

Univerzita Pardubice  
Dopravní fakulta Jana Pernera

**Vliv parametrů vozidla na odpor z jízdy  
obloukem pro různé parametry trati**

Bakalářská práce

Univerzita Pardubice  
Dopravní fakulta Jana Pemera  
Akademický rok: 2023/2024

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Dominik Heřt**  
Osobní číslo: **D20283**  
Studijní program: **B3709 Dopravní technologie a spoje**  
Studijní obor: **Dopravní prostředky: Kolejová vozidla**  
Téma práce: **Vliv parametrů vozidla na odpor z jízdy obloukem pro různé parametry trati**  
Zadávající katedra: **Katedra dopravních prostředků a diagnostiky**

## Zásady pro vypracování

Pro různé hodnoty vybraných parametrů vozidla a trati vyhodnoťte pomocí Heumannovy metody odpor z jízdy obloukem. Posuďte vliv vybraných parametrů na tento odpor. Pro řešení zvolte vhodnou metodu.

Vypracujte:

1. Teoretický rozbor průjezdu vozidla obloukem.
2. Popis vybraných parametrů vozidla a trati ovlivňujících odpor z jízdy obloukem.
3. Vhodnou metodu řešení úlohy.
4. Vyšetření vlivu vybraných parametrů vozidla na odpor z jízdy obloukem včetně zohlednění parametrů trati.
5. Celkové zhodnocení vlivu vybraných parametrů vozidla a trati na odpor z jízdy obloukem.

Rozsah pracovní zprávy: **35 stran**  
Rozsah grafických prací: **dle pokynů vedoucího práce**  
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

- [1] ZELENKA J., MICHÁLEK T., KOHOUT M. *Trakční mechanika*. 1. vydání, 104 s. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2018. ISBN 978-80-7560-175-9.  
[2] IZER J., JANDA J., MARUNA Z., ZDRŮBEK S. *Kolejové vozy: dodatek*. 1. vydání, 87 s. Bratislava: ALFA, 1988.  
[3] POHL R., NOVOTNÝ C. *Železniční vozidla II. Uspořádání a stavba*. 1. vydání, 360 s. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2003. ISBN 80-01-02690-6

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jiří Šlapák**  
Katedra dopravních prostředků a diagnostiky

Datum zadání bakalářské práce: **9. února 2024**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **10. května 2024**

L.S.

---

**doc. Ing. Libor Švadlenka, Ph.D.**  
děkan

---

**Ing. Jakub Vágner, Ph.D.**  
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 9. února 2024

Prohlašuji:

Práci s názvem Vliv parametrů vozidla na odpor z jízdy obloukem pro různé parametry trati jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 10.5.2024

Dominik Heřt v.r.

## **Poděkování**

Mnohokrát děkuji vedoucímu mé bakalářské práce, panu Ing. Jiřímu Šlapákovi, za trpělivost, ochotu, vstřícný přístup a přínosné rady se kterými mne provázel při psaní této bakalářské práce.

## **Anotace**

Tato práce se zabývá problematikou jízdy a postavení železničních vozidel v oblouku koleje a odporu z jízdy obloukem koleje. První část práce se věnuje teoretickému rozboru jízdy obloukem, popisem odporu při jízdě obloukem, popisem parametrů vozidla a trati majících vliv na odpor z jízdy obloukem. Dále je popsána Heumannova metoda, která se problematikou jízdy obloukem zabývá. V druhé části je popsán a znázorněn graficko-početní postup řešení postavení vozidla v oblouku koleje a zjištění velikostí řídících sil. Tato původní metoda rozšířena o numerickou metodu, pomocí níž jsme schopni zobrazovat závislost odporu z jízdy obloukem na požadovaných parametrech vozidla a trati.

## **Klíčová slova**

odpor z jízdy obloukem, Heumannova metoda, grafické řešení, numerické řešení, polohy podvozku, jízda obloukem

## **Title**

The influence of vehicle parameters on curve resistance for various track parameters

## **Abstract**

This work deals with the issue of driving and the positioning of railway vehicles on curved tracks and the resistance of driving around curves. The first part of the work focuses on the theoretical analysis of driving around curves, describing the resistance encountered during curve driving, and outlining the parameters of the vehicle and track that affect the resistance of driving around curves. Additionally, the Heumann method, which deals with the issue of driving around curves, is described. In the second part, a graphical-computational procedure for solving the positioning of the vehicle on curved tracks and determining the magnitudes of the controlling forces is described and illustrated. This original method is expanded by a numerical method, through which we are able to display the dependence of the resistance of driving around curves on the desired parameters of the vehicle and track.

## **Keywords**

curve resistance, Heumann method, graphical solution, numerical solution, bogie positions, curve driving

# Obsah

1	Úvod.....	10
2	Teoretický rozbor průjezdu vozidla obloukem .....	11
2.1	Polohy podvozku při průjezdu obloukem .....	13
2.2	Výpočet úhlů náběhu a vzdálenosti středu otáčení .....	14
3	Popis vybraných parametrů vozidla a trati ovlivňujících odpor z jízdy obloukem 17	
3.1	Odpor z jízdy obloukem.....	17
3.2	Heumannova metoda.....	19
3.2.1	Zjednodušující předpoklady.....	19
3.2.2	Vznik třecích sil na obvodech kol .....	20
3.3	Parametry ovlivňující odpor z jízdy obloukem .....	22
3.3.1	Součinitel tření $\mu$ .....	22
3.3.2	Zatížení $G$ .....	22
3.3.3	Rychlost jízdy $v$ a převýšení koleje $p$ .....	22
3.3.4	Rozvor $t$ .....	26
4	Metody řešení .....	27
4.1	Graficko-početní postup řešení Heumannovi metody.....	27
4.1.1	Statická poloha podvozku v oblouku .....	29
4.1.2	Vzpříčená poloha podvozku v oblouku .....	31
4.1.3	Působení přídatné vnější síly ve středu podvozku .....	33
4.2	Numerická metoda .....	37
4.2.1	Hledání středu otáčení.....	37
4.2.2	Numerické řešení v programu Matlab.....	38
4.2.3	Hledání středu otáčení při nedostatku převýšení.....	39
5	Vyhodnocení závislostí $O_R$ .....	40
5.1	Závislost odporu na poloměru oblouku a hmotnosti.....	40
5.2	Závislost odporu na poloměru oblouku a rozvoru.....	41

5.3 Závislost odporu na poloměru oblouku a součiniteli tření.....	42
5.4 Závislosti odporu, řídicí síle a úhlu náběhu na nedostatku převýšení .....	43
6 Závěr .....	45
Literatura.....	46



## Seznam značek a zkratek

### Latinská písmena

$2s$	[mm]	Vzdálenost styčných kružnic
$D$	[mm]	Převýšení koleje
$D_{EQ}$	[mm]	Teoretické převýšení koleje
$E$	[mm]	Přebytek převýšení
$F_N$	[N]	Přídavná vnější síla
$F_o$	[N]	Odstředivá síla
$G$	[N]	Tíhová síla vozidla
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Tíhové zrychlení
$I$	[mm]	Nedostatek převýšení
$m$	[kg]	Hmotnost vozidla
$M_t$	[Nm]	Moment třecích sil
$O_R$	[N]	Odpor z jízdy obloukem
$P$	[N]	Řídicí síla
$P_1$	[N]	Řídicí síla na první nápravě
$P_2$	[N]	Nepřevá řídicí síla na druhé nápravě
$Q$	[N]	Svislá kolová síla
$q_1$	[mm]	Velikost průvodiče
$q_2$	[mm]	Velikost průvodiče
$R$	[m]	Poloměr oblouku
$S$	[-]	střed otáčení
$t$	[mm]	Rozvor podvozku
$V$	[km/h]	Rychlost vozidla
$x$	[mm]	Obecná vzdálenost středu otáčení
$x_{max}$	[mm]	Maximální vzdálenost středu otáčení
$x_S$	[mm]	Vzdálenost středu otáčení

### Řecká písmena

$2\sigma_r$	[mm]	Volný kanál koleje
$\alpha$	[rad]	Úhel náběhu
$\alpha_1$	[rad]	Pomocný úhel
$\alpha_2$	[rad]	Minimální úhel náběhu
$\delta$	[rad]	Úhel převýšení koleje
$\mu$	[-]	Součinitel tření mezi kolem a kolejnicí
$\omega$	[rad <sup>-1</sup> ]	Úhlová rychlost

# 1 Úvod

Železniční doprava hraje ve světě klíčovou roli díky své efektivitě a širokému spektru využití. Jednou z hlavních výzev v této oblasti je snižování jízdních oporů, které mají za následek zvyšování spotřeby energie. Jízdní odpory můžeme rozdělit na vozidlové odpory: odpor z valení, odpor v ložiskách, odpor prostředí a další, a na traťové odpory: odpor ze sklonu koleje, odpor z jízdy tunelem a odpor z jízdy obloukem. Každý z těchto odporů je závislý na různých parametrech trati a vozidla. Proto je konstruování a vývoj vlaku komplexní úkol, při kterém je potřeba brát v potaz mnoho faktorů a snažit se pro každý najít nejvhodnější řešení v kombinaci s ostatními faktory.

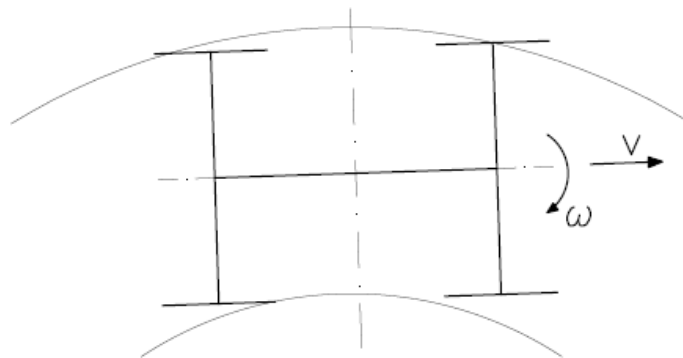
Tato práce je zaměřena na problematiku odporu z jízdy obloukem, definování parametrů vozidla a trati na něj mají jak velký vliv, a tudíž i jak tento odpor snížit.

V první polovině se tato práce zabývá širokým spektrem témat souvisejících s pohybem železničních vozidel v oblouku koleje. Konkrétně se zaměřuje na následující aspekty: teorii jízdy obloukem, definici poloh podvozku ve volném kanálu koleje, definici odporu z jízdy obloukem, představení Heumannovi metody a vybrané parametry, které ovlivňují výsledný odpor z jízdy obloukem. Díky poznání základních parametrů budeme schopni řešit pomocí Heumannovi metody polohu podvozku v oblouku koleje a velikosti řídicích sil, z čehož se dostaneme k odporu z jízdy obloukem.

V druhé polovině se práce zabývá řešením konkrétních graficko-početních situací poloh podvozků v oblouku koleje a je prezentováno, že se lze jednoduše dopracovat parametrům potřebným k určení odporu. Grafická časově náročná řešení v dnešní době pokročilé výpočetní techniky jsou nevhodná, proto je na konci práce problém řešen numerickým výpočtem hledaných parametrů potřebných pro určení odporu z jízdy obloukem. Zároveň je díky numerickým výpočtům možné ukázat, jak se odpor bude měnit při postupné změně jednotlivých parametrů podvozku a oblouku.

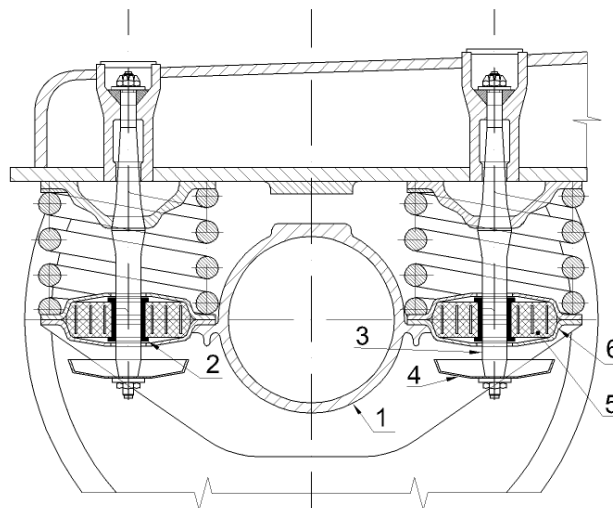
## 2 Teoretický rozbor průjezdu vozidla obloukem

Při průjezdu obloukem se vůz pohybuje po kruhové dráze kolem středu oblouku. Tento pohyb zajišťují jednotlivé pojezdy, které vykonávají tzv. drift, který se skládá současně z dopředného translačního pohybu  $V$  a rotačního pohybu  $\omega$  v rovině koleje viz obr. 1. Pojezdem jsou míněné dvounápravové bezpodvozkové vozy nebo podvozky čtyřnápravových vozů. Tato práce se dále zabývá pouze podvozky čtyřnápravových vozidel, neboť se jedná o rozšířenější a používanější koncept.

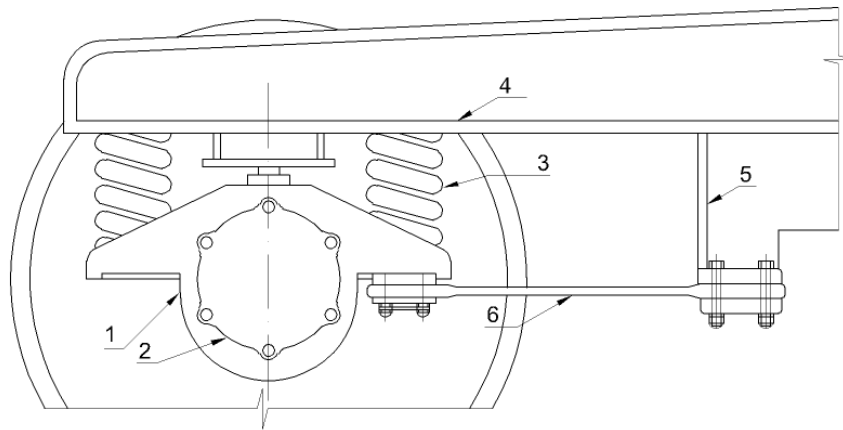


Obr. 1 Pohyby podvozku při průjezdu obloukem

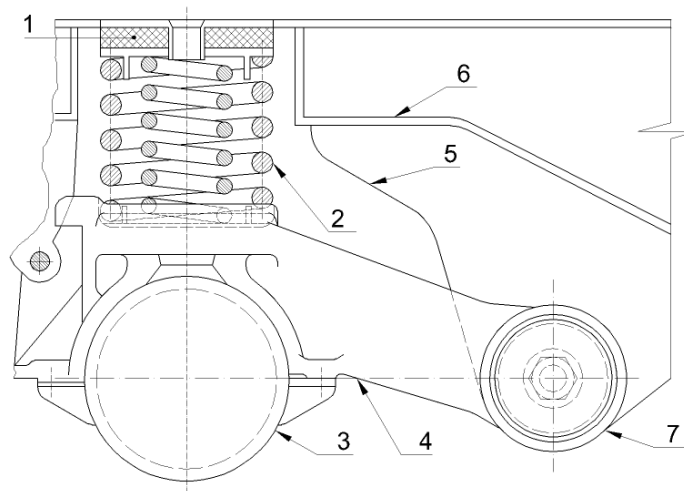
Železniční dvojkolí je tuhý celek vázaný k rámu podvozku za pomoci tzv. vedení dvojkolí. Existuje mnoho druhů vedení dvojkolí, jako například vedení svislými čepy viz obr. 2, vedení pružnými pásy viz obr. 3 a vedení kyvným ramenem viz obr. 4.



Obr. 2 Vedení dvojkolí svislými čepy podvozku VÚKV 801, 1 – ložisková skříň, 2 – silonové pouzdro, 3 – svislý čep, 4 – podchytka, 5 – pryžový prstenec, 6 – miska [1]



Obr. 3 Vedení dvojkolí vnitřním laminátovým pásem podvozku GP 200, 1 – vnější plášť ložiskové skříně, 2 – vnitřní plášť ložisková skříně, 3 – pružina primárního vypružení, 4 – podélník rámu podvozku, 5 – konzola, 6 – laminátový vodící pás [1]



Obr. 4 Vedení dvojkolí kyvným ramenem podvozku Y32, 1 – pryžová vložka, 2 – primární vypružení, 3 – ložisková skříně, 4 – kyvné rameno, 5 – konzola, 6 – podélník rámu podvozku, 7 – kloub se silentblokem [1]

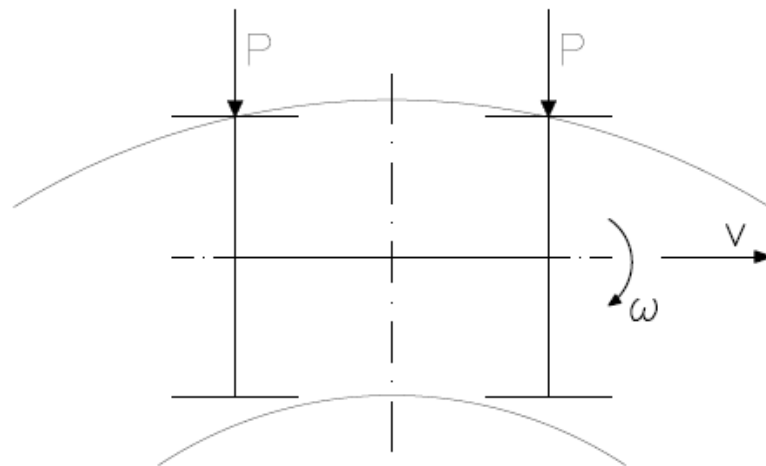
Vedení dvojkolí je konstruováno tak, že dovoluje jednotlivým dvojkolím se do malé míry pohybovat v podélném a příčném směru, případně se vůči rámu natočit kolem svislé osy. V praxi to znamená, že úhel natočení dvojkolí vůči rámu vozu je jiný než úhel natočení rámu podvozku vůči rámu vozidla.

Pro zjednodušený náhled na tuto problematiku budeme dále uvažovat tuhé vedení dvojkolí, díky čemuž úhel natočení dvojkolí a úhel natočení rámu podvozku vůči rámu vozidla bude stejný.

## 2.1 Polohy podvozku při průjezdu obloukem

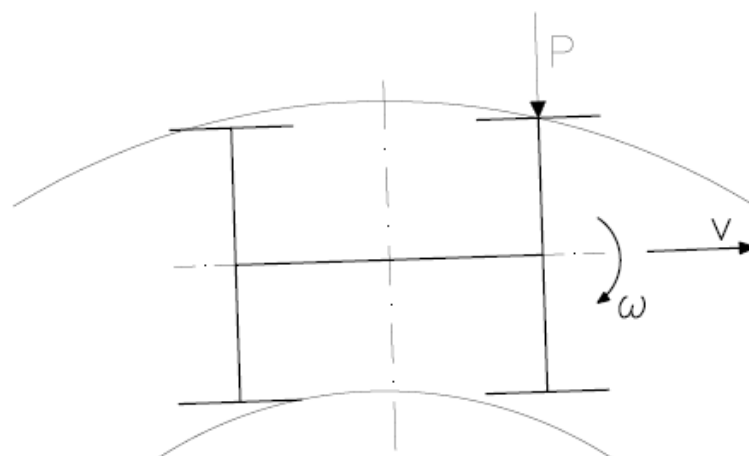
Při průjezdu obloukem zaujímá podvozek ve volném kanálu koleje<sup>1</sup> jednu ze tří možných poloh. Tětivovou, statickou, nebo vzpříčenou polohu.

V tětivové poloze viz obr. 5 nabíhá přední i zadní dvojkolí na vnější kolejnicový pás. Mezi nabíhajícími koly a vnější kolejnici působí tzv. řídicí síly  $P$ , které vznikají jako reakce na zakřivenou jízdní dráhu. Jedná se tedy o silový styk mezi kolem a kolejnici v rovině koleje.



Obr. 5 Tětivová poloha

Ve statické poloze viz obr. 6 nabíhá přední dvojkolí na vnější kolejnicový pás a zadní dvojkolí je mezi vnitřním a vnějším kolejnicovým pásem. V tomto případě působí řídicí síla pouze mezi předním dvojkolím a vnější kolejnici.

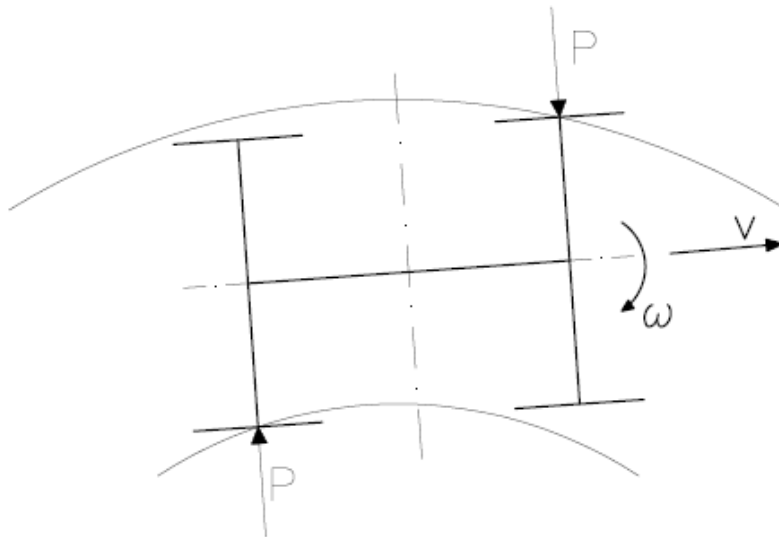


Obr. 6 Statická poloha

---

<sup>1</sup> Volný kanál koleje je příčná vůle dvojkolí v koleji označovaná  $2\sigma_r$  [4]

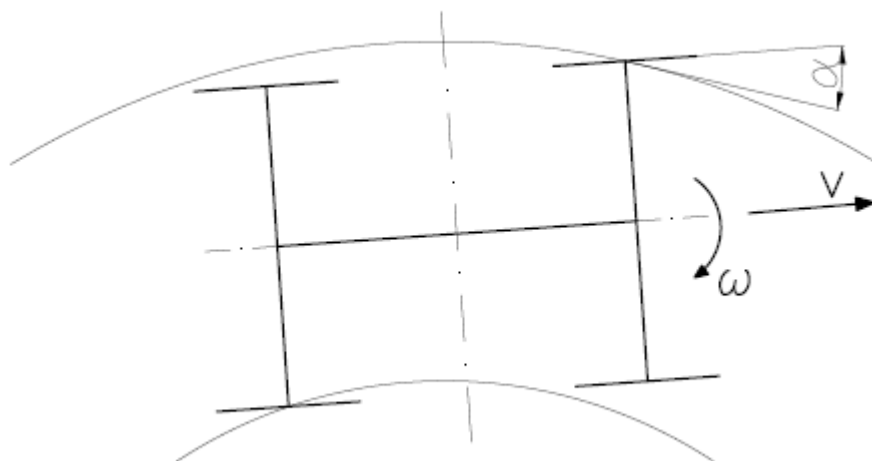
Ve vzpříčené poloze viz obr. 7 nabíhá přední dvojkolí na vnější kolejnicový pás a zadní dvojkolí nabíhá na vnitřní kolejnicový pás. V této situaci působí řídicí síla mezi předním dvojkolím a vnější kolejničí, a mezi zadním dvojkolím a vnitřní kolejničí působí tzv. nepravá řídicí síla.



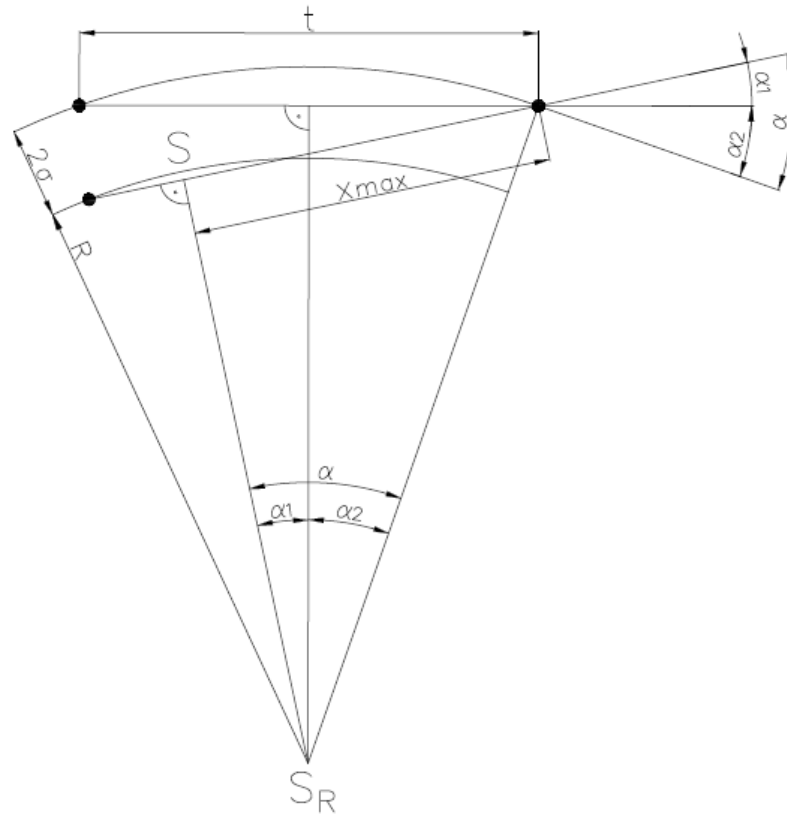
Obr. 7 Vzpříčená poloha

## 2.2 Výpočet úhlů náběhu a vzdálenosti středu otáčení

Úhel náběhu  $\alpha$  svírá tečna oblouku v bodu dotyku a kolmice na osu nápravy viz obr. 8. Může nabývat od minimální hodnoty při postavení podvozku do těživové polohy, až po maximální hodnotu při postavení podvozku do vzpříčené polohy viz obr. 5 a obr. 7.



Obr. 8 Úhel náběhu podvozku



Obr. 9 Úhly náběhu pro tětiovou a vzpříčenou polohu

Při definování vztahů pro výpočet úhlu náběhu  $\alpha$  vycházíme z geometrie zobrazené na obr. 9. Díky znalosti, že hodnoty poloměru oblouku  $R$  jsou podstatně větší než rozvor podvozku  $t$ , lze použít linearizaci  $tg \alpha \approx \alpha$ .

Pomocný úhel  $\alpha_1$  se vypočte jako poměr volného kanálu koleje  $2\sigma$  a rozvoru podvozku  $t$ .

$$\alpha_1 \doteq \frac{2\sigma_r}{t} \quad (1)$$

Minimální úhel náběhu  $\alpha_2$  nastane v případě, kdy podvozek zaujme tětiovou polohu. Jeho hodnotu lze pak jednoduše získat jako podíl poloviny rozvoru a poloměru oblouku  $R$ .

$$\alpha_2 \doteq \frac{t}{2R} \quad (2)$$

Maximální úhel náběhu  $\alpha$  nastane při zaujetí vzpříčené polohy podvozkem. Jeho velikost lze vyjádřit jako podíl maximální vzdálenosti středu otáčení  $x_{max}$  a poloměru  $R$ .

$$\alpha \doteq \frac{x_{max}}{R} \quad (3)$$

Maximální úhel náběhu lze také spočítat ze součtu pomocného úhlu  $\alpha_1$  a minimálního úhlu  $\alpha_2$ .

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (4)$$

Po dosazení rovnic (1), (2) a (3) do rovnice (4) dostaneme následující vztah:

$$\frac{x_{max}}{R} \doteq \frac{2\sigma_r}{t} + \frac{t}{2R}. \quad (5)$$

Vyjádřením  $x_{max}$  z rovnice (5) získáme vzdálenost středu otáčení od prvního dvojkolí při vzpříčené poloze.

$$x_{max} \doteq \frac{2\sigma_r R}{t} + \frac{t}{2} \quad (6)$$

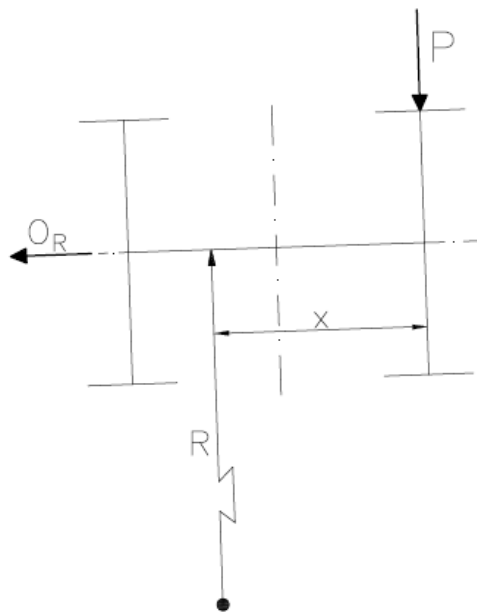


### 3 Popis vybraných parametrů vozidla a trati ovlivňujících odpor z jízdy obloukem

Při jízdě obloukem se setkáváme s výrazným odporem vůči průjezdu. Se zvýšeným odporem zároveň dochází k zvýšenému opotřebením hlav kolejnic, boků kolejnic, jízdnicích ploch a okolků kol. Pro definici parametrů ovlivňujících odpor z jízdy obloukem musíme vycházet z metod, které popisují, co se při jízdě obloukem děje.

#### 3.1 Odpor z jízdy obloukem

Informace v této kapitole jsou čerpány z trakčních výpočtů a mechaniky [2], [3].



Obr. 10 Odpor z jízdy v oblouku

Velikost odporové síly se vypočte z momentové rovnováhy ke středu oblouku dle obr. 10 takto:

$$O_R = P \cdot \frac{x}{R} = P \cdot \alpha. \quad (7)$$

Vlastní opotřebenění okolku kola dvojkolí je pokládáno za přímo úměrné součinu velikosti kvazistatických sil a polohy dvojkolí v dané například součinem ( $P \cdot \alpha$ ); proto má mít tento výraz minimální hodnotu. [3]

Veličiny potřebné pro výpočet odporu budeme stanovovat v další kapitole.

Pro výpočty v trakční mechanice se na území ČR využívá Röcklův empirický vztah.

$$o_R = \frac{a}{R - b} \quad (8)$$

s konstantami:

$$a = 650 \text{ a } b = 55 \text{ pro } R \geq 500 \text{ m}$$

$$a = 500 \text{ a } b = 30 \text{ pro } R < 500 \text{ m.}$$

Pro zjednodušené výpočty lze použít vztah:

$$o_R = \frac{600}{R} \quad (9)$$

V dalších evropských zemích se můžeme setkat se vztahy pro výpočet odporu z jízdy obloukem jako např.:

$$o_R = \frac{700}{R} \quad (10)$$

nebo

$$o_R = \frac{800}{R}. \quad (11)$$

## 3.2 Heumannova metoda

Heumannova metoda je graficko-početní metoda, pomocí níž se zjišťuje postavení podvozku kolejového vozidla v oblouku koleje a velikosti řídicích sil. Metoda vychází ze zjednodušujících předpokladů, přesto pomocí ní lze jednoduše posoudit konstrukci podvozku kolejového vozidla. Z výstupů této metody můžeme definovat odpor z jízdy obloukem. Při řešení Heumannovi metody jsou informace čerpány z dodatku kolejových vozů [5].

### 3.2.1 Zjednodušující předpoklady

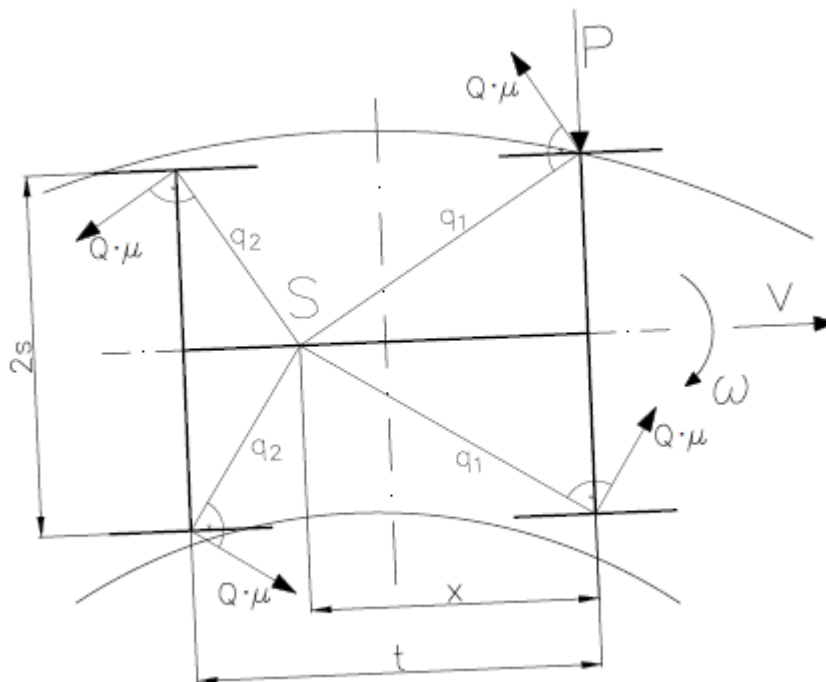
Základním předpokladem při řešení jízdy obloukem je, že vozidlo během jízdy obloukem zaujímá stálou polohu vůči koleji. To znamená, že úhel náběhu podvozku se po dobu jízdy obloukem nemění. Pak lze celé vyšetřování brát jako kvazistatický případ, při němž se řeší pouze statická rovnováha sil a momentů.

Při tomto řešení se vychází z následujících zjednodušujících předpokladů:

- kola dvojkolí mají válcové jízdní plochy,
- svislé kolové síly  $Q$  všech kol jsou stejné,
- příčná řídicí síla mezi okolkem nabíhajícího kola a kolejnicí působí ve svislé rovině procházející osou nápravy, přitom se neuvažuje průvodní třecí síla v místě dotyku okolku s kolejnicí,
- konstantní součinitel tření  $\mu$  u všech kol,
- vozidlo nevyvíjí ani tažnou ani brzdící sílu,
- vozidlo i kolej jsou příčně tuhé,
- dvojkolí je k rámu vázáno ve vodorovné rovině tuhou vazbou.

### 3.2.2 Vznik třecích sil na obvodech kol

Při jízdě obloukem je zapotřebí, aby se podvozek kromě translačního pohybu  $V$  ještě dodatečně otáčel úhlovou rychlostí  $\omega$ . Při tomto otáčení viz obr. 11 kolem bodu  $S$  úhlovou rychlostí  $\omega$  vznikají na obvodech kol třecí síly o velikosti  $Q \cdot \mu$  působící proti směru otáčení.



Obr. 11 Třecí síly na obvodech kol

Pro definované síly lze dle obr. 11 sestavit rovnice rovnováhy takto:

$$P - 2Q\mu \frac{x}{q_1} - 2Q\mu \frac{x-t}{q_2} = 0 \quad (12)$$

$$P \cdot x - 2Q\mu q_1 - 2Q\mu q_2 = 0. \quad (13)$$

Pro momenty třecích sil si zavedeme označení  $M_t$  a vypočteme je dle rovnice (14).

$$M_t = 2Q\mu q_1 + 2Q\mu q_2 \quad (14)$$

Délky průvodičů třecích sil se vypočítají takto:

$$q_1 = \sqrt{s^2 + x^2} \quad (15)$$

$$q_2 = \sqrt{s^2 + (t-x)^2}. \quad (16)$$

Nyní provedeme derivaci moment třecích sil  $M_t$ .

$$\frac{dM_t}{dx} = \frac{2Q\mu\sqrt{s^2 + x^2} + 2Q\mu\sqrt{s^2 + (t-x)^2}}{dx} \quad (17)$$

Mezikrok derivace vypadá takto:

$$\frac{dM_t}{dx} = 2Q\mu \frac{1}{2} (s^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x + 2Q\mu \frac{1}{2} (s^2 + (t-x)^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2(t-x)(-1). \quad (18)$$

Po zkrácení a převedení zpět do zlomkové formy vypadá výsledek takto:

$$\frac{dM_t}{dx} = 2Q\mu \frac{x}{\sqrt{s^2 + x^2}} + 2Q\mu \frac{x-t}{\sqrt{s^2 + (t-x)^2}}. \quad (19)$$

Porovnáním rovnice (12) s rovnicí (19) zjistíme, že se derivace třecího momentu  $M_t$  rovná řídicí síle  $P$  (viz rovnice (20)).

$$\frac{dM_t}{dx} = P \quad (20)$$

Při řešení tohoto problému hledáme jak velikost řídicí síly, tak zároveň vzdálenost  $x$ , pro kterou platí rovnost v rovnici (21).

$$P \cdot x = M_t = \frac{dM_t}{dx} \cdot x \quad (21)$$

Předpokladem pro řešení je, že podvozek v oblouku koleje zaujme takovou polohu, pro kterou je řídicí síla minimální. Z matematického pohledu je řídicí síla  $P$  v rov. (21) směrnici lineární funkce. Graficko-početní řešení je pak založeno na hledání takové tečny (směrnice lineární funkce), pro kterou platí k tečnému bodu rovnost třecích momentů  $M_t$  a momentu od řídicí síly  $P \cdot x$ .

Sílu  $P$  a vzdálenost  $x$  lze dosadit do vztahu (7) pro výpočet hodnoty odporu z jízdy obloukem  $O_R$ . Proto je vyřešení tohoto problému nezbytné pro stanovení tohoto odporu.

### 3.3 Parametry ovlivňující odpor z jízdy obloukem

Parametry, kterými se tato kapitola zabývá jsou zjištěny na základě rozboru Heumannovi metody.

#### 3.3.1 Součinitel tření $\mu$

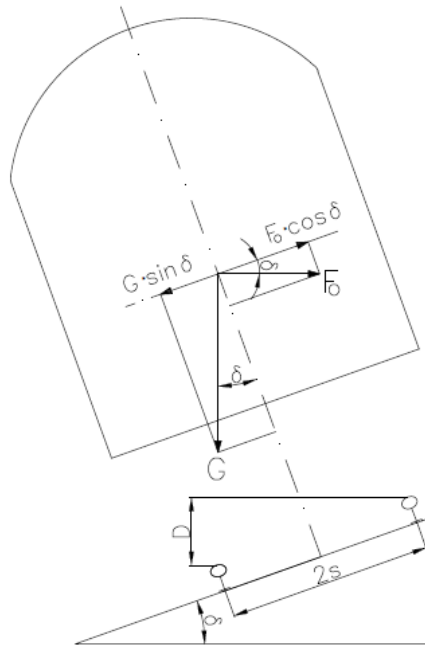
Součinitel tření je závislý na mnoha faktorech jako například: materiálech, drsnosti povrchu, teplotě, relativní rychlosti. Pro určení jeho velikosti je prováděno mnoho experimentů různými zařízeními, jejichž výsledky se při vzájemném porovnání mohou lišit z důvodu odlišných testovacích podmínek, které jsou při každém pokusu těžko opakovatelné. V této práci je vyzkoušeno, jak ovlivňuje měnící se součinitel tření odpor z jízdy obloukem. Ze studie součinitele tření v kontaktu kola a kolejnice vyplývá, že má smysle se zabývat hodnotami v rozmezí 0,1 až 0,45 [6].

#### 3.3.2 Zatížení $G$

Svislé zatížení jednotlivých kol se může měnit vlivem změny rychlosti jízdy a převýšení koleje v oblouku. Nicméně jak již bylo zmíněno v kapitole 3.2.1, Heumannova metoda zanedbává přitěžování a odlehčování kola a svislé kolové síly  $Q$  všech kol jsou tak stejné. Nicméně hmotnost vozidla a s tím spojená tíhová síla  $G$  ovlivňuje svislou kolovou sílu  $Q$ .

#### 3.3.3 Rychlost jízdy $v$ a převýšení koleje $p$

Rychlost jízdy vozidla v oblouku je dána s ohledem na poloměr oblouku a dovolený nedostatek převýšení. Další roli hraje také druh dopravy: osobní/nákladní. Při různých kombinacích rychlosti a převýšení mohou při jízdě obloukem nastat tři případy příčných sil na vozidlo. Průjezd obloukem s nedostatkem, přebytkem nebo teoretickým převýšením. Pro každý z uvedených případů se liší rozdíl příčných složek tíhové a odstředivé síly (viz obr. 12).



Obr. 12 Síly působící na vozidlo při průjezdu obloukem koleje s převýšením

### Výpočet sil působících na vozidlo v oblouku koleje

Následující rozbor je vztažen k situaci zobrazené na obr. 12.

Úhel  $\delta$  vyjadřuje sklon roviny koleje v oblouku oproti rovině nivelety. Je vypočten pomocí funkce sinus, jenž pro malé úhly linearizujeme  $\sin \delta \approx \delta$ , jako podíl převýšení koleje  $D$  a vzdáleností styčných kružnic dvojkolí  $2s$ .

$$\delta = \frac{D}{2s} \quad (22)$$

Odstředivá síla se spočítá takto:

$$F_0 = \frac{m \cdot v^2}{R}. \quad (23)$$

Tíhová síla se spočítá jako součin hmotnosti vozidla  $m$  a tíhového zrychlení  $g$ .

$$G = m \cdot g \quad (24)$$

Nevyrovnaná příčná síla  $F_N$  se spočítá dle rovnice (25).

$$F_N = F_0 \cdot \cos \delta - G \cdot \sin \delta \quad (25)$$

Pro malé úhly použijeme linearizaci:  $\cos \delta \approx 1$  a  $\sin \delta \approx \delta$ . Po aplikaci na rovnici (25) vypadá výpočet nevyrovnané příčné síly  $F_N$  takto:

$$F_N = F_0 - G \cdot \delta. \quad (26)$$

Dosažením do rovnice (26) za úhel  $\delta$  z rovnice (22), odstředivou sílu z rovnice (23) a tíhovou sílu dle rovnice (24) dostaneme finální tvar výpočtu nevyrovnané příčné síly  $F_N$ .

$$F_N = \frac{m \cdot v^2}{R} - m \cdot g \cdot \frac{D}{2s} \quad (27)$$

Ke snížení účinků odstředivé síly má být v koleji v oblouku projektováno převýšení koleje, a to zvýšením polohy vnějšího kolejnicového pásu vůči pásu vnitřnímu, který zůstává v úrovni temene kolejnicového pásu. Projektovaná hodnota převýšení se zaokrouhluje na celý milimetr [2]

Na tratích se převýšení v oblouku o konstantním poloměru nemění. Při našich šetření vlivů parametrů vozidla a trati na odpor z jízdy obloukem budeme uvažovat i rychlost jízdy v oblouku konstantní.

V praxi se na jedné trati mohou vyskytovat vozidla schopné vyvinout různé rychlosti, tudíž nelze navrhnout trať tak, aby každé vozidlo mohlo projíždět obloukem bez účinku odstředivé síly. Proto se na tratích projektuje převýšení takové, aby při jízdě maximální rychlostí vznikala nedostatek převýšení, který má za následek nevyrovnané příčné síly, které svým klopícím momentem přitěžují vnější kolejnicový pás. Při nižších rychlostech se více projeví složka tíhové síly, jejíž klopící moment přitěžuje vnitřní kolejnicový pás. Přitěžování kolejnicových pásů musí být v určitých mezích, a proto se na tratích projektují tzv. normální převýšení.

### **Jízda obloukem s teoretickým (ideálním) převýšením**

Jízda obloukem s teoretickým převýšením nastává pouze za situace, kdy jsou rychlost vozidla, poloměr oblouku a převýšení koleje ve správném poměru. Při správném poměru jmenovaných veličin mají příčné složky sil od tíhové síly a odstředivé síly stejnou velikost a v rov. (27) se odečtou.

Matematicky lze vyjádřit rovnost příčných sil takto:

$$\frac{m \cdot v^2}{R} \cos \delta = m \cdot g \cdot \sin \delta. \quad (28)$$

### **Jízda obloukem s nedostatkem převýšení**

Při jízdě obloukem s nedostatkem převýšení převažuje v příčné rovině odstředivá složka síly. Velikost nevyrovnané příčné síly lze spočítat z rovnice (27), ze které vyjde síla  $F_n$  jako kladná.



## Jízda obloukem s přebytkem převýšení

Při jízdě obloukem s přebytkem převýšení převažuje v příčné rovině tíhová složka síly. Velikost nevyrovnané příčné síly lze spočítat z rovnice (27), ze které vyjde síla  $F_n$  jako záporná.

## Hodnoty nedostatku převýšení

Hodnoty nedostatku převýšení jsou definované v normě ČSN EN 73 6360-1 [7] (viz tab. 1).

Tabulka 1 Hodnoty standardního, mezního a maximálního nedostatku převýšení  $I_n, I_{lim}, I_{max}$  v kolejích. [7]

Rychlost [km/h]	Standardní hodnota $I_n$ [mm]	Mezní hodnota $I_{lim}$ [mm]	Maximální hodnota $I_{max}$ [mm]
$V < 80$	80	100	100 (130 <sup>a</sup> )
$80 \leq V \leq 230$			130 (150 <sup>b</sup> )
$230 < V \leq 250$	70	80	130
$250 < V \leq 300$			100
$300 < V \leq 360$	60	65	80 (90 <sup>c</sup> )

<sup>a</sup> Lze pouze pro poloměr směrového oblouku  $R \geq 250$  m. V poloměrech  $R < 250$  m lze projektovat  $I_{max} = 130$  mm pouze pro vozidla s omezenými silovými účinky na trať (maximální hmotnost na nápravu 18 t).

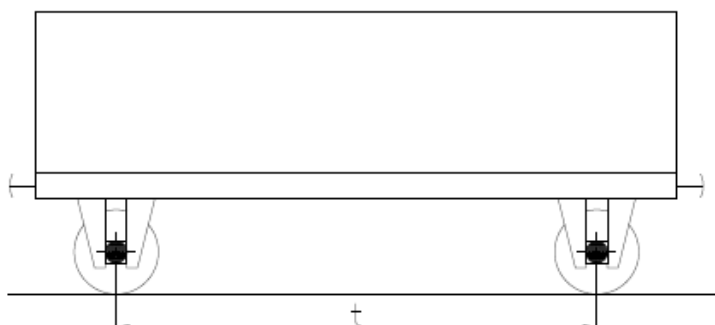
<sup>b</sup> Lze pouze pro vozidla osobní dopravy.

<sup>c</sup> Lze pouze v úseku pevné jízdní dráhy.

### 3.3.4 Rozvor $t$

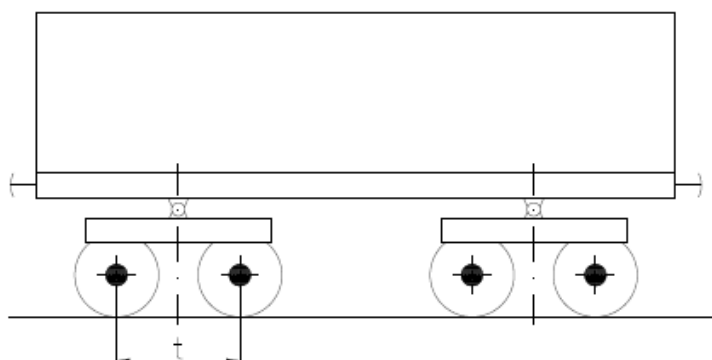
Rozvor je podélná vzdálenost os dvojkolí. Je dán dle počtu náprav: dvounápravový/čtyřnápravový, technickým určením vozidla.

Dvounápravové vozy se používají u vozů určených pro malé ložné hmotnosti jako např. plošinové vozy pro přepravu automobilů. Rozvor dvounápravového vozu viz obr. 13.



Obr. 13 Rozvor bezpodvozkového vozu

Velikosti rozvoru podvozků se volí s ohledem na použití. U lokomotiv lze očekávat větší rozvory z důvodu potřebného většího zástavbového prostoru pro pohony a brzdy. U osobních vozů se hledí na zástavbový prostor sekundárního vypružení. U nákladních vozů se podvozky konstruují pouze s primárním vypružením, a tak je možné jejich podvozky konstruovat s menším rozvorem. Rozvor podvozku viz obr. 14.



Obr. 14 Rozvor podvozku

## 4 Metody řešení

Pro výpočty odporů z jízdy obloukem lze použít Heumannova metoda. Jak již bylo zmíněno, k řešení lze použít jak graficko-početní postup, tak numerické řešení. V této kapitole jsou obě řešení blíže popsána.

### 4.1 Graficko-početní postup řešení Heumannovi metody

Při řešení problematiky graficky lze uvažovat pouze jeden případ rozvoru. Vlastní konstrukce grafického řešení zabere dost času a pro případné porovnávání více rozvorů je nutné celé řešení opakovat pro jiné hodnoty rozvoru. Hraje zde roli i přesnost rýsování, která může přesnost výsledku ovlivnit. Grafické řešení lze použít v případě, že nemáme k dispozici výpočetní techniku, které by za nás zvládla problémy vyřešit.

Grafické řešení vyjadřuje za pomoci měřítka rovnosti momentů z rovnice (21) graficky. Měřítka  $m$  se vypočítá jako  $m = x : x'$ , kde  $x$  je skutečná délka úsečky a  $x'$  je kreslená délka této úsečky.

Ke grafickému vyjádření momentu třecích sil  $M_t$  se s výhodou použije měřítka  $m_p = M_t : M'_t = 2\mu Qm$

To znamená, že po vydělení rovnice (14) měřítkem  $m_p$  získáme vztah pro výpočet velikosti graficky znázorněného momentu  $M'_t$  viz rovnice (29).

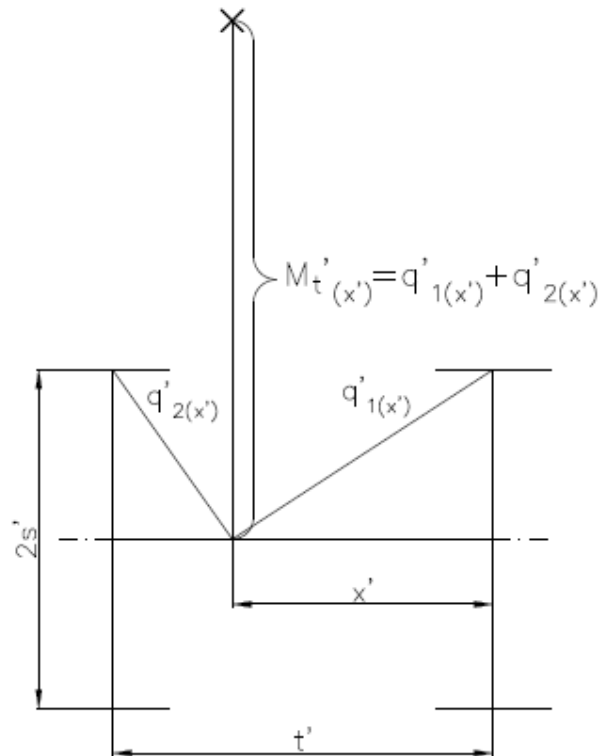
$$M'_t = \frac{2\mu Q(q_1 + q_2)}{2\mu Qm} = \frac{q_1 + q_2}{m} = q'_1 + q'_2. \quad (29)$$

Velikosti řídicích sil a vzdálenost středu otáčení, které z grafického řešení vyplývají, je nutné zpětně přepočítat pomocí měřítka.

### Konstrukce čáry třecích momentů

Moment třecích sil, je funkcí vzdálenosti středu otáčení  $x$  od první nápravy. Při grafickém řešení jej budeme vynášet na kolmici k podélné ose podvozku ve vzdálenosti součtu dvou průvodičů viz obr. 15 a jeho velikost v místě  $x'$  můžeme zapsat jako funkci:

$$M_{t'(x')} = q'_{1(x')} + q'_{2(x')} = \sqrt{s'^2 + x'^2} + \sqrt{s'^2 + (t' - x')^2}. \quad (30)$$



Obr. 15 Konstrukce čáry třecích momentů

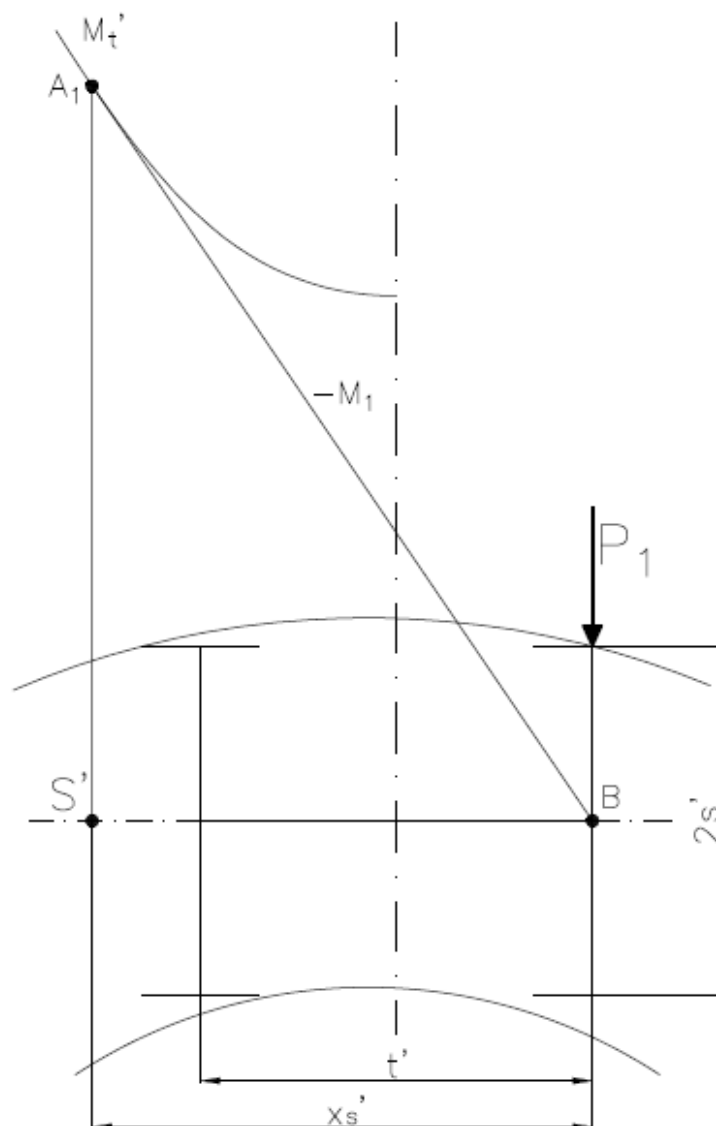
#### 4.1.1 Statická poloha podvozku v oblouku

Při statické poloze jsou neznámými, které je potřeba vyřešit, vzdálenost středu otáčení od první nápravy  $x$  a velikost řídicí síly  $P_1$ .

Pro statickou polohu se rovnice rovnováhy sestaví takto:

$$P_1 - 2Q\mu \frac{x}{q_1} - 2Q\mu \frac{x-t}{q_2} = 0 \quad (31)$$

$$P_1 x - 2Q\mu q_1 - 2Q\mu q_2 = 0. \quad (32)$$



Obr. 16 Grafické řešení statické polohy

### Postup řešení:

- Nakreslíme podvozek v měřítku  $m$ .
- Nakreslíme čáru třecích momentů  $M_t'$
- Z bodu B, ke kterému má síla  $P_1$  nulový moment, vedeme tečnu k čáře třecích momentů  $M_t'$ . Tato čára znázorňuje průběh momentu a nazveme ji  $-M_1$ , neboť má opačný smysl otáčení než třecí momenty.
- Bod dotyku nazveme  $A_1$  a z tohoto bodu spustíme kolmici k ose nápravy.
- Průsečík s osou nápravy je hledaný střed otáčení a nazveme jej  $S'$ .

Skutečnost že jsme k nalezení bodu, ve kterém jsou momenty stejně velké, použili tečnu nám zároveň dokazuje, že se jedná o minimální velikost řídicí síly. Nelze najít jiný společný bod, ke kterému by měla řídicí síla menší moment a zároveň by se momenty rovnaly.

Vzdálenost  $|A_1S'|$  je grafické vyjádření velikosti momentu třecích sil a momentu od řídicí síly k bodu  $S'$ .

### Hledané veličiny se spočítají jako:

$$M_t = 2\mu Q \cdot |A_1S'| = 2\mu Q \cdot |A_1S'| \cdot m$$

$$x = x_s' \cdot m$$

$$M_t = P_1 \cdot x \rightarrow P_1 = \frac{M_t}{x} = \frac{2\mu Q \cdot |A_1S'| \cdot m}{x' \cdot m} = 2\mu Q \frac{|A_1S'|}{x'}$$

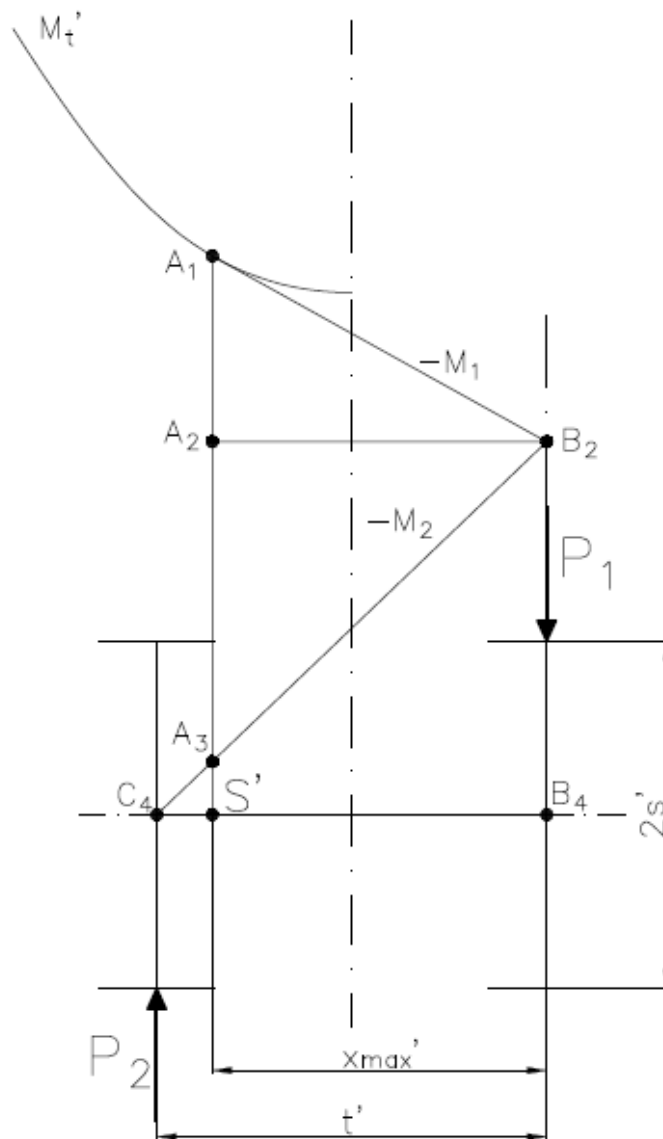
#### 4.1.2 Vzpříčená poloha podvozku v oblouku

Při zaujetí vzpříčené polohy podvozkem již nemusíme řešit vzdálenost středu otáčení od první nápravy, ale řešíme velikosti řídicích sil. Mezi zadním dvojkolím a vnitřním kolejnicovým pásem nyní působí tzv. nepravá řídicí síla  $P_2$ .

Pro vzpříčenou polohu se rovnice rovnováhy sestaví takto:

$$P_1 - P_2 - 2Q\mu \frac{x_{max}}{q_1} - 2Q\mu \frac{x_{max} - t}{q_2} = 0 \quad (33).$$

$$P_1 x_{max} + P_2(t - x_{max}) - 2Q\mu q_1 - 2Q\mu q_2 = 0. \quad (34).$$



Obr. 17 Grafické řešení vzpříčené polohy

### Postup řešení:

- Nakreslíme podvozek v měřítku  $m$ .
- Nakreslíme čáru třecích momentů  $M_t'$
- Dle rovnice (6) si vypočteme vzdálenost středu otáčení při vzpříčené poloze  $x_{max}$  a následně jej přepočítáme pomocí měřítka na vzdálenost  $x_{max}'$  jako  $x_{max}' = \frac{x_{max}}{m}$ . Spočítanou vzdálenost vyneseme na osu podvozku od osy první nápravy a bod označíme  $S'$ .
- Z bodu  $S'$  vedeme kolmici na osu nápravy až do průsečíku s čarou třecích momentů  $M_t'$  a tento bod nazveme  $A_1$ .
- Z bodu  $A_1$  vedeme tečnu k čáře třecích momentů, kterou protáhneme až k průsečíku s osou první nápravy a nazveme jí  $-M_1$ , kvůli její orientaci v kladném smyslu momentu třecích sil. Průsečík tečny a osy první nápravy označíme  $B_2$ .
- Nyní spojíme bod  $B_2$  s bodem  $C_4$  a vzniklou úsečku nazveme  $-M_2$ . Moment je opět se záporným znaménkem ze stejného důvodu jako moment  $M_1$ .
- Průsečík kolmice z bodu  $S'$  a úsečky  $-M_2$  označíme  $A_3$ .

Vzdálenost  $|A_1S'|$  je grafické znázornění velikosti třecích momentů pro které hledáme vyvážení pomocí sil  $P_1$  a  $P_2$ . Síla  $P_2$  má k bodu  $S'$  moment o velikosti  $|A_3S'|$  a síla  $P_1$  má k bodu  $S'$  velikost  $|A_1A_3|$ .

### Hledané veličiny se spočítají jako:

$$P_1 = 2\mu Q \frac{|A_1A_3|}{x_{max}'}$$

$$P_2 = 2\mu Q \frac{|A_3S'|}{|C_4S'|}$$



### 4.1.3 Působení přídatné vnější síly ve středu podvozku

V případě působení přídatné vnější síly, například nevyrovnané odstředivé síly, lze případ rozdělit na dvě možnosti podle smyslu působení síly, a to síly působící směrem ven z oblouku a síly působící směrem do oblouku.

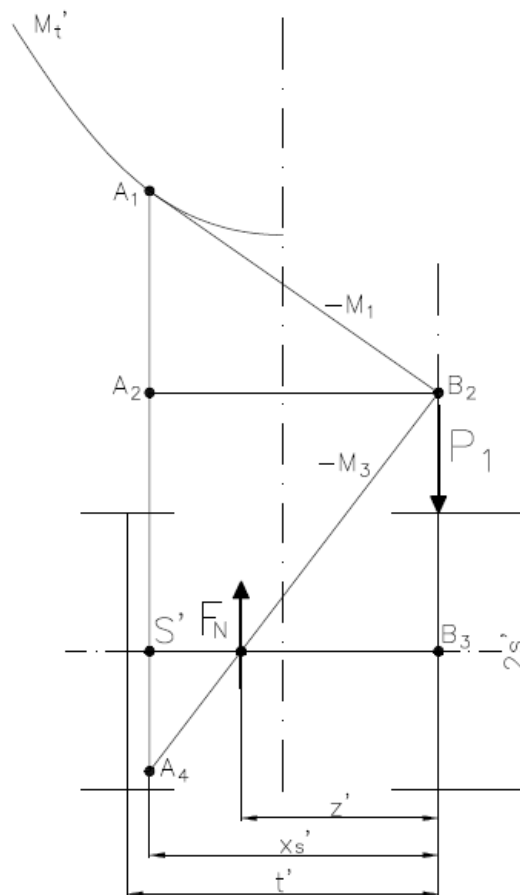
#### Nedostatek převýšení

Při nedostatku převýšení působí nevyrovnaná příčná síla směrem ven z oblouku. Velikost síly je závislá na parametrech popsanych v kapitole 3.3.3. Její působiště na obr. 18 je ve vzdálenosti  $z'$  od první nápravy. Ve skutečnosti je působiště v místě přenosu sil mezi rámem podvozku a rámem nástavby uprostřed podvozku. V tomto případě se snažíme nalézt vzdálenost středu otáčení  $x$  a velikost řídicí síly  $P_1$ .

Pro nedostatek převýšení se rovnice rovnováhy sestaví takto:

$$P_1 - F_N - 2Q\mu \frac{x}{q_1} - 2Q\mu \frac{x-t}{q_2} = 0 \quad (35)$$

$$P_1 x - F_N \cdot (x - z) - 2Q\mu q_1 - 2Q\mu q_2 = 0. \quad (36)$$



Obr. 18 Grafické řešení přídatné síly z nedostatku převýšení

### Postup řešení:

- Nakreslíme podvozek v měřítku  $m$ .
- Nakreslíme čáru třecích momentů  $M_t'$
- Průběh momentu od síly  $F_N$  sestrojíme pomocí dvou známých bodů. V místě působení síly má moment  $M_3$  nulovou velikost. Velikost momentu v ose první nápravy lze vypočítat jako  $a$  a následně přepočítat pomocí měřítka takto:

$$|B_2B_3| = \frac{M_{3(0)}}{2\mu Qm} = \frac{F_N \cdot z}{2\mu Qm}$$

- Z bodu  $B_2$  vedeme tečnu k čáře  $M_t'$  a dotykový bod označíme  $A_1$ .
- Z bodu  $A_1$  spustíme kolmici. V průsečíku kolmice a osy podvozku se nachází střed otáčení  $S'$  a průsečík kolmice s momentovou čarou  $M_3$  si označíme  $A_4$ .

### Hledané veličiny se spočítají jako:

$$x_s = x_s' \cdot m = |S'B_3| \cdot m$$

$$P_1 = 2\mu Q \frac{|A_1A_4|}{x_s'}$$

Zde je vidět, že takto působící přídavná síla zvyšuje sílu mezi prvním dvojkolím a vnějším kolejnicovým pásem.

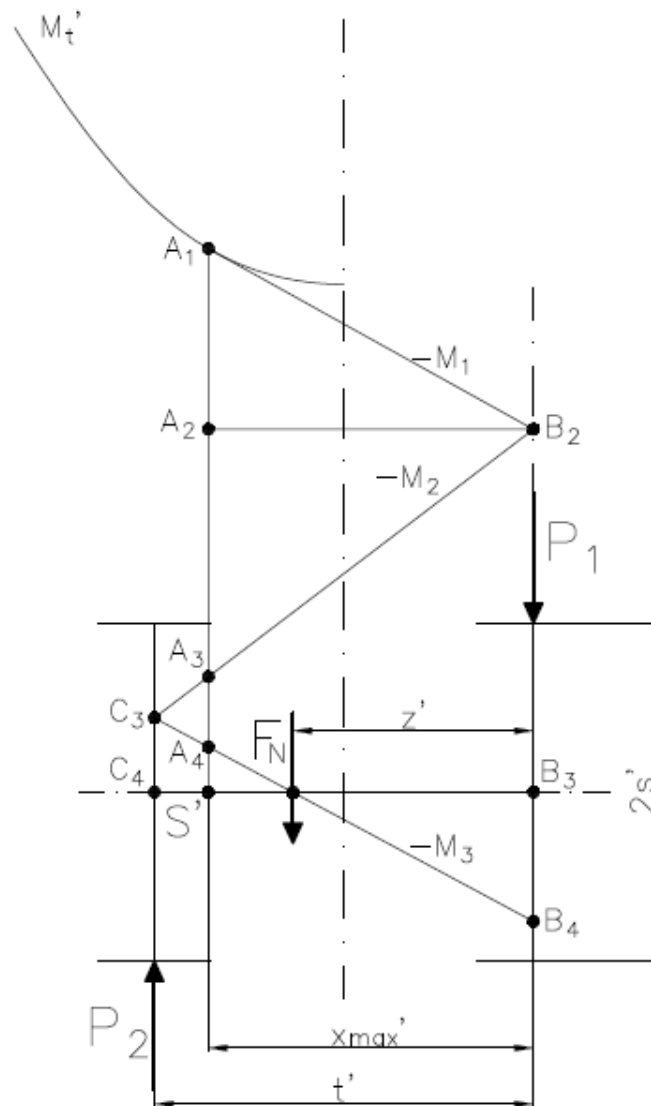
### Přebytek převýšení

Při přebytku převýšení působí nevyrovnaná příčná síla směrem do středu oblouku. Velikost síly je závislá na parametrech popsanych v kapitole 3.3.3. Její působiště na obr. 19 je ve vzdálenosti  $z'$  od první nápravy. Ve skutečnosti je působiště v místě přenosu sil mezi rámem podvozku a rámem nástavby uprostřed podvozku. V tomto případě předpokládáme takovou velikost nevyrovnané příčné síly, že se podvozek nachází ve vzpříčené poloze, potom je potřeba určit velikosti řídicích sil  $P_1$  a  $P_2$ .

Pro přebytek převýšení se rovnice rovnováhy sestaví takto:

$$P_1 - P_2 + F_N - 2Q\mu \frac{x_{max}}{q_1} - 2Q\mu \frac{x_{max} - t}{q_2} = 0 \quad (37)$$

$$P_1 x_{max} + P_2 \cdot (t - x_{max}) + F_N \cdot (x_{max} - z) - 2Q\mu q_1 - 2Q\mu q_2 = 0. \quad (38)$$



Obr. 19 Grafické řešení přídatné síly z přebytku převýšení

### Postup řešení:

- Nakreslíme podvozek v měřítku  $m$ .
- Nakreslíme čáru třecích momentů  $M_t'$
- Průběh momentu od síly  $F_N$  sestrojíme pomocí dvou známých bodů. V místě působení síly má moment  $M_3$  nulovou velikost. Velikost momentu v ose první nápravy lze vypočítat následně přepočítat pomocí měřítka takto:

$$|B_3B_4| = \frac{M_{3(0)}}{2\mu Qm} = \frac{F_N \cdot z}{2\mu Qm}$$

- Spojením bodů  $B_4$  a  $F_N$  a protažením této úsečky k ose druhé nápravy nalezneme bod  $C_3$ , ze kterého musí vycházet momentová přímka nepravé řídicí síly  $P_2$ .
- Dle rovnice (6) si vypočteme vzdálenost středu otáčení při vzpříčené poloze  $x_{max}$  a následně jej přepočítáme pomocí měřítka na vzdálenost  $x_{max}'$  jako  $x_{max}' = \frac{x_{max}}{m}$ . Spočítanou vzdálenost vyneseme na osu podvozku od osy první nápravy a bod označíme  $S'$ .
- Z bodu  $S'$  vedeme kolmici na osu nápravy až do průsečíku s čarou třecích momentů  $M_t'$  a tento bod nazveme  $A_1$
- K čáře třecích momentů sestrojíme v bodě  $A_1$  tečnu, kterou protáhneme k ose první nápravy. Tento průsečík si pojmenujeme  $B_2$ .
- Spojením bodů  $B_2$  a  $C_3$  získáme průběh momentu od nepravé řídicí síly  $P_2$

### Hledané veličiny se spočítají jako:

$$P_1 = 2\mu Q \frac{|A_1A_3|}{|S'B_3|}$$

$$P_2 = 2\mu Q \frac{|A_3A_4|}{|C_4S'|}$$

## 4.2 Numerická metoda

V dnešní době je využívání numerických metod efektivnější než grafických. S narůstajícími výpočetními schopnostmi počítačů jsou numerické metody schopné rychle a s dostatečnou přesností řešit složité matematické a fyzikální problémy. Lze díky nim pracovat s velkými soubory dat, které by bylo obtížné analyzovat graficky. V mnoha situacích je možné numerický výpočet automatizovat a zajistit si tak opakovatelné a konzistentní výsledky.

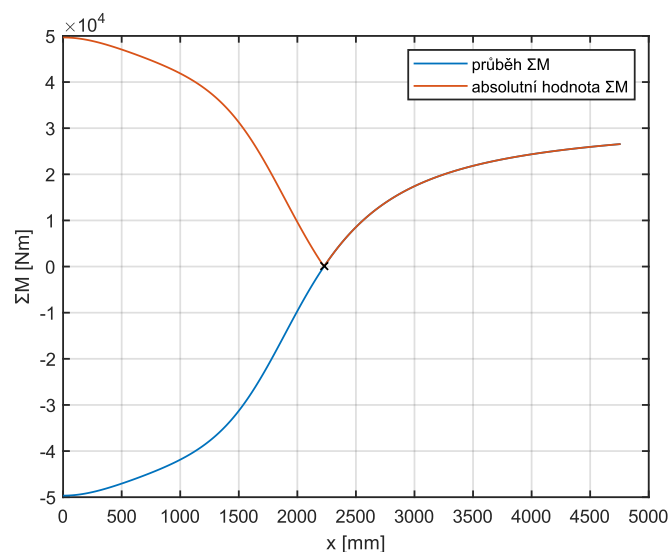
Pro numerické řešení používáme programovací prostředí Matlab, které svojí multifunkčností umožňuje zjednodušené zadávání výpočtů a vykreslování potřebných grafů.

### 4.2.1 Hledání středu otáčení

Při zjišťování odporu z jízdy obloukem nejdříve musíme zjistit v jaké poloze se podvozek nachází. Hledáme tedy vzdálenost  $x$  od první nápravy, ke které platí rovnost v rovnicích (12) a (13). Rovnice lze sloučit do jedné vyjádřením síly  $P_1$  z rovnice (12) a dosazením jej do rovnice (13). Po úpravě dostaneme rovnici ve tvaru:

$$2Q\mu \cdot \left( \frac{x}{\sqrt{s^2+x^2}} + \frac{x-t}{\sqrt{s^2+(t-x)^2}} - \sqrt{s^2+x^2} - \sqrt{s^2+(t-x)^2} \right) = \Sigma M. \quad (39)$$

Tato rovnice má na levé straně rozměr  $Nm$  a znázorňuje součet momentů třecích sil a momentu od řídicí síly k libovolnému bodu  $x$ . Hledáme, pro jaké  $x$  platí rovnost levé strany nule. Pro toto  $x$  si velikosti momentu třecích sil a momentu řídicí síly rovnají. Rovnici lze převést do funkční závislosti a vykreslit velikost momentu v závislosti na  $x$  (viz obr. 20). Řešení rovnice je v bodě, kde křivka prochází vodorovnou osou, tedy moment je nulový. K hledání tohoto bodu je možné použít absolutní hodnotu funkce a najít minimální hodnotu.



Obr. 20 Součet momentů v závislosti na  $x$

## 4.2.2 Numerické řešení v programu Matlab

```
1 n=4; % [mm] počet náprav
2 sigma2=1435-1360-30-30; % [mm] volný kanál koleje
3 S2= 1500; % [mm] vzdálenost styčných kružnic
4 s=S2/2; % [mm]
5
6 mi=0.3; % [-] součinitel tření
7 m=25000; % [kg] hmotnost vozu
8 Q=m*9.81/(2*n); % [N] svislá kolová síla
9 t=1800; % [mm] rozvor podvozku
10 R=300; % [m] poloměr oblouku
11
12 Xmax=(sigma2*R*1000)/t+t/2; % [mm] maximální vzdálenost středu otáčení
13 min=realmax;
14 x=0:10:2.5*t;
15
16 for i=1:length(x)
17 y(i)=2*mi*Q*((x(i)^2/sqrt(s^2 + x(i)^2)) + (x(i)^2-t*x(i))/sqrt(s^2 + (t-x(i))^2) - sqrt(s^2 + x(i)^2) - sqrt(s^2 + (t-x(i))^2));
18 if abs(y(i))<min
19 min=abs(y(i));
20 Xnum=x(i);
21 end
22 end
23
24 plot(x,y/1000)
25 grid on
26 hold on
27 xlabel('x [mm]');
28 ylabel('ΣM [Nm]');
29
30 plot(x,abs(y)/1000)
31 plot(Xnum,min/1000,'xk')
32 legend('průběh ΣM','absolutní hodnota ΣM')
```

Obr. 21 Kód pro nalezení středu otáčení a vykreslení grafu z obr. 20

Pro hledání středu otáčení v programu Matlab je použit kód z obr. 21.

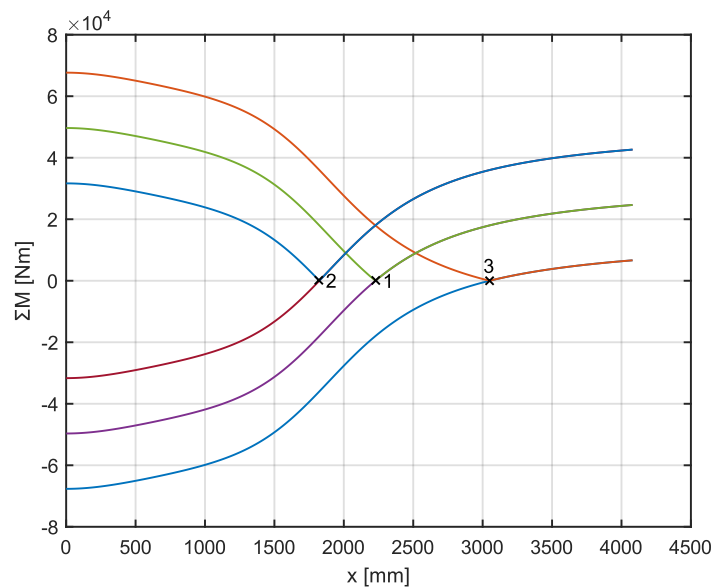
Nejdříve je nutné zadat vstupní parametry vozu a trati jako např.: hmotnost vozu, rozvor podvozku, poloměr oblouku, počet náprav a další. Pro ověření, zda podvozek nezaujímá v zadaném oblouku vzpříčenou polohu je potřeba spočítat maximální vzdálenost středu otáčení  $x_{max}$ . K hledání středu otáčení je použit cyklus for, který pro každé  $x$  spočítá hodnotu součtu momentů. Zároveň se při každém projetí cyklu porovnává aktuální velikost momentu se zatímním nejnižším nalezeným momentem. Když se pro nějaké  $x$  vypočte nižší moment, než je náš dosavadní nejnižší, tak se provede přepsání minimální hodnoty na aktuální a zároveň se do hodnoty  $x_{num}$  uloží hodnota  $x(i)$ , pro které nejnižší hodnota platí. Aby byla eliminována záporná čísla, tak je použito porovnávání pomocí absolutní hodnoty. Na obr. 20 je vykreslena jak funkce z rovnice (39), tak její absolutní hodnota pro důkaz, že se při součtu momentů rovném nule nacházíme v minimu.

### 4.2.3 Hledání středu otáčení při nedostatku převýšení

Při jízdě obloukem koleje s nedostatkem převýšení působí na vozidlo dodatečná síla v příčném směru. Tuto sílu je potřeba při rozšířeném pohledu na věc brát v úvahu. Rovnice (39) je potřeba rozšířit o moment od síly  $F_n$ . Nyní vypadá rovnice takto:

$$F_n \cdot z + 2Q\mu \cdot \left( \frac{x}{\sqrt{s^2+x^2}} + \frac{x-t}{\sqrt{s^2+(t-x)^2}} - \sqrt{s^2+x^2} - \sqrt{s^2+(t-x)^2} \right) = \Sigma M. \quad (40)$$

Jak již bylo zmíněno v kapitole 4.1.3, vzdálenost  $z$  je obecná vzdálenost síly  $F_n$  od osy první nápravy, avšak ve skutečnosti působí tato síla ve středu podvozku. V kapitole 3.3.3 bylo také zmíněné, že při jízdě s nedostatkem nebo přebytkem převýšení se nám změní síla  $F_n$  z kladné na zápornou, čímž dosáhneme i rovnici (40) chtěné změny řešení pro nedostatek nebo přebytek převýšení.



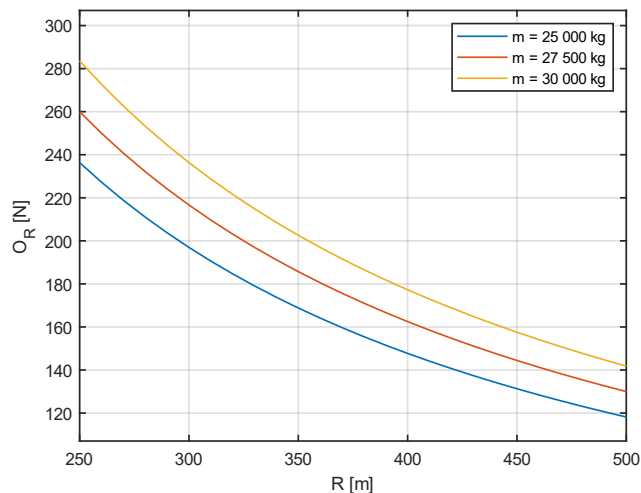
Obr. 22 Součet momentů v závislosti na  $x$

Na obr. 22 jsou znázorněny tři situace pro jízdy obloukem s různými převýšeními. Bod 1 označuje střed otáčení při jízdě obloukem s teoretickým převýšením. Tento bod je pro nás rovnovážným středem otáčení, při kterém na vozidlo nepůsobí žádná příčná síla. Bod 2 ukazuje, jakým směrem se posouvá střed otáčení při jízdě s nedostatkem převýšení. Kdyby se nedostatek převýšení zvyšoval, mohl by se podvozek dostat do těživové polohy. Bod 3 nám ukazuje, jakým směrem se posouvá střed otáčení při jízdě s přebytkem převýšení. Kdyby se přebytek převýšení zvyšoval, mohl by se podvozek dostat do vzpříčené polohy.

## 5 Vyhodnocení závislosti odporu z jízdy obloukem

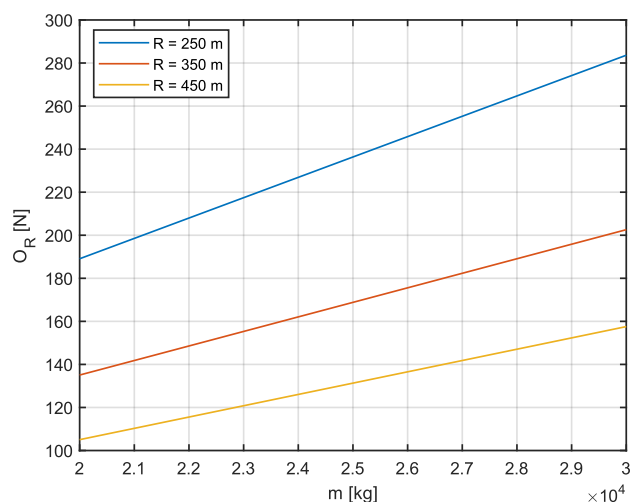
Dle Heumannovi metody byly vybrány parametry: hmotnost vozidla, rozvor podvozku, poloměr oblouku a součinitel tření, kterými lze určit odpor z jízdy obloukem. Tato kapitola je zaměřena na zkoumání vlivů jednotlivých parametrů na odpor z jízdy obloukem. Vše v této kapitole je řešeno pro polovinu vozu tedy jeden podvozek.

### 5.1 Závislost odporu na poloměru oblouku a hmotnosti



Obr. 23 Závislost odporu z jízdy obloukem na poloměru oblouku

Při jízdě obloukem lze sledovat hyperbolický nárůst odporu při snižujícím se poloměru oblouku viz obr. 23.

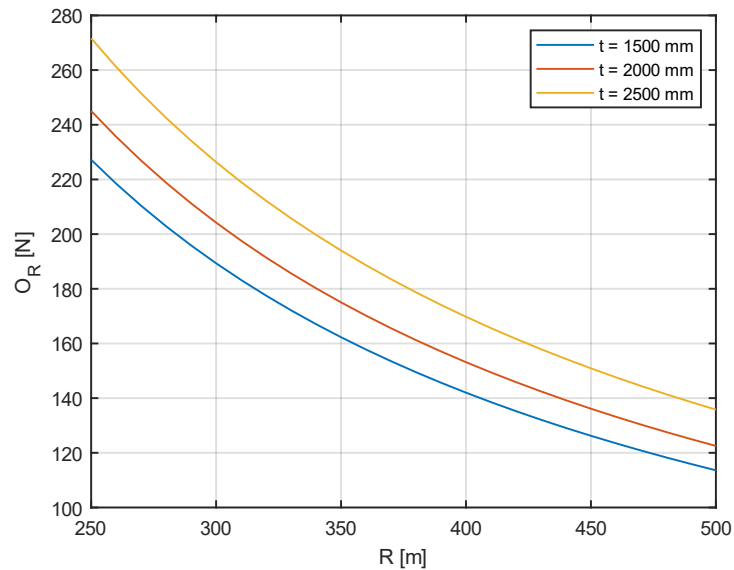


Obr. 24 Závislost odporu z jízdy obloukem na hmotnosti

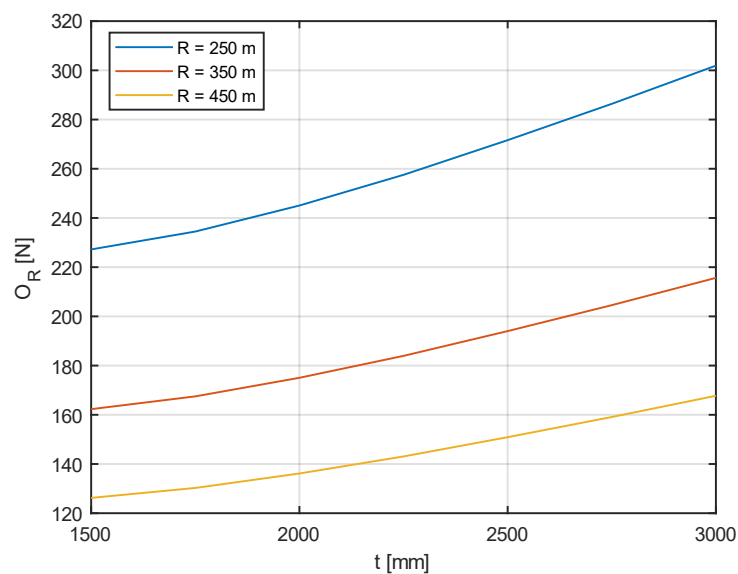
Vliv hmotnosti na odpor z jízdy obloukem je lineární viz obr. 24, ale pro různé poloměry oblouku dochází ke změně sklonu.



## 5.2 Závislost odporu na poloměru oblouku a rozvoru



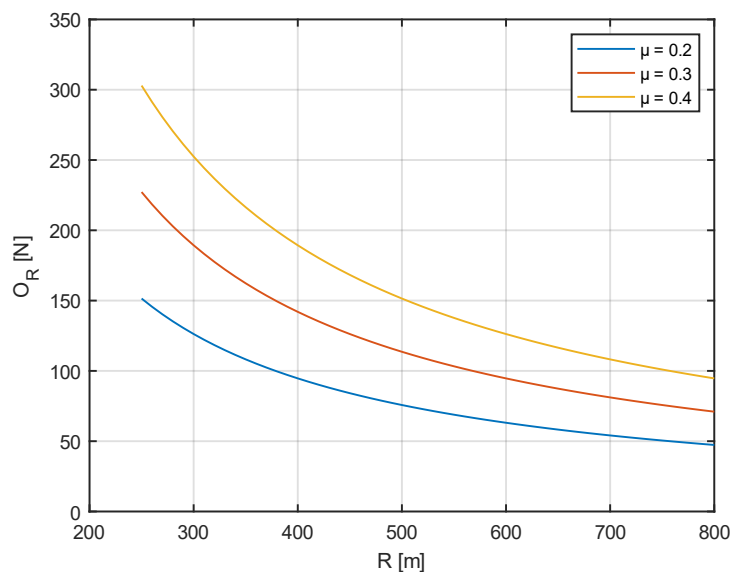
Obr. 25 Závislost odporu z jízdy obloukem na poloměru oblouku



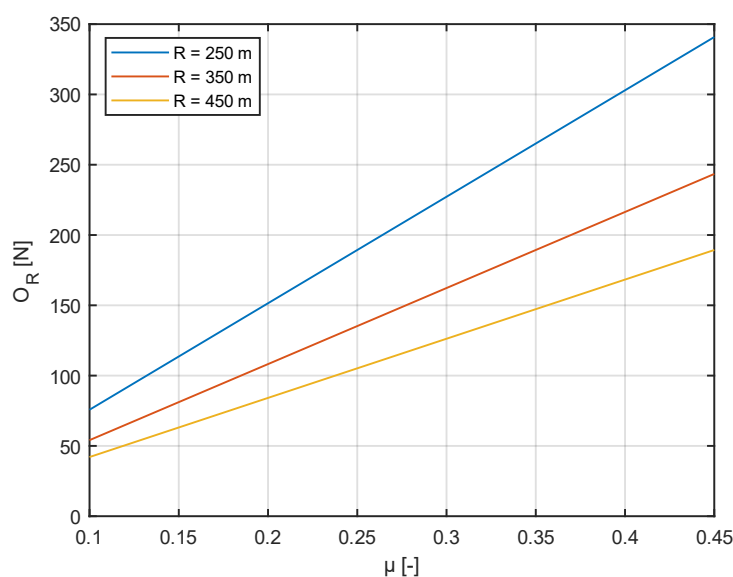
Obr. 26 Závislost odporu z jízdy obloukem na rozvoru

Z obr. 26 je zřejmý nelineární růst odporu se zvyšujícím se rozvorem. Pro jeden rozvor se při zmenšujícím se poloměru oblouku mění odpor výrazně rychleji.

### 5.3 Závislost odporu na poloměru oblouku a součiniteli tření



Obr. 27 Závislost odporu z jízdy obloukem na poloměru oblouku

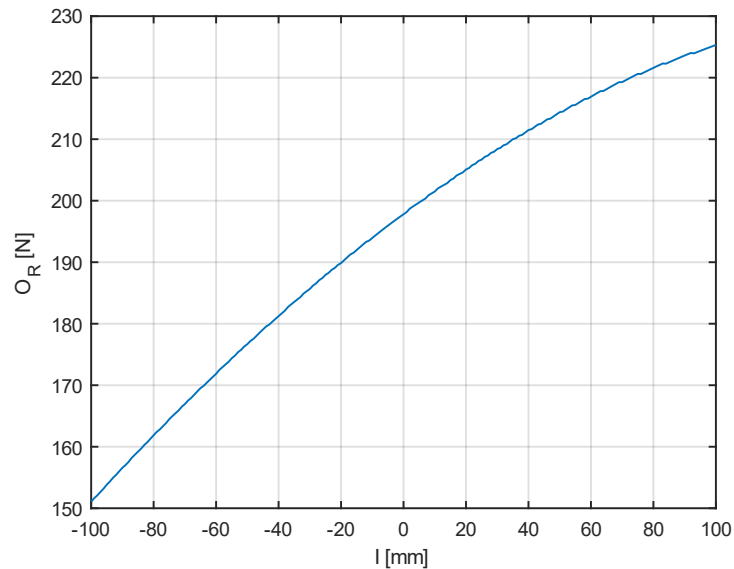


Obr. 28 Závislost odporu z jízdy obloukem na součiniteli tření

Na obr. 27 a obr. 28 lze vidět, že součinitel tření má na odpor z jízdy obloukem pro různé poloměry trati lineární vliv. Lze tedy říct, že v praxi při jeho změnách lze očekávat lineární změny sil mezi koly a kolejnicemi. Na obr. 28 je vidět, že součinitel tření mění sklon pro různé poloměry oblouku.

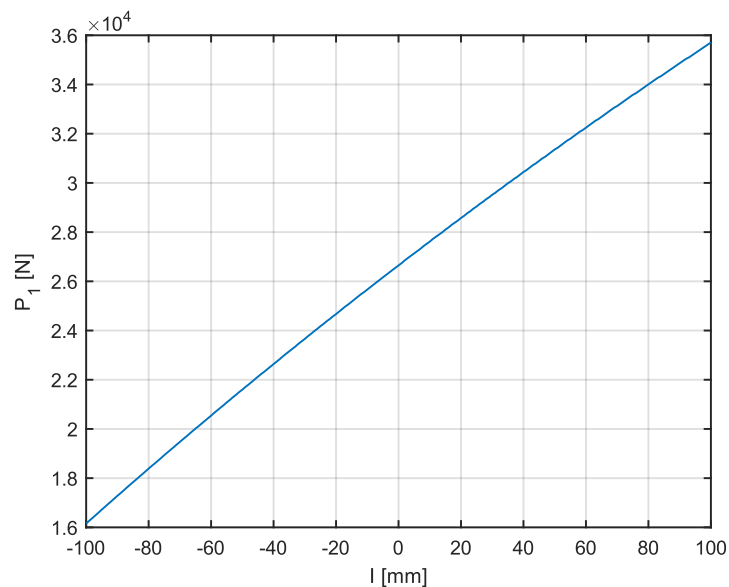
## 5.4 Závislosti odporu, řídicí síle a úhlu náběhu na nedostatku převýšení

V této kapitole je rozebráno, co se děje při uvážení nedostatku a přebytku převýšení. Přebytek převýšení je v grafech zaznamenán jako záporné hodnoty nedostatku převýšení I.



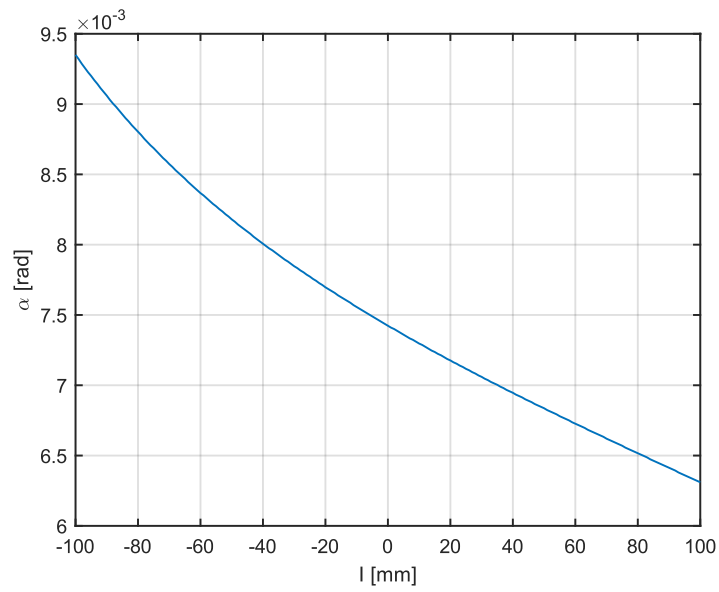
Obr. 29 Závislost odporu z jízdy obloukem na nedostatku převýšení

Na obr. 29 je vidět zvyšování odporu s klesajícím přebytkem převýšení a rostoucím nedostatkem převýšení.



Obr. 30 Závislost řídicí síly na nedostatku převýšení

Řídicí síla se s klesajícím přebytkem převýšení zvyšuje a dále roste s rostoucím nedostatkem převýšení viz obr. 30.



Obr. 31 Závislost úhlu náběhu na nedostatku převýšení

Na obr. 31 je znázorněn klesající úhel náběhu s klesajícím přebytkem převýšení a následným růstem nedostatku převýšení.

## 6 Závěr

Tato práce popisuje teoretický průjezd železničního vozidla obloukem koleje. Jsou zde rozebrané pohyby a polohy podvozku v oblouku koleje, definovaný odpor z jízdy obloukem, popsána Heumannova metoda a parametry vozidla a trati mající vliv na odpor z jízdy obloukem. Dále jsou zde ukázané možnosti grafického řešení polohy podvozku v oblouku koleje a zjištění velikostí příčných sil a řešení celé problematiky pomocí numerické metody.

Cíl práce je zhodnocení vlivů parametrů vozidla a trati na odpor z jízdy obloukem. V práci se zkoumají základní parametry jako hmotnost vozidla, rozvor podvozku, součinitel tření v kontaktu kola a kolejnice, poloměr oblouku a převýšení v oblouku koleje.

Ze zkoumání závislostí mezi jednotlivými veličinami vyplývá, že při kombinaci malých poloměrů trati a velkých rozvorů dochází k velkým nárůstům odporu proti průjezdu obloukem. Zároveň je to situace, kdy se podvozky mohou snáze dostat do vzpříčené polohy. Pro změny hmotnosti a součinitele tření vyplývají lineární změny svislých a příčných kolových sil. Ze sledování vlivu nedostatku převýšení na jízdní odpor, řídicí sílu a úhel náběhu je zřejmé, že pro jízdu obloukem s menším odporem je výhodnější jízda s přebytkem převýšení neboli jízda nižší rychlostí.

Jak již bylo zmíněno, problematika průjezdu obloukem je v práci řešena pomocí Heumannovi metody, která uvažuje některé věci zjednodušené. Jedná se tedy o základní posouzení podvozku. Pro přesnější výsledky a větší vhled do problematiky je třeba zjednodušující parametry odebrat a snažit se nejvíce přiblížit skutečnosti.

## Literatura

- [1] KUTÁLEK, Jan. Přehled v současnosti používaných typů vypružení a vedení dvojkolí v podvozcích vozů osobní přepravy. Pardubice, 2010. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.
- [2] FEDERÁLNÍ MINISTERSTVO DOPRAVY: *ČSD V7. Trakční výpočty*. Praha: NADAS, 1982.
- [3] ZELENKA J., MICHÁLEK T., KOHOUT M. Trakční mechanika. 1. vydání, 104 s. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2018. ISBN 978-80-7560-175-9.
- [4] POHL R., NOVOTNÝ C. *Železniční vozidla II. Uspořádání a stavba*. 1. vydání, 360 s. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2003. ISBN 80-01-02690-6
- [5] IZER, Jiří. *Kolejové vozy: dodatek*. Bratislava: Alfa, 1988. ISBN (brož.).
- [6] Y.A. Areiza, S.I. Garcés, J.F. Santa, G. Vargas, A. Toro, Field measurement of coefficient of friction in rails using a hand-pushed tribometer, *Tribology International*, 2015.
- [7] ČSN 73 6360-1. *Konstrukční a geometrické uspořádání koleje železničních drah a její prostorová poloha – Část 1: Projektování*. Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2020