody, a proto je nazývána Schulerova frekvence. [1, 12, 22]



Obrázek 20: Chybné natočení platformy [1]

Analýzou východního kanálu se dá zjistit, že Schulerovy oscilace vznikají i tam. Kromě toho lze přítomnost Schulerových oscilací prokázat i při analýze počátečních chyb rychlosti a náklonu, nebo chyb gyroskopu. Níže bude ukázána chyba (bias) právě severního akcelerometru a východního gyroskopu. Jedná se o jednokanálové analýzy, ve kterých nenastane "cross-coupling", který by nastal v realitě. [1]

Pro tuto ukázkovou analýzu je předpoklad, že počáteční chyby rychlosti a polohy jsou nulové. Stejně tak u gyroskopu je předpoklad, že zkreslení bude nulové. Jedinou přítomnou chybou bude zkreslení akcelerometru. Jako vstup do výpočetního modelu je uvažována chyba (bias) akcelerometru a jako výstupní hodnoty chyby rychlosti a polohy. Pokud je zaveden do poměru výstup (chyba rychlosti) ku vstupu (chyba akcelerometru), vznikne pomocí derivace rovnice:

$$H(s) = s/(s^2 + g/R) \tag{3}$$

, kde *g* je gravitace a *R* je poloměr Země. Právě z této rovnice lze získat chybu rychlosti pro danou chybu akcelerometru. Pokud dále bude uvažováno o chybě akcelerometru jako o konstantní chybě a bude-li modelována jako kroková funkce, lze za pomoci Laplaceovy transformace řešit odezvy systému v závislosti na čase. Integrací chyby rychlosti se pak získá chyba polohy. Výsledky této analýzy pak ukazují, že chyba rychlosti způsobená severním akcelerometrem má tvar sinusoidy se Schulerovo frekvencí. Výsledek analýzy je znázorněn na obrázku č. 21. Toto oscilační chování je projeven tzv. Schulerova ladění a je způsobeno zakřivením a rotací Země. V praxi může toto zkreslení vést ke značným navigačním chybám. Pokud bychom měli akcelerometr s chybou 100 mikro-g ( $\mu$ g), může nám vyvolat během několika hodin letu maximální chybu rychlosti přibližně 0.8 m/s a maximální chybu polohy pak přibližně 1.27 km. Snaha o minimalizaci zkreslení je tedy velmi důležitým faktorem pro zlepšení letecké navigace. [1, 48]



Obrázek 21: Chyba rychlosti severního akcelerometru pro akcelerometr s chybou 100 mikro-g (µg) [1]

V případě analýzy gyroskopu je chyba gyroskopu uvažována jako jediná chyba – tedy počáteční chyby rychlosti a polohy jsou nulové. Zkreslení gyroskopu je také konstantní a funguje podobně jako u akcelerometru. Gyroskop tedy snímá klopení/klonění i v případě, že letadlo nijak nezatáčí. Pokud je gyroskop zkreslený, pak nepřesně udává úhlovou rychlost otáčení, což vede k nesprávnému odhadu polohy letadla, která je důležitá pro správnou funkci akcelerometrů. Např. pokud si myslí, že míří na sever, ale ve skutečnosti míří lehce na

severovýchod, pak budou celkové výpočty o poloze letadla chybné. Tato chyba východního gyroskopu tedy znatelně ovlivňuje akcelerometr mířící na sever. [1]

Opět je zde vyvozen matematický model pro výpočet těchto chyb. Přenosová funkce vypadá takto:



$$H(s) = g/(s^2 + g/R).$$
 (4)

Obrázek 22: Výsledná chyba severního kanálu pro gyroskop s chybou 0.01 °/h [1]

Dále lze uvažovat, že chyba začíná v čase t=0 a vytvoří se kroková funkce, kterou lze řešit pomocí Laplaceovy transformace v závislosti na čase. Výpočty pak vedou ke zjištění, že chyba rychlosti je vychýlená sinusoida a chyba polohy je lineárně stoupající sinusoida. Většina v navigaci užívaných gyroskopů má chybu kolem 0.01 stupně za hodinu (deg/hour). Tyto gyroskopy způsobí za 4 hodiny letu drift přes 4 km. Tento efekt je pouze počáteční částí, jelikož nadále se musí brát v úvahu efekty jako "cross-coupling". [1]

V horizontálním kanále chyby oscilují se Schulerovo periodou, v kanále vertikálním však rostou neomezeně. Je to způsobeno především nesprávnou korekcí gravitace v rámci měření vertikálního akcelerometru. Je nutné tedy modelovat gravitaci, a to tak, že bude zohledňovat závislost gravitace na nadmořské výšce. Vychází se ze zjednodušené rovnice:

$$g(h) = g_0 [R/(R+h)]^2$$
(5)

, kde  $g_0$  je gravitace na povrchu Země, R je poloměr Země a h je výška nad Zemí. Diferenciací rovnice s ohledem na nadmořskou výšku lze vyjádřit, jak se s onou nadmořskou výškou mění gravitace. Tento údaj se pak využije k modelování vlivu chyby nadmořské výšky na měření gravitace. Pokud vypočítávaná výška je větší než reálná, pak vypočítávaná gravitace je menší než reálná. Zde nastává největší problém. Chyba výšky vede k chybě gravitace, která zase vede k větší chybě výšky. Tímto vzniká smyčka chyb vedoucí k nestabilitě systému. Finální rovnice je odvozena spojením diferenciálních rovnic pro šíření



výškových a gravitačních chyb do jedné rovnice, která popisuje, jak se počáteční chyby zvětšují v čase. Jsou v ní zahrnuty členy gravitačního modelu, počáteční výškové chyby a koeficienty citlivosti systému na tyto chyby. Tato finální rovnice má dva kořeny, a právě z nich se zjistí, zda chyby budou konvergovat nebo divergovat (systém bude nestabilní). Chyba se v systému šíří velmi rychle – pokud by počáteční výška byla naměřena s chybou jednoho metru, pak za hodinu by chyba narostla na hodnotu 276 m (lze vidět na obr. 23). [1]

Stejný průběh by byl vidět i u chyby rychlosti vertikálního akcelerometru. Důležitým poznatkem je, že tyto chyby mají hyperbolický průběh. To je zásadní rozdíl mezi chybami horizontálního a vertikálního kanálu. Zkreslení v horizontální rovině vede k Schulerovo oscilacím, kdežto ve vertikální vede k chybám mířícím k nekonečnu. První inerciální systémy tento problém řešily jednoduše – vertikální kanál vůbec nemechanizovaly. Vůbec neměli vertikální akcelerometr a vůbec nepočítaly vertikální rychlost. Místo toho pracovaly s nezávislým barometrickým výškoměrem. Ten sice také trpěl na chyby v naměřené výšce, avšak ty nikdy nesměřovaly k nekonečnu. Jeho největší nevýhodou bylo zpoždění v naměřených hodnotách tlaku, které způsobovalo zpoždění v indikované výšce a vertikální rychlosti. Začal se tak vyvíjet vertikální kanál, který se nejprve porovnával s barometrickým výškoměrem pro zajištění nízké latence a současně stability. První implementace zahrnovaly jednoduché analogové doplňky, pozdější provedly kompenzace atmosférických změn a jako

poslední přišly tzv. Kálmánovy filtry, a to jak pro výstup vertikální rychlosti a výšky, ale také pro odhad chyb vertikálního akcelerometru a výškoměru. Kálmánovy filtry jsou vysvětleny v kapitole 1.11. [1, 12]

Poslední důležitý problém, který nastává u senzorů inerciálních systémů, je šum. Modely chyb, které byly doposud řešeny, jsou lineární a pro účely analýzy časově invariantní (neměnné v určitých podmínkách). Díky tomu lze použít teorii pro zpracování náhodných signálů pro analýzu náhodných vstupů. Šum na úrovni rychlosti je považován za bílý a s nulovou střední hodnotou. Podstatným faktorem je tak pouze jeho rozptyl. Dokonce v krátkých časových intervalech (cca 5 min) je možno zanedbat účinky poloměru Země, gravitační zpětné vazby, zemské rychlosti i Coriolisovy síly. V takovém případě lze pro akcelerometr aproximovat odchylku chyby polohy pomocí rovnice (6) a pro gyroskop pomocí rovnice (7), kde  $\sigma_{acc}$  je standartní odchylka akcelerometru (v metrech za sekundu na druhou odmocninu sekundy),  $\sigma_{gyr}$  je standartní odchylka gyroskopu (v radiánech za sekundu) a g je nominální velikost gravitace. [1]

$$\sigma_{\text{pos,acc}} = \sqrt{(1/3 * \sigma_{acc}^2 * t^3)} \tag{6}$$

$$\sigma_{pos,gyr} = g/2 * \sqrt{(1/5 * \sigma_{gyr}^2 * t^5)} \tag{7}$$



Obrázek 24: Rostoucí polohová chyba způsobená šumem gyroskopu [1]

Pro gyroskop s chybou 0.00125 deg/  $\sqrt{\text{hour}}$  (cca 3.64e-7 rad/s<sup>2</sup>) pak chybu polohy vykreslenou do grafu lze vidět na obr. 24. [1]

Chyby způsobené šumem jsou samozřejmě větší i pro delší časové úseky. Pro periody větší než 5 minut až po Schulerovu periodu 84.4 minuty se provádí analýza, která zohledňuje

poloměr Země a gravitační zpětnou vazbu. Nakonec je důležité si zdůraznit, že nejvýznamnější dopad šumu snímače je při inicializaci. Samotný vliv šumu na výkonnost polohy a rychlosti je sice v porovnání s ostatními typy chyb menší, ale i přesto je důležitým faktorem pro dosažení požadované úrovně inicializačního výkonu. Měření akcelerometrů se totiž využívají pro tzv. "coarse levelling", což je určení počátečního sklonu a náklonu. Měření gyroskopů se pak využívají pro tzv. "gyrocompassing", což je určení počátečního úhlu zatáčení. Úrovně šumu senzorů se průměrují a využijí se pro přesnější počáteční nastavení sklonu, náklonu a zatáčení. [1, 12]

#### 1.10 Inerciální referenční systém (IRS)

Všechny předešlé podkapitoly pojednávají o principu fungování inerciální navigace a pro demonstraci všech příkladů je využit Inerciální Navigační Systém (INS). Využití INS v práci o IRS může působit do určité míry jako zavádějící, je proto důležité určit, jaký je mezi těmito systémy rozdíl.

Rozdíl mezi těmito dvěma systémy není nijak výrazný a názory lidí se trochu liší. Ve své podstatě se jedná o stejný systém, rozdíly nastávají v použitých technologiích. Jako INS se označují spíše starší systémy, které ke své práci používaly mechanické gyroskopy, kdežto IRS už využívá optických gyroskopů jako je např. prstencový laserový gyroskop. S tím se také pojí rozdíl v přesnosti měření, který bude řešen v následující kapitole. Druhá varianta přidává jako rozdíl fakt, že INS je samostatný navigační systém, avšak IRS je (již podle jména) pouze referenční. Lze to chápat tak, že INS má vlastní výstup do kokpitu a lze podle něj navigovat, kdežto IRS má výstup do "Flight Management System" (FMS), kde se spojí a porovnává společně s dalšími vstupy jako "Air Data Computer" (ADC) nebo "Global Positioning System" (GPS). Výstup z FMS je pak násobně přesnější, a to nejen díky lepším technologiím IRS. Třetí názor říká, že INS je pojmenování pro celý systém, kde IRS slouží k měření a "Inertial Measurement/Reference Unit" (IMU/IRU) slouží k výpočtům. [5, 31]

Pro tuto práci je uvažována kombinace prvních dvou variant. INS je starší a slouží jako samostatný navigační systém a IRS je novější, měří stejná data a je využívaný jako reference společně s dalšími systémy.

#### 1.11 Integrace IRS s ostatními systémy na palubě letadla

Jak bylo právě zmíněno, IRS se využívá převážně v kombinaci s jinými systémy. Těmi nejznámějšími jsou dva. Prvním je systém "Air Data Inertial Reference System" (ADIRS),

který bude detailně popsán v kapitole 2.1. Tím druhým je "Global Navigation Satellite System" (GNSS), a to už jak americký GPS nebo např. ruský GLONASS.

IRS a GNSS se výborně doplňují. GNSS poskytuje dlouhodobě vysoce přesné údaje o poloze, avšak je náchylný na rušení či ztrátu signálu. Naopak IRS je samostatný a funguje i v případě ztráty signálu. Jeho nevýhodou je nám už dobře známý drift, který se nejvíce projeví na dlouhých trasách. Kombinací těchto dvou systémů jsme schopni znatelně zvýšit celkovou přesnost. K tomuto kombinování jsou využívány velmi pokročilé techniky jako Kálmánovo filtrování. [1, 22]

Nejdůležitější požadavky pro integraci IRS a GNSS.

- Přesnost je nejzásadnější požadavek pro funkci navigace. Je definována míra přesnosti, a to podle chybových modelů přizpůsobených různých scénářům, které během letu mohou nastat.
- Integrita se týká důvěryhodnosti poskytovaných údajů. Systém by měl disponovat mechanismy, které zvládnou rozpoznat překročení prahových hodnot a zajistí, že případné vzácné, ale významné chyby, budou zvládnuty.
- Dostupnost se dělí na krátkodobou a dlouhodobou. Krátkodobá zajišťuje, že je systém nepřetržitě dostupný během letu, dlouhodobá, že je dostupný před každým letem.
- Rychlost přenosu dat je další důležitý faktor pro přesné výpočty.
- Zpoždění dat musí být co nejmenší, aby bylo zajištěno, že při obdržení dat řídícími systémy budou stále relevantní. [1, 22]

Kálmánovo filtrování již bylo zmíněno v kapitole 1.9. Jedná se o složitou matematickou metodu, používanou nejen v letectví, k odhadování lineárního dynamického systému z naměřených hodnot, které bývají neúplné a značně ovlivněné šumem. Zjednodušeně by se dalo říci, že filtr předpovídá nadcházející stav systému podle předchozích měření. Příkladem může být, že filtr předpovídá budoucí polohu a rychlost letadla na základě aktuálního odhadovaného stavu a pokynů pro zrychlení či zatáčení. Jakmile algoritmus obdrží nové naměřené hodnoty, aktualizuje svoji předpověď. Kálmánovy filtry jsou vysoce účinné, avšak jsou založené na předpokladu, že lze systém modelovat dle lineárních rovnic. Pro systémy, které tyto podmínky nesplňují se využívají modifikované verze, jako je rozšířený Kálmánův

filtr (EKF) nebo necentrovaný Kálmánův filtr (UKF). Kálmánův filtr je tedy vysoce výkonný, byť také složitý, algoritmus pro odhadování. Za správných podmínek poskytuje optimální způsob tvorby odhadů pro desítky parametrů současně. V praxi by bylo ideální jej porovnat se skutečnými daty a známými chybami, avšak to není vždy možné. Proto je důležité při navrhování takovéhoto filtru mít na paměti, jak velký dopad na přesnost bude mít. Kálmánovy filtry jsou dlouhé a složité téma, které by pro detailnější podrobení potřebovalo spoustu místa, každopádně pro účely této práce to jako nastínění jejich účelu stačí. Rozbor Kálmánových filtrů by určitě mohlo být dobré téma pro jinou bakalářskou či diplomovou práci. [1, 12, 19, 22]

ADIRS a kombinace IRS s GNSS nejsou samozřejmě jedinou integrací IRS s ostatními systémy. Tím, že IRS poskytuje referenční údaje o poloze, jsou tyto výstupy využity i u dalších systémů. Lze mezi ně zařadit Flight Management System (FMS), Attitude and Heading Reference System (AHRS), Autopilot System a Traffic Collision Avoidance System (TCAS). FMS řídí plánování letu a navádění na trati, odletu a příletu. Údaje z IRS pak pomáhají pro výpočet a udržování optimální trasy letu a pro určování rychlostí a výšek letu s nejnižší spotřebou paliva. Na to navazuje autopilot, který podle údajů z FMS vede letadlo pro definované trase. U AHRS (byť se jedná o samostatný systém) se data z IRS využívají pro referenci o aktuální orientaci letadla, jelikož základní informace o poloze letadla jsou zobrazena na primárním letovém displeji. Stejné využití najdou i u TCAS. Dnešní letadla už mají systémy značně propletené pro efektivnější a bezpečnější provoz a není tak divu, že i systém jako IRS zasahuje hluboko mezi ostatní z nich. [5, 50]

#### 2 Praktická část

#### 2.1 Air Data Inertial Reference System (ADIRS)

ADIRS je pokročilejší a integrovanější verzí IRS a ADC (Air Data Computer). Jedná se o systém spojující tyto dva zmíněné v jeden přesnější a efektivnější navigační systém. Systém se skládá z několika jednotek ADIRU (Air Data Inertial Reference Unit). Ty jsou složeny z jednotek ADM (Air Data Modules) a IRU (Inertial Reference Unit). [49]

Pro porovnání je přiloženo schéma IRS:



Obrázek 25: Blokové schéma IRS [30, 31]

Ve schéma lze vidět inerciální měřící jednotku (IMU), která sestává z gyroskopů a akcelerometrů určených pro snímání pohybů letadla. Tyto údaje vedou do navigačního počítače společně s údaji, které byly získány inicializací systému. Údaje z inicializačního procesu obsahují výchozí pozici letadla, tedy souřadnice a nadmořskou výšku, orientaci letadla a teplotu. Součástí inicializačního procesu je také kalibrace a kontrola chyb ("biasů"). Třetím vstupem do navigačního je gravitační model, kterým může být např. v minulé kapitole zmíněný model J2. [1, 30]

Schéma systému ADIR je znázorněno na obrázku č. 26.

Ze schéma lze na první pohled poznat, že obsahuje více vstupů než samotný IRS. Tyto vstupy jsou součástí systému ADC. Pitotova trubice a statický port slouží pro měření vnějšího dynamického a statického tlaku. Hodnoty tlaků vstupují do Air Data Modules (ADM), které převádí naměřené hodnoty z trubic na čísla. Další dva vstupy jsou trubice TAT (Total Air Temperature) a senzor AOA (Angle of Attack). TAT je určen pro porovnání statické venkovní teploty s dynamickou a z tohoto rozdílu systém poté vypočítává pravou vzdušnou rychlost (TAS). Senzor AOA slouží k měření úhlu náběhu. Tyto údaje vstupují do Airplane



Obrázek 26: Blokové schéma ADIRS [14, 26, 27, 28, 29]

Information Management System (AIMS). Systém IRS není v bloku explicitně zobrazen, jelikož je součástí jednotky ADIRU. Všechny tyto měřené a počítané hodnoty směřují na Primary Flight Display (PFD) či Navigation Display (ND), kde jsou zobrazeny pilotovi. Výstupy jsou užity také pro Secondary Attitude Air Data Reference Unit (SAARU) s výstupem v Standby Attitude Indicator (SAI), který slouží v letadle jako uzavřený záložní umělý horizont. Ve schématu je také zobrazena sběrnice ARINC 629. Jedná se o moderní standardizovanou sběrnici, která umožňuje komunikaci více systémů pro jediném páru vodičů, umožňující efektivnější výměnu dat. [13, 14, 27, 32, 33, 34, 35]

Mezi klíčové vlastnosti ADIRS patří zvýšená bezpečnost, obzvlášť pro místa bez GPS signálu (např. kolem pólů nebo v případech nouze) a přesnější údaje vedoucí k optimalizaci letové trasy, a tedy ušetření paliva a provozních nákladů. Pro správnou funkci je potřeba pečlivá počáteční kalibrace a pravidelná rekalibrace pro zachování přesnosti. Důležitým faktorem je správné nastavení počátečních podmínek pro let, jelikož každá chyba by se v systému šířila po celou dobu letu. Systémy ADIRS jsou stále častěji integrovány s družicovými systémy i mimo GPS, tedy i se systémy jako GLONASS nebo Galileo. Typické dopravní letadlo má v dnešní době na palubě ADIRS se třemi na sobě nezávislými ADIRU, kde každá jednotka kombinuje vlastní ADC a IRS. ADIRU 1 je určený pro přístroje na kapitánově straně kokpitu, ADIRU 2 pro přístroje na straně prvního důstojníka a ADIRU 3 jako záložní. ADIRS potřebuje ke své správné funkci počáteční inicializaci, která trvá několik minut a letadlo při ní

musí být nehybné. ADIRS disponuje dvěma módy, a to NAV (navigation) a ATT (attitude). NAV se používá pro navigaci a ATT funguje jako AHRS bez toho, aby poskytoval odhad polohy. Pokud během letu přepneme z módu NAV na ATT nebo OFF, pak režim NAV už po zbytek letu nebude funkční. [49, 51]

#### 2.2 Analýza přesnosti IRS

Jak již bylo zmíněno, IRS disponuje přesnějším vybavením. Tento výrok bude demonstrován na reálném IRS. Pro potřebu analýzy byl jako příklad IRS vybrán IRS od výrobce Honeywell, a to přesně Laseref IV IRS. Tento systém lze najít u letadel jako např. Cessna Citation X nebo GULFSTREAM G-V. [15]

Pro určování chyb se využívají tyto vlastnosti:

- Pro gyroskop:
  - "bias stability" měří konzistenci, s jakou se mění výstupní hodnota nulové rychlosti gyroskopu. Nižší hodnota naznačuje vyšší přesnost a že chyba měření gyroskopu se od skutečné nulové hodnoty mění jen málo.
  - "angular random walk (ARW)" měří a kvantifikuje náhodný šum v měření gyroskopu. S nižší výslednou hodnotou lze očekávat nižší šum, a tedy také nižší velikost driftu.
  - citlivost na magnetické pole určuje citlivost gyroskopu na magnetické rušení.
     Udává se v stupních za hodinu za gauss magnetického pole.
- Pro akcelerometr:
  - o "bias" odchylka od skutečného zrychlení způsobená posunem akcelerometru.
  - "scale factor" poměr mezi vstupním a výstupním signálem akcelerometru.
     Čím přesnější "scale faktor", tím přesnější převod signálů.
  - tepelná citlivost hodnota udávající, jak změna teploty ovlivňuje správnou funkci akcelerometru

[1, 12, 15, 17, 19, 20]

bias stability	ARW	mag. citlivost	bias	scale factor	tep. citlivost
0.0035 °/h	0.0035 °/√h	0.002 °/h/gauss	<8 mg	1.2-1.46 mA	<60 g/°C

Tabulka 1: Hodnoty pro Laseref IV [15, 17, 20]

Pro účely analýzy bude využita zjednodušená verze. IRS bude stacionární a chyby, které budou výstupem simulace v grafu, budou ukazovat, jak se měřené hodnoty mění v případě, že je IRS v klidu a ve vodorovné poloze. Pro simulaci těchto dat bude využit program Matlab, jelikož disponuje pro tuto úlohu velmi užitečnou knihovnou imuSensor. Tato knihovna je právě určena pro práci s inerciálními systémy a díky ní je možné provést jednoduchou simulaci. [52]

Prvním krokem bude simulování akcelerometru. Byť se při výpočtech užívá i teplotní citlivost, pro ukázku v těchto podmínkách bude mít zanedbatelnou hodnotu. Podstatným faktorem bude především bias, jehož hodnota 0.008 g. Nyní bude představen kód simulace. Pozn.: Matlab pracuje s programovacími jazyky C a C++, kde znaménko "%" komentuje daný kód. Tyto zeleně zvýrazněné řádky slouží jako komentování postupu při psaní zdrojového kódu simulace. [17]

% vytvoření objektu imuSensor (obsahuje i magnetometr, ten však nebude využit)

*IMU* = *imuSensor('accel-gyro-mag');* 

% úprava hodnot imuSensor akcelerometru podle našich hodnot

% přidání i některých dalších hodnot, které funkci akcelerometru obvykle ovlivňují

akcelerometr = accelparams(...

'ConstantBias', 0.008,...

'BiasInstability', 0.0001,...

'NoiseDensity', 0.02,...

'RandomWalk', 0.001);

*IMU.Accelerometer = akcelerometr;* 

% definování délky simulace a frekvence vzorkování vzorky = 1000;

IMU.SampleRate = 100; % vzorkování 100 Hz

```
% nastavení vektoru zrychlení a úhlové rychlosti – všechny jsou nulové, aby IRS byla v klidu
zrychleni = zeros(vzorky, 3);
uhlovarychlost = zeros(vzorky, 3);
% vygenerování IMU dat
[accelReading, gyroReading, magReading] = IMU(zrychleni, uhlovarychlost);
% časový vektor pro vykreslení
t = (0:(vzorky-1)) / IMU.SampleRate;
% vykreslení do grafu
figure;
subplot(2,1,1);
plot(t, accelReading(:,1));
legend('X-axis');
title('Akcelerometr');
xlabel('Čas (s)');
ylabel('Zrychlení (m/s^2)');
subplot(2,1,2);
plot(t, accelReading);
legend('X-axis', 'Y-axis', 'Z-axis');
title('Akcelerometr');
xlabel('Čas (s)');
ylabel('Zrychlení (m/s^2)');
```



Obrázek 28: Graf pro akcelerometr na ose x [24]



Obrázek 27: Graf pro akcelerometry na všech třech osách [24]

Výstupem budou dva grafy. Záměrně byly vykresleny dva, jelikož jak je vidět ve druhém grafu, osa z je značně vychýlená od os x a y. To je způsobeno hodnotou gravitace, která na akcelerometry působí, i když je IRS v klidu. První graf jsme je tak vykreslen, aby bylo lépe vidět, jak se chyba zrychlení mění a v jakých výchylkách se pohybuje.

Stejný postup lze aplikovat i pro gyroskop. U něj pro simulaci stačí hodnoty bias a ARW. [20]

% vytvoření objektu imuSensor (obsahuje i magnetometr, ten však nebude využit)

*IMU* = *imuSensor('accel-gyro-mag');* 

% zadání chyb a jejich převod na základní jednotky

*biasStupne* = 0.0035; % *bias ve stupních za hodinu* 

*biasRadiany* = (*biasStupne* \* (*pi*/180)) / 3600; % *bias v radiánech za sekundu* 

*arwStupne* = 0.0035; % random walk ve stupních za odmocninu hodiny

arwRadiany = (arwStupne \* (pi/180)) / sqrt(3600); % random walk v radiánech za odmocninu hodiny

% úprava hodnot imuSensor gyroskopu podle našich hodnot

gyroskop = gyroparams(...

'ConstantBias', biasRadiany,...

```
'RandomWalk', arwRadiany);
IMU.Gyroscope = gyroskop;
% definování délky simulace a frekvence vzorkování
vzorky = 1000;
IMU.SampleRate = 100; % vzorkování 100 Hz
% nastavení vektoru zrychlení a úhlové rychlosti – všechny jsou nulové, aby IRS byla v klidu
zrychleni = zeros(vzorky, 3);
uhlovarychlost = zeros(vzorky, 3);
% vygenerování IMU dat
[accelReading, gyroReading, magReading] = IMU(zrychleni, uhlovarychlost);
% časový vektor pro vykreslení
t = (0:(vzorky-1)) / IMU.SampleRate;
% vykreslení do grafu
figure;
plot(t, gyroReading);
legend('osa x', 'osa y', 'osa z');
title('Gyroskop');
xlabel('Čas (s)');
```

```
ylabel('Úhlová rychlost (rad/s)');
```

Výstupní graf ukazující chyby ovlivňující gyroskopy ve stacionární IRS vypadá takto.



Obrázek 29: Graf pro akcelerometry na všech třech osách [24]

U gyroskopů se chyby pohybují v podobných hodnotách ve všech třech osách. Je viditelné, že i když je IRS v klidu, gyroskopy se od nulové hodnoty odchylují až o 6\*10<sup>-6</sup> rad/s. Samozřejmě tato chyba bude ovlivňovat systém během letu a bude se kumulovat, každopádně

Laseref IV je vysoce přesný IRS a tato chyba je rozhodně menší než u jeho předchůdců. Pro demonstraci porovnáme Laseref IV se starším IRS.

Pro porovnání je zvolen jeden z předchůdců Laseref IV, a to přesně Laseref II. Bias akcelerometrů dosahuje maximálních hodnot 0.05 g. Bias gyroskopů pak dosahuje 0.02 °/h a ARW 0.02 °/ $\sqrt{h}$ . Tyto hodnoty budou zakomponovány do zdrojového kódu simulace tak, aby bylo možné je v grafu porovnat s Laseref IV. Pro zjednodušení grafů bude vykreslována pouze osa *x*. [21]

Do kódu bude vložena stejná část, pouze hodnoty změněné na biasy Laseref II. Následně bude vykreslovací blok kódu upraven tak, aby vykreslil osy x z obou IRS do jednoho grafu. Celý zdrojový kód je k nahlédnutí v příloze A a všechny grafy v příloze B. Jako první graf bude porovnání akcelerometrů.



Obrázek 30: Porovnání přesnosti akcelerometrů Laseref IV a Laseref II [24]

I z takto jednoduché simulace lze vidět rozdíly mezi starší a novější verzí Laseref IRS. Akcelerometr u IRS v klidovém stavu dosahuje u Laseref IV průměrných chyb kolem 0.2 m/s<sup>2</sup>. U Laseref je tato chyba znatelně vyšší. Její průmerná hodnota se pohybuje kolem 0.4 m/s<sup>2</sup>. Nutno také podotknout, že chyby ovlivňující tento graf jsou pouze biasy a šum (kde Laseref II trpí na šum o něco více). Není v nich zahrnuta chyba škály měřítka ani dynamické prostředí, kde by se tento graf vinul podél sinusoidy kvůli Schulerovo oscilacím. Následně budou porovnány gyroskopy těchto dvou IRS.



Obrázek 31: Porovnání gyroskopů Laseref IV a Laseref II [24]

Zde už lze vidět znatelný rozdíl. U Laseref IV se chyba pohybuje v řádech 10<sup>-6</sup> rad/s, kdežto u Laseref II se pohybuje v řádech 10<sup>-5</sup> rad/s. Tento graf je krásnou demonstrací, jak se vývoj IRS posunul a jak se přesnost novějších systémů zvýšila. Samozřejmě i u této simulace gyroskopů stále platí, že graf není dynamicky ovlivněn (tudíž žádné oscilace) a IRS je v klidovém stavu. Pozn.: Ani jedna z těchto simulací nezahrnuje žádnou z forem filtrování či korekcí (např. šumu). Kdyby je obsahovala, dosažené chyby budou dosahovat nižších hodnot.

Třetí simulací je porovnání IRS se starými INS přibližně ze 70. let, které ještě pracovaly s mechanickými gyroskopy a piezoelektrickými akcelerometry. Hodnoty chyb byly razantně vyšší. Tentokrát již nebude vycházeno z jednoho specifického systému, ale z průměrných hodnot pro danou dobu. Chyby budou pro účely této simulace nastaveny následovně. Bias akcelerometru 0.1 g, bias gyroskopu 0.1 °/h a ARW gyroskopu 0.1 °/h. Tehdejší akcelerometry také trpěly více na šum než dnes, proto nastavíme hodnotu šumu z 0.02 na 0.1 mg/hZ. INS s touto velikostí chyb už se dnes nepoužívají. [16] Grafy jsou znázorněny na obrázku č. 32.

Z těchto dvou grafů lze velmi krásně vidět, jak moc se vývoj inerciální navigace posunul. Bias chyby, které se zmenšily až o tři řády a zmenšení šumu vede k markantnímu zvýšení přesnosti – o to více u systému, kde se tyto chyby kumulují a který se využívá k navigovaní letadel. Opět je důležité připomenout, že ani u tohoto grafu není zahrnuto dynamické prostředí ani korekce chyb. Každopádně jako demonstrace o vývoji v přesnosti inerciálních navigačních a referenčních systémů je tato ukázka postačující.



#### 2.3 Přesnost IRS v jednotlivých fázích letu

Poslední otázkou bude řešeno, zda chyby ovlivňují přesnost systému v jednotlivých fázích letu jinak. Tato otázka je lehce záludná a bez reálných dat se těžce dokazuje. Účelem této kapitoly bude na ni odpovědět alespoň teoreticky.

Je simulován let z Houstonu v Texasu do Aucklandu na Novém Zélandu. Pro let je použita přímá a nejkratší možná trasa, která tak bude činit 6467 NM. Rychlost bude 500 kt a let bude trvat necelých 13 hodin. Všechny senzory by při takovém letu vykazovaly drift a variaci, pro jednoduchost příkladu však nebudou zahrnuty. Bias akcelerometru 100  $\mu$ g, bias gyroskopu 0.01 °/ $\sqrt{h}$ . Výsledek lze vidět na obr. 31, 32 a 33. [1]

Z grafů lze vyčíst, že chyby víceméně pouze rostou. V prvním grafu je vidět znatelný nárůst chybách rychlosti mezi 4-12h oproti prvním dvěma hodinám letu. V druhém grafu, který ukazuje polohovou chybu, je červeně naznačeno, že chyba nevykazuje žádné extrémní výchylky. Jediná větší výchylka, ke které v průběhu letu dojde, je vidět v grafu třetím. Chyba v Eulerovo úhlu pro zatáčení stále stoupá, kdežto pro klopení a klonění stále osciluje kolem nuly. To je způsobeno vlivem gravitace, která ve svislé ose způsobuje větší chyby. Tento jev



Obrázek 35: Horizontální chyby rychlosti [1] Obrázek

Obrázek 34: Horizontální chyba polohy [1]



Obrázek 33: Chyby v Eulerovo úhlech [1]

však není ovlivněný fázemi letu. Je také výrazně vidět Schulerovy oscilace, které jsou způsobeny zakřivením Země. Pokud by byly uvažovány drift a variace, chyby by se více kumulovaly a dosahovaly vyšších maximálních hodnot. V reálu k tomu dochází, avšak systém je opatřený matematickými modely, které výstupní hodnoty kalibrují a opravují. Z prvního pohledu by se tak dalo soudit, že jednotlivé fáze letu přesnost IRS příliš neovlivňují. To však není úplná pravda.

Nejvíce kritické fáze letu jsou přistání a vzlet. Během nich dochází k velmi výrazným změnám zrychlení a úhlových pohybů. Vysoké zrychlení může vést k vyšším silám působícím na akcelerometry, které může dočasně zhoršit zkreslení i šum. Úhlové pohyby, ke kterým dochází např. při odlepení od země, či přiblížení, jsou také značně četnější a náročnější než při manévrech v cestovních výškách. Letadlo je navíc také více náchylné na vlivy prostředí

jako např. poryvy větru, které letadlo více dynamicky namáhají. Tyto podmínky jsou pak výzvou pro senzory, jelikož i malá chyba vede k odchylkám ve výpočtech. [53]

Tyto aspekty samozřejmě ovlivňují rovnice, které vypočítávají rychlosti a polohu. Pokud jsou do rovnice přivedeny vstupní hodnoty s větší odchylkou a šumem, je logické, že na výstupu nebudou tolik přesná data. Počáteční chyby nebo zkreslení měření zrychlení a úhlové rychlosti se v nich totiž šíří, jelikož rychlost je integrálem zrychlení a poloha je integrálem rychlosti. Veškeré chyby v počátečních fázích se tak na výstupech zesilují.

Takový jednoduchý manévr si lze demonstrovat. Uvažujme letadlo, které letí rychlostí 100 m/s směrem na sever a chyby rychlosti jsou 0.05 m/s pro severní akcelerometr a 0.1 m/s pro východní. Chyba zatáčení (yaw) je v tomto příkladu rovna 1 mrad. Pokud letadlo zrychlí na 200 m/s, zvýší se chyba východního akcelerometru na dvojnásobek, tedy 0.2 m/s. Pokud následně letadlo zatočí o 90° na západ, zvýší se severní chyba rychlosti až na 0.25 m/s a východní spadne na 0. Tento příklad je znázorněn na obrázcích č. 36, 37. [22]



Obrázek 36: Severní chyba rychlosti ovlivněná manévry letadla [22]



Obrázek 37: Východní chyba rychlosti ovlivněná manévry letadla [22]

A na manévrech letadla jsou závislé i ostatní chyby, jako chyba škály měřítka (scale factor error), "cross-coupling" nebo vliv gravitace na gyroskopy. Pokud by v příkladu byl uvažován pro osu *x* akcelerometr s chybou škály měřítka s hodnotou 500 ppm, pak by se chyba během zrychlení zvýšila o 0.05 m/s. Pro gyroskop na ose *z* by chyba škály měřítka o hodnotě -637 ppm stačila na zdvojnásobení chyby na 2 mrad. Změny rychlosti a směru se při po sobě jdoucích manévrech často vyruší, takže se vliv chyby škály měřítka a cross-coupling do značné míry zprůměrují. Výjimkou jsou kruhové a oválné trajektorie, kde způsobují chyby polohy, které s časem rostou. [22]

Protože se může dočasně zvýšit zkreslení senzorů, manévry letadla se také projeví v rovnicích pro výpočet rychlostních a polohových chyb. Rovnice pro výpočet mohou vypadat takto:

$$\delta v_x(t) = (\delta f_{bx} \omega_s \sin) (\omega_s t) u(t)$$
(8)

$$\delta p_x(t) = (\delta f_{bx} \omega_s^2 \sin) \left[ 1 - \cos(\omega_s t) \right] u(t)$$
(9)

, kde  $\delta f_{bx}$  je bias daného akcelerometru. Pokud bude na akcelerometr působit velké zrychlení, zvýší se velikost biasu a tím i rychlostní a polohová chyba. [1]

Odpověď na řešenou otázku je tedy ano – kritické fáze do určité míry ovlivní přesnost senzorů. Je to způsobeno především tím, že při nich dochází k více a také větším manévrům. Právě tyto manévry jsou strůjci největších chyb v kritických fázích letu. Dnešních moderní IRS však disponují složitými metodami pro korekce, kalibrace a předpovídání chyb, přesnými senzory (jako např. RLG), integraci s jinými systémy a výkonnou výpočetní technikou, která je schopna všechny chyby modelovat a kompenzovat v reálném čase. Díky těmto možnostem lze chyby snížit na úroveň, která pro navigaci nemá významný dopad. Každopádně žádný systém není bezchybný a je důležité se stále snažit o minimalizaci dopadu chyb na přesnost navigačních systémů pro zvýšení bezpečnosti v letectví.

#### 2.4 Analýza přesností IRS v letecké dopravě a v jiných odvětvích

Tato práce se zabývá přesností IRS v letecké dopravě, každopádně IRS se nevyužívá pouze v ní. IRS jsou využívány i v jiných odvětvích jako např. na lodích, vojenské technice či dronech. Poslední simulace bude demonstrovat rozdíl mezi IRS užívaným v letecké dopravě, tedy již řešeným Laseref IV, a IRS HG1700. Výrobcem je opět Honeywell, avšak tento IRS je určený pro použití v široké škále zbraní a bezpilotních letounů (UAV). Tento IRS má více variant, pro účel následující simulace je užit mode HG1700AG60. Bias akcelerometrů

dosahuje maximálních hodnot 0.002 g. Bias gyroskopů pak dosahuje až 3 °/h a ARW 0.3 °/ $\sqrt{h}$ . Simulace je znázorněna na obr. 38. [54]



Obrázek 38: Porovnání Laseref IV a HG1700 [24]

HG1700 využívá o něco málo přesnější akcelerometry zvané Resonating Beam Accelerometers (RBA), což se projevuje i v simulaci. Nejedná se však o tak výrazný rozdíl jako v případě gyroskopů. Je vidět, že gyroskopy užívané HG1700 jsou znatelně méně přesné. HG1700 se řadí mezi systémy taktického řádu – tzv. "tactical-grade". Tento řád bývá užíván právě ve vojenských aplikacích. Laseref IV se řadí mezi navigační řád ("nav-grade"), kde je potřeba vysoká přesnost všech komponent. Rozdíly jednotlivých IRS jsou většinou ovlivněny aspekty jako účel použití nebo cenou za daný systém.

IRS je mimo tyto dvě pole využíván i ve spoustě dalších odvětví. Patří mezi ně např. námořní navigace, zemědělství, robotika, drony a spoustu dalších. Žádné z těchto zmíněných však nedosahuje takové přesnosti jako IRS navigačního řádu. [55]

## 3 ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce bylo poskytnout komplexní pohled na inerciální navigaci v letectví, a to konkrétně na Inerciální Referenční Systém (IRS). Dále měla být řešena přesnost tohoto systému v porovnání s jeho předchůdcem Inerciálním Navigačním Systémem (INS) a integrace s ostatními systémy na palubě letadla. Posledním bodem bylo zhodnocení přesnosti IRS v různých fázích letu.

Práce se zaobírá perspektivním, a především pro vývoj v letecké dopravě důležitým tématem. Díky vývoji navigačních systémů jsme schopni letadla navigovat stále přesněji, což je v civilní letecké dopravě životně důležité téma. IRS je jedinečným příkladem systému, kde i malá chyba může vést ke ztrátám na lidských životech, a proto je pro důležité přesnost a spolehlivost těchto systémů stále zlepšovat.

První kapitola je věnována principu funkce inerciální navigace a inerciálních systémů. Kapitola detailně rozebírá princip, na kterém je tento způsob navigace založen, jaké základní problémy musí překonávat, jak funguje inerciální navigační systém a z čeho se skládá. Po vysvětlení těchto bodů kapitola vnáší čtenáře do problematiky chyb, se kterými se musí IRS i INS potýkat. Poslední část kapitoly je věnována vysvětlení rozdílů mezi IRS a INS a popsání integrace IRS s ostatními systémy jako GNSS.

Druhá kapitola začíná detailním popisem Air Data Inertial Reference System (ADIRS). Popisuje, z čeho se systém skládá a jaké prvky jsou k tomu využity. Nadále se kapitola věnuje již samotné demonstraci chyb zmíněných v kapitole první. Vysvětluje, jaké chyby se u IRS objevují a v jakých hodnotách se pohybují. Tyto hodnoty poté porovnává s hodnotami svého předchůdce, a to jak předešlé generace IRS, tak starší INS z minulého století. K tomuto účelu autor vytvořil simulaci v programu Matlab pro grafické znázornění vývoje inerciálních systémů. Následně je ještě v kapitole odpovězeno na otázku, zda jednotlivé fáze letu ovlivňují přesnost IRS. Posledním bodem je porovnání přesnosti IRS užívané v letectví s IRS z jiného odvětví.

## POUŽITÁ LITERATURA

[1] BRAASCH, Michael. Fundamentals of Inertial Navigation Systems and Aiding. London,

United Kingdom: SciTech Publishing, 2022. ISBN 978-1-83953-413-3.

[2] *Inerciální vztažná soustava*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 24. 3. 2024 v 14:25. Dostupné z:

https://cs.wikipedia.org/wiki/Inerci%C3%A1ln%C3%AD\_vzta%C5%BEn%C3%A1\_soustav a. [cit. 2024-04-30].

[3] *Piezoelektrický jev.* Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 23. 8. 2023 v 20:40. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Piezoelektrick%C3%BD\_jev. [cit. 2024-04-30].

[4] *Single-axis accelerometer*. Online. Electricity and Magnetism. Dostupné z: https://www.electricity-magnetism.org/single-axis-accelerometer/. [cit. 2024-04-30].

[5] *Aircraft Inertial Navigation System/Inertial Reference System*. Online. Aeronatics Guide. 2023. Dostupné z: https://www.aircraftsystemstech.com/2017/05/inertial-navigation-system-insinertial.html?m=1. [cit. 2024-04-30].

[6] *Sagnacův efekt*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 8. 8. 2021 v 18:14. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Sagnac%C5%AFv\_efekt. [cit. 2024-04-30].

[7] FAUCHEUX, M.; FAYOUX, D. a ROLAND, J.J. The ring laser gyro. *Journal of Optics*. 1988.

[8] *Faraday rotator*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 21. 5. 2023 v 12:19. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Faraday\_rotator. [cit. 2024-04-30].

[9] *Fibre-optic gyroscope*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 10.4. 2024 v 20:30. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Fibre-optic\_gyroscope. [cit. 2024-04-30].

[10] *Fictious force*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 10.4. 2024 v 21:36. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Fictitious\_force. [cit. 2024-04-30].

[11] *Coriolisova síla*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 30. 12. 2023 v 04:38. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Coriolisova\_s%C3%ADla. [cit. 2024-04-30].

[12] BOWDITCH, Nathaniel. *AMERICAN PRACTICAL NAVIGATOR*. National Geospatial-Intelligence Agency, 2019. ISBN 9781951116187.

[13] *Difference between AHRS and ADIRS* [@ivanantuns]. Online. 8.12. 2020 v 16:41. Dostupné z: https://aviation.stackexchange.com/questions/82736/what-is-the-differencebetween-ahrs-and-adirs. [cit. 2024-04-30].

[14] *Air Data Computer*. Online. EPlane Blog. 2021. Dostupné z: https://blog.eplane.com/air-data-computer-how-it-works-inputs-outputs-and-popular-aviation-parts/. [cit. 2024-04-30].

[15] *LASEREF IV Inertial Reference Systems*. Online. Honeywell. Dostupné z: https://aerospace.honeywell.com/us/en/products-and-services/product/hardware-and-systems/sensors/laseref-iv-inertial-reference-systems. [cit. 2024-04-30].

[16] KAYTON, Myron a R. FRIED, Walter. *Avionics Navigation Systems*. 2. edition. John Wiley, 1997. ISBN 9780471547952.

[17] *Q-Flex QA-750 Single Axis Quartz Accelerometer*. Online. Honeywell. Dostupné z: https://aerospace.honeywell.com/us/en/products-and-services/product/hardware-and-systems/sensors/qa-750-single-axis-quartz-accelerometer. [cit. 2024-04-30].

[18] Zheng, T.; Xu, A.; Xu, X.; Liu, M. Modeling and Compensation of Inertial Sensor Errors in Measurement Systems. Electronics 2023, 12, 2458. https://doi.org/10.3390/electronics12112458

[19] A system-level calibration method including temperature-related error coefficients for a strapdown inertial navigation system. Online. Measurement Science and Technology. 2021, roč. 32, č. 115117, s. 10. ISSN 1361-6501. Dostupné z: https://doi.org/10.1088/1361-6501/ac0acd. [cit. 2024-05-02].

[20] *GG1320AN Digital Ring Laser Gyroscope*. Online. Honeywell. 2021. Dostupné z: https://aerospace.honeywell.com/us/en/products-and-services/product/hardware-and-systems/sensors/gg1320an-digital-ring-laser-gyroscope. [cit. 2024-04-30].

[21] Honeywell. SPZ-8000 Digital Automatic Flight Control System Maintenance Manual: Gulfstream IV. [online]. Phoenix: Honeywell Inc., 1993. Dostupné z: https://www.manualslib.com

[22] GROVES, Paul D. *Navigation using inertial sensors [Tutorial]*. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. 2015, roč. 30, č. 2, s. 42-69. ISSN 0885-8985.

[23] *Piezoelectric accelerometer*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 1.7. 2023 v 08:30. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Piezoelectric\_accelerometer. [cit. 2024-05-11].

[24] Výstup simulace z programu Matlab. Vlastní práce autora.

[25] *Principy akcelerometrů*. Online. VOJÁČEK, Antonín. Automatizace.hw.cz. 2007. Dostupné z: https://automatizace.hw.cz/clanek/2007011401. [cit. 2024-05-11].

[26] *Air Data Inertial Reference System*. Online. IASA. 2007. Dostupné z: http://www.iasa-intl.com/folders/belfast/9M-MRG/9M-MRG.htm. [cit. 2024-05-11].

[27] *Pitot tube*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 19.3.2024 v 11:41. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Pitot\_tube. [cit. 2024-05-11].

[28] *Instrument Probes*. Online. The Boeing 737 Technical site. 2023. Dostupné z: http://www.b737.org.uk/probes.htm. [cit. 2024-05-11].

[29] *FLIGHT INSTRUMENTS – AIR DATA*. Online. TCX Boeing 767-300ER. Dostupné z: http://hibdz.skydiving.co.uk/757/767\_tech/flight\_instruments/air\_data.htm. [cit. 2024-05-11].

[30] ALFAKIH, Marwan. *Indoor and Outdoor Localization*. Online. 2019. Dostupné z: https://doi.org/10.13140/RG.2.2.33486.28480. [cit. 2024-05-11].

[31] *Inertial Reference System (IRS)*. Online. SkyBrary. 2021. Dostupné z: https://skybrary.aero/articles/inertial-reference-system-irs. [cit. 2024-05-11].

[32] *Air Temperature*. Online. SkyBrary. 2021. Dostupné z: https://skybrary.aero/articles/inertial-reference-system-irs. [cit. 2024-05-11].

[33] *Primary Flight Display (PFD)*. Online. SkyBrary. 2021. Dostupné z: https://skybrary.aero/articles/primary-flight-display-pfd. [cit. 2024-05-11].

[34] *Standby Flight Instruments*. Online. SkyBrary. 2021. Dostupné z: https://skybrary.aero/articles/standby-flight-instruments. [cit. 2024-05-11]. [35] ARINC dokument

[36] Navigation: From Dead Reckoning to Navstar GPS. Online. R. WILLIAMS, Ralph. Air & Space Forces Magazine. 1984. Dostupné z: https://www.airandspaceforces.com/article/1284navigation/. [cit. 2024-05-11].

[37] *Dead reckoning*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 20.4.2024 v 00:50. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Dead\_reckoning. [cit. 2024-05-11].

[38] *Newtonovy pohybové zákony*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 7. 5. 2024 v 14:53. Dostupné z:

https://cs.wikipedia.org/wiki/Newtonovy\_pohybov%C3%A9\_z%C3%A1kony. [cit. 2024-05-11].

[39] *Gimbal lock*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 22.3.2024 v 08:03. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Gimbal\_lock. [cit. 2024-05-11].

[40] *Inertial guidance system*. Online. Encyclopedia Britannica. 2023. Dostupné z: https://www.britannica.com/technology/inertial-guidance-system. [cit. 2024-05-11].

[41] *Inertial navigation system*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 8.3.2024 v 15:36. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Inertial\_navigation\_system. [cit. 2024-05-11].

[42] *Earth-centered inertial*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 5.9.2023 v 17:00. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Earth-centered\_inertial. [cit. 2024-05-11].

[43] *Earth-centered, Earth-fixed coordinate system*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 7.1.2024 v 13:39. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Earth-centered,\_Earth-fixed\_coordinate\_system. [cit. 2024-05-11].

[44] *Local tangent plane coordinates*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 27.9.2023 v 21:15. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Local\_tangent\_plane\_coordinates. [cit. 2024-05-11].

[45] *Going round in circles: how the earth's rotation affects inertial navigation*. Online. OXTS. 2023. Dostupné z: https://www.oxts.com/blog/going-round-circles-earth-rotation-inertial-navigation/. [cit. 2024-05-11].

[46] *Kvaternion*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 3. 9. 2023 v 10:32. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Kvaternion. [cit. 2024-05-11].

[47] *J2 Perturbation*. Online. a.i. solutions. Dostupné z: https://ai-solutions.com/\_freeflyeruniversityguide/j2\_perturbation.htm. [cit. 2024-05-11].

[48] *Schuler tuning*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 1.3.2024 v 12:50. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Schuler\_tuning. [cit. 2024-05-11].

[49] *Air data inertial reference unit*. Online. Wikipedia. Poslední aktualizace 15.11.2023 v 21:52. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Air\_data\_inertial\_reference\_unit. [cit. 2024-05-11].

[50] SEBASTIAN, Dennis. *Inertial Navigation System (INS)/Inertial Reference System(IRS) in modern aircrafts*. Online. 2023. Dostupné z: https://www.linkedin.com/pulse/inertial-navigation-system-insinertial-reference-modern-sebastian. [cit. 2024-05-11].

[51] *Inertial Navigation Systems*. Online. IVAO Documentation Library. 2023. Dostupné z: https://wiki.ivao.aero/en/home/training/documentation/Inertial\_Navigation\_Systems. [cit. 2024-05-11].

[52] ImuSensor. Online. MathWorks. 2022. Dostupné z: https://www.mathworks.com/help/nav/ref/imusensor-system-object.html. [cit. 2024-05-11].

[53] *Understanding the aerodynamic Forces in Flight*. Online. StudyFlight.com. Dostupné z: https://www.studyflight.com/understanding-the-aerodynamic-forces-in-flight/. [cit. 2024-05-11].

[54] *HG1700 Inertial Measurement Unit*. Online. Honeywell. Dostupné z: https://aerospace.honeywell.com/us/en/products-and-services/product/hardware-and-systems/sensors/hg1700-inertial-measurement-unit. [cit. 2024-05-11].

[55] *Inertial Navigation Systems*. Online. Honeywell. 2021. Dostupné z: https://aerospace.honeywell.com/us/en/products-and-services/product/hardware-and-systems/sensors/inertial-navigation-system. [cit. 2024-05-11].

SEZNAM PŘÍLOH

Příloha A: Zdrojový kód simulace

Příloha B: Výstupní grafy ze simulace

### PŘÍLOHA A: Zdrojový kód simulace

```
% vytvoříme objekt imuSensor (obsahuje i magnetometr, ten však využívat nebudeme)
IMU1 = imuSensor('accel-gyro-mag');
IMU2 = imuSensor('accel-gyro-mag');
% zadáme chyby a převedeme je na základní jednotky (pro Laseref IV)
biasStupneIV = 0.0035; % bias v stupnich za hodinu
biasRadianyIV = (biasStupneIV * (pi/180)) / 3600; % bias v radiánech za sekundu
arwStupneIV = 0.0035; % random walk ve stupních za odmocninu hodiny
arwRadianyIV = (arwStupneIV * (pi/180)) / sqrt(3600); % random walk v radiánech
za odmocninu hodiny
% upravíme hodnoty imuSensor gyroskopu podle našich hodnot
gyroskopIV = gyroparams(...
    'ConstantBias', biasRadianyIV,...
    'RandomWalk', arwRadianyIV);
IMU1.Gyroscope = gyroskopIV;
% upravíme hodnoty imuSensor akcelerometru podle našich hodnot (pro LaserefIV)
% přidáme i některé další hodnoty, které funkci akcelerometru obvykle ovlivňují
akcelerometrIV = accelparams(...
    'ConstantBias', 0.008,...
    'BiasInstability', 0.0001,...
    'NoiseDensity', 0.02,...
    'RandomWalk', 0.001);
IMU1.Accelerometer = akcelerometrIV;
%_____
                                           % zadáme chyby a převedeme je na základní jednotky (pro Laseref II)
biasStupneII = 0.02; % bias v stupnich za hodinu
biasRadianyII = (biasStupneII * (pi/180)) / 3600; % bias v radiánech za sekundu
arwStupneII = 0.02; % random walk ve stupních za odmocninu hodiny
arwRadianyII = (arwStupneII * (pi/180)) / sqrt(3600); % random walk v radiánech
za odmocninu hodiny
% upravíme hodnoty imuSensor gyroskopu podle našich hodnot
gyroskopIV = gyroparams(...
    'ConstantBias', biasRadianyII,...
    'RandomWalk', arwRadianyII);
IMU2.Gyroscope = gyroskopIV;
% upravíme hodnoty imuSensor akcelerometru podle našich hodnot (pro LaserefII)
% přidáme i některé další hodnoty, které funkci akcelerometru obvykle ovlivňují
akcelerometrII = accelparams(...
    'ConstantBias', 0.05,...
    'BiasInstability', 0.0001,...
    'NoiseDensity', 0.03,...
    'RandomWalk', 0.001);
IMU2.Accelerometer = akcelerometrII;
%hodnoty pro INS
%{ akcelerometrII = accelparams(...
    'ConstantBias', 0.1,...
    'BiasInstability', 0.0005,...
    'NoiseDensity', 0.1,...
    'RandomWalk', 0.01);
IMU2.Accelerometer = akcelerometrII; %}
% definujeme si délku simulace a frekvenci vzorkování
vzorky = 1000;
```

```
IMU1.SampleRate = 100;
IMU2.SampleRate = 100;% vzorkování 100 Hz
% nastavíme vektory zrychlení a úhlové rychlosti - všechny jsou nulové, aby
% IRS byla v klidu
zrychleni = zeros(vzorky, 3);
uhlovarychlost = zeros(vzorky, 3);
% vygenerujeme IMU data pro Laseref IV
[accelReading1, gyroReading1, magReading1] = IMU1(zrychleni, uhlovarychlost);
% vygenerujeme IMU data pro Laseref II
[accelReading2, gyroReading2, magReading2] = IMU2(zrychleni, uhlovarychlost);
% časový vektor pro vykreslení
t = (0:(vzorky-1)) / IMU1.SampleRate;
% vykreslení do grafu
figure;
subplot(5,1,1);
plot(t, accelReading1(:,1));
legend('osa x');
title('Akcelerometr Laseref IV');
xlabel('Čas (s)');
ylabel('Zrychleni (m/s^2)');
subplot(5,1,2);
plot(t, accelReading1);
legend('osa x', 'osa y', 'osa z');
title('Akcelerometry Laseref IV');
xlabel('Čas (s)');
ylabel('Zrychlení (m/s^2)');
subplot(5,1,3);
plot(t, gyroReading1);
legend('osa x', 'osa y', 'osa z');
title('Gyroskopy Laseref IV');
xlabel('Čas (s)');
ylabel('Unlova rychlost (rad/s)');
subplot(5,1,4);
hold on;
plot(t, accelReading1(:,1), 'b', 'DisplayName', 'IV');
plot(t, accelReading2(:,1), 'r', 'DisplayName', 'II');
legend('Laseref IV', 'Laseref II');
title('Porovnání akcelerometrů');
xlabel('Čas (s)');
ylabel('Zrychleni (m/s^2)');
hold off;
subplot(5,1,5);
hold on;
plot(t, gyroReading1(:,1), 'b', 'DisplayName', 'IV');
plot(t, gyroReading2(:,1), 'r', 'DisplayName', 'II');
legend('Laaseref IV', 'Laseref II');
title('Porovnání gyroskopů');
xlabel('Čas (s)');
ylabel('Unlova rychlost (rad/s)');
```



### PŘÍLOHA B: Výstupní grafy ze simulace