

UNIVERZITA PARDUBICE

FAKULTA CHEMICKO-TECHNOLOGICKÁ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2024

Eduard Korbel

Univerzita Pardubice
Fakulta chemicko-technologická

Pád nekulových částic v neneutonských kapalinách mocninového typu
Diplomová práce

Univerzita Pardubice
Fakulta chemicko-technologická
Akademický rok: 2023/2024

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Eduard Korbel**
Osobní číslo: **C22309**
Studijní program: **N0711A130013 Chemické a procesní inženýrství**
Specializace: **Chemické inženýrství**
Téma práce: **Pád nekulových částic v newtonských kapalinách mocninového typu**
Zadávající katedra: **Ústav environmentálního a chemického inženýrství**

Zásady pro vypracování

1. Zpracujte literární rešerši na dané téma. Pozornost zaměřte především na mocninové kapaliny a částice elipsoidního tvaru.
2. Navrhněte metodiku provádění experimentů se zaměřením na pád elipsoidů v navržených modelových kapalinách a možné postupy pro výrobu nekulových částic elipsoidního tvaru.
3. Rozšiřte rozsah dříve provedených numerických výpočtů v programu Comsol Multiphysics pro problematiku obtékání částic elipsoidního tvaru mocninovou kapalinou.
4. Výsledky experimentů vhodným způsobem zpracujte, porovnejte s numerickými výpočty a proveďte jejich diskuzi.
5. Diplomovou práci zpracujte v souladu se Směrnicí UPa č. 7/2019 "Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací" v platném znění.

Rozsah pracovní zprávy:
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Bedřich Šiška, CSc.**
Ústav environmentálního a chemického inženýrství
Oponent diplomové práce: **Ing. Miroslav Balcar, CSc.**
Datum zadání diplomové práce: **26. ledna 2024**
Termín odevzdání diplomové práce: **10. května 2024**

prof. Ing. Petr Němec, Ph.D. v.r.
děkan

L.S.

doc. Ing. Anna Krejčová, Ph.D. v.r.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 26. ledna 2024

Prohlašuji:

Práci s názvem Pád nekulových částic v neneutonských kapalinách mocninového typu jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 10. 5. 2024

Eduard Korbel v.r.

PODĚKOVÁNÍ

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu své práce Ing. Bedřichu Šiškovi, CSc. za veškeré rady a konzultace v průběhu práce, rovněž tak děkuji doc. Ing. Petru Dolečkovi, CSc. Děkuji také ostatním zaměstnancům Ústavu environmentálního a chemického inženýrství Univerzity Pardubice za vytvoření příjemného pracovního prostředí. Děkuji i zaměstnancům vývojových dílen Fakulty chemicko-technologické, panu Milanu Reinberkovi a Romanu Černohlávkovi za praktickou pomoc s úpravou aparatury a mnohé nápady na její vylepšení. Velký dík patří mé rodině a blízkým za veškerou podporu a trpělivost v průběhu celého mého studia.

ANOTACE

Práce pojednává o pádu nekulových částic elipsoidního tvaru v neneutronských kapalinách mocninového typu. Pád nekulových částic elipsoidního tvaru je studován experimentálně. Obtékání částic je řešeno numerickými výpočty v programu Comsol Multiphysics.

KLÍČOVÁ SLOVA

pád, nekulová elipsoidní částice, neneutronské kapaliny mocninového typu, experimentální studium, numerické řešení

TITLE

Fall of non-spherical particles in non-newtonian power law liquids

ANNOTATION

This thesis deals with fall of non-spherical ellipsoidal particles in non-newtonian power law liquids. Fall of non-spherical ellipsoidal particles is studied experimentally. Flow around a particle is solved numerically in software Comsol Multiphysics.

KEYWORDS

fall, non-spherical ellipsoidal particles, non-newtonian power law liquids, experimental study, numerical study

OBSAH

SEZNAM ILUSTRACÍ, GRAFŮ A TABULEK	9
SEZNAM ZKRATEK A SYMBOLŮ	12
SEZNAM INDEXŮ	15
TERMINOLOGIE	16
ÚVOD	17
1 TEORETICKÁ ČÁST	18
1.1 Teorie pohybu částic v tekutinách	18
1.1.1 Reologické vlastnosti tekutin	18
1.1.2 Popis vlastností částic	23
1.1.3 Popis pohybu částic	25
1.1.3.1 Pád kulových částic	29
1.1.3.2 Pád nekulových částic	31
1.2 Metodiky studia pádu částic	36
2 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST	40
2.1 Předběžné zkoušky a návrhy experimentálního provedení	40
2.1.1 Návrhy metodiky přípravy částic	40
2.1.1.1 CNC obrábění	41
2.1.1.2 3D tisk	41
2.1.1.3 Odlévání materiálu do forem	44
2.1.2 Příprava a zkoušky provedení experimentu	46
2.1.3 Výběr tekutiny pro měření	52
2.1.4 Volba vhodných rozměrů částic	55
2.2 Zvolené experimentální provedení	57
2.2.1 Příprava tekutin a charakterizace jejich vlastností	57
2.2.2 Příprava modelových částic	60

2.2.3	Uspořádání měřicí aparatury a metodika měření	62
2.3	Numerické výpočty v programu COMSOL Multiphysics.....	65
3	VÝSLEDKY A DISKUSE	68
3.1	Metodika přípravy částic, provedení měření a úpravy experimentálního zařízení ...	68
3.2	Vlastnosti tekutin	68
3.3	Kvalitativní hodnocení pádu elipsoidů a kulových částic v mocninových tekutinách	73
3.4	Kvantitativní hodnocení pádu elipsoidů a kulových částic v mocninových tekutinách	74
	ZÁVĚR	84
	POUŽITÁ LITERATURA	87
	SEZNAM PŘÍLOH NA CD	92

SEZNAM ILUSTRACÍ, GRAFŮ A TABULEK

Obrázek 1: Rotační elipsoidy.....	25
Obrázek 2: Zaoblení okraje v místě kontaktu SLA výtisku s tiskovou hlavou	43
Obrázek 3: Návrh formy a postupu odlévání pryskyřice.....	45
Obrázek 4: Mechanismus vypouštění částic – trubička s výlačnou jehlou	46
Obrázek 5: a) Naklonění částice při vypouštění, b) Přilnutí částice k rameni pinzety, c) Trajektorie elipsoidu odchýleného při vypouštění od axisymetrické orientace červeně, osa kolony žlutě.....	47
Obrázek 6: Mechanismus vypouštění částic s povolováním ramen pinzety dvojití šroubů	48
Obrázek 7: Prodloužená ramena soustružnického sklíčidla: a) Celkový pohled, b) Detail naklonění částice při vypouštění s ponecháním ustalovací dráhy, c) Detail naklonění částice při vypouštění bez ponechání ustalovací dráhy.....	49
Obrázek 8: Mechanismus vypouštění částic použitý pro vlastní měření: a) Čelní pohled, b) Boční pohled, c) Pohled zdola, d) Ukázka kontroly nastavení svíslé axisymetrické orientace elipsoidu.....	50
Obrázek 9: Snímání úhlu odklonu od axisymetrické orientace: a) Uspořádání snímání, pohled shora, b) Schéma měření úhlu odklonu.	51
Obrázek 10: Schéma měřicí aparatury kolony č. 1-4, kamery pro boční snímání použity pouze u kolony č. 1.....	64
Obrázek 11: Uspořádání oblasti řešení v 2D geometrii pro elipsoid v axisymetrické orientaci, upravený výstřižek z programu COMSOL Multiphysics.....	66
Obrázek 12: Změna orientace elipsoidu při vypouštění kolmo na osu symetrie	73
Graf 1: Tokové křivky – závislost tečného napětí na zobecněné rychlosti deformace.....	21
Graf 2: Tokové křivky – závislost zdánlivé viskozity na zobecněné rychlosti deformace.....	22
Graf 3: Vztah skutečného a pozorovaného odklonu v testovací koloně naplněné 45% vodným roztokem Emkaroxu.....	52
Graf 4: Hustoty roztoků koncentrační řady CMC	53
Graf 5: Koeficient konzistence roztoků koncentrační řady CMC	54
Graf 6: Index toku roztoků koncentrační řady CMC.....	54
Graf 7: Ukázka určení pádové rychlosti v neohraničené tekutině pro částici E2 z Ř1, S4	65
Graf 8: Tokové křivky – tečné napětí 1,25% CMC, data z měření č. 19 z Přílohy 1	70
Graf 9: Tokové křivky – zdánlivá viskozita 1,25% CMC, data z měření č. 19 z Přílohy 1	70

Graf 10: Testy viskoelastivity roztoků použitých k měření pádových rychlostí: a) creep-recovery test CMC 1,07%, b) creep-recovery test CMC 1,25%, c) amplitude sweep test CMC 1,07%, d) amplitude sweep test CMC 1,25%.....	72
Graf 11: Závislost koeficientu čelního odporu na Reynoldsově kritériu pro kulové částice, hodnoty koeficientu konzistence K v jednotkách $\text{Pa}\cdot\text{s}^n$, tečkovanou čarou proložení experimentálních a numericky vypočtených dat mocninou závislostí, rovnice závislostí jsou uvedeny v grafu.	78
Graf 12: Závislost koeficientu čelního odporu na Reynoldsově kritériu pro elipsoid s poměrem os $E = 2$, experimentální data $n = 0,75$, $K = 3,39 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ CMC 1,25%, tečkovanou čarou proložení experimentálních a numericky vypočtených dat mocninou závislostí, rovnice závislostí jsou uvedeny v grafu.	79
Graf 13: Závislost koeficientu čelního odporu na Reynoldsově kritériu pro elipsoid s poměrem os $E = 5$, experimentální body $n=0,75$, $K = 3,39 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ CMC 1,25%, tečkovanou čarou proložení experimentálních a numericky vypočtených bodů mocninou závislostí, rovnice závislostí jsou uvedeny v grafu.	79
Graf 14: Závislost korekčního faktoru Stokesova zákona pro kulovou částici (viz rovnice (1-23)) na Reynoldsově kritériu.....	80
Graf 15: Srovnání hodnot korekčního faktoru $X(n)$ od různých autorů. Data literatury [38, 54–59] převzata jako upravený graf z [53].	81
Graf 16: Porovnání závislostí koeficientu čelního odporu na Reynoldsově kritériu pro SLA elipsoidy v axisymetrické orientaci a koule. Experimentální body 1,25% CMC, $n = 0,75$, $K = 3,39 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, numerický výpočet, výpočet podle rovnice (1-36) a numerický výpočet z literatury [28].	83
Tabulka 1: Hodnoty korekčního faktoru pro výpočet koeficientu čelního odporu kulové částice v stokesovské oblasti toku nalezené v literatuře.....	30
Tabulka 2: Přehled roztoků/suspenzí polymerů sloužících jako mocninové tekutiny při studiu pádu částic.....	39
Tabulka 3: Srovnání FFF/FDM 3D tisku s tiskárnou Ultimaker 3 Extended a SLA 3D tisku s tiskárnou Prusa SL1A Speed	43
Tabulka 4: Dopočet vhodných rozměrů částic pro zvolené Re_n a vlastnosti 1,25% CMC změřené v průběhu jeho přípravy	56
Tabulka 5: Rozměry a hmotnosti částic připravených SLA 3D tiskem použitých k měření....	61

Tabulka 6: Vlastnosti kulových modelových částic nepřipravených 3D tiskem	62
Tabulka 7: Přehled kolon použitých k měření a matice provedených měření	63
Tabulka 8: Podmínky numerického řešení nastavené v programu COMSOL Multiphysics ...	67
Tabulka 9: Vlastnosti roztoků CMC použitých k měření při 23 °C.....	69
Tabulka 10: Parametry mocninového modelu 1,25% CMC při různých teplotách.....	71
Tabulka 11: Porovnání experimentálních výsledků s numerickými výpočty a newtonskou tekutinou. Relativní odchylka = absolutní hodnota rozdílu/experimentální hodnota.....	77

SEZNAM ZKRATEK A SYMBOLŮ

A	plocha průmětu částice kolmo na směr pohybu	[m ²]
a	koeficient rovnice (1-24)	[-]
A_ε	povrch částice	[m ²]
A_K	povrch kulové částice	[m ²]
$\operatorname{arccot}()$	arkus kotangens	[-]
$\operatorname{arccoth}()$	arkus hyperbolického kotangens	[-]
b	koeficient rovnice (1-24)	[-]
b	koeficient rovnice (1-36) definovaný rovnicí (1-39)	[-]
C_číslo	modelová kulová částice nepřipravená 3D tiskem_číslo	
C_D	koeficient čelního odporu	[-]
C_{D0}	koeficient čelního odporu pro kulovou částici ve stokesovské oblasti definovaný rovnicí (1-23)	[-]
$C_{D\infty}$	koeficient čelního odporu kulové částice v Newtonské oblasti v newtonské tekutině	[-]
C_D'	koeficient čelního odporu definovaný pomocí průmětu koule objemu shodného s objemem částice	[-]
CFD	výpočtová dynamika tekutin (Computational Fluid Dynamics)	
CMC	karboxymethylcelulóza	
2D	dvourozměrný prostor/geometrie	
3D	trojrozměrný prostor/geometrie	
D	vnitřní průměr válcové kolony	[m]
d_ε	průměr kulové částice	[m]

d_{ek}	průměr ekvivalentní koule o shodném odporu proti pohybu jako je odpor proti pohybu elipsoidu	[m]
d_n	průměr kruhu o ploše rovné průmětu částice kolmo na směr pohybu	[m]
d_V	objemový průměr částice	[m]
E	poměr velikostí os rotačního elipsoidu	[-]
\vec{f}	vektor měrných hmotnostních (objemových) sil	[N·kg ⁻¹]
F_D	odporová síla	[N]
FEM	metoda konečných prvků (Finite Element Method)	
F_{vz}	vztlaková síla	[N]
G	tíha	[N]
g	tíhové zrychlení	[m·s ⁻²]
GG	guarová guma	
HEC	hydroxyethylcelulóza	
hm.%	hmotnostní procenta	
\vec{I}	tenzor identity	[-]
K	koeficient konzistence	[Pa·s ⁿ]
k	koeficient rovnice (1-36) definovaný rovnicí (1-38)	[-]
K_p	korekční faktor Stokesova zákona pro protáhlý elipsoid	[-]
K_z	korekční faktor Stokesova zákona pro zploštělý elipsoid	[-]
l_1	hlavní osa rotačního elipsoidu	[m]
l_2	vedlejší osa rotačního elipsoidu	[m]
m	hmotnost	[kg]
n	index toku	[-]

obj.%	objemová procenta	[-]
p	tlak	[Pa]
p	pozorovaný úhel odklonu částice od axisymetrické orientace	[°]
PLA	kyselina polylaktónová	
Re	Reynoldsovo kritérium	[-]
Re_n	Reynoldsovo kritérium pro mocninové tekutiny	[-]
R^2	korelační koeficient	[-]
Ř_číslo	řada modelových SLA částic_číslo	
s	skutečný úhel odklonu částice od axisymetrické orientace	[°]
S_číslo	skupina modelových SLA částic_číslo	
u	rychlost pádu částice v ohraničené tekutině	[m·s ⁻¹]
u_∞	rychlost pádu osamocené částice v neohraničené tekutině	[m·s ⁻¹]
\vec{u}	vektor rychlosti	[m·s ⁻¹]
$\nabla \cdot \vec{u}$	divergence vektoru rychlosti	[s ⁻¹]
UV	ultrafialové záření	
V	objem	[m ³]
$X(n)$	korekční faktor Stokesova zákona pro kulovou částici v mocninové tekutině	[-]
XG	xanthanová guma	
α	koeficient v rovnici (1-37) až (1-39) definovaný rovnicí (1-41)	[-]
α_0	koeficient v rovnici (1-37) až (1-39) při $n = 0$	[-]

β	koeficient rovnice (1-36) definovaný rovnicí (1-37)	[-]
γ	deformace tekutiny	[-]
$\dot{\gamma}$	zobecněná rychlost deformace	[s ⁻¹]
$\vec{\dot{\gamma}}$	tenzor rychlosti deformace	[s ⁻¹]
λ_p	faktor charakterizující tvar protáhlého elipsoidu	[-]
λ_z	faktor charakterizující tvar zploštělého elipsoidu	[-]
μ	viskozita newtonské tekutiny	[Pa·s]
ρ	hustota	[kg·m ⁻³]
τ	tečné napětí	[Pa]
$\vec{\sigma}$	tenzor napětí	[Pa]
τ_0	mezní napětí	[Pa]
$\vec{\tau}$	tenzor tečných napětí	[Pa]
φ	sféricita	[-]
G'	paměťový modul	[Pa]
G''	ztrátový modul	[Pa]
∇	Nabla operátor	[m ⁻¹]
∇^2	Laplaceův operátor	[m ⁻²]

SEZNAM INDEXŮ

\check{c}	částice
F	tekutina
K	kulová částice
T	transponovaná matice
V	veličina vztažená na objem

TERMINOLOGIE

3D tisk	aditivní výroba třídimenzionálního objektu nanášením souvislých vrstev [1]
CNC obrábění	počítačem řízené obrábění (Computer Numerical Control)
FDM 3D tisk	3D tisk termoplastického vlákna (Fused Deposition Modeling)
FFF 3D tisk	3D tisk termoplastického vlákna (Fused Filament Fabrication)
SLA 3D tisk	stereolitografický 3D tisk

ÚVOD

Studium pádu tuhých částic v tekutinách, jejich pohybu a odporu, který je částici při pohybu tekutinou kladen, má význam v mnoha hydromechanických procesech v chemickém, petrochemickém, potravinářském a farmaceutickém průmyslu. Přímý význam má pro popis pohybu částic v gravitačním poli během separačních operací jako je usazování, třídění či rozduřování částic, a to jak v kapalinách, tak plynech. Dále pak při pohybu vyvolaném odstředivou silou v sedimentačních odstředivkách. Dalšími oblastmi, kde lze poznatky ze studia pádu částic uplatnit, je například fluidace, doprava suspenzí potrubím nebo míchání dvoufázových systémů tekutina-tuhá částice. Tyto procesy jsou komplexní a značně komplikované, ale studium pádu osamocené tuhé částice je prvním krokem v jejich popisu a porozumění těmto procesům, jak uvádí např. literatura [2]. Pád kulových částic v newtonských tekutinách je dobře a široce popsán, nejdůležitější informace lze nalézt např. v literatuře [3]. V neneutronských tekutinách je popsán především pád kulových částic, viz například literatura [4–8]. Jak uvádí literatura [9], pád nekulových částic v newtonských i neneutronských tekutinách je prostudován méně.

Tato práce se zabývá studiem pádu elipsoidů v neneutronských pseudoplastických kapalinách mocninového typu v stokesovské oblasti toku. Kromě elipsoidů řeší i pád kulových částic. Pád částic je studován experimentálně a s pomocí numerických výpočtů v programu COMSOL Multiphysics. Práce věnuje pozornost rovněž úpravám běžně používaného aparaturního vybavení ke studiu pádu částic v kapalinách. Výsledky práce přispívají k rozšíření souboru experimentálních dat a dat získaných numerickými výpočty z oblastí pádu nekulových i kulových částic v neneutronských tekutinách. Práce také demonstuje možnost aplikace technologií 3D tisku při přípravě nekulových modelových částic pro studium jejich pádu.

1 TEORETICKÁ ČÁST

V úvodu teoretické části práce jsou definovány nezbytné veličiny a rovnice pro popis vlastností částic, reologických vlastností tekutin, a pádu částic v tekutinách. Stručně je shrnuto obecné chování částic při jejich pádu. Dále jsou uvedeny vztahy pro popis pádu kulových a nekulových částic v newtonských a neneutronských tekutinách v stokesovské oblasti toku. Uveden je i přehled literatury zabývající se pádem nekulových částic v tekutinách mocninového typu. Druhá polovina teoretické části je věnována popisu přístupů používaných ke studiu pádu částic.

1.1 Teorie pohybu částic v tekutinách

V této práci je studován pohyb částic v kapalinách vyvolaný působením tíhové síly, tedy pád částic v gravitačním poli Země. Kromě tíhové síly působí při pohybu částice v gravitačním poli ještě síla vztlaková a síla odporová vyvolaná pohybem částice. V průběhu pádu vykonává částice translační, případně i rotační pohyb. O podobě průběhu pádu rozhodují jak vlastnosti částice, tak vlastnosti tekutiny.

1.1.1 Reologické vlastnosti tekutin

Vlastnostmi tekutin ovlivňujícími pád tuhých částic jsou hustota a její reologické vlastnosti, tedy viskozita. Viskozita neboli vazkost vyjadřuje odpor tekutiny proti toku. Viskozita je převrácenou hodnotou tekutosti. Viskozita je závislá na teplotě, u kapalin s rostoucí teplotou hodnota viskozity klesá, zatímco u plynů s rostoucí teplotou viskozita vzrůstá [10]. Viskozitu může ovlivňovat rovněž okolní tlak a v případě některých suspenzí i působení elektrického či magnetického pole [11]. Viskozita je pro danou tekutinu a teplotu konstantní nebo proměnná podle dalších parametrů. Podle toho, zda je či není viskozita závislá na dalších parametrech, dělí se tekutiny na:

1. Newtonské – hodnota viskozity je závislá pouze na složení a teplotě tekutiny,
2. Neneutronské – proměnná hodnota viskozity s dalšími parametry.

Viskozita vyjadřuje vztah mezi tečným napětím působícím na tekutinu při jejím pohybu a rychlostí deformace tekutiny [11]. Tečná napětí působící na element v pohybující se tekutině jsou vyvolána vnitřním třením a popisuje je tenzor tečných napětí $\vec{\tau}$ [10]. Kromě tečných napětí působí na element tekutiny rovněž tlak okolní tekutiny p . Celkové napětí působící na element tekutiny pak vyjadřuje sílu působící na stěny elementu tekutiny [10].

Celkové napětí popisuje tenzor napětí [10]:

$$\vec{\sigma} = \vec{\tau} + p\vec{I}, \quad (1-1)$$

kde:

$\vec{\sigma}$ [Pa] ... tenzor napětí,

$\vec{\tau}$ [Pa] ... tenzor tečných napětí,

p [Pa] ... tlak,

\vec{I} [-] ... tenzor identity.

Rychlost deformace vyjadřuje rychlost tvarové změny elementu tekutiny a popisuje se tenzorem rychlosti deformace [10]. Tenzor rychlosti deformace vyjadřuje symetrickou složku tenzoru gradientu rychlosti $\nabla\vec{u}$ [10]:

$$\vec{\dot{\gamma}} = \frac{1}{2} [\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T], \quad (1-2)$$

kde:

$\vec{\dot{\gamma}}$ [s⁻¹] ... tenzor rychlosti deformace,

$\nabla\vec{u}$ [s⁻¹] ... gradient vektoru rychlosti,

$(\nabla\vec{u})^T$ [s⁻¹] ... transponovaný gradient vektoru rychlosti.

Kromě rychlosti deformace tekutiny mohou tečná napětí záviset i na objemové změně elementu pohybující se tekutiny a dalších parametrech [10].

Podle závislosti tečného napětí respektive viskozity na rychlosti deformace a dalších parametrech lze neneutonské tekutiny rozdělit na [10]:

1. Časově nezávislé neneutonské tekutiny, tzv. zobecněné neneutonské tekutiny, viskozita je závislá pouze na rychlosti deformace,
2. Obecné viskózní tekutiny, viskozita závisí na dalších parametrech, nejčastěji na době zatížení tekutiny,
3. Viskoelastické a viskoplastické, tekutiny chovající se při krátkém zatížení jako elastické/plastické tuhé látky, při dlouhodobějším zatížení tečou.

Kapaliny mocninového typu spadají do skupiny zobecněných neneutonských tekutin [10]. Rovnicí popisující reologické chování zobecněných neneutonských tekutin je vztah mezi tečným napětím a rychlostí deformace tekutiny [10]. V tenzorovém vyjádření pro nestlačitelnou tekutinu má následující podobu [12]:

$$\vec{\tau} = -2\eta(\dot{\gamma}) \cdot \vec{\dot{\gamma}}, \quad (1-3)$$

kde:

$\dot{\gamma}$ [s^{-1}] ... zobecněná rychlost deformace tekutiny,

η [Pa·s] ... zdánlivá viskozita, závislá na zobecněné rychlosti deformace tekutiny.

Pro jednoduché jednorozměrné viskozimetrické toky, např. tok mezi rotujícími válci (Couettův tok), tok mezi dvěma deskami nebo kruhovým potrubím (Poisueilleův tok) přechází rovnice (1-3) do skalární podoby [12]:

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) \cdot \dot{\gamma}, \quad (1-4)$$

kde:

τ [Pa] ... tečné napětí.

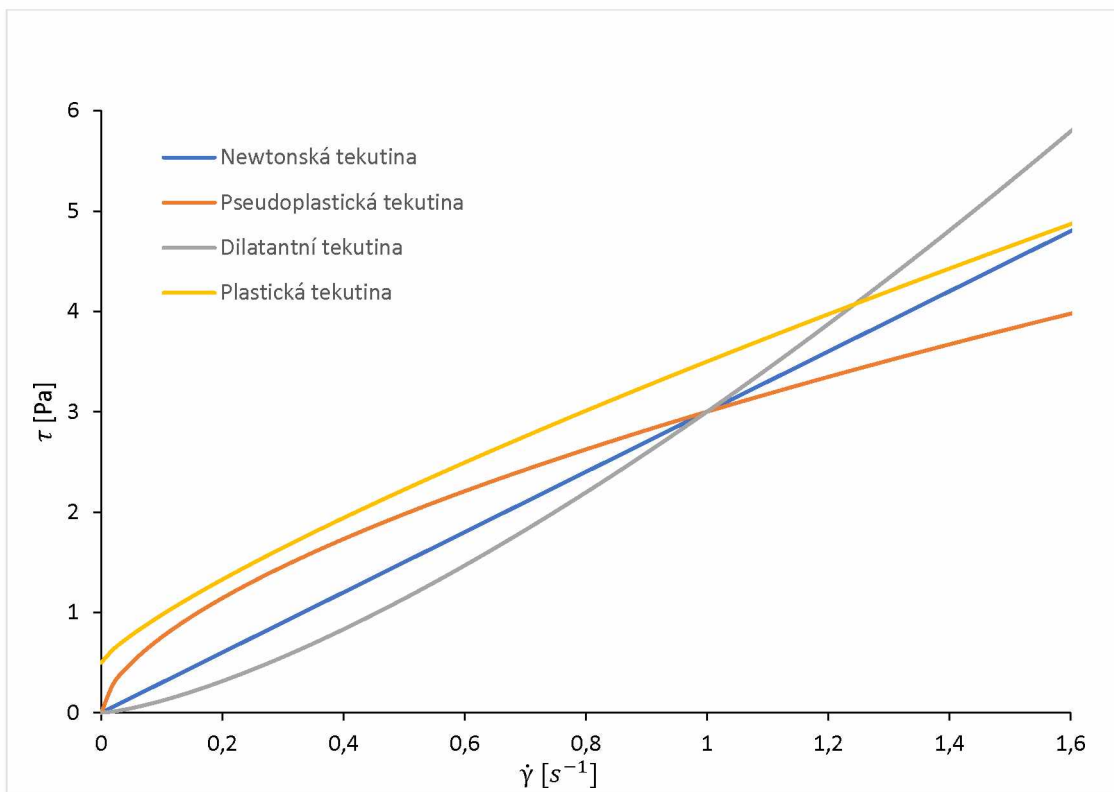
Zobecněná rychlost deformace tekutiny je definována pomocí tenzorového součinu tenzoru rychlosti deformace [12]:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 \cdot \vec{\dot{\gamma}} : \vec{\dot{\gamma}}} \quad (1-5)$$

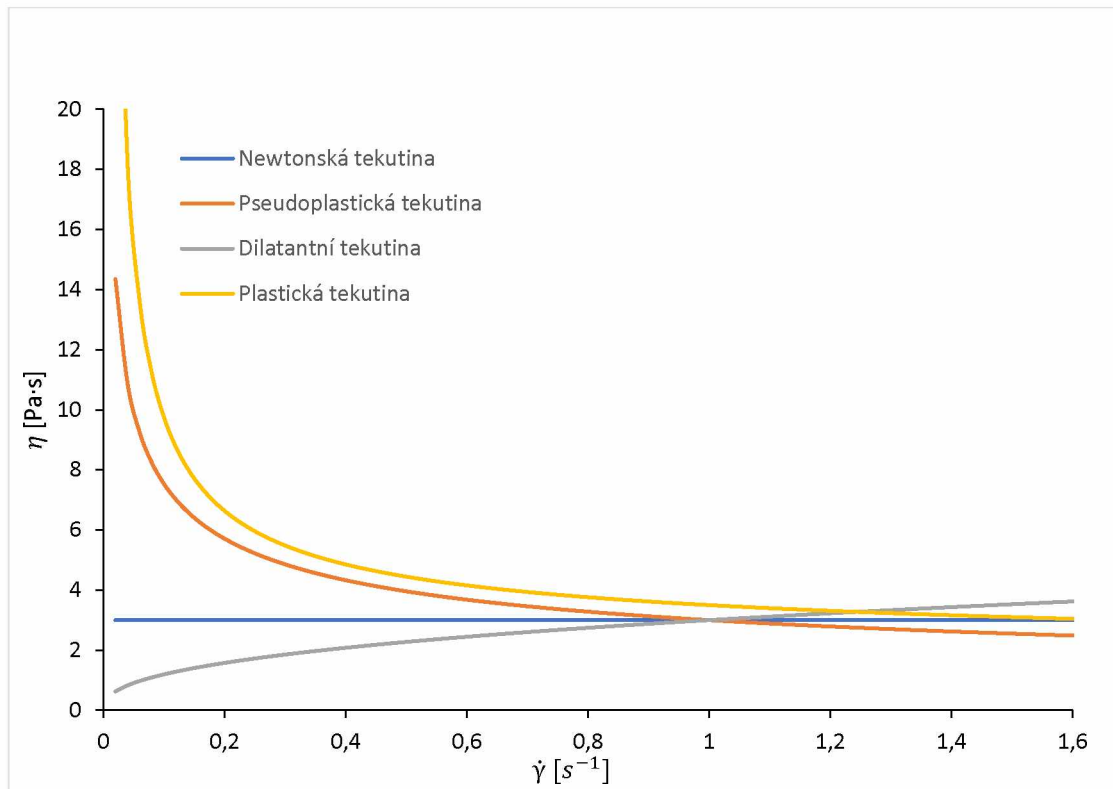
Reologické chování tekutin lze popsat grafickou závislostí tečného napětí na zobecněné rychlosti deformace, tzv. reogram neboli toková křivka [12]. Tokové křivky se získávají měřením tečného napětí v závislosti na rychlosti deformace. Měření se provádí s pomocí reometrů. Viskozimetrické křivky zobrazující reologické chování základních typů zobecněných newtonských tekutin zobrazuje Graf 1. Hodnoty zdánlivé viskozity lze získat výpočtem z tečného napětí a rychlosti deformace úpravou rovnice (1-4):

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (1-6)$$

Závislost zdánlivé viskozity na rychlosti deformace zobrazuje jako tokové křivky Graf 2.



Graf 1: Tokové křivky – závislost tečného napětí na zobecněné rychlosti deformace



Graf 2: Tokové křivky – závislost zdánlivé viskozity na zobecněné rychlosti deformace

Pseudoplastické tekutiny vykazují snižování zdánlivé viskozity s rostoucí rychlostí deformace. Jsou to např. taveniny vysokomolekulárních látek [10]. Dilatantní tekutiny vykazují naopak nárůst zdánlivé viskozity s rychlostí deformace. Jedná se např. o suspenzi škrobu ve vodě nebo suspenzi křemičitanů [10]. Dalším typem zobecněné newtonské tekutiny mohou být plastické neboli binghamské tekutiny. Plastické tekutiny začínají téct až po překročení určitého mezního napětí [10]. Příkladem jsou koncentrované odpadní kaly [10].

Tokovou křivku lze popsat různými tokovými neboli reologickými modely. Tokové modely se liší svojí složitostí a rozsahem rychlostí deformace, ve kterém dokáží tokovou křivku vhodně popsat. Tokové modely představují konkrétní vztah mezi tečným napětím a rychlostí deformace s využitím většího či menšího počtu parametrů. Parametry tokového modelu se určují jeho aplikací na experimentálně získanou tokovou křivku.

Nejjednodušším tokovým modelem je mocninový neboli Ostwald de Waeleův model [12]:

$$\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n, \quad (1-7)$$

kde:

K [Pa·s ^{n}] ... koeficient konzistence,

n [-] ... index toku.

Mocninový model je vhodný pro popis jak pseudoplastických, tak dilatantních tekutin, rovněž s ním lze popsat i tekutiny newtonské:

- pseudoplastické $n < 1$,
- newtonské $n = 1$,
- dilatantní $n > 1$.

V případě plastických tekutin lze využít Herschelův-Bulkleyův model [12]. Oproti rovnici (1-7) přibývá člen představující mezní napětí (tzv. mez skluzu) [12]:

$$\tau = \tau_0 + K \cdot \dot{\gamma}^n, \quad (1-8)$$

kde:

τ_0 [Pa] ... mezní napětí.

Pro složitější tokové křivky nebo větší rozsah rychlostí deformace je vhodný například pěti parametrový model Yasuda-Carreau [12]. Literatura [4] uvádí jako vhodný tokový model pro roztoky karboxymethylcelulózy použité při studiu toku okolo kulové částice tříparametrový Ellisův model. Nevýhodou víceparametrových modelů je jejich komplikovanost oproti např. mocninovému modelu.

1.1.2 Popis vlastností částic

Podoba a průběh pádu tuhých částic závisí kromě vlastností tekutiny i na vlastnostech částic. Základní členění částic, které ovlivňuje podobu jejich pohybu v tekutině je podle tvaru částic:

1. Kulové částice,
2. Nekulové částice:
 - a. Izometrické,
 - b. Neizometrické.

Izometrické nekulové částice mají ve všech směrech přibližně stejné rozměry, jedná se například o krychle nebo slabě deformované koule. V případě neizometrických nekulových

částic jeden z rozměrů výrazně převládá nad ostatními. Jedná se například o dlouhé válce, ploché disky nebo elipsoidy.

Kulové částice jsou jednoznačně charakterizovány průměrem částice. Pro charakterizaci nekulových částic se kromě jejich absolutních rozměrů zavádí veličina sféricita a objemový průměr. Sféricita charakterizuje poměr povrchu kulové částice k povrchu nekulové částice shodného objemu [13]. Nabývá hodnoty v intervalu (0;1).

$$\varphi = \frac{A_K}{A_\varepsilon}, \quad (1-9)$$

kde:

φ [-] ... sféricita,

A_K [m²] ... povrch kulové částice shodného objemu s nekulovou částicí,

A_ε [m²] ... povrch nekulové částice.

Objemový průměr je definován jako průměr kulové částice shodného objemu s nekulovou částicí [13].

$$d_V = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot V_\varepsilon}{\pi}}, \quad (1-10)$$

kde:

d_V [m] ... objemový průměr částice,

V_ε [m³] ... objem částice.

Mezi nekulové neizometrické částice patří i osově symetrické rotační elipsoidy neboli sféroidy. Jsou charakterizovány rozměry hlavní osy, resp. poloosy, ležící na ose symetrie částice a vedlejší na ni kolmé osy, resp. poloosy. Rotační elipsoidy je možné charakterizovat rovněž velikostí jedné z os a poměrem velikostí os:

$$E = \frac{l_1}{l_2}, \quad (1-11)$$

kde:

E [-] ... poměr os elipsoidu,

l_1 [m] ... hlavní osa ležící na rotační ose elipsoidu,

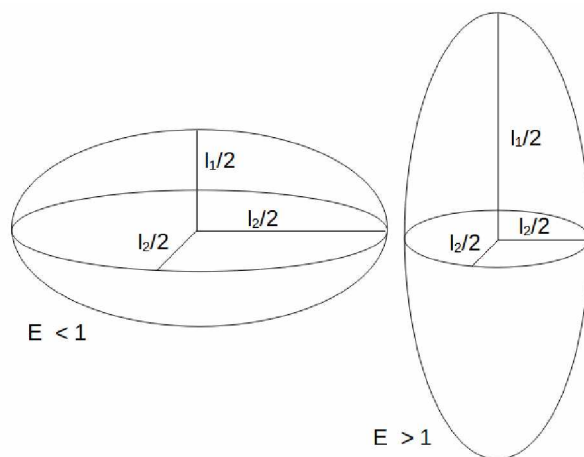
l_2 [m] ... vedlejší osa elipsoidu.

Podle poměru os se rotační elipsoidy dělí na:

1. Zploštělé, $E < 1$,
2. Protáhlé, $E > 1$.

Pokud je $E = 1$ jedná se o kulovou částici. Podobu zploštělého a protáhlého rotačního elipsoidu ukazuje Obrázek 1. Objem rotačního elipsoidu lze vypočítat podle rovnice :

$$V_{\xi} = \frac{\pi}{6} \cdot l_1 \cdot l_2^2 \quad (1-12)$$



Obrázek 1: Rotační elipsoidy

1.1.3 Popis pohybu částic

V této kapitole i celé práci bude uvažován pohyb částice vyvolaný pouze působením gravitačního pole. U kulové částice není pohyb v tekutině ovlivněn její orientací. Naopak u nekulových částic je podoba jejich pohybu závislá na tvaru a orientaci částice v gravitačním poli [13].

Podoba pádu částice v tekutině závisí rovněž na hodnotě Reynoldsova kritéria, která charakterizuje proudění vyvolané pohybem částice. Reynoldsovo kritérium vyjadřuje poměr

setrvačných a vazkých sil. Jak dokládá například literatura [14, 15] obvykle používaný tvar Reynoldsova kritéria pro newtonskou tekutinu mocninového typu je definováno jako:

$$Re_n = \frac{u_\infty^{2-n} \cdot d_V^n \cdot \rho_F}{K}, \quad (1-13)$$

kde:

u_∞ [m/s] ... rychlost pádu osamocené částice v neohraničené tekutině,

ρ_F [kg·m⁻³] ... hustota tekutiny.

Pádem osamocené částice je myšlen pád bez vlivu jiných částic, neohraničenou tekutinou pád bez vlivu stěn experimentálního zařízení. Pro newtonskou tekutinu, kdy $n = 1$ přechází do podoby:

$$Re = \frac{u_\infty \cdot d_V \cdot \rho_F}{\mu}, \quad (1-14)$$

kde:

μ [Pa·s] ... viskozita newtonské tekutiny.

Podle vlastností toku tekutin při obtékání nebo pádu částic lze vymezit tři tokové oblasti neboli režimy toku [13]:

1. Stokesovská (plíživá) oblast $Re < 0,1$
2. Přechodná oblast $0,1 < Re < 1000$,
3. Newtonská oblast $1000 < Re < 350\,000$.

V stokesovské oblasti jsou zanedbatelné setrvačné síly [16]. Newtonská oblast toku vykazuje převahu setrvačných sil. Mezi nimi se nachází přechodná oblast. Nad newtonskou oblastí toku, $Re > 350\,000$ dochází k turbulencím i v mezní vrstvě tekutiny obklopující částici [13].

Rovnice popisující ustálený stokesův tok je Navier-Stokesova rovnice upravená do podoby pro Stokesův tok nestlačitelné tekutiny a rovnice kontinuity nestlačitelné tekutiny [16]. Navier-Stokesova rovnice nestlačitelné tekutiny upravená pro ustálený Stokesův tok [16, 17]:

$$0 = -\frac{1}{\rho_F} \cdot \nabla p + \frac{\eta(\dot{\gamma})}{\rho_F} \cdot \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}, \quad (1-15)$$

kde:

∇p [Pa] ... gradient tlaku

$\nabla^2 \vec{u}$ [$s^{-1} \cdot m^{-1}$] ... Laplaceův operátor vektoru rychlosti (divergence gradientu vektoru rychlosti),

\vec{f} [$N \cdot kg^{-1}$] ... vektor měrných hmotnostních (objemových) sil v tekutině (zrychlení silového pole).

Rovnice kontinuity nestlačitelné tekutiny [16]:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (1-16)$$

kde:

$\nabla \cdot \vec{u}$ [s^{-1}] ... divergence vektoru rychlosti.

V turbulentní oblasti toku mají nekulové částice tendenci orientovat se ve směru maximální možné plochy [3]. Například válcové částice delší stranou kolmo na směr pohybu, disky plochou stranou kolmo na směr pohybu. V přechodné oblasti toku je pohyb částic komplikovanější. Orientace částice v přechodné oblasti závisí na hodnotě Reynoldsova kritéria [3].

Podobu pohybu částic v stokesovské oblasti toku podrobně rozebírá literatura [18]. I ve stokesovském režimu pohybu částice nemusí působit síly odporu proti částici pouze ve směru pohybu částice, ale i v bočním směru [18]. Částice se tak může pohybovat do strany [18]. Pokud je částice symetrická a nepůsobí na ni jiné vnější vlivy, které by mohli vyvolat rotaci, pohybuje se v gravitačním poli pouze translačním pohybem [18]. V případě nesymetrických částic může nastávat rotace a rovněž spirálový nebo kolébatý pohyb [18]. Izometrické částice se pohybují v gravitačním poli bez rotace a pohybu do strany směrem kolmo dolů [18]. Elipsoidy mají tři roviny symetrie. Pro elipsoidy se stejnorodou hustotou v případě pohybu ve směru kolmém na jednu z rovin symetrie jsou síly působící na elipsoidní částici rovnoběžné se směrem pohybu [18]. Elipsoid se v tomto případě pohybuje v gravitačním poli směrem kolmo dolů. V případě, že není jeho počáteční orientace kolmá na rovinu symetrie, nastává i pohyb do strany [18]. Elipsoidy s nestejnorodou hustotou mohou vykonávat i rotační pohyb [18]. Pouze translační pohyb vykonávají v případě, že spojnice centra působení vztlakové síly a těžiště je rovnoběžná se směrem působení gravitační síly [18]. V případě elipsoidů je centrem působení vztlakové síly jejich střed.

V případě ustáleného translačního pohybu částice ve směru gravitace popisuje síly působící na částici následující bilance:

$$G = F_{vz} + F_D, \quad (1-17)$$

kde:

G [N] ... tíha působící na částici,

F_{vz} [N] ... vztlaková síla působící na částici,

F_D [N] ... síla odporu tekutiny proti pohybu částice.

Tíha působící na částici:

$$G = m_\varepsilon \cdot g = V_\varepsilon \cdot \rho_\varepsilon \cdot g, \quad (1-18)$$

kde:

m_ε [kg] ... hmotnost částice,

g [$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$] ... tíhové zrychlení, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$,

ρ_ε [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$] ... hustota částice,

V_ε [m^3] ... objem částice.

Vztlaková síla působící na částici:

$$F_{vz} = V_\varepsilon \cdot \rho_F \cdot g \quad (1-19)$$

Síla odporu proti pohybu tekutiny zahrnuje jak odpor vyvolaný třením tekutiny při obtékání částice, tak odpor tvarový vyvolaný změnou rozložení tlaku v okolí částice při jejím pohybu [3]. K vyjádření odporu působícího při pádu částice v tekutině slouží koeficient čelního odporu [13]:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \cdot \rho_F \cdot A \cdot u_\infty^2}, \quad (1-20)$$

kde:

C_D [-] ... koeficient čelního odporu,

A [m^2] ... plocha průmětu částice kolmá na směr pohybu.

V rovnici (1-20) je síla odporu F_D rovnoběžná se směrem pohybu částice [13]. Skutečnou plochu průmětu lze pro nekulové částice nahradit plochou průmětu koule objemu shodného s objemem částice. Koeficient čelního odporu pak nabývá pro nekulové částice jiných hodnot a definuje jej vztah:

$$C'_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \cdot \rho_F \cdot \pi \cdot \frac{d_V^2}{4} \cdot u_\infty^2}, \quad (1-21)$$

kde:

C'_D [-] ... koeficient čelního odporu definovaný pomocí průmětu koule objemu shodného s objemem částice.

Vztah mezi koeficientem čelního odporu a Reynoldsovým kritériem, umožňuje pro částici daného tvaru a orientace v tekutině daných vlastností vypočítat sedimentační rychlost. V suspenzích s větší koncentrací částic dochází k rušenému usazování a poklesu sedimentační rychlosti oproti pádu osamocené částice [13]. Následující vztahy popisují pád osamocené částice v tekutině.

1.1.3.1 Pád kulových částic

Pro newtonské tekutiny a kulové částice je koeficient čelního odporu funkcí pouze Reynoldsova kritéria. Pro stokesovskou oblast toku, $Re < 0,1$, jej vyjadřuje Stokesův zákon [13]:

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (1-22)$$

Pro mocninové tekutiny, stokesovskou oblast a kulové částice přibývá do vztahu v rovnici (1-22) korekční faktor, který je funkcí indexu toku n , jak uvádí například literatura [5, 19]:

$$C_D = \frac{24}{Re_n} X(n), \quad (1-23)$$

kde:

$X(n)$ [-] ... korekční faktor Stokesova zákona pro kulovou částici v mocninové tekutině.

Hodnoty korekčního faktoru v rovnici (1-23) nalezené v literatuře uvádí Tabulka 1.

Tabulka 1: Hodnoty korekčního faktoru pro výpočet koeficientu čelního odporu kulové částice v stokesovské oblasti toku nalezené v literatuře

Index toku n	Korekční faktor $X(n)$	Poznámka	Zdroj dat
1,0	1,002	Numerická studie	[5]
0,9	1,140		
0,8	1,240		
0,7	1,320		
0,6	1,382		
0,5	1,420		
0,4	1,442		
0,3	1,458		
0,2	1,413		
0,1	1,354		
1,0	1,002	Numerická studie	[20]
0,8	1,239		
0,6	1,370		
0,4	1,366		
0,2	1,346		
1	1,000	Numerická studie, není přesně definován výraz pro Reynoldsovo kritérium	[21]
1,2	0,827		
1,4	0,569		
1,6	0,390		
1,8	0,261		

Další vztah pro výpočet koeficientu čelního odporu koule v oblastech $Re_n < 5$ a $n > 0,45$ uvádí např. literatura [15]:

$$C_D = \frac{a}{Re_n^b}, \quad (1-24)$$

kde:

α [-] ... koeficient,

b [-] ... koeficient.

Koeficienty v rovnici (1-24) jsou funkcí indexu toku:

$$a = 39,8 - 9n \quad (1-25)$$

$$b = 1,2 - 0,47n \quad (1-26)$$

Práce [6] uvádí postup odhadu pádové rychlosti kulových částic v roztocích polymerů popsateelných mocninovým zákonem. K odhadu pádové rychlosti částic v tekutině daných vlastností využívá vztahů založených na numericky vypočtených hodnotách korekčního faktoru Stokesova zákona $X(n)$ a odhady srovnává s experimentálními daty.

1.1.3.2 Pád nekulových částic

Pro izometrické částice padající v stokesovské oblasti je nejčastěji uváděn vztah zahrnující korekci Stokesova zákona pro kulovou částici pomocí sféricity. Tento vztah je publikován na základě experimentů s krychlemi, čtyřstěny a jinými izometrickými částicemi v literatuře [22]. Pád izometrických nekulových částic nepravidelného tvaru v newtonských tekutinách v stokesovské, přechodné i newtonské oblasti experimentálně studuje rovněž literatura [23].

Řešení pro pohyb elipsoidů v stokesovské oblasti pro newtonské tekutiny, které padají paralelně s rotační osou symetrie původně publikoval Oberbeck [24]. V dostupnější formě je řešení tohoto případu popsáno v literatuře [18]. Řešení může být vyjádřeno jako korekce Stokesova zákona pro kulovou částici [18]:

1. Protáhlý elipsoid:

$$F_D = 3\pi \cdot \mu \cdot l_2 \cdot u_\infty \cdot K_p \quad (1-27)$$

$$K_p = \frac{1}{\frac{3}{4} \sqrt{(\lambda_p^2 - 1) \cdot ((\lambda_p^2 + 1) \cdot \operatorname{arccoth}(\lambda_p) - \lambda_p)}} \quad (1-28)$$

$$\lambda_p = \frac{l_1/2}{\sqrt{(l_1/2)^2 - (l_2/2)^2}}, \quad (1-29)$$

kde:

F_D [N] ... síla odporu působící proti pohybu protáhlého elipsoidu,

u_∞ [m/s] ... rychlost pohybu osamoceného protáhlého elipsoidu v neohraničené tekutině,

K_p [-] ... korekční faktor Stokesova zákona pro protáhlý elipsoid,

λ_p [-] ... faktor charakterizující tvar protáhlého elipsoidu,

$\operatorname{arccoth}(\)$ [-] ... arkus hyperbolického kotangens.

2. Zploštělý elipsoid:

$$F_D = 3\pi \cdot \mu \cdot l_2 \cdot u_\infty \cdot K_z \quad (1-30)$$

$$K_z = \frac{1}{\frac{3}{4} \sqrt{(\lambda_z^2 + 1) \cdot (\lambda_z - (\lambda_z^2 - 1) \cdot \operatorname{arccot}(\lambda_z))}} \quad (1-31)$$

$$\lambda_z = \frac{l_1/2}{\sqrt{(l_2/2)^2 - (l_1/2)^2}}, \quad (1-32)$$

kde:

F_D [N] ... síla odporu působící proti pohybu zploštělého elipsoidu,

u_∞ [m/s] ... rychlost pohybu osamoceného zploštělého elipsoidu v neohraničené tekutině,

K_z [-] ... korekční faktor Stokesova zákona pro zploštělý elipsoid,

λ_z [-] ... faktor charakterizující tvar zploštělého elipsoidu,

$\operatorname{arccot}(\)$ [-] ... arkus kotangens.

Literatura [18] rovněž uvádí řešení pro případ pohybu elipsoidu kolmo na osu symetrie:

1. Protáhlý elipsoid:

$$F_D = 3\pi \cdot \mu \cdot d_{ek} \cdot u_\infty \quad (1-33)$$

$$d_{ek} = \frac{8 \cdot l_2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{E}{E^2 - 1} + \frac{2 \cdot E^2 - 3}{(E^2 - 1)^{3/2}} \cdot \ln(E + \sqrt{E^2 - 1})}, \quad (1-34)$$

kde:

d_{ek} [m] ... průměr ekvivalentní koule o shodném odporu proti pohybu jako je odpor proti pohybu elipsoidu.

2. Zploštělý elipsoid:

$$d_{ek} = \frac{8 \cdot l_2}{3} \cdot \frac{1}{-\frac{E}{1 - E^2} - \frac{2 \cdot E^2 - 3}{(1 - E^2)^{3/2}} \cdot \arcsin(\sqrt{1 - E^2})} \quad (1-35)$$

Výpočet odporové síly je stejný jako pro protáhlý elipsoid, viz rovnice (1-33).

Experimentální prací používajících částice elipsoidního tvaru v newtonských tekutinách ve stokesovské oblasti je literatura [25], v newtonské oblasti literatura [26].

Numerická řešení obtékání elipsoidů nenewtonskou tekutinou mocninového typu se dají v literatuře nalézt především pro obtékání elipsoidu paralelně s jeho osou symetrie.

Obtékání zploštělých i protáhlých elipsoidů a kulových částic pseudoplastickými kapalinami mocninového typu v podobě numerického řešení uvádí literatura [20]. Řešení je uvedeno pro obtékání elipsoidů paralelně s jejich osou symetrie v rozsahu $E = 0,2-5$. Uvádí výsledný koeficient čelního odporu pro stokesovskou a přechodnou oblast v rozsahu Reynoldsova kritéria 0,01-100.

Numerické řešení obtékání zploštělého elipsoidu pseudoplastickou mocninovou tekutinou s indexem toku $n = 0,6-1$ pro přechodnou oblast toku $Re = 1-100$ uvádí literatura [27]. Uvádí i řešení pro kulovou částici a studuje vliv stěn na koeficient čelního odporu při obtékání částice.

Obtékáním zploštělých i protáhlých elipsoidů a kulových částic dilatantními kapalinami mocninového typu se zabývá literatura [21]. Uvádí numerické řešení pro obtékání elipsoidů paralelně s jejich osou symetrie v rozsahu $E = 0,2-5$. Práce uvádí výsledný koeficient čelního odporu pro stokesovskou a přechodnou oblast v rozsahu Reynoldsova kritéria 0,001-100.

Obtékáním elipsoidů nenewtonskou tekutinou mocninového typu se zabývá rovněž literatura [28]. Numerické řešení provádí pro obtékání paralelně s osou symetrie.

Numerickým řešením pohybu elipsoidů v plastických tekutinách se stručně zabývá například literatura [29].

Experimentální práce zabývající se studiem pádu elipsoidů v newtonských tekutinách mocninového typu se v literatuře nepodařilo nalézt. V literatuře se ovšem dají nalézt experimenty s disky nebo dlouhými válci, které se svým tvarem blíží velmi zploštělým respektive velmi protáhlým elipsoidům [30]. Náhrada hodnoty usazovací rychlosti velmi zploštělých nebo velmi protáhlých elipsoidů usazovací rychlostí plochých disků nebo válců je pro newtonské tekutiny v stokesovské oblasti ukázána v literatuře [31]. Tato práce srovnává teoreticky získané hodnoty pro elipsoidy s experimentálně získanými hodnotami pro disky a válce. Zároveň tato práce ukazuje, že usazovací rychlosti nekulových neizometrických částic jsou většinou menší než pro kulové částice stejného objemu, ale pro elipsoidy při určitém poměru velikostí os a orientaci mohou být i vyšší než pro kulovou částici shodného objemu [31].

Literatura [32] experimentálně studuje pád kulových částic, krychlí a válců v mocninových tekutinách. Experimentálním studiem pádu válců a hranolů s čtvercovou podstavou v tekutinách mocninového typu se zabývá literatura [30]. Pád kruhových a čtvercových disků v pseudoplastických tekutinách mocninového typu v přechodné oblasti při $Re_n = 2-40$ experimentálně studuje literatura [33]. Pád kuželů v pseudoplastických tekutinách mocninového typu v stokesovské a přechodné oblasti experimentálně studuje literatura [34]. Experimentálním studiem pádu krychlí v newtonských a pseudoplastických mocninových tekutinách v rozsahu $Re_n = 0,0013-7$ se zabývá literatura [9]. Experimentálnímu studiu pádu částic nepravidelného tvaru v mocninových tekutinách se věnuje literatura [35].

Literatura [7] uvádí jako obecnou korelaci pro pád osamocené kulové částice v mocninové tekutině rovnici:

$$C_D' = C_{D0} + \frac{A_c}{A} \cdot C_{D\infty} \cdot C_{D0}^{2\beta} \cdot k \cdot \left(\frac{6 \cdot X(n) \cdot b}{6 \cdot X(n) \cdot b + C_{D0}} \right)^\beta + \quad (1-36)$$

$$+ C_{D\infty} \cdot \left(\frac{6 \cdot X(n) \cdot b}{6 \cdot X(n) \cdot b + 128 \cdot C_{D0}} \right)^{11/12},$$

kde:

C_{D0} [-] ... koeficient čelního odporu pro kulovou částici ve stokesovské oblasti definovaný rovnicí (1-23),

A_s [m²] ... povrch částice,

A [m²] ... plocha průmětu částice kolmo na směr pohybu,

$C_{D\infty}$ [-] ... koeficient čelního odporu kulové částice v newtonské oblasti v newtonské tekutině,
 $C_{D\infty} = 0,44$,

β [-] ... koeficient rovnice (1-36) definovaný rovnicí (1-37),

k [-] ... koeficient rovnice (1-36) definovaný rovnicí (1-38),

b [-] ... koeficient rovnice (1-36) definovaný rovnicí (1-39),

$X(n)$ [-] ... korekční faktor Stokesova zákona pro kulovou částici v mocninové tekutině viz rovnice (1-40).

Koeficienty rovnice (1-36) jsou definované následujícími vztahy:

$$\beta = \frac{11}{48} \sqrt{6} \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{\alpha_0 - \alpha(n)}{\alpha(n) \cdot (\alpha_0 - 1)} \right)^2 \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{6} - 1}{\sqrt{6}} \right) \right] \right\}, \quad (1-37)$$

kde:

α [-] ... koeficient v rovnici (1-37) až (1-39) definovaný rovnicí (1-41),

α_0 [-] ... koeficient v rovnici (1-37) až (1-39) při $n = 0$, dosazuje se $\alpha_0 = 3$.

$$k = \frac{\alpha_0 - \alpha(n)}{2 \cdot \alpha_0 \cdot \alpha(n)} \cdot \exp \left[3 \cdot \left(\frac{\alpha_0 - \alpha(n)}{2 \cdot \alpha_0 \cdot \alpha(n)} \right) \cdot \ln (3) \right] \quad (1-38)$$

$$b = \exp[3 \cdot (\alpha(n) - \ln (6))] \quad (1-39)$$

$$X(n) = 6^{\frac{n-1}{2}} \left(\frac{3}{n^2 + n + 1} \right) \quad (1-40)$$

$$\alpha(n) = (6^{(1-n)/2} \cdot X(n))^{1/(n+1)} \quad (1-41)$$

Rovnice (1-36) byla v literatuře [2] ověřována pro nekulové částice v mocninové tekutině pomocí experimentálních dat v rozsahu $Re_n = 10^{-5}$ -270, indexu toku $n = 0,31$ -1 a sféricity $\varphi = 0,62$ -1 s průměrnou odchylkou 30 % a maximální odchylkou 80 %. Podle literatury [2] je vliv nekulovosti částic na hodnotu koeficientu čelního odporu výraznější při vyšších hodnotách Reynoldsova kritéria. Vliv velikosti, tvaru i orientace částice shrnuje do poměru povrchu částice a plochy průmětu kolmé na směr pohybu A_c/A v rovnici (1-36). Poměr A_c/A lze vyjádřit [2]:

$$\frac{A_c}{A} = \frac{4}{\varphi} \cdot \left(\frac{d_v}{d_n}\right)^2, \quad (1-42)$$

kde:

φ [-] ... sféricita,

d_v [m] ... objemový průměr,

d_n [m] ... průměr kruhu o ploše rovné průmětu částice kolmo na směr pohybu.

1.2 Metodiky studia pádu částic

Pád tuhých částic v tekutinách lze řešit a studovat třemi přístupy:

1. Analytická řešení,
2. Numerické výpočty a simulace,
3. Experimentální studium.

Analytická řešení jsou založena na řešení rovnic popisujících proudění, jako je například Navier-Stokesova rovnice (1-15) a rovnice kontinuity (1-16). Pro některé jednodušší případy pohybu částic v tekutinách jsou tyto rovnice řešitelné a je možno obdržet řešení popisující pohyb částice jako rovnice v uzavřeném analytickém tvaru. Příkladem jsou rovnice pro výpočet odporové síly působící na elipsoid při jeho pohybu tekutinou, viz rovnice (1-27) až (1-35) nebo Stokesův zákon pro výpočet koeficientu čelního odporu, viz rovnice (1-22). Tímto přístupem nelze získat řešení pro všechny tvary částic a případy pohybu. Například řešení obtékání válcové částice ve stokesovské oblasti nelze vyjádřit v analytickém tvaru [16].

Z důvodů obtížnosti nebo nemožnosti analytického řešení diferenciálních rovnic popisujících proudění tekutin se v některých případech přistupuje k numerickému řešení pomocí nástrojů pro výpočtovou dynamiku tekutin CFD (Computational Fluid Dynamics). Jednou z metod CFD je metoda konečných prvků FEM (Finite Element Method). FEM pracuje na principu rozdělení řešené oblasti na konečný počet prvků, na kterých aproximuje funkce popisující daný systém po částech spojitými funkcemi, např. polynomy [36]. Umožňuje nalézt přibližné řešení funkcí v libovolném bodu oblasti řešení a na její hranici [37]. Oblast řešení tvoří při studiu pohybu/obtékání částic v tekutinách objem tekutiny, ve kterém je sledován pohyb tekutiny vyvolaný pohybem/obtékáním částice. Jednotlivé prvky jsou geometrické tvary, například čtyřstěny, které tvoří síť. Síť musí být tím jemnější, čím přesnější řešení je požadováno. S rostoucím počtem prvků, na které je oblast řešení rozdělena, ovšem narůstá výpočtová náročnost.

Podstatnou část oblasti studia pádu částic tvoří experimentální práce. Experimentální studium je prováděno nejčastěji ve válcových skleněných nebo plexisklových kolonách viz například [14, 30, 38]. V případě studia ustálené rychlosti pádu osamoceně částice je měřena doba pádu úsekem kolony známé délky a vypočítána rychlost pádu částice. Měření doby pádu lze provádět v případě menších rychlostí částic stopkami [4]. V případě rychlejšího pohybu je možné využít například vyhodnocení rychlosti částic ze záznamu kamery viz [4, 15]. Další používanou techniku pro určení pádové rychlosti částic lze nalézt např. v literatuře [39], tzv. particle image shadowgraphy. Tato technika využívá vzniku stínu v prostředí s odlišnou optickou hustotou [39]. Provedení spočívá ve snímání stínu vrženého částicí, která je osvětlena proti kameře [39].

Po vypuštění částice do kolony je ponechána určitá vzdálenost na dosažení ustálené rychlosti viz např. [38]. Tato vzdálenost se k měření nevyužije. Stejně tak je měřicí dráha vzdálena ode dna, aby byl vyloučen vliv efektů souvisejících s přibližováním částice ke dnu kolony viz např. [38]. Ověření ustálení rychlosti lze provést rozdělením sledované dráhy do více úseků a porovnáním rychlostí získaných z jednotlivých měřících úseků viz např. [40]. Pád částic v experimentálním zařízení je ovšem ovlivněn stěnami zařízení [14]. Vynesením rychlostí částice získaných měření v kolonách různého průměru vůči poměru objemového průměru částice k průměru kolony d_p/D a extrapolací získané závislosti do hodnoty $d_p/D \rightarrow 0$ lze získat rychlost částice v neohraničené tekutině viz např. [40]. Extrapolace ovšem může pravděpodobně vést i k vyšším hodnotám rychlosti, než kterých by bylo ve skutečnosti

v neohraničené tekutině dosaženo [14]. Jak uvádí literatura [14] při nízkých hodnotách d_v/D se rychlost v ohraničené tekutině asymptoticky blíží rychlosti v neohraničené tekutině. Další možností je tedy zvětšovat průměr kolony, dokud nebude dosaženo stejné rychlosti pádu jako v přechozí koloně menšího průměru viz např. [14]. Vztah pro korekci vlivu stěn na rychlost pádu kulové částice ve válcové koloně v newtonských tekutinách teoreticky odvodil Faxén [41]. Poměr rychlosti v ohraničené a neohraničené tekutině Faxén vyjadřuje jako funkci poměru d_v/D . Faxénův vztah je uveden např. v literatuře [14]. Použití poměru d_v/D pro charakterizaci vlivu stěn je obecně používaný přístup [14]. V literatuře existuje řada empirických vztahů pro korekci vlivu stěn jak pro newtonské, tak i neneutronské kapaliny. Empirickou rovnicí pro korekci vlivu stěn v mocninových tekutinách zahrnující jak poměr d_v/D , tak Re_n je rovnice (1-43) publikovaná v literatuře [14]:

$$\frac{u}{u_\infty} = \left(1 - \frac{d_v}{D}\right)^2 \cdot Re_n^{-0,02} , \quad (1-43)$$

kde:

u [m/s] ... rychlost pádu osamocené částice v ohraničené tekutině,

u_∞ [m/s] ... rychlost pádu osamocené částice v neohraničené tekutině.

Rovnice byla testována v rozmezí $Re_n = 0,00154-0,05$ pro roztoky CMC 1,5 hm.% $n = 0,571$ $K = 2,22 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ a CMC 2 hm.% $n = 0,555$ $K = 4,22 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ [14].

Částice použité k experimentálnímu měření jsou charakterizovány jejich rozměry a hustotou. Rozměry částic lze stanovit posuvným měřítkem nebo mikrometrem. Hustota částic se stanovuje např. pyknometricky. Materiálem částic je obvykle kov (např. ocel, mosaz, hliník), sklo nebo plast (např. nylon, teflon, akryl), jak dokládají částice použité k měření v literatuře [8, 9, 30, 34]. Literatura [4] využívá pro získání různé hustoty částic metody plnění skleněných koulí olovem, pryskyřicí a parafínem.

Jako mocninové tekutiny jsou využívány např. suspenze nebo roztoky karboxymethylcelulózy CMC, guarová guma GG, hydroxyethylcelulóza HEC, Carbopolu nebo xanthanové gummy XG. Obvyklé jsou koncentrace jen několik hm.%. Přehled v literatuře nalezených roztoků/suspenzí polymerů sloužících jako mocninové tekutiny pro studium pádu částic uvádí Tabulka 2.

Tabulka 2: Přehled roztoků/suspenzí polymerů sloužících jako mocninové tekutiny při studiu pádu částic

Roztok	Koncentrace	n [-]	K [Pa·s ⁿ]	ρ_F [kg/m ³]	Literatura
CMC	0,25-2 hm.%	0,84-0,555	0,027-4,22	-	[8]
GG	0,5 hm.%	0,61	0,22	-	[8]
HEC	0,05-0,5 hm.%	1-0,86	$1,6873 \cdot 10^{-3}$ -0,76	1002,7-1005	[33]
Carbopol NaOH	Carbopol 0,5 hm.% suspenze 10% roztok NaOH (suspenze Carbopolu 80-85 obj.% z celkového objemu)	0,79-0,50	0,22-1,7	1000	[33]
CMC	0,05-1 hm.%	1-0,51	$3,944 \cdot 10^{-3}$ -3,85	1005-1037,9	[33]
CMC XG	CMC 6-8 g/l XG 1-3 g/l	0,627-0,449	0,1696-0,7688	1002-1003	[9]

2 EXPERIMENTÁLNÍ ČÁST

V této části je uveden popis předběžných zkoušek a návrhů experimentálního provedení, které byly vypracovány před vlastním měřením. Na základě těchto návrhů a zkoušek byla sestavena aparatura pro měření a realizováno vlastní měření. Dále je popsáno realizované experimentální uspořádání, provedení studia pádu částic a postup vlastního měření pádové rychlosti částic. Rovněž je popsáno i provedení a nastavení numerických výpočtů v programu COMSOL Multiphysics.

2.1 Předběžné zkoušky a návrhy experimentálního provedení

Tato podkapitola práce popisuje návrhy postupu měření a podoby experimentálního uspořádání, které byly vypracovány před vlastním měřením. Některé postupy a součásti byly následně odzkoušeny.

2.1.1 Návrhy metodiky přípravy částic

Částice elipsoidního tvaru pro účely měření pádové rychlosti částic musí splňovat následující požadavky:

1. tvarová přesnost – dodržení tvaru elipsoidu,
2. rozměrová přesnost,
3. dostatečně hladký povrch částice,
4. homogenita materiálu částice,
5. vhodná hustota vzhledem k rozměrům a vlastnostem kapaliny.

Získání požadovaného tvaru je oproti částicím jiných tvarů komplikovanější. Na rozdíl od kulových částic nelze využít běžně dostupné částice jako např. kulička ložisek nebo broky. Rovněž např. válcové částice lze oproti elipsoidům připravit snadněji, a to nařezáním drátů apod. Vzhledem k uvedeným požadavkům na modelové částice přichází v úvahu následující možnosti přípravy částic elipsoidního tvaru:

1. CNC obrábění,
2. 3D tisk
 - a. FFF/FDM 3D tisk,
 - b. SLA 3D tisk,
3. Odlévání do forem.

2.1.1.1 CNC obrábění

CNC obrábění je souhrnné označení pro obráběcí technologie používajících počítačového řízení obrábění (Computer Numerical Control). Vzhledem k osové symetrii rotačních elipsoidů přichází v úvahu CNC soustružení. Výhodou počítačového řízení je možnost dosažení rozměrové přesnosti, možnost výroby komplikovaných tvarů a dobrá opakovatelnost výroby. Výhodou oproti odlévání částic do forem nebo 3D tisku je možnost použití materiálů s vyšší hustotou např. oceli. Komplikací při výrobě částic elipsoidního tvaru CNC obráběním je požadavek na relativně malé rozměry částic, v řádu *mm* až několika *cm* a samotný oblý tvar, který se při obrábění obtížně upevňuje. Nevýhodou je rovněž vyšší cena provedení technologie, která by se projevila především při výrobě většího počtu částic. Z uvedených důvodů nebyla tato technologie přípravy částic zvolena.

2.1.1.2 3D tisk

Technologie 3D tisku představuje aditivní výrobu třídimenzionálního objektu nanášením souvislých vrstev [1]. Existuje celá řada variant 3D tisku. Dostupné byly tyto varianty 3D tisku:

1. FFF/FDM 3D tisk
2. SLA 3D tisk.

Označení FFF respektive FDM 3D tisk (Fused Filament Fabrication/ Fused Deposition Modeling) je dvojí označení pro stejnou technologii [42]. Technologie je založena na nanášení vrstev roztaveného termoplastického vlákna tryskou extruderu [43]. Extrudér neboli tisková hlava se pohybuje v rovinách XYZ a umožňuje tak vytvořit požadovaný třírozměrný objekt. Vrstvy vytvořené materiálem roztaveného vlákna chladnou a vytváří tuhý předmět. Použitá tiskárna byla Ultimaker 3 Extended. Odzkoušeným materiálem pro tisk bylo vlákno (filament) z kyseliny polyléčné PLA. Nastavení poskytující nejméně drsný povrch částic a tvary bez deformací bylo nastavení Normal s několika úpravami. Úpravy oproti nastavení Normal: výška vrstvy 0,16 mm, rychlost posuvu tiskové hlavy $60 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$, síla stěn 1 mm, náhodně zvolený počátek nové vrstvy při výstavbě stěny, kompenzace roztažení vrstvy 0,016 mm a 100% hustota výplně. Nastavení nižší výšky vrstvy vedlo k strhávání vrstev tiskovou hlavou v místě vrcholu elipsoidu a tím k deformacím.

Pro snížení drsnosti povrchu bylo odzkoušeno několik postupů:

- broušení jemným smirkovým papírem,
- vyhlazení tmelem
- vyleptání ponecháním výtisku v parách chloroformu po dobu 2 h. Výtisk byl umístěn na podpěře v uzavřené nádobě na jejímž dně byl nalit chloroform a pro zvýšení odparu vložen nasákavý papír.

K částečnému snížení drsnosti povrchu výtisků vedl postup broušení a leptání parami chloroformu. Vyhlazení tmelem se nejevilo jako účinné.

Stereolitografický 3D tisk zkráceně SLA je založen na vytváření vrstev objektu vytvrzováním tekuté pryskyřice pomocí záření [44]. Nejčastěji se jedná o UV záření [44]. Použita byla tiskárna Prusa SL1S Speed. Do tiskové vaničky je ponořena tisková hlava, kterou tvoří kovový blok s rovnou plochou ponořenou v pryskyřici. UV záření z displeje pod vaničkou prochází průsvitnou fólií tvořící dno vaničky a vytvrzuje pryskyřici. Nové vrstvy se přichytávají k tiskové hlavě a následně na další již vytvrzené vrstvy během vertikálního posuvu tiskové hlavy ven z vaničky. Po vytištění je výtisk sejmut z tiskové hlavy, vymyt isopropyl alkoholem, dovytvrzen UV zářením a vysušen ve vytvrzovací stanici. Použita byla pryskyřice Prusa Orange Tough. Nastavení tiskárny bylo ponecháno v systémovém přednastavení pro tiskárnu SL1S Speed. Nastavení tisku bylo použito přednastavené Ultra detail s výškou vrstvy 0,025 mm. Počet přechodových vrstev byl ovšem snížen na minimální možnou hodnotu 3. Počet přechodových vrstev představuje počet vrstev potřebných pro přechod z počáteční doby osvětlení na běžnou dobu osvětlení vrstvy [45].

Srovnání kvality výtisků, rychlosti tisku a dalších parametrů, kterých se podařilo dosáhnout při tisku elipsoidů pomocí FFF/FDM a SLA 3D tisku uvádí Tabulka 3. Při použití obou technik bylo nutné tisknout pouze polovinu elipsoidu. Poloviny elipsoidů lze spojit lepením. Důvodem bylo zajištění dobré kontaktní plochy výtisku s podložkou/tiskovou hlavou a zajištění tisku bez deformací. V případě FFF/FDM tisku by při pokusu tisknout elipsoid v celku došlo k jeho zhroucení nebo deformaci. V případě SLA tisku k nepřichycení na tiskovou hlavu.

Problémem SLA tisku byl vznik zaoblení v místě kontaktu výtisku s tiskovou hlavou opakující se ve stejné podobě u částic všech velikostí. Důvod vzniku zaoblení se nepodařilo zjistit, ale mohlo jím být přilnutí první vrstvy výtisku k fólii tvořící dno vaničky. Snížení počtu

přechodových vrstev vedlo k částečnému odstranění nechtěného zaoblení. Problematicky zaoblený okraj v místě kontaktu výtisku s tiskovou hlavou ukazuje Obrázek 2.



Obrázek 2: Zaoblení okraje v místě kontaktu SLA výtisku s tiskovou hlavou

Na základě porovnání obou technik byl SLA 3D tisk zvolen pro přípravu částic k měření.

Tabulka 3: Srovnání FFF/FDM 3D tisku s tiskárnou Ultimaker 3 Extended a SLA 3D tisku s tiskárnou Prusa SL1A Speed

Parametr \ Tiskárna	FFF/FDM Ultimaker 3 Extended	SLA Prusa SL1S Speed
Rychlost tisku	Pomalejší tisk, zvláště při požadavku malé výšky vrstvy, tisk vrstvy každé částice postupně	Rychlejší tisk, tisk jedné vrstvy pro více částic najednou
Drsnost povrchu	Drsnější	Hladší
Schopnost tisku detailů (malých částic) a dodržení tvarové přesnosti	V případě malých částic nechtěné výstupky a deformace	Dodržení tvarové přesnosti a hladkosti povrchu i u malých částic. Problém pouze se zaoblením v místě kontaktu výtisku s tiskovou hlavou.
Homogenita materiálu	Nutné nastavit 100% výplň výtisku	Nehomogenita pouze v případě defektů

2.1.1.3 Odlévání materiálu do forem

Jednou z navržených možností přípravy částic elipsoidního tvaru představuje odlévání materiálu do formy tvaru elipsoidní částice a následné vytvrzení materiálu ve formě. Materiály zvažované pro odlévání je potřeba volit s ohledem na materiál formy, možnosti technologického provedení a požadavky na vlastnosti elipsoidní částice. Materiály uvažované pro odlévání:

1. kovové materiály
2. sádra
3. polymerní pryskyřice.

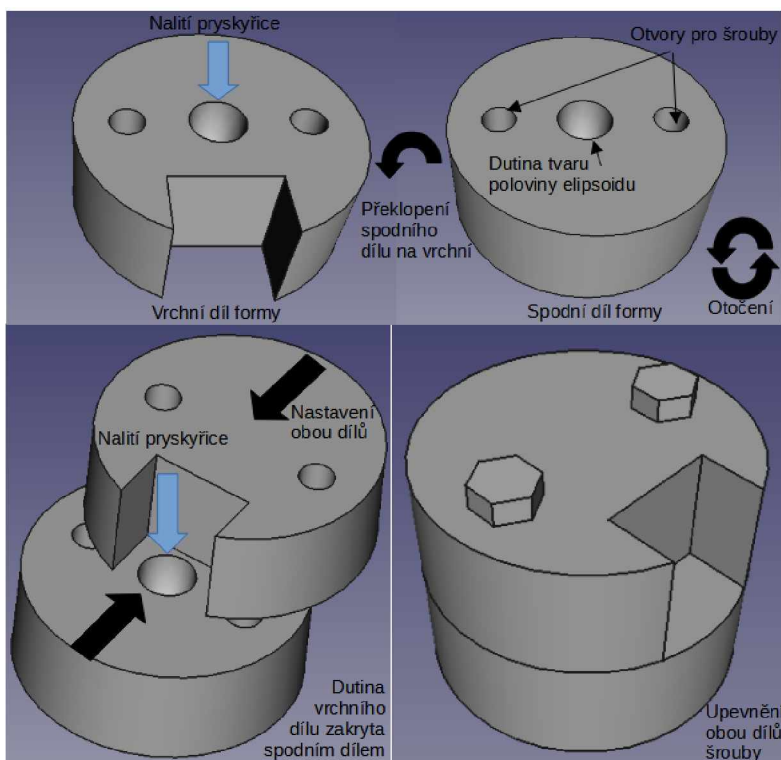
Formy pro odlévání materiálu by mohly být vytvořeny technologií CNC soustružení, 3D tisku nebo ze silikonového kaučuku. Formy vytvořené pomocí CNC soustružení mohou být i z kovu, a proto odolné téměř všem materiálům zvažovaným pro odlévání. Nevýhodou výroby forem CNC soustružením je již zmíněná vysoká cena obrábění. Formy vytvořené 3D tiskem by neodolaly odlévání roztavených kovových materiálů. Formy vytvořené oblitím vzorové částice silikonovou pryskyřicí a vytvrzením pryskyřice na kaučuk jsou určeny i pro odlévání nízko tavitelných kovů, například slitin olova, cínu, antimonu [46]. Tento postup by ovšem vyžadoval získání vzorových částic jinou metodou než odléváním. Odlévání většiny kovových materiálů rovněž vylučuje běžně dostupné technologické vybavení v chemických laboratořích. Odlévání sádry je snadno proveditelné. Sádra ovšem není vhodným materiálem, kvůli své křehkosti a nasákavosti. S ohledem na předchozí omezení přichází v úvahu využití polymerních pryskyřic. Polymerní pryskyřice jsou snadno dostupný, po vytvrzení, vodě odolný materiál. Vzhledem k tekutosti je drsnost jeho povrchu limitována pouze drsností formy. Z dostupných polymerních pryskyřic byly zvažovány pryskyřice pro SLA 3D tisk, epoxydové a silikonové pryskyřice. Pryskyřice pro SLA 3D tisk nejsou vhodnou volbou vzhledem k vytvrzování UV světlem, které by neproniklo materiálem formy. Epoxydové a silikonové pryskyřice se vytvrzují chemicky, smísením pryskyřice s tvrdidlem. Zvažovány byly především silikonové pryskyřice kvůli možnosti mísení pryskyřic různých hustot a tím získání částice s vhodnou hustotou vzhledem k rozměrům částice a vlastnostem kapaliny. Získání částice s hustotou volitelnou v určitém rozmezí by mohlo být výhodou oproti technice 3D tisku, kde je škála hustot částic omezena dostupnými materiály pro tisk. Nevýhodou by mohla být pružnost silikonového kaučuku, která není při studiu pádu tuhých částic v kapalinách uvažována a není žádoucí. Další nevýhodou při zpracování polymerních pryskyřic je vznik bublin, které by mohly při

nedostatečném odstranění způsobit nehomogenitu částic. Z důvodu časového omezení nebyla tato možnost přípravy částic realizována.

Návrh postupu zpracování silikonové pryskyřice byl vypracován na základě technologického postupu zpracování silikonové pryskyřice vybraného výrobce [46]. Návrh formy určené pro odlévání s naznačeným postupem při odlévání ukazuje Obrázek 3.

Návrh postupu odlévání částice:

1. smísení silikonových pryskyřic pro dosažení žádané hustoty,
2. smísení pryskyřice s tvrdidlem,
3. odstranění bublin z pryskyřice v evakuované nádobě,
4. nalití pryskyřice do vrchního dílu formy,
5. zakrytí vrchního dílu formy spodním dílem pro zabránění vytečení pryskyřice,
6. otočení formy a nalití pryskyřice do spodního dílu formy,
7. nastavení obou dílů formy tak, aby dutiny v obou dílech vytvořily tvar částice,
8. upevnění obou dílů šrouby,
9. po vytvrzení vyjmutí připravené částice.



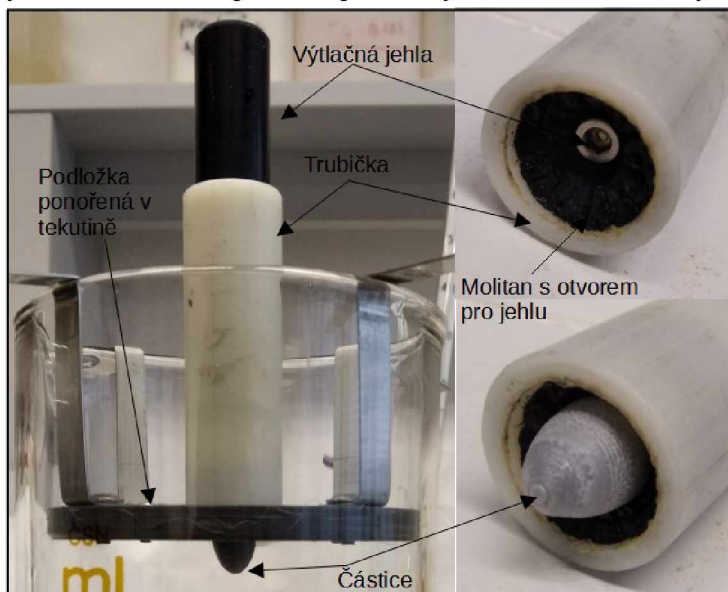
Obrázek 3: Návrh formy a postupu odlévání pryskyřice

2.1.2 Příprava a zkoušky provedení experimentu

Provedení experimentu bylo zkoušeno v skleněném odměrném válci o objemu 2 l, který sloužil jako kolona. Vnitřní průměr kolony byl 7,7 cm, vnější průměr 8,6 cm. Měřicí dráha byla 30,6 cm, ode dna vzdálena 7 cm, na ustálení rychlosti ponecháno 7 cm. Jako viskózní kapalina pro zkoušky provedení experimentu byl použit 45% vodný roztok Emkaroxu HV 45. Jako testovací částice byly použity elipsoidy o rozměrech 5x10 mm až 10x20 mm s poměrem os $E = 2$ vyrobené z PLA vytvořené FFF/FDM 3D tiskem. Jak je popsáno v části 1.1.3 pokud není směr působení gravitace při pohybu elipsoidu kolmý na jeho rovinu symetrie dochází k pohybu částice do strany [18]. Pohyb elipsoidu do strany nelze studovat ve válcových kolonách omezeného průměru. Cílem zkoušek proto bylo nalézt nejvhodnější techniku vypouštění částice do tekutiny, tak aby částice při pádu setrvala v axisymetrické orientaci ve středu válce, případně v orientaci pootočené o 90°, tedy kolmo na osu symetrie. Vypouštění částic pinzetou drženou v ruce je velmi snadné a rychlé, ale je obtížné zajistit plynulé otevírání pinzety při současném udržení částice ve svislé poloze a ve středu kolony. Navržené mechanismy vypouštění částic se proto soustředily na udržení částice ve středu kolony a neporušení její předem nastavené prostorové orientace.

V první fázi zkoušek bylo navrženo vystředění částice pomocí podložky vložené do kolony.

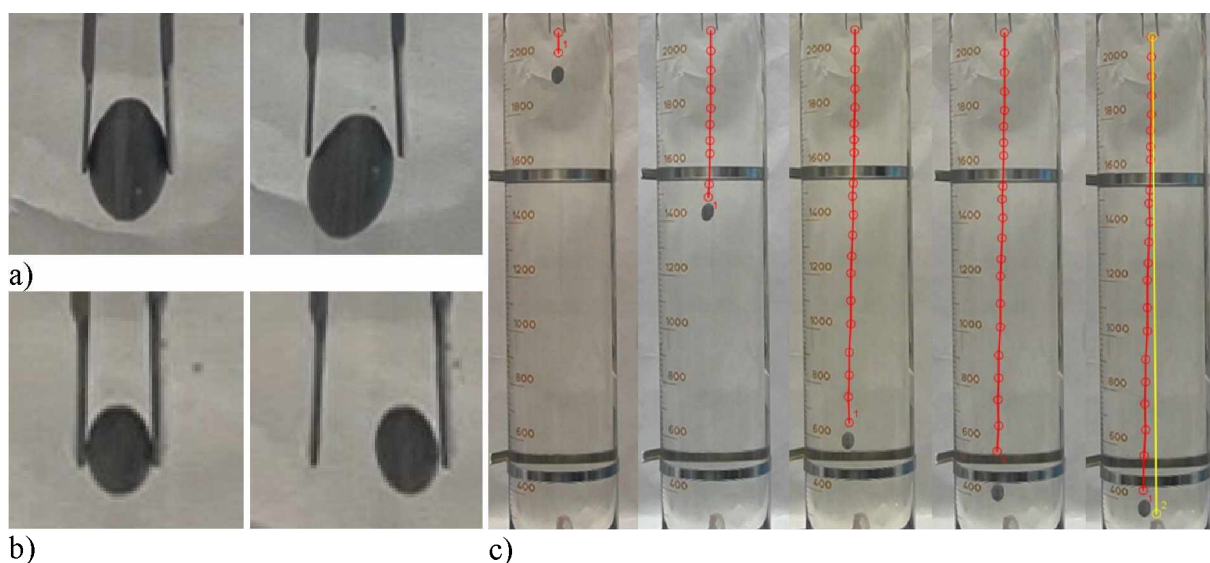
Otvorem ve středu podložky byla prostrčena trubička s výtlačnou jehlou. Konec trubičky byl vyplněn molitanem s otvorem pro jehlu. Do molitanu byla vsazena částice v axisymetrické orientaci a pohybem jehly vytlačena z trubičky. Problémem však byla změna prostorové orientace částice při jejím vytlačení z trubičky. Podobu mechanismu zobrazuje Obrázek 4.



Obrázek 4: Mechanismus vypouštění částic – trubička s výtlačnou jehlou

Dále bylo navrženo upnutí pinzety do úchytu připevněného na podložku vystředěnou v koloně pomocí šroubů. Ramena pinzety byla zajištěna pomocí kancelářské sponky. Tímto postupem

bylo zajištěno vypuštění částice ve středu kolony a odstraněno případné naklonění celé pinzety, ke kterému by mohlo dojít při držení pinzety v ruce. Problémem byla opět změna prostorové orientace částice, ke které docházelo při rozevírání ramen pinzety. Částice se při rozevření ramen pinzety buď naklonila do strany nebo setrvala přilnutá na rameni pinzety, viz Obrázek 5. V obou případech tak do kolony vstupovala nakloněná. To vedlo k pohybu částice do strany. Pravděpodobně vlivem stěny kolony došlo k postupnému srovnání odklonu částice. Uvedené závěry ilustruje pozorovaná trajektorie elipsoidu, viz Obrázek 5. V případě velkého odklonu docházelo až k nárazu částice na stěnu kolony.

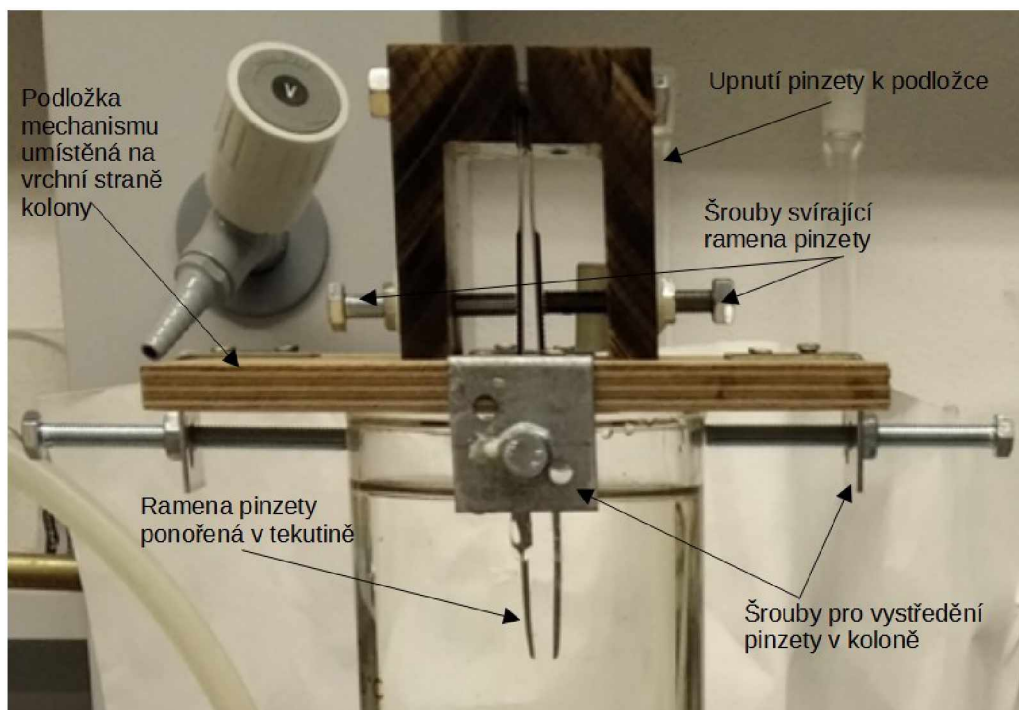


Obrázek 5: a) Naklonění částice při vypouštění, b) Přilnutí částice k rameni pinzety, c) Trajektorie elipsoidu odchýleného při vypouštění od axisymetrické orientace červeně, osa kolony žlutě.

Dále byla odzkoušena úprava předchozího návrhu spočívající v plynulejší rozevírání ramen pinzety pomocí povolování dvojice šroubů. Toto uspořádání ukazuje Obrázek 6. Odchylování orientace částic ovšem přetrvávalo. Neúčinné bylo i použití pinzety s hladkým povrchem ramen. Další otestovanou variantou bylo upnutí elipsoidu přímo mezi dvojici šroubů ponořených v tekutině. Povolováním šroubů směřujících proti sobě došlo k uvolnění částice, ale zároveň k jejímu výraznému otočení vlivem rotačního pohybu šroubu. Proto byla tato varianta zamítnuta.

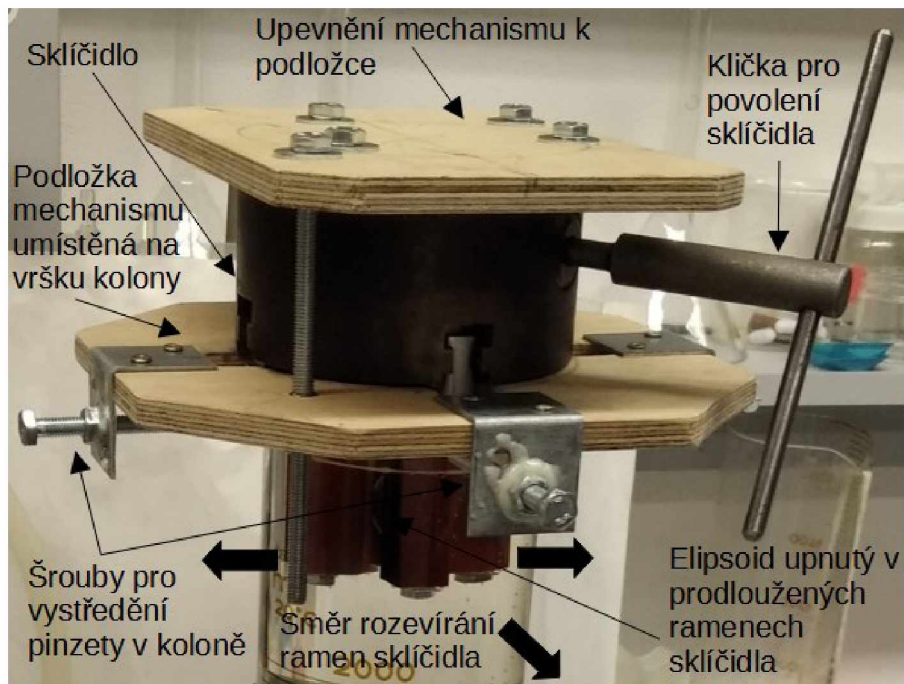
Další variantou bylo použití ocelových trubiček vystředěných obdobným způsobem jako předchozí mechanismus, který ukazuje Obrázek 6. Trubička, do které byl elipsoid vložen, měla sloužit jako ustalovací prostor pro získání rychlosti a srovnání elipsoidu do axisymetrické orientace. Průměr elipsoidu byl jen o několik *mm* menší než průměr trubičky. Částice se

v trubičce ovšem pohybovaly pomalu, proto byl jejich výstup z trubičky urychlen povytažením trubičky. Částice se tímto postupem naklonila nebo trubičku vůbec neopustila. Proto bylo vyzkoušeno vytlačení částice skleněnou tyčkou průměru menšího, než byl průměr trubičky. Částice přilnula ke skleněné tyčce a nakloněná se uvolnila až po vysunutí tyčky z trubičky. Tento postup byl proto nevhodný.

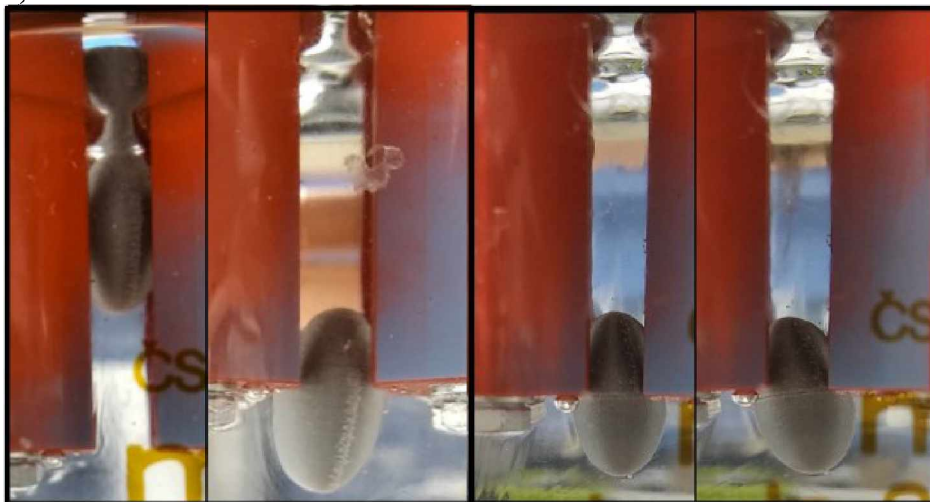


Obrázek 6: Mechanismus vypouštění částic s povolováním ramen pinzety dvojicí šroubů

Další vyzkoušená varianta si kladla za cíl zajistit plynulé povolování upnutí částice a vytvoření prostoru, v kterém by se částice mohla pohybovat v axisymetrické orientaci snáze než v trubičce a vyrovnat případný odklon způsobený povolováním sevření. Za tímto účelem byla na sklíčidlo soustruhu, které lze plynule rozevírat, připevněna prodloužená ramena. Čtveřice ramen tvořila prostor pro ustálení případného vychýlení částice. Podobu mechanismu ukazuje Obrázek 7 a). Efekt srovnání orientace částice v prostoru mezi prodlouženými rameny nebyl účinný, jak dokládá Obrázek 7 b). Opět docházelo k naklání částice, ať už při samotném oddálení ramen sklíčidla nebo v momentě, kdy částice opouštěla prostor vytvořený rameny. K naklání částice docházelo rovněž při upnutí částice na okraj ramen, jak dokládá Obrázek 7 c).



a)



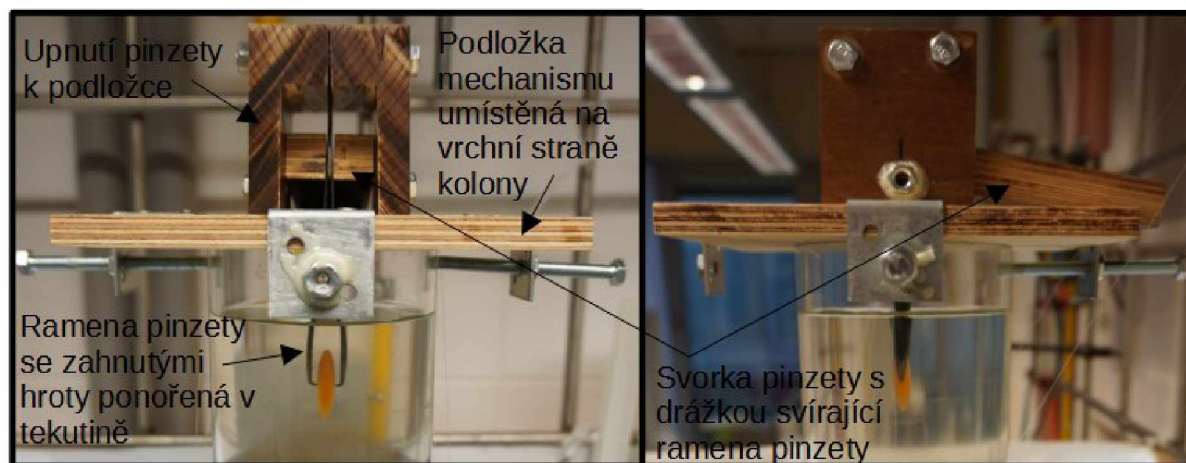
b)

c)

Obrázek 7: Prodloužená ramena soustružnického sklíčidla: a) Celkový pohled, b) Detail naklonění částice při vypuštění s ponecháním ustalovací dráhy, c) Detail naklonění částice při vypuštění bez ponechání ustalovací dráhy.

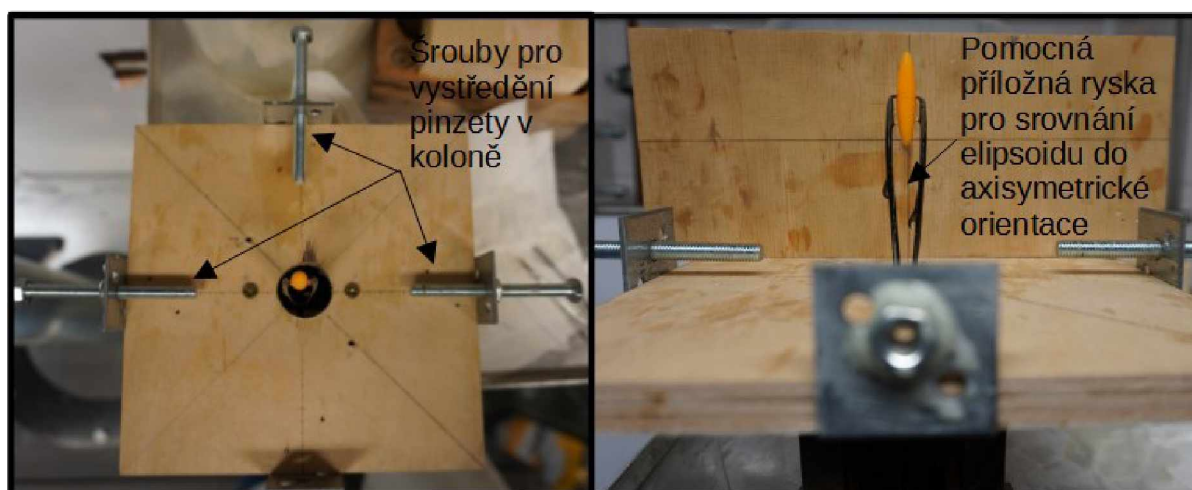
Poslední vyzkoušenou variantou bylo ohnutí hrotů pinzety. Tato úprava zajišťovala menší kontaktní plochu pinzety s částicí (snaha o dosažení bodového dotyku). Díky tomu nedocházelo k přilnutí částice k pinzetě tak často jako v přechodných případech. Pozitivní efekt na míru naklonění částice mělo pravděpodobně i zvětšení vzdálenosti ramen pinzety od částice, které vedlo k větší vzdálenosti proudění, vzniklého pohybem ramen pinzety, od částice. Upnutí a vystředění pinzety bylo ponecháno stejné jako v předchozích variantách. Mechanismus sevření pinzety byl proveden svorkou. Vytažením svorky došlo k rozevření ramen pinzety a

uvolnění částice. Tyto úpravy vedly k zmenšení míry naklonění částice při jejím vypouštění. Proto byla tato varianta vybrána pro vlastní měření. Podobu realizovaného uspořádání ukazuje Obrázek 8 a), b), c). Kontrola upnutí elipsoidu v axisymetrické orientaci byla prováděna přiložením pomocné rysky, jak ukazuje Obrázek 8 d).



a)

b)



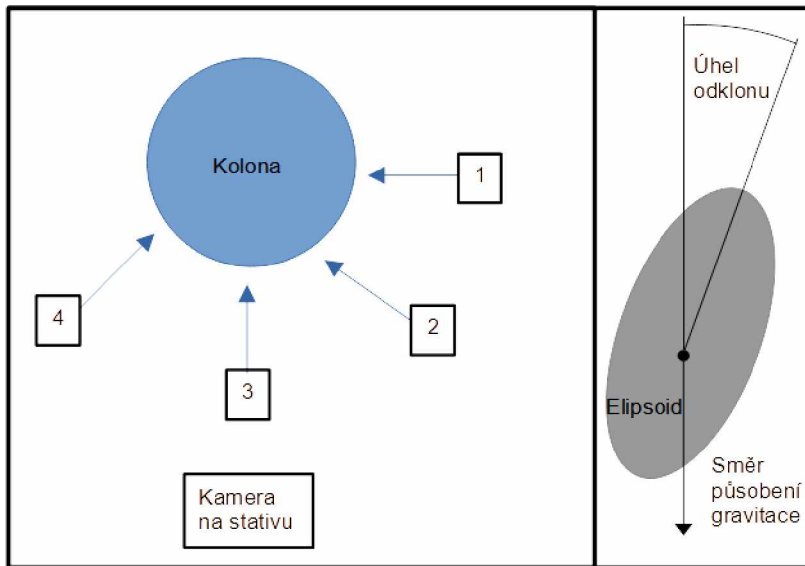
c)

d)

Obrázek 8: Mechanismus vypouštění částic použitý pro vlastní měření: a) Čelní pohled, b) Boční pohled, c) Pohled zdola, d) Ukázka kontroly nastavení svislé axisymetrické orientace elipsoidu.

Kromě snahy zajistit pád elipsoidů v axisymetrické orientaci byl posuzován i vliv naklonění částice na rychlost jejího pádu. Za tímto účelem byla částice při pádu snímána kamerou z boku kolony. Snímání probíhalo v několika vertikálních úrovních vždy ze čtyř směrů, aby bylo možno nalézt směr pohledu, kdy je pozorovaný odklon částice největší. Současně byla částice

snímána kamerou na stativu. Uspořádání snímání a naznačení měřeného úhlu ukazuje Obrázek 9.



Obrázek 9: Snímání úhlu odklonu od axisymetrické orientace: a) Uspořádání snímání, pohled shora, b) Schéma měření úhlu odklonu.

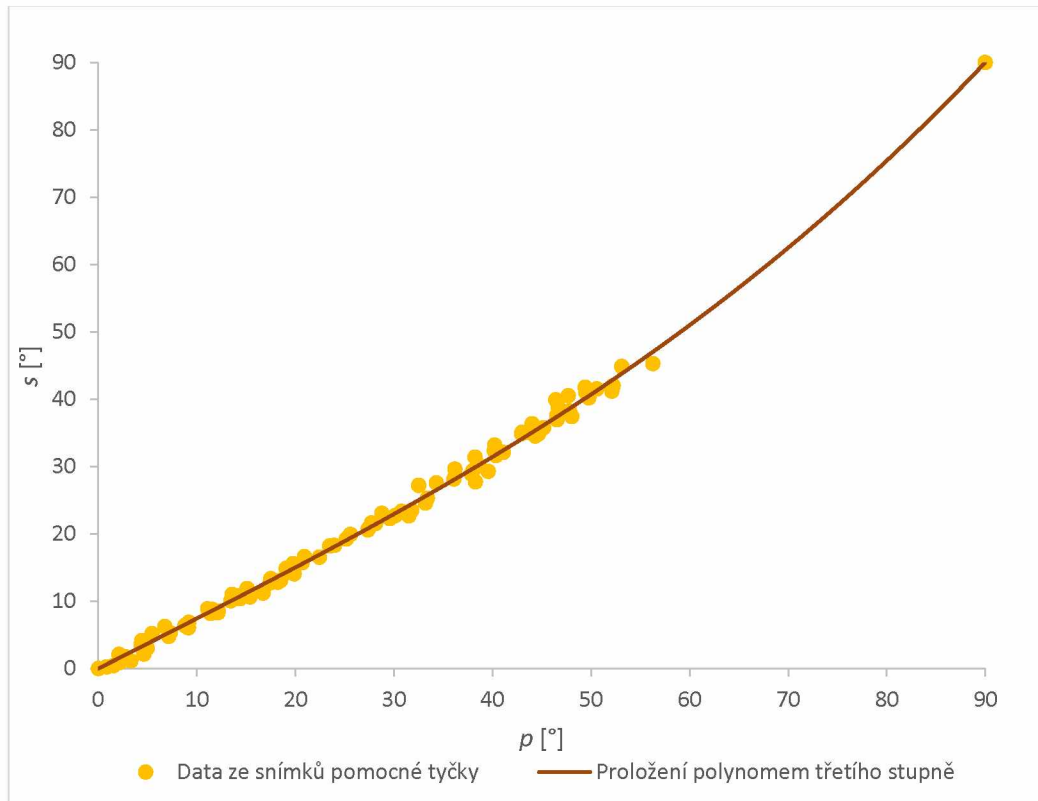
Ze záznamu kamery na stativu byla vyhodnocena rychlost pádu částice ve směru gravitace v dané vertikální pozici, ve které byla částice současně snímána z boční strany. Rychlost byla vyhodnocena z rozdílu vzdálenosti částice mezi dvěma či více snímky. Ze snímků videa z boční strany kolony byl změřen úhel odklonu částice od axisymetrické orientace. Jak měření úhlu odklonu, tak vyhodnocení rychlosti probíhalo v programu ImageJ 1.54f (Image Processing and Analysis in Java). Pro odstranění zkreslení pozorovaného úhlu vlivem lomu světla ve válcové koloně s tekutinou byl vytvořen přepočít velikosti pozorovaného úhlu na skutečnou velikost úhlu odklonu. Graf 3 obsahuje body získané měřením úhlu odklonu pomocné tyčky od směru gravitace. Pomocná kovová tyčka byla zčásti ponořena do tekutiny v koloně a nasnímana kamerou v různých úhlech odklonu. Z rozdílu odklonu tyčky pozorovaného v tekutině a mimo ni byl sestaven Graf 3. Takto získané body byly proloženy polynomem třetího stupně s podmínkou, aby procházel body [0;0] a [90;90]:

$$s = 3,6 \cdot 10^{-5} \cdot p^3 - 4,3 \cdot 10^{-4} \cdot p^2 + 7,5 \cdot 10^{-1} \cdot p, \quad (2-1)$$

kde:

s [°] ... skutečný úhel odklonu,

p [°] ... pozorovaný úhel odklonu.



Graf 3: Vztah skutečného a pozorovaného odklonu v testovací koloně naplněné 45% vodným roztokem Emkaroxu

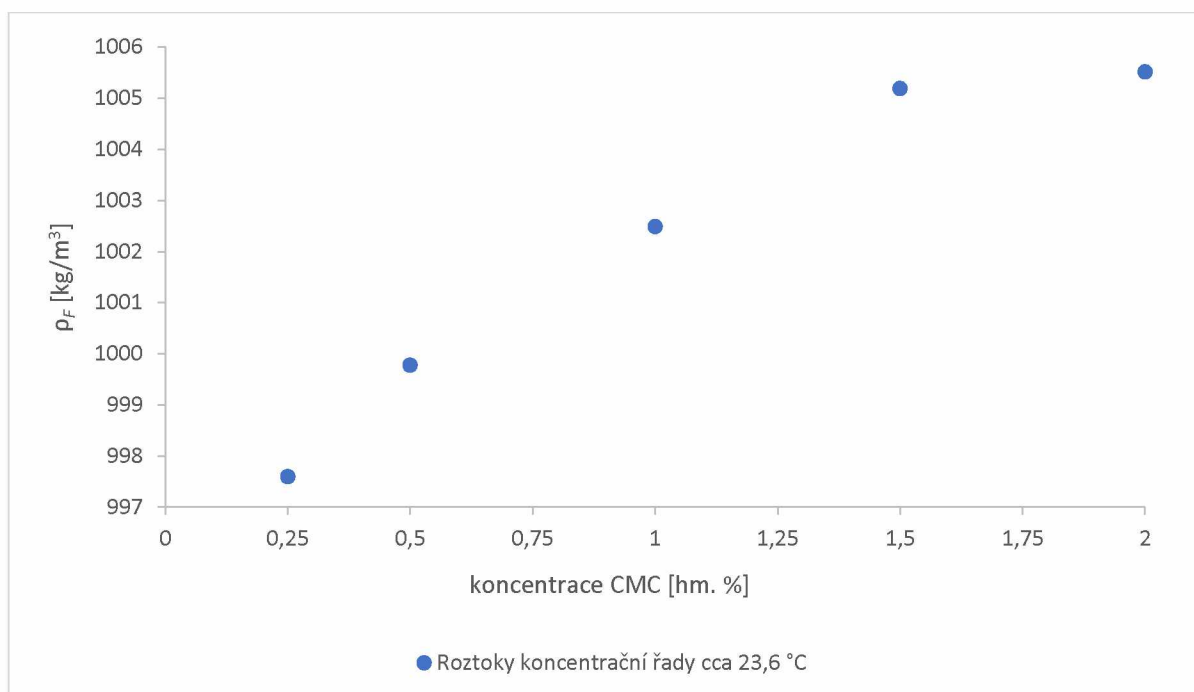
Výsledky sedmi předběžných pozorování pádu elipsoidů v 45% vodném roztoku Emkaroxu ukázaly, že maximální úhel odklonu se pohybuje do 20° a že změna rychlosti pádu částice se pohybuje pro různé úhly odklonu od axisymetrické orientace v řádu několika procent. Ze sedmi pokusů bylo pouze jedno měření s odchylkou rychlosti 11 % pro různé úhly, ostatní max 5 %. Vliv naklonění částice na její rychlost v 45% vodném roztoku Emkaroxu nebyl tudíž významný.

2.1.3 Výběr tekutiny pro měření

Jako pseudoplastická neneutonská tekutina, kterou lze popsat mocninovým zákonem, byl v této práci použit vodný roztok sodné soli karboxymethylcelulózy (dále v textu CMC). Vybrána byla na základě předchozího použití roztoku karboxymethylcelulózy nebo její sodné soli ke studiu pádu a obtékání částic, viz literatura [9, 14, 15, 33, 38]. Pseudoplastické chování roztoků CMC

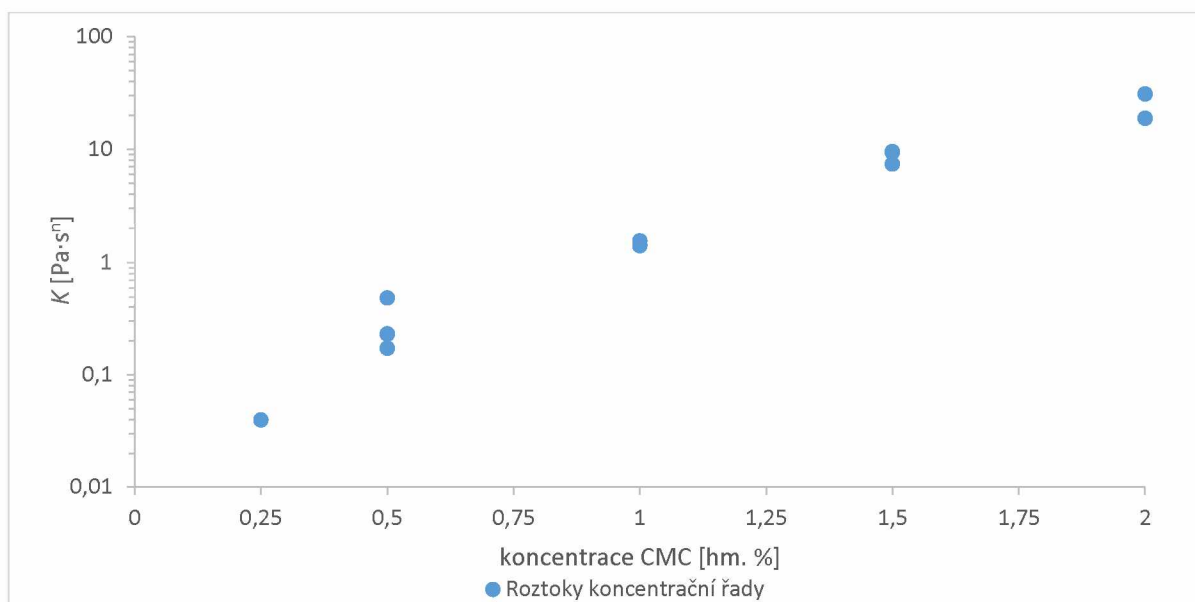
je vysvětlováno rozpletením nebo srovnáním klubek makromolekul ve směru toku, což vede k poklesu viskozity [47]. Reologickým chováním roztoků CMC se zabývá například literatura [48–50]. Reologie roztoků CMC je při vyšších koncentracích komplikovanější a vykazuje tixotropní i viskoelastické chování [48]. Jak uvádí literatura [50] CMC je polymer, a proto jsou její vlastnosti proměnné podle jejího výrobce. Z tohoto důvodu byla připravena koncentrační řada vodných roztoků CMC v rozmezí 0,25-2 hm.% a proměřeny její vlastnosti.

Hustoty roztoků koncentrační řady při teplotě laboratoře (cca 23,6 °C) vynesené vůči hmotnostní koncentraci ukazuje Graf 4.

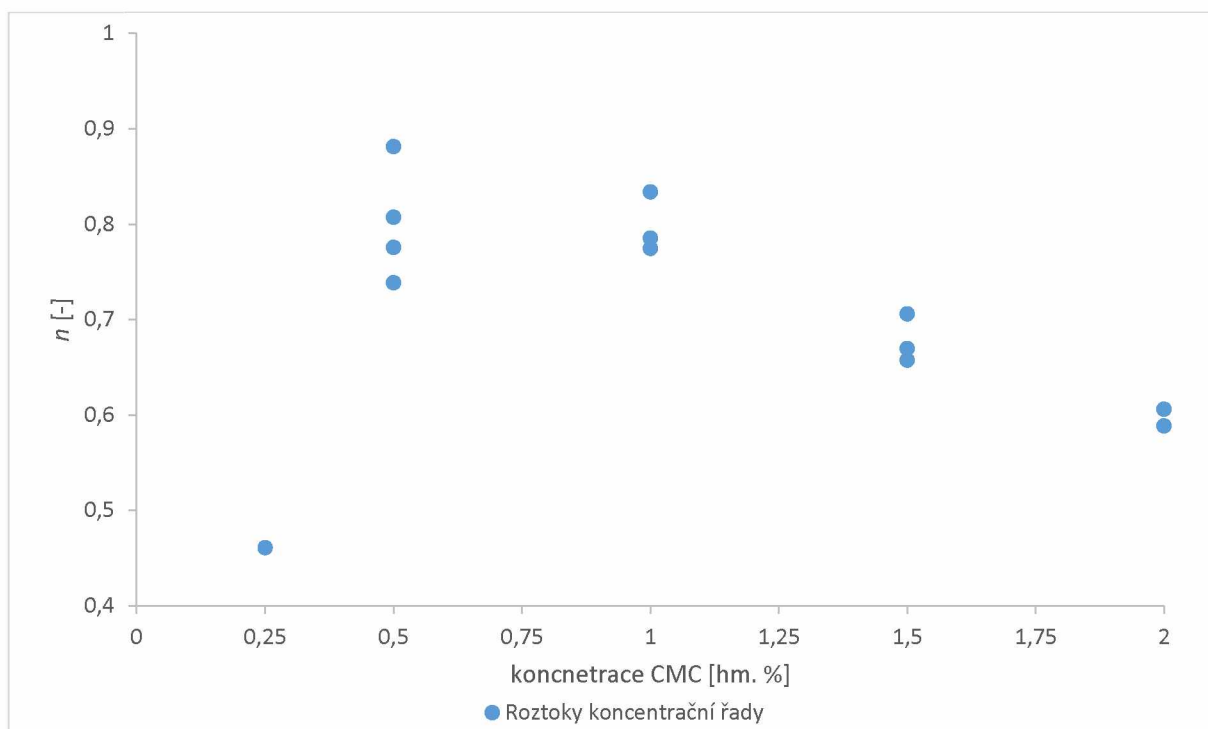


Graf 4: Hustoty roztoků koncentrační řady CMC

Parametry mocninového modelu pro roztoky koncentrační řady CMC ukazuje Graf 5 a Graf 6.



Graf 5: Koeficient konzistence roztoků koncentrační řady CMC



Graf 6: Index toku roztoků koncentrační řady CMC

Popis provedení stanovení hustoty a parametrů mocninového modelu je uveden v části 2.2.1. Na základě hustoty a parametrů mocninového modelu roztoků koncentrační řady CMC s ohledem na velikost připravovaných částic byla k měření pádových rychlostí zvolena koncentrace CMC 1,25 hm. %. Postup volby koncentrace vhodné k měření s ohledem na volbu vhodných rozměrů částic je uveden v části 2.1.4..

2.1.4 Volba vhodných rozměrů částic

Rozměry připravovaných částic bylo nutné volit s ohledem na několik faktorů:

1. vlastnosti tekutiny (hustota, parametry tokového modelu),
2. vlastnosti materiálu částic,
3. rozměry kolony,
4. možnost uchopení částice pinzetou při jejím vypouštění do kapaliny a manipulaci,
5. technologická proveditelnost přípravy částic daných rozměrů.

Zvoleným způsobem přípravy částic byl SLA 3D tisk. Jak je uvedeno v části 1.2, pád částic ve válcových kolonách ovlivňují stěny kolony. Pro minimalizaci vlivu stěn a co nejmenší nutnost extrapolace naměřených pádových rychlostí do poměru $d_v/D \rightarrow 0$ je vhodné volit částice co nejmenší. Literatura [14] uvádí, že pro $d_v/D < 0,023$ je vliv stěn při hodnotě $Re_n = 0,1$ zanedbatelný. Pro klesající hodnotu Re_n hodnota poměru d_v/D , pod kterou je vliv stěn na rychlost částice zanedbatelný, vzrůstá [14], jak dokládá i rovnice (1-43). Snahou proto bylo připravit alespoň některé částice s rozměry splňujícími podmínku $d_v/D < 0,023$.

Technologickým omezením velikosti částic při jejich přípravě lepením z výtisků polovin elipsoidů je manipulace s částicí při lepení. Z tohoto důvodu se obtížně připravují příliš malé částice. Nejmenší elipsoidy použité k měření měly délku vedlejší osy (viz rovnice (1-11)) $l_2 = 4$ mm. Vzhledem k omezení velikosti z hlediska možnosti uchopení částic pinzetou, přilnutí malých částic k ramenům pinzety při jejich vypouštění a možnosti manipulace s částicemi při lepení nebyla technologická proveditelnost 3D tisku limitním faktorem určujícím velikost částic. Při zkouškách 3D tisku se podařili vytisknout i částice s rozměrem $l_2 = 2$ mm.

Pro získání částic, jejichž pád probíhá v stokesovské oblasti byly pro jednotlivé roztoky koncentrační řady CMC pro zvolené hodnoty Reynoldsova kritéria Re_n dopočteny vhodné rozměry částic. Objemový průměr částic je vyjádřen kombinací rovnic (1-13), (1-17), (1-18), (1-19) a (1-21).

Výsledkem je rovnice (2-2):

$$d_V = \left[C_D' \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho_F}{g \cdot (\rho_c - \rho_F)} \cdot \left(\frac{Re_n \cdot K}{\rho_F} \right)^{\frac{2}{2-n}} \right]^{\frac{2-n}{2+n}} \quad (2-2)$$

Ze znalosti objemového průměru částice a daného poměru os byly dopočteny rozměry os podle rovnic (1-10), (1-11) a (1-12). Hodnoty koeficientu čelního odporu C_D' v rovnici (2-2) byly získány na základě numerických výpočtů v programu COMSOL Multiphysics. Výpočty v programu COMSOL byly provedeny pro axisymetrickou orientaci elipsoidu daného poměru os a vlastností roztoků koncentrační řady. Byly provedeny obdobně jako je popsáno v části 2.3. S použitím daného postupu byl roztok CMC o koncentraci 1,25 hm.% zvolen jako tekutina k vlastnímu měření pádových rychlostí částic. Reologické vlastnosti 1,25% roztoku CMC byly před přípravou tekutiny odhadnuty z vlastností roztoků koncentrační řady. V průběhu přípravy tekutiny byly její vlastnosti proměřeny. Následně byl dopočet vhodných rozměrů částic zopakován pro vlastnosti 1,25% CMC změřené v průběhu její přípravy. Parametry tokového modelu použité pro výpočet vhodné velikosti částic: $K = 3,3 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0,69$. Hustota byla odhadnuta z vlastností roztoků koncentrační řady $\rho_F = 1003 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Zvolené hodnoty Re_n , odpovídající hodnoty C_D' a k nim dopočtené rozměry částic pro vlastnosti roztoku 1,25% roztoku CMC uvádí Tabulka 4. Podle výsledků dopočtu vhodných rozměrů částic byly s ohledem na ostatní faktory ovlivňující volbu rozměrů částic připraveny částice o rozměrech, které uvádí Tabulka 5 v části 2.2.2.

Tabulka 4: Dopočet vhodných rozměrů částic pro zvolené Re_n a vlastnosti 1,25% CMC změřené v průběhu jeho přípravy

Re_n	0,0001	0,0001	0,0001	0,001	0,001	0,001	0,01	0,01	0,01
E	1	2	5	1	2	5	1	2	5
C_D' v axisymetrické orientaci	220608	232398	276119	27936	26828	29911	3027	2818	3075
d_V [mm]	4	4	4	7	7	8	14	14	14
l_1 [mm]	4,0	6,0	12,0	7,0	12,0	23,0	14,0	22,0	41,0
l_2 [mm]	4,0	3,0	2,4	7,0	6,0	4,6	14,0	11,0	8,2

2.2 Zvolené experimentální provedení

V této části je popsáno realizované experimentální uspořádání využitě pro vlastní měření, způsob stanovení vlastností tekutin, realizovaný postup přípravy částic a postup provedení měření.

2.2.1 Příprava tekutin a charakterizace jejich vlastností

Podle vlastností roztoků koncentrační řady CMC s ohledem na velikost připravovaných částic (viz část 2.1.3 a 2.1.4) byla pro měření zvolen 1,25% roztok CMC. 1,25% roztok CMC byl připraven rozmícháním potřebného množství práškové CMC ve vodě s pomocí míchadel pro vysoko viskózní tekutiny a míchadel určených na mísení cementových stavebních hmot. Z důvodu účinnějšího promíchání bylo odvážené množství CMC rozděleno na 3 části a rozmícháno zvlášť. Po promísení jednotlivých částí byly roztoky slity a promíchány dohromady. Během míchání byly odebírány vzorky CMC z hladiny, středu a dna míchané nádoby a měřeny jejich reologické vlastnosti pro kontrolu homogenity roztoku. Odchytky stanovených parametrů tokového modelu kolísaly v řádu jednotek procent a nevykazovaly systematický pokles ani po 3 dnech míchání. Roztok byl tedy homogenní. Roztok byl stabilizován proti biologickému rozkladu přidávkem formaldehydu v množství $1 \text{ ml} \cdot \text{l}^{-1}$ roztoku. Dodatečně byl připraven 1,07 hm. % roztok naředěním 1,25 hm. % roztoku a 3 h promícháním.

Hustota roztoků použitých k měření byla stanovena pyknometricky při teplotě $23 \text{ }^\circ\text{C}$, na kterou byla při měření temperována laboratoř pomocí mobilní klimatizace. Stanovení průběhu tokových křivek (resp. viskozitních křivek) bylo provedeno pomocí rotačního reometru HAAKE MARS I. Použita byla geometrie kužel-deska C35/2 Ti (průměr 35 mm, sklon kuželu 2°). Měření probíhalo v režimu kontroly rychlosti deformace (Control rate). Teplota byla při měření udržována na $23 \pm 0,1 \text{ }^\circ\text{C}$. V případě měření roztoků koncentrační řady na hodnotě $23,6 \pm 1 \text{ }^\circ\text{C}$. Zkušební roztoky koncentrační řady CMC byly proměřeny v rozsahu rychlostí deformace $0,01\text{-}100 \text{ s}^{-1}$. Měření roztoků koncentrační řady probíhalo s předzatížením vzorku při konstantní hodnotě rychlosti deformace $0,05 \text{ s}^{-1}$ po dobu 600 s. Při měření roztoků koncentrační řady byla ponechána 30 s doba na ustálení tečného napětí před jeho zaznamenáním při změně hodnoty rychlosti deformace. Rozsah rychlosti deformace byl zvolen s ohledem na rozsahy použité pro měření reologických vlastností v literatuře [2, 14, 33].

Rozsah rychlosti deformace, ve kterém byly vyhodnocovány roztoky koncentrační řady a měřeny 1,25% a 1,07% roztoky CMC, byl dále zpřesněn odhadem maximální rychlosti

deformace. Odhad byl proveden pro pád částic v 0,75% roztoku koncentrační řady. Tento roztok byl totiž také zvažován pro měření. Byly použity vlastnosti roztoku o této koncentraci, jelikož nižší koncentrace CMC nepřípadaly pro měření pádových rychlostí v úvahu. Protože roztoky o nižších koncentracích poskytovaly při odhadu velikosti částic potřebné pro pád ve stokesovské oblasti postupem popsáným v části 2.1.4 příliš malé rozměry částic vzhledem k možnostem přípravy nebo manipulaci s částicemi. V roztocích o vyšších koncentracích byly rychlosti deformace odhadnuté obdobným postupem jako pro 0,75% roztok nižší. Odhad maximální rychlosti deformace byl proveden v programu COMSOL Multiphysics. Výpočet v programu COMSOL Multiphysics byl proveden s vlastnostmi tekutiny $n = 0,67$, $K = 0,5 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $\rho_F = 1001 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Výpočet byl proveden pro maximální velikost částic z materiálu použitého pro SLA 3D tisk, která připadala v úvahu vzhledem k požadavku pádu ve stokesovské oblasti. Pro kulovou částici se jednalo o rozměry 7x7 mm, pro elipsoid o rozměry 20x4 mm. Výpočet byl proveden v axisymetrické orientaci a orientaci kolmé na osu symetrie pro podmínky napodobující pád v neohrazené tekutině. Rychlosti použité pro výpočet v programu COMSOL Multiphysics pro uvedené částice byly vypočteny kombinací rovnice (1-13) a (2-2). Potřebné hodnoty koeficientu čelního odporu byly získány ze závislosti C_D' na Re_n , vytvořené na základě výpočtu C_D' a Re_n pro několik zvolených hodnot rychlostí. Výpočet C_D' v programu COMSOL byl proveden obdobným postupem jako je popsáno v části 2.3. Maximální vypočtená rychlost deformace byla pro elipsoid 20x4 mm, a to 15 s^{-1} . Rozmezí rychlosti deformace, ve kterém byly vyhodnocovány roztoky koncentrační řady, bylo proto upraveno na $0,01\text{-}20 \text{ s}^{-1}$. Interval rychlostí deformace, ve kterém byly měřeny roztoky CMC použité k měření pádových rychlostí, byl upraven na $0,001\text{-}20 \text{ s}^{-1}$.

Odhad rychlosti deformace působící na kulovou částici při jejím pádu v tekutině lze provést podle vztahu [6]:

$$\dot{\gamma} = \frac{u_\infty}{d_\xi}, \quad (2-3)$$

kde:

$\dot{\gamma} [\text{s}^{-1}]$... zobecněná rychlost deformace působící na kulovou částici,

$d_\xi [\text{m}]$... průměr kulové částice.

Po proměření pádových rychlostí byl rozsah rychlosti deformace použitý pro vyhodnocení parametrů tokového modelu s využitím odhadu podle rovnice (2-3) upraven. Rozsahy použité pro vyhodnocení parametrů uvádí Tabulka 9. V rovnici (2-3) byl pro elipsoidy v axisymetrické orientaci použit objemový průměr d_v a také délka kratší osy elipsoidu l_2 . Pro elipsoidy v orientaci kolmé na osu symetrie byl použit d_v a také průměr kruhu o ploše shodné s průmětem částice d_n .

Měření průběhu tokových křivek 1,07% a 1,25% roztoku CMC probíhalo s předzatižením vzorku při konstantní hodnotě rychlosti deformace $0,05 \text{ s}^{-1}$ po dobu 600 s, u některých vzorků s předzatižením při dvou hodnotách 20 s^{-1} po dobu 800 s a $0,001 \text{ s}^{-1}$ po dobu 800 s. Následně byly zaznamenávány hodnoty tečného napětí pro rostoucí, respektive klesající hodnoty rychlosti deformace od $0,001 \text{ s}^{-1}$ do 20 s^{-1} a zpět od 20 s^{-1} do $0,001 \text{ s}^{-1}$, pro některé roztoky následně ještě od $0,001 \text{ s}^{-1}$ do 20 s^{-1} . Při měření byla ponechána 60 s doba na ustálení tečného napětí před jeho zaznamenáním při změně hodnoty rychlosti deformace. K vyhodnocení parametrů mocninového modelu byla vždy použita ta větev tokové křivky, kdy byla rychlost deformace snižována z 20 s^{-1} na $0,001 \text{ s}^{-1}$. Pro roztoky použité k měření pádových rychlostí byly parametry tokového modelu (viz rovnice (1-7)) vyhodnoceny v programu RheoWin DataManager. Program RheoWin DataManager při vyhodnocení parametrů nezohledňuje rovnoměrně body naměřené při nízkých a vysokých hodnotách rychlosti deformace. Pravděpodobně provádí vyhodnocení minimalizací sumy čtverců absolutních odchylek naměřených hodnot tečného napětí a hodnot dopočtených s použitím mocninového modelu. Vyhodnocení roztoků koncentrační řady probíhalo přes několik řádů rychlostí deformace ($0,001\text{-}20 \text{ s}^{-1}$), proto nebyly roztoky koncentrační řady vyhodnocovány v programu RheoWin DataManager. Vyhodnocení parametrů pro roztoky koncentrační řady bylo provedeno v programu Microsoft Excel pomocí nástroje Řešitel minimalizací sumy čtverců relativních odchylek naměřených hodnot tečného napětí a hodnot dopočtených s použitím mocninového modelu.

Pro vyloučení viskoelastického chování roztoků CMC použitých k měření byly provedeny creepové testy a testy pro vyloučení tixotropního chování. Creep-recovery test byl proveden následovně: vzorek byl zatížen napětím 2 Pa po dobu 120 s při $23 \text{ }^\circ\text{C}$. Poté bylo odstraněno zatížení (napětí 0 Pa) a sledovala se odezva vzorku také po dobu 120 s. Sledována byla velikost deformace vzorku γ v závislosti na čase. Proveden byl také amplitude sweep test při $23 \text{ }^\circ\text{C}$. Sledována byla závislost paměťového modulu G' a ztrátového modulu G'' na tečném napětí

0,1-200 Pa. Paměťový modul představuje energii uloženou v materiálu při deformaci tekutiny [51]. Ztrátový modul představuje energii spotřebovanou při deformaci [51]. Výsledky uvádí Graf 10 v části 3.2.

2.2.2 Příprava modelových částic

Zvoleným způsobem přípravy modelových částic použitých k měření pádových rychlostí byl SLA 3D tisk z pryskyřice Prusa Research Orange Tough. Vytisknuty byly poloviny elipsoidů. Poloviny elipsoidů byly slepeny sekundovým lepidlem. Zaoblený okraj vznikající v místě kontaktu výtisku s tiskovou hlavou popsany v části 2.1.1.2 byl odstraněn zabroušením smirkovým papírem nebo odříznut nožem. Rozměry částic byly stanoveny mikrometrem s přesností 0,001 mm. Pro větší částice posuvným měřítkem s přesností 0,01 mm. Maximální odchylka rozměrů změřených po přípravě od rozměrů nastavených při 3D tisku byla 2 %, průměrná pod 1 %. Jak jednotlivé poloviny elipsoidů, tak slepené částice byly zváženy na analytických vahách s přesností na 0,0001 g. Maximální odchylka hmotnosti polovin použitých k lepení byla pod 1 %, průměrná pod 0,5 %. Hustota materiálu částic byla stanovena pyknometricky ze zkušebního výtisku částic a výpočtem z hmotnosti a rozměrů připravených částic. Hustota materiálu částic stanovená pyknometricky byla $1214 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Hustoty stanovené oběma metodami se od sebe lišily maximálně o 3 %, průměrně o 1 %. Pro odhalení případných chyb, ke kterým mohlo dojít při přípravě částic, byly připraveny 3 řady částic o stejných rozměrech Ř1-Ř3. Každá řada částic byla pro lepší orientaci rozdělena do 4 velikostních skupin S1-S4. Každá velikostní skupina obsahovala jednu kulovou částici, jeden elipsoid s poměrem os $E = 2$ a $E = 5$. Rozměry a hmotnosti částic připravených SLA 3D tiskem použitých k měření uvádí Tabulka 5.

Tabulka 5: Rozměry a hmotnosti částic připravených SLA 3D tiskem použitých k měření

Řada (Ř)	Skupina (S)	E	l_1 [mm]	l_2 [mm]	l_1 měření [mm]	l_2 měření [mm]	m_ξ [g]	ρ_ξ [kg·m ⁻³] výpočet z hmotnosti a rozměrů
1	1	1	8,0	8,0	8,105	8,027	0,3307	1209
		2	12,0	6,0	11,983	5,966	0,2718	1217
		5	20,0	4,0	19,853	3,977	0,1969	1198
	2	1	10,0	10,0	10,178	10,024	0,6486	1211
		2	16,0	8,0	15,935	7,961	0,6437	1217
		5	25,0	5,0	24,823	5,021	0,3866	1180
	3	1	12,0	12,0	12,011	11,973	1,0985	1219
		2	20,0	10,0	20,009	9,943	1,2621	1219
		5	27,5	5,5	27,458	5,467	0,5206	1212
	4	1	14,0	14,0	14,091	13,896	1,7517	1230
		2	22,0	11,0	22,061	10,904	1,6838	1226
		5	30,0	6,0	29,937	5,992	0,6760	1201
2	1	1	8,0	8,0	8,112	7,964	0,3299	1225
		2	12,0	6,0	12,000	5,960	0,2723	1220
		5	20,0	4,0	19,866	4,020	0,1977	1176
	2	1	10,0	10,0	10,084	10,028	0,6447	1214
		2	16,0	8,0	15,955	8,035	0,6469	1199
		5	25,0	5,0	24,893	4,975	0,3856	1195
	3	1	12,0	12,0	12,148	12,000	1,1152	1218
		2	20,0	10,0	20,028	9,996	1,2663	1209
		5	27,5	5,5	27,397	5,493	0,5184	1198
	4	1	14,0	14,0	14,105	14,066	1,7671	1209
		2	22,0	11,0	22,012	10,938	1,6754	1215
		5	30,0	6,0	29,880	6,023	0,6763	1191
3	1	1	8,0	8,0	8,120	8,064	0,3365	1217
		2	12,0	6,0	12,082	6,039	0,2775	1203
		5	20,0	4,0	19,862	3,970	0,1984	1210
	2	1	10,0	10,0	10,092	10,076	0,6514	1214
		2	16,0	8,0	15,990	8,078	0,6512	1192
		5	25,0	5,0	24,871	5,032	0,3895	1181
	3	1	12,0	12,0	12,098	12,162	1,1256	1201
		2	20,0	10,0	20,047	10,026	1,2739	1207
		5	27,5	5,5	27,390	5,477	0,5192	1207
	4	1	14,0	14,0	14,055	13,966	1,7546	1222
		2	22,0	11,0	22,008	10,960	1,6831	1216
		5	30,0	6,0	29,900	6,011	0,6747	1193

Literatura [26] uvádí, že drsnost povrchu částice, pokud je malá, nemá ve stokesovské oblasti vliv na odpor proti jejímu pohybu. Pro ověření byla řada č. 3 upravena vyplněním spáry, vzniklé při lepení polovin elipsoidů, sekundovým lepidlem a tím vytvořen hladší povrch částice.

Kromě částic připravených SLA 3D tiskem byly pro měření použity další modelové kulové částice jejichž vlastnosti uvádí Tabulka 6.

Tabulka 6: Vlastnosti kulových modelových částic nepřipravených 3D tiskem

Označení částice	Materiál částice	ρ_c [kg·m ⁻³]	d_c [mm]
C1	Sklo	2525	1,926
C2	Ocel	7788,18	3,174
C3	Olovo	11116,2	1,325
C4	Olovo	11116,2	1,999
C5	Oxid hlinitý	3890	7,993
C6	Sklo	2463,6	1,460
C7	Sklo	2523,8	2,491
C8	Sklo	2508,3	2,776
C9	Sklo	2507,4	4,925
C10	Ocel	7525	0,990

2.2.3 Uspořádání měřicí aparatury a metodika měření

Měření pádových rychlostí bylo prováděno ve 4 plexisklových válcových kolonách různého průměru, kolona č. 1-4. Délka kolon byla 130 cm, úsek určený pro měření pádové rychlosti byl 90 cm dlouhý. Od místa vypouštění částic v koloně k začátku měřicího úseku byla ponechána cca 15 cm dráha pro ustálení pádové rychlosti. Konec měřicího úseku byl vzdálen 20 cm od dna kolony pro vyloučení vlivu dna na pádovou rychlost částic. Měřicí úsek byl rozdělen na 3 podúseky po 30 cm. Porovnáním doby pádu částice na daných podúsecích bylo kontrolováno, zda je rychlost ustálená a neovlivněná dnem kolony. Ze dna kolony byly částice po proměření vytahovány v děrované nádobce upevněné na vlascích. Ve spodní části byly kolony opatřeny kohoutem pro vypouštění a plnění tekutinou. Částice byly do kolon vypouštěny pinzetou se zahnutými rameny pro zajištění bodového dotyku pinzety s částicemi.

Způsob vypouštění částic je detailněji popsán v části 2.1.2 a ukazuje jej Obrázek 8. Některé částice vypouštěné v orientaci kolmé na osu symetrie byly vypouštěny pinzetou drženou v ruce.

Některé částice byly proměřeny ve skleněném válci délky 50 cm s jedním měřicím úsekem délky 12,7 cm vzdáleném 8 cm od místa vypouštění a 20,7 cm ode dna, kolona č. 0. Případně na dvou úsecích 12,7 cm dlouhých vzdálených 8 cm od místa vypouštění i ode dna. Částice byly do této kolony vypouštěny pinzetou drženou v ruce.

Pro studium pádu elipsoidů v orientaci kolmé na osu symetrie byly některé elipsoidy proměřeny v kádince průměru 17,5 cm, délky 23 cm – kolona č. 5. Částice byly sledovány na úseku vzdáleném 5 cm od místa vypouštění a 6 cm ode dna. Částice byly do této kolony vypouštěny pinzetou drženou v ruce. Kolony použité k měření, tekutiny a částice v nich proměřené uvádí Tabulka 7.

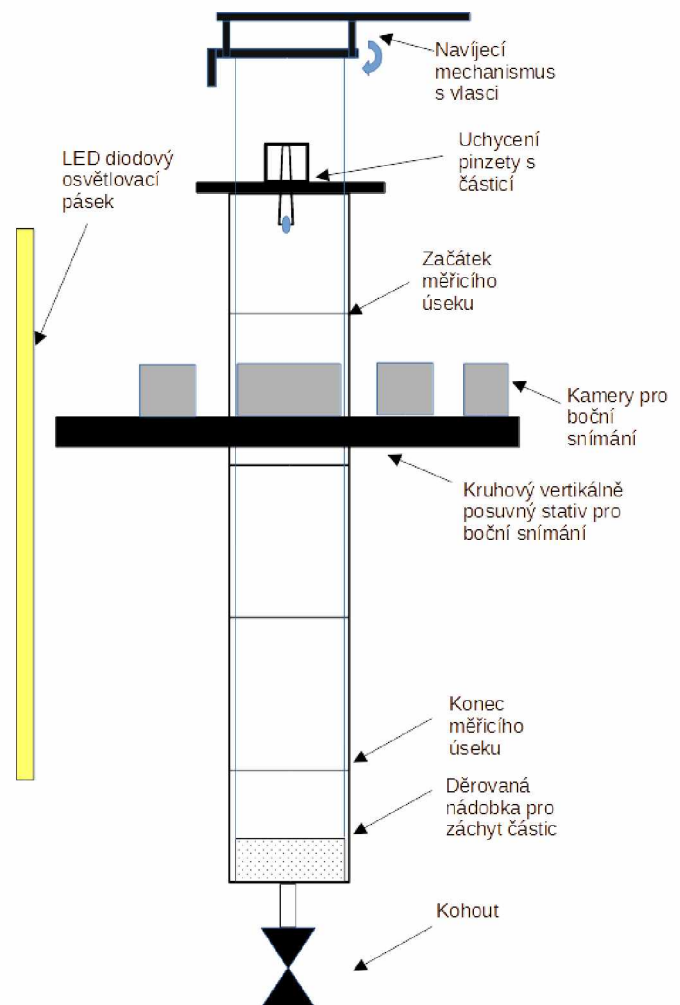
Tabulka 7: Přehled kolon použitých k měření a matice provedených měření

Označení kolony		0	1	2	3	4	5
Průměr kolony [cm]		7,7	5,06	6,02	8,05	10,6	17,5
Proměřená koncentrace CMC		1,07 %	1,25 %	1,25 %	1,25 %	1,25 %	1,25 %
Proměřené částice	Elipsoidy v axisymetrické orientaci nebo kulové částice	C1, C3, C6, C7, C9, C10	SLA částice Ř1-Ř3, C1-C5	SLA částice Ř1-Ř3, C1-C4, C6-C10	SLA částice Ř1-Ř3, C1-C4, C6-C10	SLA částice Ř1-Ř3	-
	Elipsoidy v orientaci kolmé na osu symetrie	Ř2, Ř3	SLA částice Ř1, Ř2	SLA částice Ř3	SLA částice Ř1, Ř2	SLA částice Ř1	Ř1

Teplota veškerých kolon byla prováděna klimatizováním místnosti laboratoře na 23 °C. Teplota byla v průběhu měření kontrolována rtuťovým teploměrem umístěným poblíž kolony. Teplota tekutiny byla kontrolována stejným rtuťovým teploměrem cca 15 cm pod hladinou tekutiny případně digitálním teploměrem cca 60 cm pod hladinou tekutiny. Teplota v laboratoři se v rámci všech dnů měření pohybovala v rozmezí 22,1-25 °C, teplota tekutiny kolísala mezi 22,4-23,8 °C. Průměrná denní teplota v laboratoři se v rámci všech dnů měření pohybovala mezi 22,6-23,6 °C. Po napuštění kolony byla tekutina ponechána v klidu po dobu potřebnou pro únik bublin vzniklých při napouštění. Před umístěním částice do pinzety byla částice

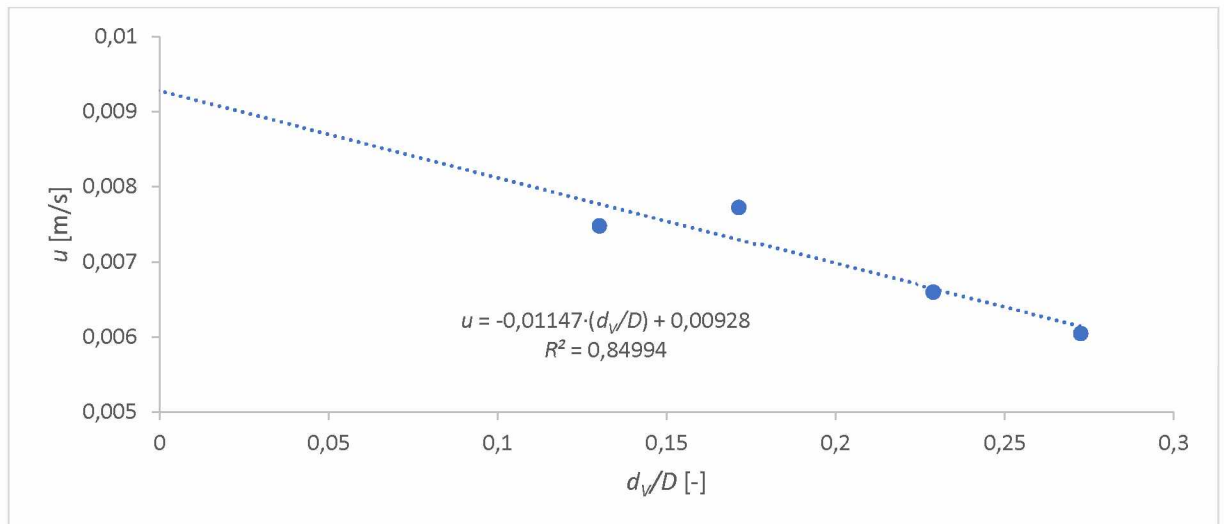
namočena v koloně a zkontrolováno, zda na jejím povrchu nejsou přítomny bubliny. Některé částice byly ponechány před měřením v tekutině po delší dobu pro ověření vlivu adheze tekutiny k částici na pádovou rychlost.

Měření doby pádu kulových částic a elipsoidů v axisymetrické orientaci probíhalo stopkami s přesností 0,01 s. Rychlost byla vypočtena z celého měřicího úseku případně jednotlivých podúseků. Pád částic v orientaci kolmé na osu symetrie a některých částic v axisymetrické orientaci byl snímán video kamerou. Ze záznamu video kamery převedeného na jednotlivé snímky byla pro některé částice vyhodnocena pádová rychlost z rozdílu vzdálenosti částice mezi dvěma či více snímky. Pro některé částice v sledované v koloně č. 4 byl snímán úhel odklonu od axisymetrické orientace obdobným způsobem jako je popsáno v části 2.1.2.. Kamery pro snímání úhlu odklonu z boční strany byly umístěny okolo kolony na kruhovém stativu, který bylo možno přesouvat ve vertikálním směru podél kolony. Vyhodnocení video záznamů probíhalo v programu ImageJ 1.54f (Image Processing and Analysis in Java). Pro zajištění kvality snímání video kamerou byl podél kolony umístěn LED diodový osvětlovací pásek. Uspořádání měřicí aparatury pro kolony č. 1-4 ukazuje Obrázek 10.



Obrázek 10: Schéma měřicí aparatury kolony č. 1-4, kamery pro boční snímání použity pouze u kolony č. 1

Pro určení rychlosti pádu částice v neohraničené tekutině byla provedena extrapolace naměřených rychlostí do poměru $d_v/D \rightarrow 0$. Rychlosti dané částice naměřené v kolonách různého průměru vynesené proti poměru d_v/D byly proloženy přímkou a z jejího úseku určena pádová rychlost v neohraničené tekutině. Ukázkou extrapolace uvádí Graf 7.



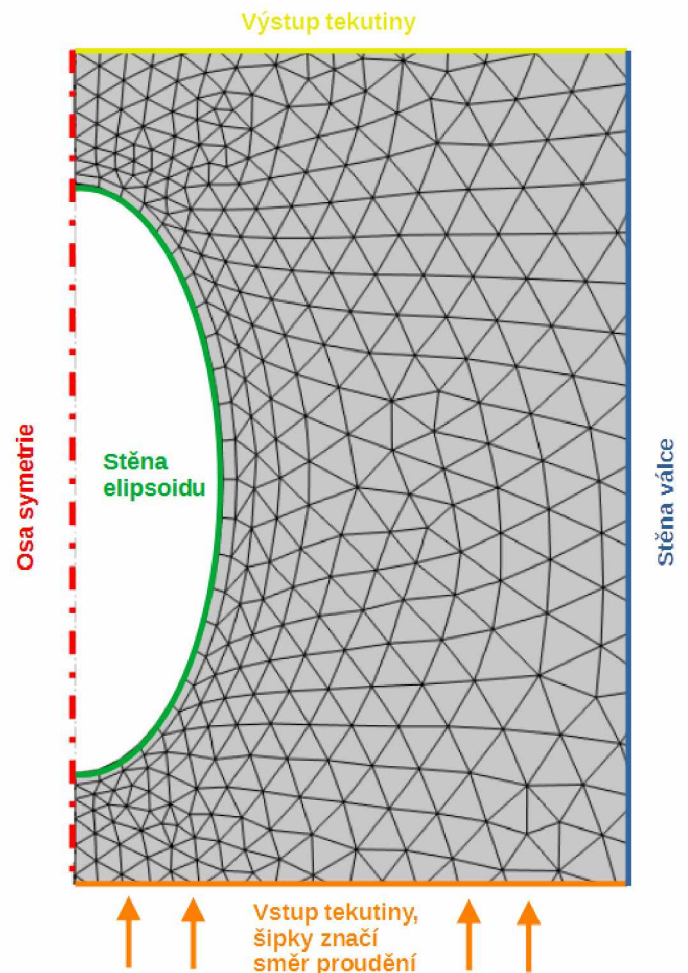
Graf 7: Ukázka určení pádové rychlosti v neohraničené tekutině pro částici E2 z Ř1, S4

2.3 Numerické výpočty v programu COMSOL Multiphysics

Numerické řešení pádu částic v mocninových tekutinách bylo provedeno pomocí programu COMSOL Multiphysics verze 6.0, což je univerzální simulační program využívající pro numerické simulování fyzikálních dějů metody konečných prvků FEM. COMSOL umožňuje rovněž CFD výpočty.

Ustálený pád částice v neohraničené tekutině bez změny její orientace lze simulovat obtékáním tekutiny okolo částice fixované v prostoru [28]. Rychlost tekutiny byla volena shodná s rychlostí pádu částice. Obtékání kulových částic nebo elipsoidů v axisymetrické orientaci bylo řešeno ve dvojrozměrné osově symetrické geometrii. V trojrozměrné geometrii bylo prováděno řešení obtékání elipsoidů ve směru kolmém na osu symetrie. Řešenou oblast tvořil válec, v jehož středu byla umístěna částice. Rozměry válce byly voleny dostatečně velké, aby se neprojevoval vliv stěn a obtékání částice tak simulovalo pád v neohraničené tekutině. Rozměry válce použité v 2D geometrii: poloměr 2 m, výška 4 m. V 3D geometrii byly rozměry řešené oblasti zmenšeny pro zkrácení výpočtové doby: poloměr 0,2 m, výška 0,6 m. Uzlové body sítě pro 2D geometrii byly generovány automaticky s jemností označovanou v programu jako Extremely fine. Pro 3D geometrii byla zvolena hrubší síť Extra fine pro zkrácení výpočtové doby. Podmínky nastavené při výpočtu jak v 2D, tak 3D geometrii shrnuje Tabulka 8. Oblast řešení s popisem hranic oblasti pro 2D axisymetrickou geometrii s ukázkou sítě vygenerované programem ukazuje Obrázek 11. Jedná se o detail řešené oblasti, poměr velikosti elipsoidu k velikosti oblasti není odpovídající.

Řešení bylo provedeno pro obtékání částice ve stokesovské oblasti nestlačitelnou neelastickou tekutinou popsanou mocninovým modelem toku. Použit byl přednastavený modul pro mocninovou tekutinu. Parametry mocninového modelu byly nastaveny ve shodě s parametry použitými pro vyhodnocení experimentů. Mocninový model používaný programem obsahuje možnost zahrnutí newtonského chování při nízkých rychlostech deformace nastavením hodnoty rychlosti deformace, pod kterou je uvažováno newtonské chování. Vzhledem k tvaru naměřených tokových křivek, viz Graf 8 a Graf 9, který nevykazuje newtonské chování ani při nízkých rychlostech deformace byla tato hodnota nastavena na $0,00001 \text{ s}^{-1}$, tak aby neovlivňovala výsledky výpočtu. Výsledkem výpočtu byla hodnota odporové síly působící na částici při jejím obtékání. Koeficient čelního odporu a odpovídající Reynoldsovo kritérium se dopočetly podle rovnice (1-20) nebo (1-21) a (1-13).



Obrázek 11: Uspořádání oblasti řešení v 2D geometrii pro elipsoid v axisymetrické orientaci, upravený výstřižek z programu COMSOL Multiphysics

Tabulka 8: Podmínky numerického řešení nastavené v programu COMSOL Multiphysics

Povrch částice	Podmínky uvažující neskluzový tok zahrnující tření při pohybu tekutiny okolo povrchu částice (No slip)
Stěny válce	Podmínky uvažující skluzový tok bez tření při pohybu tekutiny okolo stěny (Slip)
Vstup tekutiny	Konstantní rychlost kolmá na vstupní hranici, velikost pádové rychlosti (Normal inflow velocity)
Výstup tekutiny	Konstantní přetlak oproti vstupu 0 Pa (Static pressure 0 Pa) s nastaveným potlačením zpětného toku (Suppress backflow)
Počáteční podmínky řešení	Nulová rychlost a tlak v oblasti řešení

3 VÝSLEDKY A DISKUSE

V této části práce je uvedena a diskutována metodika přípravy částic, provedení měření a provedené úpravy experimentálního zařízení oproti běžně používanému uspořádání měřicí aparatury. Dále jsou uvedeny a diskutovány výsledky z měření vlastností používaných kapalin, z kvalitativního pozorování chování částic při pádu v mocninových tekutinách v stokesovské oblasti. Uvedeny a diskutovány jsou také výsledky měření pádových rychlostí částic a jejich porovnání s výsledky numerických výpočtů provedených v programu COMSOL Multiphysics. Výsledky jsou rovněž porovnávány s literaturou.

3.1 Metodika přípravy částic, provedení měření a úpravy experimentálního zařízení

Bylo navrženo několik postupů přípravy částic elipsoidního tvaru, které jsou popsány a porovnávány v části 2.1.1. Metodou zvolenou k přípravě částic popsanou v části 2.1.1.2 a 2.2.2 (SLA 3D tisk) se podařilo připravit hladké homogenní elipsoidy požadovaných rozměrů, jejichž pád v použitých kapalinách probíhal ve stokesovské oblasti.

Navržené a realizované uspořádání experimentálního zařízení a provedený postup měření jsou popsány v části 2.2.3. Úprava experimentálního zařízení oproti běžně používanému provedení spočívala především v použití upnutí pinzety a zmenšení kontaktní plochy pinzety s částicí zahnutím ramen pinzety. Tyto úpravy vedly k zajištění udržení pinzety ve středu kolony a minimalizaci udělení nechtěného impulzu při vypouštění částic.

3.2 Vlastnosti tekutin

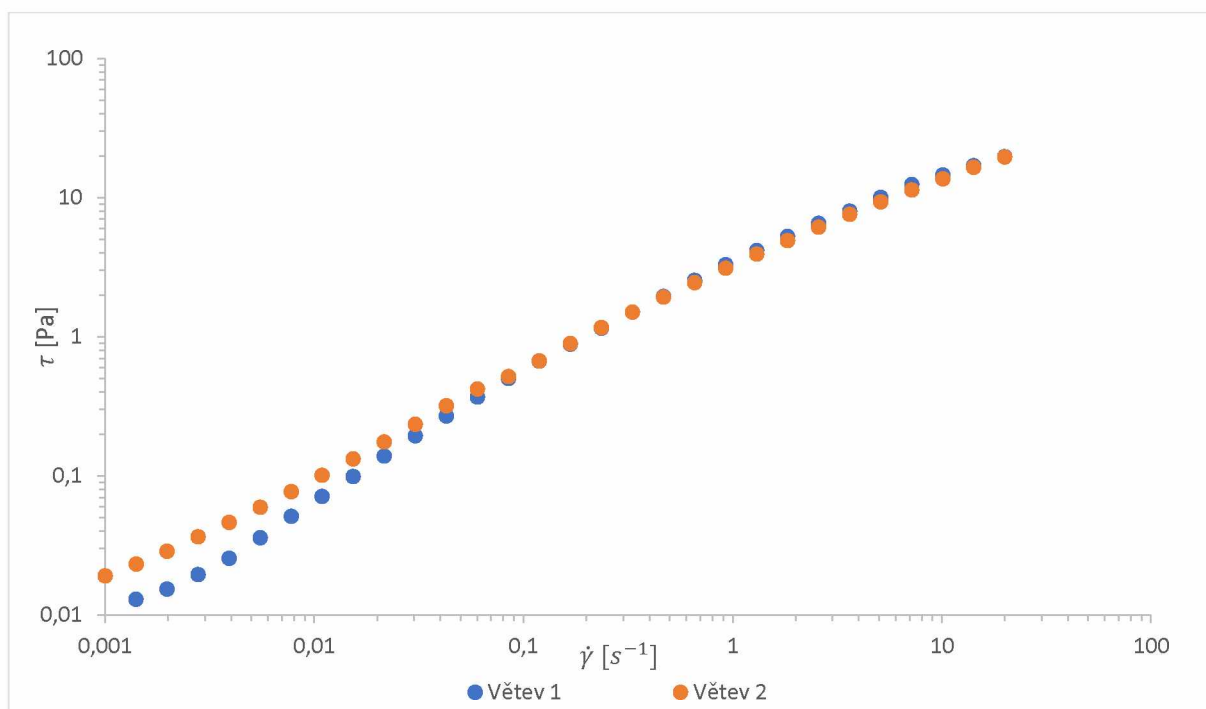
Tato část práce diskutuje výsledky měření vlastností tekutin, vhodnost mocninového modelu k popisu experimentálních tokových křivek, teplotní závislost reologických vlastností a viskoelastické a tixotropní chování použitých kapalin.

Měření reologických vlastností tekutiny bylo prováděno ze vzorků odebíraných v průběhu přípravy roztoků a v průběhu měření pádových rychlostí. Průměrné parametry mocninového modelu a hustoty roztoků CMC použitých k vyhodnocení měření pádových rychlostí uvádí Tabulka 9. Kompletní reometrická data pro roztoky použité k měření a roztoky koncentrační řady jsou uvedena v souboru programu Microsoft Excel v Příloha 1.

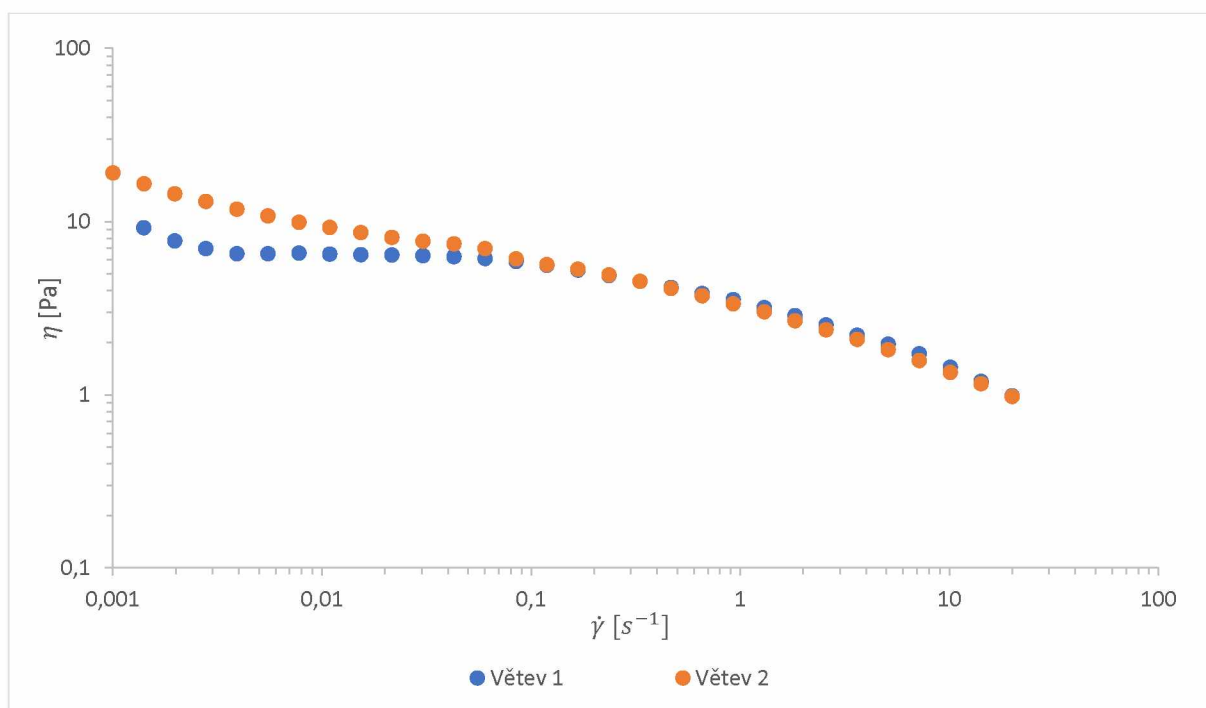
Tabulka 9: Vlastnosti roztoků CMC použitých k měření při 23 °C

Koncentrace CMC [hm. %]	Číslo měření v Příloze Příloha 1 použité pro vyhodnocení parametrů modelu	K [Pa·s ⁿ]	n [-]	Rozsah $\dot{\gamma}$ použitý pro vyhodnocení parametrů modelu [s ⁻¹]	ρ_F [kg·m ⁻³]
1,07	23, 25	1,14	0,75	1-10	1002
1,07	23, 25	1,24	0,70	10-20	1002
1,25	14-22, 24, 26	3,39	0,75	0,1-1	1003
1,25	14-22, 24, 26	3,49	0,61	1-10	1003

Průběh tokových křivek pro vybrané měření 1,25% CMC (měření č. 19 podle Příloha 1) na reometru MARS I, vynesené v logaritmických souřadnicích, ukazuje Graf 8 a Graf 9. Tokové křivky ostatních měření vykazují podobný průběh. Viditelná je odlišnost dat získaných z měření při zvyšování (větev 1) respektive snižování (větev 2) rychlosti deformace z 0,001 s⁻¹ na 20 s⁻¹ a to především v oblasti nižších rychlostí deformace. Odchylka křivek v oblasti nižších rychlostí deformace může být způsobena počátečním nerovnoměrným rozmístěním tekutiny v měřící geometrii reometru. Závislost tečného napětí τ ani zdánlivé viskozity η na rychlosti deformace $\dot{\gamma}$ není v logaritmických souřadnicích v uvedeném rozsahu rychlostí deformace přímková, jak by tomu mělo být při chování podle mocninového modelu. Mocninový model tedy není vhodný pro popis reologického chování použitých tekutin v širokém rozsahu rychlostí deformace. Vhodnější by bylo použití složitějšího víceparametrového tokového modelu, například Carreauova nebo Yasuda-Carreauova. Ze stejného důvodu jsou hodnoty indexu toku n roztoků koncentrační řady pro koncentrace 0,25 % a 0,5 % odchýlené od hodnot pro ostatní koncentrace viz Graf 6.



Graf 8: Tokové křivky – tečné napětí 1,25% CMC, data z měření č. 19 z Příloha 1



Graf 9: Tokové křivky – zdánlivá viskozita 1,25% CMC, data z měření č. 19 z Příloha 1

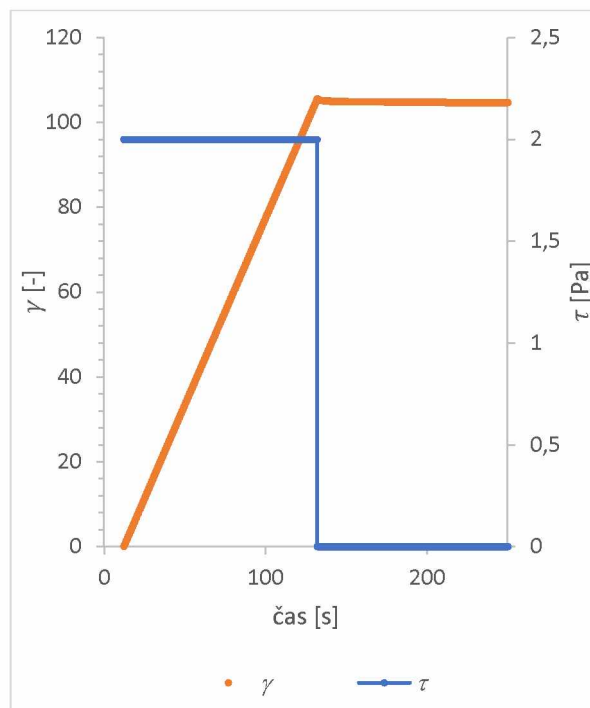
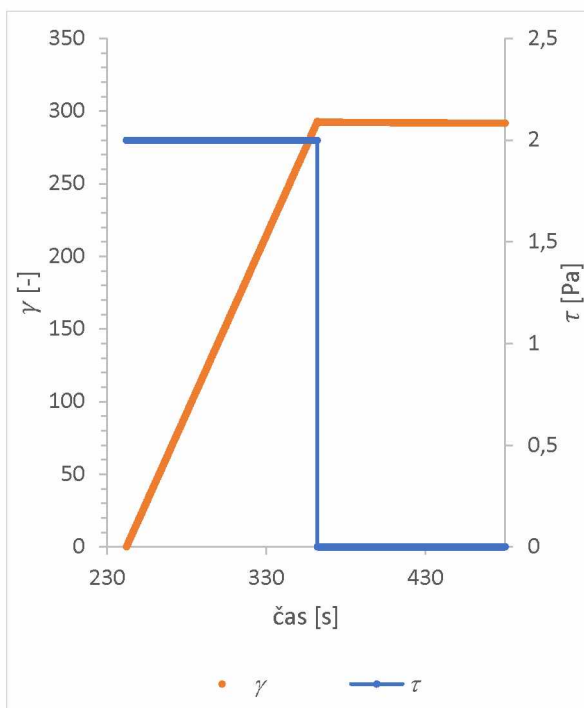
Teplotní závislost parametrů mocninového modelu byla ověřena proměřením při 22 °C, 23 °C a 24 °C pro 1,25% CMC. Parametry mocninového modelu pro různé teploty uvádí Tabulka 10. Změna parametrů při změně teploty o 1 °C je max 19 % pro koeficient konzistence K a 3 % pro

index toku n . Pro 23 °C byla provedena reometrická měření v několika dnech. Odchylky měření prováděných v různých dnech při 23 °C byly pro K až 47 %, pro n až 12 %. V porovnání s těmito odchylkami je patrné, že teplotní závislost parametrů mocninového modelu nebyla spolehlivě pozorovatelná. Vzhledem k temperování laboratoře, které udržovalo teplotu tekutiny mezi 22,4-23,8 °C nebyl pravděpodobně vliv teploty na výsledky měření výrazný.

Tabulka 10: Parametry mocninového modelu 1,25% CMC při různých teplotách

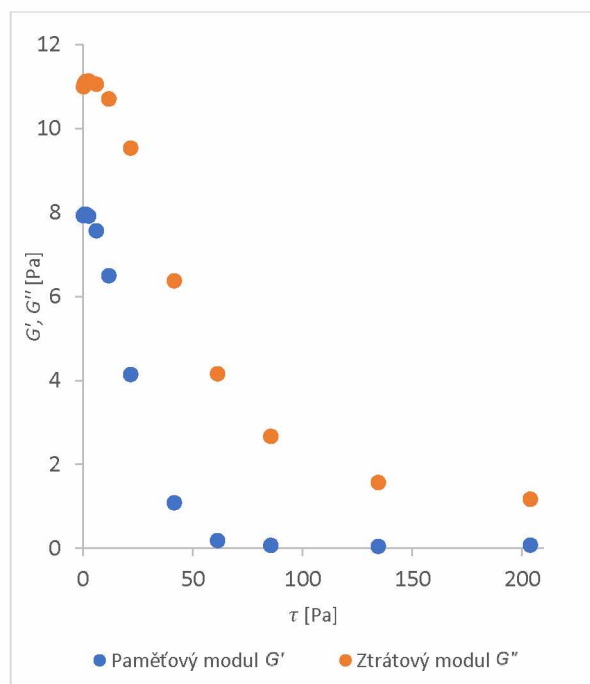
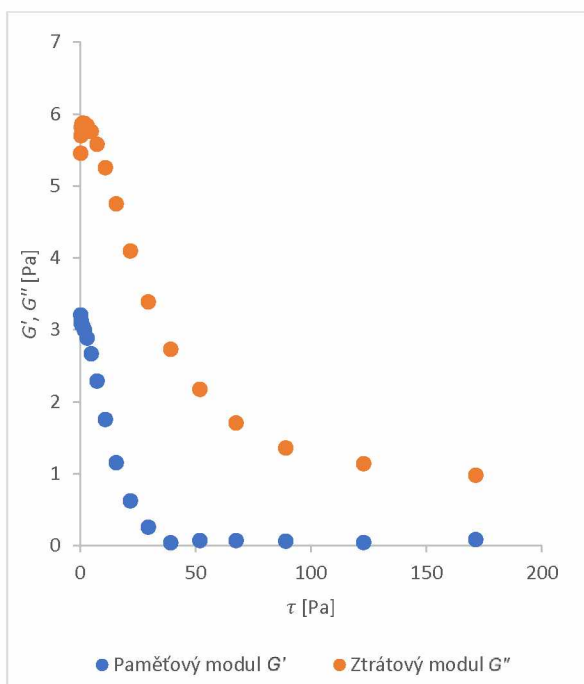
Teplota tekutiny [°C]	K [Pa·s ^{n}]	n [-]
22	3,38	0,75
23	3,30	0,73
24	2,78	0,70

Výsledky creep-recovery a amplitude sweep testu ukazuje Graf 10. Kompletní data creep-recovery a amplitude sweep testů uvádí Příloha 2. Z grafu creep-recovery testu je viditelné, že po přerušení působení napětí došlo k minimálnímu poklesu deformace tekutiny. V grafu amplitude sweep testu leží křivka ztrátového modulu nad křivkou paměťového modulu. Na základě výsledků testů viskoelasticity pomocí creep-recovery a amplitude sweep testu se tedy v této fázi vyhodnocování experimentálních dat viskoelastická použitých roztoků CMC zanedbala. Ovšem je potřeba se zmínit, že v dalším budoucím pokračování studia pádů nekulových částic v neneutonských kapalinách bude vhodné se zaměřit i na vliv viskoelastického chování kapaliny na rychlost pádu testovaných částic a do jaké míry lze viskoelastické chování zanedbat. Tixotropní chování použitých roztoků bylo rovněž zanedbáno, a to na základě průběh tokových křivek, viz Graf 8, kde je patrné, že pro měření při zvyšování a snižování rychlosti deformace se průběhy křivek příliš neliší.



a)

b)



c)

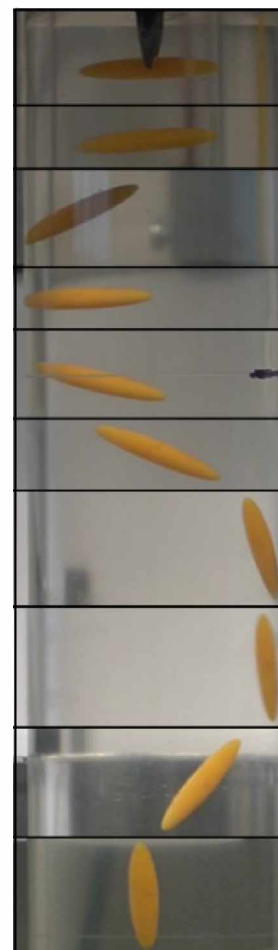
d)

Graf 10: Testy viskoelastivity roztoků použitých k měření pádových rychlostí: a) creep-recovery test CMC 1,07%, b) creep-recovery test CMC 1,25%, c) amplitude sweep test CMC 1,07%, d) amplitude sweep test CMC 1,25%

3.3 Kvalitativní hodnocení pádu elipsoidů a kulových částic v mocninových tekutinách

Tato část práce je zaměřena na popis chování částic během pádu ve válcových kolonách.

Elipsoidy ve válcových kolonách č. 1-4 bez obtíží udržovaly počáteční axisymetrickou orientaci. Nebyl u nich pozorován výrazný odklon od axisymetrické orientace ani vybočování ze středu kolony. Elipsoidy vypouštěné kolmo na osu symetrie v koloně č. 1-4 v 1,25% CMC byly schopny ve většině případů udržet svoji původní orientaci pouze na krátké dráze. Po cca 8 cm dráze docházelo k jejich výraznému naklonění, které vedlo k pohybu do strany v horizontálním směru a při přiblížení se ke stěně kolony k další změně orientace částice. Směr pohybu měnily buď překlopením, viz Obrázek 12 vrchní část, nebo opsáním plynulého oblouku, viz Obrázek 12 spodní část. Změnou orientace částice docházelo k obrácení směru jejího pohybu, a tedy k pohybu k protější stěně. Postupně docházelo ke zmenšování úhlu mezi hlavní osou elipsoidu a osou kolony. Po delší dráze (cca 80-110 cm v koloně č. 2) již byly částice ve většině případů v téměř axisymetrické orientaci a ve středu kolony. U některých částic docházelo vlivem interakce se stěnou kolony i ke změně orientace v horizontální rovině. Prvotní změna orientace částice mohla být způsobena nehomogenitou materiálu, i přes téměř shodné hmotnosti obou polovin elipsoidů, nebo nedodržením orientace kolmé na osu symetrie při upínání částice do pinzety nebo jejím vypouštěním. V koloně č. 0 v 1,07% CMC bylo kvalitativní chování elipsoidů podobné jako v 1,25% CMC, ale k dosažení srovnání do axisymetrické orientace byla délka kolony příliš krátká. U SLA kulových částic v koloně č. 1 bylo pozorováno mírné vybočení ze středu kolony a pomalá rotace v průběhu pádu, otočení cca o 360° na dráze 0,9 m. K rotaci mohlo docházet vlivem stěn zařízení a udělením počátečního impulzu částici při jejím vypouštění. V ostatních kolonách nebyla rotace kulových částic sledována, ale vzhledem k většímu průměru ostatních kolon k ní pravděpodobně nedocházelo. Stejně tak při pádu v kolonách většího průměru kulové částice viditelně nevybočovaly ze středu ani v 1,07% ani v 1,25% CMC.



Obrázek 12: Změna orientace elipsoidu při vypouštění kolmo na osu symetrie

3.4 Kvantitativní hodnocení pádu elipsoidů a kulových částic v mocninových tekutinách

Tato část se zabývá kvantitativním rozborem výsledků studia pádu částic v stokesovské oblasti. Několik pádů již probíhalo na přelomu stokesovské a přechodné oblasti, ale vždy s $Re_n < 1$ a výsledky jsou proto zahrnuty k datům ze stokesovské oblasti.

V případě kolon č. 1-3 se rychlost pádu kulových částic a elipsoidů v axisymetrické orientaci na jednotlivých úsecích lišila max o 8 %, průměrně o 2 % a nevykazovala systematicky vyšší nebo nižší hodnoty na jednom z úseků. V koloně č. 4 nebyla pádová rychlost na jednotlivých úsecích sledována. V koloně č. 0 se rychlosti pádu na prvním a druhém úseku lišily až o 8 %, průměrně pod 1 % a nevykazovaly systematicky vyšší nebo nižší hodnoty na jednom z úseků. Pád částic byl tedy ustálený.

Vliv úhlu odklonu od axisymetrické orientace byl zhodnocen z video záznamů pro některé SLA částice v koloně č. 4. Úhel odklonu i okamžitá rychlost částice byly vyhodnoceny v programu ImageJ 1.54f (Image Processing and Analysis in Java) ze snímků video kamer umístěných na kruhovém stativu kolem kolony v několika vertikálních pozicích a ze snímků kamery na stativu před kolonou způsobem popsáným v části 2.1.2 a 2.2.3.. Pro přepočítání pozorovaného úhlu odklonu na skutečný úhel odklonu elipsoidu v koloně byla použita obdobná rovnice jako (2-1), ale s jinými koeficienty. Výsledky pozorování pádu několika elipsoidů z Ř1 ukázaly, že úhel odklonu byl až 14°, ve většině případů do 5°. Změna rychlosti pádu částice se pohybovala pro různé úhly odklonu od axisymetrické orientace cca do 5 % a nebyla tudíž významná. Odklon částice nebyl proto při dalších měřeních v axisymetrické orientaci sledován.

Rychlost pádu elipsoidů v orientaci kolmé na osu symetrie byla z důvodu neudržení této orientace v průběhu pádu stanovena ze záznamu videokamery, a to pouze pro SLA elipsoid s poměrem os $E = 2$ ze skupiny 1 a $E = 5$ ze skupiny 2, s ustalovací dráhou cca 5 cm. Stanovené rychlosti proto nemusely být ustálené a výsledky mají spíše kvalitativní charakter.

Vliv adheze tekutiny k částicím nebyl významný. Rozdíl v rychlosti mezi SLA částicemi namočenými v 1,25% CMC pouze jednorázově před umístěním do pinzety a mezi částicemi namočenými po dobu více jak 1 h naměřený v koloně č. 1 byl malý. Rychlosti byly průměrně vyšší o 6 % pro částice namočené předem, maximálně o 9 %. Porovnávaná měření byla provedena ve dvou po sobě následujících dnech pro SLA částice z řady č. 1. Podobný nárůst rychlostí (průměrně 7 %, max 9 %) byl pro měření ve stejných po sobě následujících dnech

pozorován i pro částice z řady č. 1 a 3 namáčené pouze jednorázově. Zatímco pro částice z řady č. 1 a 2 změřené ve stejný den byl rozdíl rychlostí pod 1 %. Rozdíl v rychlostech předem namočených a nenamočených částic byl tedy způsoben pravděpodobně rozdílnými podmínkami měření v různých dnech. Pro ověření vlivu spáry vzniklé při lepení SLA částic z jejich polovin na pádovou rychlost byly porovnávány částice z řady 1 a 2 s řadou 3, u které byla vyplněna a zahlazena sekundovým lepidlem. Rozdíl rychlostí pro částice z řady 1 a 2 oproti částicím z řady 3 měřeným ve stejný den v koloně č. 1 byl menší než 2 %. Vyplnění spáry vzniklé při přípravě SLA částic nemělo na rychlost pádu částic vliv, což je ve shodě s literaturou [26], která uvádí, že malá drsnost povrchu ve stokesovské oblasti neovlivňuje výrazně rychlost pádu částic. Průměrně se u všech měření rychlosti mezi jednotlivými řadami SLA částic lišily o 3 %.

Pro částice C1-C10 kromě C5 byl vždy poměr $d_v/D < 0,1$, pro některé částice byla splněna podmínka pádu v neohraničené tekutině $d_v/D < 0,023$ uvedená v literatuře [14]. Rychlost pádu částic navíc při zmenšování průměru kolon v některých případech neklesala. Pád částic C1-C4 a C6-C10 byl tedy v kolonách č.2-4 a č.0 ovlivněn stěnami pouze málo a pro další výpočty byla použita průměrná hodnota pádové rychlosti z daných kolon. Částice C5 byla proměřena pouze v koloně č.4. Pro SLA částice byla provedena extrapolace naměřených pádových rychlostí do hodnoty poměru $d_v/D \rightarrow 0$. Kompletní naměřená data pádových rychlostí použitých pro další výpočty jsou uvedena v Příloha 3. Odporová síla působící na proměřovanou částici při jejím ustáleném pohybu byla dopočtena z bilance sil, viz rovnice (1-17) až (1-19). Tíhová síla působící na částici (viz (1-18)) byla pro SLA částice a částici C5 vypočtena s využitím hmotnosti částic, pro částice C1-C4 a C6-C10 s využitím hustoty a rozměrů částic. Koeficient čelního odporu a odpovídající Reynoldsovo kritérium Re_n se dopočetly podle rovnice (1-20) a (1-13).

Výpočty v programu COMOSL Multiphysics byly provedeny pro SLA částice jak v axisymetrické orientaci, tak orientaci kolmé na osu symetrie pro vlastnosti 1,25% CMC vyhodnocené v intervalu rychlostí deformace 0,1-1 s⁻¹. Pro částice C1, C6, C7, C9, C10 byly provedeny pro vlastnosti 1,07% CMC vyhodnocené v intervalu 1-10 s⁻¹. Výsledky uvádí Graf 11, Graf 12, Graf 13 a Příloha 4. Zahnutí newtonského chování při nízkých rychlostech deformace nastavením hodnoty rychlosti deformace, pod kterou je uvažováno newtonské chování, bylo omezeno použitím hodnoty 0,00001 s⁻¹. Pro ověření, že uvažované newtonské chování pod 0,00001 s⁻¹ již nemá na výsledky výpočtů vliv bylo provedeno několik výpočtů

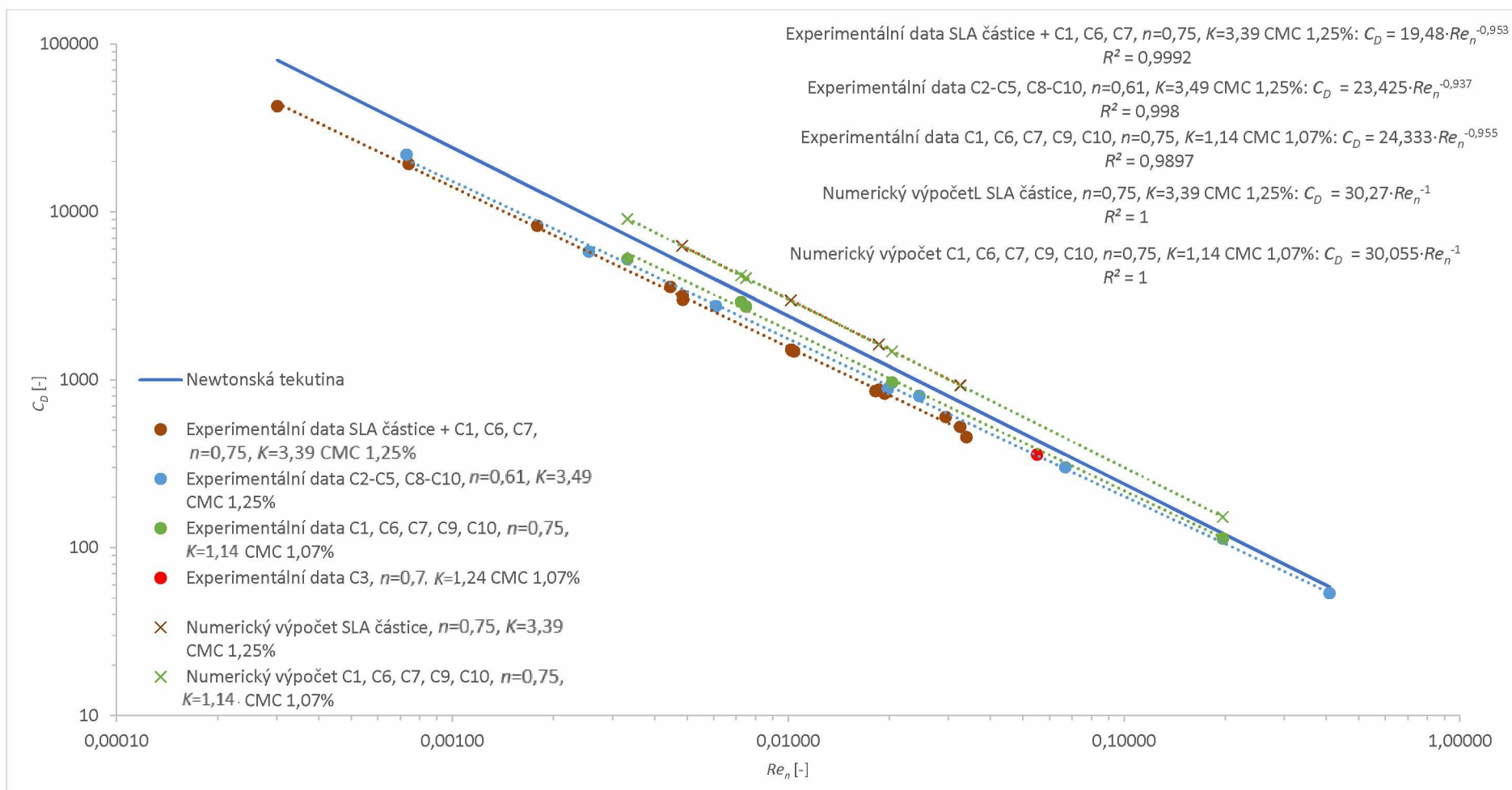
s hodnotou $0,001 \text{ s}^{-1}$. Výsledné hodnoty koeficientů čelního odporu se lišily méně než o 1 %. Tento způsob nastavení vylučující newtonské chování byl tedy dostatečný a výpočty poskytovaly stejné výsledky, jako pro tekutinu popsanou mocninovým zákonem při jakékoli rychlosti deformace. Rozšíření výpočtů v programu COMSOL, dříve prováděných v rámci práce [52], spočívalo v řešení obtékání elipsoidu ve směru kolmém na osu symetrie.

Výsledky měření v podobě závislosti koeficientu čelního odporu C_D definovaného rovnicí (1-20) na Re_n uvádí Graf 11, Graf 12 a Graf 13, ve formě tabulky je uvádí Příloha 3. Z důvodu aproximace tokové křivky pouze v úzkém rozsahu rychlostí deformace odpovídajícímu odhadu rychlosti deformace z naměřené pádové rychlosti částice a jejich rozměrů, viz rovnice (2-3), obsahuje Graf 11 pro každou koncentraci CMC dvě skupiny dat podle dopočtených parametrů tokového modelu. Hodnoty koeficientu čelního odporu C_D pro kulové částice i elipsoidy jak v axisymetrické orientaci, tak orientaci kolmé na osu symetrie jsou pro dané Re_n vždy menší než hodnoty dopočtené numerickým výpočtem v programu COMSOL. Jsou rovněž vždy menší než hodnoty dopočtené pro newtonské tekutiny podle rovnic (1-20), (1-22), (1-27)-(1-29) a (1-33)-(1-34). Průměrné a maximální relativní odchylky vybraných experimentálních hodnot C_D od hodnot pro newtonské tekutiny a numericky dopočtených hodnot uvádí Tabulka 11. Experimentální data a numericky vypočtené hodnoty jsou proloženy mocninovou závislostí tvaru shodného s rovnicí (1-24), rovnice proložení jsou součástí grafů spolu s korelačními koeficienty R^2 , viz Graf 11, Graf 12 a Graf 13. Maximální relativní odchylka experimentálních bodů od hodnot dopočtených z jejich proložení je 14 %, pro numericky dopočtené body je maximální odchylka pod 1 %.

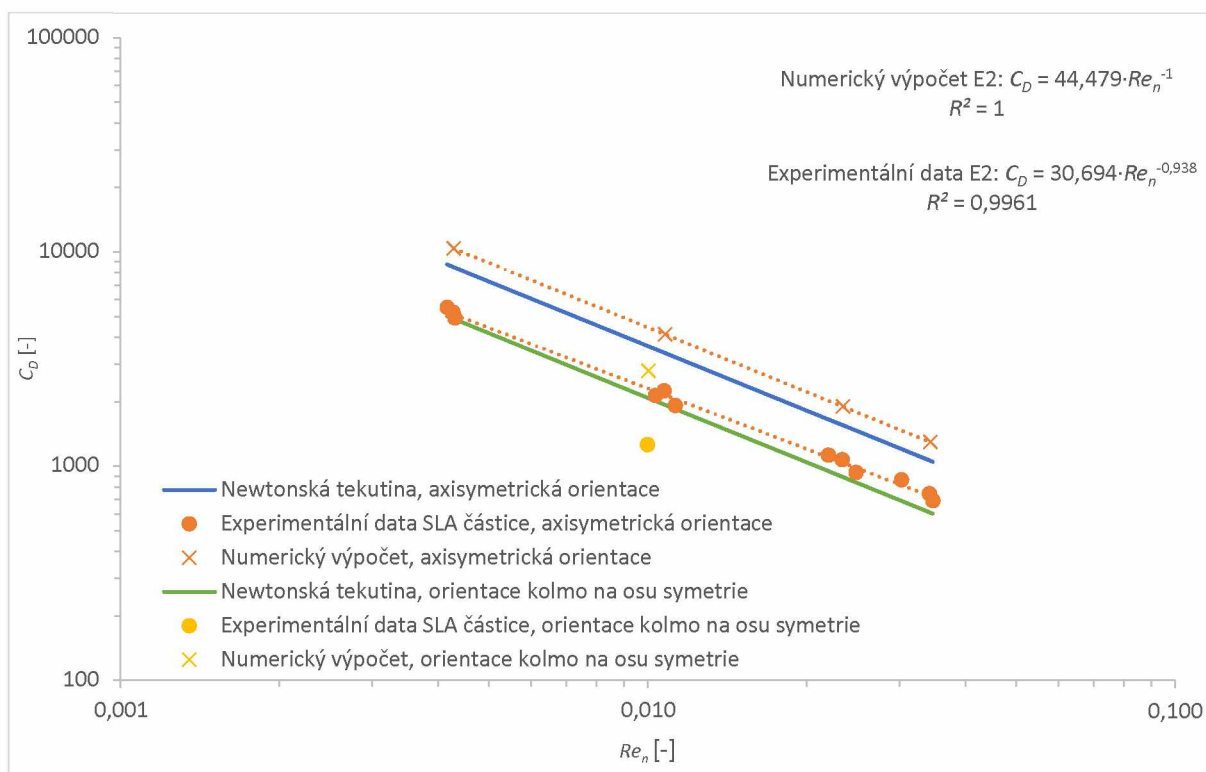
Tabulka 11: Porovnání experimentálních výsledků s numerickými výpočty a newtonskou tekutinou. Relativní odchylka = absolutní hodnota rozdílu/experimentální hodnota.

Testované částice		SLA+ C1, C6, C7		C2-C5, C8-C10		C1, C6, C7, C9, C10	
Konc. CMC [%]		1,25		1,25		1,07	
n [-]		0,75		0,61		0,75	
K [Pa·s ⁿ]		3,39		3,49		1,14	
E [-]	Odchylka experimentu proti:	Průměr [%]	Max [%]	Průměr [%]	Max [%]	Průměr [%]	Max [%]
koule	numerický výpočet	93	110	-	-	50	74
	newtonská tekutina	56	88	35	63	20	38
2	numerický výpočet	83	99	-	-	-	-
	newtonská tekutina	55	72	-	-	-	-
5	numerický výpočet	115	142	-	-	-	-
	newtonská tekutina	77	104	-	-	-	-

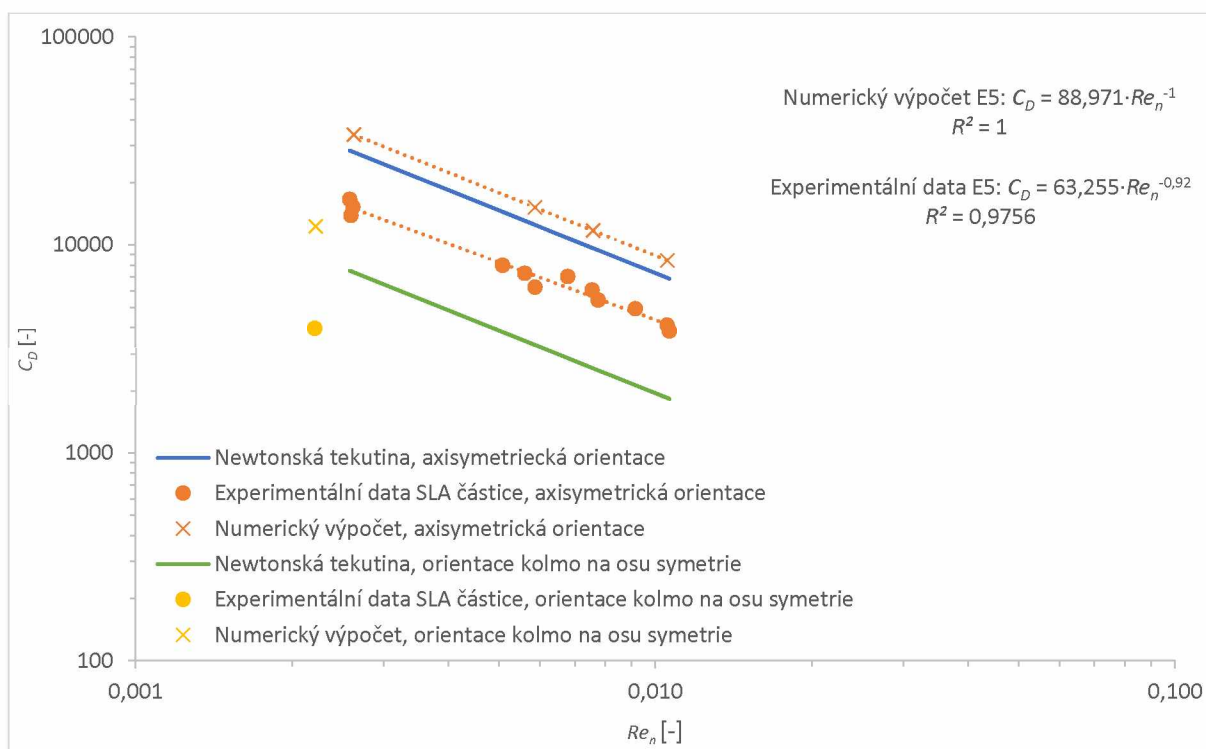
Pro 1,25% CMC, $n = 0,75$ numerický výpočet proveden pouze pro SLA částice.



Graf 11: Závislost koeficientu čelního odporu na Reynoldsově kritériu pro kulové částice, hodnoty koeficientu konzistence K v jednotkách $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$, tečkovanou čarou proložení experimentálních a numericky vypočtených dat mocninou závislostí, rovnice závislosti jsou uvedeny v grafu.



Graf 12: Závislost koeficientu čelního odporu na Reynoldsově kritériu pro elipsoid s poměrem os $E = 2$, experimentální data $n = 0,75$, $K = 3,39 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$ CMC 1,25%, tečkovanou čarou proložení experimentálních a numericky vypočtených dat mocninnou závislostí, rovnice závislostí jsou uvedeny v grafu.

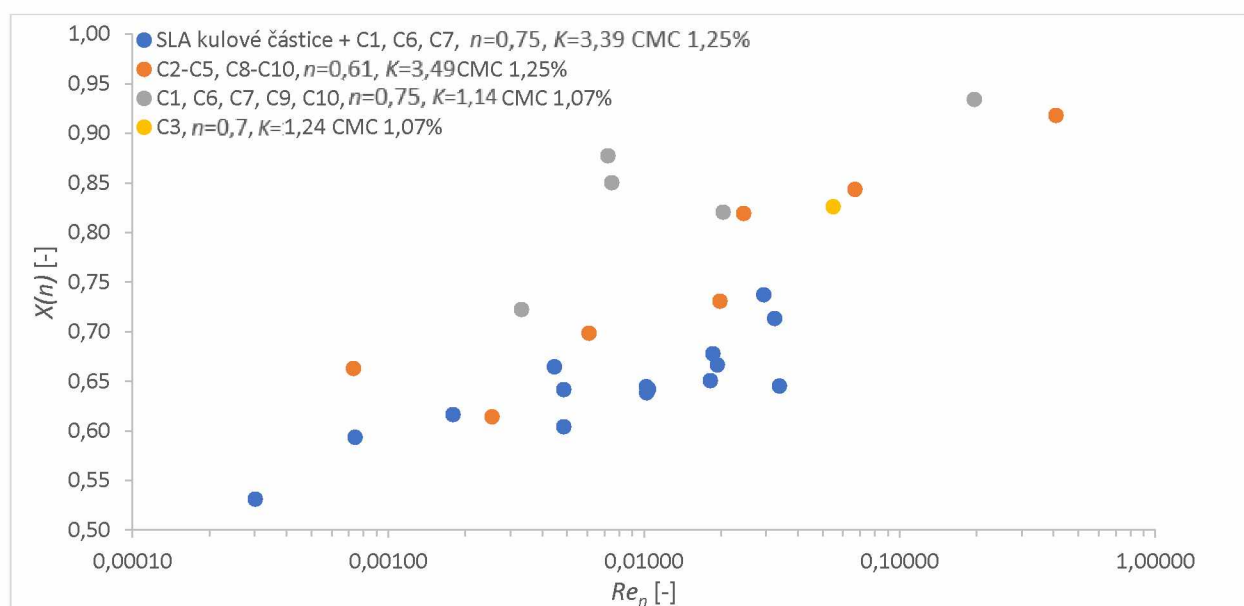


Graf 13: Závislost koeficientu čelního odporu na Reynoldsově kritériu pro elipsoid s poměrem os $E = 5$, experimentální body $n=0,75$, $K = 3,39 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$ CMC 1,25%, tečkovanou čarou proložení experimentálních a numericky vypočtených bodů mocninnou závislostí, rovnice závislostí jsou uvedeny v grafu.

Proložení numericky získaných dat pro kulové částice, viz Graf 11, pro dvojici roztoků se shodným indexem toku ($n = 0,75$) má téměř stejný průběh. V případě experimentálních dat jsou ovšem pro data získaná v tekutinách se shodným indexem toku průběhy křivek proložení rozdílné. Viz Graf 11 experimentální data pro CMC 1,25% a 1,07% s $n = 0,75$.

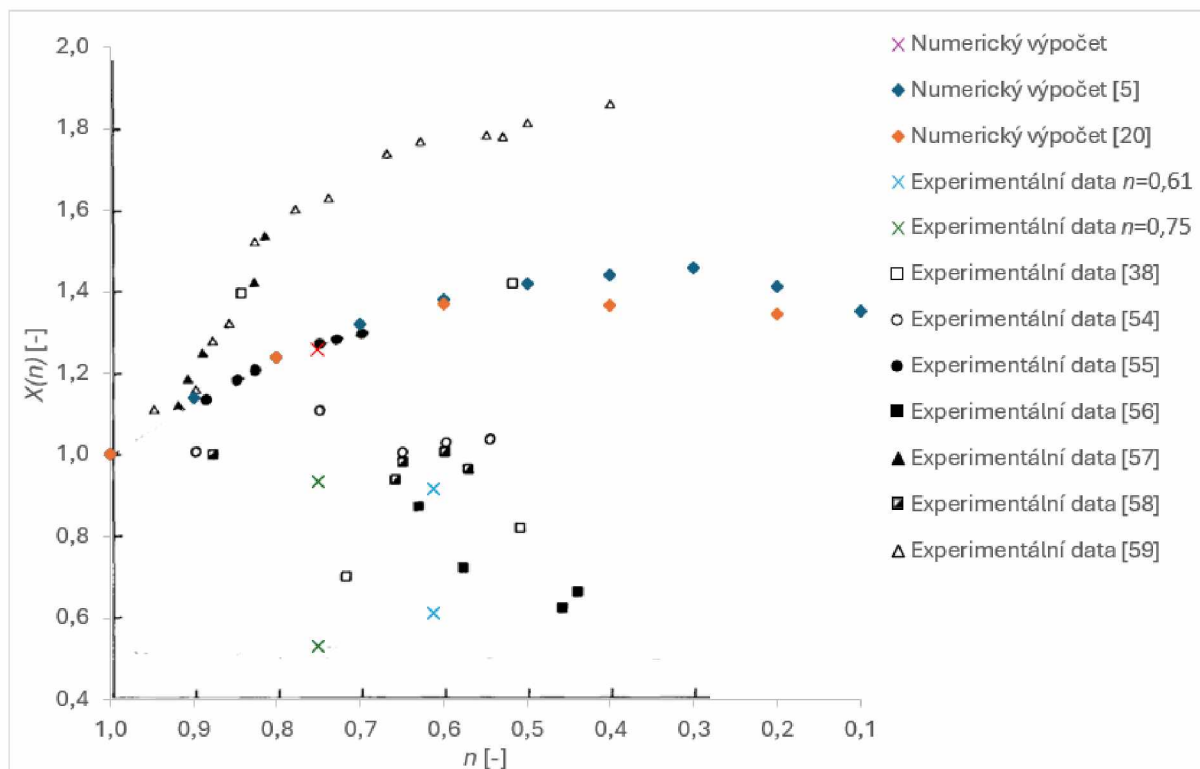
Graf 11, Graf 12 a Graf 13 ukazuje přibližování experimentálních bodů ke křivce pro newtonskou tekutinu při vyšších Re_n , což je ve shodě s experimentálními výsledky v literatuře [14]. Tato skutečnost je pro kulové částice patrná i ze závislosti korekčního faktoru Stokesova zákona $X(n)$, definovaného rovnicí (1-23), na Re_n viz Graf 14. Na závislost $X(n)$ na Re_n literatura [14] poukazuje a podkládá jí vlastními daty a daty z literatury [40]. Přibližování experimentálních bodů ke křivce pro newtonskou tekutinu lze pozorovat i na korelaci prezentované v literatuře [15], která obsahuje Re_n ve jmenovateli umocněné na koeficient menší než 1 viz rovnice (1-24), (1-25) a (1-26). Naproti tomu data získaná numerickým výpočtem pro koule i elipsoidy mají po proložení mocninovou závislostí v logaritmických souřadnicích rovnoběžný průběh s křivkou pro newtonské tekutiny. Reynoldsovo kritérium ve jmenovateli těchto mocninových závislostí je tedy umocněno na prvou, stejně jako je tomu pro newtonské tekutiny (např. pro koule viz Stokesův zákon (1-22)).

Hodnoty $X(n)$ vypočtené z dat získaných numerickým výpočtem pro $n = 0,75$ jak pro 1,07% tak pro 1,25% CMC pro kulové částice mají tedy konstantní hodnotu $X(n = 0,75) = 1,26$, která je ve shodě s výsledky numerických výpočtů nalezených v literatuře, viz Tabulka 1. a Graf 15



Graf 14: Závislost korekčního faktoru Stokesova zákona pro kulovou částici (viz rovnice (1-23)) na Reynoldsově kritériu

V literatuře lze nalézt řadu experimentálních prací zabývajících se pádem osamocené kulové částice v mocninové tekutině. Výsledky experimentů prováděných různými autory jsou od sebe značně odlišné [53]. Dokladem může být srovnání hodnot korekčního faktoru $X(n)$ z experimentů různých autorů, které uvádí Graf 15. Uvádí také numericky vypočtené hodnoty nalezené v literatuře a numericky vypočtené a experimentálně stanovené hodnoty z této práce. Z experimentálních dat této práce pro $n = 0,61$ a $n = 0,75$ byly vybrány nejvyšší a nejnižší vypočtené hodnoty $X(n)$.



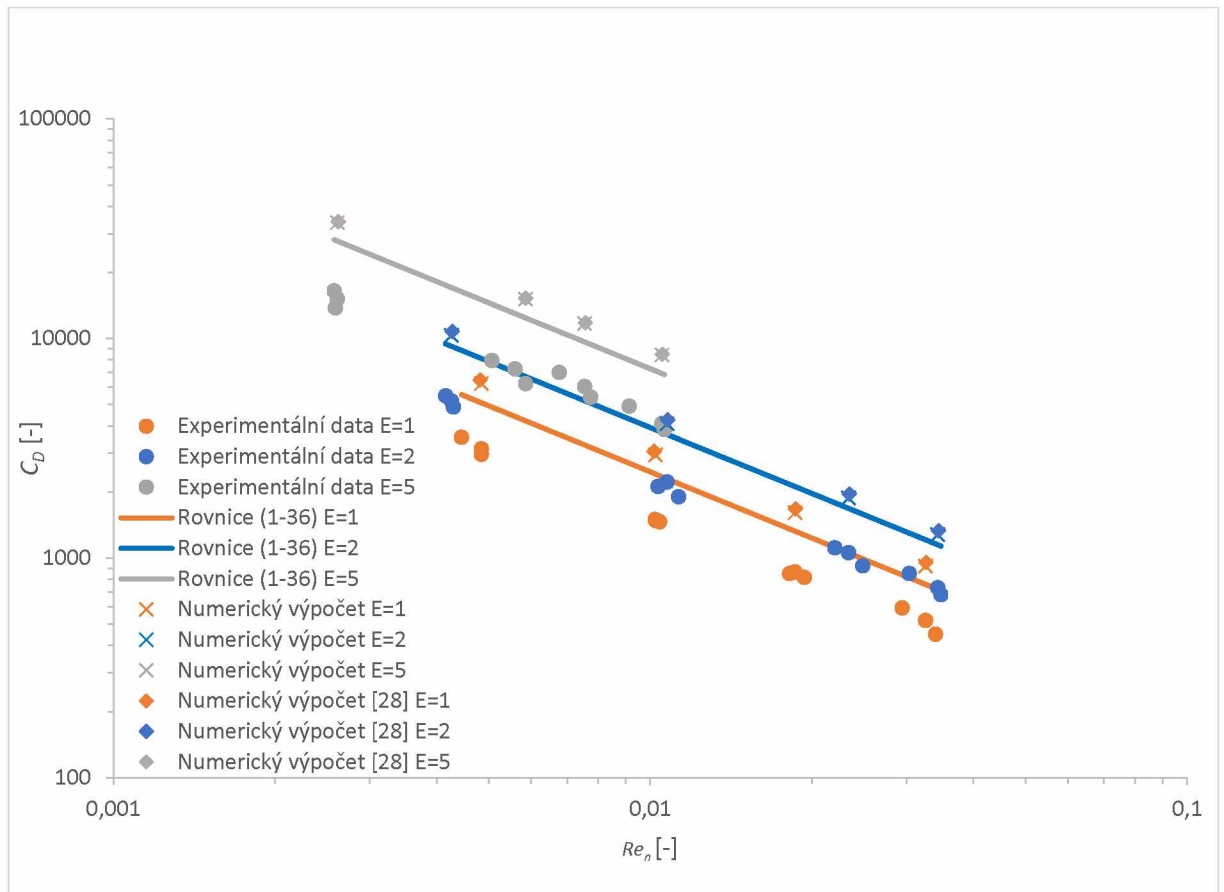
Graf 15: Srovnání hodnot korekčního faktoru $X(n)$ od různých autorů. Data literatury [38, 54–59] převzata jako upravený graf z [53].

Nesoulad experimentálních dat a hodnot získaných numerickými výpočty může být způsoben nevhodností mocninového modelu pro popis reologického chování použitých kapalin i přes snahu aproximovat mocninovým modelem tokové křivky pouze v úzkém rozsahu rychlostí deformace odpovídajícímu odhadu rychlosti deformace podle rovnice (2-3). Vhodnost mocninového modelu pro popis experimentálně získaných tokových křivek je diskutována v části 3.2. Vlivem velikosti intervalu rychlostí deformace aproximovaného mocninovým modelem na výpočet rychlosti pádu kulové částice pro mocninovou tekutinu se zabývá literatura [6], která zdůrazňuje nutnost aproximovat mocninovým modelem pouze úzký interval, v kterém se rychlosti deformace vyvolané částicí pohybují. Jak poukazuje

literatura [53], odchylky výsledků mezi různými experimenty mohou být způsobeny vlivem viskoelasticity nebo vlivem stěn experimentálního zařízení na rychlost pádu částic.

Koeficienty čelního odporu C_D elipsoidů definované rovnicí (1-20) v orientaci kolmé na osu symetrie jsou menší než v axisymetrické orientaci, viz Graf 12 a Graf 13. Srovnání naměřených dat pro SLA elipsoidy a kulové částice s numerickými výpočty v programu COMSOL, rovnicí (1-36) a numerickými daty z literatury [28] obsahuje Graf 16. S numerickými daty z literatury [28] přepočtenými na hodnoty Re_n odpovídající numerickým výpočtům prováděným v této práci je patrná dobrá shoda. Jak je uvedeno v literatuře [2] výpočet podle rovnice (1-36) je založen na aproximaci numericky získaných hodnot koeficientu čelního odporu kulové částice z literatury [20, 21]. Z tohoto důvodu jsou výsledky numerických výpočtů a výsledky podle rovnice (1-36) v dobré shodě. Relativní odchylka vztažená na hodnoty z numerického výpočtu je do 20 %. Kvantitativně jsou výsledky experimentů odlišné od numerických výpočtů a výpočtů podle rovnice (1-36), průběhy závislostí Re_n na C_D jsou ale podobné. Při shodné hodnotě Re_n roste hodnota koeficientu čelního odporu C_D s rostoucím poměrem os elipsoidu. Jeho nejmenší hodnota je tedy pro kulové částice. Nárůst je v daném rozmezí Re_n procentuálně přibližně shodný pro jakoukoliv hodnotu Re_n a přibližně shodný je jak u experimentálních a numerických výsledků, tak i u výsledků podle rovnice (1-36) (body posunuty ve směru svislé osy přibližně o stejnou hodnotu). V této práci prováděné numerické výpočty a vyhodnocení podle rovnice (1-36), původně odvozené pro kulové částice a v literatuře [2] ověřované pro válce a jiné nekulové částice, tedy dokáží zohlednit vliv nekulovosti testovaných elipsoidů na rychlost pádu. Pro objasnění kvantitativního rozdílu takto získaných a experimentálních výsledků se bude nutné zaměřit na důslednější rozbor reálného newtonského chování kapaliny.

Experimentální práce studující pád elipsoidů v newtonských tekutinách se nepodařilo v literatuře nalézt. Důvodem může být obtížnost přípravy částic tohoto tvaru.



Graf 16: Porovnání závislostí koeficientu čelního odporu na Reynoldsově kritériu pro SLA elipsoidy v axisymetrické orientaci a koule. Experimentální body 1,25% CMC, $n = 0,75$, $K = 3,39 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, numerický výpočet, výpočet podle rovnice (1-36) a numerický výpočet z literatury [28].

ZÁVĚR

V této práci byl studován pád osamocených tuhých kulových částic a protáhlých elipsoidů v newtonských pseudoplastických kapalinách mocninového typu v stokesovské oblasti toku. Důvodem studia pádu elipsoidů bylo nalezení pouze malého množství experimentálních prací zabývajících se tímto tématem, které je významné v řadě průmyslových procesů, např. při usazování. Nalezeny byly pouze práce studující pád elipsoidů v newtonských tekutinách viz [25, 26]. Literatura zabývající se experimentálním studiem pádu elipsoidů v mocninových kapalinách nebyla nalezena. Kromě experimentálního měření pádových rychlostí, pozorování chování elipsoidů při pádu a numerických výpočtů byla věnována pozornost metodice provedení experimentu a úpravám experimentálního zařízení oproti běžně používanému uspořádání a návrhu přípravy modelových částic elipsoidního tvaru.

Navrženo bylo několik postupů přípravy modelových částic elipsoidního tvaru. Vybrána a úspěšně aplikována byla metoda 3D tisku, konkrétně SLA 3D tisku, který oproti FDM/FFF 3D tisku poskytoval hladší a tvarově přesnější částice. Metodou SLA 3D tisku se podařilo připravit elipsoidy a kulové částice s nejmenším lineárním rozměrem 4 mm a největším až 27,5 mm. Metodu SLA 3D tisku lze tedy doporučit pro přípravu částic určených ke studiu jejich pádu. Ostatní navržené postupy přípravy částic, např. odlévání polymerních pryskyřic do forem, nebyly z časových důvodů odzkoušeny a nabízí se jako možnost rozvinutí této problematiky. Experimentální zařízení a provedení byly zvoleny v běžně používaném uspořádání, tedy jako válcové kolony s měřením rychlostí stopkami a pomocí video kamery. Oproti běžně používanému způsobu vypouštění částic do kolony pinzetou bylo ovšem odzkoušeno několik úprav. Pro zajištění vypuštění částice ve středu kolony bylo použito zafixování pinzety do úchytu umístěného na střed kolony. Pro minimalizaci impulsu uděleného částici při vypouštění bylo z vyzkoušených způsobů nejúčinnější ohnutí ramen pinzety, které zajišťovalo minimální kontaktní plochu pinzety s částicí. Pro sledování průběhu pádu částice bylo použito uspořádání video kamer okolo kolony, které umožňovalo sledovat současně rychlost pádu částice a její orientaci v prostoru. Současné sledování rychlosti elipsoidů a jejich odklonu od axisymetrické orientace ukázalo, že rychlost pádu elipsoidů nebyla při malé odchylce elipsoidu od axisymetrické orientace výrazně ovlivněna. Aplikovaný způsob sledování orientace elipsoidů může být dále rozvíjen při studiu pádu neizometrických částic v různých prostorových orientacích.

Pád elipsoidů v stokesovské oblasti byl studován v axisymetrické orientaci a orientaci kolmé na osu symetrie v roztocích sodné soli karboxymethylcelulózy CMC popsaných mocninovým tokovým modelem. Axisymetrickou orientaci byly elipsoidy ve válcových kolonách schopné udržet. V orientaci kolmé na osu symetrie nesetrvávaly a postupně ji měnily na axisymetrickou. Důvodem mohl být vliv stěn kolony nebo nehomogenita částic. Pád částic v stokesovské oblasti byl rovněž simulován obtékáním tekutiny okolo pevně fixovaného elipsoidu v axisymetrické orientaci i orientaci kolmé na osu symetrie v programu COMSOL Multiphysics.

Výsledky měření rychlosti pádu elipsoidů i kulových částic v podobě koeficientu čelního odporu C_D nejsou shodné s numerickými výpočty v programu COMSOL, i když závislosti C_D na Reynoldsově kritériu Re_n vykazují podobné trendy viz Graf 16. Rovněž rozdíly závislosti C_D na Re_n pro elipsoidy různých poměrů os a koule jsou vůči sobě přibližně shodně posunuty jak u experimentálních výsledků, tak u numerických výpočtů a výsledků vypočtených z rovnice (1-36) pro nekulové částice publikované v literatuře [2]. Numerický výpočet poskytoval průměrně o 90 % vyšší hodnoty C_D pro dané Re_n . S numerickými výpočty publikovanými v literatuře byly prováděné numerické výpočty v dobré shodě jak pro kulové částice, tak pro elipsoidy, viz Graf 15 a Graf 16. V porovnání s křivkou závislosti C_D na Re_n pro newtonské tekutiny byly výsledky experimentů průměrně o 50 % nižší. Podrobnější porovnání viz Tabulka 11, Graf 11, Graf 12 a Graf 13. Rozptyl výsledků a rozdíl mezi experimenty a numerickým řešením je patrný také u dat publikovaných v literatuře viz Graf 15. Z tohoto důvodu by bylo vhodné provést rozsáhlejší literární rešerši zaměřenou na pád koulí v mocninových tekutinách. Rozdíly experimentálních a numericky vypočtených výsledků mohou být způsobeny nevhodností mocninového modelu pro popis reologického chování kapaliny použité v této práci. Nevhodnost tohoto modelu uvádí např. literatura [8]. Vhodnější by tedy bylo použití složitějšího tokového modelu, např. Carreauova, jak uvádí literatura [6]. Rovněž se mohly projevit vlivy viskoelastivity, které byly zanedbány pouze na základě výsledků creepových testů. K rozdílu experimentálních a numerických výsledků mohly rovněž přispět chyby stanovení parametrů tokového modelu, měření pádových rychlostí a určení pádové rychlosti v neohraničené tekutině extrapolací rychlostí změřených v kolonách různého průměru.

V budoucím studiu pádu částic v mocninových kapalinách by proto měla být věnována větší pozornost stanovení parametrů tokového modelu a vlivu viskoelastivity na rychlost pádu částic. Možnost dalšího rozvinutí práce spočívá také v testování vhodnějšího tokového modelu pro

popis reologického chování použitých pseudoplastických kapalin. Dále pak, v širším studiu vlivu nekulovosti elipsoidů různého poměru os na rychlost pádu, včetně zploštělých elipsoidů, a možnosti aproximovat pád jiných nekulových částic v neneutonských tekutinách elipsoidy. Studovány mohou být rovněž jiné prostorové orientace elipsoidů v průběhu pádu v stokesovské oblasti a další režimy toku.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] 3DEES INDUSTRIES S.R.O. Co je 3D tisk? *3Dees Manufacture the future* [online]. Dostupné z: <https://www.3dees.cz/faq/76-co-je-3d-tisk>
- [2] RAJITHA, P., R.P. CHHABRA, N.E. SABIRI a Jacques COMITI. Drag on non-spherical particles in power law non-Newtonian media. *International Journal of Mineral Processing* [online]. 2006, 78(2), 110–121. ISSN 03017516. Dostupné z: doi:10.1016/j.minpro.2005.09.003
- [3] RICHARDSON, John Francis, John Hadlett HARKER a John Rayner BACKHURST. *Chemical engineering: particle technology and separation processes*. 5th ed. Oxford (GB): Butterworth-Heinemann, 2002. ISBN 978-0-7506-4445-7.
- [4] SLATTERY, John C. a R. Byron BIRD. Non-Newtonian flow past a sphere. *Chemical Engineering Science*. 1961, 16, 231–241.
- [5] DAZHI, Gu a R.I. TANNER. The drag on a sphere in a power-law fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* [online]. 1985, 17(1), 1–12. ISSN 03770257. Dostupné z: doi:10.1016/0377-0257(85)80001-X
- [6] MACHAČ, Ivan a Bedřich ŠIŠKA. Calculation of terminal falling velocity of spherical particles moving through polymer solutions using a Power-law viscosity model. *Scientific papers of the University of Pardubice*. 2019, (25), A, 117–126.
- [7] RENAUD, Maurice, Evelyne MAURET a Rajendra P. CHHABRA. Power-Law Fluid Flow Over a Sphere: Average Shear Rate and Drag Coefficient. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* [online]. 2004, 82(5), 1066–1070. ISSN 0008-4034, 1939-019X. Dostupné z: doi:10.1002/cjce.5450820524
- [8] DAUNAIS, Carole-Anne, Lucka BARBEAU a Bruno BLAIS. An extensive study of shear thinning flow around a spherical particle for power-law and Carreau fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* [online]. 2023, 311, 104951. ISSN 03770257. Dostupné z: doi:10.1016/j.jnnfm.2022.104951
- [9] AGARWAL, Neha a R.P. CHHABRA. Settling velocity of cubes in Newtonian and power law liquids. *Powder Technology* [online]. 2007, 178(1), 17–21. ISSN 00325910. Dostupné z: doi:10.1016/j.powtec.2007.04.002
- [10] PANTOFLÍČEK, Jaroslav a Ivan MACHAČ. *Úvod do sdílení hybnosti, tepla a hmoty I. Mechanika tekutin*. Vysoká škola chemicko-technologická v Pardubicích: Státní nakladatelství technické literatury, nedatováno.
- [11] SCHRAMM, Gebhard. *A Practical Approach to Rheology and Rheometry*. 2. vyd. , Karlsruhe, Federal Republic of Germany: Thermo Electron (Karlsruhe) GmbH, 2004.
- [12] CAKL, Jiří a Bedřich ŠIŠKA. *Přednáška předmětu Proudění tekutin a sdílení tepla studijního programu Chemické a procesní inženýrství, Univerzita Pardubice: Tenzor napětí, reologie, konstitutivní rovnice*. 2022

- [13] GREEN, Don W. a Marylee Z. SOUTHARD, ed. *Perry's chemical engineers' handbook*. Ninth edition, 85th anniversary edition. New York: McGraw Hill Education, 2019. ISBN 978-0-07-183408-7.
- [14] LALI, A.M., A.S. KHARE, J.B. JOSHI a K.D.P. NIGAM. Behaviour of solid particles in viscous non-newtonian solutions: Settling velocity, wall effects and bed expansion in solid-liquid fluidized beds. *Powder Technology* [online]. 1989, 57(1), 39–50. ISSN 00325910. Dostupné z: doi:10.1016/0032-5910(89)80102-0
- [15] LUO, YUEJIN. *NON-NEWTONIAN ANNULAR FLOW AND CUTTINGS TRANSPORT THROUGH DRILLING ANNULI AT VARIOUS ANGLES* [online]. B.m.: Department of Petroleum Engineering Heriot-Watt University Edinburgh, U.K. říjen 1988. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10399/1477>
- [16] TROMBLEY, Christopher I. a Maria L. EKIEL-JEŻEWSKA. Basic Concepts of Stokes Flows. In: Federico TOSCHI a Marcello SEGA, ed. *Flowing Matter* [online]. Cham: Springer International Publishing, 2019 [vid. 2024-03-17], Soft and Biological Matter, s. 35–50. ISBN 978-3-030-23369-3. Dostupné z: doi:10.1007/978-3-030-23370-9_2
- [17] CAKL, Jiří a Bedřich ŠIŠKA. *Přednáška předmětu Proudění tekutin a sdílení tepla studijního programu Chemické a procesní inženýrství, Univerzita Pardubice: Bilancování ve spojitém prostředí Eulerova (Newtonova) rovnice*. 2022
- [18] *Low Reynolds number hydrodynamics: with special applications to particulate media*. B.m.: MARTINUS NIJHOFF PUBLISHERS, 1983. ISBN 978-90-247-2877-0.
- [19] CHO, Y.I. a J.P. HARTNETT. Drag coefficients of a slowly moving sphere in non-newtonian fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* [online]. 1983, 12(2), 243–247. ISSN 03770257. Dostupné z: doi:10.1016/0377-0257(83)80041-X
- [20] TRIPATHI, Anubhav, Rajendra P. CHHABRA a Thirumalachari SUNDARARAJAN. Power law fluid flow over spheroidal particles. *Industrial & Engineering Chemistry Research* [online]. 1994, 33(2), 403–410. ISSN 0888-5885, 1520-5045. Dostupné z: doi:10.1021/ie00026a035
- [21] TRIPATHI, A. a R.P. CHHABRA. Drag on Spheroidal Particles in Dilatant Fluids. *AIChE Journal*. 1995, 41(3), 728–731.
- [22] PETTYJOHN, E.S. a E.E. CHRISTIANSEN. Effect of particle shape on free-settling rates of isometric particles. *Chemical Engineering Progress*. 1948, 44, 157–172.
- [23] HARTMAN, Miloslav, Otakar TRNKA a Karel SVOBODA. Free Settling of Nonspherical Particles. *Industrial & Engineering Chemistry Research* [online]. 1994, 33(8), 1979–1983. ISSN 0888-5885, 1520-5045. Dostupné z: doi:10.1021/ie00032a012
- [24] OBERBECK, Von Herrn A. Ueber stationäre Flüssigkeitsbewegungen mit Berücksichtigung der inneren Reibung. *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)* [online]. 1876, 1876(81), 62–80. ISSN 0075-4102, 1435-5345. Dostupné z: doi:10.1515/crll.1876.81.62

- [25] BARANOVÁ, Bernadeta. *Pád negul'ových částic v kvapalinách*. Pardubice, 2021. Diplomová práce. Univerzita Pardubice Fakulta chemicko-technologická Ústav environmentálního a chemického inženýrství.
- [26] BAGHERI, Gholamhossein a Costanza BONADONNA. On the drag of freely falling non-spherical particles. *Powder Technology* [online]. 2016, 301, 526–544. ISSN 00325910. Dostupné z: doi:10.1016/j.powtec.2016.06.015
- [27] REDDY, C. Rajasekhar a N. KISHORE. Numerical Study on Power-law Fluid Flow past Confined Spherical and Oblate Particles. In: *CHEMCON 2012*. B.m.: Department of Chemical Engineering Indian Institute of Technology Guwahati Assam – 781039, 2012.
- [28] STRNADEL, Jaroslav. *Pád tuhé osamocené kulové částice v neneutonských kapalinách*. Pardubice, 2011. Disertační práce. Univerzita Pardubice Fakulta chemicko-technologická Ústav environmentálního a chemického inženýrství.
- [29] GRAM, Annika, Johan SILFWERBRAND a Bjorn LAGERBLAD. Particle Motion in Fluid - Analytical and Numerical Study. *Applied Rheology* [online]. 2016, (26) [vid. 2024-03-29]. Dostupné z: doi:10.3933/APPLRHEOL-26-23326
- [30] MACHAČ, Ivan, Zdeněk LECJAKS a Bedřich ŠIŠKA. Fall of non-spherical particles through a power law fluid. *Scientific papers of the University of Pardubice*. 1999, (5), A, 257–268.
- [31] HEISS, John F. a James COULL. THE EFFECT OF ORIENTATION AND SHAPE ON THE SETTLING VELOCITY OF NON-ISOMETRIC PARTICLES IN A VISCOUS MEDIUM. *Chemical Engineering Progress*. 1952, 48(3), 133–140.
- [32] XU, Zhengming, Xianzhi SONG, Gensheng LI, Zhaoyu PANG a Zhaopeng ZHU. Settling behavior of non-spherical particles in power-law fluids: Experimental study and model development. *Particuology* [online]. 2019, 46, 30–39. ISSN 16742001. Dostupné z: doi:10.1016/j.partic.2018.07.006
- [33] CHHABRA, R.P., Andrew MCKAY a Peter WONG. Drag on discs and square plates in pseudoplastic polymer solutions. *Chemical Engineering Science* [online]. 1996, 51(24), 5353–5356. ISSN 00092509. Dostupné z: doi:10.1016/S0009-2509(96)00369-7
- [34] SHARMA, M.K. a R.P. CHHABRA. An experimental study of free fall of cones in Newtonian and Non-Newtonian media: drag coefficient and wall effects. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* [online]. 1991, 30(2), 61–67. ISSN 02552701. Dostupné z: doi:10.1016/0255-2701(91)80012-E
- [35] LIU, Jiankun, Zhaokai HOU, Guoqing XU a Lipeng YAN. New Model for Non-Spherical Particles Drag Coefficients in Non-Newtonian Fluid. *Processes* [online]. 2022, 10(10), 1990. ISSN 2227-9717. Dostupné z: doi:10.3390/pr10101990
- [36] FUSEK, Martin a Jaroslav ROJÍČEK. *METODA KONEČNÝCH PRVKŮ I* [online]. B.m.: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava Fakulta strojní. 2013. Dostupné z: https://projekty.fs.vsb.cz/463/edubase/VY_01_010/Metoda%20kone%4%8Dn%C3%BDch%20prvk%C5%AF%201/02%20Text%20pro%20e-

learning/METODA%20KONE%C4%8CN%C3%9DCH%20PRVK%C5%AE%20I%2001.pdf

- [37] JANOVSÁ, D. *Metody aplikované matematiky* [online]. B.m.: Ústav matematiky, VŠCHT Praha. Dostupné z: https://old.vscht.cz/mat/MAM/FEM_UM.pdf
- [38] ACHARYA, A., R. A. MASHELKAR a J. ULBRECHT. Flow of inelastic and viscoelastic fluids past a sphere: I. Drag coefficient in creeping and boundary-layer flows. *Rheologica Acta* [online]. 1976, 15(9), 454–470. ISSN 0035-4511, 1435-1528. Dostupné z: doi:10.1007/BF01530348
- [39] SHAHI, Shivam a Ergun KURU. Experimental investigation of the settling velocity of spherical particles in Power-law fluids using particle image shadowgraph technique. *International Journal of Mineral Processing* [online]. 2016, 153, 60–65. ISSN 03017516. Dostupné z: doi:10.1016/j.minpro.2016.06.002
- [40] TURIAN, Raffi M. An experimental investigation of the flow of aqueous non-Newtonian high polymer solutions past a sphere. *AIChE Journal* [online]. 1967, 13(5), 999–1006. ISSN 0001-1541, 1547-5905. Dostupné z: doi:10.1002/aic.690130531
- [41] FAXÉN, Hilding. Die Bewegung einer starren Kugel lings der Achse eines mit zäher Flüssigkeit gefüllten Rohres. *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*. 1922, (17).
- [42] REDAKCE WEBU SVETHARDWARE.CZ, Milan ŠURKALA, Jan VÍTEK a Kateřina HOFERKOVÁ. 3D tisk: jak funguje FDM/FFF tiskárna? *Svět hardware* [online]. 21. únor 2019. Dostupné z: <https://www.svethardware.cz/3d-tisk-jak-funguje-fdm-fff-tiskarna/48457>
- [43] 3DEES INDUSTRIES S.R.O. FDM TISKÁRNÝ STRATASYS. *3Dees Manufacture the future* [online]. Dostupné z: <https://www.3dees.cz/3d-tiskarny/3d-tiskarny-stratasys/fdm>
- [44] 3DEES INDUSTRIES S.R.O. CO ZNAMENÁ SLA? *3Dees Manufacture the future* [online]. Dostupné z: <https://www.3dees.cz/faq/76-co-je-3d-tisk>
- [45] *PrusaSlicer*. Windows
- [46] *TECHNOLOGICKÝ POSTUP LUKOPREN N DVOUSLOŽKOVÉ KAUKČUKY* [online]. B.m.: Lučební závody a.s. Kolín. Dostupné z: <http://www.lucebni.cz/>
- [47] CLASEN, C. a W.-M. KULICKE. Determination of viscoelastic and rheo-optical material functions of water-soluble cellulose derivatives. *Progress in Polymer Science* [online]. 2001, 26(9), 1839–1919. ISSN 00796700. Dostupné z: doi:10.1016/S0079-6700(01)00024-7
- [48] BENCHABANE, Adel a Karim BEKKOUR. Rheological properties of carboxymethyl cellulose (CMC) solutions. *Colloid and Polymer Science* [online]. 2008, 286(10), 1173–1180. ISSN 0303-402X, 1435-1536. Dostupné z: doi:10.1007/s00396-008-1882-2
- [49] CANCELA, M.A., E. ÁLVAREZ a R. MACEIRAS. Effects of temperature and concentration on carboxymethylcellulose with sucrose rheology. *Journal of Food*

- Engineering* [online]. 2005, 71(4), 419–424. ISSN 02608774. Dostupné z: doi:10.1016/j.jfoodeng.2004.10.043
- [50] ESCUDIER, M.P., I.W. GOULDSON, A.S. PEREIRA, F.T. PINHO a R.J. POOLE. On the reproducibility of the rheology of shear-thinning liquids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* [online]. 2001, 97(2–3), 99–124. ISSN 03770257. Dostupné z: doi:10.1016/S0377-0257(00)00178-6
- [51] MEZGER, Thomas G. *The rheology handbook: for users of rotational and oscillation rheometers*. Hannover: Vincentz, 2002. Coatings compendia. ISBN 978-3-87870-745-5.
- [52] KORBEL, Eduard, Bedřich ŠIŠKA a Petr DOLEČEK. Studium pohybu částic v tekutině pomocí nástrojů výpočtové dynamiky tekutin. In: *Studentská vědecká odborná činnost: Studentská vědecká odborná činnost 2022/2023 - sborník abstraktů* [online]. Pardubice: Fakulta chemicko-technologická Univerzita Pardubice, 2023. ISBN 978-80-7560-467-5. Dostupné z: <https://eshop.upce.cz/epub/9007551/>
- [53] CHHABRA, R.P. Some remarks on “Drag coefficients of a slowly moving sphere in Non-Newtonian fluids”. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* [online]. 1983, 13(2), 225–227. ISSN 03770257. Dostupné z: doi:10.1016/0377-0257(83)80018-4
- [54] YOSHIOKA, Naoya a Kitaro ADACHI. SOME DEDUCTIONS FROM THE EXTREMUM PRINCIPLES FOR NON-NEWTONIAN FLUIDS. *JOURNAL OF CHEMICAL ENGINEERING OF JAPAN* [online]. 1973, 6(2), 134–140. ISSN 0021-9592, 1881-1299. Dostupné z: doi:10.1252/jcej.6.134
- [55] SLATTERY, J.C. B.m., 1959. Disertační práce. University of Wisconsin.
- [56] TURIAN, R.M. B.m., 1964. Disertační práce. University of Wisconsin.
- [57] UHLHERR, P. H. T., T. N. LE a C. TIU. Characterisation of inelastic power-law fluids using falling sphere data. *The Canadian Journal of Chemical Engineering* [online]. 1976, 54(6), 497–502. ISSN 0008-4034, 1939-019X. Dostupné z: doi:10.1002/cjce.5450540603
- [58] KATO, Hiroshi, Motoyoshi TACHIBANA a Kenjiro OIKAWA. On the Drag of a Sphere In Polymer Solutions. *Bulletin of JSME* [online]. 1972, 15(90), 1556–1567. ISSN 0021-3764, 1881-1426. Dostupné z: doi:10.1299/jsme1958.15.1556
- [59] CHHABRA, R. P., C. TIU a P. H. T. UHLHERR. Shear-Thinning Effects in Creeping Flow about a Sphere. In: Giovanni ASTARITA, Giuseppe MARRUCCI a Luigi NICOLAIS, ed. *Rheology* [online]. Boston, MA: Springer US, 1980 [vid. 2024-04-28], s. 9–16. ISBN 978-1-4684-3745-4. Dostupné z: doi:10.1007/978-1-4684-3743-0_2

SEZNAM PŘÍLOH NA CD

- Příloha 1 *Reometrická data*
- Příloha 2 *Testy viskoelastivity*
- Příloha 3 *Naměřená data pádových rychlostí a výsledky výpočtů*
- Příloha 4 *Výsledky výpočtů v programu COMSOL Multiphysics*