

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Vícerozměrné prediktivní řízení laboratorní soustavy

Bc. Josef Vokoun

Diplomová práce
2023

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2022/2023

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Josef Vokoun**
Osobní číslo: **I21311**
Studijní program: **N0714A150005 Automatické řízení**
Téma práce: **Vícerozměrné prediktivní řízení laboratorní soustavy**
Zadávací katedra: **Katedra řízení procesů**

Zásady pro vypracování

Cíl: Cílem práce je navrhnout a aplikovat vícerozměrné prediktivní řízení laboratorní soustavy.
Obsah teoretické části práce: Modelování vícerozměrných soustav, řízení vícerozměrných soustav, vícerozměrné prediktivní řízení.
Obsah praktické části práce: Popis laboratorní soustavy, model laboratorní soustavy, identifikace parametrů modelu, návrh a simulace řízení PID regulátory, návrh a simulace řízení prediktivním regulátorem, řízení reálné soustavy PID regulátory a prediktivním regulátorem, porovnání regulačních pochodů a diskuze výsledků.

Rozsah pracovní zprávy: **60**
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. *Model Predictive Control (Second Edition)*. London : Springer-Verlag London Limited, 2007. 405 s.
HABER, R.; BARS, R. a SCHMITZ, U. *Predictive Control in Process Engineering*. Weinheim : Wiley-VCH Verlag, 2011. 600 s.
MIKLEŠ, J.; FIKAR, M. *Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2. Identifikácia a optimálne riadenie*. Bratislava : STU v Bratislave, 2004. 267 s.
ROSSITER, J. A. *Model-based Predictive Control –A Practical Approach*. Boca Raton (Florida) : CRC Press, 2004. 318 s.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Daniel Honc, Ph.D.**
Katedra řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **8. listopadu 2022**
Termín odevzdání diplomové práce: **19. května 2023**

Ing. Zdeněk Němec, Ph.D. v.r.
děkan

L.S.

Ing. Daniel Honc, Ph.D. v.r.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2022

Prohlášení

Prohlašuji:

Práci s názvem Vícerozměrné prediktivní řízení laboratorní soustavy jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury. Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 10. 05. 2023

Bc. Josef Vokoun v.r.

Poděkování

Rád bych poděkoval svému vedoucímu diplomové práce Ing. Danielu Honcovi, Ph.D. za odbornou pomoc, cenné rady a čas, který mi věnoval.

V Pardubicích dne 10. 05. 2023

Bc. Josef Vokoun

ANOTACE

Diplomová práce je věnována problematice řízení vícerozměrných soustav. Pro laboratorní systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy byly simulovány a měřeny regulační pochody s PID regulátory a prediktivním regulátorem. Simulace, řízení i vyhodnocení kvality regulace podle vybraných kritérií byly provedeny ve výpočetním prostředí MATLAB.

KLÍČOVÁ SLOVA

PID regulátor, Prediktivní regulátor, Vícerozměrné řízení.

TITLE

Multidimensional predictive control of a laboratory system

ANNOTATION

The master thesis is devoted to the problem of control of multidimensional systems. For a laboratory system with two inputs and two outputs, control processes with PID controllers and a predictive controller were simulated and measured. Simulation, control and evaluation of the control quality according to selected criteria were performed in MATLAB computing environment.

KEYWORDS

PID controller, Predictive controller, Multidimensional control.

OBSAH

	SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK	9
	SEZNAM SYMBOLŮ VELIČIN A FUNKCÍ.....	10
	SEZNAM ILUSTRACÍ	13
	SEZNAM TABULEK	15
	ÚVOD	16
1	TEORETICKÁ ČÁST	17
1.1	MODELOVÁNÍ VÍCEROZMĚRNÝCH SOUSTAV.....	17
1.1.1	Vstupně – výstupní popis.....	18
1.1.2	Stavový popis.....	20
1.2	ŘÍZENÍ VÍCEROZMĚRNÝCH SOUSTAV.....	25
1.3	PREDIKTIVNÍ ŘÍZENÍ VÍCEROZMĚRNÝCH SOUSTAV	30
1.3.1	Historie.....	30
1.3.2	Prediktivní řízení založené na modelu – MPC	31
1.3.3	Funkce MPC	31
1.3.4	Modely MPC.....	32
1.3.5	Účelová funkce – kritérium	34
1.3.6	Prediktor pro stavový popis	37
2	PRAKTICKÁ ČÁST	41
2.1	HYDRAULICKO-PNEUMATICKÁ SOUSTAVA	41
2.1.1	Popis soustavy.....	41
2.1.2	Chování soustavy	42
2.1.3	Připojení soustavy	43
2.1.4	Identifikace a modelování soustavy.....	43
2.2	PID REGULÁTOR.....	47
2.2.1	Nastavení podle kritéria	48
2.2.2	Vliv nastavení stavitelných parametrů regulátoru	52
2.3	PREDIKTIVNÍ REGULÁTOR.....	54
2.3.1	Vliv změny horizontů	56
2.3.2	Vliv změny penalizace	58
2.3.3	Vliv změny periody vzorkování.....	61
3	ZÁVĚR	65
	POUŽITÁ LITERATURA	66

PŘÍLOHY	67
---------------	----

SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

AR	AutoRegresive
ARIMA	Integrated Moving Average
ARIMAX	AutoRegresive Integrated Moving Average model with eXogenous inputs
ARMA	AutoRegresive Moving Average
ARMAX	AutoRegresive Moving Average model with eXogenous inputs
CARIMA	Controlled AutoRegresive Integrated Moving Average
CARMA	Controlled AutoRegresive Moving Average
DTC	direct torque control
HPS	hydraulicko-pneumatická soustava
IAE	Integrál absolutní odchyly
IAR	Integrated AutoRegresive
ISE	Integrál kvadratické odchyly
ISEU	Integrál kvadratické odchyly s útlumem akčního zásahu
MPC	model predictive control
PID	proporcionálně integračně derivační (regulátor)
PID0550	proporcionálně integračně derivační regulátor s $r_0 = 0,5$ a $T_I = 50$ s
PID05150	proporcionálně integračně derivační regulátor s $r_0 = 0,5$ a $T_I = 150$ s
PID1150	proporcionálně integračně derivační regulátor s $r_0 = 1$ a $T_I = 150$ s
PRED102550	prediktivní regulátor s $T_s = 10$ s, $N_u, N_2 = 25$ a $Q, R = 50$
PRED125050	prediktivní regulátor s $T_s = 1$ s, $N_u, N_2 = 250$ a $Q, R = 50$
PRED51050	prediktivní regulátor s $T_s = 5$ s, $N_u, N_2 = 10$ a $Q, R = 50$
PRED51550	prediktivní regulátor s $T_s = 5$ s, $N_u, N_2 = 15$ a $Q, R = 50$
PRED55010	prediktivní regulátor s $T_s = 5$ s, $N_u, N_2 = 50$ a $Q, R = 10$
PRED5501000	prediktivní regulátor s $T_s = 5$ s, $N_u, N_2 = 50$ a $Q, R = 1000$
PRED55050	prediktivní regulátor s $T_s = 5$ s, $N_u, N_2 = 50$ a $Q, R = 50$
RGA	relative gain array

SEZNAM SYMBOLŮ VELIČIN A FUNKCÍ

A	matice systému
A_2, A_1, A_0	koefficienty diferenciální rovnice
a_i	vstup neuronové sítě
B	matice vstupu
B_1, B_0	koefficienty diferenciální rovnice
C	matice stavu
D	matice vazeb vstupu na výstup
e	regulační odchylka
$E(s)$	obraz regulační odchylky
$F(s)$	přenosová matice soustavy
$F_H(s)$	přenos hlavní diagonály
$F_K(s)$	matice obrazových přenosů kompenzátorů
$F_R(s)$	matice obrazových přenosů regulátorů
$F_S(s)$	matice obrazových přenosů soustav
$F_U(s)$	přenosová matice soustavy pro akční veličiny
$F_V(s)$	přenos vedlejší diagonály
f	volná odezva
g	gradient
H	Hessián
J	kritérium
J_{IAE}	plocha absolutní odchylky
J_{ISEU}	plocha kvadratické odchylky a váženého akčního zásahu
$K(s)$	obrazový přenos kompenzátoru
K	nu prvních řádků matice L
K_m	zesílení soustavy
k	krok

L	matice zesílení
M	matice diskrétních koeficientů soustavy
m, n	počet prvků
N	matice vstupu
N_p	predikční horizont
N_u	horizont řízení
N_2	horizont sledování žádané hodnoty
nu	počet vstupů soustavy
ny	počet výstupů soustavy
O	rozšířená matice výstupů
p	koeficient zásady stavové veličiny pro regulovanou veličinu
Q	matice koeficientů penalizace změn akčního zásahu
q	koeficient zásady stavové veličiny pro akční veličinu
q_{ij}	penalizace změn akčního zásahu
R	matice koeficientů penalizace chyby predikce
$R(s)$	obrazový přenos regulátoru
r_{ij}	penalizace chyby predikce
r_0	zesílení
$S_{ki}(s)$	přenos k-té výstupní veličiny vyvolané i-tou akční veličinou
$S_{Vkj}(s)$	přenos k-té výstupní veličiny vyvolané j-tou poruchovou veličinou
T	substituce
T_m	časová konstanta, s
T_d	derivační časová konstanta, s
T_i	integrační časová konstanta, s
T_s	perioda vzorkování
t	čas, s

t_n	doba náběhu, s
t_r	doba regulace, s
$U(s)$	obraz akční veličiny
$U_i(s)$	i-tá akční veličina
u	akční veličina
$\mathbf{V}(s)$	vektor obrazů poruchových veličin
$V_j(s)$	j-tá poruchová veličina
$W(s)$	obraz žádané hodnoty
w	váhový koeficient neuronové sítě
w_i	žádaná hodnota
$\mathbf{x}(t)$	vektor stavových veličin
$x_p(k)$	rozšířený vektor stavů
x_1, x_2, x_3, x_4	stavová veličina
$Y(s)$	obraz regulované veličiny
$Y_{Uki}(s)$	k-tá výstupní veličina vyvolaná i-tou akční veličinou
$Y_{Vkj}(s)$	k-tá výstupní veličina vyvolaná j-tou poruchovou veličinou
y	regulovaná veličina
\hat{y}_i	predikovaný výstup
ε	volitelná chyba
Δ	přírůstek šumu
Δu_i	změna akčního zásahu
κ	váhový člen
ζ	šum, porucha

SEZNAM ILUSTRACÍ

Obr. 1.1 – Blokové schéma dvourozměrného systému	17
Obr. 1.2 – Blokové schéma stavových rovnic spojitého systému	23
Obr. 1.3 – Blokové schéma stavových rovnic diskrétního systému	24
Obr. 1.4 – Blokové schéma vícerozměrného regulačního obvodu	25
Obr. 1.5 – Dvourozměrný regulační obvod	26
Obr. 1.6 – Souhlasné (nahore) a nesouhlasné (dole) uspořádání regulátoru dvourozměrné regulace	27
Obr. 1.7 – Decentralizované řízení dvourozměrné soustavy s kompenzátorem	28
Obr. 1.8 – Struktura neuronové sítě	29
Obr. 1.9 – Neuron	30
Obr. 1.10 – Učení neuronové sítě	30
Obr. 1.11 – Funkce MPC	32
Obr. 2.1 – Schéma hydraulicko-pneumatické soustavy (HPS)	41
Obr. 2.2 – Hydraulicko-pneumatická soustava	42
Obr. 2.3 – Odezvy levé a pravé nádrže na akční veličinu s aproximací soustavy	44
Obr. 2.4 – Chyba aproximace levé a pravé nádrže	44
Obr. 2.5 – Přechodová charakteristika hydraulicko-pneumatické soustavy	46
Obr. 2.6 – Regulační pochod levé a pravé nádrže nastavený podle kritéria IAE	50
Obr. 2.7 – Chyba regulace levé a pravé nádrže nastavený podle kritéria IAE	50
Obr. 2.8 – Regulační pochod levé a pravé nádrže nastavený podle kritéria ISEU	51
Obr. 2.9 – Chyba regulace levé a pravé nádrže nastavený podle kritéria ISEU	51
Obr. 2.10 – Vliv nastavení regulátoru na HPS	53

Obr. 2.11 – Chyba regulace levé a pravé nádrže nastavený podle vlivu parametrů.....	53
Obr. 2.12 – Nastavení pozorovatele stavu	55
Obr. 2.13 – Změna horizontů prediktivního regulátoru.....	57
Obr. 2.14 – Chyba regulace levé a pravé nádrže pro změnu horizontu	57
Obr. 2.15 – Změna penalizací prediktivního regulátoru.....	59
Obr. 2.16 – Chyba regulace levé a pravé nádrže pro změnu penalizací.....	60
Obr. 2.17 – Změna periody vzorkování prediktivního regulátoru.....	62
Obr. 2.18 – Chyba regulace levé a pravé nádrže pro změnu periody vzorkování.....	62

SEZNAM TABULEK

Tab. 2.1 – Pracovní body HPS	43
Tab. 2.2 – Nalezené parametry	45
Tab. 2.3 – Hodnoty PID regulátoru	49
Tab. 2.4 – Stavitelné parametry PID regulátorů	52
Tab. 2.5 – Kvalita regulace	52
Tab. 2.6 – Póly pozorovatele stavu	54
Tab. 2.7 – Nastavení prediktivního regulátoru	54
Tab. 2.8 – Nastavení prediktivního regulátoru	56
Tab. 2.9 – Kvalita regulace	58
Tab. 2.10 – Nastavení prediktivního regulátoru	59
Tab. 2.11 – Kvalita regulace	60
Tab. 2.12 – Nastavení prediktivního regulátoru	61
Tab. 2.13 – Kvalita regulace	63
Tab. 2.14 – Souhrn kvality regulace	63

ÚVOD

Cílem této diplomové práce je nasazení vícerozměrného prediktivního stavového regulátoru na laboratorní soustavu se dvěma vstupy a dvěma výstupy a porovnání jeho chování se dvěma PID regulátory při různých nastaveních.

Teoretická část bude věnována modelování, identifikaci a řízení vícerozměrného systému různými metodami a strukturami regulátoru. Dále bude popsáno prediktivní řízení pracující se stavovým popisem soustavy, výpočet účelové funkce a budoucích akčních zásahů.

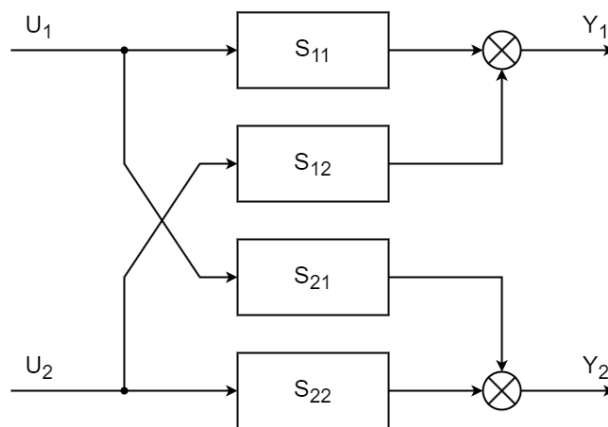
Praktická část bude věnována popisu hydraulicko-pneumatické soustavy, identifikaci, zvolení pracovních bodů a vytvoření matematického modelu. Dále budou ukázány simulace a změřené regulační pochody pro zobrazení vlivu stavitelných parametrů PID regulátoru jako je zesílení, integrační a derivační časová konstanta, a také regulační pochody na změnu stavitelných parametrů prediktivního regulátoru, u kterého to jsou perioda vzorkování, horizonty predikce a penalizační koeficienty kritéria.

Vybrané regulační pochody budou vyhodnoceny časovými a integrálními kritérii kvality regulace. Simulace regulačních pochodů, řízení soustavy a vyhodnocení regulace bude realizováno ve vývojovém prostředí Matlab.

1 TEORETICKÁ ČÁST

1.1 MODELOVÁNÍ VÍCEROZMĚRNÝCH SOUSTAV

Vícerozměrným systémem se může považovat regulátor, regulovaná soustava nebo další členy regulačního obvodu. O vícerozměrný systém se jedná, pokud jeden nebo více vstupů ovlivňuje více výstupů. Takovým systémem může být například klimatizace v místnosti, kde se teplota reguluje nejen výkonem topení, ale také vlhkostí vzduchu, tj. přidáním vody do proudu vzduchu se zvýší vlhkost, tudíž sníží se i teplota. Jedná se proto o dynamický systém se dvěma vstupy a dvěma výstupy. Přenosy a vazby takového systému lze zakreslit blokovým schématem, viz obr. 1.1.



Obr. 1.1 – Blokové schéma dvourozměrného systému

Aby bylo možné navrhnout řízení takového systému, je potřeba mít znalosti o vlastnostech neboli o chování systému. Tyto znalosti lze získat experimentálním měřením na reálné soustavě, případně na jeho kopii, dvojčeti. Tato kopie, která má chování podobné, ne-li totožné s originálem, nemusí odpovídat rozměrově, takže se jedná o model reálného zařízení. Takový model má tudíž výhodu v tom, že není potřeba provádět experiment na reálném zařízení, u kterého může dojít k havarijnímu stavu, zničení zařízení anebo znehodnocení produkce. Dalším důvodem může být nemožné měření na reálném zařízení není možné.

Ať už tedy na reálné soustavě, jeho modelu, nebo znalostí fyzikálních zákonů, je potřeba vytvořit matematický model, který je vyjádřen rovnicí nebo soustavou rovnic. Tento proces je nazýván modelováním. Ovšem z hlediska obsahu modelu se často využívá zjednodušený model. Ten nebere v úvahu například všechny fyzikální děje, případně se už samotný výpočet zjednoduší do hmotného bodu apod.

Obecně lze vícerozměrný systém popsat dvěma základními způsoby. Jednak lze použít analytický postup a jednak empirický postup.

Analytický postup využívá zákonů zachování hmoty a energie. Zde je zapotřebí znalost technických vlastností, dílčích chemických a fyzikálních procesů, které probíhají v zařízení a jejich převod do matematických rovnic. Z nichž vznikne analytický matematický model, který popisuje vnitřní stavy a jejich vazby. Proto je tento způsob označován jako vnitřní nebo stavový popis.

Empirický postup oproti analytickému vychází z měření reakce výstupu na vstup reálné soustavy nebo modelu. Proto se tento postup též označuje jako vstupně – výstupní nebo vnější popis, protože nezohledňuje vnitřní stavy a strukturu soustavy. Tudíž vnější popis modeluje jen chování s vlastní strukturou soustavy.

Výhodou je, že oba postupy lze mezi sebou převádět. Muže ale dojít ke zhoršení přesnosti modelu. Analytický postup je vhodnější v případě, kdy nemáme reálné zařízení a je potřeba odhadnout jeho chování. Jeho nevýhodou je například nemožnost měření všech vnitřních stavů, anebo složitost modelu. Tím pádem i výpočtová náročnost při následném řízení. Empirický postup je přesnější než analytický postup, což je způsobeno experimentálním měřením na zařízení a reálnými výstupními veličinami. Nevýhodou je nutnost sestrojení nového modelu pro jiný rozsah vstupních veličin. Například soustava může reagovat jiným zesílením při skokové změně na dvě různé úrovně.

1.1.1 Vstupně – výstupní popis

Vstupně – výstupní popis vychází ze soustavy diferenciálních nebo diferenčních rovnic, kde vstupem soustavy je vektor akční veličiny u_i ($i = 1, 2, \dots, n$) o rozměru $n \times 1$ a vektor poruch v_j ($j = 1, 2, \dots, m$) o rozměru $m \times 1$. Předpokladem poruch je, že se nedají ovlivnit, ale lze je měřit. Výstupem soustavy je vektor regulovaných veličin y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) o rozměru $n \times 1$. Za předpokladu, že soustava je lineární a ve spojité oblasti, tak soustava bude popsána systémem lineárních diferenciálních rovnic. Jednotlivé přenosy lze definovat podle rovnice 1.1 (Balátě, 2003).

$$S_{ki}(s) = \frac{Y_{uki}(s)}{U_i(s)} \quad (1.1)$$

$$S_{Vkj}(s) = \frac{Y_{Vkj}(s)}{V_j(s)},$$

kde $S_{ki}(s)$ – přenos k-té výstupní veličiny vyvolané i-tou akční veličinou,

$S_{Vkj}(s)$ – přenos k-té výstupní veličiny vyvolané j-tou poruchovou veličinou,

$Y_{Uki}(s)$ – k-tá výstupní veličina vyvolaná i-tou akční veličinou,

$U_i(s)$ – i-tá akční veličina,

$Y_{Vkj}(s)$ – k-tá výstupní veličina vyvolaná j-tou poruchovou veličinou,

$V_j(s)$ – j-tá poruchová veličina.

Obrazy dílčích výstupních veličin $y(k)$ jsou pak dány rovnicí 1.2

$$y_k(s) = \sum_{i=1}^n S_{ki}(s)U_i(s) + \sum_{j=1}^m S_{Vkj}(s)V_j(s). \quad (1.2)$$

Definováním vektorů akčních veličin, poruch, regulovaných veličin a přenosových matic soustavy pro akční veličiny s rozměrem $n \times n$ a poruchové veličiny $n \times m$ se vznikne vstupně – výstupní popis soustavy 1.3.

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{F}_U(s)\mathbf{U}(s) + \mathbf{F}_V(s)\mathbf{V}(s). \quad (1.3)$$

kde $\mathbf{Y}(s)$ – vektor obrazů regulovaných veličin,

$\mathbf{F}_U(s)$ – přenosová matice soustavy pro akční veličiny,

$\mathbf{U}(s)$ – vektor obrazů akčních veličin,

$\mathbf{F}_V(s)$ – přenosová matice soustavy pro poruchové veličiny,

$\mathbf{V}(s)$ – vektor obrazů poruchových veličin.

Dosazením rozměrů se získá rovnice 1.4, která lze upravit do podoby 1.5.

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{V11} & S_{V12} & \dots & S_{V1n} \\ S_{V21} & S_{V22} & \dots & S_{V2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{Vn1} & S_{Vn2} & \dots & S_{Vnm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix}, \quad (1.4)$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} & S_{V11} & S_{V12} & \dots & S_{V1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} & S_{V21} & S_{V22} & \dots & S_{V2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} & S_{Vn1} & S_{Vn2} & \dots & S_{Vnm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \\ V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Z rovnice 1.5 je patrné, že celková přenosová matice $F(s) = FU(s)FV(s)$ je o rozměru $n \times (n + m)$. A vektor obrazů poruch a akčních veličin byl sloučen do jednoho vektoru o rozměru $(n + m) \times 1$ (Balátě, 2003).

V případě potřeby diskrétní varianty vstupně – výstupního popisu je možné vyjít ze soustavy diferenčních rovnic anebo diskretizací spojitého popisu. To lze provést např. předřazením tvarovače nultého řádu, tj. sériové zapojení tvarovače a modelu soustavy.

1.1.2 Stavový popis

Dalším způsobem popisu vícerozměrného systému je využití vnitřních stavů. Tento popis má tu výhodu, že má shodný zápis jako jednorozměrný systém s tím rozdílem, že u vícerozměrného se pracuje s vektory akčních, regulovaných a stavových veličin, a také s maticemi \mathbf{B} a \mathbf{C} místo vektorů (Melichar, 2011). Pro ilustraci bude uveden modelový příklad určení stavového modelu ze soustavy diferenciálních rovnic lineárního dvourozměrného dynamického systému, viz rovnice 1.7 a pro úpravu rovnic se zavede maticově vektorový tvar 1.6 pro další použití.

$$(A_2T^2 + A_1T + A_0)y = (B_1T + B_0)u. \quad (1.6)$$

$$4y_1' + y_1 + 2y_2'' + 5y_2' + y_2 = 2u_1' + u_1 + 6u_2' + 5u_2,$$

$$3y_1'' + 3y_1' + 2y_1 + y_2'' + 3y_2' + 6y_2 = 5u_1' + 2u_1 + 8u_2. \quad (1.7)$$

Substitucí derivace písmenem T bude maticově – vektorový tvar podle rovnice 1.8

$$\begin{bmatrix} 4T + 1 & 2T^2 + 5T + 1 \\ 3T^2 + 3T + 2 & T^2 + 3T + 6 \end{bmatrix} y = \begin{bmatrix} 2T + 1 & 6T + 5 \\ 5T + 2 & 8 \end{bmatrix} u, \quad (1.8)$$

Rozepsáním rovnice 1.8, lze získat tvar 1.9, který je shodný s 1.6.

$$\left(\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} T^2 + \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \right) y = \left(\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \right) u. \quad (1.9)$$

Nyní se ověří, že matice A_2 je regulární, tj. $\det A_2 \neq 0$.

$$\det A_2 = \det \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = 0 \cdot 1 - 2 \cdot 3 = -2 \neq 0. \quad (1.10)$$

Z rovnice 1.10 je patrné, že matice je regulární, tudíž lze vypočítat její inverzní matici, viz rovnice 1.11.

$$\text{inv}A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.11)$$

Vynásobením rovnice 1.9 rovnicí 1.11 zleva, vznikne rovnice 1.12.

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} T^2 + \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \right) y \\ & = \left(\begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 0 \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 8 \end{bmatrix} \right) u. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Úpravou 1.12 vznikne rovnice 1.13.

$$\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} T^2 + \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ 2 & 2,5 \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} 0,5 & \frac{11}{6} \\ 0,5 & 0,5 \end{bmatrix} \right) y = \left(\begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} 0,5 & \frac{11}{6} \\ 0,5 & 2,5 \end{bmatrix} \right) u. \quad (1.13)$$

Jelikož se jedná o dvě diferenciální rovnice druhého řádu (2x2), zavedou se čtyři stavové veličiny podle zásad, viz rovnice 1.14, a aplikací do rovnice 1.15

$$\begin{aligned} & \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} T^2 + \begin{bmatrix} p_{111} & p_{112} \\ p_{121} & p_{122} \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} p_{011} & p_{012} \\ p_{021} & p_{022} \end{bmatrix} \right) y \\ & = \left(\begin{bmatrix} q_{111} & q_{112} \\ q_{121} & q_{122} \end{bmatrix} T + \begin{bmatrix} q_{011} & q_{012} \\ q_{021} & q_{022} \end{bmatrix} \right) u. \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$x_1 = y_1,$$

$$x_2 = y_1' - q_{111}u_1 - q_{112}u_2,$$

$$x_3 = y_2,$$

$$x_4 = y_2' - q_{121}u_1 - q_{122}u_2. \quad (1.15)$$

Dosadí-li se do rovnice 1.15, vzniknou stavové veličiny, viz rovnice 1.16.

$$x_1 = y_1,$$

$$x_2 = y_1' - \frac{4}{3}u_1 + u_2,$$

$$x_3 = y_2,$$

$$x_4 = y_2' - u_1 - 3u_2. \quad (1.16)$$

Poté lze vytvořit kanonický tvar z diferenciálních rovnic 1.13, eventuálně 1.14 za pomoci derivace a postupným dosazováním, viz rovnice 1.17 (Balátě, 2003).

$$x_1' = y_1' = x_2 + q_{111}u_1 + q_{112}u_2,$$

$$\begin{aligned}
x'_2 &= y''_1 - q_{111}u'_1 - q_{112}u'_2 = -p_{111}y'_1 - p_{112}y'_2 - p_{011}y_1 - p_{012}y_2 + q_{011}u_1 + \\
q_{012}u_2 &= -p_{111}(x_2 + q_{111}u_1 + q_{112}u_2) - p_{112}(x_4 + q_{121}u_1 + q_{122}u_2) - p_{011}x_1 - \\
p_{012}x_3 + q_{011}u_1 + q_{012}u_2 &= -p_{011}x_1 - p_{111}x_2 - p_{012}x_3 - p_{112}x_4 + (-p_{111}q_{111} - \\
p_{112}q_{121} + q_{011})u_1 &+ (-p_{111}q_{112} - p_{112}q_{122} + q_{012})u_2, \\
x'_3 &= y'_2 = x_4 + q_{121}u_1 + q_{122}u_2, \\
x'_4 &= y''_2 - u'_1 - 3u'_2 = -p_{121}y'_1 - p_{122}y'_2 - p_{021}y_1 - p_{022}y_2 + q_{021}u_1 + q_{022}u_2 = \\
-p_{121}(x_2 + q_{111}u_1 + q_{112}u_2) - p_{122}(x_4 + q_{121}u_1 + q_{122}u_2) - p_{021}x_1 - p_{022}x_3 + \\
q_{021}u_1 + q_{022}u_2 &= -p_{021}x_1 - p_{121}x_2 - p_{022}x_3 - p_{122}x_4 + (-p_{121}q_{111} - p_{122}q_{121} + \\
q_{021})u_1 &+ (-p_{121}q_{112} - p_{122}q_{122} + q_{022})u_2. \tag{1.17}
\end{aligned}$$

Složky rovnice výstupu jsou $y_1 = x_1$ a $y_2 = x_3$. Rovnice 1.17 lze zapsat v maticovém tvaru:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -p_{011} & -p_{111} & -p_{012} & -p_{112} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -p_{021} & -p_{121} & -p_{022} & -p_{122} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \\
+ \begin{bmatrix} q_{111} & q_{112} \\ -p_{111}q_{111} - p_{112}q_{121} + q_{011} & -p_{111}q_{112} - p_{112}q_{122} + q_{012} \\ q_{121} & q_{122} \\ -p_{121}q_{111} - p_{122}q_{121} + q_{021} & -p_{121}q_{112} - p_{122}q_{122} + q_{022} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \\
\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \tag{1.18}
\end{aligned}$$

Pro jednodušší a přehlednější zapsání výsledných stavových rovnic bude použit maticový zápis 1.18 pro modelový příklad, viz rovnice 1.19.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{11}{6} & -\frac{1}{6} & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & -1 \\ -\frac{1}{9} & -\frac{5}{3} \\ 1 & 3 \\ -\frac{14}{3} & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \\
\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \tag{1.19}
\end{aligned}$$

Výsledná rovnice 1.19 odpovídá formálnímu maticovému zápisu:

$$x' = Ax(t) + Bu(t),$$

$$y = \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t). \quad (1.20)$$

kde $x(t)$ – vektor stavových veličin,

$u(t)$ – vektor vstupu,

$y(t)$ – vektor výstupu,

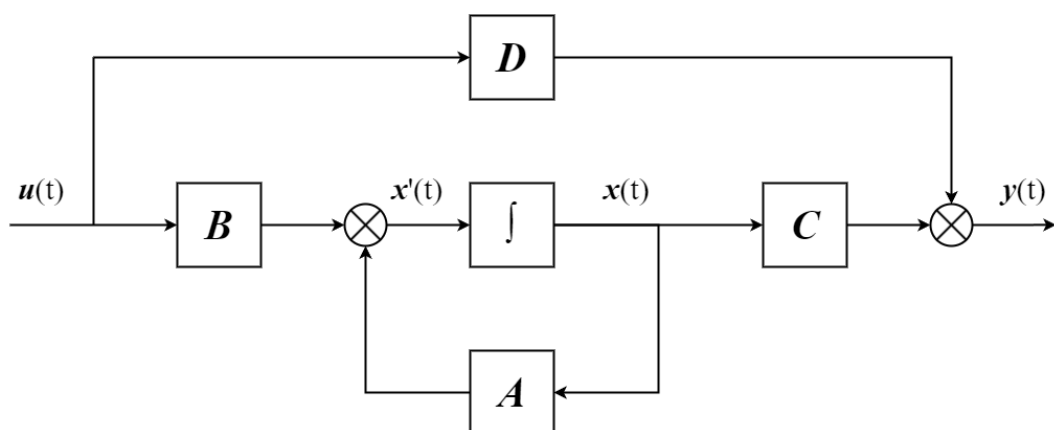
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \text{ – matice systému (n x n),}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix} \text{ – matice vstupu (n x m),}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1} & c_{r2} & \dots & c_{rn} \end{bmatrix} \text{ – matice stavu (r x n),}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{r1} & d_{r2} & \dots & d_{rm} \end{bmatrix} \text{ – matice vazeb vstupu na výstup (r x m),}$$

Struktura spojitého stavového popisu podle rovnice 1.20 je zobrazena na obr. 1.2.



Obr. 1.2 – Blokové schéma stavových rovnic spojitého systému

Stejně jako u vstupně – výstupního popisu lze i zde získat popis v diskrétní oblasti. Rozdíl oproti spojitě oblasti je ten, že se měří, odebírají vzorky jen v určitých časových

okamžicích k s periodou vzorkování T_s , kde $k \in T_s = \{0,1,2,3, \dots\}$) a hodnoty mezi vzorky nejsou zaznamenány. Systém je poté popsán rovnicemi 1.21

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{M}\mathbf{x}(k) + \mathbf{N}u(k), \\ \mathbf{y}(k) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}u(k). \end{aligned} \quad (1.21)$$

kde $\mathbf{x}(k)$ – vektor diskretních stavových veličin,

$u(k)$ – vektor diskretního vstupu,

$\mathbf{y}(k)$ – vektor diskretního výstupu,

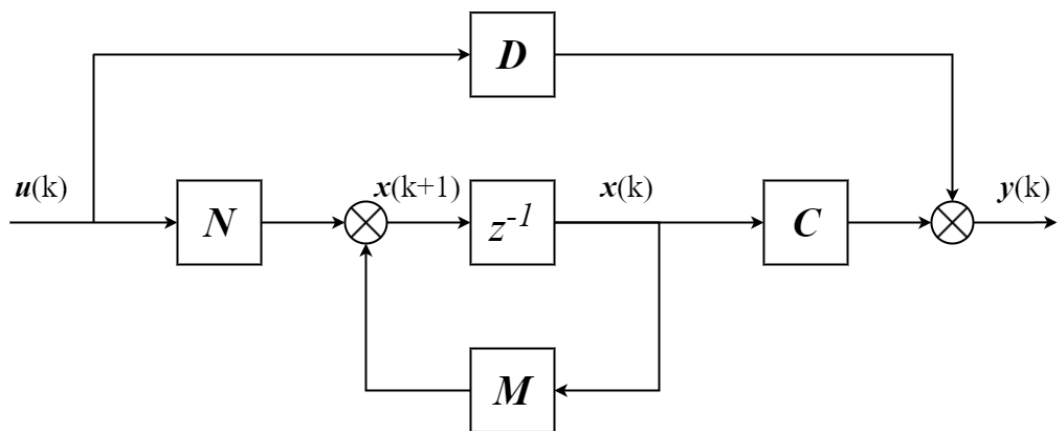
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \text{ – matice diskretních koeficientů } (n \times n),$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & \dots & n_{1m} \\ n_{21} & n_{22} & \dots & n_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{n1} & n_{n2} & \dots & n_{nm} \end{bmatrix} \text{ – matice vstupu } (n \times m),$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{r1} & c_{r2} & \dots & c_{rn} \end{bmatrix} \text{ – matice stavu } (r \times n),$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{r1} & d_{r2} & \dots & d_{rm} \end{bmatrix} \text{ – matice vazeb vstupu na výstup } (r \times m),$$

Struktura diskretního stavového popisu podle rovnice 1.21 je zobrazena na obr. 1.3.



Obr. 1.3 – Blokové schéma stavových rovnic diskretního systému

Z porovnání obrázků 1.2 a 1.3 je vidět, že rozdíl je v členu, který ve spojité oblasti je realizován integrátorem, zatímco v diskrétní oblasti je realizován zpožďovacím členem. Dále vzhledem k dynamickým vlastnostem vazby vstupu na výstup je vliv zanedbatelný a často se považuje za nulový, proto lze matici $\mathbf{D} = 0$, vypustit a psát pro spojitou oblast (Švarc, 2003):

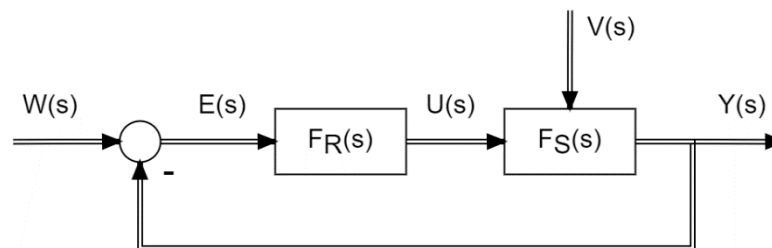
$$y(t) = \mathbf{C}x(t),$$

eventuálně pro diskrétní oblast:

$$y(k) = \mathbf{C}x(k).$$

1.2 ŘÍZENÍ VÍCEROZMĚRNÝCH SOUSTAV

Je-li vícerozměrný systém popsán vstupně – výstupním popisem, nebo stavovým popisem, lze soustavu řídit například vícerozměrným regulátorem s přenosem F_R a rozměrem $n_u \times n_y$, přičemž n_u je počet akčních veličin a n_y počet regulovaných veličin soustavy. Proto je možné regulační obvod nakreslit blokovým schématem obdobně jako pro jednorozměrnou soustavu, viz obr. 1.4.



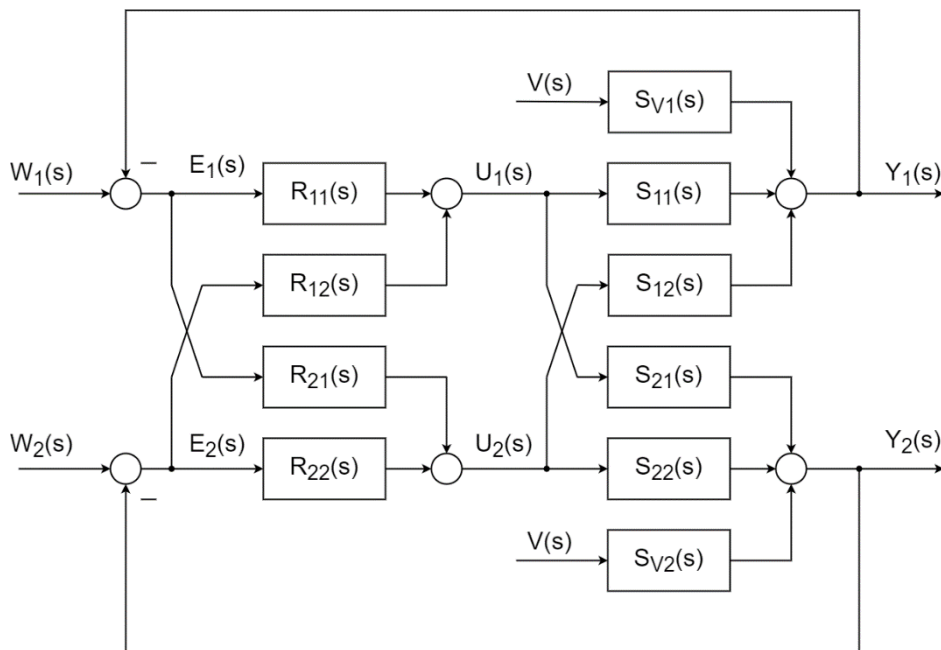
Obr. 1.4 – Blokové schéma vícerozměrného regulačního obvodu

Vícerozměrný regulátor obvykle nemá strukturu klasického PID regulátoru, ale uzpůsobenou pro dané, konkrétní řešení systému. Existuje spousta způsobů, jak řídit vícerozměrnou soustavu. Jako příklad lze uvést metodu RGA (Relative Gain Array), která je vhodná pro neoddělitelné systémy, dále MPC (Model Predictive Control) nebo využití neuronové sítě (Neural Network), (Woolf, 2009). Poslední dvě zmíněné metody jsou vhodné pro systémy, které nelze oddělit, tj. systém nelze rozdělit na jednotlivé jednorozměrné systémy s minimálním vlivem na ostatní systémy.

Regulátor lze navrhnout při znalosti přenosové matice soustavy F_S nebo stavového modelu, a také pro splnění podmínek autonomnosti, invariantnosti a stability. Autonomním

obvodem se označuje obvod, kde změna žádané veličiny na jednom vstupu vyvolává změnu regulované veličiny pouze jednomu odpovídajícímu výstupu. Invariantním obvodem se značí obvod s odstraněním vlivu poruch na regulované veličiny. Přičemž invariantnost se dělí na absolutně invariantní, kde je vliv poruchy zcela odstraněn a přibližně invariantní nebo invariantní do ε , kde porucha byla odstraněna částečně nebo s chybou ε (Švarc, 2003). Stabilitou obvodu se stejně jako u jednorozměrných soustav označuje stav, kdy regulovaná veličina se s rostoucím časem blíží k nule. Jinak řečeno, regulovaná veličina se ustálí.

Po definici autonomnosti, invariantnosti a stability je potřeba definovat vnitřní uspořádání vícerozměrného regulátoru. Uspořádání regulátoru je zobrazeno společně s dvourozměrnou regulovanou soustavou na obr. 1.5. Přenosy soustav S_{11} a S_{22} jsou ovlivňovány přímou, vlastní akční veličinou, zatímco přenosy soustav S_{12} a S_{21} jsou ovlivňovány křížovou, nevlastní akční veličinou. U přenosů regulátoru je to obdobné. Přenosy R_{11} a R_{22} jsou hlavní přenosy a přenosy R_{12} a R_{21} jsou přenosy vazebních členů. Na obr. 1.5 jsou rovněž zobrazeny poruchy V s přenosem S_{V1} a S_{V2} .



Obr. 1.5 – Dvourozměrný regulační obvod

Pro takový obvod tedy platí, pro obě regulované veličiny, rovnice 1.22. Pro jednoduchost zápisu bude vynechána komplexní proměnná u přenosů, vstupních a výstupních veličin.

$$Y_1 = E_1(R_{11}S_{11} + R_{21}S_{12}) + E_2(R_{12}S_{11} + R_{22}S_{12}) + VS_{V1},$$

$$Y_2 = E_1(R_{11}S_{21} + R_{21}S_{22}) + E_2(R_{12}S_{21} + R_{22}S_{22}) + VS_{V2}. \quad (1.22)$$

Při splnění autonomnosti lze získat dvě struktury zapojení regulátoru. Poněvadž regulační odchylky E_1 pro Y_2 a E_2 pro Y_1 musí být nulové, dostane se rovnice 1.23, ze které lze získat podmínky pro návrh vazebních členů, viz rovnice 1.24.

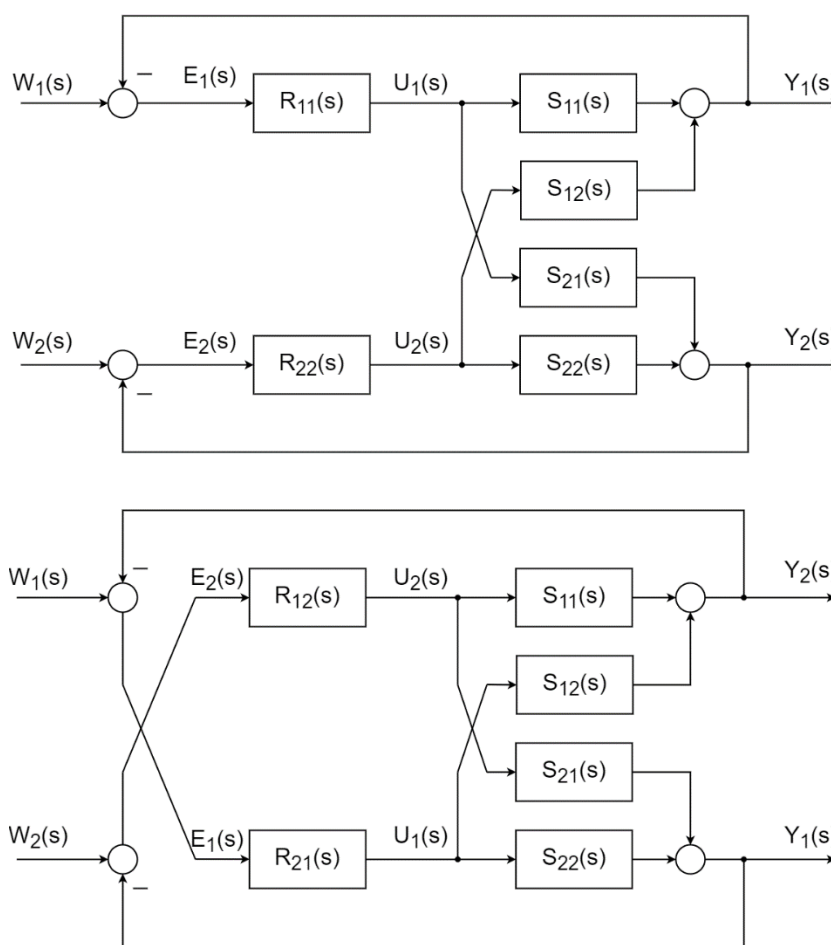
$$R_{12}S_{11} + R_{22}S_{12} = 0,$$

$$R_{11}S_{21} + R_{21}S_{22} = 0, \quad (1.23)$$

$$\frac{R_{12}}{R_{22}} = -\frac{S_{12}}{S_{11}},$$

$$\frac{R_{21}}{R_{11}} = -\frac{S_{21}}{S_{22}}, \quad (1.24)$$

Nejprve se tedy navrhnou hlavní regulátory na diagonále R_{11} , R_{22} , a poté se podle předchozí rovnice 1.24 navrhnu vazební regulátory R_{12} a R_{21} , které zajistí autonomnost.

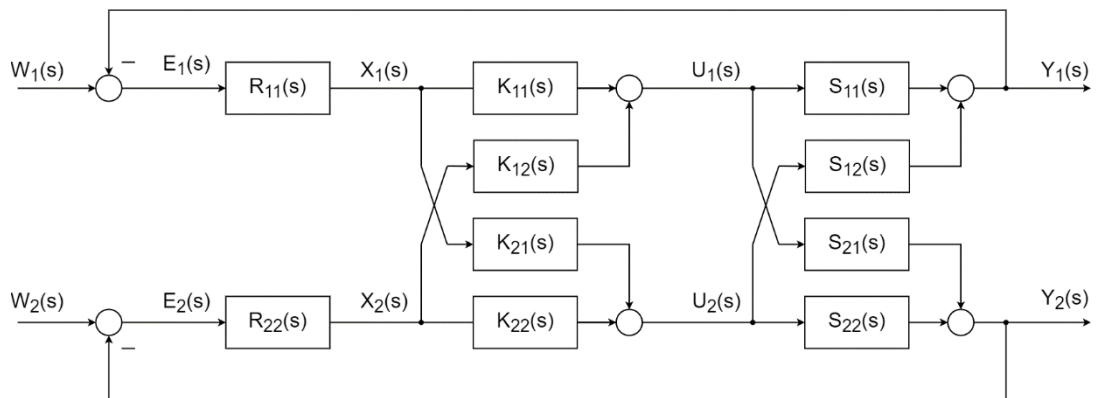


Obr. 1.6 – Souhlasné (nahore) a nesouhlasné (dole) uspořádání regulátoru dvourozměrné regulace

Vnitřní uspořádání regulátoru může být tedy se souhlasně zapojenými regulátory nebo s nesouhlasně zapojenými regulátory, viz obr. 1.6 (Balátě, 2003).

Z obr. 1.6 je zřejmé, že při souhlasně zapojenými regulátory jsou vazební regulátory R_{12} , R_{21} rovny nule, zatímco u nesouhlasně zapojených regulátorů jsou hlavní regulátory R_{11} a R_{22} rovny nule. Varianta se souhlasně zapojenými regulátory je více používaná, i když lze dokázat, že systém s nesouhlasně zapojenými regulátory má lepší stabilitu při velkém zesílení parazitních přenosů regulované soustavy. Způsobu řízení s využitím pouze regulátoru na diagonále se též říká decentralizované řízení (Balátě, 2003).

Pro zvýšení kvality regulace takového zapojení, lze kompenzovat vliv křížových vazeb vložením např. statického kompenzátoru K před regulovanou soustavu. Takový kompenzátor lze nastavit na zachování přenosů v přímých vazbách a nulování křížových vazeb, viz obr. 1.7.



Obr. 1.7 – Decentralizované řízení dvourozměrné soustavy s kompenzátořem

Tento kompenzátor vychází z matice zesílení řízené soustavy $F_S(s)$ tak, aby jeho součin s maticí zesílení kompenzátoru $F_K(s)$ byl ve tvaru jednotkové matice, viz rovnice 1.25.

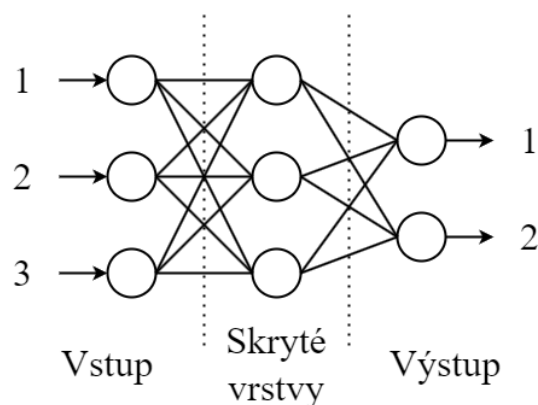
$$\underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}}_{F_S(s)} \underbrace{\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}}_{F_K(s)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.25)$$

Z rovnice 2.13 plyne, že zesílení kompenzátoru $F_K(s)$ musí být rovno inverzi zesílení soustavy $F_S(s)$, tj. rovnice 1.26.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (1.26)$$

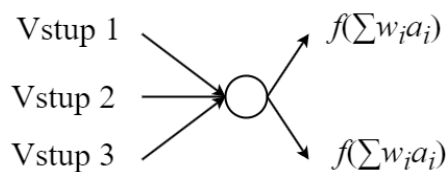
Takovéto zapojení nezajistí autonomnost v přechodových dějích, ale dojde ke zvýšení kvality regulačního pochodu. Pro další zlepšení bychom museli uvažovat dynamický kompenzátor nebo vícerozměrný regulátor místo jednotlivých regulátorů na jednotlivých větvích.

Dalším způsobem řízení je využití neuronové sítě, která se považuje za jednu z nejpřesnějších a nejuniverzálnějších metod. Neuronová síť pracuje na způsobu ukládání, analýze a identifikaci vzorců v datech prováděním učení. Proces probíhá tak, že neuron vypočte výstup jako sigmoidní (nelineární) funkci, která je součtem vstupů s různým ohodnocením neboli váhou. Takový výstup může být poslán do dalšího neuronu, kde se proces opakuje nebo je poslán do vícerozměrného systému. Struktura neuronové sítě je na obr. 1.8 (Woolf, 2009).



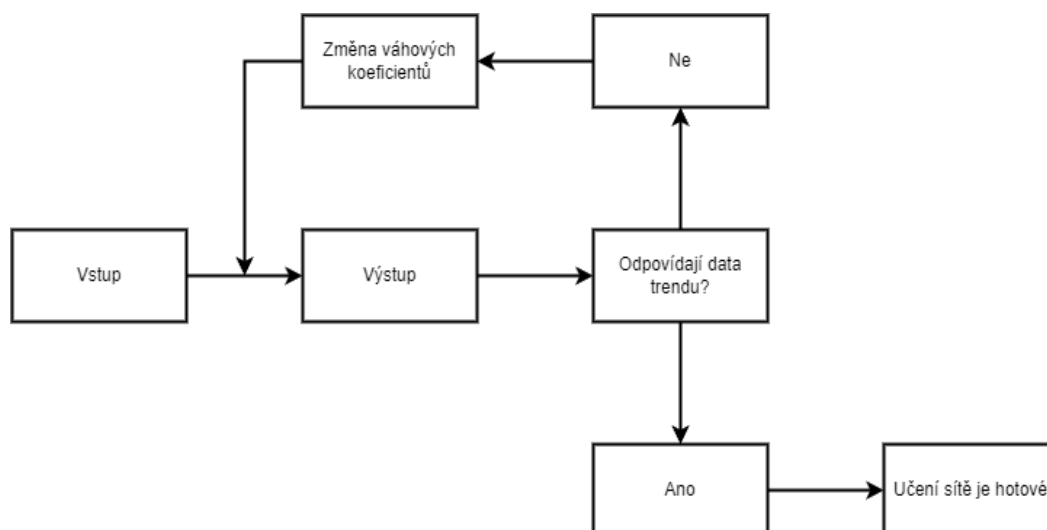
Obr. 1.8 – Struktura neuronové sítě

Na obr. 1.9 je zobrazen neuron se třemi vstupy a dvěma výstupy, kde je vidět jeho výstup ve formě sigmoidní funkce jako sumy váhových koeficientů w_i a vstupů a_i .



Obr. 1.9 – Neuron

Výhodou této metody je již zmíněné učení. Toto učení zahrnuje určení vah parametrů pro přesnější popis systému a regulaci. Schéma učení je zobrazeno na obr. 1.10.



Obr. 1.10 – Učení neuronové sítě

Mezi další výhody patří detekce velmi složitých nelineárních vztahů mezi vstupy a výstupy, využití široké škály funkcí k aproximaci dat a při programování není třeba předpokládat základní rozložení vstupních dat. Mezi nevýhody patří obtížný návrh sítě (optimální počet uzlů, skrytých vrstev, sigmoidní funkci), není vidět dovnitř sítě, tudíž je obtížné najít chybu a v neposlední řadě špatná natrénovanost sítě.

1.3 PREDIKTIVNÍ ŘÍZENÍ VÍCEROZMĚRNÝCH SOUSTAV

1.3.1 Historie

Lineární PID regulátory používané v technologiích elektrických pohonů byly zpočátku velmi často realizovány pomocí operačních zesilovačů a využívali regulační odchylku pro

generování akčního zásahu. Tento typ regulátoru neobsahuje znalost regulované soustavy, která je potřeba jen pro návrh a nastavení PID regulátoru. Ovšem vzhledem k levným a dostupným mikropočítačům a číslicovým regulátorům vznikla myšlenka předem vypočítávat chování, respektive stav regulované soustavy z matematického modelu a využít je pro optimální nastavení akčního zásahu. Toto byl zrod prediktivního neboli předpočítaného řízení (Linder, 2012).

První nápady na metody prediktivního řízení byly publikovány v šedesátých letech dvacátého století. V dalším desetiletí byl poměrně klid, zlom přišel v osmdesátých letech, kdy bylo vyvinuto spousta algoritmů prediktivního řízení, např. Direct Torque Control (DTC) nebo Predictive Current Control. V devadesátých letech bylo publikováno spousta dalších metod, které ovšem nejsou natolik inovativní a jedná se spíše o vylepšení nebo kombinaci starších metod (Linder, 2012).

1.3.2 Prediktivní řízení založené na modelu – MPC

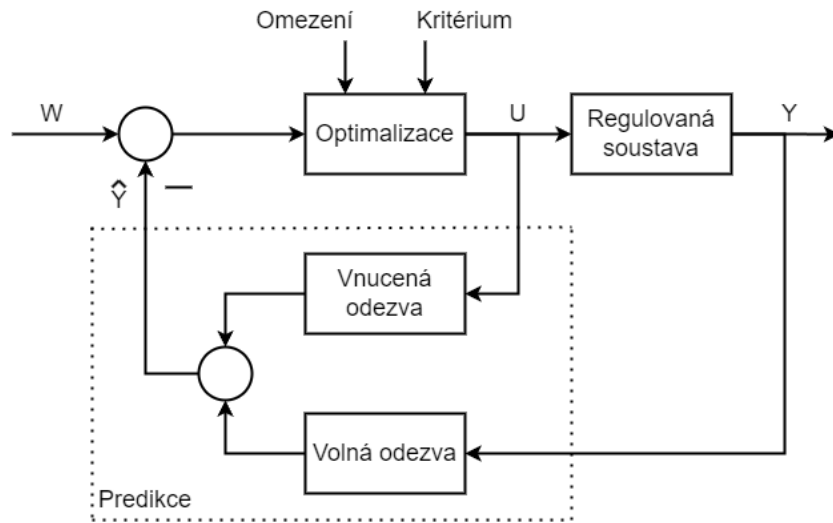
Prediktivní řízení založené na modelu, anglicky Model-based predictive control zkráceně MPC, je jedna ze tří kategorií dělení podle principu výpočtu. Další metoda je založena na hysterezi předpokladu pohybu systému (Hysteresis-based predictive control) a druhá metoda je založena na trajektorii předpokladu pohybu systému (Trajectory-based predictive control). Obě tyto metody používají aktuální výstup (stav) systému k výpočtu budoucího výstupu. Minulé stavy se u těchto metod neberou explicitně v potaz, jsou skryté v aktuální hodnotě výstupu. Oproti tomu je metoda MPC založená na jiných myšlenkách. Metoda MPC je schopna pracovat s minulými stavy a využít je k optimalizaci budoucích akčních zásahů. Další výhodou této metody oproti dvěma předešlým metodám je tzv. vidění do budoucna o více než jeden krok. Jinak řečeno, je zde využit horizont řízení. Proto je tato metoda používána především pro stavové řízení (Linder, 2012).

Výhodami MPC jsou snadno realizovatelné řízení vícerozměrné soustavy, omezení soustav mohou být zahrnuty do modelu, filtrace měřených veličin s fázovým posunem lze také zahrnout do modelu a je možná i automatická identifikace parametrů modelu.

1.3.3 Funkce MPC

Princip funkce MPC je znázorněn na obr. 1.11, kde blok predikce je složen z volné a vnucené odezvy. Volná odezva představuje očekávané chování výstupu systému $y(t + j)$

s předpokladem, že budoucí akční zásahy budou nulové. Vnucená odezva představuje sadu předem vypočítaných akčních zásahů $\mathbf{u}(t + j)$.



Obr. 1.11 – Funkce MPC

U lineárních systémů může být budoucí chování (celková odezva) určeno jako součet volné a vnucené odezvy s využitím principu superpozice. Tento součet je předem vypočítán na predikčním horizontu N_p . Další informaci, kterou MPC využívá je skutečný výstup systému, kde jeho rozdíl s predikovaným výstupem dává chybu predikce. Tato chyba je společně s omezeními a typem kritéria použita v optimalizačním algoritmu pro výpočet budoucích akčních zásahů $\mathbf{u}(t + j)$.

Kdyby tedy nebylo využito minulých výstupů jednalo by se pouze o dopředné řízení, tj. otevřený regulační obvod. Tudíž s využitím minulosti se jedná o zpětnovazební regulaci, tj. uzavřený regulační obvod.

1.3.4 Modely MPC

Volba matematického modelu je vedle volby účelové funkce jedna z nejdůležitějších částí MPC. Lze řídit spojitě systémy a vytvořit model v časové nebo Laplaceově oblasti. Oproti tomu jsou častěji využívány systémy popsány diskrétně nebo jsou spojitě systémy převedeny do diskrétní oblasti. Tím ovšem odpadá možnost využití Laplaceovy transformace a zůstává diskretizace časové oblasti vzorkováním času $t = kT_s$, kde T_s je perioda vzorkování a $k \in \mathbb{N}$. Dále k převodu do diskrétní oblasti lze využít Z – transformaci podle knihoven obrazů známých funkcí.

Nejjednodušším způsobem získání diskrétního modelu je převod spojitého stavového modelu na diskrétní, viz rovnice 1.27. Jak již bylo řečeno v přechodících kapitolách, tak stavový model je vhodný pro jednorozměrné, tak i vícerozměrné soustavy. Proto bude použit i v experimentální části práce.

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (1.27)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k)$$

kde \mathbf{A} – stavová matice,

\mathbf{B} – matice vstupu,

\mathbf{C} – matice výstupu,

\mathbf{D} – dopředná matice,

$\mathbf{x}(k)$ – vektor stavu,

$\mathbf{u}(k)$ – vektor vstupu,

$\mathbf{y}(k)$ – vektor výstupu.

Dále jsou tu modely pro časově proměnné nebo neznámé systémy. Tzv. adaptivní modely, které se někdy nazývají online modely a pracují s estimací (odhadem) modelu v reálném čase. Pro tyto účely je stavový popis nevhodný a je využit model založen na přenosové funkci systému.

Mezi takové modely se řadí např. AutoRegressive model AR, rovnice 1.28.

$$A(z^{-1})y(k) = \xi(k) \quad (1.28)$$

kde $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}$ – polynom jmenovatele systému,

$y(k)$ – výstup systému,

$\xi(k)$ – šum nebo porucha,

Když nelze $\xi(k)$ určit nebo změřit je použit bílý nebo barevný šum. Dále lze jmenovat variace tohoto modelu jako jsou IAR, ARMA, ARIMA, ARMAX/CARMA. Tyto modely jsou vhodné především pro jednorozměrné soustavy.

Pro vícerozměrné soustavy je vhodný model ARIMAX/CARIMA, AutoRegressive Integrated Moving Average model with eXogenous inputs/Controlled AutoRegressive

Integrated Moving Average. Jedná se o rozšíření modelu ARIMA o přídavné vstupní proměnné a je popsán rovnicí 1.29 pro jednorozměrný systém.

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k - d) + C(z^{-1})\frac{\xi(k)}{\Delta} \quad (1.29)$$

kde $A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}$ – polynom jmenovatele systému,

$B(z^{-1}) = 1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m}$ – polynom čitatele systému,

$C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_lz^{-l}$ – polynom čitatele poruch,

$y(k)$ – výstup systému,

$u(k - d)$ – opožděný vstup systému o hodnotu d ,

$\xi(k)$ – šum nebo porucha,

$\Delta = 1 - z^{-1}$ – přírůstek šumu.

Rozšířením rovnice 1.29 na vícerozměrný systém vznikne rovnice 1.30, kde rozměry matic systému $A(z^{-1})$ jsou $n \times n$, $B(z^{-1})$ jsou $n \times m$, rozměry matice šumu $C(z^{-1})$ jsou $n \times n$ a vektor šumu $\xi(k)$ je $n \times 1$.

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k - 1) + C(z^{-1})\frac{\xi(k)}{\Delta} \quad (1.30)$$

kde $A(z^{-1}) = I + A_1z^{-1} + A_2z^{-2} + \dots + A_nz^{-n}$ – polynom jmenovatele systému,

$B(z^{-1}) = I + B_1z^{-1} + B_2z^{-2} + \dots + B_mz^{-m}$ – polynom čitatele systému,

$C(z^{-1}) = I + C_1z^{-1} + C_2z^{-2} + \dots + C_lz^{-l}$ – polynom čitatele poruch,

$\Delta = 1 - z^{-1}$ – přírůstek šumu.

V případě, že $\xi(k)$ představuje bílý šum, je polynom čitatele poruch $C(z^{-1}) = I$, tudíž lze rovnici 1.30 zapsat bez použití tohoto polynomu.

Model CARIMA je často použit s regulátorem Generalized predictive control GPC, který využívá analytické řešení účelové funkce a nebere v úvahu poruchy nebo omezení systému (Linder, 2009).

1.3.5 Účelová funkce – kritérium

K výpočtu kritéria se využívá kvadratická účelová funkce složená ze sum kvadrátu chyby predikce a kvadrátu změn akčního zásahu. Toto kritérium je poté využito k výpočtu aktuálního akčního zásahu. Oba kvadráty jsou penalizovány, tj. jejich vliv je určen vahou. Tento

vliv může být konstantní pro celý horizont, nebo např. pro bližší údaje vyšší a vzdálenější údaje nemusí mít takový vliv. Dalším rozdílem je rozložení penalizace, kde se často využívá rozložení na hlavní diagonále matice a okolo jsou penalizace nulové. Může být okolí i nenulové. I když lze nastavit různé váhy, nejčastějším způsobem se rovnají jedné na hlavní diagonále a okolo jsou nulové. Volbou penalizace se tudíž volí, jak bude regulátor reagovat na změny. Tudíž jestli regulační pochod bude agresivnější, rychlejší, anebo pomalejší, zato robustnější. Dále se v kritériu objevují horizonty sledování žádané hodnoty a řízení. Horizont sledování žádané hodnoty značí, kolik kroků dopředu, výpočtů je provedeno, tzv. jak daleko regulátor sleduje žádanou hodnotu. Horizont řízení zase ukazuje, kolik akčních zásahů vypočítává dopředu (Honc, 2022). Kritérium pro vícerozměrný systém je dáno vztahem

$$J = \sum_{i=1}^{ny} \sum_{j=1}^{N_2} r_{ij} (\hat{y}_i(k+j) - w_i(k+j))^2 + \sum_{i=1}^{nu} \sum_{j=1}^{N_u} q_{ij} \Delta u_i(k+j-1)^2, \quad (1.31)$$

kde $\hat{y}_i(k+j)$ – predikovaný výstup,

$w_i(k+j)$ – žádaná hodnota,

$\Delta u_i(k+j-1)$ – změna akčního zásahu,

r_{ij} – penalizace chyby predikce,

q_{ij} – penalizace změn akčního zásahu,

ny – počet výstupů,

N_2 – horizont sledování žádané hodnoty,

nu – počet vstupů,

N_u – horizont řízení.

Kritérium 1.31 lze zapsat i v maticové podobě, dané vztahem

$$J = (\mathbf{Y} - \mathbf{W})^T \mathbf{R} (\mathbf{Y} - \mathbf{W}) + \mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{U}, \quad (1.32)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}(k+1) \\ \hat{\mathbf{y}}(k+2) \\ \hat{\mathbf{y}}(k+3) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}(k+N_2) \end{bmatrix}, \quad (1.33)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k+1) = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(k+1) \\ \hat{y}_2(k+1) \\ \hat{y}_3(k+1) \\ \vdots \\ \hat{y}_{n_y}(k+1) \end{bmatrix}, \quad (1.34)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}(k+1) \\ \mathbf{w}(k+2) \\ \mathbf{w}(k+3) \\ \vdots \\ \mathbf{w}(k+N_2) \end{bmatrix}, \quad (1.35)$$

$$\mathbf{w}(k+1) = \begin{bmatrix} w_1(k+1) \\ w_2(k+1) \\ w_3(k+1) \\ \vdots \\ w_{n_y}(k+1) \end{bmatrix}, \quad (1.36)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \Delta \mathbf{u}(k+1) \\ \Delta \mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(k+N_u-1) \end{bmatrix}, \quad (1.37)$$

$$\Delta \mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} \Delta u_1(k) \\ \Delta u_2(k) \\ \Delta u_3(k) \\ \vdots \\ \Delta u_{n_u}(k) \end{bmatrix}, \quad (1.38)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{r}_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{r}_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{r}_{N_2} \end{bmatrix}, \quad (1.39)$$

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_{21} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & r_{31} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_{n_y1} \end{bmatrix}, \quad (1.40)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{q}_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{q}_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{q}_{N_u} \end{bmatrix}, \quad (1.41)$$

$$\mathbf{q}_1 = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_{21} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & q_{31} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{nu1} \end{bmatrix}, \quad (1.42)$$

kde $\hat{y}_i(k+j)$ – predikovaný výstup,
 $w_i(k+j)$ – žádaná hodnota,
 $\Delta u_i(k+j-1)$ – změna akčního zásahu,
 r_i – penalizace chyby predikce,
 q_i – penalizace změn akčního zásahu,
 ny – počet výstupů,
 N_2 – horizont sledování žádané hodnoty,
 nu – počet vstupů,
 N_u – horizont řízení.

1.3.6 Prediktor pro stavový popis

Výpočet stavového prediktoru vychází z rovnice 1.27 s nulovou maticí $\mathbf{D} = 0$. Před model soustavy se vstupem $\mathbf{u}(k)$ se předradí sumátor se vstupem $\mathbf{u}(k-1)$. Ten pomůže počítat se změnami vstupu $\Delta \mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1)$ a stane i dalším stavem. Chyby predikce se neberou v úvahu na úrovni modelu pro odvození predikčních rovnic, ale při odhadu stavu. Rozšířený stavový popis je dán vztahem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_p(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0}_{nu \times nx} & \mathbf{I}_{nu \times nu} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_p(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{I}_{nu \times nu} \end{bmatrix}}_{\mathbf{N}} \Delta \mathbf{u}(k), \quad (1.43)$$

$$\mathbf{y}(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0}_{ny \times nu} \end{bmatrix}}_{\mathbf{O}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_p(k)},$$

kde $\mathbf{x}_p(k)$ – rozšířený vektor stavů,
 \mathbf{M} – rozšířená matice stavů,
 \mathbf{N} – rozšířená matice vstupů,

O – rozšířená matice výstupů,

ny – počet výstupů,

nu – počet vstupů,

nx – počet stavů.

Rozšířený stavový popis 1.43 lze tedy psát ve tvaru

$$\mathbf{x}_p(\mathbf{k} + 1) = \mathbf{M}\mathbf{x}_p(\mathbf{k}) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k), \quad (1.44)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{O}\mathbf{x}_p(k).$$

Jednokroková predikce stavu \mathbf{x}_p a výstupu $\hat{\mathbf{y}}$ je dána

$$\mathbf{x}_p(k + 1) = \mathbf{M}\mathbf{x}_p(k) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k), \quad (1.45)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k + 1) = \mathbf{O}\mathbf{x}_p(k + 1) = \mathbf{O}\mathbf{M}\mathbf{x}_p(k) + \mathbf{O}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k).$$

Dvoukroková predikce stavu \mathbf{x}_p a výstupu $\hat{\mathbf{y}}$ je dána

$$\mathbf{x}_p(k + 2) = \mathbf{M}\mathbf{x}_p(k + 1) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + 1) = \mathbf{M}^2\mathbf{x}_p(k) + \mathbf{M}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + 1), \quad (1.46)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k + 2) = \mathbf{O}\mathbf{x}_p(k + 2) = \mathbf{O}\mathbf{M}^2\mathbf{x}_p(k) + \mathbf{O}\mathbf{M}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{O}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + 1).$$

Tříkroková predikce stavu \mathbf{x}_p a výstupu $\hat{\mathbf{y}}$ je dána

$$\mathbf{x}_p(k + 3) = \mathbf{M}\mathbf{x}_p(k + 2) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + 2) = \mathbf{M}^3\mathbf{x}_p(k) + \mathbf{M}^2\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{M}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + 1) + \mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + 2), \quad (1.47)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k + 3) = \mathbf{O}\mathbf{x}_p(k + 3) = \mathbf{O}\mathbf{M}^3\mathbf{x}_p(k) + \mathbf{O}\mathbf{M}^2\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k) + \mathbf{O}\mathbf{M}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + 1) + \mathbf{O}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + 2).$$

Obecný tvar predikce stavu \mathbf{x}_p a výstupu $\hat{\mathbf{y}}$ je dána

$$\mathbf{x}_p(k + j) = \mathbf{M}^j\mathbf{x}_p(k) + \sum_{i=0}^{j-1} \mathbf{M}^{j-i-1}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + i), \quad (1.48)$$

$$\hat{\mathbf{y}}(k + j) = \mathbf{O}\mathbf{M}^j\mathbf{x}_p(k) + \sum_{i=0}^{j-1} \mathbf{O}\mathbf{M}^{j-i-1}\mathbf{N}\Delta\mathbf{u}(k + i).$$

Predikci lze zapsat v maticovém tvaru 1.49, z něhož lze zapsat rovnici prediktoru 1.50, která se skládá ze součtu vnučené a volné odezvy.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}(k+1) \\ \hat{\mathbf{y}}(k+2) \\ \hat{\mathbf{y}}(k+3) \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{y}}(k+N_2) \end{bmatrix}}_Y = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{ON} & \mathbf{0}_{ny \times nu} & \mathbf{0}_{ny \times nu} & \cdots & \mathbf{0}_{ny \times nu} \\ \mathbf{OMN} & \mathbf{ON} & \mathbf{0}_{ny \times nu} & \cdots & \mathbf{0}_{ny \times nu} \\ \mathbf{OM}^2 N & \mathbf{OMN} & \mathbf{ON} & \cdots & \mathbf{0}_{ny \times nu} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{OM}^{N_2-1} N & \mathbf{OM}^{N_2-2} N & \mathbf{OM}^{N_2-3} N & \cdots & \mathbf{OM}^{N_2-N_u} N \end{bmatrix}}_G \cdot$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \Delta \mathbf{u}(k+1) \\ \Delta \mathbf{u}(k+2) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(k+N_u-1) \end{bmatrix}}_U + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{OM} \\ \mathbf{OM}^2 \\ \mathbf{OM}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{OM}^{N_2} \end{bmatrix}}_{F_p} \mathbf{x}_p(k), \quad (1.49)$$

$$Y = \underbrace{GU}_{\text{vnucená odezva}} + \underbrace{F_p \mathbf{x}_p(k)}_{\text{volná odezva } f} = GU + f. \quad (1.50)$$

Dosažením rovnice 1.50 do kritéria z rovnice 1.32, získá se rovnice ve tvaru 1.51.

$$\begin{aligned} J &= (GU + f - W)^T R (GU + f - W) + U^T QU = \\ &= (G^T U^T + f^T - W^T) R (GU + f - W) + U^T QU = \\ &= U^T G^T R GU + U^T G^T R f - U^T G^T R W + f^T R GU + f^T R f - f^T R W - W^T R GU - \\ &\quad - W^T R f + W^T R W + U^T QU = \\ &= U^T \underbrace{(G^T R G + Q)}_H U + U^T \underbrace{G^T R (f - W)}_g + \underbrace{(f - W)^T R G U}_{g^T} + \underbrace{(f - W)^T R (f - W)}_k \end{aligned} \quad (1.51)$$

Za předpokladu, že $R^T = R$, když R je symetrická lze rovnici 1.51 zapsat ve tvaru 1.52.

$$J = U^T H U + 2g^T U + k, \quad (1.52)$$

Rovnice 1.52 má kvadratický tvar a lze ji řešit pomocí kvadratického programování s možností uvažování omezení, anebo neuvažovat omezení a řešit pomocí vektorové derivace. Jednotlivá řešení vektorové derivace jsou uvedena vztahy 1.53 až 1.55.

$$\frac{dU^T H U}{dU} = 2H U, \quad (1.53)$$

kde H – Hessian.

$$\frac{dg^T U}{dU} = g, \quad (1.54)$$

kde g – gradient.

$$\frac{dJ}{dU} = 2H U + 2g = 0, \quad (1.55)$$

Úpravou rovnice 1.55 lze získat vztah pro výpočet akčních zásahů 1.56

$$\mathbf{U} = -\mathbf{H}^{-1}\mathbf{g} = (\mathbf{G}^T\mathbf{R}\mathbf{G} + \mathbf{Q})^{-1}\mathbf{G}^T\mathbf{R}(\mathbf{W} - \mathbf{F}_p\mathbf{x}_p(k)) = \mathbf{L}(\mathbf{W} - \mathbf{F}_p\mathbf{x}_p(k)) \quad (1.56)$$

Z rovnice 1.56 lze vytáhnout vztah 1.57 pro aktuální akční zásah

$$\Delta\mathbf{u}(k) = \mathbf{K}(\mathbf{W} - \mathbf{F}_p\mathbf{x}_p(k)) \quad (1.57)$$

kde \mathbf{K} – nu prvních řádků matice \mathbf{L} .

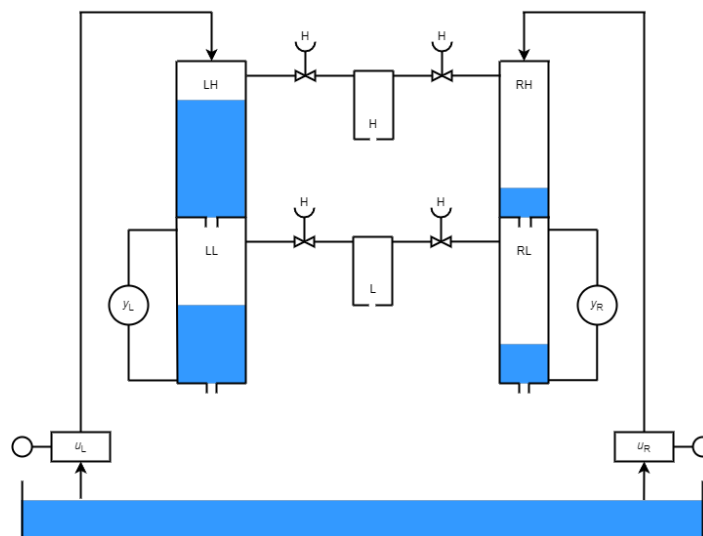
2 PRAKTICKÁ ČÁST

2.1 HYDRAULICKO-PNEUMATICKÁ SOUSTAVA

Pro porovnání PID a prediktivního regulátoru byla vybrána laboratorní hydraulicko-pneumatická soustava, kterou navrhli a zkonstruovali na Katedře řízení procesů Univerzity Pardubice. Jedním z důvodů k realizaci soustavy bylo sestavení vícerozměrného modelu z průmyslového prostředí pro nasazení vícerozměrného řízení. Dalšími důvody bylo vytvoření levného, snadno ovladatelného a opravitelného zařízení s dynamikou vyššího řádu, rozměrově a hmotnostně přijatelnou konstrukcí, tak aby se dala přenášet a podobně (Automa, 2016).

2.1.1 Popis soustavy

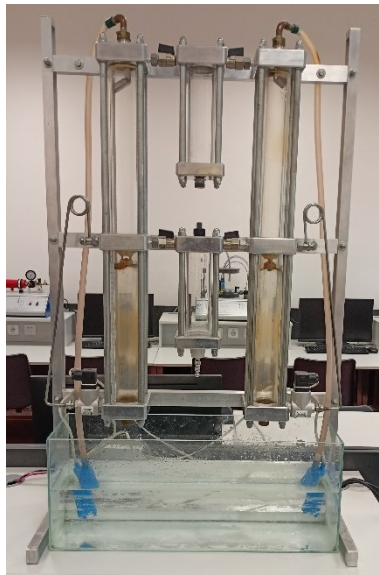
Laboratorní soustava zahrnuje kombinaci hydraulických a pneumatických prvků. Soustava je tvořena celkem pěti hydraulickými nádržemi, přičemž jedna slouží jako zásobník kapaliny. Dále je složena ze dvou dvojic nádrží, kde dvojice je spojena nad sebou. Poté je soustava složena ze dvou pneumatických nádrží připojených pomocí ventilů.



Obr. 2.1 – Schéma hydraulicko-pneumatické soustavy (HPS)

Schéma soustavy je zobrazeno na obr. 2.1. Dvojice hydraulických nádrží jsou stejně vysoké, ale levá dvojice má větší průměr než pravá dvojice. Ze zásobníku vespod je čerpána kapalina dvěma čerpadly do horních hydraulických nádrží. Kapalina protéká clonkami na dnech

horních nádrží do dolních nádrží, ze kterých vytéká stejným způsobem zpátky do zásobníku. Levé a pravé nádrže jsou propojeny dvěma pneumatickými nádržemi „vzdušníky“, které jsou připojeny na vrchu horní a dolní nádrže. Tyto vzdušníky jsou uzavřeny a odděleny od atmosféry. Jejich jediné propojení s atmosférou je pomocí clonky na dně. Funkcí těchto vzdušníků je vytvoření křížových vazeb a kdyby byly vzdušníky uzavřeny přes ventily, soustava by se změnila na dvě jednorozměrné soustavy. Poslední částí soustavy je měření hladin dolních nádrží, které je realizováno nepřímo diferenčními snímači tlaku. Reálná soustava je zobrazena na obr. 2.2.



Obr. 2.2 – Hydraulicko-pneumatická soustava

2.1.2 Chování soustavy

Při změně průtoku jednoho z čerpadel se změní výška hladiny nejen v nádrži na výpusti čerpadla, ale změní se i výška hladiny sousední nádrže. Tato vazba je způsobena uzavřeným pneumatickým objemem ve vzdušniku, kde dojde ke změně tlaku. Tlak ve vzdušniku se postupně vyrovnává s atmosférickým tlakem přes clonku, tudíž přechodový děj, křížová vazba má pouze dynamický charakter a postupně odezní. Po odeznění křížové vazby se vrátí původní výška hladiny sousední nádrže. Změnou průřezu těchto clonek ve vzdušnicích, a také mírou uzavření ventilů lze konfigurovat chování soustavy, přičemž menší průměr otvoru má větší zesílení, ale delší časovou konstantu.

2.1.3 Připojení soustavy

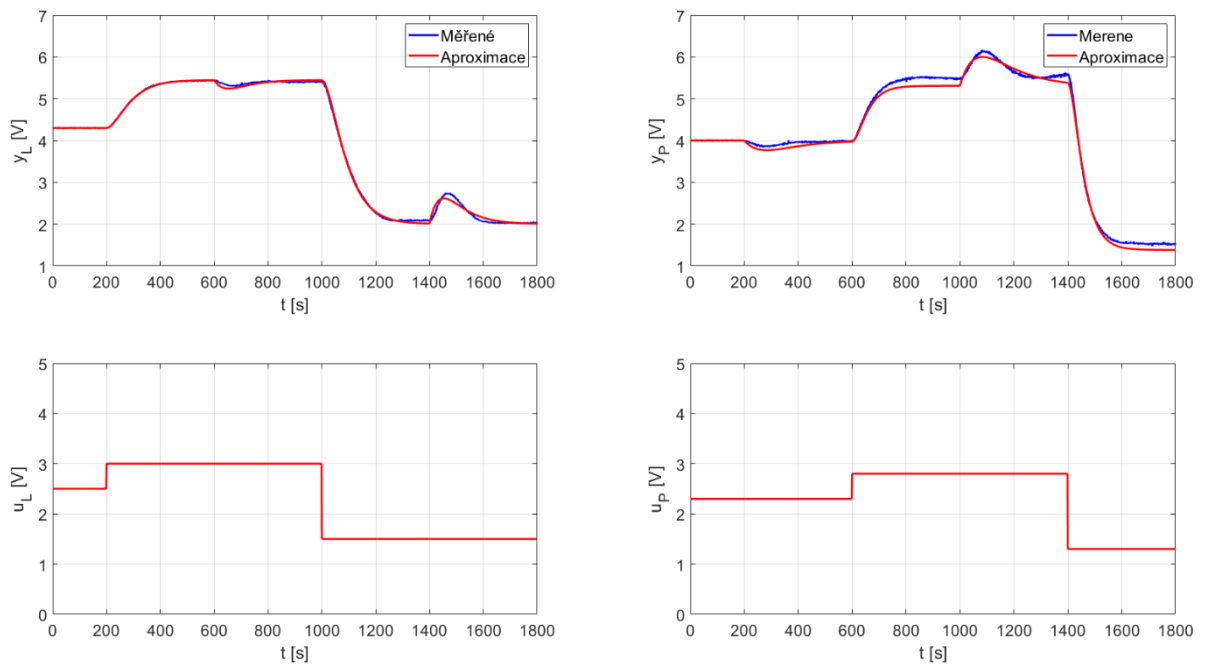
Průtoky čerpadel jsou ovládány vstupním napětím v rozsahu 0 až 10 V, který je následně ve výkonových členech převeden na rozsah 4 až 10 V. Výstup snímačů tlaků je uveden ve formě napěťového signálu v rozsahu 0 až 10 V. Tudíž z hlediska technického připojení je třeba generovat dva analogové napěťové signály a měřit dva analogové napěťové signály. Tyto signály jsou připojeny na akviziční kartu. Programové připojení akviziční karty je řešeno prostředím Matlab a jeho rozšířením Real Time Toolbox (Honc, 2012).

2.1.4 Identifikace a modelování soustavy

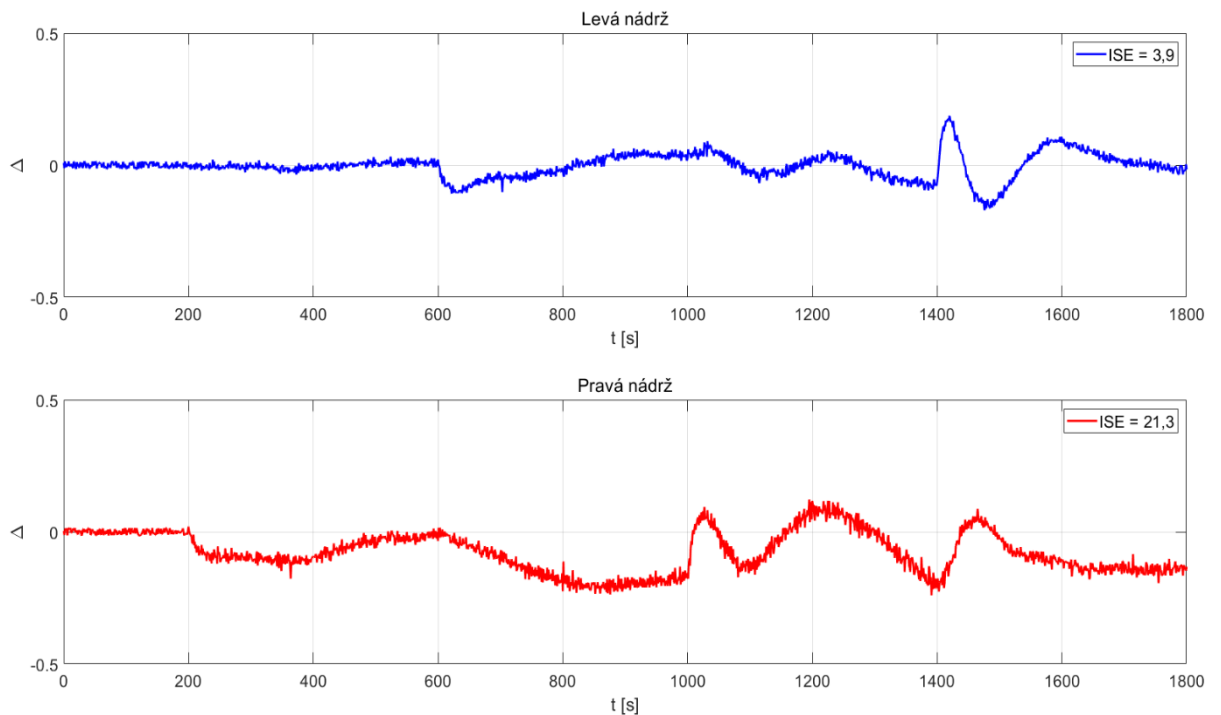
Identifikace soustavy byla provedena experimentálním přístupem tak, že byl zvolen pracovní bod v levé a pravé nádrži tak, aby hladina dolních nádrží byla přibližně uprostřed. To bylo provedeno skokovou změnou napětí na čerpadlech a počkáním do ustálení. Po nalezení pracovních bodů, uvedených v tab. 2.1, a ustálení hladin byla změřena odezva na akční veličinu v podobě napětí na čerpadlech. Průběh akční veličiny z čerpadla pro levou nádrž se v čase 200 s z nulové hodnoty skokově změní o $+0,5 V$, v čase 1000 s se akční veličina skokově změní o $-1 V$ a setrvá v něm do konce experimentu. Průběh akční veličiny z čerpadla pro pravou nádrž je obdobný, jen je časově posunutý, aby byly dobře vidět křížové vazby. Tudíž skoková změna z nuly o $+0,5 V$ nastává v čase 600 s a skoková změna o $-1 V$ nastává v čase 1400 s. Průběhy odezev na akční veličinu a aproximace průběhů soustav jsou zobrazeny na obr. 2.3 a na obr. 2.4 je zobrazena chyba aproximace levé i pravé nádrže, přičemž je vidět, že pravá nádrž byla aproximována s větší chybou.

Tab. 2.1 – Pracovní body HPS

Pracovní bod	Vstup u [V]	Výstup y [V]
Levá nádrž	2,5	4,3
Pravá nádrž	2,3	4



Obr. 2.3 – Odezvy levé a pravé nádrže na akční veličinu s aproximací soustavy



Obr. 2.4 – Chyba aproximace levé a pravé nádrže

Z obr. 2.3 je vidět, že při skokové změně nahoru, druhá nádrž reaguje poklesem hladiny, zatímco při změně dolů hladina v druhé nádrži stoupne. V obou případech je potvrzeno i odeznění křížové vazby a ustálení se na původní hodnotě hladiny.

K vytvoření aproximace přenosové funkce byla použita metoda experimentální identifikace pomocí optimalizace. Hledané parametry modelů byly vypočteny v prostředí Matlab pomocí funkce `fminsearch` a kvadratického kritéria pro přenosové funkce ve tvaru proporcionální soustavy druhého řádu se stejnými časovými konstantami $F_H(s)$ a ve tvaru derivační soustavy druhého řádu se stejnými časovými konstantami $F_V(s)$, viz rovnice 2.1 a 2.2.

$$F_H(s) = \frac{K_m}{(T_m s + 1)^2} \quad (2.1)$$

$$F_V(s) = \frac{K_m s}{(T_m s + 1)^2} \quad (2.2)$$

kde K_m – zesílení soustavy,

T_m – časová konstanta.

Výsledná přenosová matice soustavy má tvar viz. rovnice 2.3.

$$F(s) = \begin{pmatrix} F_H(s) & F_V(s) \\ F_V(s) & F_H(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{K_m}{(T_m s + 1)^2} & \frac{K_m s}{(T_m s + 1)^2} \\ \frac{K_m s}{(T_m s + 1)^2} & \frac{K_m}{(T_m s + 1)^2} \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

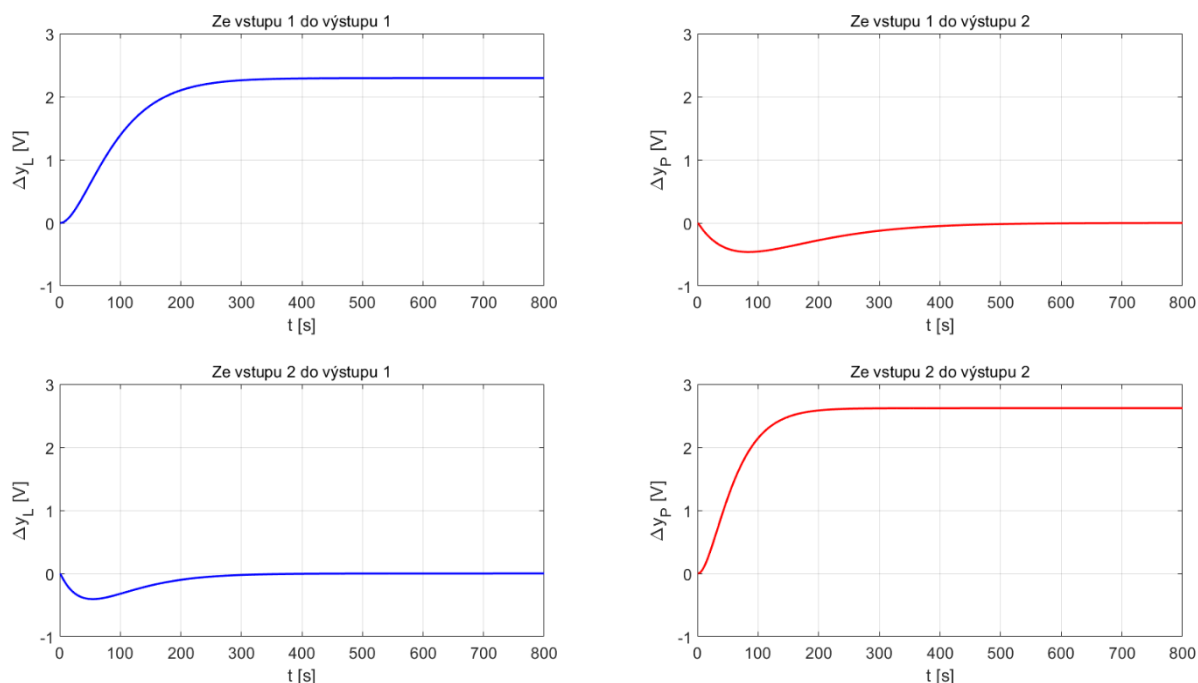
Nalezené parametry jsou zobrazeny v tab. 2.2 a v aproximačním obrazovém přenou v rovnici 2.4.

Tab. 2.2 – Nalezené parametry

Obrazový přenos	Zesílení – K_m	Časová konstanta – T_m
F_{11}	2,294	48,5
F_{12}	-104,5	83,35
F_{21}	-59,16	53,65
F_{22}	2,619	31,72

$$F(s) = \begin{pmatrix} \frac{2,294}{(48,5s+1)^2} & \frac{-104,5s}{(83,35s+1)^2} \\ \frac{-59,16s}{(53,65s+1)^2} & \frac{2,619}{(31,72s+1)^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2,294}{2352s^2+97,01s+1} & \frac{-104,5s}{6951s^2+166,7s+1} \\ \frac{-59,16}{2880+107,3s+1} & \frac{2,619}{1006s^2+63,44s+1} \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Na obr. 2.5 je zobrazena přechodová charakteristika vypočítaného modelu hydraulicko-pneumatické soustavy.



Obr. 2.5 – Přechodová charakteristika hydraulicko-pneumatické soustavy

Pro práci s regulátorem byl vytvořen i stavový popis soustavy. Ten byl vytvořen diskretizací spojitého přenosu s použitou periodou vzorkování $T_s = 1\text{ s}$ a $T_s = 5\text{ s}$ pomocí funkce Matlabu $c2d(F,T_s)$ a následným převodem na stavový popis pomocí funkce ss . Po vytvoření stavového popisu lze funkcí $ssdata$ získat matice stavového popisu A , B , C a D .

Výsledné stavové popisy jsou uvedeny v rovnici 2.5 pro $T_s = 1\text{ s}$ a v rovnici 2.6 pro $T_s = 5\text{ s}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1,959 & -0,959 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,963 & -0,963 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,976 & -0,976 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,938 & -0,939 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} &= \begin{pmatrix} 0,031 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,250 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,125 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,0625 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\mathbf{C} &= \begin{pmatrix} 0,015 & 0,015 & 0 & 0 & -0,119 & 0,119 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,081 & 0,081 & 0 & 0 & 0,020 & 0,020 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{D} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \begin{pmatrix} 1,804 & -0,814 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,822 & -0,830 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,884 & -0,887 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,708 & -0,730 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
\mathbf{B} &= \begin{pmatrix} 0,125 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,500 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,500 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0,250 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
\mathbf{C} &= \begin{pmatrix} 0,091 & 0,085 & 0 & 0 & -0,142 & 0,142 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,187 & 0,187 & 0 & 0 & 0,117 & 0,106 \end{pmatrix}. \\
\mathbf{D} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.6}
\end{aligned}$$

Po získání popisů soustavy bylo možné simulovat chování regulace a vyzkoušet různá nastavení regulátorů.

2.2 PID REGULÁTOR

Pro experiment byl vybrán diskretní tvar standartního spojitého PID regulátoru, jehož přenos je dán rovnicí 2.7.

$$F_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right), \tag{2.7}$$

kde r_0 – zesílení,

T_I – integrační časová konstanta,

T_D – derivační časová konstanta,

Diskrétní tvar PID regulátoru po náhradě integrace sumací a náhradě derivace zpětnou diferencí je vyjádřen rovnicí 2.8.

$$F_R(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}, \quad (2.8)$$

kde $q_0 = r_0 \left(1 + \frac{T_s}{T_I} + \frac{T_D}{T_s}\right),$ (2.9)

$$q_1 = -r_0 \left(1 + 2 \frac{T_D}{T_s}\right), \quad (2.10)$$

$$q_2 = r_0 \frac{T_D}{T_s}, \quad (2.11)$$

T_s – perioda vzorkování.

K řízení soustavy byla použita zjednodušená varianta zapojení se dvěma regulátory na hlavní diagonále, tudíž bylo použito souhlasné uspořádání regulátorů dvourozměrné regulace.

2.2.1 Nastavení podle kritéria

Nastavení regulátorů bylo provedeno výpočtem optimálního nastavení podle kritéria chyby absolutní regulační odchylky IAE, a také podle kritéria chyby kvadratické plochy regulační odchylky s váženou akční veličinou, která byla označena jako ISEU. IAE je vyjádřen vztahem 2.12 a ISEU vztahem 2.13.

$$J_{IAE} = \int_0^{\infty} |e(t)| dt = \int_0^{\infty} |w(t) - y(t)| dt, \quad (2.12)$$

kde $e(t)$ – regulační odchylka,

$w(t)$ – žádaná hodnota,

$y(t)$ – regulovaná veličina.

$$J_{ISEU} = \int_0^{\infty} (e(t) + \kappa u(t))^2 dt, \quad (2.13)$$

kde $e(t)$ – regulační odchylka,

κ – váhový člen,

$u(t)$ – akční veličina.

Vypočtené parametry nastavení regulátoru podle obou kritérií pro obě nádrže jsou uvedeny v tab. 2.3.

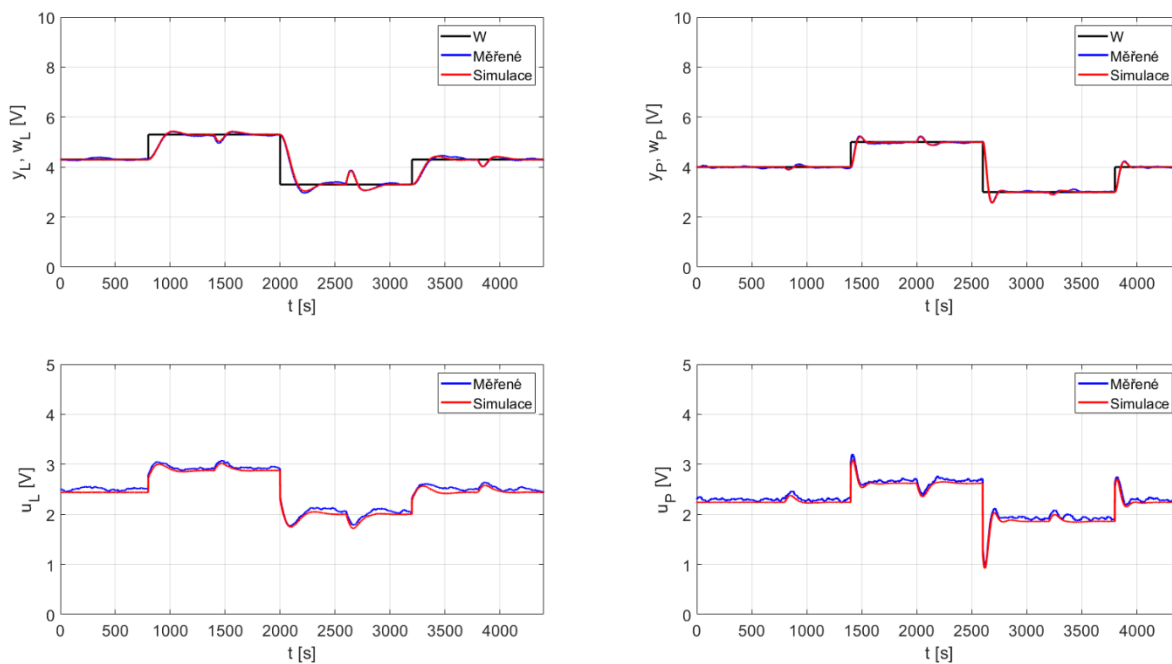
Tab. 2.3 – Hodnoty PID regulátoru

Kritérium	IAE		ISEU	
	Levá	Pravá	Levá	Pravá
r_0	0.28	0.68	0.33	0.44
T_I	47.7	37.44	61.93	63.14
T_D	0	0	0	0

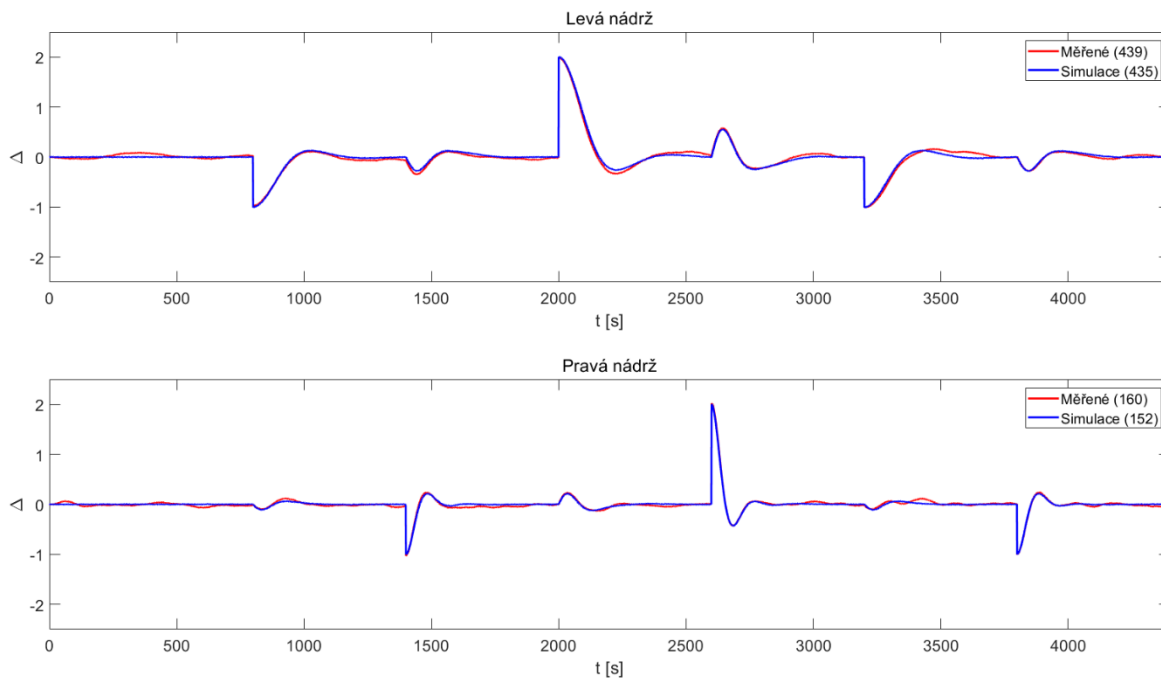
Nastavení regulátoru bylo sledováno v celkovém čase $t = 4400$ s na žádanou hodnotu s průběhem konstantního napětí začínajícím v pracovním bodu nádrže. Pro levou nádrž v čase $t = 800$ s byla provedena skoková změna o $+0,5$ V od pracovního bodu. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2000$ s a v čase $t = 3200$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu, kde setrvala až do konce. Tudíž tvar žádané hodnoty je symetrický a vhodný pro další měření z důvodů ustálení hladin na počátku pracovního bodu na začátku i na konci měření. Pro pravou nádrž experiment začínal skokovou změnou o $+0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 1400$ s. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2600$ s a v čase $t = 3800$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu.

Regulační pochody HPS s PID regulátorem nastaveným podle IAE jsou zobrazeny na obr. 2.6 a chyba regulace pro měřená a simulovaná data jsou zobrazeny na obr. 2.7. Z obrázků je vidět, že reálný regulační pochod je blízký tomu simulačnímu s odchylkou v akční veličině, která se na výsledné regulaci tolik neprojeví. Celková chyba činí 4 body pro levou a 8 bodů pro pravou nádrž oproti simulaci, což v čase $t = 4400$ s jsou přiměřené hodnoty.

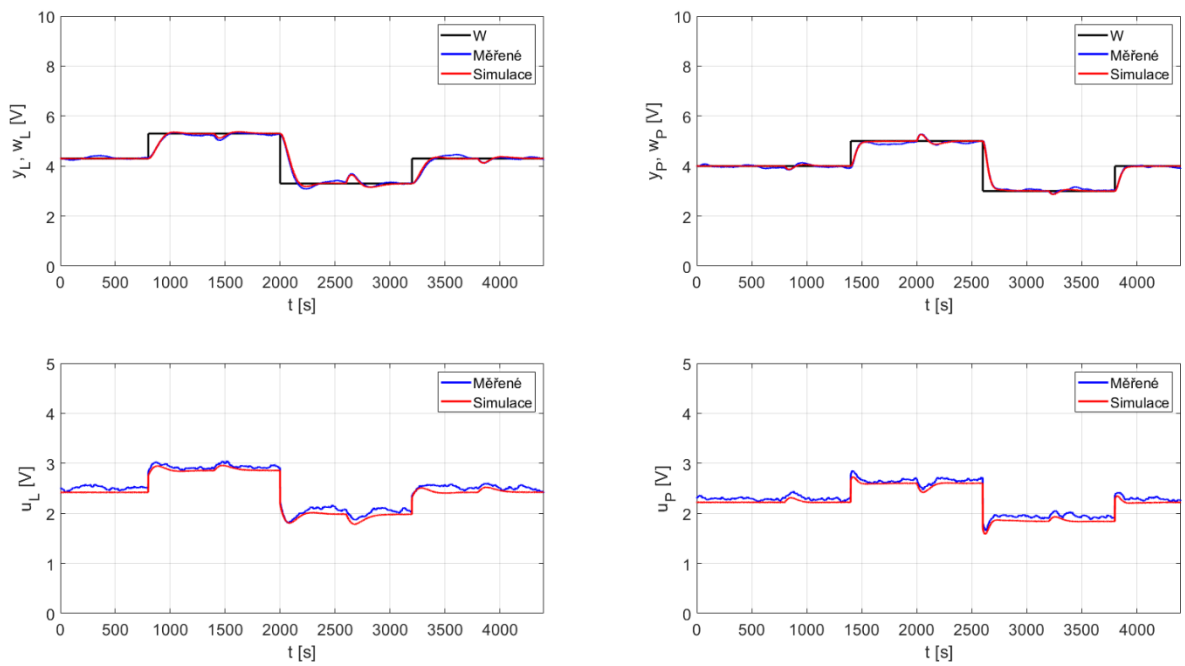
Nastavení regulátoru podle kritéria ISEU přineslo celkovou chybu 2 bodů pro levou nádrž a 20 bodů pro pravou nádrž rovněž oproti simulaci. Z obou výsledků je vidět, že levá nádrž více ovlivňuje pravou nádrž, a také, že model soustavy je blízký reálnému chování. Regulační pochody HPS s regulátorem nastaveným podle ISEU jsou zobrazeny na obr. 2.8 a chyba regulace na obr. 2.9.



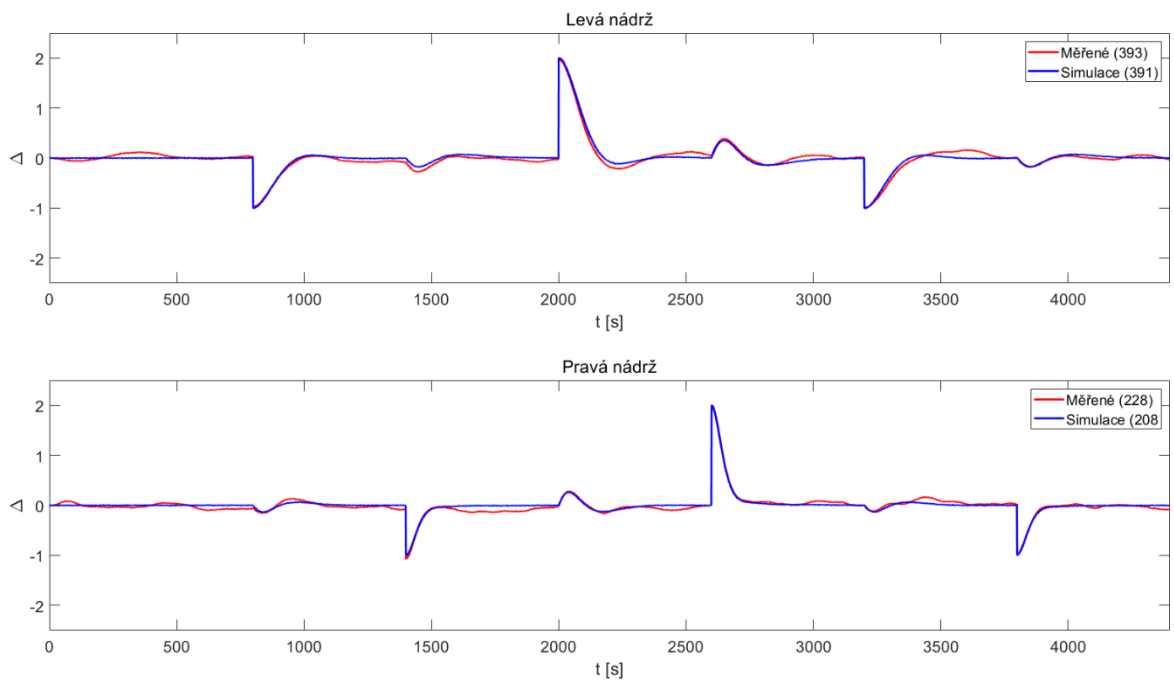
Obr. 2.6 – Regulační pochod levé a pravé nádrže nastavený podle kritéria IAE



Obr. 2.7 – Chyba regulace levé a pravé nádrže nastavený podle kritéria IAE



Obr. 2.8 – Regulační pochod levé a pravé nádrže nastavený podle kritéria ISEU



Obr. 2.9 – Chyba regulace levé a pravé nádrže nastavený podle kritéria ISEU

2.2.2 Vliv nastavení stavitelných parametrů regulátoru

Dalším úkolem bylo porovnat vliv nastavení regulátoru na regulační pochod. Rozmezí parametrů bylo zvoleno v okolí hodnot získaných v předešlé kapitole s ohledem na hazardní stavy, tj. na přetečení nebo vypuštění horních nádrží, které by způsobilo vyhnání kapaliny dolní nádrže do vzdušniku a ukončení měření. Tyto hazardní stavy byly zjištěny na začátku identifikace soustavy postupným zvyšováním a snižováním akční veličiny. Horní mez byla určena jako $u > 4 V$ a dolní mez jako $u < 1 V$. Tyto meze lze krátkodobě překročit, např. skokovou změnou v podobě krátkého překmitu. S touto znalostí byly simulovány různé regulační pochody a změřeny byly takové, které vykazovaly největší změny v chování a pohybovaly se v bezpečné oblasti nebo ji překročily krátkodobě.

Experiment byl proveden na stejnou žádanou hodnotu jako v předchozí kapitole, tj. na skokovou změnu o $0,5 V$ z pracovního bodu, poté o $-0,5 V$ a zpět o $0,5 V$ na pracovní bod. Pochod byl sledován v čase $t = 4400 s$.

Hodnoty stavitelných parametrů regulátorů jsou uvedeny v tabulce 2.4. Pro zjednodušení byly regulátory pro levou a pravou nádrž nastaveny totožně.

Tab. 2.4 – Stavitelné parametry PID regulátorů

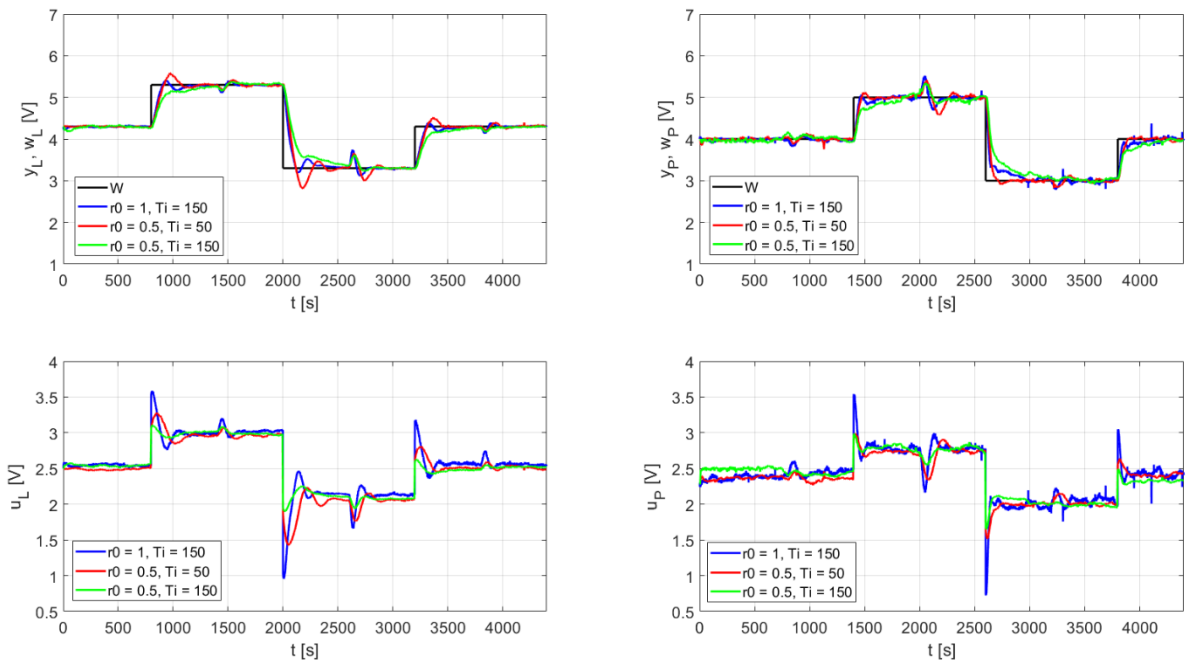
Parametry	Hodnota		
r_0	0,5	0,5	1
T_I	50	150	150
T_D	0	0	0

Vyhodnocení kvality regulace bylo provedeno na základě doby regulace t_r , doby náběhu t_n , přeregulování a kvadratické regulační odchylky ISE. Hodnoty ukazatelů kvality regulace jsou uvedeny v tab. 2.5. Pro zkrácení zápisů a větší přehlednost v tabulce byly regulační pochody pojmenovány následovně. Nastavení regulátorů s $r_0 = 0,5$ a $T_I = 50 s$ jako PID0550, regulátory s $r_0 = 0,5$ a $T_I = 150 s$ jako PID05150 a poslední regulátory s $r_0 = 1$ a $T_I = 150 s$ jako PID1150.

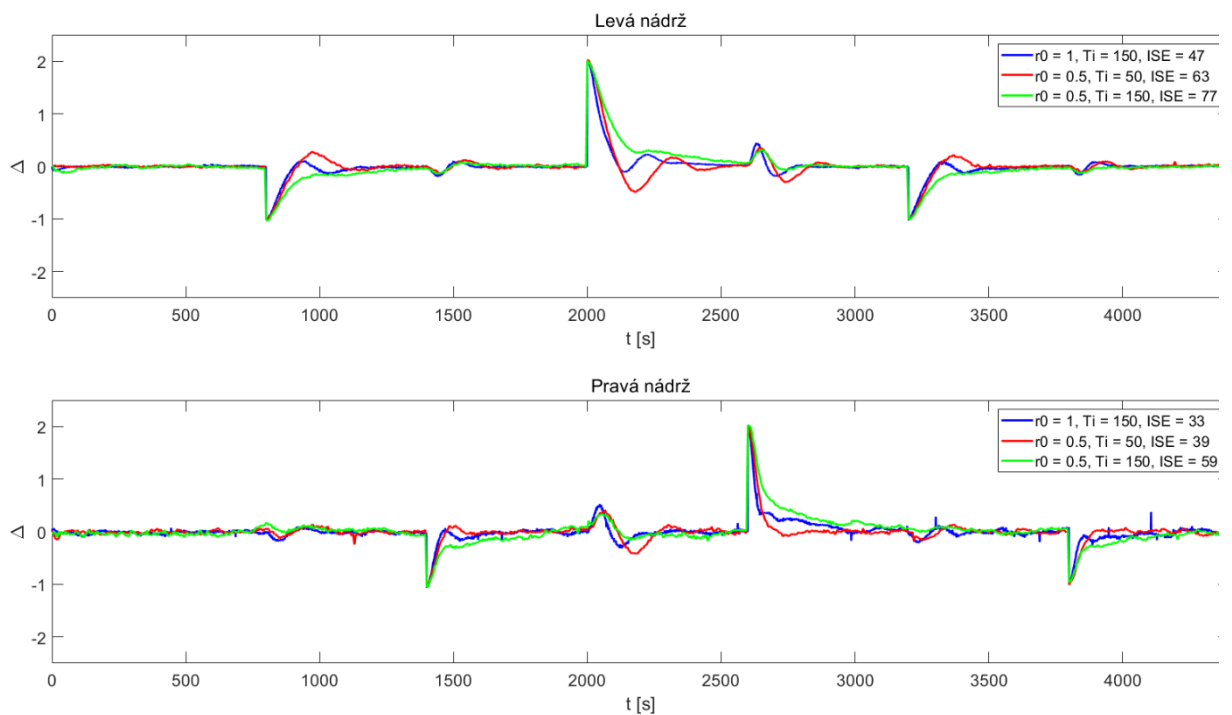
Tab. 2.5 – Kvalita regulace

Regulátor	ISE _L [-]	ISE _P [-]	t_{rL} [s]	t_{rP} [s]	t_{nL} [s]	t_{nL} [s]	Přeregulování L [%]	Přeregulování P [%]
PID0550	63	39	240	160	120	70	5	2,4
PID05150	77	59	410	385	600	440	–	–
PID1150	47	33	270	180	104	57	2	1

Regulační pochody se zobrazením vlivů nastavení PID regulátorů jsou zobrazeny na obr. 2.10 a chyby regulací na obr. 2.11.



Obr. 2.10 – Vliv nastavení regulátoru na HPS



Obr. 2.11 – Chyba regulace levé a pravé nádrže nastavený podle vlivu parametrů

Z regulačních pochodů a tabulky kvality regulace je vidět, že při vyšším zesílení regulátoru lze dosáhnout lepší kvality regulace než při nastavení stejné časové konstanty a nižšího zesílení. Ovšem za cenu větších akčních zásahů, které při ještě ostřejším nastavení mohou vést k hazardnímu stavu. Změna integrační časové konstanty ovlivní dobu regulace. Čím menší integrační časová konstanta, tím rychleji se snaží regulátor odregulovat regulační odchylku. Derivační časová konstanta má na soustavu zanedbatelný vliv, do akčního zásahu přidá jen špičku v podobě Diracova pulzu.

Dalším parametrem, kterým by šlo ovlivnit regulační pochod je perioda vzorkování T_s . Při zvyšující se periodě by docházelo ke zhoršení regulačního pochodu. Hranice pro zachování kvality regulace byla ze simulace určena na maximální periodu vzorkování $T_s = 20$ s.

2.3 PREDIKTIVNÍ REGULÁTOR

Pro experiment byla vybrána dvojice stavových prediktivních regulátorů, které jsou zapojeny stejně jako PID regulátory v souhlasném uspořádání pro dvourozměrnou soustavu. Ke správné funkci stavového prediktivního regulátoru je potřeba pozorovatel stavu. Póly pozorovatele stavu byly vypočteny jako vlastní čísla matice A stavového popisu soustavy. Toto nastavení pozorovatele nevedlo k ustálení pozorovatele a regulované veličiny y . Z toho důvodu byly póly pozorovatele vyhledány experimentálně. Hodnoty vypočteného a použitého pozorovatele stavu jsou uvedeny v tab. 2.6.

Tab. 2.6 – Póly pozorovatele stavu

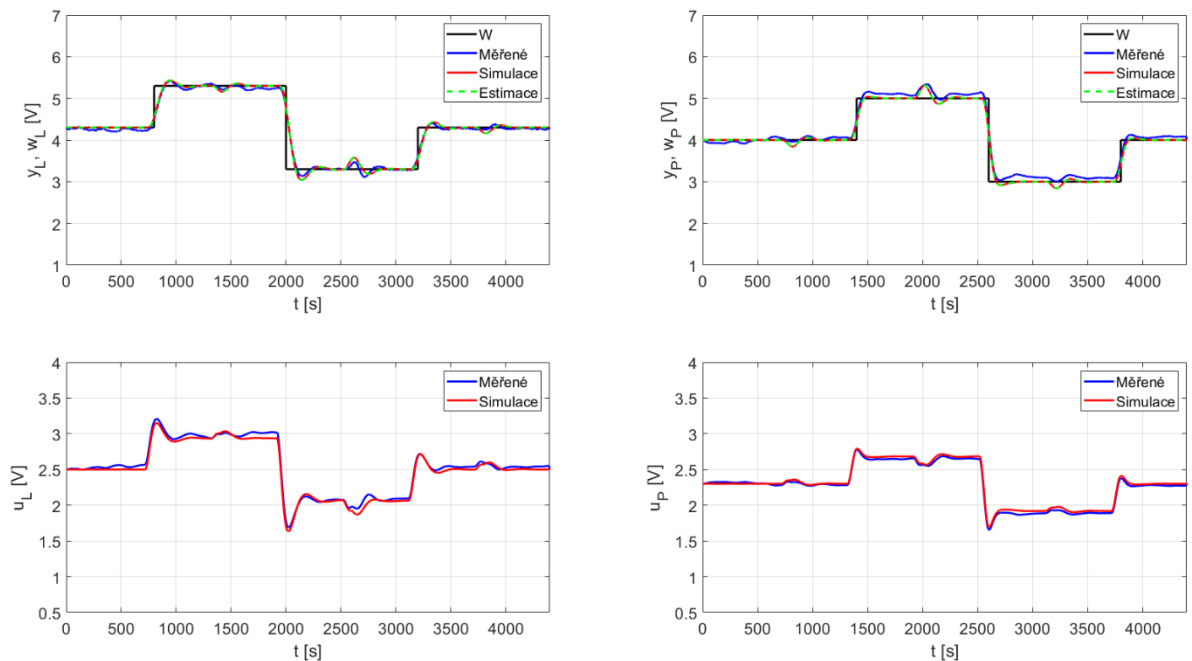
Pozorovatel	Póly							
Vypočtený	0,9	0,9	0,91	0,91	0,94	0,94	0,85	0,85
Experimentální	0,85	0,85	0,86	0,86	0,89	0,89	0,8	0,8

Experiment nastavení pozorovatele byl proveden na reálné HPS s nastavením regulátorů na stejné hodnoty pro levou a pravou nádrž s periodou vzorkování $T_s = 5$ s, horizontem řízení N_u , horizontem sledování žádaných hodnot N_2 , penalizací akčních zásahů Q a penalizací regulační odchylky R . Hodnoty nastavení jsou uvedeny v tab. 2.7.

Tab. 2.7 – Nastavení prediktivního regulátoru

Nádrž	N_u [-]	N_2 [-]	Q [-]	R [-]
Levá	15	15	50	1
Pravá	15	15	50	1

Regulační pochod s nastavením podle tab. 2.7 byl sledován v čase $t = 4400$ s na žádanou hodnotu s průběhem konstantního napětí začínajícím v pracovním bodu nádrže. Pro levou nádrž v čase $t = 800$ s byla provedena skoková změna o $+0,5$ V od pracovního bodu. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2000$ s a v čase $t = 3200$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu, kde setrvala až do konce. Tudiž tvar žádané hodnoty je symetrický a vhodný pro další měření z důvodů ustálení hladin na počátku pracovního bodu na začátku i na konci měření. Pro pravou nádrž experiment začínal skokovou změnou o $+0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 1400$ s. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2600$ s a v čase $t = 3800$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu.



Obr. 2.12 – Nastavení pozorovatele stavu

Z obr. 2.12. je vidět, že stavový prediktivní regulátor zanechává malou trvalou regulační odchylku. To je způsobeno shodou několika chyb, mezi které patří nesoulad mezi modelem a reálným chováním soustavy, chybou predikce regulátoru, odchylkou pracovních bodů, způsobem měření a dalšími zjednodušeními.

2.3.1 Vliv změny horizontů

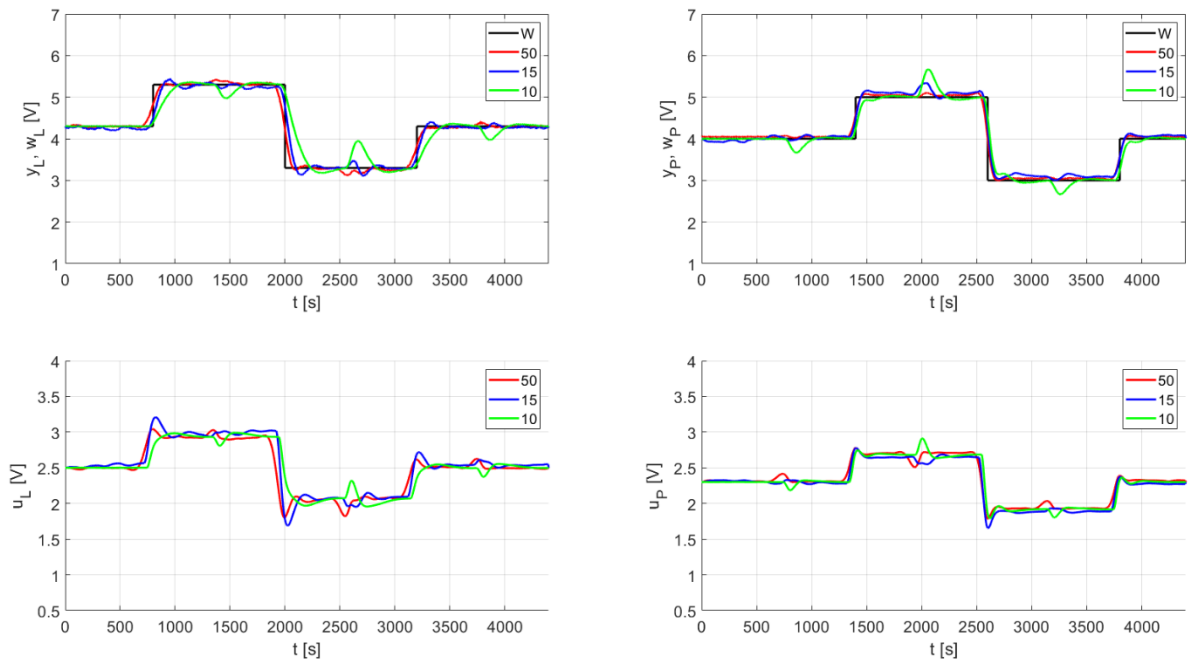
Jedním z parametrů, který lze u stavového prediktivního regulátoru měnit je volba horizontů řízení N_u a horizontů sledování žádané hodnoty N_2 . V teoretické části bylo napsáno, že horizonty vyjadřují, kolik kroků dopředu reagují nebo sledují žádanou hodnotu. V tomto případě jsou horizonty závislé na periodě vzorkování T_s a lze je převést do časové oblasti. Tudiž kolik sekund vidí dopředu.

Pro přehlednost byly regulátory pojmenovány tak, že název je složen ze zkráceného názvu regulátoru a sérií pěti čísel. První číslo v názvu značí periodu vzorkování T_s , následuje dvojčíslí udávající hodnotu horizontů a poslední dvojčíslí udává hodnotu penalizace změn akčních zásahů Q . Nastavení prediktivních regulátorů je uvedeno v tab. 2.8. Stejně jako v předchozích případech, tak i zde bylo pro zjednodušení zvoleno stejné nastavení regulátorů pro levou a pravou nádrž.

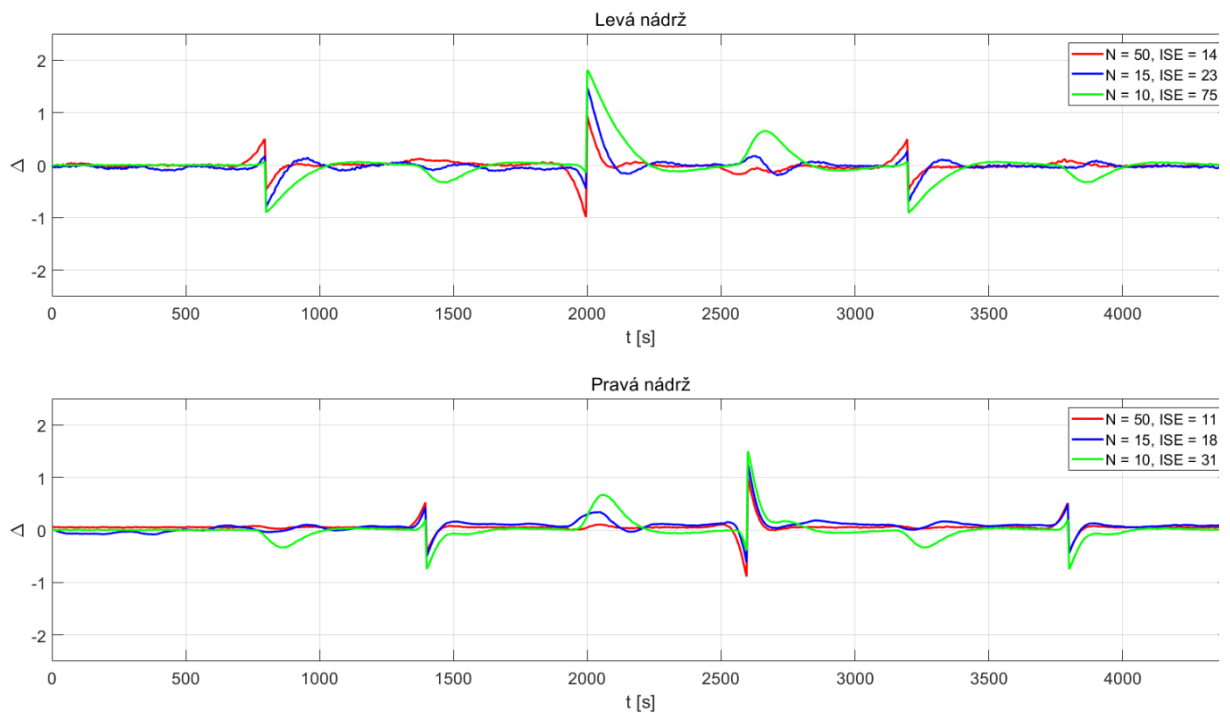
Tab. 2.8 – Nastavení prediktivního regulátoru

Regulátor	T_s [s]	N_2 [-]	N_2 [s]	N_u [-]	N_u [s]	R	Q
PRED51050	5	10	50	10	50	1	50
PRED51550	5	15	75	15	375	1	50
PRED55050	5	50	250	50	1250	1	50

Experiment byl sledován v čase $t = 4400$ s na žádanou hodnotu s průběhem konstantního napětí začínajícím v pracovním bodě nádrže. Pro levou nádrž v čase $t = 800$ s byla provedena skoková změna o $+0,5$ V od pracovního bodu. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2000$ s a v čase $t = 3200$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu, kde setrvala až do konce. Tudiž tvar žádané hodnoty je symetrický a vhodný pro další měření z důvodů ustálení hladin na počátku pracovního bodu na začátku i na konci měření. Pro pravou nádrž experiment začínal skokovou změnou o $+0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 1400$ s. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2600$ s a v čase $t = 3800$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu. Regulační pochod pro regulátory nastavenými podle tab. 2.8 je zobrazen na obr. 2.13 a průběh chyby regulace je zobrazen na obr. 2.14.



Obr. 2.13 – Změna horizontů prediktivního regulátoru



Obr. 2.14 – Chyba regulace levé a pravé nádrže pro změnu horizontu

V tab. 2.9. jsou uvedeny hodnoty ukazatelů kvality regulace.

Tab. 2.9 – Kvalita regulace

Regulátor	ISE _L [-]	ISE _P [-]	t _{rL} [s]	t _{rP} [s]	t _{nL} [s]	t _{nL} [s]	Přeregulování L [%]	Přeregulování P [%]
PRED51050	75	31	185	75	235	245	1	0,6
PRED51550	23	18	165	125	95	45	2,8	3,2
PRED55050	14,3	11,7	50	35	100	50	0,5	1,6

Z regulačních pochodů a tabulky je vidět, že při rostoucích hodnotách horizontů se zlepšuje i kvalita regulace. Při větším vidění dopředu si regulátor, např. PRED55050, vypočítá optimálnější akční zásah. Oproti tomu chování regulátoru PRED51050 se blíží k chování PID regulátoru. Z tabulky kvality regulace je rovněž vidět strmý pokles hodnoty kvadratické chyby se zvyšujícími se horizonty. Tento trend byl ověřen i na simulacích, kdy při horizontech nad hodnotou 50 docházelo ke stagnaci kvadratické chyby, tudíž kvalita regulace se už zásadně nezlepšovala.

2.3.2 Vliv změny penalizace

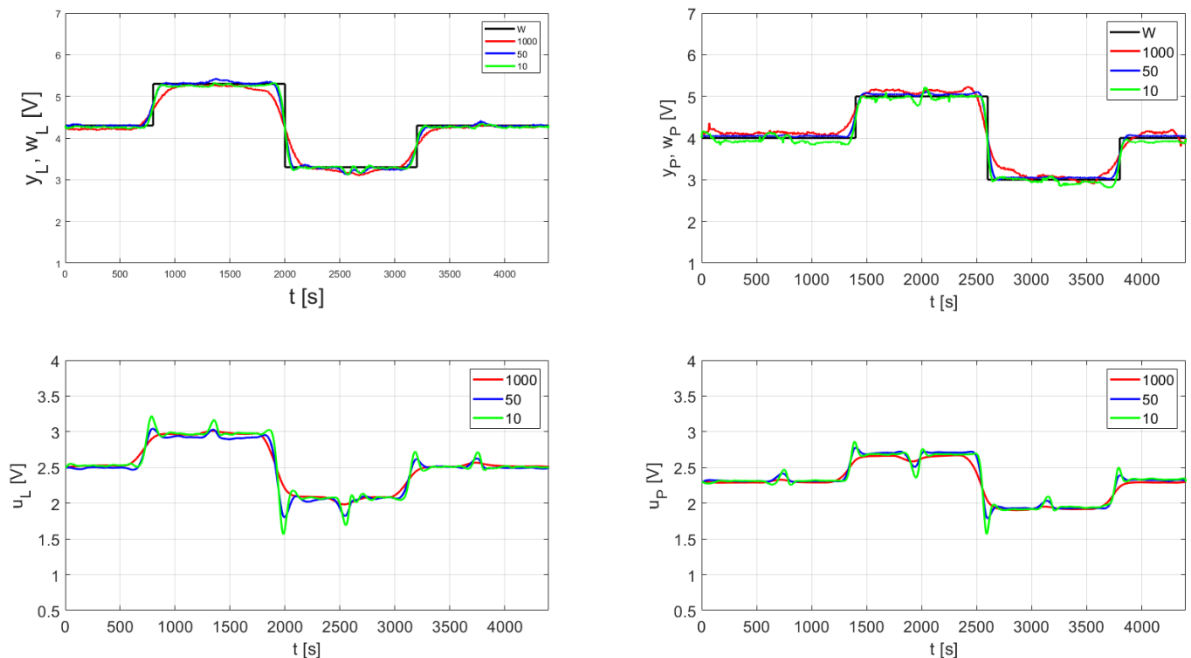
Dalším možným parametrem pro ovlivnění chodu regulace je změna penalizací chyb predikce R a penalizací změn akčního zásahu Q . Experimenty byly zaměřeny na vliv penalizace změn akčních zásahů Q a ponecháním penalizace $R = 1$. Na simulacích bylo vyzkoušeno chování při penalizaci $Q = 1$ a změny penalizace R vedly sice k minimální kvadratické chybě, ale za cenu akčních zásahů zasahujících do pásma hazardních stavů, tudíž k možnostem přetečení anebo vyprázdnění horní nádrže a úniku kapaliny do vzdušníku. Při zkoušce změny obou penalizací docházelo k posunu hodnot penalizace Q do vyšších hodnot, než bylo potřeba při podobném regulačním pochodu s penalizací $R = 1$.

Pro zjednodušení bylo opět zvoleno nastavení regulátorů pro levou a pravou nádrž shodné a regulátory byly označeny tak, že název se skládá ze zkrácení jména regulátoru na čtyři znaky, které následuje číslo udávající periodu vzorkování T_s . Následuje dvojčíslí s hodnotou horizontů N . Zbylé dvojčíslí, případně trojčíslí udává hodnotu penalizace změn akčního zásahu Q . Parametry nastavení prediktivních regulátorů jsou uvedeny v tab. 2.10.

Tab. 2.10 – Nastavení prediktivního regulátoru

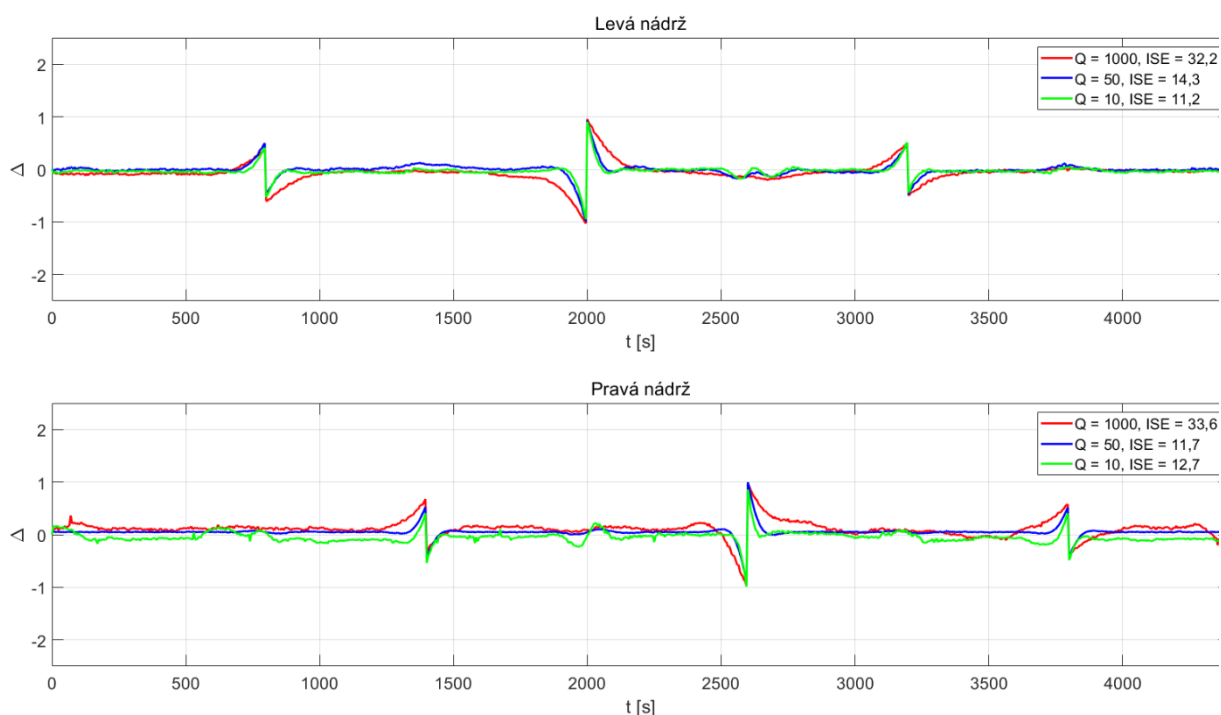
Regulátor	T_S [s]	N_2 [-]	N_2 [s]	N_u [-]	R [-]	Q [-]
PRED55010	5	50	250	50	1	10
PRED55050	5	50	250	50	1	50
PRED5501000	5	50	250	50	1	1000

Experiment byl opět sledován v čase $t = 4400$ s na žádanou hodnotu se symetrickým průběhem, který začíná a končí v pracovním bodu nádrže. Pro levou nádrž v čase $t = 800$ s byla provedena skoková změna o $+0,5$ V od pracovního bodu. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2000$ s a v čase $t = 3200$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu, kde setrvala až do konce. Pro pravou nádrž experiment začínal skokovou změnou o $+0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 1400$ s. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2600$ s a v čase $t = 3800$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu. Regulační pochod pro regulátory nastavenými podle tab. 2.10 je zobrazen na obr. 2.15.



Obr. 2.15 – Změna penalizací prediktivního regulátoru

Průběh chyby regulace levé a pravé nádrže pro změnu penalizace Q je zobrazen na obr. 2.16.



Obr. 2.16 – Chyba regulace levé a pravé nádrže pro změnu penalizací

Tab. 2.11 – Kvalita regulace

Regulátor	ISE _L [-]	ISE _P [-]	t _{rL} [s]	t _{rP} [s]	t _{nL} [s]	t _{nP} [s]	Přeregulování L [%]	Přeregulování P [%]
PRED55010	11,2	12,7	50	40	75	55	–	0,18
PRED55050	14,3	11,7	55	35	100	50	0,5	1,6
PRED5501000	32,2	33,6	170	155	295	55	–	3,6

Z regulačních pochodů je vidět, že regulátor PRED5501000 má už velkou penalizaci změn akčních veličin Q , což vede k velkému útlumu akčních zásahů, které nemají tendenci rozkmitávat regulovanou veličinu. Vysoké přeregulování 3,6 % pravé nádrže je způsobeno chybami, které zanechávají trvalou regulační odchylku okolo 0,8 V. Opakem jsou tedy nastavení s nižší hodnotou penalizace, které při možnosti použití větších změn akční veličiny dosahují větší kvality regulace. Na simulaci bylo ověřeno, že pro hodnoty penalizace $Q > 150$ se kvalita regulace ustaluje a blíží k hodnotám regulátoru PRED5501000.

2.3.3 Vliv změny periody vzorkování

Posledním vyzkoušeným parametrem, kterým lze ovlivnit regulační pochod je perioda vzorkování T_s , která má přímý vliv na horizonty, jak bylo uvedeno v předchozích kapitolách.

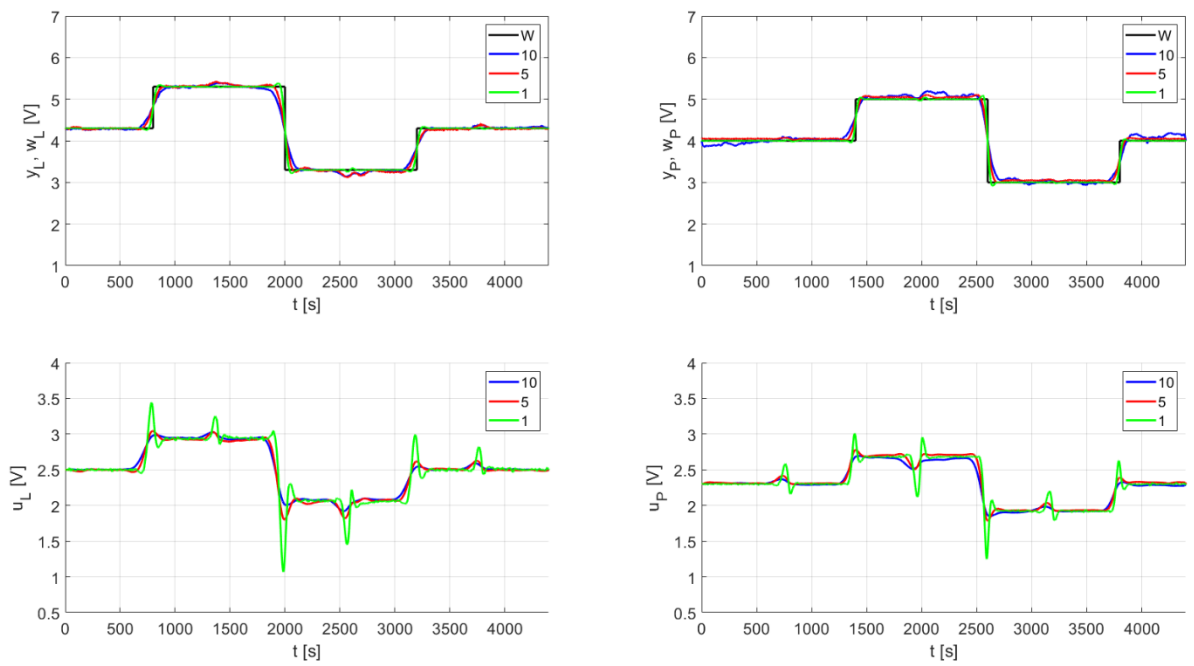
Vliv periody vzorkování byl změřen pro tři nastavení regulátorů, jejichž hodnoty jsou uvedeny v tab. 2.11. a regulátory pojmenovány tak, že název je složen ze čtveřice písmen jako zkrácenina typu regulátoru a následně regulátor s periodou vzorkování $T_s = 1$ s, horizonty $N_2, N_u = 250$ a penalizací změn akčního zásahu $Q = 50$ je označen PRED125050. Regulátor s periodou vzorkování $T_s = 5$ s, horizonty $N_2, N_u = 50$ a penalizací změn akčního zásahu $Q = 50$ je označen PRED55050. A poslední regulátor s periodou vzorkování $T_s = 10$ s, horizonty $N_2, N_u = 25$ a penalizací změn akčního zásahu $Q = 50$ je označen PRED102550. Celkové nastavení regulátorů je shrnuto v tab. 2.12

Tab. 2.12 – Nastavení prediktivního regulátoru

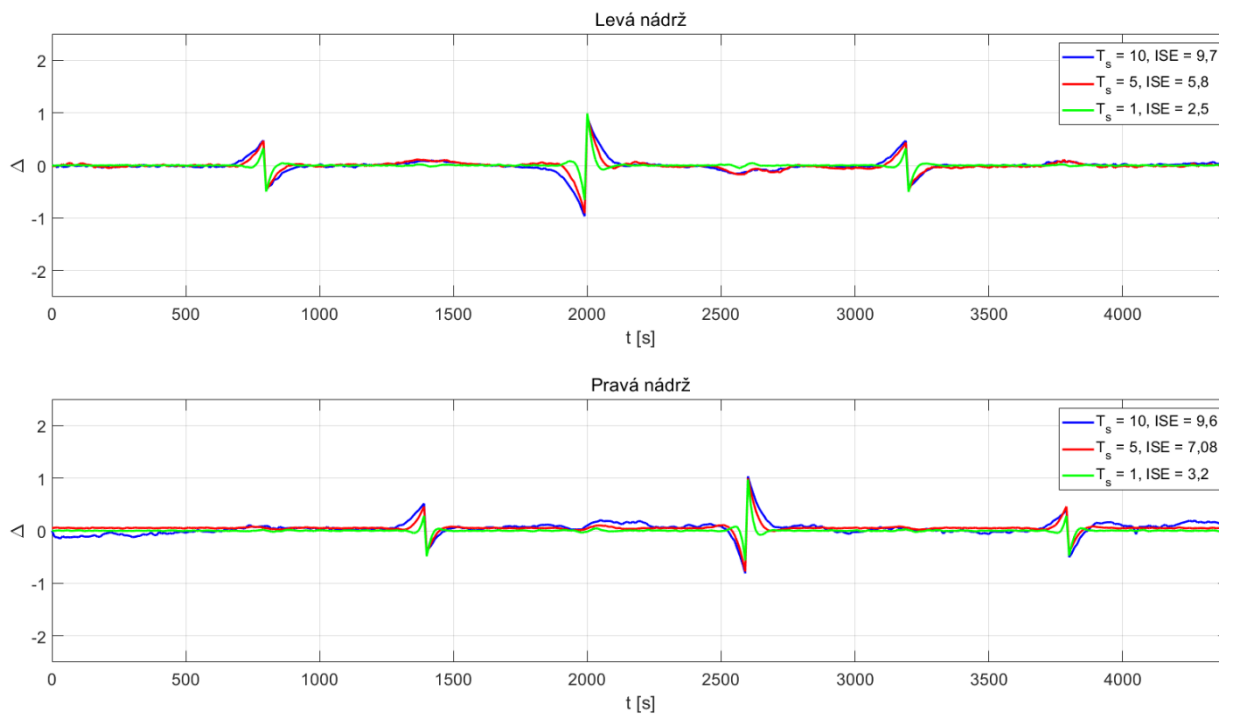
Regulátor	T_s [s]	N_2 [-]	N_2 [s]	N_u [-]	R	Q
PRED125050	1	250	250	250	1	50
PRED55050	5	50	250	50	1	50
PRED102550	10	25	250	25	1	50

Experiment byl pro všechna tři nastavení sledován v čase $t = 4400$ s na žádanou hodnotu se symetrickým průběhem, který začíná a končí v pracovním bodu nádrže. Pro levou nádrž v čase $t = 800$ s byla provedena skoková změna o $+0,5$ V od pracovního bodu. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2000$ s a v čase $t = 3200$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu, kde setrvala až do konce. Pro pravou nádrž experiment začínal skokovou změnou o $+0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 1400$ s. Poté nastala skoková změna žádané hodnoty o $-0,5$ V od pracovního bodu v čase $t = 2600$ s a v čase $t = 3800$ s nastala poslední skoková změna o $+0,5$ V pracovního bodu zpátky na počáteční hodnotu.

Regulační pochod pro regulátory nastavenými podle tab. 2.12 je zobrazen na obr. 2.17. Průběh chyby regulace levé a pravé nádrže pro změnu periody vzorkování T_s je zobrazen na obr. 2.18.



Obr. 2.17 – Změna periody vzorkování prediktivního regulátoru



Obr. 2.18 – Chyba regulace levé a pravé nádrže pro změnu periody vzorkování

Výsledky kvality regulace jsou zobrazeny v tab. 2.13.

Tab. 2.13 – Kvalita regulace

Regulátor	ISE _L [-]	ISE _P [-]	t _{rL} [s]	t _{rP} [s]	t _{nL} [s]	t _{nL} [s]	Přeregulování L [%]	Přeregulování P [%]
PRED125050	3,2	2,5	26	19	39	29	0,9	0,8
PRED55050	7,08	5,8	55	35	85	50	0,56	1,6
PRED102550	9,6	9,7	80	50	160	80	0,38	1,68

Změna periody vzorkování má tu výhodu, že ušetří výpočetní výkon a dokáže vyfiltrovat nebo nezaznamenat chyby měření mezi vzorky. Ovšem je to i za cenu zhoršení kvality regulace při špatné volbě periody vzorkování. Z tab. 2.13 je vidět zhoršující se trend kvality regulace při rostoucí periodě vzorkování. I když rozdíl není v tomto rozsahu tak zásadní, tak při zdvojnásobení periody vzorkování na hodnotu $T_s = 20$ s dojde už k takovému zhoršení, že je nastavení regulátoru už nepoužitelné. Další zajímavostí je, že se zvyšující se periodou vzorkování došlo k méně agresivnímu regulačního průběhu. Tento rozdíl je nejvíce znatelný na regulačních pochodech regulátorů PRED125050 a PRED102550.

V tab. 2.14 jsou uvedeny hodnoty kvality regulace vybrané v časových vzorcích s periodou $T_s = 10$ s, aby bylo možné porovnat prediktivní i PID regulátor. Z tabulky je vidět, že většina nastavení prediktivního regulátoru vede ke kvalitnější regulaci, až na dvě výjimky. A to na nastavení PRED51050 s krátkými horizonty N_u a N_2 , které se blíží k hodnotám PID regulátoru. A také nastavení PRED5501000, které má hodně utlumené akční zásahy z důvodu vysoké penalizace Q . Dále je vidět, že optimální nastavení prediktivního regulátoru lze dosáhnout s periodou vzorkování $T_s = 5$ s, horizonty s hodnotami v okolí 200 sekund a omezeními s hodnotami kolem 50.

Tab. 2.14 – Souhrn kvality regulace

Regulátor	ISE _L [-]	ISE _P [-]	t _{rL} [s]	t _{rP} [s]	t _{nL} [s]	t _{nL} [s]	Přeregulování L [%]	Přeregulování P [%]
IAE	46,6	18,8	250	120	170	50	2,07	4,6
ISEU	41,9	25,6	160	480	190	600	0,95	–
PID0550	32,9	20,9	240	125	120	70	5	2,4
PID05150	39,7	31,0	400	440	600	440	–	–
PID1150	25,3	18,1	270	170	100	60	2	1
PRED102550	9,6	9,7	80	50	160	80	0,38	1,68

Tab. 2.14 – Souhrn kvality regulace – pokračování

Regulátor	ISE _L [-]	ISE _P [-]	t _{rL} [s]	t _{rP} [s]	t _{nL} [s]	t _{nL} [s]	Přeregulování L [%]	Přeregulování P [%]
PRED125050	3,2	2,5	26	20	40	30	0,9	0,8
PRED51050	38,9	16,4	180	80	230	240	1	0,6
PRED51550	12,4	9,4	160	120	90	40	2,8	3,2
PRED55010	5,6	6,4	50	40	70	50	–	0,18
PRED5501000	16,16	16,6	170	150	290	50	–	3,6
PRED55050	7,08	5,8	50	30	80	50	0,56	1,6

3 ZÁVĚR

Diplomová práce byla věnována problematice vícerozměrného prediktivního stavového řízení laboratorní soustavy se dvěma vstupy a dvěma výstupy. Byla řízena hydraulicko-pneumatická soustava s dvěma měřenými stavy – výšky hladiny v dolních nádržích. V práci byly popsány metody matematického popisu soustavy, struktura vícerozměrného regulátoru a principy vícerozměrného řízení soustav. Dále byl v teoretické části popsán obecný princip prediktivních regulátorů, a také byl podrobněji popsán stavový prediktivní regulátor.

V praktické části byla provedena experimentální identifikace hydraulicko-pneumatické soustavy pro získání dynamického matematického modelu. Byl zvolen aproximační model s maticí přenosů druhého řádu. Ten byl vytvořen pomocí optimalizace tak, aby byl rozdíl kvadrátu odchylky mezi měřeným a simulovaným výstupem soustavy minimální. Dále byl v prostředí Matlab vytvořen program pro vícerozměrnou regulaci se dvěma číslicovými PID regulátory a pro simulaci chování regulačního pochodu. Na simulaci byly provedeny experimenty nastavení podle integrálních kritérií regulační odchylky, a také byl testován vliv změn parametrů regulátorů na výsledný regulační pochod. Vybrané regulační pochody získané simulací byly poté změřeny na reálné soustavě. Poté byl vytvořen program pro stavový vícerozměrný prediktivní regulátor. Také byly provedeny simulace regulace pro různé parametry regulátoru a vybrané regulační pochody byly změřeny opět na reálné soustavě.

Z experimentů lze vidět, že hlavní výhodou prediktivního vícerozměrného regulátoru je znalost průběhu budoucí žádané veličiny, kterou zahrne do výpočtu účelové funkce a optimálního akčního zásahu. Nastavení prediktivního regulátoru je jednodušší než nastavení PID regulátoru. Stačí vhodně zvolit interval vzorkování a horizont řízení a jedním váhovým parametrem lze ladit dynamiku regulačního pochodu. Prediktivní regulátor dosahuje lepší kvality regulačních pochodů než dva nezávislé PID regulátory. Naopak určitou nevýhodou stavového prediktivního regulátoru je mírná trvalá regulační odchylka v ustáleném stavu.

POUŽITÁ LITERATURA

- BALÁTEĚ, J. c2003. *Automatické řízení*. Praha: BEN – technická literatura. ISBN 80-730-0020-2.
- HONC, D, 2022. *Prediktivní řízení – prediktivní regulátor*. Pardubice, Osobní sdělení.
- HONC, D. a DUŠEK, F. 2012. *Novel multivariable laboratory plant*. In: 26th European Conference on Modelling and Simulation, Koblenz, Germany, May 29 – June 1 2012, ECMS – European Council for Modelling and Simulation, 2012, pp. 468-473, ISBN 978-0-9564944-4-3
- LINDER, A, KANCHAN, R. 2012. *Model-Based Predictive control of Electric Drives*. [online], 256 s. [cit. 2023-4-19]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Rahul-Kanchan/publication/260082559_Model-Based_Predictive_Control_of_Electric_Drives/links/581b4ead08aea429b28fc187/Model-Based-Predictive-Control-of-Electric-Drives.pdf
- MELICHAR, J. c2011. *Lineární systémy I*. [online]. ZČU Plzeň [cit. 2023-4-19]. Dostupné z: http://matlab.fei.tuke.sk/orhs/subory/podklady/Melichar_lin_sys_zkratene.pdf
- ŠVARC, I. c2003. *Teorie automatického řízení* [online]. Vysoké učení technické v Brně [cit. 2023-4-19]. Dostupné z: http://www.fsiforum.cz/upload/soubory/knihy/Automatizace/Teorie.automatickeho.rizeni_Svarc_2003.pdf
- Výukový laboratorní model hydraulicko-pneumatické soustavy, 2016. Automa – časopis pro automatizační techniku [online]. 2016 [cit. 2023-4-19]. Dostupné z: https://www.automa.cz/cz/casopis-clanky/vyukovy-laboratorni-model-hydraulicko-pneumaticke-soustavy-2005_08_30630_775/.
- WOOLF, Peter. *Chemical Process Dynamics and Controls*. LibreText Engeneering [online]. 2009 [cit. 2023-04-25]. Dostupné z: [https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Industrial_and_Systems_Engineering/Chemical_Process_Dynamics_and_Controls_\(Woolf\)](https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Industrial_and_Systems_Engineering/Chemical_Process_Dynamics_and_Controls_(Woolf))

PŘÍLOHY

A – CD

Příloha k diplomové práci

Vícerozměrné prediktivní řízení laboratorní soustavy

Bc. Josef Vokoun

CD

Obsah

- 1 Text diplomové práce ve formátu PDF.
- 2 Skripty a funkce pro simulaci v prostředí MATLAB.