

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní

Využití teorie her v podnikové praxi  
Gabriela Klánová

Bakalářská práce  
2022

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní  
Akademický rok: 2021/2022

# ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Gabriela Klánová**  
Osobní číslo: **E190016**  
Studijní program: **B0413A050008 Ekonomika a management**  
Specializace: **Management podniku**  
Téma práce: **Využití teorie her v podnikové praxi**  
Zadávající katedra: **Ústav matematiky a kvantitativních metod**

## Zásady pro vypracování

Cíl práce: V práci budou shrnuty základy teorie her. Na vhodném příkladu bude ukázáno využití poznatků teorie her při řízení a provozu podniku.

Osnova:

- Základní pojmy teorie her.
- Základní poznatky o řízení podniku.
- Přehled rozhodovacích situací při řízení podniku.
- Možnosti uplatnění teorie her při řešení vybraných rozhodovacích situací.

Rozsah pracovní zprávy: **35**  
Rozsah grafických prací:  
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

CHVOJ, Martin. Pokročilá teorie her ve světě kolem nás. Praha: Grada, 2013. 227 s. ISBN 97 8-80-247-4620-3.  
MAŇAS, Miroslav. Teorie her a její aplikace. 1. vyd. Praha: SNTL, 1991. 278 s. ISBN 80-03\_00358-x.  
OSBORNE, Martin J. a Ariel RUBINSTEIN. A course in game theory. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1994. ISBN 0-262-65040-1.  
STEHEL, Vojtěch. Využití teorie her při řízení podniku. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, s.r.o., 2019. 168 s. ISBN 978-80-7380-789-4.

Vedoucí bakalářské práce: **Mgr. Libor Koudela, Ph.D.**  
Ústav matematiky a kvantitativních metod

Datum zadání bakalářské práce: **1. září 2021**  
Termín odevzdání bakalářské práce: **30. dubna 2022**

**prof. Ing. Jan Stejskal, Ph.D.** v.r.  
děkan

L.S.

**Ing. Michaela Kotková Strítěská, Ph.D.** v.r.  
vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 1. září 2021

Prohlašuji:

Práci s názvem Teorie her v podnikové praxi jsem vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 20. 4. 2022

Gabriela Klánová v. r.

## Poděkování

Ráda bych poděkovala Mgr. Liboru Koudelovi, Ph.D. za odborné vedení bakalářské práce, pomoc a cenné rady.

## ANOTACE

Bakalářská práce s názvem Využití teorie her v podnikové praxi se věnuje problematice teorie her a s ní souvisejících rozhodovacích situací včetně jejich řešení. Práce je rozdělena do 3 kapitol. První kapitola se zabývá teorií her z obecného hlediska (historie, klasifikace her, užitek, typy her). Druhá kapitola je zaměřena na vybranou ekonomickou oblast související s možností využití teorie her při řízení podniku. Třetí kapitola představuje praktické využití teorie her na konkrétních příkladech.

## KLÍČOVÁ SLOVA

teorie her, hra, hráč, konfliktní rozhodování, rozhodování za rizika, rozhodování za nejistoty, kooperace, nekooperace, antagonistický konflikt, rozhodovací matice, řízení podniku, rozhodovací proces, Nashova rovnováha

## TITLE

Use of The Theory of Games in Business Practice

## ANOTATION

The bachelor's thesis Use of The Theory of Game in Business Practice deals with the issue of game theory and related decision-making situations, including their solutions. The thesis is divided into 3 chapters. The first chapter deals with game theory in general (history, game classification, utility, game types). The second chapter focuses on a selected economic area related to the possibility of using game theory in business management. The third chapter presents the practical application of game theory on specific examples.

## KEYWORDS

theory of games, game, player, konflikt resolution, decision-making under risk, cooperation, non-cooperation, antagonistic conflict, decision matrix, leading of the company, decision-making process, Nash equilibrium

# Obsah

Seznam tabulek .....	9
Úvod.....	10
1 Teorie her a její základní pojmy .....	11
1.1 Historie a vývoj teorie her .....	11
1.2 Oblasti využití teorie her .....	14
1.3 Základní pojmy teorie her .....	15
1.4 Klasifikace her .....	16
1.4.1 Dělení podle různých hledisek.....	17
1.5 Užitek .....	20
1.6 Racionální chování.....	21
1.7 Modely rozhodovacích situací .....	22
1.7.1 Maticové hry .....	22
1.7.2 Dokonalá/nedokonalá informovanost a úplná/neúplná informovanost .....	23
1.8 Řešení rozhodovacího problému.....	25
1.8.1 Dominantní strategie.....	25
1.8.2 Opakovaná eliminace silně dominovaných strategií .....	26
1.8.3 Nashova rovnováha – Nash equilibrium.....	26
1.8.4 Čistá (ryzí) strategie.....	27
1.8.5 Smíšené strategie .....	28
1.8.6 Grafické řešení .....	28
1.9 Základní modely konfliktů.....	28
1.9.1 Věžňovo dilema .....	29
1.9.2 Manželský spor .....	30

1.9.3	Lov jelena .....	31
1.9.4	Tragédie veřejného vlastnictví.....	31
1.9.5	Jestřáb a křepelka.....	32
1.9.6	Housenka .....	33
1.9.7	Kuřata.....	33
2	Řízení a rozhodování v podniku.....	34
2.1	Základní poznatky o řízení podniku.....	34
2.1.1	Management jako proces .....	35
2.2	Rozhodovací situace při řízení podniku.....	36
2.2.1	Etapy rozhodovacího procesu.....	38
3	Aplikace teorie her v praxi .....	38
3.1	Využití Cournotova modelu duopolu při rozhodovacím problému, jak zvýšit zisky	38
3.2	Stanovení výše ceny .....	40
3.3	Optimalizace výroby v podmínkách oligopolu .....	41
3.4	Výběrové řízení pro získání zakázky s využitím maticových her.....	42
3.5	Souboj o zakázku .....	43
3.6	Výměna vodoměru v obci .....	45
3.7	Dodávka výrobních komponentů .....	46
3.8	Spolupráce při vybudování příjezdové komunikace a parkoviště.....	46
	Závěr .....	48
	Použitá literatura .....	49



## Seznam tabulek

Tabulka 1 - Věžňovo dilema.....	30
Tabulka 2- Manželský spor.....	30
Tabulka 3 - Lov jelena .....	31
Tabulka 4 - Tragédie veřejného vlastnictví .....	32
Tabulka 5 - Jestřáb a křepelka .....	33
Tabulka 6 - Kuřata .....	34
Tabulka 7- Stránky rozhodování.....	36
Tabulka 8 - Výběrové řízení pro získání zakázky .....	43
Tabulka 9 - Souboj o zakázku 1.....	44
Tabulka 10 - Souboj o zakázku 2.....	45
Tabulka 11 - Výměna vodoměru v obci .....	45
Tabulka 12 - Dodávka výrobních komponentů .....	46
Tabulka 13 - Spolupráce při vybudování komunikace .....	47

## Úvod

Lidé se musí ve svém každodenním životě neustále rozhodovat. Ať už se jedná o jednotlivce, kteří řeší své běžné problémy až po vrcholového manažera, jehož rozhodnutí ovlivňují činnost celého podniku. Aby bylo možné dosáhnout požadovaného cíle, je nutné použít vhodnou strategii, která nás k němu dovede a přinese nám nejvyšší užitek. Teorie her vytváří řadu modelových rozhodovacích situací, které nás mohou na možný konflikt připravit a nastítnit nám možná řešení i jejich případné důsledky.

Teorie her vznikla již 17. století, kdy se zaměřovala především na salonní hry. V průběhu vývoje byla doplňována novými teoriemi a stala se vědní disciplínou, která pomáhá řešit konfliktní situace v řadě oborů, mezi něž patří vedle politologie, psychologie, sociologie, biologie, práva, vojenství a celé řady dalších i ekonomie a oblast řízení podniku. V této oblasti umožňuje manažerům, na základě využití znalostí a principů teorie her, analýzu konfliktních situací a následně přijetí co nejlepších rozhodnutí, která povedou k maximalizaci užitku, minimalizaci ztrát a celkově k rozvoji podniku.

O tom, že teorie her zaujímá významné postavení mezi ostatními vědami, svědčí i fakt, že několik představitelů z oblasti teorie her získalo Nobelovu cenu.

Pro rozhodovací situace je možné využít celou řadu typů her, jako například hry maticové, antagonistické, kooperativní a nekooperativní, s dokonalou i nedokonalou informovaností, s konstantním a nekonstantním součtem a další. Pro řešení konfliktních situací se dají využít existující základní herní koncepty, jako je například věžňovo dilema, lov jelena, tragédie veřejného vlastnictví, manželský spor a řada dalších.

Cílem mé bakalářské práce je seznámit s vývojem teorie her, představit nejvýznamnější osobnosti oblasti teorie her, kteří svými pracemi a objevy ovlivnili další vývoj této vědní disciplíny, vysvětlit pojmy používané v teorii her, a především uvést příklady her, které pomáhají řešit rozhodovací a konfliktní situace a tyto vzorové příklady rozpracovat do konkrétních možností využití při rozhodování v konfliktní situaci při řízení podniku.

# 1 Teorie her a její základní pojmy

## 1.1 Historie a vývoj teorie her

Myšlenky spojené s teorií her se objevily již v 17. století a postupně se vyvíjely až do vzniku teorie her jako vědy. Počátky byly spojené nejprve s hazardními hrami a snahou vytvořit výherní postupy za pomoci matematické pravděpodobnosti.

Poprvé myšlenku teorie her uvedl ve svém dopisu James Waldegrave při popisu možností strategie při karetní hře. V roce 1713 definoval minimax smíšené strategie pro hru 2 osob ve hře Le Her, získané informace ale nedokázal následně aplikovat na další situace. (Hykšová, 2004)

Další významnou osobností byl Antoine Augustin Cournot (1801-1877), který propojil teorii her s ekonomikou. Svou práci zaměřil na zkoumání jednorázového soutěžení dvou firem na trhu, jehož výsledkem je řešení pomocí rovnovážných strategií. Tento postup v oblasti monopolu je chápán jako předchůdce pozdější Nashovy rovnováhy. (Walker, 2012)

Začátek 20. století představuje snahu nalézt optimální strategii, tzn. takový postup, který maximalizuje zisk nebo minimalizuje ztráty. Ve 20. letech 20. století vydal matematik Emile Borel (1871-1956) řadu prací, ve kterých se zabýval problémy souvisejícími s herními situacemi. (Hykšová, 2004)

V letech 1910-1930 se teorie her zaměřovala především na hry pro dva hráče s nulovým součtem, charakterizované opačnými preferencemi protihráčů, tedy bez vzájemné spolupráce.

Vznik teorie her s jejich aplikací v praxi je spojován s vydáním knihy *Theory of games and economic behaviour* v roce 1944, jejímiž autory jsou John von Neumann a Oskar Morgenstern. V této publikaci provedli autoři shrnutí všech výsledků, kterých bylo v této oblasti dosaženo. Tato zjištění poté dále rozvinuli a doplnili. Hlavním přínosem J. von Neumanna a O. Morgensterna byla skutečnost, že *„zcela jasně poukázali na možnost využití teoreticko-herních modelů v oblasti modelování ekonomických rozhodovacích situací, které v sobě často obsahují prvky konfliktu.“* (Mañas, 1991, s. 12)

Tato více jak šestisetstránková kniha ukazuje spojitost mezi analýzou konfliktních situací v ekonomii a analýzou strategických her. Matematická teorie her se stává samostatnou disciplínou aplikované matematiky.

John von Neumann a Oskar Morgenstern se díky této publikaci stávají hlavními představiteli teorie her.

Oskar Morgenstern (1902-1977) v roce 1935 jako profesor ekonomie na vídeňské univerzitě vydal článek *Perfect foresight and Economic Equilibrium*. Největší význam měla již jmenovaná publikace vytvořená s Johnem von Neumannem, ve které Neumannovu teorii her aplikoval na konkurenční obchod. Teorie her představuje matematickou teorii o ekonomice, strategických a vyjednávacích situacích, které jsou spojeny s ekonomikou, stejně tak jako například s deskovými hrami. Morgenstern a von Neumann zjistili, že ekonomie je velmi podobná hře, ve které se hráči snaží předvídat reakci svou i protihráče. Spolupráce mezi ekonomem Morgensternem a matematikem von Neumannem umožnila zcela nový způsob propojení ekonomie s matematikou.

John von Neumann (1903-1957) americký matematik maďarského původu byl nejen geniální matematik, ale i geniální vědec, který se kromě jiného v době 2. světové války podílel na vývoji atomové bomby nebo na stavbě prvního plně elektronického počítače.

V následujícím období dochází k velmi rychlému rozvoji teorie her. Je publikovaná řada prací, nejvýznamnější byly zveřejněny ve 4 sbornících, které vydala Princetonská univerzita. V letech 1950-1957 postupně přestává být teorie her omezena jen na malý počet osob, ale rozšiřuje se, k čemuž napomohlo i vydání učebnice *Introduction to the theory of games* v roce 1952, jejímž autorem byl J. C. C. McKinsey.

Další publikace o teorii her, která byla určena širšímu okruhu čtenářů, nese název *The compleat strategist*. Její autor J. Williams se v ní zabýval více oblastí zábavních her, z čehož vyplynul názor, že teorie her je více využitelná v oblasti zábavy než vědy. Tato kniha byla přeložena i do českého jazyka.

Velká zásluha o rozvoj teorie her patří Johnu Forbesu Nashovi (1928-2015), který ještě v době studia vytvořil základy moderní teorie racionálního vyjednávání ve své diplomové práci. Vytvořil pojem Nashova rovnováha (ekvilibrum), která je považována za základ teorie her. *„Obecně Nashova rovnáha nastává tehdy, když všichni hráči zároveň odpovídají nejlepším možným způsobem na strategie, které si zvolili ostatní.“* (Binmore, 2014, s. 25) V roce 1994 získal John Nash Nobelovu cenu, stejně tak jako i C. Harsanyi a Reinhard Selten.

Teorie her je aplikována postupně do oblasti politických věd. Jako první uskutečnili tuto myšlenku L.S. Shapley a M. Shubik.

Dalším mezníkem ve vývoji teorie her je kniha R. D. Luceho a H. Raify *Games and decisions*, vydaná v roce 1958, která vysvětluje základní principy, z nichž vychází teorie her v matematických souvislostech. (Mañas, 1991)

Opomenout nelze ani knihu R. Isaacse *Differential games* z roku 1965, která představuje počátek nového *odvětví* teorie her, tzn. teorie diferenciálních her: „*V ní se studují rozhodovací situace, v nichž strategie znamená způsob chování v jistém časovém intervalu. Strategie hráčů jsou tedy popsány jako funkce času a v typických případech jsou zadány jako řešení diferenciálních rovnic.*“ (Mañas, 1991, s. 12)

Rozvoj teorie her je spojen i s řešením koaličních konfliktů, tzn. situací, kterých se účastní  $N$  hráčů, spojujících se do koalic s cílem zlepšit své postavení v konfliktu. Možnost, jak řešit konflikt, se objevuje již u von Neumanna a Morgensterna. O zdokonalení a odstranění nedostatků této teorie se pokusil ve své práci L. S. Shapley v roce 1953, v níž vzniká pojem Shapleyovy hodnoty hry, která „*nepodává přímo návod k jednání, ale zato dobře charakterizuje sílu jednotlivých hráčů v konfliktu.*“ (Mañas, 1991, s. 12)

Významnou osobností, zabývající se oblastí teorie her, je i D. Schmeidler. V jeho práci *The nucleolus of a characteristic function game* z roku 1969 se setkáváme s pojmem nukleolus, který představuje návrh řešení dané situace. Snahou je dospět při tomto řešení k jednoznačnosti, aby se všechny koaliční konflikty daly vyřešit pomocí jednoho principu, aby nebyla množina řešení prázdná. Cílem je proto odstranit nejednoznačné řešení, které vytváří nový problém. Schmeidlerův nukleolus je založen na jednoduché definici, podle níž je řešením pokaždé jednoprvková množina. Schmeidlerovi pokračovatelé se snažili najít nukleolus různými způsoby, například pomocí lineárního programování.

Teorie her se rozvíjela i v dalších zemích. V tehdejší Sovětské svazu byl jejím představitelem N. N. Vorobjev, jehož nejznámějším dílem je učebnice teorie her pro ekonomy *Teorija igr, lekci dla ekonomistov-kibernetikov*, vydaná i v anglickém jazyce. Rozvíjí se zde také oblast teorie diferenciálních her (N. N. Krasovskij a L. C. Pontrjagin).

Teorie her se rozvíjela i v Čechách a na Slovensku, vyšla zde řada publikací jako například *Teoria her* autorů F. Turnovce a M. Chobota z roku 1967, *Teorie her a optimální rozhodování* v roce 1974, jejímž tvůrcem byl M. Mañas nebo publikace *Modely rozhodovania v konfliktných situáciách* z roku 1980 M. Chobota a A. Turnovcové.

Teorií strategických her a teorií statistického rozhodování se zabýval K. Winkelbauer.

Období let 1960-1970 představuje etapu vývoje teorie her, která znamená rozšíření jak v oblasti teorie, tak i z pohledu geografického. Od roku 1970 řada ekonomických časopisů publikovala množství článků spojených s teorií her, v souvislosti s tím vzrostl zájem o tuto vědní disciplínu. Rozšířilo se také využití poznatků teorie her v oblasti ekonomie, biologie, filozofie nebo informatiky.

Řada významných publikací byla do češtiny přeložena z anglického jazyka.

## 1.2 Oblasti využití teorie her

Principy řešení konfliktních situací a prvky teorie her můžeme sledovat i v jiných oblastech (Chvoj, 2011):

1. **Hry v běžném slova smyslu** – jedná se o společenské hry jako je například člověče nezlob se, dáma, šachy, poker, kanasta, žolíky, piškvorky a další. Mezi hry z pohledu teorie her se nepočítají hry, kde výsledek je dán pouze náhodou (například loterie) ani hry, ve kterých je pouze jeden hráč.
2. **Oblast ekonomie** – velkou část ekonomických vztahů je možné chápat jako hru, například vztahy mezi nakupujícím a prodávajícím, konkurenční vztahy mezi firmami, vztahy mezi zaměstnanci a zaměstnavateli. Pokud se podíváme do historie, je teorie her velmi úzce spjata právě s ekonomikou. Při využívání výsledku teorie her je ale nutné zohlednit fakt, že ne vždy matematické modely, které jsou idealizované odpovídají realitě.
3. **Společenské vědy** – principy teorie her se dají využít v celé řadě společenských věd. Široké využití mají v politologii, například při předpovídání výsledků voleb, tvorbě koalic, sestavení vlády a podobně. Široké využití je rovněž v historii, například v oblasti vojenství, při modelování válek a bitev. Dále v sociologii, psychologii nebo pedagogice, kde se zkoumají vztahy a konflikty mezi různými sociálními skupinami a vztahy mezi lidmi.
4. **Biologie** – využití při zkoumání konfliktních vztahů v rámci života v přírodě, například predátor a oběť, mezi jednotlivými živočišnými druhy, možnosti dalšího vývoje a podobně.
5. **Matematika, informatika** – využití při abstraktních pojmech, u kterých by reálné provedení bylo nemožné.

### 1.3 Základní pojmy teorie her

Fakt, že původně byla teorie her spojena se společenskými (salonními) hrami, se odráží v její terminologii – hra, hráč, strategie a podobně.

Základními pojmy jsou:

- **Hra** – představuje základní a současně nejdůležitější pojem teorie her. Slovo hra je v teorii her chápáno v širším významu, který je odlišný od významu slova, používaného v běžné řeči, omezeného pouze na společenské hry. Charakteristickým znakem hry je to, že se jí účastní několik hráčů, to znamená více než jeden. Hra je konfliktní situace mezi několika účastníky. Z ekonomického pohledu se jedná o rozhodovací situaci, vytvořený model konfliktu. Hra je chápána jako strategická interaktivní situace, která zahrnuje alespoň dva hráče, přičemž každý z nich sleduje své cíle.
- **Hráč** – každý účastník konfliktní rozhodovací situace. Hráč je operující strana, účastník hry, který svým jednáním může ovlivnit celkový výsledek. Každý hráč má v rámci konfliktu právo volby. Zná své cíle, dokáže stanovit pořadí podle svých preferencí a vše směřuje k maximalizaci svého zisku. Každý hráč si vybírá vhodnou strategii, která mu umožní dosáhnout co nejlépe vytyčených cílů, především dosažení zisku. Cíle jednotlivých hráčů jsou různé, často i protikladné. Hráčem z ekonomického pohledu může být fyzická osoba, právnická osoba, firma a podobně. Hráč může vystupovat v rámci hry jako inteligentní hráč nebo neinteligentní hráč.
  - **Inteligentní hráč** je racionální účastník konfliktu, jehož hlavním cílem je maximalizace užitku a minimalizace ztrát, čemuž přizpůsobuje i výběr strategií, má o hře dokonalé informace.
  - **Neinteligentní hráč** je příroda, náhodný mechanismus.
- **Pravidla hry** – jaké akce může hráč používat, to znamená, mezi jakými možnostmi volí. Hráč může podle svého rozhodnutí vybírat různé akce s cílem dosáhnout úspěšného ukončení hry. Je nutné si ale uvědomit, že výsledek, kterého hráč v konkrétní hře dosáhne, nezávisí pouze na akcích, které si vybral on sám, ale i na akcích, které uskutečnili ostatní hráči. V závislosti na pravidlech může být výsledek hry ovlivněn i náhodou.
- **Strategie** – konkrétní postup, na základě, kterého si hráč vybírá svou akci v závislosti na akcích, které uskutečnili ostatní hráči. Strategie můžeme dělit na optimální strategie, vyhrávající strategie a neprohrávající strategie.

- **Optimální strategie** je nejvýhodnější varianta, kterou si hráč může zvolit. Může se jednat o alternativu, která hráči zajistí prospěch bez ohledu na to, jaké akce podniknou ostatní hráči.
- **Vyhrávající strategie** je strategie, která danému hráči zajistí výhru. V případě varianty, že jeden z hráčů vyhraje a druhý prohraje, je otázkou, zda existuje v dané hře vyhrávající strategie, to znamená, strategie, která hráči zajistí vždy vítězství bez ohledu na to, jakým způsobem hraje protihráč. Pokud je možné, aby hra skončila i remízou, můžeme zohlednit i existenci neprohrávající strategie.
- **Neprohrávající strategie** je strategie, která danému hráči zajistí, že nikdy neprohraje, to znamená, že buď vyhraje nebo dojde k remíze, bez ohledu na zvolenou strategii protihráče.
- **Prostor strategie** – seznam všech možných variant, které jsou pro hráče dostupné a ze kterých si může hráč vybrat, to znamená, soubor všech rozhodovacích možností účastníka.
- **Výplatní funkce** – výhra, zisk, výsledek hry, kterého dosáhl vítězný hráč efektivně zvolenými strategiemi. Závisí nejen na rozhodnutích tohoto hráče, ale je ovlivněna i výběrem strategií ostatními hráči. V důsledku toho musí být výhra stanovena pro všechny kombinace rozhodnutí všech hráčů, které by připadaly v úvahu. V případě výhry (kladná hodnota) má hráč zisk, v případě prohry (záporná hodnota) ztrátu.

## 1.4 Klasifikace her

Hry je možné v rámci teorie her klasifikovat různými způsoby do jednotlivých odvětví, která jsou ale specifická pro jednotlivé autory. Mañas (1991, s. 14) uvádí následující klasifikaci z roku 1986, která vychází z historického vývoje teorie her a která je využívána mezinárodními časopisy:

1. Hry dvou hráčů
2. Hry N hráčů nekooperativní
3. Hry N hráčů kooperativní
4. Nekonečné hry
5. Víceetapové hry stochastické
6. Víceetapové hry rekurzivní
7. Diferenciální hry



8. Herní modely pronásledování a úniku
9. Teorie užitku
10. Teorie rozhodování
11. Teoreticko-herní modely
12. Poziční hry
13. Aplikace teorie her

#### 1.4.1 Dělení podle různých hledisek

Hry můžeme rozdělit podle různých hledisek. (Sawa, 2021)

- Podle oblasti společenské praxe:
  1. Salonní
  2. Ekonomické
  3. Vojenské
- Podle počtu hráčů:
  1. S jedním hráčem – v rozhodovacím procesu se nachází pouze jeden účastník, jenž disponuje plnou kontrolou nad svými rozhodnutími, která nejsou ovlivněna jinými hráči.
  2. Se dvěma hráči – z hlediska rozboru je tento typ nejjednodušší
  3. S  $n$  počtem hráčů
- Podle počtu strategií:
  1. Konečné hry – tzn. hry, kde mají hráči k dispozici konečný počet strategií
  2. Nekonečné hry – tzn. hry, kde mají hráči k dispozici nekonečně mnoho strategií
- Podle charakteru plateb:
  1. S konstantním součtem = antagonistické hry – pokud všechny platby sečteme, je jejich součet roven konstantě. V případě rozhodovací situace, kdy oba hráči jsou inteligentní, se objevují protichůdné zájmy. Jeden z účastníků získává to, co druhý ztratil.
  2. S nekonstantním součtem = neantagonistické hry – ačkoliv se každý hráč zaměřuje na své vlastní zájmy, nemusí být tyto zájmy vždy protichůdné. Může nastat situace, kdy je spolupráce mezi hráči pro obě strany užitečná a záleží jen na jejich vzájemné dohodě. Tyto hry dále dělíme na kooperativní a nekooperativní.

- Podle míry spolupráce:
  1. Kooperativní hry – jedná se o hry, ve kterých se hráči mohou před jejich začátkem domlouvat na jednotlivých strategiích. Díky tomu se podstata konfliktu mezi hráči dostává do doby ještě před začátkem vlastní hry, kdy probíhá fáze dohadování o použití konkrétních strategií. Vystává zde otázka, zda vůbec dojde k dohodě.
 

V rámci kooperativních her se rozlišují 2 varianty:

    - a) hry s přenosnou výhrou
    - b) hry bez přenosné výhry

V případě her bez přenosné výhry jsou zisky stanoveny v pravidlech hry, hráči je nemohou ovlivnit domluvenými strategiemi, proto řeší pouze herní strategie. U her s přenosnou výhrou se hráči domlouvají rovněž na způsobu rozdělení získané výhry. Může zde dojít i k případu vzájemné motivace, kdy jeden hráč druhému slíbí za spolupráci podíl na svém zisku.
  2. Nekooperativní hry – jedná se o variantu, při které se účastníci mezi sebou nemohou domlouvat. Ačkoliv hráči spolu při této variantě přímo nekooperují, mohou v případě her s nenulovým součtem využít strategie, která vychází z předpokladu racionality ostatních hráčů, směřujících k dosažení co nejlepších vlastních cílů, a ne k poškození ostatních hráčů.
- Podle množství dostupných informací:
  1. Hry s úplnou informací – jedná se o hry, ve kterých mají hráči informace o možnosti provést akce z jejich pohledu nebo z pohledu soupeře. Znají velikost výher, kterých je možné dosáhnout ve všech možných variantách, a znají také pravděpodobnost náhodných tahů, které může uskutečnit „příroda“. Hráči před každým svým tahem přesně vědí, jak hra do této doby probíhala. Příkladem takovéto hry jsou šachy.
  2. Hry s neúplnou informací – představují opak her s informací úplnou. Někteří účastníci nemusí mít k dispozici všechny informace, které jsou důležité pro jejich rozhodování. V důsledku toho může být přijato rozhodnutí, které je jiné, než by bylo v případě znalosti těchto faktů. Tento typ her je častý zejména v ekonomice, kde mají například účastníci trhu odlišný přístup k informacím, a tudíž jsou někteří znevýhodněni.

V určitých případech také u her s úplnou informací může v průběhu hry nastat situace, kdy hráč nezná všechny informace. Příkladem mohou být karetní hry, u nichž pravidla hry omezují získání přesných informací. Ty si může hráč pouze odvodit za pomoci pravděpodobnosti, kdy by daná situace mohla nastat.

Hry, ve kterých mají hráči k dispozici úplně všechny existující informace, se označují jako hry s dokonalou informací.

- Podle podílu náhody:

U některých her je náhoda součástí pravidel, například házení kostkou, zamíchání karet a podobně. Náhodný prvek se stává pseudohráčem, v terminologii je označován jako příroda nebo také jako náhoda. Uskutečňuje různé akce jako ostatní účastníci hry, ale provádí je bez konkrétního cíle.

- Podle informací o důsledku volby:

1. Deterministické hry – jestliže si zvolíme určitou strategii, přesně víme, jaký bude náš zisk, v závislosti na tom, jakou strategii si vybere protihráč. Jako příklad těchto her je možno uvést karetní hry nebo hru kámen – nůžky – papír. Po zvolení strategie je z pravidel zřejmé, jakého výsledku hráč dosáhne, kdo vyhraje.
2. Stochastické hry – hra je ovlivňována náhodou. Jestliže si zvolíme určitou strategii, má náš zisk pravděpodobnostní rozdělení.

- Podle počtu kol:

1. Jednokolové hry – v rámci této hry účastníci absolvují jednu hru, následně získají svou výplatu. Na základě této skutečnosti, že neproběhnou další kola hry, hráči volí i odpovídající strategie.
2. Vícekolové hry – u těchto her se jednotlivá kola opakují několikrát za sebou, hráči mohou v průběhu měnit své strategie. Zvolené strategie musí patřičně zvažovat, protože se zde může odrazit reakce ostatních hráčů na strategie z předchozích kol, například msta za předchozí újmu nebo nižší zisk. Specifická situace nastává tehdy, když méně úspěšní hráči napodobují strategii hráčů úspěšnějších. Tato varianta je také označována jako evoluční hry. Strategie se mění podle počtu kol, která zbývají do konce. Při posledním kole vícekolové hry jednají hráči jako při hře jednokolové. *„Příklad jednokolové hry je konkurzní řízení firmy v likvidaci. Všichni zúčastnění se snaží ze zbankrotované firmy sobecky vytáhnout co nejvíce peněz. Zatímco pokud firma funguje normálně*

*a zdravě, hrají akcionáři vícekolovou hru a jejich cíle můžou být i dlouhodobé, nebudou se tak snažit jen vybrat z firmy v co nejkratším čase co nejvíce peněz“*  
(Chvoj, 2011, s. 18)

- Dále můžeme hry dělit:
  1. Symetrické hry – jedná se o hry, ve kterých si hráči vybírají strategii ze shodné množiny. V některých případech jsou i výplatní funkce pro všechny účastníky totožné.
  2. Asymetrické hry – pro tyto hry je typické nerovnocenné postavení hráčů.
  3. Simultánní hry – jedná se o hry, ve kterých všichni hráči vytvářejí svá rozhodnutí ve stejnou chvíli. V okamžiku své volby netuší, pro jakou strategii se rozhodli protihráči.
  4. Sekvenční (metahry) – pro tento typ hry je charakteristické, že si hráči vybírají své strategie postupně. Díky tomu získávají informace o tom, jaké strategie použili jejich protihráči, což jim umožňuje volbu nejlepší strategie, a tím větší šanci na výhru.

## 1.5 Užitek

Stanovení definice užitku je velmi komplikované, jako jednu z nich Chvoj (2011, s. 23) uvádí například tu, která je ve slovníku Collins Dictionary of Economics:

*„Utility: satisfaction or pleasure that an individual derives from the consumption of goods or services“* (Užitek: uspokojení nebo potěšení, které jedinec získá ze spotřeby statku nebo služby)

Ale ani tato definice nedokáže matematicky vysvětlit slovo užitek, proto je užitek chápán jako základní jednotka výplaty. Poté je možné s tímto pojmem pracovat i v oblasti teorie her. Problémem není pouze definice tohoto slova, ale i způsob, jakým změřit jeho hodnotu, vzhledem k tomu, že ekonomická teorie i teorie her předpokládají měřitelnost užitku. Ve finanční ekonomii je zřejmé, že užitek vycházející z libovolné transakce je přímo úměrný množství získaných peněz. Ale vyjádřit užitek například z radosti, že jsme si koupili dům nebo třeba psa, je velmi komplikované. V některých situacích je problém i určit, zda je užitek kladný nebo záporný. Proto se při práci s užitekem využívají 2 principy: kardinální a ordinální. Kardinální přístup usiluje o to, aby byl užitek co nejpřesněji vyčíslen a získané výsledky se porovnávají na základě hodnoty užitku. Ordinální přístup na rozdíl od kardinálního srovnává mezi sebou dva výsledky. Neurčuje, který užitek je větší nebo menší, ale upřednostňuje jeden

výsledek před druhým. Kardinální užitek je složitěji simulovatelný, ale práce s výsledky je relativně jednoduchá. Naopak ordinální užitek je zaměřený obecněji, ale je složitější určit preference jednotlivých účastníků hry a správně sestavit pořadí. (Chvoj, 2011)

V případě, že se zabýváme konfliktem i spoluprací, je nutné určit motivaci jednotlivých hráčů. V souvislosti s tím ekonomové vytvořili myšlenku užitku, která stanovuje pro každého hráče při každém existujícím výsledku hry číselnou hodnotu, díky které je možné srovnávat jednotlivé výhry a prohry. Můžeme říci, že se hráči chovají nekonzistentně, při stejné situaci se zachovají rozdílně. Teorie her si dává za cíl pozorovat, podle jakých pravidel hráči přijímají rozhodnutí a na základě toho vytvořit předpoklad, jak budou reagovat v budoucnu. (Binmore, 2014)

Podle Binmora (2014, s. 16) „konzistentní chování znamená totéž jako se snažit maximalizovat hodnotu něčeho.“ A toto „něco“ ekonomové označují jako užitek. Přínosem pro řešení této otázky v minulosti byl John von Neumann, který stanovil spojitost s rizikem. Při zjištění možnosti s největším užitekem odvodíme, jak se hráč bude chovat v riskantních situacích. Ekonomové chápou míru vztahu k riziku jako čistě osobní věc.

## 1.6 Racionální chování

Dalším pojmem, který je spojen s teorií her je pojem racionální chování. Při jeho definicích se často využívá slovo užitek, proto i jeho vymezení je velmi problematické a složité. Chvoj ve své publikaci Pokročilá teorie her ve světě kolem nás uvádí následující definici: „Racionální rozhodnutí je takové rozhodnutí, které jedinci přinese největší užitek.“ (Chvoj, 2011, s. 26) V návaznosti na tuto definici vznikají další pojmy, a to racionální chování a inteligentní (racionální) hráč. Hlavním cílem inteligentního hráče je maximalizovat užitek, přičemž tato maximalizace nezahrnuje pouze jednu konkrétní veličinu (nejčastěji peníze), ale představuje komplexní mix různých vlivů, z nichž některé se dají jen velmi obtížně změřit. Inteligentní hráč řeší otázku, zda hru analyzovat a obětovat užitek na získání informací, protože není jisté, jestli vynaložené úsilí přinese o tolik vyšší užitek, než by byl bez této případné analýzy. V některých případech je jednodušší pracovat s nedokonalou informací, která je k dispozici, maximalizovat užitek, to znamená chovat se racionálně. V chování neinteligentního (iracionálního) hráče se odráží určité množství náhody, a proto ho lze jen obtížně modelovat s pomocí náhodných veličin či smíšených strategií. Jako neinteligentní hráč je vše, co nemůžeme nijak ovlivnit, například počasí.

## 1.7 Modely rozhodovacích situací

Teorie her vychází z matematického modelování konfliktních (rozhodovacích) situací. Pokud chceme stanovit optimální chování konkrétních rozhodovacích situací, musíme co nejdokonaleji charakterizovat vše, co může ovlivnit rozhodnutí hráčů. V důsledku toho dochází k rozdělení rozhodovacích situací do skupin (tříd), pro které je vytvořena definice optimálního chování. Mañas (1991) rozhodovací situace dělí podle následujících kritérií:

1. Počet účastníků – hráčů
2. Přítomnost či nepřítomnost náhodných mechanismů
3. Informovanost hráčů v okamžiku jejich rozhodování
4. Počty možných strategií
5. Způsob generování a dělení výher

Pro zobecnění teoretických principů teorie her se používá model označený jako hra v normálním tvaru. V každé rozhodovací situaci vystupují hráči, kterých je vždy konečný počet. Každý hráč si vybírá z konkrétního souboru rozhodnutí, které je potom označováno jako strategie. Každému hráči  $i \in Q$  (množina všech hráčů) přísluší jedna množina  $X_i$ , která obsahuje souhrn jeho možných strategií. Množina  $X_i$  je nazývána prostor strategií hráče  $i$ , funkce  $M_i(x)$  se označuje jako výplatní funkce. Když výplatní funkce dosáhne kladné hodnoty, má hráč  $i$  zisk, pokud záporné utrpěl ztrátu.

### 1.7.1 Maticové hry

Ke klasickým modelům teorie her patří maticové hry. Jedná se o konečné hry dvou hráčů s nulovým součtem v normálním tvaru, kde oba hráči jsou inteligentní. K zápisu matic je nutné pro srozumitelnost používat dohodnuté znaky. Hráči se označují písmenem A a B, přičemž hru pozorujeme z pohledu jednoho hráče, zpravidla hráče A. Ve hře se setkáváme s konečným prostorem strategií, které se číslují přirozenými čísly:  $X = \{1, 2, \dots, m\}$  a  $Y = \{1, 2, \dots, n\}$ . Dohromady existuje  $m \cdot n$  kombinací strategií a každé z nich je možné přiřadit výhru  $f(x, y)$ . Ty je potom možné uspořádat do matice, kde čísla řádků odpovídají číslům strategií prvního hráče a čísla sloupců číslům strategie druhého hráče. (Mañas, 1991)

Z definice vyplývá, že spolupráce mezi hráči není možná. Platí zde, že čím jeden více získá, tím druhý ztratí. To znamená, že zisk jednoho hráče se rovná ztrátě hráče druhého. Tento typ konfliktu je možné zaznamenat jako maticovou hru, která je realizována podle minimaxu, to znamená, že cílem je dosáhnout maximální výhry z pohledu hráče A a minimální prohry

z pohledu hráče B. Tento způsob hry je označován jako hra antagonistická (nekooperativní). (Heissler et. al. 2010) Ve hře je možné využít ryzí nebo smíšenou strategii.

Když hráči rozhodují ve stejnou chvíli, jedná se o hry paralelní. (Carmichael, 2005) Setkáváme se ale i s variantou, kdy se hráči rozhodují v různém čase – nejdříve první hráč a poté druhý hráč. Jako příklad je možné uvést šachy nebo z ekonomického pohledu obchodní rozhodnutí, které vychází z reakce konkurence. (Chvoj, 2011) U tohoto typu her, které se nazývají sekvenční, se k zobrazení nepoužívá matice, nýbrž strom.

### **1.7.2 Dokonalá/nedokonalá informovanost a úplná/neúplná informovanost**

S termínem úplná a neúplná informace se setkáváme často nejenom v teorii her, ale také v ekonomii. O úplnou informaci se jedná tehdy, když každý hráč zná funkci užitku druhého hráče v souladu s pravidly hry. Luce a Raiff (1958) chápou úplnou informaci jako situaci, kdy si každý hráč plně uvědomuje pravidla hry a funkce užitku každého z hráčů.

Hry s neúplnými informacemi jsou takové hry, ve kterých hráč nezná struktury hry. (Hrubý, 2013) Neúplné informace jsou také označovány jako asymetrické informace. (policonomics.com) V reálném životě existuje značné množství her, u kterých se vyskytuje neúplná informace. Jako příklad je často uváděna aukce. V tomto typu her hráč zná svoji funkci užitku, ale není informován o funkci užitku protihráče. Má pouze možnost využít statistiku již uskutečněných her a na základě nich odvodit pravděpodobnost rozdělení. Následně při využití pravděpodobnosti rozdělení dochází k převedení hry s neúplnou informací na hru s informací nedokonalou. Tyto hry se nazývají bayesovské hry.

Stehel (2019, s. 33) uvádí jako příklad karetní hru. Hráč v průběhu hry neví, jaké má protihráč karty, může „*tuto neznámou informaci nahradit pravděpodobností*“, která vychází ze známých informací – počet karet ve hře celkem, mé karty, počet zbývajících karet.

Gros (2003) rozlišuje v souvislosti s rizikem 5 strategií využitelných v hrách:

1. Bayesovo kritérium
2. Laplaceovo kritérium
3. Waldovo pesimistické kritérium
4. Savageovo kritérium
5. Hurwitzovo kritérium

## Bayesovo kritérium

Podle Sekničkové je bayesovská hra (hra s neúplnou informací) určena následujícím:

- Množinou hráčů  $\{1, 2, \dots, n\}$
- Množina prostorů strategií  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$
- Množina prostorů typů hráčů  $\{T_1, T_2, \dots, T_n\}$
- Množina názorů hráčů  $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$
- Množina výplatních funkcí  $\{f_1(x_1, x_2, \dots, x_N, t_1, t_2, \dots, t_N), \dots, f_v(x_1, x_2, \dots, x_N, t_1, t_2, \dots, t_N)\}$

$$x = \max_i \sum_{j=1}^n p_j m_{ij}$$

$x$  = optimální strategie

$p_j$  = pravděpodobnost, že nastane situace  $j$

$m_{ij}$  = výplata v případě strategie  $i$  a  $j$

## Laplaceovo kritérium

Toto pravidlo je podobné Bayesovu pravidlu. Rozdíl je v tom, že „*nejsme schopni určit pravděpodobnosti rozdělení jednotlivých situací. Optimální strategie inteligentního hráče tak vybírá maximální hodnotu střední hodnoty výplaty situací, které mohou nastat.*“ (Stehel, 2019, s. 34) K výpočtu využíváme následující vzorec:

$$x = \max_i \sum_{j=1}^n p_j m_{ij} = \max_i \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} m_{ij} = \max_i \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n m_{ij}$$

$p_j = 1/n$  a je pro všechny  $j$  shodná

Laplaceovo pravidlo zjednodušeně řečeno přiřazuje stejné pravděpodobnosti různým situacím.

## Waldovo pesimistické kritérium

Toto kritérium je také označováno jako kritérium MAXIMIN. (Wald, 1945) Vychází z předpokladu, že inteligentní hráč počítá s pesimistickou variantou u všech svých strategií, to znamená, že volí nejnižší hodnoty výplat pro každou strategii, z nichž pak vybere maximální hodnotu. Získá tedy jistou výhru, která ale není příliš vysoká. Můžeme vyjádřit:

$$x = \max_i \min_j m_{ij}$$



$x$  = optimální strategie

$m_{ij}$  = výplata v případě  $i$  a strategie  $j$  (Stehel, 2019)

Waldovo pesimistické kritérium zajišťuje malou výhru, ale s minimálním rizikem.

### **Savageovo kritérium**

Je označována také jako matice ztracených příležitostí. Hlavní myšlenka Savageova principu je minimalizace ztráty (Savage, 1951), kterou vypočítáme jako rozdíl mezi nejlepší strategií pro daný náhodný jev a konkrétní strategií:

$$x = \min_i \max_j (m_{ij} - m_{ij}^*)$$

### **Hurwitzovo kritérium**

Toto pravidlo, které vytvořil v roce 1951 Hurwitz, počítá s individualitou osoby, která rozhoduje. Na rozdíl od Waldova kritéria, které zajišťuje malou výhru s minimálním rizikem, Hurwitzovo pravidlo rozšiřuje tuto strategii o míru optimismu dané osoby. „*Parametr optimismu nabývá hodnot 0 – 1, přičemž hodnota 0 je zcela pesimistický pohled a odpovídá Waldovu pohledu.*“ (Stehel, 2019, s. 36) Rovnice pro výpočet je následující:

$$x = \max_j (a \max_i m_{ij} - (1 - a) \max_i m_{ij}^*)$$

## **1.8 Řešení rozhodovacího problému**

Cílem analýzy rozhodovací situace je předpovědět budoucnost na základě odhadu volby ostatních hráčů. A na základě této volby sami vybíráme svou strategii. (Carmichael, 2005) Protože nemůžeme přesně určit, kterou variantu protihráč vybere, stanovíme v jednotlivých hrách předpoklady, pomocí kterých můžeme tuto situaci modelovat. Jako příklad je možné uvést racionalitu hráče, která představuje snahu hráče volit strategii umožňující dosažení maximálního užitku. (Chvoj, 2011) Vzhledem ke skutečnosti, že v reálném světě není vždy předpoklad racionality dodržen, zohledňují tuto situaci i některé hry. (Maynard, 1982)

### **1.8.1 Dominantní strategie**

Vzhledem k tomu, že různé strategie představují rozdílný užitek, volí si hráč takovou strategii, pomocí které se mu podaří užitek maximalizovat. Nebude tedy volit tu strategii, která pro něj bude znamenat menší užitek. Tato strategie je v tomto případě dominována jinou strategií. (Osborne, 2004) Vzhledem k tomu, že by výběr nepříznivé strategie byl v rozporu s předpokladem racionality hráče, tuto strategii nezahrnujeme do řešení rozhodovací situace

(odstraníme ji). Taková strategie, která je pokaždé horší než jiná strategie, ať protihráč volí jakoukoli strategii, se neuvádí v rozhodovací matici. Tím se zmenší rozměr matice a usnadní se tak hledání optimální strategie.

Dominanci strategie můžeme rozlišovat silnou a slabou.

### **Silná (striktní) dominance**

Silná dominance nastává tehdy, když je dominantní strategie výrazně lepší, to znamená, že přináší v každé existující variantě větší užitek než u strategie dominované.

### **Slabá dominance**

Slabá dominance se uskuteční tehdy, pokud alespoň v jedné variantě nastane rovnost užiteků. U slabé dominance je potřeba zohlednit pořadí, ve kterém probíhá odstraňování dominovaných strategií. Není, ale vyloučeno, že právě slabě dominovaná strategie nemůže přinést úspěšné řešení hry.

### **1.8.2 Opakovaná eliminace silně dominovaných strategií**

U některých her může přinést řešení opakovaná eliminace dominujících strategií, v důsledku čehož zůstane pouze jedna strategie pro každého hráče. (Carmichael, 2005) Jednotlivé strategie jsou odebírány postupně.

### **1.8.3 Nashova rovnováha – Nash equilibrium**

Nashova rovnováha představuje návod, jak najít optimální strategie hráčů v konfliktní situaci. Nashova rovnováha je definována jako nejlepší strategie. Pokud se hráč odchýlí od této strategie, zatímco protihráč se své optimální strategie bude držet, nepolepší si. Právě naopak, ve výplatě si pohorší, v lepším případě na tom bude stejně. (Nash, 1950)

Matematická definice Nashovy rovnováhy je následující:

$$\forall_i, x_i \in S_i: f_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq f_i(x_i, x_{-i}^*)$$

$S_i$  = možné strategie hráčů  $i$

$f(x)$  = výplatní funkce

$x_i$  = strategie hráče  $i$

$x_{-i}$  = strategie ostatních hráčů

V případě ostré nerovnosti se jedná o striktní Nashovu rovnováhu a žádnému hráči se nevyplatí měnit svoji strategii, protože by si pohoršil ve výplatě. Tato situace připadá v úvahu, pokud jsou všichni hráči racionální a usilují o maximalizaci svého zisku. (Nash, 1950) Zjišťování strategií v podstatě odpovídá nalezení extrémů funkcí. Vzhledem k tomu, že matematické řešení je příliš komplikované, dochází v teorii her ke zjednodušení.

Nashova rovnováha nastává, pokud nalezneme strategie  $x^0 \in X, y^0 \in Y$ , pro které platí:

$$f_1(x, y^0) \leq f_1(x^0, y^0) \text{ a } f_2(x^0, y) \leq f_2(x^0, y^0)$$

U her s konstantním součtem (u her s nulovým součtem):

$$f_1(x, y) = f(x, y) \text{ a } f_2(x, y) = -f(x, y)$$

= Nashovo rovnovážné řešení, které získáme nalezením tzv. sedlového bodu matice u ryzích strategií.

#### 1.8.4 Čistá (ryzí) strategie

Pokud uvažujeme hru s konstantním součtem, je tato hra zobrazeno pomocí matice

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Řešení této matice spočívá v určení sedlového bodu. Tento bod získáme tak, že určíme maxima ve sloupcích a minima v řádcích. (Myerson, 1991) Sedlový prvek matice je číslo největší ve svém sloupci a zároveň největší ve svém řádku.

První hráč se snaží reagovat na strategii soupeře a na každou jeho strategii se snaží najít co možná nejlepší reakci. „Pokud tedy druhý hráč vybere první strategii, první hráč hledá maximální hodnotu v daném sloupci, jakožto jako odpověď na tuto strategii. Druhý hráč postupuje zcela stejně, přičemž zohledňuje, že kladné hodnoty pro něj představují ztráty a záporné hodnoty jsou pro něj ziskem. Hledá tedy minima v řádcích.“ (Stehel, 2019, s. 44)

V případě her s nekonstantním součtem nastává jiná situace, která vychází z toho, že příjem jednoho hráče nepřinese stejnou výši ztráty pro druhého hráče. (Mañas, 1991) Hra je tvořena u dvou hráčů dvěma maticemi, kde část A představuje výplaty prvního hráče a hodnoty

v části B výplaty druhého hráče. Výsledný sedlový bod získáme tak, že hledáme maxima ve sloupcích v části A a potom maxima v řádcích v části B. (Osborne, 2004)

### 1.8.5 Smíšené strategie

Definice hry v určitých případech zahrnuje navíc pravděpodobnostní množiny. Hráč využívá pravděpodobností, se kterými pak hraje jednotlivé strategie. Takto formulované strategie jsou označovány jako smíšené (pravděpodobnostní) strategie. (Sekníčková, 2006) U her s konstantním součtem se při řešení využívá metod lineárního programování, při kterých dochází k maximalizaci nebo minimalizaci výplatní funkce. (Mañas, 1991) Nejvyužívanější metodou je simplexová metoda, kterou vytvořil George Dantzik v roce 1947 a jejíž princip je založen na optimalizaci (maximalizaci nebo minimalizaci) účelové funkce.

S podobnou situací se setkáváme i u dvouhrouvé hry s neantagonistickým konfliktem. V tomto případě dochází rovněž k výběru strategie s určitou pravděpodobností.

$$p = 1 - (p_1 + p_2 \dots p_{n-1})$$

$p_1$  = pravděpodobnost první strategie

$n$  = počet strategií

$$\pi(p, q) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i q_j a_{ij}$$

$p$  = pravděpodobnost prvního hráče

$q$  = pravděpodobnost druhého hráče

$a$  = odpovídající výplata ve výplatní matici

### 1.8.6 Grafické řešení

Podle Jablonského je možné použít k řešení úloh lineárního programování grafickou metodu. Vzhledem k tomu, že konfliktní situace není vždy v optimu, je možné tuto metodu využít k dalším analýzám. Omezením této metody jsou limity, vycházející z  $n$  rozměrného prostoru. Nelze tedy použít v případě velkého počtu strategií a hráčů.

## 1.9 Základní modely konfliktů

V každodenním běžném životě se setkáváme s velkým množstvím rozhodovacích situací. V rámci teorie her existuje řada her, jejichž analýza byla provedena nesčetně krát, a proto je

možné je zobecnit pro celou řadu rozhodovacích procesů a aplikovat i do ekonomické oblasti. Tyto herní koncepty mají svá jména a jsou spojeny s konkrétním příběhem.

K neznámějším patří:

- Vězňovo dilema
- Manželský spor
- Lov jelena
- Kuřata
- Tragédie veřejného vlastnictví
- Jestřáb a křepelka (Jestřábi a holubice)
- Housenka

### 1.9.1 Vězňovo dilema

Pravděpodobně nejznámějším herním konceptem je vězňovo dilema, jehož konflikt je srozumitelný nejenom pro odborníky, ale i pro širší veřejnost, a je možné ho aplikovat do různých oblastí. Vězňovo dilema představuje situaci, kdy dva členové zločinecké skupiny jsou zatčeni policií, která má proti nim pouze nepřímé důkazy, na základě kterých by jim byl vyměřen nižší trest. (Stehel, 2019) Vězni jsou umístěni v celách odděleně. Policie nabídne zatčeným dohodu, pokud se jeden přizná, bude mu snížen trest. Trest ale bude snížen pouze tehdy, když se přizná jen jeden pachatel, oběma trest snížit nelze. Vězňové jsou vyslýcháni odděleně, nemohou se spolu domluvit, výslech obou probíhá současně. Proto je tato hra zobrazována jako nekooperativní matice s nekonstantním součtem.

Můžeme uvést na konkrétním příkladu. Dva zloději uskuteční ozbrojenou loupež na čerpací stanici. Policie nemá přímé důkazy, pouze u nich zajistí střelné zbraně. Oba zatknou a umístí odděleně k výslechu, aby spolu nemohli komunikovat. Nastane následující situace:

- Pokud se přizná zloděj 1 a přizná se i zloděj 2, oba zloději budou odsouzeni na 8 let
- Pokud bude zloděj 1 s policií spolupracovat, ale zloděj 2 ne, zloděj 1 bude osvobozen (0 let vězení), zloděj 2 bude odsouzen za oba na 16 let
- Pokud se oba nepřiznají, budou odsouzeni na rok vězení za držení zbraně

Tabulka 1 - Věžňovo dilema

Zloděj 1/Zloděj 2	Přiznat se	Zapírat
Přiznat se	- 8, - 8	- 16, 0
Zapírat	0, - 16	- 1, - 1

Zdroj: Carmichael (2005) – upraveno

Matice s nekonstantním součtem je řešena hledáním maxima ve sloupcích u části A a maxima v řádcích u části B. Zločinci mají k dispozici 2 strategie – přiznat se nebo zapírat. Paradoxem této hry je skutečnost, že neoptimalnější výsledek není pro zločince pozitivní. Pokud bude jeden zapírat, poškodí sám sebe, protože pokud se první přizná dostane trest nižší a druhý, který zapírá, naopak vyšší. Když se oba nepřiznají, bude trest nižší, než kdyby se přiznali. Vzhledem k tomu, že hráči spolu nemohou spolupracovat, je racionálním řešením zvolit strategii přiznat se. Tím, že si hráči změnou strategie polepší, ale nesplňuje předpoklad Nashovy rovnováhy, pokud by se přiznal, dostal by nižší trest. Když oba zločinci zvolí strategii mlčet, získají lepší výsledek, než když zvolí neefektivnější strategii.

Modelem konfliktu věžňovo dilema se ve svých publikacích zabývala celá řada autorů.

### 1.9.2 Manželský spor

Tato hra je založena na konfliktu manželů, z nichž každý upřednostňuje rozdílnou aktivitu. U různých autorů se setkáváme s volbou odlišné aktivity. Banks a Calvert (1992) uvádí jako aktivitu manžela fotbal a u manželky nakupování. Vzhledem k tomu, že manželé chtějí trávit čas spolu, přinese užitek i situace, kterou nepreferují, ačkoliv je tento užitek nižší než u té preferované.

Tabulka 2- Manželský spor

Manžel/Manželka	Fotbal	Nakupování
Fotbal	2, 1	0, 0
Nakupování	0, 0	1, 2

Zdroj: Vlastní

V případě této hry se jedná o hru s nekonstantním součtem. Řešením je nalezení maxima v řádcích i sloupcích. Matice má dvě rovnovážná řešení. Rozhodující roli hraje předpoklad, že se jedná o nekooperativní hru, kdy rozhodování probíhá současně bez možnosti vzájemné domluvy. Mohou tak nastat různé situace. Manželka chce vyhovět manželovi nebo naopak manžel manželce a zvolí tak aktivitu, která jim nepřinese žádný užitek. Stejně negativní bude

i výsledek, když oba partneři budou preferovat svoje zájmy a minou se, což jim zkaží užitek i z činností, kterou sami preferovali.

### 1.9.3 Lov jelena

Tato hra představuje situaci, ve které vystupují dva lovci, přičemž oba lovci si vybírají strategii, zda budou lovit zajíce nebo jelena. Ulovit zajíce může každý lovec sám, ale při lovu jelena je zapotřebí spolupráce dvou lovců. Ti si potom ulovenou kořist rozdělí a získají tím víc, než kdyby každý z nich sám ulovil zajíce.

Tabulka 3 - Lov jelena

Lovec 1/Lovec 2	Jelen	Zajíc
Jelen	10, 10	0, 1
Zajíc	1, 0	1, 1

Zdroj: Carmichael (2005) – upraveno

V případě, že se první lovec rozhodne lovit jelena a druhý zajíce, první nezíská nic a druhý pouze zajíce. Jedná se tedy o matici s nekonstantním součtem, ve které hledáme maxima ve sloupcích a maxima v řádcích. Existují dvě řešení této hry – dva rovnovážné stavy (equilibria), z pohledu výher je zřejmé, že více užítku přináší řešení  $a_{11}$ , proto ho budou hráči preferovat. (Stehel, 2019)

### 1.9.4 Tragédie veřejného vlastnictví

Princip této hry je možné vysvětlit pomocí zemědělců a sucha. (Heissler, et al., 2010) Mezi zemědělci vznikne dohoda, že budou používat menší množství vody. Pokud budou všichni tuto dohodu dodržovat, bude užitek z půdy vyšší, než když budou všichni tuto dohodu porušovat, protože pak by se zásoba vody vyčerpala a na konci by již žádná nebyla k dispozici. Pokud bude skupina zemědělců velká, tak porušení domluvy jedním zemědělcem bude zanedbatelné, neovlivní výši užítku.

- Pokud budou všichni spolupracovat a dodržovat dohodu, vypěstují velmi dobrou úrodu (hodnoceno 10)
- Pokud jeden z farmářů bude pravidla porušovat, zvýší si svoji úrodu (hodnoceno 20), za předpokladu, že ostatní ale dohodu dodrží. U nich se na úrodě nic nezmění (hodnoceno 10)
- Když všichni poruší dohodu, úroda bude nižší (hodnoceno 5)

- Pokud všichni farmáři dohodu poruší (hodnoceno 5) a pouze jeden z nich ji dodrží, bude mít tento farmář nejhorší úrodu (hodnoceno 1)

Můžeme uvést konkrétně:

*Tabulka 4 - Tragédie veřejného vlastnictví*

Jednotlivec/ostatní	Spolupracovat	Nespolupracovat
Spolupracovat	10, 10	1, 5
Nespolupracovat	20, 10	5, 5

Zdroj: Vlastní

Matice ukazuje variantu, kdy jeden hraje proti všem ostatním. Využijeme opět matici, kde hledáme maxima ve sloupcích a maxima v řádcích. Rovnovážný vztah představuje  $a_{12}$ , což znamená nespolutracovat pro jednoho, ale spolupracovat pro všechny ostatní. V reálné situaci platí tento výsledek pouze omezenou dobu, protože pokud by začalo podvádět více účastníků, systém by přestal fungovat. Možnost, jak tomu zabránit, je vytvořit kontrolní systém a způsob následného postihu za nedodržení stanového, vlivem čehož může nastat změna výplatní funkce matice a vznikne tak nové řešení této situace. (Stehel, 2019)

### 1.9.5 Jestřáb a křepelka

Stehel ve své publikaci uvádí tuto hru pod názvem jestřáb a křepelka, v publikacích některých dalších autorů se můžeme setkat s názvem jestřábi a holubice.

Jedná se o hru, která spadá do oblasti evolučních her. Vychází z rozdělení hráčů na dvě skupiny, a to na jestřáby, kteří představují agresivitu, jsou to bojovníci, svádějící boj o nové území. Druhou skupinu tvoří křepelky (holubice), které jsou mírumilovné, schopné se o nové území rozdělit. Pokud v průběhu hry dojde ke kontaktu jestřába a křepelky (holubice), křepelka ustoupí a uprhe, a tak jestřáb získá vše pro sebe. V situaci, kdy jestřáb potká jestřába, dojde k boji, ve kterém má každý z nich 50% pravděpodobnost, že prohraje, respektive vyhraje. V průběhu boje ale dojde ke zranění.

Pokud by převažoval užitek z výhry nad zraněním v souboji, dominovala by strategie jestřába a všichni by následně vystupovali jako jestřábi. Když nastane situace, že zranění znamená negativní účinek, který je vyšší než užitek ze hry, nastává evoluční stabilita. (Chvoj, 2011)

Jako příklad uvedeme boj o teritorium, maximálně hodnoceno počtem 20 bodů:



- Potká-li se jestřáb s křepelkou, získá bez boje 20 bodů, křepelka 0
- Při střetu křepelky s křepelkou získá bez boje každý z nich 10 bodů
- Při střetu jestřába s jestřábem dojde k souboji, který odebere každému 15 bodů. Vítězný jestřáb získá  $20 - 15 = 5$  bodů. Poražený  $0 - 15 = -15$  bodů.
- Pravděpodobnost vítězství je 50%, proto očekávaný zisk je  $0,5 * 5 + 0,5 * (-15) = -5$  bodů

Tabulka 5 - Jestřáb a křepelka

	Jestřáb	Křepelka
Jestřáb	- 5, - 5	20, 0
Křepelka	0, 20	10, 10

Zdroj: Vlastní

### 1.9.6 Housenka

Představuje speciální typ sekvenční hry. V tomto typu hry vystupují dva hráči, kteří se rozhodují postupně jeden po druhém. Každý z hráčů může rozhodnout o ukončení hry, a tím získat do té chvíle dosaženou výplatu, nebo se rozhodnout ve hře pokračovat. „*Sekvenční hry by se měly řešit za pomoci zpětně indukce, což znamená posuzovat každý uzel jako samostatnou hru a v té se snažit vyhledat nejlepší možné řešení maximalizující výplatu pro hráče.*“ (Stehel, 2011, s. 55)

### 1.9.7 Kuřata

Ve hře kuřata se jedná o situaci, kde se hráči chovají tak, aby nepřišli o svou prestiž. Každý z hráčů má na výběr ze dvou možností – buď ustoupit nebo neustoupit. Pokud se oba hráči rozhodnou ustoupit, je výsledek hry neutrální. Pokud ustoupí jeden hráč, vede tato jednostranná ústupnost ke ztrátě prestiže hráče, který ustoupil. Pokud neustoupí oba hráči, dochází k nepříznivé situaci u obou. (Mihola, 2013, s. 34)

Jako příklad můžeme použít, když dva muži chtějí projít současně dveřmi.

- Pokud se oba rozhodnou ustoupit, dochází k remíze (hodnota 0)
- Pokud jeden ustoupí, dochází ke ztrátě hráče, který ustoupil. U hráče, který ustoupil (hodnota - 5), který neustoupil (hodnota 5)
- V případě neustoupení ani jednoho dochází ke kolizi (hodnota - 10)

Tabulka 6 - Kuřata

	Ustoupit	Neustoupit
Ustoupit	0, 0	- 5, 5
Neustoupit	5, - 5	- 10, - 10

Zdroj: Vlastní

## 2 Řízení a rozhodování v podniku

### 2.1 Základní poznatky o řízení podniku

Řízení v obecném slova smyslu je podle Ladislava Blažka chápáno jako „vztah mezi prvkem, který řídí – řídicím subjektem a prvkem, který je řízen – řízeným objektem.“ (Blažek, 2001, s. 9) Řízení v tomto chápání se následně může objevovat v různých oblastech, ať už se jedná o systémy technické, biologické nebo společenské.

Užší oblast pojmu řízení představuje řízení podniku, které je chápáno jako velmi komplikovaný proces, jehož cílem je zajistit podniku prosperitu a maximalizaci zisku. Řízení podniku vychází z faktu, že všechny části, činnosti a aktivity musí být mezi sebou propojeny, a to jak z hlediska věcného, tak i finančního. Cílem tedy je všechny tyto části a činnosti propojit a koordinovat co nejoptimálněji, aby podnik mohl dosahovat nejlepších výsledků.

Samotné řízení uskutečňuje vlastník podniku nebo určený podnikový management. Management dělíme na TOP management, střední management a liniový management. (Vnoučková, 2012) Všechny tyto části managementu se podílejí na rozhodovacích procesech, ve kterých mohou být využity principy teorie her.

Vrcholové vedení firmy (TOP management) řeší otázky, které souvisí s budoucím vývojem podniku, s jeho cíli, vizemi, strategiemi, s jeho neustálým rozvojem. Jejich rozhodnutí mohou výrazným způsobem ovlivnit chod celého podniku.

Střední management vychází z rozhodnutí TOP managementu, která specifikuje a konkretizuje pro své úseky.

Nejnižší vrstvou managementu jsou linioví manažeři, jejichž rozhodnutí jsou směřována přímo do provozu. Všechny činnosti a rozhodnutí směřují k rozvoji organizace a dosahování stanovených cílů.

### 2.1.1 Management jako proces

Podle Trunečka můžeme management chápat jako „*proces systematického provádění všech manažerských funkcí a efektivního užití všech zdrojů podniku ke stanovení a dosažení podnikových cílů.*“ (Truneček, 1995, s. 8)

Manažeri vykonávají manažerské funkce, které představují typické činnosti manažera. Tyto funkce je možné podle Šajderové a Konečného dělit na:

- Základní funkce
  - Plánování
  - Organizování
  - Operativní řízení
  - Kontrola
- Průběžné funkce
  - Rozhodování
  - Koordinování
  - Regulování
  - Vedení lidí, motivování
  - Komunikování
- Zabezpečovací funkce
  - Zabezpečení informacemi
  - Zabezpečení personální
  - Zabezpečení prostředky

V průběhu celého procesu řízení dochází k prolínání těchto funkcí, které se navzájem ovlivňují a různě kombinují, přičemž vzniká síť řídicích činností.

Řízení podniku se musí věnovat řadě činností, aby byl podnik úspěšný. Prvním krokem je určení správného cíle, kterého by měl podnik dosáhnout. Poté je nutné najít ideální cestu, tempo a optimální prostředky, které povedou k úspěšnému splnění vytýčeného cíle. Nedílnou součástí je i zabezpečení realizace záměrů, zajištění, aby systém udržoval zvolenou cestu k dosažení cíle a jeho následné dosažení. „*Vlastním předmětem teorie řízení je zkoumání obecně platných vztahů a principů procesů řízení a v řídicích činnostech.*“ (Váchal, Vochozka, 2013, s. 45)

Z hlediska propojení teorie her s ekonomickou oblastí je nejdůležitější fází rozhodování, které vychází z možného konfliktu dvou různých variant.

## 2.2 Rozhodovací situace při řízení podniku

Rozhodování patří k základním manažerským činnostem spolu s plánováním, organizováním, vedením, řízením a kontrolou. „Rozhodování je procesem nenáhodného výběru alternativy, který provádí řídicí pracovník ke splnění stanoveného cíle organizace, kterou řídí. Obecně je obsahem rozhodování hodnocení alternativ řešení podle určitých kritérií a jejich vzájemné porovnávání, výběr, optimální alternativy, hodnocení rizik a přijetí rozhodnutí.“ (Prukner, Novák, 2014, s.9)

Rozhodování je klíčovým bodem řízení. Kvalita rozhodovacího procesu, důkladná analýza a zohlednění všech faktorů, které mohou rozhodnutí ovlivnit, je velmi důležitá pro řízení podniku a jeho celkové fungování. Pouze správná rozhodnutí mohou zajistit podniku prosperitu a finanční stabilitu. Rozhodnutí ovlivňuje celá řada faktorů, například složitost řešeného problému, časová náročnost, míra rizika, způsob rozhodování. Manažerská rozhodování mají vliv na kvalitu života zaměstnanců, mají i psychologický význam. Rozhodovací procesy se uskutečňují na různých úrovních řízení organizace a určují způsoby využití zdrojů.

Jak uvádí Blažek (2011) v rámci manažerského rozhodování je proces rozhodování tvořen dvěma různými částmi – organizační a procesní stránkou.

Tabulka 7- Stránky rozhodování

Dvě stránky rozhodování	
Kdo? O čem?	Jak?
ORGANIZAČNÍ STRÁNKA	PROCESNÍ STRÁNKA
- Informační zabezpečení	- Cíle
- Kvalifikační předpoklady	- Varianty chování
- Zájmová orientace	- Kritéria
	- Stavby okolí
Rozhodování	
Individuální	Kolektivní

Zdroj: Blažek (2011)

Podle Fotra a Švecové (2016) je rozhodovací proces spojen s následujícími pojmy:

- Cíl rozhodování = to, čeho chceme dosáhnout. Cíle mohou být vyjádřeny kvantitativně (číselně) nebo kvalitativně (slovně). V podniku můžeme nalézt jeden cíl nebo řadu cílů, které mohou být navzájem provázány. Můžeme se setkat i s variantou, kdy splnění jednoho cíle je podmíněno splněním dalších cílů a podobně. Všechny stanovené cíle by měly odpovídat metodě SMART, která určuje vlastnosti správně definovaného cíle.
- Kritéria hodnocení = abychom mohli posoudit, která z variant je nejlepší, musíme si nejdříve stanovit kritéria, podle nichž budeme dané varianty hodnotit. Pro stanovení kritérií se používají různé metody. Fotr a Švecová (2016) uvádí následující:
  1. intuitivní metody:
    - Brainstorming
    - Brain writting
    - Metoda 635
    - Diskuze 66
    - Gordonova metoda
    - Sinektická metoda
  2. Systematicko-analytické metody:
    - Rozhodovací stromy
    - Morfologická analýza
    - Metoda NVP
    - Metoda analogie
    - Metoda porovnání funkcí
    - Metoda agregace
    - Metoda dimenzování
    - Metoda kinematického obrácení
- Subjekt rozhodování = osoba, která rozhoduje, což může být jednotlivec nebo skupina.
- Objekt rozhodování = organizace nebo její část, které se rozhodovací proces týká.
- Varianty rozhodování = různé možnosti, které by mohly vést k vytyčenému cíli.
- Stavby světa = budoucí stavy, ke kterým dospějeme, když budeme realizovat zvolenou variantu. Zde je potřeba také zmínit možnost výskytu faktorů rizika (nejistoty), které mohou ovlivnit výsledek použitých variant.

TOP management musí v rozhodovacích situacích při řízení podniku zohlednit i potenciaální problémy, které by mohly danou situaci ovlivnit. Tyto potenciaální problémy je nutné eliminovat, k čemuž slouží řada různých analýz. Analyzují se hrozby a příležitosti obdobným způsobem, jakým probíhá v marketingu SWOT analýza. Při rozhodování se využívá také PEST analýza zaměřující se na analýzu vnějšího makro prostředí podniku, které podnik není schopen ovlivnit, ale tyto faktory podnik ovlivňují. Managementu může při rozhodování také pomoci Porterova analýza pěti konkurenčních sil, jejíž podstatou je zjednodušení konkurenčního odvětví na existenci pěti proměnných. (Grundy, 2006)

### **2.2.1 Etapy rozhodovacího procesu**

Identifikace rozhodovacích problémů => analýza a formulace rozhodovacích problémů => stanovení kritérií hodnocení variant => tvorba variant řešení rozhodovacích problémů => stanovení důsledků variant => hodnocení důsledků variant => realizace zvolené varianty => kontrola výsledků

## **3 Aplikace teorie her v praxi**

Teorii her je možné využít v řadě rozhodovacích situací v oblasti ekonomiky. Vrcholový management může tyto situace využít pro simulaci různých rozhodovacích procesů v podniku, ať už se jedná například o stanovení výše ceny, optimalizaci výroby, spolupráci mezi firmami, a tím získat představu, jak danou situaci řešit, jakým způsobem mohou reagovat jiné firmy a jak najít optimální způsob řešení dané situace. V uvedených příkladech jsou použity fiktivní firmy. Tyto vybrané příklady představují průřez možných využití jednotlivých typů rozhodovacích situací, které jsou řešeny v rámci teorie her.

### **3.1 Využití Cournotova modelu duopolu při rozhodovacím problému, jak zvýšit zisky**

Produkt je vyráběn dvěma výrobci, přičemž oba pokrývají významnou část trhu. Každý z obou duopolistů vyrábí tedy pouze část celkové produkce a cena, za kterou své výrobky prodává, nezáleží pouze na jeho rozhodnutí, ale je ovlivněna i rozhodnutím soupeře, přičemž se oba rozhodují současně a nezávisle jeden na druhém.

Výrobci:

- Firma 1
- Firma 2

Při rozhodovacím procesu je cílem nastavení takové výše ceny produktu, aby firma maximalizovala své zisky. Maximální cenu, za kterou je možné výrobek prodat, vypočítáme:

$$p = M - q_1 - q_2$$

$q_1$  = množství výrobků, které vyprodukuje první firma

$q_2$  = množství výrobků, které vyprodukuje druhá firma

$M$  = konstanta daná trhem

Využijeme principy hry v normálním stavu, kdy hráči volí číslo z intervalu  $[0, M]$ . Prostor strategií označíme  $S_1 = S_2 = [0, M]$ . Zisky duopolistů představují výplatní funkce:

$$u_1(q_1, q_2) = (p - c)q_1 = (M - c - q_1 - q_2)q_1$$

$$u_2(q_1, q_2) = (p - c)q_2 = (M - c - q_1 - q_2)q_2$$

Z pohledu firmy 1:

Ke každé strategii firmy 2  $q_2$  se snaží najít ideální  $q_1$ , které se bude rovnat  $R_1(q_2)$ . Cílem je, aby hodnota  $u_1(q_1, q_2)$  dosáhla maximální hodnoty, to znamená, že první firma hledá pro každé  $q_2$  patřící  $S_2$  maximum funkce  $u_1(q_1, q_2)$ .

Z pohledu firmy 2:

Naopak druhá firma pro každou strategii firmy 1  $q_1$  hledá co nejlepší řešení  $q_2$  se rovná  $R_2(q_1)$ , to znamená množství, které přináší maximalizaci zisku.

Funkce  $R_1(q_2)$  a  $R_2(q_1)$  se označují jako reakční křivky. Rovnovážený bod je průsečík reakčních křivek:

$$(q_1^*, q_2^*) = \left(\frac{1}{3}(M - c), \frac{1}{3}(M - c)\right)$$

Cena, za kterou je výrobek prodáván v duopolu:

$$p_D^* = M - \frac{2}{3}(M - c) = \frac{1}{3}M + \frac{2}{3}c$$

Zisk, který obdrží každý z duopolistů:

$$u_1(q_1^*, q_2^*) = u_2(q_1^*, q_2^*) = \left[\frac{1}{3}(M - c)\right]^2$$

Celkový zisk:

$$u_1(q_1^*, q_2^*) + u_2(q_1^*, q_2^*) = \frac{2}{9}[(M - c)]^2 < \frac{1}{4}[(M - c)]^2 = u_{MON}^*$$

Celkové množství, které je vyrobeno:

$$q_1^* + q_2^* = \frac{2}{3}(M - c) > \frac{1}{2}(M - c) = q_{MON}^*$$

Pro obě firmy by bylo výhodné uzavřít tajnou dohodu o množství, které se má vyrobit a zisk si rozdělit stejným dílem. Tato dohoda je tajná, protože vzhledem k antimonopolním opatřením je protizákonná.

Tajná dohoda:

$$\widetilde{q}_1 = \widetilde{q}_2 = \frac{1}{4}(M - c)$$

$$\widetilde{p} = \frac{1}{2}(M + c)$$

$$\widetilde{u}_1 = \widetilde{u}_2 = \frac{1}{8}(M - c)^2$$

Pokud by se jednalo o hru vícekolovou, je větší předpoklad, že smlouva bude dodržena. Proto je pro jednu firmu výhodné tuto dohodou porušit a získat pro sebe větší zisk.

### 3.2 Stanovení výše ceny

Mezi dvěma výrobci, kteří vyrábějí zastupitelné výrobky, probíhají jednání o výši cen. Zastupitelné výrobky jsou chápány jako výrobky, které se používají k uspokojování stejné potřeby, ale v řadě jednotlivostí se liší. Výrobci v tomto typu hry vystupují jako hráči kooperativní hry, strategiemi jsou úrovně cen výrobků, které produkují.

Závislost úrovně poptávky na cenách zastupitelných výrobků můžeme vyjádřit vzorcem:

$$p_i = w_i[W - c_i - \gamma(c_i - c)]$$

$p_i$  = úroveň poptávky za zvolené časové období v peněžním vyjádření u  $i$ -tého výrobce,  $i = 1, 2$

$w_i$  = koeficient citlivosti poptávky po typu výrobku v závislosti na úrovni cen,  $w_i > 0$ ,  $i = 1, 2$

$W$  = nejnižší cena, u které je poptávka po výrobku u obou výrobců již nulová

$c_i$  = jednotková cena výrobku  $i$ -tého výrobce

$\gamma$  = koeficient reakce poptávky na odchylku ceny od průměru cen

$c = (c_1 + c_2)/2$  = průměr cen

Výplatní funkce  $i$ -tého výrobce představuje čistý zisk. Ten je možné vyjádřit tvarem:

$$M_i = (c_1, c_2) = (c_i - n_i)p_i$$

$n_i$  = jednotkové výrobní náklady  $i$ -tého výrobce



Pro určení kooperativního řešení je nutné vypočítat hodnoty charakteristické funkce  $v(\{1\})$ ,  $v(\{2\})$ ,  $v(\{1, 2\})$  s použitím principu maxima zaručené výhry. Nejhorší varianta pro výrobce je tehdy, pokud nedojde ke spolupráci a druhý výrobce volí nejnižší cenu, to je cenu na úrovni jednotkových výrobních nákladů. Nejlepší varianta by byla, aby si každý z výrobců ponechal svůj čistý zisk. Následně přerozdělení výhry spočívá v tom, že výrobce 1 obdrží od výrobce 2 kompenzaci coby odměnu za spolupráci při vytváření cen. Při použití kooperativního řešení konfliktů dvou účastníků mohou nastat problémy. Při jednáních o rozdělení výhry se počítá s tím, že pokud nebudou úspěšná jednání o spolupráci mezi hráči, získají částky  $v(\{1\})$  a  $v(\{2\})$ .

### 3.3 Optimalizace výroby v podmínkách oligopolu

Na oligopolním trhu podniká  $N$  oligopolistů, z něž  $i$ -tý je schopen dodávat v pevně určeném časovém rozmezí na trh  $x$  jednotek výrobků, který produkuje ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Přičemž produkty všech oligopolistů jsou zastupitelné a jsou prodávány za stejnou jednotkovou cenu.

Celkové množství produktu, které se dodává na trh v určitém časovém úseku se značí  $t$ .

$$t = x_1 + x_2 + \dots + x_N$$

Jednotková cena je vypočítána pomocí cenové funkce:

$$p = f(t)$$

$p$  = jednotková cena, která je na trhu použita při objemu dodávek  $t$

Každý oligopolista má ve výrobě vázány konkrétní výrobní náklady, které jsou určeny nákladovou funkcí  $c_i(x_i)$  která stanovuje celkové náklady  $i$ -tého oligopolisty při objemu produkce  $x_i$ . Nákladová funkce  $c_i(x_i)$  je vymezena intervalem  $\langle 0, k_i \rangle$ ,  $k_i$  = maximální výrobní kapacita  $i$ -tého výrobce. Funkce  $f(t)$ ,  $c_i(x_i)$  a konstantu  $k_i$  znají všichni oligopolisté.

Všichni oligopolisté řeší rozhodovací problém, jak určit výši výroby  $x_i$ , aby došlo k maximalizaci čistého zisku při zohlednění chování zbývajících oligopolistů.

Jedná se o statický model hry s jednou proměnnou, kterou představuje objem výroby za určitý časový úsek. Poptávka není omezena. Tuto popsanou konfliktní situaci řešíme jako hru  $N$  hráčů v normálním tvaru se strategií.

$$X_i = \{x_i; x_i \in \langle 0, k_i \rangle\}$$

Výplatní funkce jsou:

$$M_i(x_1, x_2, \dots, x_N) = x_i f\left(\sum_{i=1}^N x_i\right) - c_i(x_i)$$

$i = (1, 2, \dots, N)$

Pravá strana rovnice představuje čistý zisk  $i$ -tého výrobce (příjem z prodeje – výrobní náklady). Funkce  $f(t)$  je klesající, protože s růstem množství produktů dodaných na trh klesá jednotková cena produktu.

Pokud nastane situace, že  $s \leq p_i$ , je nejvýhodnější strategií pro tohoto oligopolistu neposkytovat trhu výrobky, protože jeho výhra má zápornou hodnotu.

### 3.4 Výběrové řízení pro získání zakázky s využitím maticových her

Investor – developerská firma se rozhodla vybudovat dva obytné komplexy.

- První obytný komplex představuje zakázku ve výši 30 milionů korun
- Druhý obytný komplex zakázka ve výši 18 milionů korun

O získání zakázky usilují dvě firmy:

- STAVEX, s. r. o.
- KOMPLEXSTAV, s. r. o.

Ani jedna z firem nedisponuje takovými kapacitními možnostmi, aby mohla splnit zakázku v plném rozsahu. Obě firmy se mohou ucházet o stavbu jednoho bytového komplexu nebo kooperovat na obou stavbách. Investor musí rozhodnout, jakým způsobem bude výstavba realizována na základě nabídky stavebních firem.

Možnost situací:

1. O stavbu jednoho bytového komplexu se uchází pouze jedna firma. Tato firma získá celou tuto zakázku.
2. O stavbu jednoho bytového komplexu se ucházejí obě firmy a o stavbu druhého žádná. Investor následně nabídne oběma firmám kooperaci na obou stavbách. O práci a o zisky se obě firmy budou dělit rovným dílem.
3. Jedna firma má zájem o stavbu celého jednoho bytového komplexu a druhá nabízí kooperaci na obou bytových komplexech. Dojde k následujícímu rozdělení:

- Firma s nabídkou celé stavby získá 60 % zakázky a kooperující firma 40 % zakázky u prvního bytového komplexu, dělení zisku se uskuteční v poměru 9:6
- U druhého bytového komplexu by při stejné nabídce bylo rozdělení 80 % zakázky a 20 % zakázky, dělení zisku v poměru 5,4:3,6
- U zbývajících komplexu, který nebyl rozdělen podle předchozího, by byla dělba práce i zisku 50 % a 50 %.

Mezi firmy bude rozdělen zisk 30 miliónů + 18 miliónů, což je celkem 48 miliónů korun v závislosti na tom, jak velký podíl stavby převezmou. V souvislosti s těmito situacemi vzniká otázka, jakou nabídku má firma investorovi dát, aby došlo k maximalizaci zisku.

Modelem situace je hra s konstantním součtem, popřípadě s nulovým součtem. Výhra firmy STAVEX, s. r. o. je rovna rozdílu celkového zisku firmy STAVEX, s. r. o. a celkového zisku firmy KOMPLEXSTAV, s. r. o.. Výhra firmy KOMPLEXSTAV, s. r. o. je rovna výhře firmy STAVEX, s. r. o. s obráceným znaménkem. Matice pro uvedený konflikt:

Tabulka 8 - Výběrové řízení pro získání zakázky

Firma 1/Firma 2	1. bytový komplex	2. bytový komplex	Kooperace
1. bytový komplex	0	12	6
2. bytový komplex	- 12	0	8, 4
Kooperace	- 6	- 8, 4	0

Zdroj: Vlastní

Řešení se nachází v ryzích strategiích. Výhodné řešení je, když obě firmy budou kooperovat na obou stavbách. Jednostranná odchylka od rovnovážné strategie znamená pro firmu ztrátu.

### 3.5 Souboj o zakázku

O dvě výrobní zakázky (zakázka 1 a zakázka 2) se ucházejí dvě firmy:

- Firma Kalivoda a synové, s. r. o.
- Firma DOPEKO, s. r. o.

Zakázka 1 přinese firmě zisk ve výši 300 miliónu korun, zakázka 2 představuje zisk ve výši 180 miliónu korun. Každá z firem musí pro získání zakázky splnit podmínku, že si pro výrobu zakoupí odpovídající stroje. Každá z obou firem, které se o zakázku ucházejí, má finanční prostředky na nákup vybavení pro výrobu větší zakázky nebo na část z obou zakázek.

Náklady na nákup potřebného vybavení jsou u obou firem stejné. Zakázky se rozdělují podle následujících pravidel:

- Pokud se o konkrétní zakázku uchází jedna firma, získá ji
- Pokud se o zakázku ucházejí obě firmy stejným způsobem, obdrží obě polovinu zakázek
- Pokud jedna firma je schopna provést větší část zakázky a druhá firma menší část, rozdělí si zakázku na dvě třetiny a jednu třetinu

Obě firmy se musí rozhodnout ve stejný čas a nezávisle na sobě, domluva není možná. Pro získání zakázky je nutné zakoupit potřebné vybavení pro její realizaci.

Kombinace strategií, které by mohly nastat, jsou uvedeny v tabulce.

- A představuje první zakázku
- B představuje druhou zakázku
- C představuje kombinaci obou zakázek

První údaj vyjadřuje zisk první firmy a druhý zisk druhé firmy.

*Tabulka 9 - Soubor o zakázku 1*

Firma 1	Firma 2			
	Strategie	A	B	C
A		240, 240	300, 180	200, 280
B		180, 300	240, 240	120, 220
C		280, 200	220, 120	240, 240

Zdroj: Vlastní

Situaci budeme řešit z pohledu firmy Kalivoda a synové, s. r. o.. Netušíme, jakou strategii zvolí firma DOPEKO, s. r. o., můžeme hodnotit pouze jednotlivé řádky jako celek. Při zhodnocení situace je zřejmé, že není ideální volit druhý řádek bez ohledu na to, jakou strategii zvolí firma DOPEKO, s. r. o.. Náš výsledek by byl v každém případě horší než v posledním řádku, proto druhý řádek škrtneme. Obdobná situace nastává i při zhodnocení prvního řádku.

Tabulka 10 - Souboj o zakázku 2

Firma 1	Firma 2			
	Strategie	A	B	C
	A	240, 240	300, 180	200, 280
	B	180, 300	240, 240	120, 220
	C	280, 200	220, 120	240, 240

Zdroj: Vlastní

Ideální strategií zůstává třetí řádek, který představuje kombinaci obou zakázek. Pro tuto situaci je charakteristické to, že žádná z firem nezíská výhodnější postavení, když se jedna z firem odchýlí od domluvené strategie.

### 3.6 Výměna vodoměru v obci

Tento model hry je možné využít při rozhodování v případě duopolu, kdy dvě firmy vytvoří kartel s cílem získat monopolní výsledek. Kartel představuje skupinu firem, které se při svém rozhodování řídí vzájemnou dohodou – koluzivní dohodou, to je dohodou o rozdělení trhu. (Mankiw, 2000)

V obci Dolní Ves žije trvale 399 obyvatel. Rozhodnutí obce připojit jednotlivé domácnosti na vodovodní řád a následnou instalaci vodoměrů zde mají provést dvě firmy, poskytující tyto služby, a to firma Vodovody a kanalizace a firma Kalousek. Obě firmy se rozhodnou vytvořit dohodu, na základě které si rozdělí zákazníky a následně i zisky na polovinu, čímž dochází k maximalizaci zisku. Každá z obou firem poskytne služby 50 zákazníkům. Za jednoho zákazníka si účtuje cenu 3 045 Kč a dosáhne tak zisku 152 250 Kč.

Tabulka 11 - Výměna vodoměru v obci

Firma 1/Firma 2	Dodržel	Nedodržel
Dodržel	10, 10	- 5, 5
Nedodržel	5, - 5	0, 0

Zdroj: Vlastní

- Pokud obě firmy dodrží dohodu bude jejich zisk 152 250 Kč.
- Pokud firma Kalousek poruší dohodu a zvýší počet svých zákazníků na 60, potom se jeho zisk zvýší na 182 700 Kč. Firma Vodovody a kanalizace bude nedodržením dohody poškozena a její zisk klesne o 30 450 Kč.

- Potom u druhé firmy, která dohodu neporuší, klesne počet zákazníků
- Pokud dohodu poruší obě firmy, dojde k výraznému poklesu zisku obou firem

Nejvýhodnějším řešením je dodržet dohodu kartelu. Firmy ale často usilují o vyšší zisk, proto často dochází k jejich porušování.

### 3.7 Dodávka výrobních komponentů

Firma Practic, s. r. o. vyrábí domácí spotřebiče včetně tyčových vysavačů. Jednou ze součástí potřebných k plné funkčnosti výrobku je těsnění, které dodává firma Merkur, s. r. o.. Firma Merkur, s. r. o. se rozhodla, že tento komponent bez větších důvodů výrazně zdraží, a to o 50 %, s čímž firma Practic, s. r. o. nesouhlasí. Nastává konfliktní situace, kterou je možné řešit několika způsoby.

- Firma Practic, s. r. o. se rozhoduje, zda koupit komponenty s 50 % navýšením ceny nebo hledat nového dodavatele, což by v současné chvíli znamenalo omezení výroby
- Firma Merkur, s. r. o. naopak řeší problém, zda trvat na zvýšení ceny a riskovat, že přijde o významného zákazníka nebo ustoupit

Konfliktní situace se účastní dvě firmy, rozhodnutí volí obě firmy současně, není možné se domlouvat – nekooperativní hra. Hráči se chovají racionálně, při svém rozhodování usilují o maximalizaci užitku a o minimalizaci ztrát. Současně se i jedná o antikoordinační hru, to znamená, že hráč se snaží donutit druhého hráče, aby ustoupil.

Tabulka 12 - Dodávka výrobních komponentů

Firma 1/Firma 2	Ustoupit	Neustoupit
Ustoupit	0, 0	- 10, 10
Neustoupit	10, - 10	- 100, - 100

Zdroj: Vlastní

Firmy se rozhodují pro volby strategií ustoupit od svého rozhodnutí nebo neustoupit. Firma, která se rozhodne ustoupit, prohraje. V případě, že ustoupí oba, nedojde k ohrožení ani jedné z firem, ale současně ani jedna firma nezíská žádnou výhodu. V případě, že ani jedna z firem neustoupí, může mít toto rozhodnutí katastrofální dopad na existenci obou podniků.

### 3.8 Spolupráce při vybudování příjezdové komunikace a parkoviště

Hotel U dvou dubů a hotel Na kopci se nachází ve vzdálenosti 5 km od lyžařského střediska v Orlických horách v kopcovitém terénu, jejichž návštěvnost se v současné době kvůli

dostupnosti snižuje. Protože většina hotelových hostů přijíždí auty, je potřeba vybudovat silnici, která by nahradila stávající příjezdovou cestu a zvýšila tak komfort pro klienty hotelů, a tím zvýšila jejich návštěvnost a zisk. Součástí by bylo i vybudování společného hotelového parkoviště. Oba hotely se dohodly vybudovat tuto komunikaci společnými silami. Mohou nastat následující situace:

- Spolupráce obou hotelů – společnými náklady vybudují příjezdovou silnici s parkovištěm. Odměnou bude přilákání většího množství turistů, zvýšení zisku a s tím i související zvýšení prestiže a celkové dostupnosti. Nutností je ale investice určité finanční částky.
- Zrada – jeden z hotelů se rozhodne, že finanční prostředky na stavbu silnice neposkytne a nebude se podílet na její výstavbě. S touto situací je i spojen plán hotelu, který se nebude podílet na budování příjezdové komunikace, ji přesto využívat a užitek, který vytvořil druhý hotel získat i pro sebe.
- Příjezdová komunikace nebude vytvořena, protože oba hotely „zradí“. Bude následovat trest v tom smyslu, že turisté si vyberou jiný hotel, který je lépe dostupný. Zisky obou hotelů budou stagnovat, popřípadě klesat.

*Tabulka 13 - Spolupráce při vybudování komunikace*

Hotel 1/Hotel 2	Spolupráce	Zrada
Spolupráce	50, 50	- 25, 25
Zrada	25, - 25	- 100, - 100

Zdroj: Vlastní

## Závěr

Cílem mé práce bylo ukázat praktické možnosti využití teorie her při řízení podniku. Práci jsem rozdělila do 3 kapitol.

První kapitola je věnována historickému vývoji teorie her, jejímu přechodu od prvotních teorií až k vědecké disciplíně, která se výraznou měrou podílí na předcházení konfliktním situacím v podnicích. Zaměřila jsem se také na vysvětlení základních pojmů souvisejících s teorií her a na klasifikaci, která je poměrně rozsáhlá. Shrnula jsem zde různé klasifikace z různých hledisek. Ve své práci jsem rovněž provedla charakteristiku vybraných typů her, jako jsou například maticové hry, kooperativní a nekooperativní hry, hry s úplnou a neúplnou informovaností. V neposlední řadě tato kapitola obsahuje základní herní koncepty, kterými jsou vězňovo dilema, manželský spor, kuřata, tragédie veřejného vlastnictví, jestřábi a křepelky. Tyto koncepty jsou popsány nejen v teoretické úrovni, ale jsou doplněny i maticí.

Pro vytvoření celkového obrazu o propojení ekonomie a teorie her je druhá kapitola zaměřena na oblast řízení podniku a rozhodování. Jsou zde vysvětleny ekonomické pojmy související s uvedenou problematikou.

Z hlediska praktického přínosu je nejdůležitější poslední kapitola, ve které jsem uvedla příklady možného využití řešení konfliktních situací. Tyto příklady jsou průřezem existujících konfliktních situací, které mohou při řízení podniku nastat a jejichž nastíněná řešení mohou pomoci manažerům při rozhodovacím procesu.

Význam teorie her neustále roste, a to právě z důvodu možnosti zamezit vzniku konfliktních situací při reálném rozhodování, umožnit tak podniku maximalizaci užítku a zajistit mu další rozvoj a prosperitu.



## Použitá literatura

- BAKNS, J. S., CALVERT, R. L. A battle of the sexes game with incomplete information. *Games and Economic behavior*. ISBN 0899-8256.
- BINMORE, K. G. *Teorie her: a jak může změnit váš život*. Praha: Dokořán, 2014. ISBN 978-80-7363-549-7.
- BLAŽEK, Ladislav. *Management: organizování, rozhodování, ovlivňování*. Praha: Grada, 2011. ISBN 978-80-247-3275-6.
- CARMICHAEL, F. *A Guide to Game Theory*. Edinburg: Pearson Education, 2005. ISBN 0-273-68496-5.
- FOTR, Jiří a Lenka ŠVECOVÁ. *Manažerské rozhodování: postupy, metody a nástroje*. Třetí, přepracované vydání. Praha: Ekopress, 2016. ISBN 978-80-87865-33-0.
- GROS, I. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. 1. vydání. Praha: Grada. 2003. ISBN 80-247-0421-8.
- GRUNDY, T. Strategic change. *Rethinking and reinventing Michael Porte's five forces model*. 2006. Dostupné z: [https://www.ftms.edu.my/images/Document/MOD001074%20-%20Strategic%20Management%20Analysis/WK5\\_SR\\_MOD001074\\_Grundy\\_2006.pdf](https://www.ftms.edu.my/images/Document/MOD001074%20-%20Strategic%20Management%20Analysis/WK5_SR_MOD001074_Grundy_2006.pdf)
- HEISLER, Herbert, Radim VALENČÍK a Petr WAWROSZ. *Mikroekonomie: středně pokročilý kurz*. Praha: Vysoká škola finanční a správní, 2010. Eupress. ISBN 978-80-7408-040-1.
- HRUBÝ, M. *Dynamické hry s úplnou informací*. 2013. [online]. [cit. 1. 4. 2022] Dostupné z: <http://www.fit.vutbr.cz/~hrubym/THE/5-dinamic-games.pdf>
- HYKŠOVÁ, M. *Historické počátky teorie her*. 2004. [online]. [cit. 5. 2. 2022]. Dostupné z: [http://euler.fd.cvut.cz/predmety/game\\_theory/files/Hyksova2004a.pdf](http://euler.fd.cvut.cz/predmety/game_theory/files/Hyksova2004a.pdf)
- CHVOJ, Martin. *Pokročilá teorie her ve světě kolem nás*. Praha: Grada, 2013. ISBN 978-80-247-4620-3.
- LUCE, R. D., RAIFFA, H. *Games and decisions: introduction and critical survey: a study of the behavioral models project*. 2nd print. New York: John Wiley, 1958.

- MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha: SNTL, 1991. Teoretická knižnice inženýra. ISBN 80-03-00358-x.
- MANKIW, N. Gregory. *Zásady ekonomie*. Praha: Grada, 1999. Profesionál. ISBN 80-7169-891-1.
- MAYNARD, S J. *Evolution and the Theory of Games*. Cambridge: Cambridge University Press.
- MIHOLA, J. *Teorie her pro manažery*. Praha: VŠFS. 2013. [online]. [cit. 13. 4. 2021]. Dostupné z:  
<https://slideplayer.cz/slide/3956716/12/images/34/Ku%C5%99e%2C+ale+sp%C3%AD%C5%A1e+zbab%C4%9Blec.jpg>
- MYERSON, R. B. *Analysis of Conflict*. Harvard University, 1991. ISBN 0-674-34115-5.
- NASH, J. Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 1950.
- OSBORNE, Martin J. a Ariel RUBINSTEIN. *Course in game theory*. Cambridge: MIT Press, 1994. ISBN 0-262-65040-1.
- PRUKNER, V., Novák, J. *Základy managementu*. Olomouc: Univerzita Palackého. 2014. [online]. [cit. 12. 4. 2021]. ISBN 978-80-244-4182-5. Dostupné z: [publi.cz/books/189/09.html](http://publi.cz/books/189/09.html)
- SAVAGE, L. J. The theory of statistical decision. *Journal of the American Statistical Association*. 1951.
- SAWA, Z. *Teorie her*. Ostrava: Vysoká škola báňská-Technická univerzita. 2021. [online]. [cit. 15. 4. 2022]. Dostupné z: [cs.vsb.cz/sawa/teh/opora/TEH-opora.pdf](http://cs.vsb.cz/sawa/teh/opora/TEH-opora.pdf)
- SEKNIČKOVÁ, J. *Teorie her v a ekonomické rozhodování*. 2006. [online]. [cit. 24. 3. 2022]. Dostupné z: <http://jana.kalcev.cz/vyuka/kestazeni/4EK421-pr07.pdf>.
- STEHTEL, Vojtěch. *Využití teorie her při řízení podniku*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2019. ISBN 978-80-7380-789-4.
- STEHTEL, Vojtěch. *Využití teorie her při řízení podniku*. Plzeň: Vydavatelství a nakladatelství Aleš Čeněk, 2019. ISBN 978-80-7380-789-4.
- ŠAJDLEROVÁ, I. a KONEČNÝ, M. *Základy managementu*. Ostrava: Vysoká škola báňská-Technická univerzita. [2008]. [online]. [cit. 2022-04-24]. ISBN 978-80-248-1520-6.

TRUNEČEK, Jan. *Management I*. V Praze: Vysoká škola ekonomická, 1995. ISBN 80-7079-929-3.

VÁCHAL, Jan a Marek VOCHOZKA. *Podnikové řízení*. Praha: Grada, 2013. Finanční řízení. ISBN 978-80-247-4642-5.

VNOUČKOVÁ, L. *Základy managementu*. 2012. [online]. [cit. 26. 3. 2022]. Dostupné z: <https://docplayer.cz/4156426-Zaklady-managementu-ing-lucie-vnouckova-ph-d.html>

WALD, A. Statistical decisions functions which minimize the maximum risk. *The Annals of Mathematics*. 1945.

WALKER, P. *A chronology of game theory*. University of Canterbury. 2012. [online]. [cit. 3. 2. 2022]. Dostupné z: <https://competitionandappropriation.pre.ss.ucla.edu/wp-content/uploads/sites/95/2017/08/HistoryGameTheory.pdf>