

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

**POUŽITÍ LIVE SCRIPT PRO VÝUKU MODELOVÁNÍ A
EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE**

Martin Petráš

Bakalářská práce

2022

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2021/2022

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Martin Petráš**
Osobní číslo: **I19316**
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Řízení procesů**
Téma práce: **Použití Live Script pro výuku modelování a experimentální identifikace**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Zásady pro vypracování

Cílem práce je vytvořit ukázkové úlohy pro výuku modelování a experimentální identifikace za použití nástroje Live Script MATLABu. Teoretická část bude věnována problematice výuky modelování a identifikace – bude uvedena dostupná literatura a studijní materiály. Dále bude stručně popsán MATLAB a Live Script. V praktické části bude navrženo a zrealizováno několik úloh pro demonstraci analytického přístupu ke tvorbě modelů. Bude se jednat o úlohy z energetické, hydraulické, elektrické i mechanické oblasti. Dále bude uvedena problematika experimentální identifikace pro určení parametrů spojitého a diskrétního přenosu dynamického systému.

Rozsah pracovní zprávy: **50**
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

SCHINDLER, Jiří. Základy modelování a simulace dynamických systémů. Ostrava, 1980.
DRÁBEK, Oldřich a Jiří MACHÁČEK. Experimentální identifikace. Pardubice: Vysoká škola chemicko-technologická, 1987.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Daniel Honc, Ph.D.**
Katedra řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce: **17. prosince 2021**
Termín odevzdání bakalářské práce: **13. května 2022**

Prohlášení

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v Univerzitní knihovně a prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 09. 05. 2022

Martin Petráš

Poděkování

Tímto bych rád poděkoval vedoucímu bakalářské práce Ing. Danielu Honcovi, Ph.D. za odborné rady a připomínky k vedení mé práce. Dále bych chtěl poděkovat mé rodině, která mě podporovala po celou dobu studia.

V Pardubicích dne 09. 05. 2022

Martin Petráš

ANOTACE

Bakalářská práce je věnována problematice matematicko-fyzikální analýzy a experimentální identifikace dynamických systémů a jejím cílem je vytvoření studijního systému založeného na využití nástroje Live Script výpočetního systému MATLAB.

KLÍČOVÁ SLOVA

modelování, identifikace, dynamické systémy, Live Script

TITLE

USE OF LIVE SCRIPT FOR TEACHING MODELING AND EXPERIMENTAL IDENTIFICATION

ANNOTATION

The bachelor thesis is devoted to the issue of mathematical-physical analysis and experimental identification of dynamic systems and the creation of a study system based on Live Script tool of MATLAB computational environment.

KEYWORDS

Modeling, identification, dynamic systems, Live Script

OBSAH

Seznam zkratk a značek	9
Seznam symbolů veličin a funkcí	10
Seznam ilustrací	12
Úvod.....	14
1 Modely dynamických systémů.....	15
1.1 Modelování a identifikace.....	15
1.1.1 Model	15
1.1.2 Systém.....	16
1.1.3 Identifikace.....	19
1.2 Matematicko-fyzikální analýza.....	20
1.3 Experimentální identifikace	21
2 Programové prostředí tvorby modelů	23
2.1 Programové prostředí MATLAB	23
2.2 Grafické prostředí SIMULINK.....	24
2.3 Live Script.....	25
2.4 COMSOL	25
3 Analytické modely	26
3.1 Tepelné modely	26
3.1.1 Model rychlovarné konvice	27
3.1.2 Model průtokového ohřívače	30
3.1.3 Model bojleru.....	33
3.2 Hydraulické modely	35
3.2.1 Model nádrže.....	36
3.2.2 Model nádrží nad sebou	39
3.3 Elektrické modely	41
3.3.1 Model RC článku	43

3.3.2	Model sériového RLC obvodu.....	46
3.4	Mechanické modely.....	48
3.4.1	Model kuličky na nakloněné rovině.....	49
4	Experimentální modely.....	52
4.1	Modely časově diskrétní.....	52
4.1.1	Identifikace dynamického modelu v časové oblasti.....	53
4.1.2	Experimentální identifikace soustavy RT010.....	55
4.1.3	Experimentální identifikace soustavy RT050.....	57
4.1.4	Experimentální identifikace soustavy RT060.....	59
5	Závěr.....	62
	Použitá literatura.....	63
	Příloha A.....	64

SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

EI	experimentální identifikace
MFA	matematicko-fyzikální analýza
MNČ	metoda nejmenších čtverců
PCH	přechodová charakteristika
PID	proporcionálně integračně derivační (regulátor)
R	regulátor
S	system, soustava

SEZNAM SYMBOLŮ VELIČIN A FUNKCÍ

α	koeficient přestupu tepla, $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
τ	časová konstanta, s
ρ	hustota, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
a	zrychlení, $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
a_i	koeficient levé strany diferenciální rovnice
\mathbf{A}	matice systému
b_i	koeficient pravé strany diferenciální rovnice
c	měrná tepelná kapacita, $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
C	kapacita kondenzátoru, F
d	poruchová veličina
e	odchylka, chyba
E	energie, J
E_p	potenciální energie, J
E_k	kinetická energie, J
E_{pt}	tlaková energie, J
E_Z	energie zdroje, J
E_R	energie rezistoru, J
E_C	energie kondenzátoru, J
E_L	energie cívky, J
F	síla, N
g	tíhové zrychlení, $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
$G(s)$	přenos (L-přenos)
h	výška zdvihu, m
$h(t)$	přechodová funkce
$i(t)$	aktuální proud, A
k, r_0	zesílení
k	směrnice přímky
$konst$	konstantní hodnota
L	indukčnost, H
m	hmotnost, kg
m	řád pravé strany diferenciální rovnice
n	řád levé strany diferenciální rovnice

p	tlak, Pa
P	výkon, W
P_{IN}	vstupní výkon, W
P_R	ztrátový výkon na rezistoru, W
P_C	ztrátový výkon na kondenzátoru, W
P_L	ztrátový výkon na cívce, W
P_{OUT}	výstupní výkon, W
P_{AKU}	akumulovaný výkon, W
P_{ZTR}	ztrátový výkon, W
q	posun přímky
Q	teplo, J
Q_{IN}	vstupní hmotnostní průtok, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$
Q_{OUT}	vstupní hmotnostní průtok, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$
R	odpor rezistoru, Ω
S	plocha, m^2
s	komplexní proměnná obrazu přenosu
T	teplota, $^{\circ}\text{C}$
T_{IN}	teplota vstupní veličiny, $^{\circ}\text{C}$
T_o	teplota okolí, $^{\circ}\text{C}$
t	časová konstanta, s
u	vstupní veličina
U	elektrické napětí, V
V	objem, m^3
v	rychlost, $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
W	práce, J
W_m	mechanická práce, J
W_{ch}	chemická práce, J
x	nezávislá veličina
\mathbf{X}	matice výstupní veličiny
y	výstupní veličina, závislá veličina, řešení diferenciální rovnice
\mathbf{Y}	matice výstupní veličiny
\hat{y}	odhad výstupní veličiny
$\hat{\mathbf{Y}}$	odhad matice výstupní veličiny

SEZNAM ILUSTRACÍ

Obrázek 1.1 – Blokové schéma tvorby modelu.....	15
Obrázek 1.2 – Obecné schéma systému.....	16
Obrázek 1.3 – Teoretický průběh jednotkového skoku	18
Obrázek 1.4 – Numerická metoda s optimalizací	22
Obrázek 2.1 – Uživatelské prostředí MATLAB.....	23
Obrázek 2.2 – Grafické rozhraní SIMULINK	24
Obrázek 3.1 – Rychlovarná konvice.....	27
Obrázek 3.2 – Model rychlovarné konvice.....	29
Obrázek 3.3 – Průběh teploty v rychlovarné konvici	29
Obrázek 3.4 – Průtokový ohřívač	30
Obrázek 3.5 – Model průtokového ohřívače	31
Obrázek 3.6 – Regulační obvod průtokového ohřívače.....	32
Obrázek 3.7 – Průběh teploty v průtokovém ohřívači	32
Obrázek 3.8 – Model bojleru	33
Obrázek 3.9 – Regulační obvod bojleru	33
Obrázek 3.10 – Regulační pochod bojleru.....	34
Obrázek 3.12 – Nádrž s přítokem a odtokem	36
Obrázek 3.13 – Model nádrže s přítokem a odtokem	37
Obrázek 3.14 – Průběh hmotnostního průtoku a výšky hladiny v nádrži.....	38
Obrázek 3.15 – Soustava dvou nádrží pod sebou	39
Obrázek 3.16 – A) Subsystem nádrže 1 B) Subsystem nádrže 2.....	39
Obrázek 3.17 – Model dvou nádrží pod sebou	40
Obrázek 3.18 – Regulační pochod výšky hladin v nádržích.....	40
Obrázek 3.19 – Sériový RC článek.....	43
Obrázek 3.20 – Model sériového RC článku.....	45
Obrázek 3.21 – Průběh napětí a proudu sériového RC obvodu.....	45

Obrázek 3.22 – Sériový RLC obvod.....	46
Obrázek 3.23 – Model sériového RLC obvodu	47
Obrázek 3.24 – Průběh napětí a proudu sériového RLC obvodu	48
Obrázek 3.25 – Kulička na nakloněné rovině.....	53
Obrázek 3.26 – Model kuličky na nakloněné rovině	51
Obrázek 4.1 – Soustava RT010 (HSI gunt 2021)	56
Obrázek 4.2 – Průběh vstupního a výstupního signálu soustavy RT010 a jeho modelu.....	57
Obrázek 4.3 – Soustava RT050 (HSI gunt 2021)	57
Obrázek 4.4 – Průběh vstupního a výstupních signálů soustavy RT050 a jeho modelu	59
Obrázek 4.5 – Soustava RT060 (HSI gunt 2021)	59
Obrázek 4.6 – Průběh vstupního a výstupního signálu soustavy RT060 a jeho modelu.....	61

ÚVOD

Matematické modelování se využívá v mnoha oborech, jako jsou automatizace, robotika, ale i ekonomie a další. Vytváření modelů je určeno k lepšímu poznání reálného systému, jeho parametrů, vlastností. Na modelech můžeme optimalizovat systém nebo předpovídat, jak se bude reálný systém za daných okolností chovat.

Cílem této bakalářské práce je vytvoření výukového materiálu pro předměty z oblastí modelování a identifikace dynamických systémů.

Dále se bakalářská práce zabývá úvodem do problematiky matematicko-fyzikální analýzy a experimentální identifikace a použitou terminologií. Jedná se především o poznatky týkající se dynamického systému a jeho modelu, který může být vytvořený analytickou nebo experimentální cestou. Dále jsou popsány příklady tvorby tepelných, hydraulických, mechanických a elektrických systémů pomocí bilancí energie a hmoty. Další kapitola je věnována programu MATLAB a jeho grafickému rozhraní SIMULINK a dalším nástrojům pro tvorbu modelů.

1 MODELÝ DYNAMICKÝCH SYSTÉMŮ

Na tvorbu modelů a jejich použití se zaměřuje celá řada odborníků nejen v oblasti řízení, ekonomiky, robotiky ale i dalších technických oborech. Matematické modely se vytvářejí z důvodu lepšího porozumění reálných systémů (Drábek, 1987). Na modelech můžeme systémy analyzovat, optimalizovat nebo předpovídat chování při daných parametrech i vnějších vlivech. Pomocí modelů lze navrhnout řízení a analyzovat chování v otevřené nebo uzavřené smyčce.

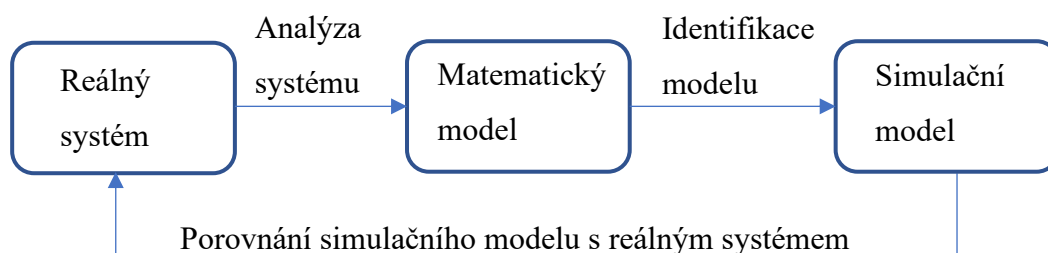
Tato bakalářská práce se zaměřuje na tvorbu výukového systému pro předměty z oblastí modelování a identifikace.

1.1 MODELOVÁNÍ A IDENTIFIKACE

1.1.1 Model

Pojem model má pro různé obory své vlastní definice, vznikl ve stavebnictví, kde popisuje proporce stavby. Model se rozděluje na materiální a abstraktní pojem, kdy materiální popisuje reálný objekt. V našem případě budeme uvažovat o modelu matematickém, který je popsán matematickou funkcí.

Matematický model je popis reálné soustavy, který využívá matematického zápisu, nejčastěji diferenciálními, nebo lineárními rovnicemi, složité systémy jsou pak popsány parciálními diferenciálními rovnicemi. Stav systému popisují charakteristické veličiny, jako je například teplota, tlak, výkon a další. Podle (Otte, 2012) matematický model vždy popisuje vztahy mezi těmito veličinami.



Obrázek 1.1 – Blokové schéma tvorby modelu

Při tvorbě modelu je nutné provést analýzu systému, při které se provede specifikace dějů, stanoví se vnější vlivy, které na systém působí, definují se stavové veličiny a zanedbají nepodstatné prvky. Výsledkem je tedy matematický model, který neodpovídá zcela reálnému

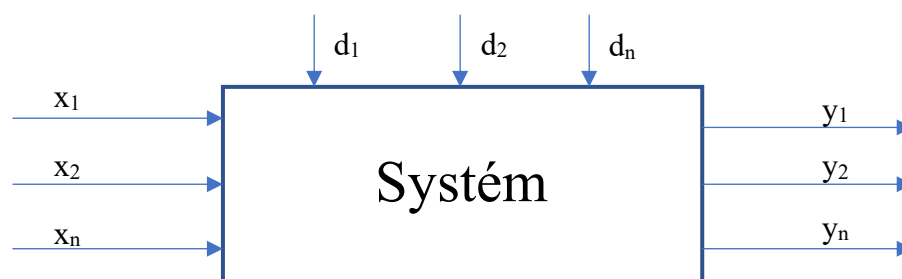
systemu, ale jen jemu zjednodušení, se kterým se lépe pracuje. Zjednodušení systému mají vliv na kvalitu matematického modelu.

Model se sestavuje na základě matematického modelu, kde se provádí následující kroky. Výběr metody řešení matematických rovnic, v mém případě k tomu slouží programové prostředí MATLAB a následné zpracování matematických rovnic pomocí výpočetní techniky. Dále sestavení algoritmu řešení, případně jeho zjednodušení nebo upravení pro použitý programovací jazyk. Následně se identifikuje model a stanoví neznámé parametry. Posledním krokem je porovnání s reálným systémem, určení jeho kvality a zvážení jeho použití, nebo vytvoření nového modelu a zahrnutí více vnějších vlivů, které reálný systém ovlivňují.

Pojem modelování nám pojmenovává činnost, při které vytváříme model. Podle (Noskiewič, 1999) představuje modelování experimentální proces, při kterém se reálnému objektu přiřazuje fyzikální nebo abstraktní model. Z napodobování jevů vychází nejstarší metoda poznání okolního světa.

1.1.2 Systém

Podle (Noskiewič, 1999) systém, nebo v teorii automatizace soustava je blok, na který působí vstupní veličiny, poruchy a jehož chování můžeme sledovat jako výstupní veličiny. Vstupní veličiny mohou vyjadřovat libovolnou fyzikální veličinu, jako je například teplota, průtok, napětí, výkon apod. Na obrázku 1.2 vidíme, že vstupní veličiny jsou označeny symbolem „ x “, poruchy symbolem „ d “ a výstupní veličiny symbolem „ y “.



Obrázek 1.2 – Obecné schéma systému

Systémy se dělí podle několika kritérií, jedním z nich je deterministický nebo stochastický systém. U deterministického systému lze chování systému popsat množinou uspořádaných dvojic příčin a následků, což znamená, že při stejné hodnotě vstupní veličiny nastane vždy stejná hodnota výstupní veličiny. Naopak u stochastického systému může při jedné příčině nastat několik různých následků. Stochastické systémy mohou být i

deterministické systémy, u kterých je velké množství vstupních veličin, které neznáme, nebo neumíme měřit. Deterministické modely vychází z fyzikálních a chemických zákonů. Teoreticky by se dal popsat každý reálný objekt a získat tak přesný model. Takový model by byl komplikovaný a jeho řešení v tuto dobu prakticky nemožné. V praxi nepotřebujeme znát dokonale celý reálný objekt pro sestavení modelu. Proto se veličiny, které systém ovlivňují, minimálně zanedbají, čímž se model zjednoduší. Kritérium kvality modelu je vždy na posouzení jednotlivce v závislosti na dané úloze.

Systémy nadále můžeme rozdělit na spojité nebo diskrétní. Spojitý systém je takový systém, při kterém nabývají všechny veličiny reálných hodnot. Proměnnou bývá i čas, který musí být spojitý a tím pádem nabývá jakékoliv reálné hodnoty.

Vyjadřuje-li matematický model závislost mezi vstupními veličinami a výstupními v ustáleném stavu, hovoříme o statickém modelu. Ustálený stav lze také nazvat jako rovnovážný stav, ve kterém se nemění hodnoty stavových proměnných, to lze zapsat jako

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad (1.1)$$

kde x – libovolná fyzikální veličina.

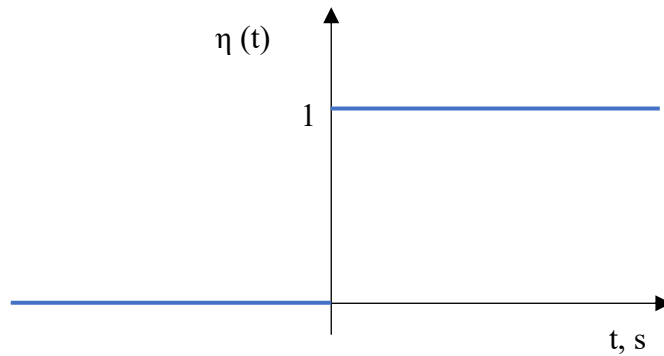
Pokud se hodnoty vstupní veličiny v čase mění, poté hovoříme o dynamickém modelu. U dynamického systému tedy záleží na předešlých vstupních hodnotách, zatímco u statického toto neplatí.

Parametry neznámé soustavy můžeme zjistit několika způsoby. Tím nejjednodušším je použití známé vstupní funkce a následné odečtení nebo dopočítání parametrů z její odezvy. Jako vstupní funkce se používá jednotkový skok, který je zobrazen na obrázku 1.3. Je to tedy časový průběh vstupní veličiny. Nejčastěji se jednotkový skok označuje $\eta(t)$.

Jednotkový skok je definován pro hodnoty v záporném čase $t < 0$ jako nula a pro hodnoty v kladném čase $t > 0$ jako jednička. Hodnota v čase nula není přesně definovaná, jelikož pro teoretický průběh by změna nastala okamžitě. V reálném světě tento jev nenastane okamžitě, proto je jednotkový skok v čase $t = 0$ nejčastěji zvolen jako nula, jedna polovina nebo jedna. Jednotkový skok je matematicky zapsán

$$\eta(t) = \begin{cases} 0 & \text{pro } t < 0 \\ p & \text{pro } t = 0 \\ 1 & \text{pro } t > 0 \end{cases}, \quad (1.2)$$

kde $\eta(t)$ – jednotkový skok,
 t – čas, s,
 p – reálné číslo v rozsahu $0 \leq p \leq 1$.



Obrázek 1.1 – Teoretický průběh jednotkového skoku

Podle (Balátě, 2004) je přechodová charakteristika definována jako časová odezva na jednotkový skok při nulových počátečních podmínkách. Přechodová charakteristika je grafickým znázorněním přechodové funkce, kterou lze vyjádřit přenosem soustavy, což lze vyjádřit podmínkou

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}, \quad (1.3)$$

kde $G(s)$ – přenos soustavy,
 $Y(s)$ – výstup soustavy,
 $U(s)$ – vstup soustavy.

Jedno z dělení přechodových charakteristik je podle řádu. U PCH prvního řádu můžeme také říct, že soustava má jednu dynamiku, například napouštění nádrže a sledování výšky hladiny. Tento jev lze popsat rovnicí

$$G(s) = \frac{r_0}{\tau \cdot s + 1}, \quad (1.4)$$

kde $G(s)$ – přenos soustavy,

r_0 je zesílení soustavy,
 τ je časová konstanta,
 s je proměnná obrazu přenosu.

Pro vykreslení přechodové charakteristiky v softwaru MATLAB použijeme funkci „tf“ s parametry zesílení a časovou konstantou, výsledná funkce má tvar $tf([r_0], [\tau \ 1])$. Pro zapsání stejného problému v grafickém rozhraní SIMULINK použijeme blok „Transfer Fcn“.

Přechodová charakteristika druhého řádu je zobrazení parametru s dvěma dynamikami, například u hydraulické soustavy, kdy napouštíme dvě nádrže pod sebou a zobrazujeme hladinu výšky kapaliny v druhé nádrži.

1.1.3 Identifikace

Při identifikaci se určují parametry a struktury reálného systému. Strukturou se rozumí určení řádu diferenciální rovnice či určení, zda je lineární, nebo nelineární. Parametry těchto rovnic pak rozumíme jednotlivé koeficienty, jako jsou například koeficienty a_i a b_i u lineární diferenciální rovnice 1.4

Obecný tvar lineárních diferenciálních rovnic je

$$y^n + a_{n-1} \cdot y^{(n-1)} + \dots + a_1 \cdot \dot{y} + a_0 \cdot y = b_m \cdot u^m + \dots + b_1 \cdot \dot{u} + b_0 \cdot u, \quad (1.4)$$

kde y – výstupní veličina,
 $y^{(k)}$ – k-tá derivace výstupní veličiny,
 u – vstupní veličina,
 $u^{(k)}$ – k-tá derivace vstupní veličiny,
 a_i a b_i – koeficienty diferenciální rovnice.

Koeficienty a_i a b_i jsou většinou konstanty, mohou to ale být i funkce času. V takovém případě se jedná o časově invariantní systém.

Cílem identifikace je vytvoření modelu, jenž se chová v ideálním případě stejně jako reálný systém. Musíme předpokládat, že reálný systém je obklopen okolím, se kterým neustále interaguje. Jedná se vždy o aproximaci, z čehož vyplývá, že model není identický s reálným systémem. Identifikace je vždy ovlivněna intelektem zkoumající daný systém. Výběr metody tvorby modelu a určení cíle rozlišuje, co je podstatné a co lze zanedbat. Další ovlivňující faktor

je samotná informace, tu získáme buď pozorováním nebo měřením, avšak při tomto procesu mohou vzniknout chyby. Pro eliminaci těchto chyb bychom museli udělat nekonečně mnoho pozorování, měření a udělat průměr.

1.2 MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ ANALÝZA

Matematicko-fyzikální analýza staví na základě bilancí energie a hmoty, které vycházejí ze zákona o zachování energie, jak říká (Garzinová, 2013). Zákon zachování energie říká, že v uzavřeném systému zůstává energie konstantní. To znamená, že energii nelze vytvořit ani zničit, pouze ji můžeme měnit na jiný druh energie. Matematicko-fyzikální analýzu budeme využívat například v tepelných systémech. Energie, kterou do systému dodáme, se vždy musí rovnat energii akumulované a ztrátové. Nebo u systémů hydraulických, hmota, která do systému přiteče, se rovná akumulované a ztrátové.

Výhodou tohoto typu modelování, jak píše (Drábek, 1987), je, že model odpovídá povaze systému a koeficienty matematického modelu přímo odpovídají konkrétním parametrům systému, takže každý parametr soustavy má fyzikální význam.

Na druhou stranu metodou MFA je i relativně jednoduchý reálný systém popsán složitými parciálními diferenciálními rovnicemi, důkladný popis takového systému vyžaduje pečlivý rozbor. Vytvoření takového modelu může většinou provést pouze specialista v daném oboru. Složitý reálný systém je někdy natolik složitý, že je potřeba aproximovat modelem jednodušším. Některé koeficienty diferenciální rovnice nelze jednoznačně vypočítat, například koeficient přestupu tepla, který se zjistí pozorováním reálné soustavy.

Základní bilanční rovnice má tvar

$$(VSTUP) = (VÝSTUP) + (AKUMULACE), \quad (1.5)$$

kde vstup – množství veličiny, která za časový interval vstoupí do systému,
výstup – množství veličiny, která za časový interval ze systému vystoupí,
akumulace – množství veličiny, která se uchová za časový interval v systému.

Znaménka členů bilanční rovnice souvisí se vstupem a výstupem podle rovnice 1.5. Všem, co do soustavy přistupuje, přiřadíme kladné znaménko, například vstupní výkon, přítok apod. Znaménko záporné je pak u parametrů, které ze soustavy vystupují, to mohou být ztráty do okolí, nebo výstupní průtok atd. V poslední řadě se určí znaménko u akumulace, kde se

přiřadí znaménko stejné jako u výstupu, z toho vyplývá, že bude mít znaménko záporné. Bilanční zákon podle rovnice 1.4 nám udává, že ani energie a hmota nemůže vzniknout ani zaniknout, tudíž rozdíl vstupu a výstupu s akumulací se musí rovnat nule.

$$(VSTUP) - (VÝSTUP) - (AKUMULACE) = 0 \quad (1.6)$$

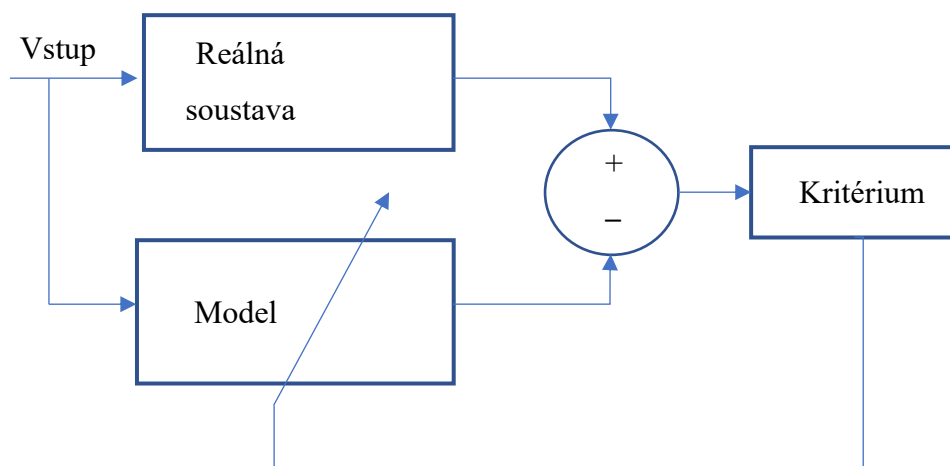
Časový interval lze u ustáleného systému zvolit libovolný, avšak z pravidla se volí jednotkový. Časový interval u dynamického systému by měl ideálně být nekonečně malý. V reálném případě nečekáme nekonečně dlouhou dobu, proto musíme určit, s jakou chybou časový interval zvolíme.

Model se soustředěnými parametry neboli model se soustředěnými prvky je takový model, který zjednodušuje popis jednotlivých prvků a tím i celou soustavu. Zanedbává parazitické vlastnosti prvků nebo fyzikální vlastnosti soustavy. Aproximuje celou soustavu například tím, že tepelný systém rozdělí na několik částí a předpokládá, že rozdíl mezi jednotlivými částmi je nulový, teplota v celé soustavě je stejná a nedochází k tepelnému proudění uvnitř soustavy. Tato metoda zjednodušuje složité parciální diferenciální rovnice na jednoduché diferenciální rovnice. U modelů elektronických zanedbáváme parazitické vlastnosti jednotlivých prvků a počítáme pouze s ideálními prvky.

1.3 EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE

Experimentální identifikace je způsob tvorby modelu, při kterém z naměřených dat zjišťujeme parametry zvoleného popisu aproximace chování reálné soustavy. Pro vhodně navržený vstupní signál odměříme reakci soustavy (výstupní signál) a pro zvolenou strukturu modelu dohledáme jeho parametry. Nemusíme znát detailně reálný systém, při určité představě o jeho chování dokážeme lépe připravit identifikační experiment a tím vytvořit kvalitnější model. Oproti analytickému přístupu tvorby modelu u EI musíme mít reálnou soustavu fyzicky k dispozici.

Metody pro identifikaci časově spojitých modelů lze realizovat tak, že do obvodu připojíme reálnou soustavu i model. Optimalizační metodou měníme parametry modelu tak, aby hodnoty kritéria byly co nejmenší, jak je znázorněno na obrázku 1.4. Kritérium je například suma kvadrátů odchylek výstupu reálné soustavy a modelu.



Obrázek 1.4 – Numerická metoda s optimalizací

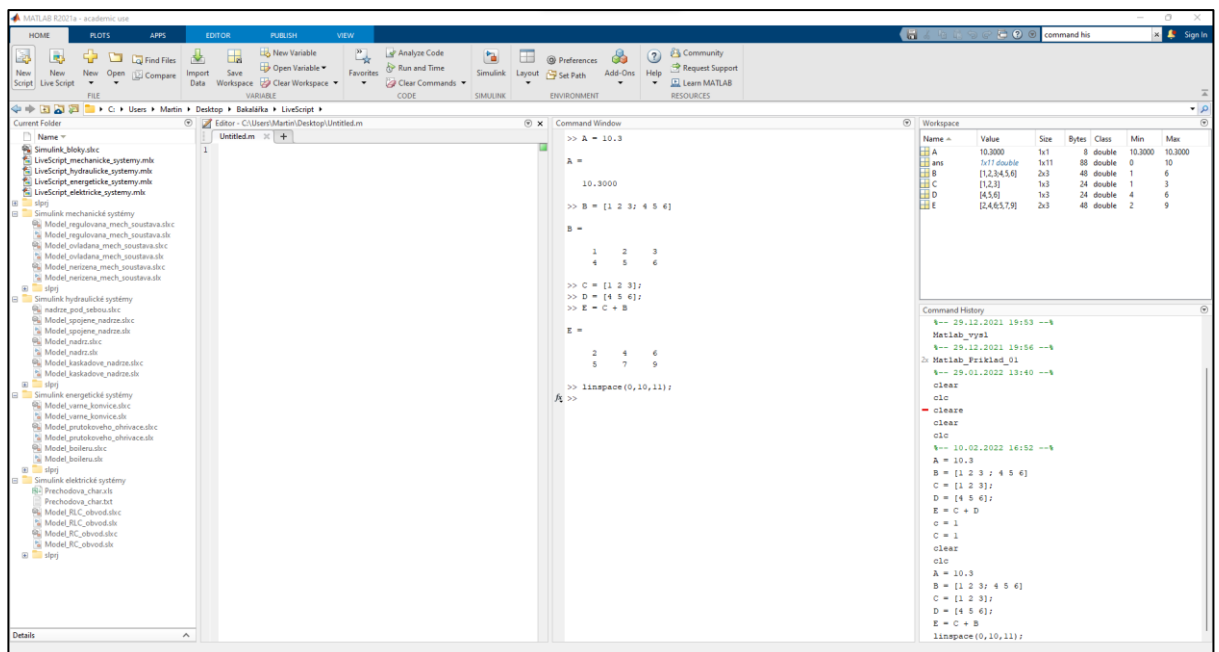
Při experimentální identifikaci časově diskrétního modelu můžeme postupovat podobným způsobem, ale lze získat i analytické řešení, například pokud budeme počítat jednokrokové predikce a minimalizovat jejich odchylku od výstupu reálné soustavy. Při použití kvadratického kritéria se jedná o použití metody nejmenších čtverců.

2 PROGRAMOVÉ PROSTŘEDÍ TVORBY MODELŮ

V následující kapitole jsou znázorněny programy pro tvorbu modelů.

2.1 PROGRAMOVÉ PROSTŘEDÍ MATLAB

MATLAB vznikl zkrácením slov „MATrix“ a „LABoratory“ a je interaktivní programové prostředí, které umožňuje počítání s maticemi, vykreslování 2D a 3D grafů funkcí, simulaci, analýzu dat i vytváření uživatelského rozhraní, jak je napsáno na (HUMUSOFT, nedatováno). MATLAB je využíván pro vědecké a výzkumné účely, hlavně v technických oborech, jako je aplikovaná matematika, strojové učení, modelování, ale také v ekonomii a dalších finančních oborech. MATLAB byl vytvořen speciálně pro numerické výpočty, ale byly přidány další nástroje, například grafické rozhraní pro modelování SIMULINK.



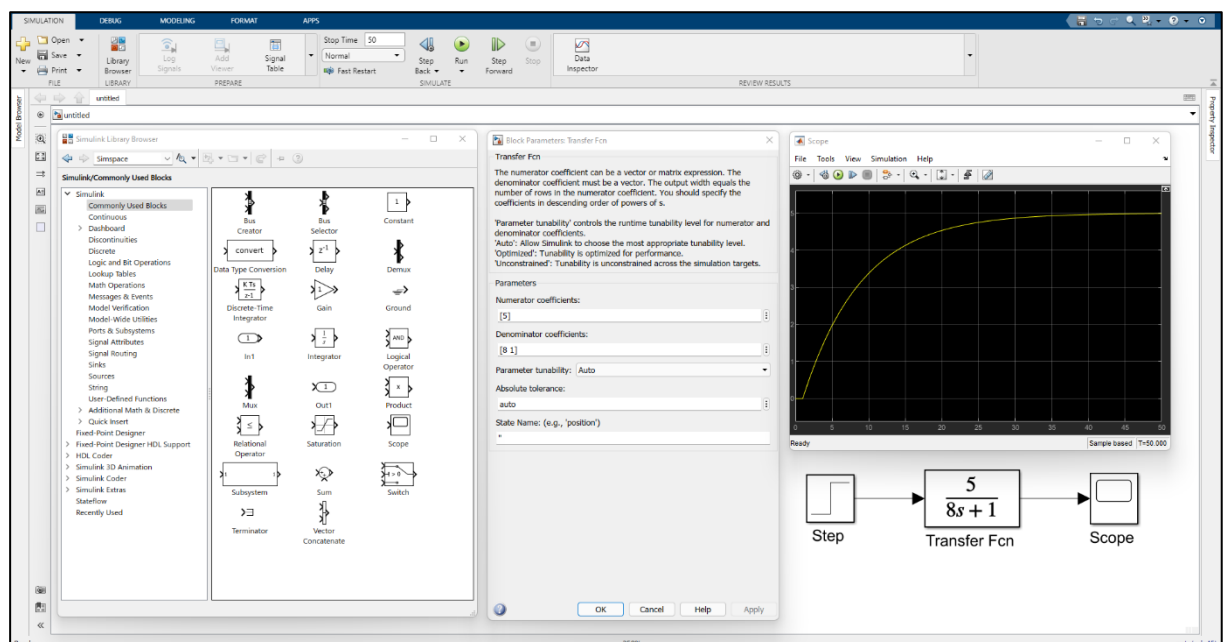
Obrázek 2.1 – Uživatelské prostředí MATLAB

Rozhraní MATLABu je rozděleno na několik částí, každou z nich můžeme posouvat, vypínat a znovu zapínat. Hlavní části jsou Current Folder, Editor, Command Window a Workspace. Okno Current Folder zobrazuje obsah aktuální složky, ve které jsou uloženy předem vytvořené projekty. Okna Editor a Command Window jsou nejdůležitější částí, ve které se píše script. Rozdíl mezi oknem Editor a Command Window je, že Command Window funguje jako „kalkulačka“ a napsání funkce se ihned provede, na rozdíl od Editor, ve kterém

napišeme script a poté tlačítkem „RUN“ se celý script vykoná. Okno Workplace je po prvním spuštění prázdné a postupně se do něho ukládají všechny proměnné, které jsou uživatelem nadeřinované a zobrazí se s jejich parametry. Pro zjištění veškerých parametrů stačí dvojklik myši na proměnnou.

2.2 GRAFICKÉ PROSTŘEDÍ SIMULINK

Podle (HUMUSOFT) je SIMULINK grafické rozšíření pro programové rozhraní MATLAB a je určen k modelování a simulování dynamických a statických systémů. SIMULINK je propojen s rozhraním MATLAB a výsledky lze jednoduše exportovat například blokem „Out“ nebo i importovat blokem „IN“. Pro názornou ukázkou modelování se použije vstupní funkce, jako je blok „Step“, který má tvar jednotkového skoku podle obrázku 1.3, dále blok „Transfer Fcn“, jehož úloha je vytvoření dynamického systému. Zapisuje se do něho přenos soustavy podle rovnice 1.3 a výsledný průběh se zobrazí v bloku „Scope“. Blok „Transfer Fcn“ lze nahradit modelem reálné soustavy, pokud neznáme přenos soustavy a známe charakteristickou rovnici z matematicko-fyzikální analýzy.



Obrázek 2.2 – Grafické rozhraní SIMULINK

Po prvním spuštění grafického rozhraní SIMULINK se ukáže prázdná plocha, pro vložení bloků musíme otevřít knihovnu, která je znázorněna v levé části obrázku 2.2. Z knihovny vybereme bloky pro sestavení modelu, pro názornou ukázkou byly vloženy bloky

„Step“, „Transfer Fcn“ a „Scope“. Pro více nastavení můžeme každý blok rozkliknout, jak je ukázáno uprostřed obrázku 2.2, kde vidíme, jak nastavit blok „Transfer Fcn“. Další použitý blok je „Scope“, který znázorní časový průběh této funkce po nastavenou dobu pomocí buňky „Stop Time“.

2.3 LIVE SCRIPT

Vytvoření výukového systému pro modelování a experimentální identifikaci se používá nadstavba programovému prostředí MATLAB Live Script. Je to interaktivní nástroj pro vytváření dokumentů. Do Live Scriptu je možno vkládat teorii, obrázky, script a následně vyhodnocovat data v reálném čase.

2.4 COMSOL

Další inženýrský nástroj pro modelování je nástroj jménem „COMSOL“, který slouží k modelování a simulaci fyzikálních jevů (HUMUSOFT, nedatováno). Tento programovací nástroj je vhodný pro použití komplexních fyzikálních procesů. Tímto způsobem lze dosáhnout vysoké věrohodnosti modelovaných systémů. Uživatel do úlohy může zahrnout libovolný počet fyzikálních jevů při vytváření svého modelu. COMSOL se využívá u konstruktérů a vědeckých pracovníků, kteří pracují s diferenciálními rovnicemi pomocí funkce ODE. COMSOL obsahuje také vlastní grafické rozhraní. Nadstavba COMSOL Multiphysics umožňuje propojení s nástrojem pro technické výpočty a simulaci MATLAB.

3 ANALYTICKÉ MODELY

V následujících kapitolách bude pro vybrané systémy ukázán postup tvorby modelů pomocí matematicko-fyzikální analýzy. Jedná se o modely tepelných, hydraulických, elektrických a mechanických systémů.

3.1 TEPELNÉ MODELY

Modelování tepelných systémů vychází ze zákonů termomechaniky, ta popisuje přeměnu tepelné energie na jiný druh energie. Také se zabývá přestupem tepla mezi látkami.

Teplo „ Q “ je druh energie, která vyjadřuje míru změny vnitřní energie. Množství tepla je dáno vztahem

$$Q = m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}, \quad (3.1)$$

kde Q – teplo, J,

m – hmotnost, kg,

T – teplota, °C,

dt – derivace podle času, s,

c – měrná tepelná kapacita látky, $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Měrná tepelná kapacita vyjadřuje, kolik je potřeba tepelné energie k ohřevu jednoho kilogramu látky o jeden °C. Hodnota měrné tepelné kapacity je pro každou látku přesně daná. Následující úlohy se zaměřují na ohřev vody, která má hodnotu $4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

První termodynamický zákon popisuje zákon zachování energie pro uzavřenou soustavu. Podle tohoto zákona vnitřní energie termodynamické soustavy lze změnit dodáním nebo odebráním tepla, vykonáním tepla nebo pomocí chemické reakce (WikiSkripta, 2022). Matematický zápis prvního termodynamického zákona je

$$U = Q + W_m + W_{ch}, \quad (3.2)$$

kde U – vnitřní energie soustavy, J,

Q – teplo, J,

W_m – mechanická práce, J

W_{ch} – chemická práce, J.

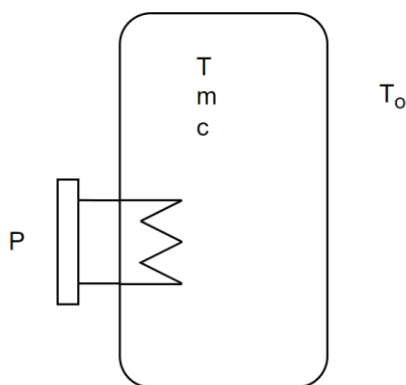
Druhý termodynamický zákon se zabývá přestupem tepla mezi látkami. Říká, že teplo vždy přechází z látky o vyšší teplotě na látku s nižší teplotou a nikoli naopak.

Sdílení tepla může probíhat třemi způsoby. První způsob je vedení neboli kondukce, ta se vyskytuje převážně u pevných látek. Teplo se předává mezi dotýkajícími se tělesy. Dalším typem sdílení tepla je prouděním nebo také konvekcí. Dochází k němu hlavně u kapalin a plynů pohybem jejich částic. Nastává samovolně u kapalin o různé teplotě v důsledku různé hustoty. Poslední způsob sdílení tepla je sáláním. Přeměna tepla na záření v podobě elektromagnetického vlnění. Na rozdíl od dvou předchozích sdílení tepla se sálání šíří i ve vakuu.

U reálných soustav nedochází pouze k jednomu typu sdílení tepla ale převážně jejich kombinaci. Obvykle dochází ke sdílení tepla dvěma způsoby nebo i všemi třemi současně.

3.1.1 Model rychlovarné konvice

Výchozím matematicko-fyzikálním modelem tepelných soustav je model rychlovarné konvice. Uvažuje se s nádobou s dokonalým mícháním, tudíž nedochází ke sdílení tepla prouděním a také se předpokládá, že se žádné teplo nepřemění na elektromagnetické vlny. Ztráty do okolí jsou příčinou vedením tepla přes stěnu bez tepelné kapacity.



Obrázek 3.1 – Rychlovarná konvice

Matematicko-fyzikální model rychlovarné konvice vychází z bilance energie, podle rovnice 1.5. Energie vstupující do soustavy se rovná vystupující a akumulované

$$E = E_{out} + E_{aku} , \quad (3.3)$$

kde E – energie vstupující, J,
 E_{out} – energie, která vystoupí z rychlovarné konvice jako ztráta do okolí, J,
 E_{aku} – energie, která se akumuluje v rychlovarné konvici, J.

Výhodnější je počítat s výkonem, jelikož výkon se rovná energii vykonané za jednotku času. Když vezmeme velmi malou jednotku času neboli derivaci, dostaneme vztah

$$P = \alpha \cdot S \cdot (T - T_o) + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} , \quad (3.4)$$

kde P – vstupní výkon, W,
 α – koeficient přestupu tepla, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$,
 S – plocha nádoby, m^2 ,
 T – teplota v nádobě, $^{\circ}C$,
 T_o – teplota okolí, $^{\circ}C$,
 m – hmotnost vody, kg,
 c – měrná tepelná kapacita vody, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

Výstupní výkon P_{OUT} je brán jako ztráty do okolí a je dán vztahem

$$P_{OUT} = \alpha \cdot S \cdot (T - T_o) . \quad (3.5)$$

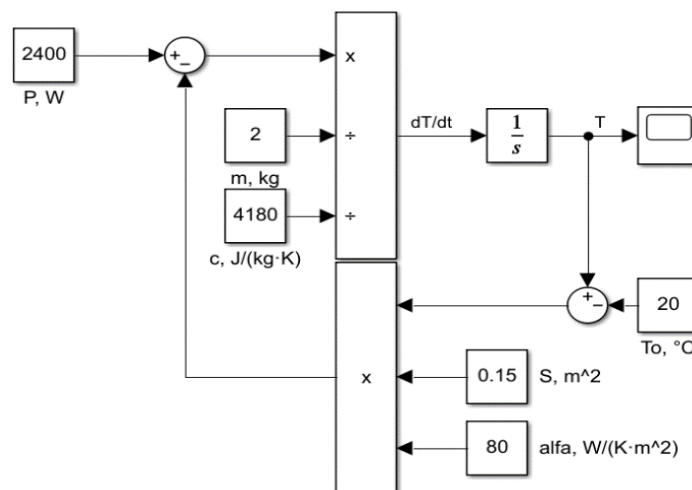
Výkon akumulovaný v rychlovarné konvici slouží jako dynamika soustavy a zapíše se vztahem

$$P_{AKU} = m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} . \quad (3.6)$$

Ze základní bilanční rovnice 3.2 je odvozen vztah pro výpočet teploty v rychlovarné konvici za jednotku času

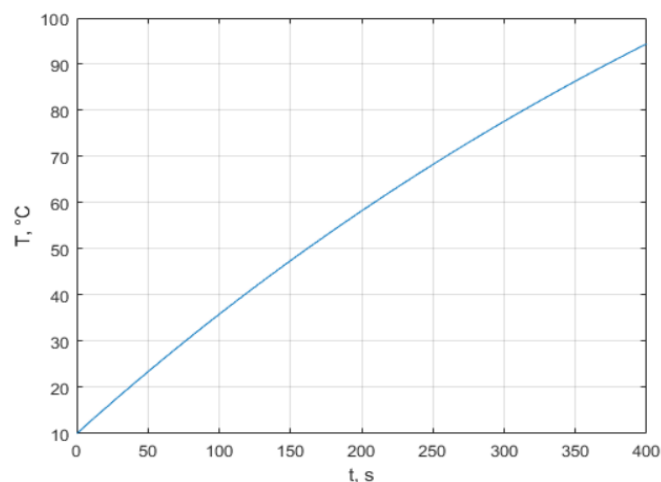
$$\frac{dT}{dt} = \frac{P - [\alpha \cdot S \cdot (T - T_o)]}{m \cdot c} \quad (3.7)$$

Simulace navrženého modelu rychlovarné konvice je vytvořena pomocí rovnice 3.7 z matematicko-fyzikální analýzy, jak je ukázáno na obrázku 3.2.



Obrázek 3.2 – Model rychlovarné konvice

Obrázek 3.2 zobrazuje model rychlovarné konvice. Vstupní parametr podle bilanční rovnice je vstupující výkon „P“. Podle reálné rychlovarné konvice byl zvolen výkon 2400 W.

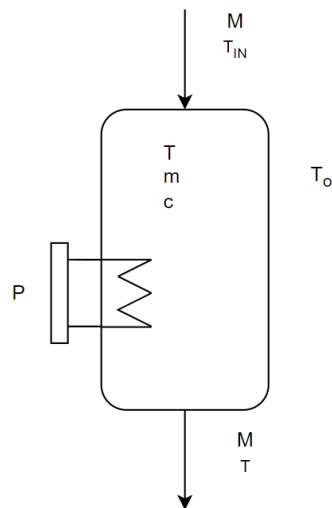


Obrázek 3.3 – Průběh teploty v rychlovarné konvici

Ztrátový výkon závisí na ploše přestupu, na koeficientu přestupu tepla a na okolní teplotě. Koeficient přestupu tepla „ α “ se nejčastěji určí podle reálné soustavy, v tomto případě byl vybrán jako $80 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}$ pro ukázání vlivů okolí, viz obrázek 3.3. Dále na tomto obrázku vidíme, že model s těmito parametry se bude ohřívat na teplotu 100°C přes 400 sekund.

3.1.2 Model průtokového ohříváče

Další matematicko-fyzikální model tepelné soustavy je model průtokového ohříváče. Stejně jako u rychlovarné konvice se model sestavuje pomocí bilance energie. Oproti rychlovarné konvici je vstupní energií součet energie z topného tělíska a energie přitékající vody. Výstupní energie je doplněna o energii vystupující vody.



Obrázek 3.4 – Průtokový ohříváč

Za předpokladu, že se vezme malý časový úsek, to znamená, že se vytvoří derivace podle času, může se energie převést na výkon, se kterým se bude dále pracovat. Bilanční rovnice průtokového ohříváče vychází z rovnice 3.1. Rovnice je tedy ve tvaru

$$P + P_{IN} = P_{OUT} + P_{ZTR} P_{AKU} , \quad (3.8)$$

kde P – výkon topného tělesa, W,
 P_{IN} – výkon vstupující kapaliny, W,
 P_{OUT} – výkon vystupující vody, W,

P_{ZTR} – ztrátový výkon, W,

P_{AKU} – výkon akumulovaný v průtokovém ohřivači, W.

Vzorec 3.8 lze přepsat do tvaru

$$P + M \cdot c \cdot T_{IN} = M \cdot c \cdot T + \alpha \cdot S \cdot (T - T_o) + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}, \quad (3.9)$$

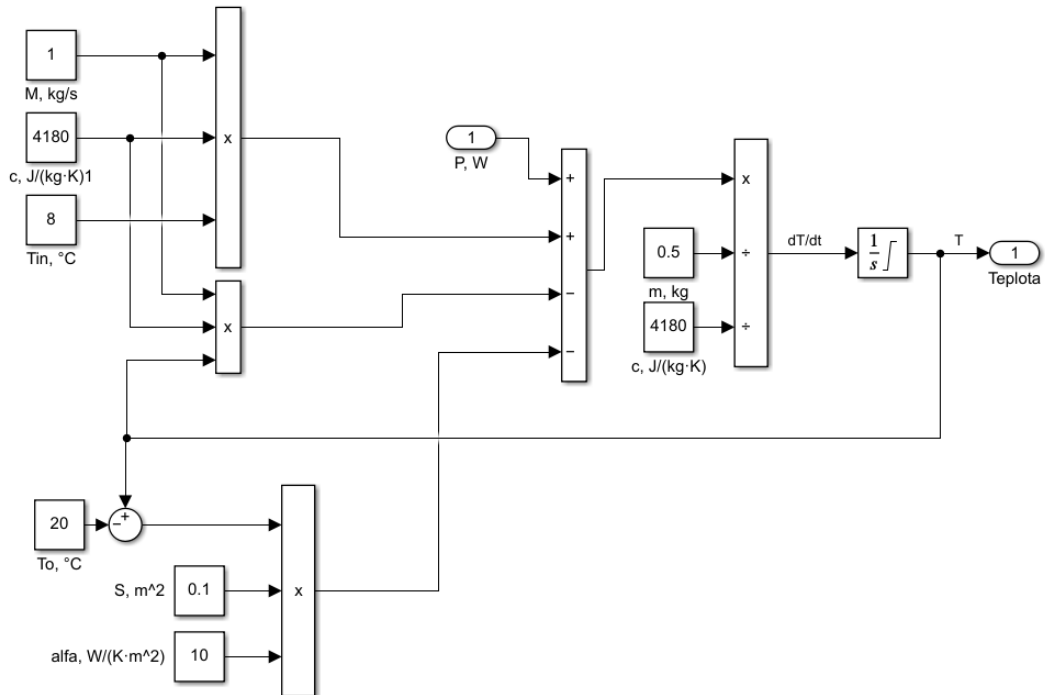
kde M – hmotnostní průtok, $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$,

T_{IN} – teplota vody vstupující do nádoby, $^{\circ}\text{C}$.

Z rovnice 3.9 se vytkne derivace

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P + M \cdot c \cdot T_{IN} - M \cdot c \cdot T - \alpha \cdot S \cdot (T - T_o)}{m \cdot c}. \quad (3.10)$$

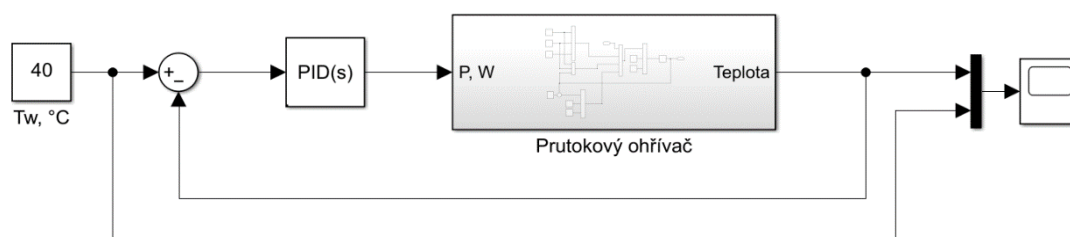
Model průtokového ohřivače je vytvořen v grafickém rozhraní SIMULINK podle rovnice 3.10.



Obrázek 3.5 – Model průtokového ohřivače

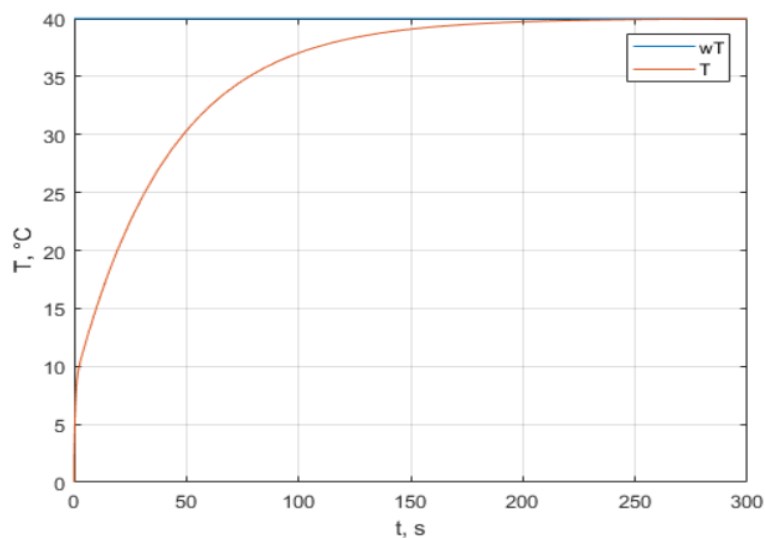
Průtokový ohřivač je vždy regulován na požadovanou hodnotu. Tato regulace byla provedena regulátorem PID (proporcionálně-integračně-derivační regulátor). Nastavení PID regulátoru je provedeno odhadem a simulováním průběhu teploty v průtokovém ohřivači.

Jako příklad byla zvolena požadovaná hodnota teploty na 40 °C. Hodnoty PID regulátoru byly zvoleny pro proporcionální složku hodnota 100, pro integrační i derivační složku hodnota 1.



Obrázek 3.6 – Regulační obvod průtokového ohřivače

Průběh teploty v průtokovém ohřivači je znázorněn na obrázku 3.7. Modrá barva označuje požadovanou hodnotu teploty a oranžová barva teplotu modelu průtokového ohřivače.



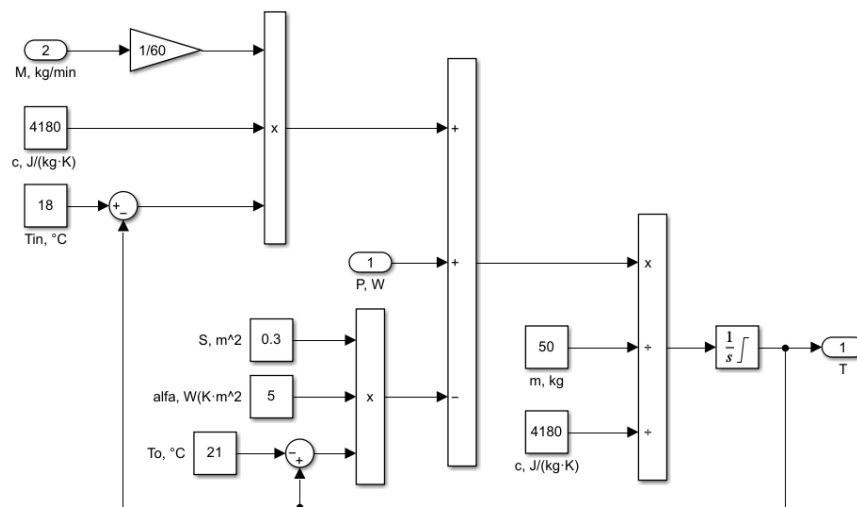
Obrázek 3.7 – Průběh teploty v průtokovém ohřivači

3.1.3 Model bojleru

Další a poslední model tepelných soustav je model bojleru. Obecná rovnice bojleru opět vychází z bilance energie. Rovnici 3.8 můžeme upravit do tvaru

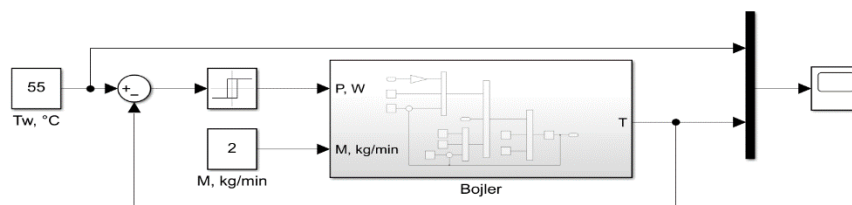
$$P + M \cdot c \cdot T_{IN} = \alpha \cdot S \cdot (T - T_o) + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}. \quad (3.11)$$

Model bojleru byl vytvořen pomocí rovnice 3.11 v grafickém rozhraní SIMULINK.



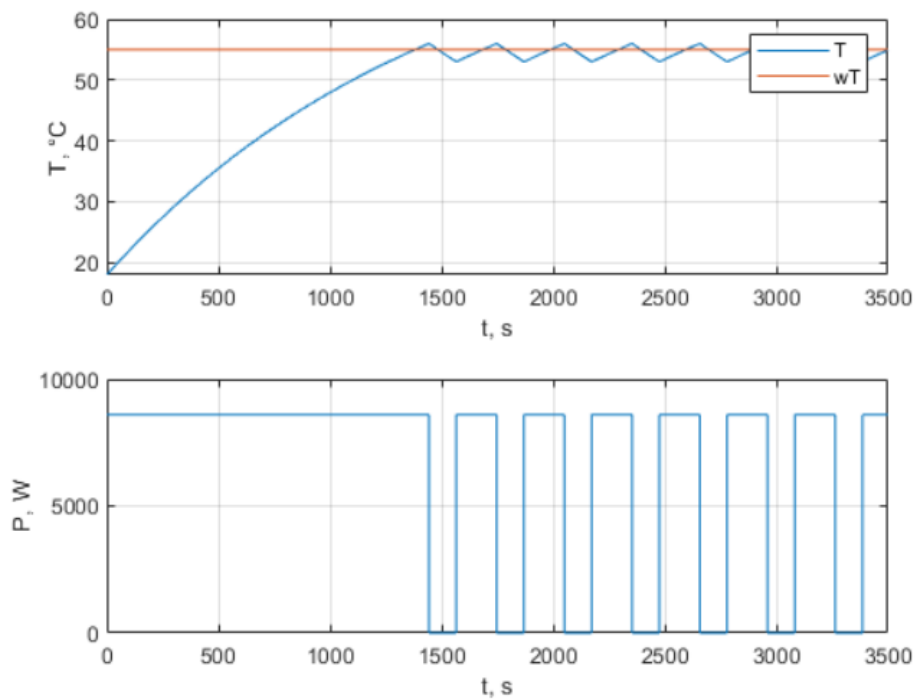
Obrázek 3.8 – Model bojleru

Regulace teploty v bojleru byla provedena pomocí součástky relé. Relé pracuje na principu dvoustavové regulace, kdy sepne, pokud teplota klesne pod určitou mez. Pokud se teplota dostane nad určitou mez, relé vypne. V bloku relé se nastaví „Switch on point“ a „Switch off point“ na požadovanou hodnotu, například na hodnotu 2 a - 1.



Obrázek 3.9 – Regulační obvod bojleru

Dynamická charakteristika teploty v bojleru je ukázaná na obrázku 3.10. První graf znázorňuje průběh teploty v bojleru a odchylku od požadované hodnoty. Druhý graf popisuje sepnutí a vypnutí dvoustavového regulátoru.



Obrázek 3.10 – Regulační pochod bojleru

3.2 HYDRAULICKÉ MODELY

Matematicko-fyzikální modelování hydraulických systémů se zabývá vlastnostmi systémů, ve kterých dochází k pohybu kapalin. Sestavení matematických modelů vychází z mechaniky kapalin.

Zákon zachování hmoty říká, že při proudění kapalin musí být zachována hmota vstupující a vystupující. Obecně u kapalin dochází ke dvěma typům změn hmot z důvodu stlačitelnosti. Sečtením lokální změny hmotnosti a konvektivní změny vždy vyjde nula. U dokonalých kapalin k těmto změnám nedochází z důvodu nestlačitelnosti a vnitřnímu tření (Gymkren.cz). Je uvažováno s dokonalou kapalinou a tím se zjednoduší výpočet reálného systému, kdy průtok je v celé nádobě konstantní a vyjadřuje ho vztah

$$Q = S \cdot v = konst. , \quad (3.12)$$

kde Q – hmotnostní průtok, $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$,
 S – průřez, m^2 ,
 V – rychlost, v .

Zákon zachování energie pro proudění ideální kapaliny vyjadřuje Bernoulliho rovnice. Energie kapaliny je ve všech místech trubice konstantní. Zmenšením průměru trubice dojde ke zvýšení kinetické a snížení potenciální energie a kapalina poteče rychleji. Naopak u zvětšení průměru se potenciální zvětší a kinetická energie zmenší a dojde k zpomalení kapaliny. Tento vztah lze vyjádřit rovnicí

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v + p + \rho \cdot g \cdot h = konst. , \quad (3.13)$$

kde ρ – hustota kapaliny, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$,
 v – rychlost kapaliny, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,
 p – tlak, Pa,
 g – tíhové zrychlení, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,
 h – výška kapaliny, m.

Pokud na povrch nádoby nepůsobí žádná vnější síla, hladina ve spojených nádržích je ve stejné výšce.

Tlak vyvolaný vnější silou působící na povrch nádoby je ve všech místech stejný, jak udává Pascalův zákon. Tento zákon je zapsán vztahem

$$P = \frac{F}{S}, \quad (3.14)$$

kde P – tlak, Pa,

F – síla, N,

S – povrch, m².

$$Q_{in} = Q_{out} + S \cdot \frac{dh}{dt}. \quad (3.15)$$

kde Q_{in} – vstupní hmotnostní průtok, kg·m⁻³,

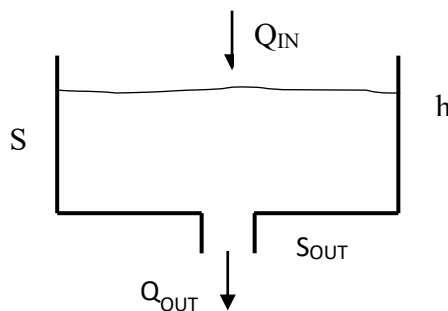
Q_{out} – výstupní hmotnostní průtok, kg·m⁻³,

S – plocha nádrže, m²,

h – výška hladiny, m.

3.2.1 Model nádrže

První hydraulický model je model nádrže s přítokem a odtokem. U hydraulických modelů je pozorovanou veličinou výška hladiny, která je závislá na přítoku a odtoku kapaliny z nádrže. Model se vytváří z bilance hmoty. Hmotu, která do systému přiteče, se musí rovnat hmotě akumulované a výstupní.



Obrázek 3.12 – Nádrž s přítokem a odtokem

Uvažujeme změnu výšky hladiny vlivem volného výtoku kapaliny z nádrže. Výtoková rychlost vyplývá z Torricelliho rovnice, která má tvar

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}, \quad (3.16)$$

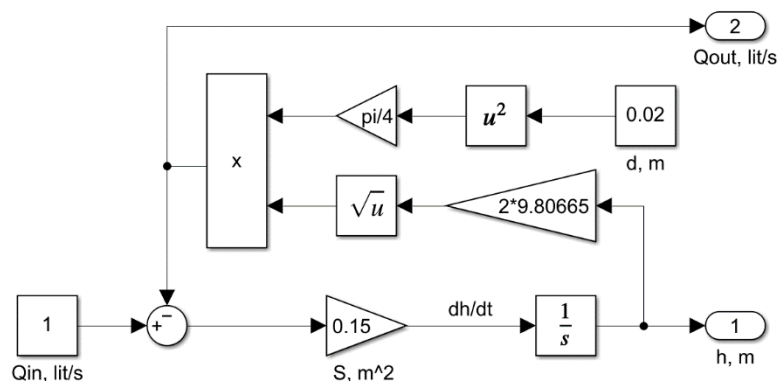
kde v – rychlost, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,
 g – tíhové zrychlení, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,
 h – výška hladiny, m .

Ze vztahu 3.15 vytkneme h a dostaneme aktuální výšku hladiny kapaliny.

$$h = \frac{v^2}{2 \cdot g}. \quad (3.17)$$

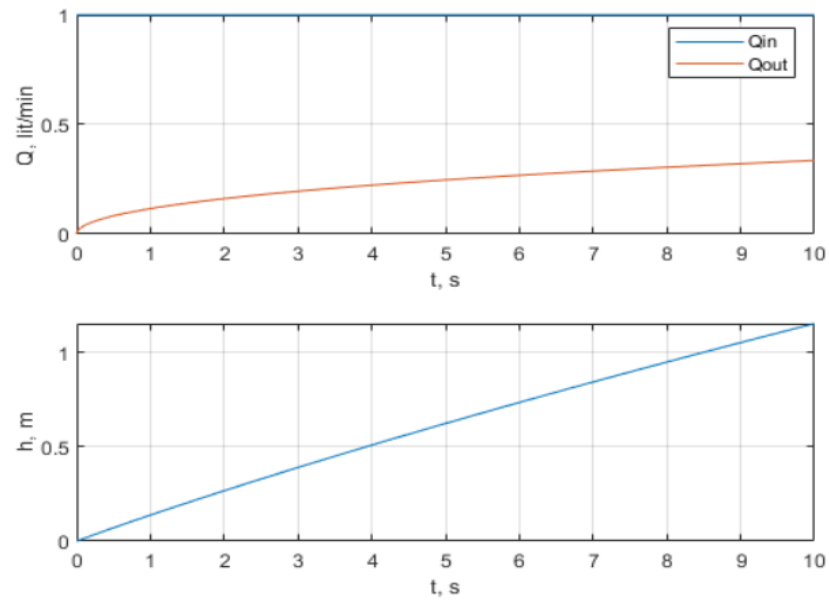
Hmotnostní průtok je určen z rovnice kontinuity 3.12. Diferenciální rovnice je ve tvaru 3.15. Z teorie kontinuity vyplývá, že průřez přítokové trubice, který je vynásoben rychlostí přitékající vody se rovná průřezu výtoku a jeho rychlosti. Plocha byla zvolena jako $0,15 \text{ m}^2$ a hmotnostní průtok jako jeden litr za sekundu. Stejně tak byl zvolen průměr výtokové trubice o hodnotě $0,02 \text{ m}$. Z těchto parametrů je určen výstupní hmotnostní průtok, který je sledován.

Model nádrže byl vytvořen v grafickém rozhraní SIMULINK.



Obrázek 3.13 – Model nádrže s přítokem a odtokem

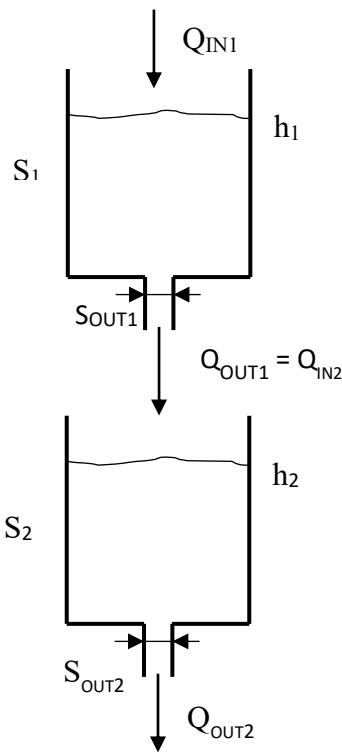
Na obrázku 3.14 je zobrazena charakteristika průběhu vstupního a výstupního hmotnostního průtoku závislého na čase. Vstupní hmotnostní průtok je označen modrou barvou a výstupní oranžovou. Dále je zobrazena výška hladiny závislá na čase.



Obrázek 3.14 – Průběh hmotnostního průtoku a výšky hladiny v nádrži

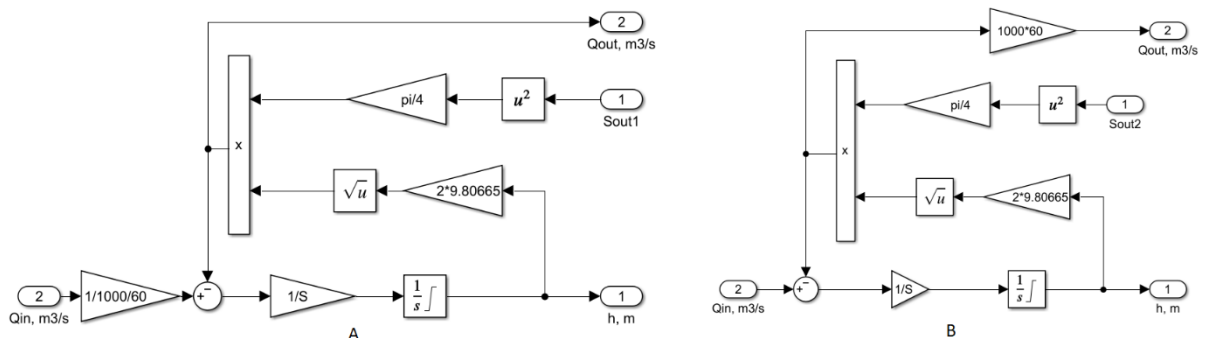
3.2.2 Model nádrží nad sebou

Další model hydraulických systémů je model nádrží nad sebou. Přítok je nastaven do horní nádrže, ze které následně teče do druhé nádrže. Druhá nádrž se chová jako dynamika druhého řádu.



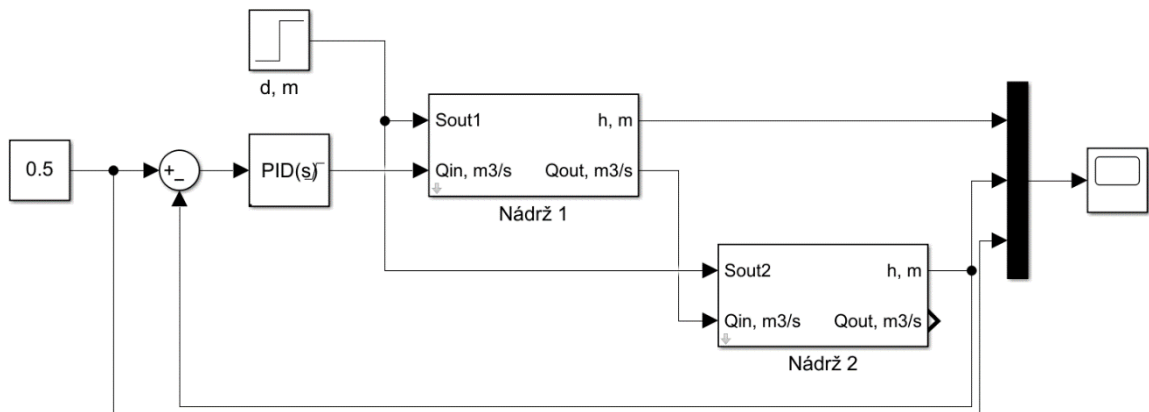
Obrázek 3.15 – Soustava dvou nádrží pod sebou

Model nádrží nad sebou je vytvořen pomocí bilance hmoty, kde kapalina, která do nádrže přiteče, se musí rovnat kapalině akumulované a ztrátové. Model je vytvořen z diferenciální rovnice 3.15.



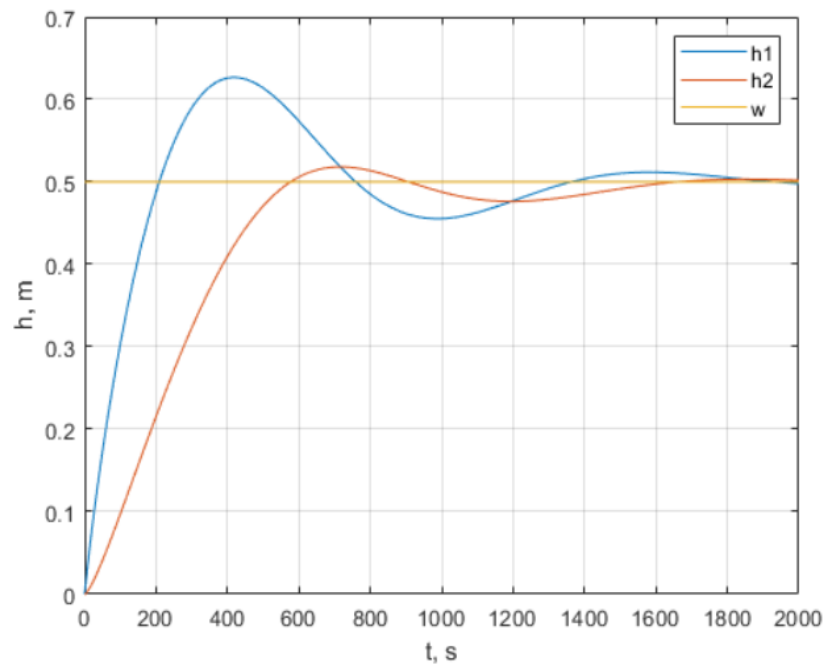
Obrázek 3.16 – A) Subsystem nádrže 1 B) Subsystem nádrže 2

Model dvou nádrží nad sebou je vytvořen v grafickém rozhraní SIMULINK



Obrázek 3.17 – Model dvou nádrží pod sebou

Přechodová charakteristika je zobrazena na obrázku 3.18. Požadovaná veličina je nastavena na hodnotu 0,5 m pomocí PID regulátoru. První nádrž se chová jako dynamika prvního řádu a průběh je zobrazen modrou barvou. Druhá nádrž se chová jako dynamika druhého řádu, která je označena oranžovou barvou.



Obrázek 3.18 – Regulační pochod výšky hladin v nádržích

3.3 ELEKTRICKÉ MODELY

Elektrický obvod je soustava elektrických prvků, které rozdělujeme na dva typy, pasivní a aktivní. Pasivní prvky přeměňují elektrickou energii na jinou, nejčastěji na tepelnou a aktivní prvky přeměňují jiný druh energie na elektrickou energii. Elektrické obvody představujeme pomocí značek, v této bakalářské práci je jako aktivní prvek zdroj napětí a pasivní prvky jsou rezistor, kondenzátor a cívka.

Aktivní prvek v obvodu je zdroj napětí. Bude se předpokládat, že použitý zdroj napětí je ideální, u kterého výstupní napětí není ovlivněno odebíraným proudem. Obecně má na svých svorkách časově proměnné napětí $u(t)$. Další vlastnosti ideálního zdroje napětí jsou nekonečně velký výkon, proud a jmenovitá hodnota napětí může nabývat jakýkoliv hodnot.

Ideální rezistor je prvek, jehož jedinou vlastností je odpor. Elektrický odpor je schopnost bránit průchodu elektrického proudu. Mění elektrickou energii na teplo. Závislost mezi napětím a proudem je vyjádřena ohmovým zákonem

$$u(t) = R \cdot i(t), \quad (3.18)$$

kde $u(t)$ – časově proměnné napětí, V,
 R – odpor rezistoru, Ω ,
 $i(t)$ – časově proměnný proud, A.

Ideální kondenzátor je pasivní součástka, která je schopna akumulovat elektrickou energii v podobě náboje. Proud protékající kondenzátorem je s napětím navázán vztahem

$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}, \quad (3.19)$$

kde $i(t)$ – proud procházející kondenzátorem, A,
 C – kapacita cívky, F,
 $u(t)$ – napětí na kondenzátoru, V,
 dt – derivace podle času, s.

Další základní pasivní součástka je cívka. Ideální cívka má pouze specifickou vlastnost indukčnost. Cívka akumuluje elektrickou energii a pro indukované napětí na cívce platí vztah

$$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}, \quad (3.20)$$

kde $u(t)$ – napětí na cívce, U,
 L – indukce, H,
 $i(t)$ – proud procházející cívkou, A,
 dt – derivace podle času, s.

I. Kirchhoffův zákon říká, že součet proudů vstupujících do uzlu se rovná proudům vystupujícím z uzlu. Matematický zápis tohoto vztahu je

$$\sum_k (i_k) = 0. \quad (3.21)$$

II. Kirchhoffův zákon popisuje, že součet napětí ve smyčce je roven nule. Tento zákon je zapsán vztahem

$$\sum_k (u_k) = 0. \quad (3.22)$$

Analýza elektrických obvodů vyplývá z Kirchhoffových zákonů, které znázorňují zákon zachování energie. Energie, která do obvodu vstoupí (zdroj napětí) se přemění na teplo (rezistor), nebo akumuluje (cívka a kondenzátor). Ke stanovení hodnot je zapotřebí příslušný počet lineárních rovnic, jako jsou rovnice 3.21 a 3.22. Zákon zachování energie můžeme zapsat

$$E_Z = E_R + E_C + E_L, \quad (3.23)$$

kde E_Z – zdroj energie vstupující do obvodu, J,
 E_R – přeměna elektrické energie na teplo pomocí rezistoru, J,
 E_C – energie akumulovaná na kondenzátoru, J
 E_L – energie akumulovaná na cívce, J.

Výkon je energie spotřebovaná za jednotku času. V případě, že uvažujeme nejmenší časový úsek, je energie rovna výkonu. Jako vstupní výkon byl přidán ideální zdroj napětí, výkon je popsán rovnicí

$$P = U \cdot i(t), \quad (3.24)$$

kde P – výkon, W,
 U – napětí, V,
 $i(t)$ – proud proměnný v čase, A.

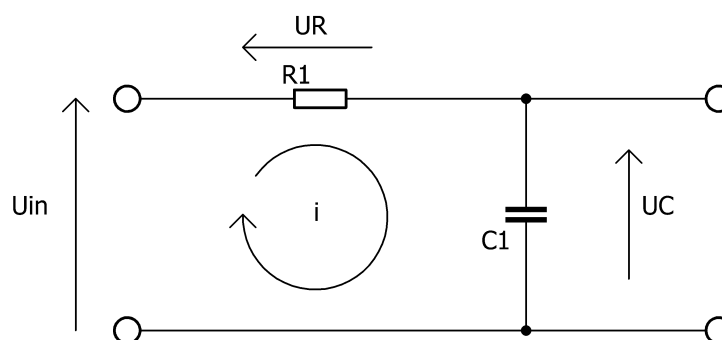
Pasivní součástky v obvodu odebírají výkon a jejich součet se musí rovnat vstupnímu výkonu.

$$P_{IN} = P_R + P_C + P_L, \quad (3.25)$$

kde P_{IN} – vstupní výkon zdroje, W,
 P_R – ztrátový výkon rezistoru, W,
 P_C – ztrátový výkon kondenzátoru, W
 P_L – ztrátový výkon cívky, W.

3.3.1 Model RC článku

Model sériového RC článku je seskupení zdroje napětí a dvou pasivních součástek, rezistoru a kondenzátoru.



Obrázek 3.19 – Sériový RC článek

Sestavení diferenciální rovnice vychází z bilance energie, tedy z rovnice 3.23

$$P_{IN} = P_R + P_C . \quad (3.26)$$

Dosazením za výkon podle rovnice 3.26 vyjde rovnice

$$U_{IN} \cdot i = U_R \cdot i + U_C \cdot i , \quad (3.27)$$

kde U_{IN} – napětí zdroje, V,
 U_R – napětí rezistoru, V,
 U_C – napětí kondenzátoru, V
 i – proud, A.

Jelikož proud procházející obvodem je stejný, lze celou rovnici tímto proudem pokrátit.

$$U_{IN} = U_R + U_C . \quad (3.28)$$

Ohmův zákon udává, že procházející proud vynásoben odporem se rovná napětí. Tento vztah je dán rovnicí.

$$U_R = R \cdot i , . \quad (3.29)$$

kde R je odpor rezistoru, Ω .

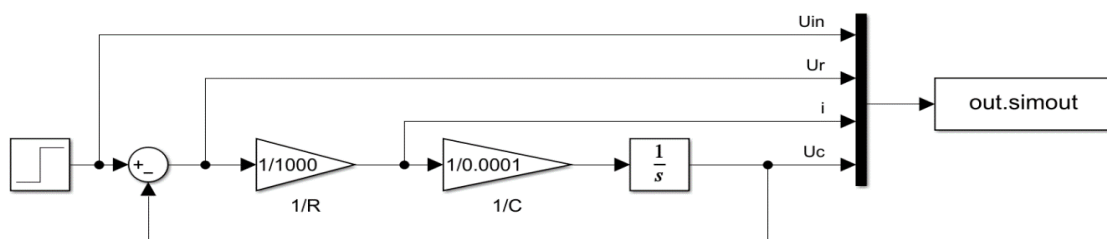
Rovnicí 3.19 je dán vztah pro proud procházející kondenzátorem, společně s rovnicí 3.18 dostaneme diferenciální rovnici RC článku ve tvaru

$$U_{IN} = R \cdot \left(C \cdot \frac{dU_C}{dt} \right) + U_C . \quad (3.30)$$

Vyřešením diferenciální rovnice dostaneme vztahy pro napětí na rezistoru a kondenzátoru. Které jsou znázorněny podle rovnice 3.31 a 3.32

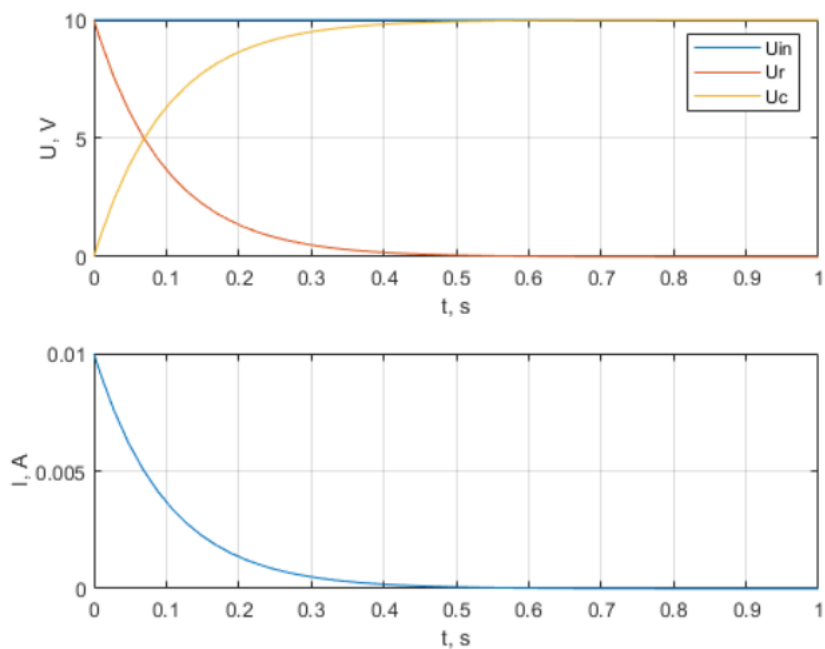
$$U_R = U_{IN} \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}. \quad (3.31)$$

$$U_C = U_{IN} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}). \quad (3.32)$$



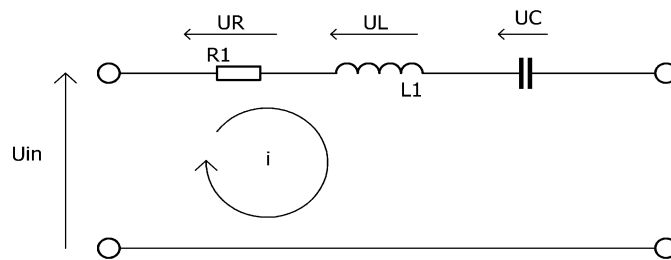
Obrázek 3.20 – Model sériového RC článku

Obrázek 3.21 popisuje průběh napětí a proudu jednotlivými komponenty sériového RC článku. Modrou barvou je označeno vstupní napětí, které podle Kirchhoffových zákonů je rovno součtu napětí na kondenzátoru, které je zobrazeno žlutou barvou a napětí na rezistoru, které je označeno oranžovou barvou.



Obrázek 3.21 – Průběh napětí a proudu sériového RC obvodu

3.3.2 Model sériového RLC obvodu



Obrázek 3.22 – Sériový RLC obvod

Model sériového RLC obvodu je složení napěťového zdroje, rezistoru, kondenzátoru a cívky. Rovnice pro výpočet napětí na jednotlivých pasivních součástkách vychází z aplikace bilanční rovnice 1.5 a je tedy ve tvaru

$$E_{IN} = E_R + E_C + E_L, \quad (3.33)$$

kde E_{IN} – vstupní energie, J,

E_R – energie spotřebovaná na rezistoru, J,

E_C – energie spotřebovaná na kondenzátoru, J,

E_L – energie spotřebovaná na cívce, J.

Opět se bude počítat s výkonem, pro který platí

$$P = \frac{dE}{dt}, \quad (3.34)$$

kde E – energie, J

P – výkon, W,

dt – derivace podle času, s.

Pro nekonečně krátký čas tedy derivaci času platí, že se výkon a energie rovnají.

Sestavení diferenciální rovnice z bilanční rovnice ve tvaru výkonů vypadá následovně

$$P_{IN} = P_R + P_C + P_L. \quad (3.35)$$

Ze vztahu 3.24 dostaneme rovnici

$$U_{IN} \cdot i = U_R \cdot i + U_C \cdot i + U_L \cdot i, \quad (3.36)$$

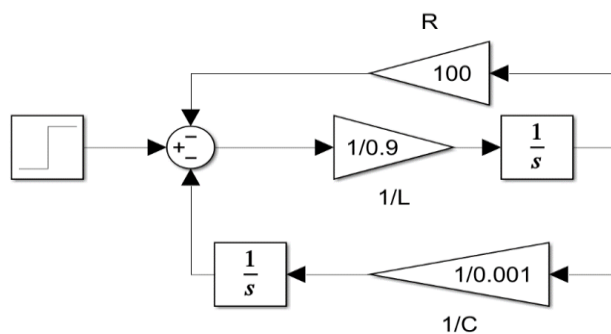
Rovnici 3.36 lze zkrátit proudem a vyjde vztah

$$U_{IN} = U_R + U_C + U_L. \quad (3.37)$$

Diferenciální rovnice má tvar

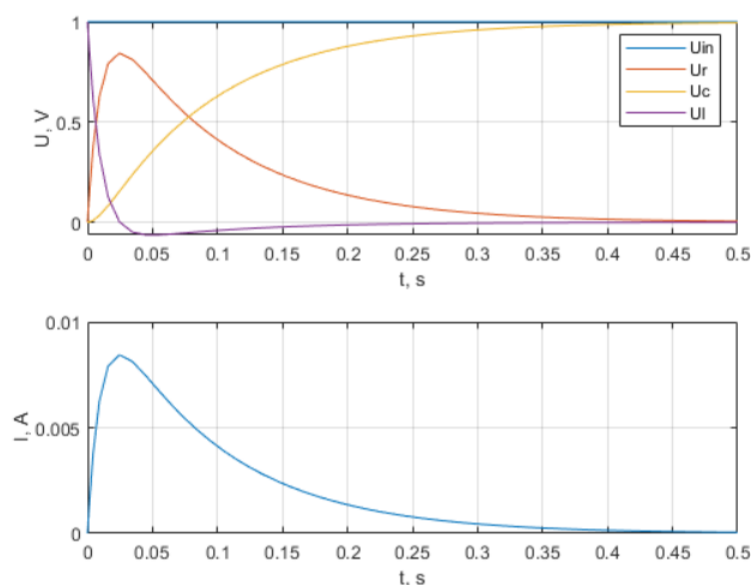
$$U_{IN} = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(\tau) d\tau \quad (3.38)$$

Model sériového RLC obvodu byl proveden v grafickém rozhraní SIMULINK



Obrázek 3.23 – Model sériového RLC

Obrázek 3.24 zobrazuje průběh napětí a proudu na komponentech sériového RLC obvodu. První graf značí vstupní napětí modrou barvou, které se musí rovnat součtu napětí na komponentech R, L, a C. Napětí na rezistoru je označeno barvou oranžovou, napětí na kondenzátoru je označeno žlutou a napětí na cívce barvou fialovou. Dále je zobrazen graf značící velikost proudu procházející sériovým obvodem.



Obrázek 3.24 – Průběh napětí a proudu sériového RLC obvodu

3.4 MECHANICKÉ MODELY

Matematický model mechanických systémů je popsán pomocí zákonů dynamiky, které popisují modelovaný objekt a vztahy mezi jeho pohybem a působícími silami. Takový systém je popsán parciálními diferenciálními rovnicemi, pro zjednodušení se používá mechanika dokonale tuhého tělesa. Analyzovat mechanický systém je náročné, proto se objekt nahradí dokonale hmotným bodem, který vychází z předpokladu soustředění hmotnosti a působících sil do jediného bodu. Dále předpokládáme, že těleso nelze deformovat ani jinak měnit jeho vlastnosti. Tímto způsobem si modelování zjednodušíme, jelikož matematický zápis je popsán pouze diferenciálními rovnicemi.

Vytvoření mechanického modelu vychází z aplikace tří Newtonových zákonů. První Newtonův zákon udává, že těleso, na které nepůsobí žádná síla, setrvává v klidu nebo rovnoměrném přímočarém pohybu. Druhý Newtonův zákon je zákon popisující působení síly na hmotný bod. Druhý Newtonův zákon popisuje rovnice

$$F = m \cdot a , \quad (3.39)$$

kde F – síla, N,
 m – hmotnost tělesa, kg,
 a – zrychlení, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Tíhové zrychlení je konstanta značená písmenem „g“ a udává zrychlení volného pádu hmotného bodu vztažená k systému, v mém případě k Zemi. Průměrná hodnota tíhového zrychlení na Zemi je $9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Třetí Newtonův zákon popisuje vzájemné působení dvou těles. Tělesa na sebe působí stejně velikou silou opačného směru.

3.4.1 Model kuličky na nakloněné rovině

Model kuličky je v tomto případě ideální těleso, které bereme jako hmotný bod. Tento hmotný bod je těleso položené na nakloněné rovině. Na těleso nacházející se na nakloněné rovině působí tíhová síla F_G směrem dolů a pohybová síla F ve směru pohybu hmotného bodu. Síla je vektorová veličina a její výsledný účinek je dán pomocí kosinové věty

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\alpha)}, \quad (3.40)$$

kde F – výsledná síla, N
 F_1 – síla působící v jednom směru, N
 F_2 – síla působící ve druhém směru, N
 α – úhel, který síly svírají, rad.

Síla F ve směru pohybu je dána vztahem

$$F = F_G \cdot \sin(\alpha), \quad (3.41)$$

kde F – síla, N,
 F_G – gravitační síla, N,
 α – úhel náklonu roviny, $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Dosazením do rovnice 3.41 dostaneme vztah

$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin(\alpha), \quad (3.42)$$

kde m – hmotnost kuličky,
 a – zrychlení, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,
 g – tíhové zrychlení, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,

Poloha kuličky je dána rovnicí

$$x = \frac{dv}{dt}, \quad (3.43)$$

kde x – poloha kuličky, m,
 v – rychlost, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,
 dt – derivace podle času, s.

Rychlost kuličky lze zapsat rovnicí

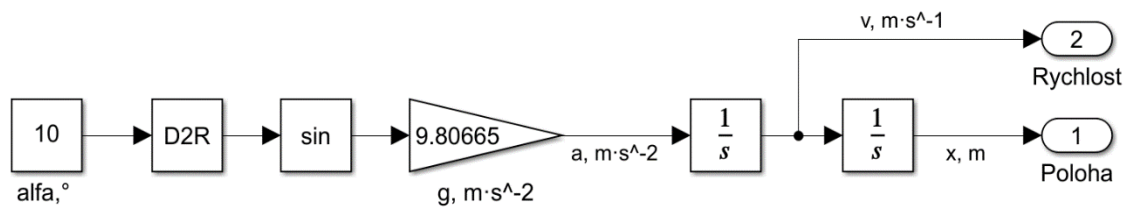
$$v = \frac{da}{dt}, \quad (3.44)$$

kde v – rychlost, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$,
 a – zrychlení, $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,
 dt – derivace podle času, s.

Zrychlení kuličky je přímo úměrné tíhovému zrychlení a úhlu naklonění roviny. Lze také zapsat jako

$$a = g \cdot \sin(\alpha). \quad (3.45)$$

Simulace navrženého modelu mechanické soustavy byla provedena v prostředí SIMULINK. Zapojení modelu vychází z rovnic 3.43, 3.44 a 3.45.



Obrázek 3.26 – Model kuličky na nakloněné rovině

Na obrázku 3.26 je znázorněn model kuličky na nakloněné rovině, vstupní veličina je náklon roviny ve stupních. Další blok je zde převod stupňů na radiány pro výpočet sinu úhlu. Vynásobením s tíhovým zrychlení dostaneme zrychlení „a“. Integrováním zrychlení dostaneme rychlost, jak je ukázáno v rovnici 3.44, a dalším integrováním dostaneme polohu podle rovnice 3.43.

4 EXPERIMENTÁLNÍ MODELY

Experimentální identifikace (EI) systému je určení dynamických vlastností a stanovení matematického modelu. Pomocí známých testovacích signálů, jako jsou jednotkový skok podle obrázku 1.3 nebo Diracův impuls apod., působíme na neznámý systém a zaznamenáváme jeho odezvu.

U EI musí být zvolena struktura modelu. Systém je popsán pouze pomocí relace vstup – výstup. Model platí pouze pro konkrétní reálný systém a nelze aplikovat pro zařízení s odlišným fyzikálním principem. Z tohoto důvodu lze jeho chování popsat relativně přesně. Výhodou EI je, že vnitřní procesy reálného systému nemusí být známy a jeho identifikace nevyžaduje dlouhé časové nároky.

Vyhodnocení kvality modelu vychází z minimalizace funkcionálu, který vyhodnocuje chybu modelu. Ve většině případů se uplatňují kvadratická kritéria z důvodu záporných a kladných odchylek. U mnoha metod EI se vyhodnocuje kvalita systému subjektivně, podle kritéria nebo průběhu odezvy.

Vyhodnocení naměřených dat můžeme rozlišit na dva způsoby identifikace. Jedna z nich je offline identifikace a druhá online identifikace. U offline identifikace nejprve zaznamenáme naměřená výstupní data a následně určíme podle kritéria parametry modelu. U online identifikace máme připojený reálný systém a model k počítači, přičemž parametry modelu bezprostředně vyhodnocujeme za chodu.

Při vytváření modelů pomocí experimentální identifikace dochází k chybám numerické metody. Jednou z nich je chyba zaokrouhlením. Při práci s počítačem může číslo reprezentovat pouze konečný počet cifer, proto pracujeme s přibližnými hodnotami, které dostaneme zaokrouhlením přesné hodnoty. Tyto chyby vznikají už při měření a ukládání dat. Pokud z naměřených hodnot dopočítáváme hodnoty pomocí vzorců, tyto chyby se mohou nahromadit a výsledky se mohou zcela znehodnotit.

4.1 MODELY ČASOVĚ DISKRÉTNÍ

V této části jsou modely vytvořeny pomocí experimentální identifikace, a to metodou nejmenších čtverců.

4.1.1 Identifikace dynamického modelu v časové oblasti

V praxi vždy na reálný systém působí stochastické poruchy. Pro zjištění parametrů takovýchto soustav je nutné používat metody, které berou stochastické chování v úvahu. Takové metody jsou vhodné pro aproximaci statických i dynamických vlastností soustav. Jednou z těchto metod je metoda nejmenších čtverců.

Metoda nejmenších čtverců je metoda výpočtu koeficientů diferenční rovnice popisující dynamický systém. Pro výpočet koeficientů je nutné znát odezvu systému na vstupní signál. Vstupem do systému je $u(k)$ a výstupem je $y(k)$. Obecná diferenční rovnice n -tého řádu je zapsána

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = b_1u(k-1) + \dots + b_nu(k-n), \quad (4.1)$$

kde $y(k)$ – výstupní hodnota k -tého prvku,
 $u(k)$ – vstupní hodnota k -tého prvku,
 a_i – koeficient levé strany diferenční rovnice,
 b_i – koeficient pravé strany diferenční rovnice.

Výpočet koeficientů diferenční rovnice je možné provést mnoha způsoby, bakalářská práce se bude věnovat výpočtu pomocí matic. Pro výpočet MNČ je nutné nejprve zaznamenat odezvu reálné soustavy, které jsou ve tvaru

k	u	y
1	$u(1)$	$y(1)$
2	$u(2)$	$y(2)$
\vdots	\vdots	\vdots
N	$u(N)$	$y(N)$

kde u – vstupní nezávislá proměnná,
 y – výstupní závislá proměnná na x ,
 k – označuje k -tý prvek,
 N – počet pozorování.

Metoda nejmenších čtverců vyplývá z kritéria, kde je snaha dosáhnout nulové odchylky jednokrokových predikcí od změřených dat na výstupu soustavy.

Výpočet koeficientů diferenční rovnice metodou nejmenších čtverců pro soustavu prvního řádu je následující. Z naměřených dat lze sestavit jednokrokové predikční rovnice,

$$\hat{y}_2 = -a y_1 + b u_1 \quad (4.2)$$

$$\hat{y}_3 = -a y_2 + b u_2$$

⋮

$$\hat{y}_N = -a y_{N-1} + b u_{N-1},$$

kde \hat{y} – odhadovaná hodnota výstupní veličiny,

a, b – koeficienty,

y – výstupní veličina,

u – vstupní veličina.

Maticově lze soustavu rovnic 4.2 zapsat ve tvaru

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}; \mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \\ b_1 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix}; \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -y_1 & u_1 \\ -y_2 & u_2 \\ \vdots & \vdots \\ -y_{N-1} & u_{N-1} \end{bmatrix}; \hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \\ \vdots \\ \hat{y}_N \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

kde \mathbf{Y} – matice výstupních veličin,

\mathbf{X} – matice koeficientů,

\mathbf{F} – matice vstupních a výstupních parametrů,

$\hat{\mathbf{Y}}$ – matice odhadované výstupní veličiny.

Rovnici 4.2 lze přepsat do maticového tvaru

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X} \cdot \mathbf{F}. \quad (4.4)$$

Kritérium je předpoklad, kdy je odchylka modelu od reálné soustavy nulová, toto kritérium je dáno rovnicí

$$K = (\mathbf{XF} - \mathbf{Y})^T \cdot (\mathbf{XF} - \mathbf{Y}) = 0. \quad (4.5)$$

Roznásobená rovnice 4.5 se derivuje podle matice \mathbf{X}

$$\frac{\delta K}{\delta \mathbf{X}} [\mathbf{X}^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{X} - \mathbf{Y}^T \mathbf{F} \mathbf{X} - \mathbf{X}^T \mathbf{F}^T \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T \mathbf{Y}]. \quad (4.6)$$

Výsledek derivace položíme rovno nule

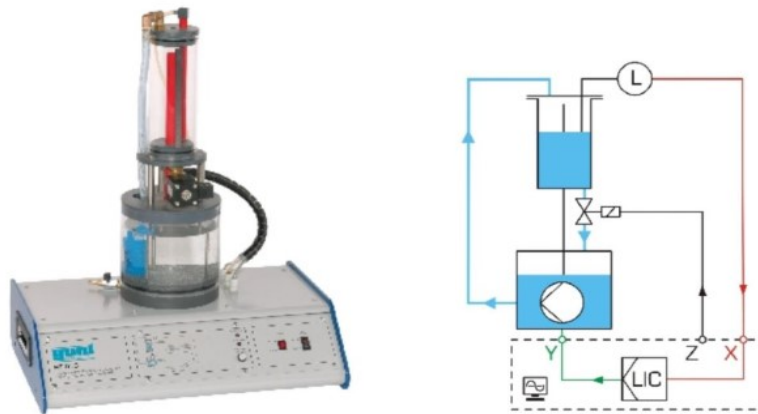
$$2 \cdot \mathbf{X} \mathbf{F}^T \mathbf{F} - \mathbf{Y}^T \mathbf{F} - \mathbf{F}^T \mathbf{Y} = 2 \cdot \mathbf{X} \mathbf{F}^T \mathbf{F} - 2 \cdot \mathbf{F}^T \mathbf{Y} = 0. \quad (4.7)$$

Úpravou rovnice 4.7 dostaneme matici \mathbf{X} , která obsahuje koeficienty a_i a b_i rovnice 4.1. Tato rovnice je dána vztahem

$$\mathbf{X} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \cdot \mathbf{F}^T \mathbf{Y}. \quad (4.8)$$

4.1.2 Experimentální identifikace soustavy RT010

Soustava RT010 je soustava regulace hladiny tekutiny v nádrži. Přes ventil je čerpadlem čerpána kapalina do nádrže. Hladina v nádrži je měřena čidlem hydrostatického členu.



Obrázek 4.1 – Soustava RT010 (HSI gunt 2021)

Program pro řešení modelu pomocí metody nejmenších čtverců v programovém prostředí MATLAB.

```

clear
load RT010           %Načtení naměřených dat soustavy RT010
up = 3.24;          %Nastavení vstupní počáteční podmínky
yp = 1.45;          %Nastavení výstupní počáteční podmínky
y = Y-yp;
u = U-up;
n = 1;
Fy = [];
Fu = [];
for i=1:n
    Fy = [Fy -y(n+1-i:end-i)];
    Fu = [Fu u(n+1-i:end-i)];
end
F = [Fy Fu];
YY = y(n+1:end);
X = inv(F'*F)*F'*YY;           %Výpočet matice koeficientů
M = tf(X(n+1:2*n)',[1 X(1:n)'],T(2)-T(1)) %Výpočet modelu pomocí funkce tf
Ym = lsim(M,u,T)+yp;          %Simulace odhadované výstupní matice
Yp = F*X;                    %Výpočet výstupní matice
K = (Yp-YY)'*(Yp-YY)         %Výpočet kritéria
%Vytvoření grafů
subplot(2,1,1)
plot(T,U)
grid on
title('Vstupní signál')
xlabel('t, s')
ylabel('U, V')
subplot(2,1,2)
plot(T,Ym,T(n+1:end),Yp+yp)
grid on

```

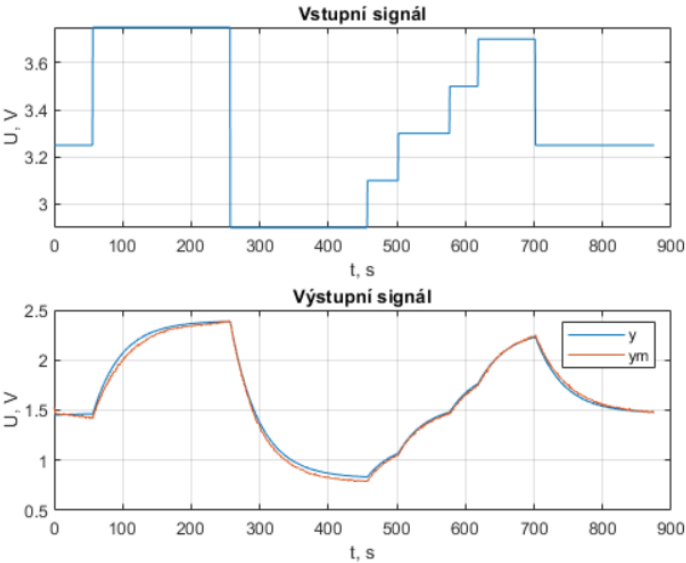


```

xlabel('t, s')
ylabel('U, V')
legend({'y', 'ym'})
title('Výstupní signál')

```

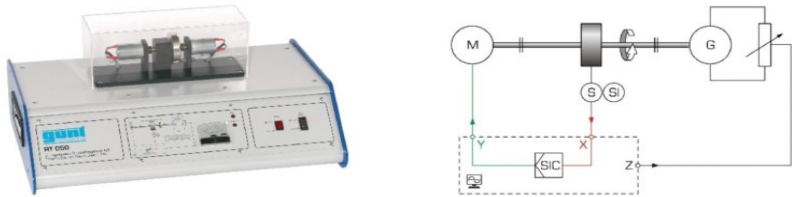
Graf průběhů je na obrázku 4.2. V grafu „vstupní signál“ je zobrazen průběh vstupního signálu, kde je závislou proměnnou napětí a nezávislou proměnnou čas. V druhém grafu „Výstupní signál“ je znázorněn průběh výstupního signálu, kde modrou barvou je označen výstup reálné soustavy a oranžovou průběh výstupní veličiny modelu, který vytvořen pomocí experimentální metody.



Obrázek 4.2 – Průběh vstupního a výstupního signálu soustavy RT010 a jeho modelu

4.1.3 Experimentální identifikace soustavy RT050

Soustava RT050 je soustava pro řízení otáček stejnosměrného motoru. Motor roztáčí osu, na které je umístěn setrvačnick a otáčky jsou měřeny pomocí indukčního snímače.



Obrázek 4.3 – Soustava RT050 (HSI gunt 2021)

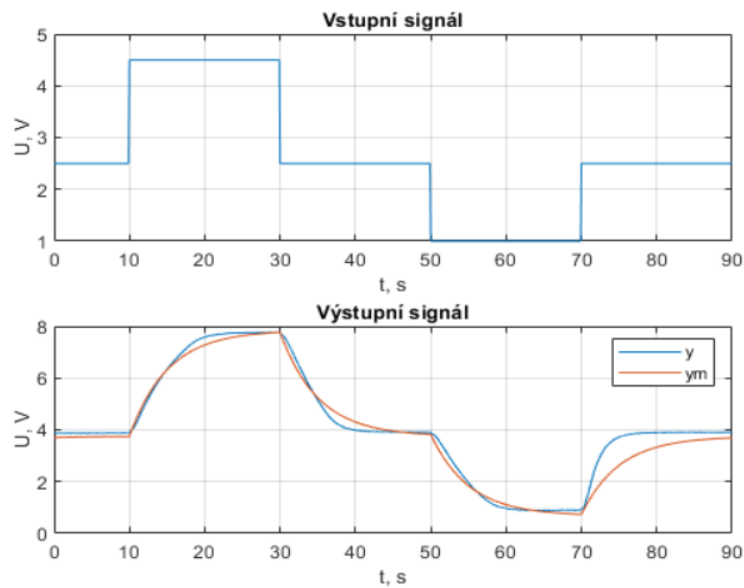
Program pro řešení modelu experimentální identifikací pomocí metody nejmenších čtverců.

```

clear                                %Vymazání Workplace
load RT050.mat                       %Načtení naměřených dat soustavy RT050
up = 2.477;                          %Nastavení počáteční podmínky vstupní veličiny
yp = 3.7;                            %Nastavení počáteční podmínky výstupní veličiny
y=Y-yp; u=U-up;
n=1;                                 %Nastavení řádu soustavy
Fy=[];                               %Vytvoření výstupního vektoru Fy
Fu=[];                               %Vytvoření vstupního vektoru Fu
for i=1:n
    Fy=[Fy -y(n+1-i:end-i)];
    Fu=[Fu u(n+1-i:end-i)];
end
F=[Fy Fu];                          %Vytvoření matice F
YY=y(n+1:end);
X=inv(F'*F)*F'*YY;                  %Vytvoření matice koeficientů X
M=tf(X(n+1:2*n)',[1 X(1:n)]),T(2)-T(1) %Vytvoření modelu
Ym=lsim(M,u,T)+yp;                 %Simulace modelu
Yp=F*X;                            %Vytvoření matice odhadované výstupní veličiny
K=(Yp-YY)'*(Yp-YY)                 %Výpočet kritéria modelu
subplot(2,1,1)                      %Vykreslení grafů
    plot(T,U)
    grid on
    title('Vstupní signál')
    xlabel('t, s')
    ylabel('U, V')
subplot(2,1,2)
    plot(T(n+1:end),Yp+yp,T,Ym)
    grid on
    xlabel('t, s')
    ylabel('U, V')
    legend({'y','ym'})
    title('Výstupní signál')

```

Graf průběhů je na obrázku 4.4. V grafu „Vstupní signál“ je znázorněn vstupní signál do reálné soustavy RT050, kde je napětí závislé na čase. V grafu „Výstupní signál“ výstupní veličina, modrou barvou je označen průběh výstupní veličiny reálné soustavy RT050 a oranžovou výstupní veličina modelu.



Obrázek 4.4 – Průběh vstupního a výstupních signálů soustavy RT050 a jeho modelu

4.1.4 Experimentální identifikace soustavy RT060

Soustava RT060 je soustava regulace polohy. Motor posouvá vozík pomocí ozubeného řemene. Poloha je snímána pomocí enkodéru. Kraje jsou opatřeny koncovými spínači a při jejich sepnutí se motor vypne.



Obrázek 4.5 – Soustava RT060 (HSI gunt 2021)

Program pro výpočet koeficientů diferenciální rovnice a vytvoření modelu pomocí programového prostředí MATLAB. Model je vytvořen experimentální identifikací metodou nejmenších čtverců.

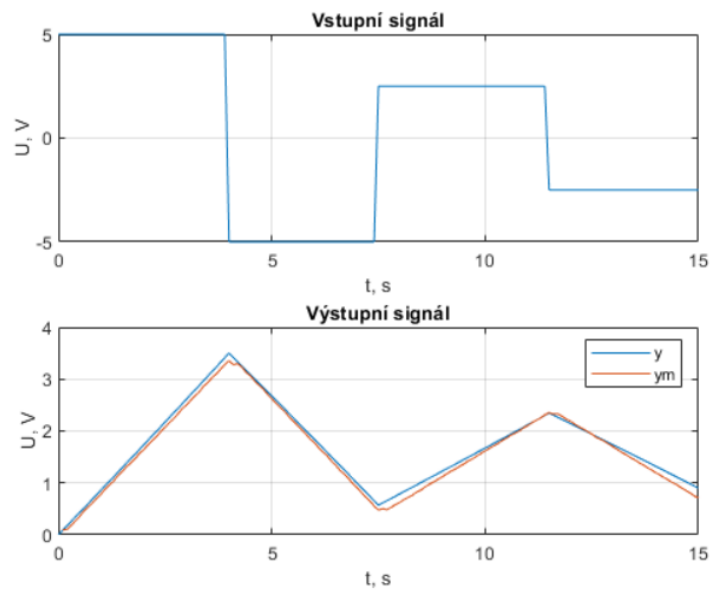
```
clear                                %Vymazání Workplace
load RT060                            %Načtení naměřených dat soustavy RT060
up = 0;                               %Nastavení počáteční podmínky vstupní veličiny
yp = 0;                               %Nastavení počáteční podmínky výstupní veličiny
```

```

y=Y-yp;
u=U-up;
n=1;                               %Nastavení řádu soustavy
Fy=[];                              %Vytvoření výstupního vektoru Fy
Fu=[];                              %Vytvoření vstupního vektoru Fu
for i=1:n
    Fy=[Fy -y(n+1-i:end-i)];
    Fu=[Fu u(n+1-i:end-i)];
end
F=[Fy Fu];                          %Vytvoření matice F
YY=y(n+1:end);
X=inv(F'*F)*F'*YY;                  %Vytvoření matice koeficientů X
M=tf(X(n+1:2*n)',[1 X(1:n)]),T(2)-T(1)) %Vytvoření modelu
Ym=lsim(M,u,T)+yp;                 %Simmulace modelu
Yp=F*X;                             %vytvoření matice odhadované výstupní veličiny
K=(Yp-YY)'*(Yp-YY)                 %Výpočet kritéria
subplot(2,1,1)                      %Vykreslení grafů
    plot(T,U)
    grid on
    title('Vstupní signál')
    xlabel('t, s')
    ylabel('U, V')
subplot(2,1,2)
    plot(T,Ym,T(n+1:end),Yp+yp)
    grid on
    xlabel('t, s')
    ylabel('U, V')
    legend({'y','ym'})
    title('Výstupní signál')

```

Graf průběhů reálné soustavy RT060 a jeho modelu je zobrazen na obrázku 4.6. Na prvním grafu je vidět vstupní signál a na druhém grafu je průběh výstupní veličiny. Modrou barvou je označen průběh výstupní veličiny soustavy RT060 a oranžovou jeho model.



Obrázek 4.6 – Průběh vstupního a výstupního signálu soustavy RT060 a jeho modelu

5 ZÁVĚR

Cílem bakalářské práce bylo vytvoření výukového systému pro modelování a experimentální identifikaci a také přiblížení problematiky vytváření modelů analytickou cestou na základě bilance energie a hmoty. Dále použití experimentální identifikace pomocí metody nejmenších čtverců s využitím nástroje Live Script výpočetního systému MATLAB.

První část se zaměřuje na seznámení se s pojmy používanými v této oblasti a vybrání správného nástroje pro řešení konkrétních úloh.

V další části jsou vytvořeny tepelné, hydraulické, elektrické a mechanické modely pomocí bilance energie a hmoty v grafickém prostředí MATLAB SIMULINK. Modely jsou vypracovány v nástroji Live Script programového prostředí MATLAB, u kterých lze měnit jednotlivé parametry a sledovat jejich vliv na soustavu.

V poslední části jsou uvedeny modely, které byly modelovány pomocí experimentální identifikace, kde je popsáno použití metody nejmenších čtverců a její implementace pomocí programu MATLAB. Dokumentace, skripty a simulační schémata mohou sloužit studentům jako studijní materiály v předmětech týkajících se modelování dynamických systémů a experimentální identifikace.

POUŽITÁ LITERATURA

BALÁTĚ, J. 2004. *Automatické řízení*. 2. vydání. Praha, ISBN 80-7300-148-9

DRÁBEK, O. 1987. *Experimentální identifikace*. Pardubice: Vysoká škola chemicko-technologická.

GARZINOVÁ, R; JANČÍKOVÁ, Z; ZIMNÝ, O. 2013. *Základy automatizace technologických procesů v teorii*. [online]. [cit. 22-04-26]. Dostupné z: https://projekty.fs.vsb.cz/463/edubase/VY_01_035/Z%C3%A1klady%20automatizace%20technologick%C3%BDch%20proces%C5%AF%20v%20teorii/02%20Text%20pro%20e-learning/Z%C3%A1klady%20automatizace%20technologick%C3%BDch%20proces%C5%AF%20v%20teorii%20%2002.pdf

Gymgren.cz, nedatováno. *Mechanika kapalin a plynů*. [online]. [cit. 22-04-26]. Dostupné z: <https://www.gymgren.cz/wp-content/uploads/06.-Mechanika-kapalin-a-plyn%C5%AF-upraven%C3%A9.pdf>

HUMUSOFT, nedatováno. *COMSOL Multiphysics*. [online]. [cit. 22-04-26]. Dostupné z: <https://www.humusoft.cz/comsol/details/>

HUMUSOFT, nedatováno. *MATLAB & SIMULINK*. [online]. [cit. 22-04-26]. Dostupné z: <https://www.humusoft.cz/matlab/details/>

NOSKIEVIČ, P. 1999. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava: Montanex, ISBN 80-7225030-2.

OTTE, L. 2012. *Modelování a simulace*. [online]. [cit. 22-04-24]. Dostupné z: <https://adoc.pub/modelovani-a-simulace2cce1739eb6dac6e59e4252591fa740743434.html>

TAUFER, I.; JAVŮREK, M. 2018. *Jak psát závěrečné práce*. Konzultace v rámci diplomového/bakalářského semináře. Pardubice: Univerzita Pardubice: Osobní sdělení.

WikiSkripta, 2022. *Termodynamické věty*. [online]. [cit. 22-04-26]. Dostupné z: https://www.wikiskripta.eu/w/Termodynamick%C3%A9_v%C4%9Bty

Příloha k bakalářské práci
POUŽITÍ LIVE SCRIPT PRO VÝUKU MODELOVÁNÍ A
EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE
Martin Petráš

CD