

UNIVERZITA PARDUBICE  
FAKULTA FILOZOFICKÁ  
DOPLŇKOVÉ PEDAGOGICKÉ STUDIUM

ZÁVĚREČNÁ PRÁCE

2021

Ing. Silvie Vágenknechtová



Univerzita Pardubice  
Fakulta filozofická  
Doplňkové pedagogické studium

Návrh kapitoly učebního textu z matematiky pro 2. stupeň základních škol  
Závěrečná práce



Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne

Ing. Silvie Vágenknechtová

## Poděkování

Děkuji paní PhDr. Mgr. Iloně Ďatko, Ph.D. za odborné vedení závěrečné práce, rady, názory a připomínky a své rodině za veškerou podporu během tohoto studia.

## **ANOTACE**

Závěrečná práce Doplňkového pedagogického studia Univerzity Pardubice s názvem „Návrh kapitoly učebního textu z matematiky pro 2. stupeň základních škol“ je věnována vytvoření učebního textu pro učivo matematiky týkající se základních operací se zlomky. Kapitola učebního textu je jednou z okruhů v souladu s platným rámcovým vzdělávacím programem. Navržená kapitola učebního textu je svým obsahem určeny především pro žáky 2. stupně, případně je mohou využít i pedagogové, kteří se ve výuce setkávají nejen s běžnými žáky, ale i s nadanějšími žáky.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Didaktika, Matematika pro základní školy, Učební text, Zlomky

## **TITLE**

Proposal of Didactic Text for Mathematics of the 2<sup>nd</sup> Grade of Primary School

## **ANNOTATION**

The final thesis of the Supplementary Pedagogical Study of the University of Pardubice called “Proposal of Didactic Text for Mathematics for the 2<sup>nd</sup> Grade of Primary School“ is focused on the preparation of learning materials for the mathematics curriculum concerning basic operations with fractions. The chapter of the text is one of the areas in accordance with the valid framework educational program. The proposed chapter of the learning materials is defined primarily for 2<sup>nd</sup> grade pupils, or it can also be used by teachers who meet not only common pupils but also more talented pupils.

## **KEYWORDS**

Didactic Text, Mathematics for Primary Schools, Learning Materials, Fractions

## OBSAH

ÚVOD.....	9
<b>1 MATEMATIKA .....</b>	<b>11</b>
1.1 Učební pomůcky .....	14
1.2 Organizace vyučování matematiky na 2. stupni ZŠ.....	15
1.2.1 Vyučovací hodina.....	15
1.3 Komplexní metody výuky.....	16
1.4 Hodnocení vyučovací hodiny a sebehodnocení žáků .....	18
<b>2 NÁVRH KAPITOLY UČEBNÍHO TEXTU .....</b>	<b>20</b>
2.1 Úvod do zlomků.....	20
2.1.1 Právý a nepravý zlomek, smíšené číslo .....	21
2.1.2 Základní tvar zlomku .....	21
2.1.3 Složený zlomek .....	22
2.1.4 Operace se zlomky .....	22
2.1.5 Převod zlomku na procenta .....	24
2.1.6 Převod desetinného čísla na zlomek.....	24
2.1.7 Převod zlomku na desetinné číslo.....	25
2.2 Seznámení žáků se zlomky .....	25
2.2.1 Aktivizační úloha .....	25
2.2.2 Inscenační úlohy.....	26
2.2.3 Didaktická hra .....	26
2.2.4 Rozhovor.....	28
2.2.5 Číselná osa .....	29
2.3 Operace se zlomky .....	31
2.3.1 Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem .....	31
2.3.2 Odčítání zlomků se stejným jmenovatelem.....	32
2.3.3 Sčítání zlomků s různými jmenovateli.....	33
2.3.4 Odčítání zlomků s různými jmenovateli.....	36
2.3.5 Násobení zlomků.....	37
2.3.6 Dělení zlomků.....	39
<b>3 DIDAKTICKÝ ROZBOR .....</b>	<b>42</b>
3.1 Základní škola Pardubice–Polabiny, Prodloužená 283.....	42
3.2 Komu je text určen.....	42
3.3 Didaktická analýza navrhovaného textu.....	44
3.4 Motivace.....	45



<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>47</b>
<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....</b>	<b>49</b>
<b>INTERNETOVÉ ZDROJE.....</b>	<b>50</b>

## SEZNAM ILUSTRACÍ

Obrázek 1 Číselná osa se zlomky .....	20
Obrázek 2 Zlomek $\frac{3}{4}$ .....	21
Obrázek 3 Smíšené číslo.....	21
Obrázek 4 Krácení a rozšiřování zlomku .....	22
Obrázek 5 Složený zlomek a jeho úprava.....	22
Obrázek 6 Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem .....	22
Obrázek 7 Sčítání zlomků s rozdílným jmenovatelem .....	23
Obrázek 8 Násobení zlomků.....	23
Obrázek 9 Umocňování zlomku .....	23
Obrázek 10 Odmocňování zlomku .....	23
Obrázek 11 Převod zlomku na procenta.....	24
Obrázek 12 Dvě řešení úlohy při rozdělování dvou koláčů mezi čtyři členy rodiny .....	25
Obrázek 13 Pexeso zlomky .....	27
Obrázek 14 Domino zlomky.....	28
Obrázek 15 Palivoměr - rozdělení celku na části .....	28
Obrázek 16 Polovina, třetina, čtvrtina .....	29
Obrázek 17 Hodiny jako pomůcka se zlomky .....	29
Obrázek 18 Číselná osa se zlomky .....	29
Obrázek 19 Jedna čtvrtina na číselné ose .....	30
Obrázek 20 Jaký zlomek se skrývá pod otazníky? .....	30
Obrázek 21 Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem .....	32
Obrázek 22 Odčítání zlomků se stejným jmenovatelem .....	33
Obrázek 23 Sčítání zlomků s různými jmenovateli – jeden jmenovatel je násobkem druhého.....	34
Obrázek 24 Sčítání zlomků s různými jmenovateli - jmenovatelé jsou soudělná čísla .....	35
Obrázek 25 Sčítání zlomků s různými jmenovateli - jmenovatelé jsou prvočísla .....	35
Obrázek 26 Odčítání zlomků s různými jmenovateli .....	36
Obrázek 27 Násobení přirozených čísel .....	37
Obrázek 28 Násobení přirozených čísel prakticky .....	37
Obrázek 29 Násobení zlomku přirozeným číslem.....	38
Obrázek 30 Násobení zlomku zlomkem.....	38
Obrázek 31 Dělení zlomku celým číslem.....	40
Obrázek 32 Dělení celého čísla zlomkem .....	40
Obrázek 33 Dělení zlomku zlomkem .....	41

## ÚVOD

Cílem závěrečné práce doplňkového pedagogického studia je zpracovat vybranou kapitolu učebního textu pro předmět matematika vyučovaný na druhém stupni základních škol.

Východiskem pro návrh a zpracování této práce byla prostá otázka, jak jednoduše vysvětlit význam něčeho tak „triviálního až primitivního“ jako je číselný zlomek a význam jak tohoto elementu, tak základních matematických operací, které s ním je potřeba správně provést a zvládnout. Teprve v reálném pedagogickém procesu se ukazuje, že to, co vzdělanější část populace bere jako: „takové to jinak napsané dělení“, má svůj specifický řád i význam a nezbytný stupeň drilu pro osvojení potřebných návyků je více než užitečný pro všechny.

Zamýšlené přínosy zpracovávaného textu by měly být dvojí. Interní - osobní uspořádání podrobné myšlenkové mapy, jak tento izolovaný celek uchopit, zpracovat a efektivně přenést ve výuce pro své žáky, a externí – možnost sdílet získané a ověřené poznatky pro kolegy, kteří se ocitnou v analogické situaci jako já na začátku svých pedagogických aktivit, kdy absence kvalitně, detailně a sdílitelně zpracovaných zdrojových textů v jednotlivých výukových okruzích, vedou k řadě stresových situací a zbytečně investovaného času při kompletaci příprav. Věřím, že pokud by byly podobně, jak se v práci snažím zpracovat oblast zlomků, připraveny a zpracovány další okruhy, řada kolegů v obdobných situacích by tyto zdroje ráda využila.

Před každým učitelem stojí celá řada povinností a úkolů, což si mnohdy lidé, kteří nepracují v oboru školství, umí jen obtížně nebo omezeně představit. Ve školních třídách jsou si žáci sice věkově blízcí, ale často je stupeň jejich znalostí a vědomostí velmi odlišný. A i celkové klima třídy je uvedenými specifiky ovlivněno. Každý učitel by měl v ideálním případě ke každému žákovi přistupovat vzhledem k jeho schopnostem individuálně. Při větším počtu žáků ve třídě a běžném časovém penzu pro jednotlivé probírané okruhy je toto ale prakticky proveditelné jen hypoteticky. Proto jsem se snažila v této práci navrhnout v každém probíraném tématu příklady zvládnutelné pro žáky na průměrné a nižší úrovni a jiné - obtížnější příklady - pro žáky na vyšší úrovni. Tato metodická podpora by učitelům i žákům mohla poskytnout rozmanité náměty pro aktivity odpovídající co nejširšímu záběru schopností žáků ve vzdělávaném kolektivu.

Ne vždy je snadné rozpoznat, kteří z žáků jsou ti „nadanější“. Nemusí to být jenom jedničkáři a vítězové v olympiádách a dalších vědomostních soutěžích. A i když takového žáka učitel

identifikuje, nemělo by to pro něj znamenat, že nadaní žáci dostanou jen několik příkladů navíc. Jak s nadanějšími žáky pracovat je ale stále složitá otázka, na kterou je obtížné odpovědět jednoznačně a přitom obecně.

Snažila jsem se sestavit v jednotlivých podkapitolách takové základní úlohy, které by žákům umožnily přiblížit učivo týkající se základních operací se zlomky přirozenou formou. A dále jsem navrhla rozšiřující úlohy, které by byly podnětné pro nadanější žáky, ale aby nezískali pocit, že jen počítají další příklady „navíc“, ale aby je úloha zaujala. V obou případech bylo nutné využívat názorných prostředků z různých oblastí reálného života, ale i dalších činností s vhodnými didaktickými pomůckami.

Ve svém návrhu kapitoly učebního textu, která se týká základních operací se zlomky, jsem se zaměřila na efektivitu hodiny, udržení pozornosti žáků, samostatné řešení úloh žáky a řešení aktivizačních úloh. Tento druh úloh je při správném zacílení významným přínosem pro motivaci žáků k pozitivní aktivitě a mobilizuje jejich fantazii a tvůrčí činnost při vyučování. Ta se pozitivně projevuje na faktickém osvojení probírané látky a schopnosti žáků správně využít danou látku v praktických aplikacích. Dále jsem se soustředila na rozdělení pozornosti učitele mezi slabší a nadanější žáky. Na závěr jsem se věnovala zhodnocení celé hodiny a sebehodnocení žáků, což je zpětná vazba pro učitele, který tak může snáze individualizovat další hodiny.

Práce je rozdělena na tři oddíly. První část se zabývá analýzou různých situací v životě, kdy využíváme znalosti z matematiky, druhá obsahuje návrh kapitoly učebního textu. Závěrečná část věnuje pozornost didaktickému rozboru vzniklé kapitoly učebního textu.

# 1 MATEMATIKA

Koncem roku 2019 byl vyhlášen Mezinárodní den matematiky generální konferencí UNESCO. Čtrnáctý březen (anglicky psáno jako 3.14. –  $3,14 = \pi$ ) se donedávna neoficiálně slavil jako Den pí. Tento den má připomínat, jak je matematika důležitá a jak ji potřebujeme ve svém životě každý den. Často aniž bychom si to uvědomovali (Den Pí. *ITTB* [online]).

Matematiku potřebujeme při nakupování. Vkládáme zboží do košíku a dokážeme spočítat celkovou částku k zaplacení. Případně vážíme na orientační váze v obchodě ovoce či zeleninu. Víme, kolik stojí jeden kilogram zvoleného druhu, takže zvládneme odhadnout cenu námi naváženého množství potravin. Nebo máme slevový kupon na procentní částku z vytvořeného nákupu. Dokážeme vypočítat zlevněnou cenu, i kolik jsme díky této slevě ušetřili.

Matematiku potřebujeme při práci na zahradě. Potřebujeme spočítat, jak velkou část záhonu musíme připravit pro sazenice rajčat, či kolik sazenic rajčat se nám vejde do stávajícího skleníku. Nebo kolik budeme potřebovat vykopat zeminy pro bazén o určitých rozměrech a jestli se nám vůbec na zahradu vejde. Případně musíme odhadnout celkovou částku na náklady projektu.

Matematiku potřebujeme při domácích pracích. Musíme vymalovat byt a dokážeme spočítat, kolik kbelíků s barvou budeme potřebovat, když jeden kilogram malby vystačí na určitý počet metrů čtverečních stěny. Zároveň umíme spočítat, kolik budeme potřebovat vody, když známe poměr ředění barvy. Zde využijeme i zlomky, když se z návodu dozvíme, že štětec musíme ponořit z jedné třetiny do barvy.

Matematiku potřebujeme při pečení a vaření. Když najdeme recept, který je určen pro čtyři osoby, dokážeme množství surovin přepočítat tak, abychom navařili správné množství pro tři, šest, nebo osm osob. Případně pečeme koláč, jehož množství je určeno pro určitou velikost formy, my zvládneme přepočítat ingredience tak, že ve správném poměru naplníme mnohem větší, případně menší formu. Také zvládneme převést stupně teploty z Fahrenheitů na stupně Celsia, když narazíme třeba na americký recept.

Matematiku potřebujeme při finanční gramotnosti. Dokážeme si spočítat, kolik můžeme maximálně utratit z naší výplaty, abychom zvládli zaplatit nájem i další nutné výdaje. A pokud bychom chtěli přesto utratit výjimečně víc, umíme vypočítat, kolik zaplatíme při půjčce navíc na úrocích, jak dlouho půjčku budeme hradit a v jaké výši budou měsíční splátky.

Matematiku potřebujeme při cestování. Dokážeme vypočítat, kolik budeme potřebovat pohonných hmot do auta při ujeté určité vzdálenosti a průměrné spotřebě našeho vozidla. Dokážeme se rozhodnout, která cesta bude kratší a rychlejší, případně která bude levnější, protože nebudeme muset použít zpoplatněné trasy (dálnice či tunel). Umíme si přepočítat zahraniční měnu při znalosti aktuálního kurzu k české koruně. Zvládneme spočítat cenu za přespání celé rodiny v hotelu při stanovené ceně za osobu a noc.

Matematiku potřebujeme i při řešení úkolů. Dokážeme si určit, který úkol má nejvyšší prioritu a který naopak nejnižší. Čím vyšší priorita, tím dříve tento úkol musíme vyřešit. Zabýváme se nejprve těmi nejdůležitějšími a nejnaléhavějšími úkoly.

Každodenně tedy používáme různé nástroje k řešení rozličných situací a hlavně širokou škálu matematiky.

Pro mnohé žáky je matematika velký „strašák“. Slyší neustále kolem sebe, jak je matematika obtížná a komplikovaná, jak vyžaduje trvalé zapamatování si poznatků a jak ji ne každý zvládne. A mají strach, že číslům neporozumí. Nedokážou si pod nimi představit nic konkrétního. Také geometrie vyžaduje velkou prostorovou představivost, což některým žákům chybí. A to vyvolává další obavy. Možná se žáci spíše zaobírají svými obavami než samotnou matematikou. Pak se opravdu může stát, že je tento strach ovládne.

To by ale byla velká škoda, protože matematiku potkáváme takřka denně ve svém životě v rozličných situacích.

V ideálním případě žák získá kladný vztah k matematice již na 1. stupni základní školy. Učivo je podáváno formou hry a žák si ani nevšimne, když „krokuje“ (Hejného metoda) dopředu a dozadu po číselné ose, že vlastně sčítá a odčítá (např. čtyři kroky dopředu, tři kroky dozadu). Nenásilně se setká i se zápornými čísly (např. tři kroky dopředu, pět kroků dozadu), s absolutní hodnotou čísel (dva žáci stojí na krokovacím pásu na nule a jeden udělá tři kroky dopředu a jeden tři kroky dozadu) i se soustavou rovnic (jeden žák stojí na schodu 1, druhý žák stojí na schodu -2. Oba dohromady udělají 3 kroky a budou stát na jednom schodu. Tedy  $x + 1 = y - 2$ ,  $|x| + |y| = 3$ ).

Ale nemusí se nutně vždy jednat pouze o Hejného metodu. Nicméně názornost je rozhodně důležitá. A probudit kladný vztah žáka k matematice. A ten pak dále rozvíjet.

Motivace žáků ke spolupráci s pedagogem je velmi důležitá. Motivace usměrňuje chování a jednání k dosažení určitého cíle. Může být vnitřní nebo vnější, případně kombinace obou. V mladším školním věku funguje většinou přirozená zvědavost dětí. Ty se rády dozvídají nové informace, prahnou po zkušenostech a vědomostech, chtějí přijít věcem „na kloub“. Pracují tedy s velkým potěšením už pro nové poznatky. Avšak s přibývajícím věkem radostné pocity z přirozeného vzdělávání u některých žáků ubývají. Pokud tedy žáci nemají vnitřní motivaci k poznávání, je vhodné, aby ji získali zvenčí. Získávají ji nejen od učitele, ale i od rodičů a své rodiny, ale i od spolužáků. Domácí prostředí je pro vzdělávání velmi důležité. Pokud je podnětné, vstřícné a motivující, žáci více tíhnou k plnění svých povinností a nemají potíže vstřebávat nové informace. Podobně fungují i spolužáci jako motivace. I ti jsou velkým hnacím motorem pro učení se nových věcí, jsou vhodnými společníky při vzdělávání, motivují již svou přítomností, žáci vzájemně „soutěží“. Další vnější motivace může přijít od učitele. Ta může být pozitivní (možnost odměny), ale i negativní (hrozba trestu).

Při probírání nového tématu je velmi důležité látku správně předložit, aby vzbuzovala hned zpočátku zájem. Je vhodné i uvést nějaký příklad ze života, aby si žáci téma snáze zapamatovali a v budoucnu si vzpomněli, k čemu se téma vztahuje a mohli si uvědomit, že i novou látku z matematiky můžou upotřebit ve svém životě. Učitel může demonstrovat téma na nějakém konkrétním předmětu, aby si jej žáci mohli prohlédnout, ohmatat a pozorovat. Většina lidí si zapamatuje 10 % z toho, co čtou, 20 % z toho, co slyší, 30 % z toho, co vidí, 50 % z toho, co slyší a vidí, 70 % z toho, co řeknou, a 90 % z toho, co dělají. Proto je velmi důležité „prožívat“ i učení matematiky a žáka co nejvíce zapojit do výuky (Škvorová, Škvor, 2003, s. 20).

Motivovat pouze na začátku hodiny či při probírání nové látky ale nestačí. Je potřeba žáky povzbuzovat i průběžně během hodiny a opakovaně jim vysvětlovat, co po nich učitel požaduje a k čemu se směřuje a k čemu jim učivo do budoucna bude dobré. Klade se důraz i na možné propojení znalostí mezi jednotlivými předměty, např. matematika, fyzika, chemie, informatice a výpočetní technice. Žáci si tak mohou upevňovat zároveň vědomosti v těchto předmětech a fixují si skutečnost, že látce porozuměli a v praxi ji mohou použít takřka hned, což je velmi motivující. A v neposlední řadě je velmi vhodné žáky chválit, byť třeba pouze za dílčí úspěchy (Ďuriš, 2011, s. 59-70).

Kromě pozitivní motivace ale existuje i ta negativní. Učitel může mít převážně autoritativní styl vyučování. Může vyžadovat, aby se žáci učili z paměti větší množství textu, pouček, vzorečků, může si nárokovat doslovné opakování vět a sledu nejrůznějších slov, aniž by žáci výuce porozuměli. Rovněž neustálá frontální výuka bez praktických ukázek k učivu žáky nemůže dostatečně motivovat. A také hodnocení nedostatečnou za nesplněný úkol či domácí práci a velmi přísné či dokonce nespravedlivé hodnocení, pokud žák přesně necituje doslovné znění z výuky. I stereotypní řešení některých úloh může být na škodu. Žák se pak potká s jinak postavenou otázkou a nedokáže si poradit s vyřešením (Šimoník, 2003, s. 79-88).

## 1.1 Učební pomůcky

Učební pomůcka je jakýkoli předmět, programové vybavení či myšlenka, která slouží k lepšímu vysvětlení probírané látky, mohou to být zdroje informací k vytváření a rozšiřování a zpestřování představ žáků.

Jednou ze základních pomůcek při vyučování je učebnice. Tu má k dispozici učitel i žák. Měla by korespondovat s rámcovým vzdělávacím programem školy, měla by být přehledná (rozdělená podle témat a podle náročnosti jednotlivých úloh), názorná (měla by obsahovat text, tabulky a grafy k učivu), srozumitelná (neměly by se nadbytečně používat cizí termíny, kterým žáci nemusí dostatečně rozumět. Proto je vhodné zařadit do učebnice rejstřík pojmů i s vysvětlením významu daných speciálních odborných termínů.), barevná, aby žáka zaujala a upoutala jeho pozornost.

Učebnice by měla být členěna do hlavních kapitol a dále podkapitol. Kapitoly by měly správně navazovat, aby žáci mohli v nových kapitolách využít učivo již dříve probrané a zároveň jej dále procvičovat. V jednotlivých kapitolách by měly být zařazeny různé vzorové úlohy, k nimž by byl i podrobný návod, jak správně příklady řešit. V ideálním případě by se učivo mělo prolínat i do jiných předmětů ve stejném čase, např. matematika – fyzika, chemie, informatika a výpočetní technika. Aby žáci mohli využít nově nabytých znalostí z matematiky i ve fyzice, chemii, informatice a výpočetní technice a obráceně.

K dalším významným pomůckám výuky patří cvičebnice. Měla by se prolínat s obsahem učebnice a taktéž rozdělena na kapitoly. Úlohy ve cvičebnici by měly být odstupňovány od nejjednodušších po nejnáročnější, dále by zde měly být zařazeny hravé úlohy a zejména



slovní úlohy ze života. Každá kapitola by měla být zakončena vzorovým testem, který by měl pomoci žákovi si uvědomit, které téma je ještě nutné procvičit, a měl by žáka připravit na školní písemné práce a následně i na přijímací zkoušky na střední školu.

Odbornost textu učebnice by měla být samozřejmostí.

Dalšími pomůckami při vyučování jsou různé mapy, modely geometrických těles, kalkulačky pro výuku, ukazovátka, ale i klasická školní tabule a interaktivní tabule. Na ní se dají promítat nejen příklady z cvičebnice, kreslit a rýsovat, ale i pouštět výuková videa s výkladem, procvičováním a opakováním potřebných kapitol učiva. Výukové video může podat žákovi probírané učivo z jiného úhlu pohledu, než je výklad konkrétním učitelem, což může vyhovovat a být přínosné nejen pro žáka, ale i pro pedagoga (Ďuriš, 2011, s. 152-167).

## **1.2 Organizace vyučování matematiky na 2. stupni ZŠ**

Vyučování všech školních předmětů je strukturováno na jednotlivé vyučovací hodiny s pravidelným opakováním podle školního rozvrhu, který je obvykle stanovený na týden. Náplní vyučovacích hodin ve všech vzdělávacích předmětech je zahájení hodiny, sdělení jejího cíle a organizační pokyny, opakování učiva dříve probraného, kam patří i kontrola zadaného domácího úkolu a přípravy žáků na hodinu, motivace a seznámení se s novým učivem a jeho výklad, upevňování a procvičování nového učiva v návaznosti na již probrané, zadávání úkolů pro domácí práci, v neposlední řadě kontrola a hodnocení vědomostí, znalostí a dovedností žáků a shrnutí, sebehodnocení žáků a zakončení vyučovací hodiny (RAKOUŠOVÁ, A. Sebehodnocení žáků. [online]).

### **1.2.1 Vyučovací hodina**

Vyučovací hodina trvá obvykle 45 minut. Učitel může využívat rozličné výukové metody a pracovat s různými výukovými pomůckami. A také může vyučovací hodinu členit na jednotlivé fáze dle aktuálních potřeb – žáků i právě probíraného učiva. Ne vždy je totiž nutné, aby v každé vyučovací hodině proběhly všechny výše uvedené fáze a v uvedeném pořadí. To je v závislosti na potřebách každé hodiny (Šimoník, 2003, s. 113-117).

#### **1.2.1.1 Typy vyučovacích hodin**

Typy vyučovacích hodin se rozlišují podle toho, jestli hodiny obsahují všechny vyjmenované fáze, nebo jenom některé. Tedy kombinované, nebo základního typu podle charakteru

převládající metody. Hodiny se mohou týkat výhradně osvojování si nových dovedností a vědomostí, opakování a procvičování, případně zkoušení a jiné kontroly. Struktura hodin by neměla být monotónní a opakující se, měla by být různorodá a pestrá a činnosti by se měly střídat, aby nedocházelo ke stereotypu. Individuální práce by se měly střídat se skupinovou prací, žáci by měli dostat možnost k tvořivosti a samozřejmě by měl pedagog přihlížet k individualitám, specifikům a potřebám jednotlivých žáků (Květoň, Ott, Vavroš, 2010, s. 13-16).

Vyučování s orientací na průměrného žáka může vést k různým problémům. Jednak může brzdit žakovské aktivity, jejich samostatnost a tvořivé myšlení, jednak může i zanedbávat rozvoj komunikace a učení se spolupráci. Již Jan Ámos Komenský hlásal, že ve třídách by měli být žáci stejného věku a stejné úrovně znalostí. Tohle všechno české školství zdánlivě splňuje, protože žáci jsou ve třídách zařazeni podle věku a objem látky, která jim byla v pedagogickém procesu odprezentována, je stejný, ale obvykle každá třída zahrnuje žáky nadané i podprůměrné a úroveň jejich znalostí se může lišit. V ideálním případě dokáže pedagog přizpůsobit svou výuku žákům individuálně a žáky diferencovat (Vališová, Kasíková, 2007, s. 153-164).

Žáci v běžné třídě základní školy se liší svými předpoklady k vnímání a chápání učiva, svým myšlením, typy paměti, volnými vlastnostmi, tempem práce, zájmem o učení atd. Přitom je důležité vytvářet vhodné podmínky k tomu, aby se všichni žáci vzdělávali na maximální úrovni, které jsou schopni. Týká se to žáků se specifickými poruchami učení i žáků nadaných (Květoň, Ott, Vavroš, 2010, s. 18-19).

Obě tyto skupiny vyžaduje specifický přístup. Přitom je třeba věnovat se všem žákům třídy, i těm, kteří specifické vzdělávací potřeby nepotřebují. Tzv. „běžní“ žáci by si také zasloužili specifický přístup, aby mohli co nejvíce naplňovat svůj potenciál. Role učitele v tomto ohledu není opravdu snadná. Pokud chce učitel při výuce opravdu přistupovat k žákům individuálně, čeká ho velmi náročná práce.

### **1.3 Komplexní metody výuky**

Mezi komplexní metody výuky patří mj. frontální výuka, skupinová výuka, individuální a individualizovaná výuka, samostatná práce žáků, kritické myšlení, brainstorming, projektová výuka, učení v životních situacích a výuka podporovaná počítačem.

Frontální výuka je takový způsob vyučování, ve kterém pedagog pracuje jednotně se stejným obsahem a hromadně se všemi žáky ve třídě. Při tomto vyučování se může stát, že výklad bude

pro nadanější žáky příliš snadný, a naopak pro slabší žáky příliš obtížný. Také umožňuje pasivitu žáků. Na druhou stranu se zaměřuje na klíčové části učiva, je systematický, šetří čas a je velmi tradiční (Květoň, Ott, Vavroš, 2010, s. 10-19).

Skupinová výuka probíhá ve skupinách obvykle 3 až 5 žáků. Skupiny mohou být stejnorodé (nadanější žáci společně a méně nadaní společně), nebo naopak různorodé (nadanější žáci společně s méně nadanými). Skupiny mohou mít zadané stejné úkoly k plnění, případně naprosto odlišné. Tento druh výuky podporuje socializaci a učení mezi žáky, mají okamžitou zpětnou vazbu při spolupráci a podporuje jejich osobní odpovědnost za úspěšné splnění úkolů (Květoň, Ott, Vavroš, 2010, s. 18-20).

Individuální výuka označuje trvalejší kontakt jednoho učitele a jednoho žáka. Tato výuka je běžná např. při doučování, při výuce cizích jazyků nebo v umělecké výchově. Učitel se může osobně věnovat žákovi.

Individualizovaná výuka, tzv. Daltonský plán, se snaží vyřešit individuální odlišnosti žáků. Podstatou jsou tři základní principy: volnost (naučit se zacházet se svobodou a s ní zároveň získat odpovědnost za tuto svobodu), samostatnost (naučit se samostatně pracovat) a spolupráce (naučit se pracovat v kolektivu), (Šimoník, 2003, s. 110-112).

Samostatná práce žáků není každá práce, kdy žáci pracují sami. Důležité je, jestli zvládnou využívat vědomostí i za jiných podmínek, než jsou navyklí, a jestli se snaží získávat další poznání.

Kritické myšlení znamená schopnost nepodlehnout hned prvnímu dojmu a obecně tradovaným názorům, ale umět si vytvořit vlastní názor na základě vlastních i převzatých zkušeností, ačkoli tento názor může být odlišný od těch většinových.

Brainstorming, tzv. burza dobrých nápadů, je diskuze mezi vyučujícím a žáky a hledá se optimální řešení nějaké situace. Zúčastnění by měli být alespoň trochu zainteresováni v tématu.

Projektová výuka vychází z praktických potřeb, nebo je s praxí úzce spojená, žáci mají s pomocí učitele řešit stanovený úkol neboli projekt. Projekty mohou být individuální, skupinové, mezipředmětové, třídní, školní atd.

Učení v životních situacích propojuje školu se životem. Vědomosti a dovednosti získané žákem při mimoškolních aktivitách může žák následně uplatnit ve škole.

Výuka podporovaná počítačem ukazuje využití internetu či výukového programu ve výchovně vzdělávacím procesu pro dosažení vzdělávacích cílů.

## 1.4 Hodnocení vyučovací hodiny a sebehodnocení žáků

Na začátku každé hodiny ve škole by měl vyučující stanovit nějaký cíl, kterého chce dosáhnout (např. naučit se něco nového, procvičit stávající učivo). Na konci hodiny by tedy měl zhodnotit, jestli se mu tohoto cíle podařilo dosáhnout či nikoliv, případně jestli dokonce tento cíl překročil.

Zrovna tak učitel hodnotí svoje žáky. Tohoto hodnocení existuje široká škála, od nahlížení žákům přes rameno při hodině po oficiální zkoušení před zkušební komisí. Může sem spadat ale i neverbální hodnocení, například pokývnutí hlavou, úsměv, nebo zamračení. Toto hodnocení nemá žáky děsit, ale mělo by je orientovat správným směrem, okamžitě zjistit, jestli postupují správně nebo ne (Šimoník, 2003, s. 118-123).

Každý člověk (nejen žák ve škole) by měl být schopen se reálně ohodnotit. Je to neopominutelná součást našeho života, se kterou se setkáváme takřka denně. Pokud se lidé naučí se sebehodnotit již ve škole, můžou dosáhnout větší samostatnosti i nezávislosti. Ve škole si dokážou říct, co pochopili, čemu rozumí a v čem jsou dobří, a naopak co by ještě potřebovali dovysvětlit a více procvičit. Schopností sebehodnocení, autonomního hodnocení, si zvládnou lépe stanovit cíle, kterých budou chtít v budoucnu dosáhnout. Žáci se také v rámci sebehodnocení naučí správně zacházet s chybami, které berou jako poučení a jako výzvu, a ne jako svoje selhání. A navíc si uvědomí svoje silné stránky, které na sobě může oceňovat a pochválit se za ně, ale i slabé stránky, na kterých může pracovat (Kolář, Šikulová, 2009, s. 16-37).

Sebehodnocení žáky aktivizuje i motivuje k dalšímu vzdělávání a odpovědnosti za svoje vzdělávání.

V neposlední řadě žáci při sebehodnocení tříbí svoje vyjadřovací schopnosti a zvládají se prosadit v kolektivu.

Někteří žáci se mohou hodnotit příliš kriticky, naopak někteří příliš benevolentně. Ale žáci nejsou jenom ti hodnocení, ale současně i hodnotícími. Při hodnocení vlastní osoby spolužáky a učitelem by tedy měli získat reálnější obraz, který se více blíží skutečnosti. Tento obraz by neměl být tolik ovlivněn jejich podceňováním, či naopak přeceňováním.

Naučit se sebehodnocení ale znamená určitý proces. Učitel by k němu měl přistupovat jako ke společné činnosti a může se tak stát jakýmsi dialogem mezi ním a žáky. Otázky učitele směrem k žákovi by měly být orientovány spíše pozitivně. Např. Co se mi daří? Co už jsem se naučil? V čem se mohu ještě zlepšit? Na co se mám soustředit, abych se ještě zdokonalil? Co mi dělá ještě potíže?

Sebehodnocení žáků může fungovat i jako zpětná vazba pro rodiče. Ti často nemají představu, jak si jejich dítě ve škole vede, co všechno zvládá či nezvládá. Vidí jen výsledky ze školních písemných prací a zkoušení. Žák při hodnocení za přítomnosti učitele a rodiče vidí, že obě strany o něj a jeho vzdělání mají zájem, což ho dále motivuje k lepším výkonům. Rodiče dítě pak mohou doma lépe podporovat v tom, v čem ještě mají slabiny. A naopak ho pochválit za všechno, co už umí a co se mu povedlo (RAKOUŠOVÁ, A. Sebehodnocení žáků. [online]).

## 2 NÁVRH KAPITOLY UČEBNÍHO TEXTU

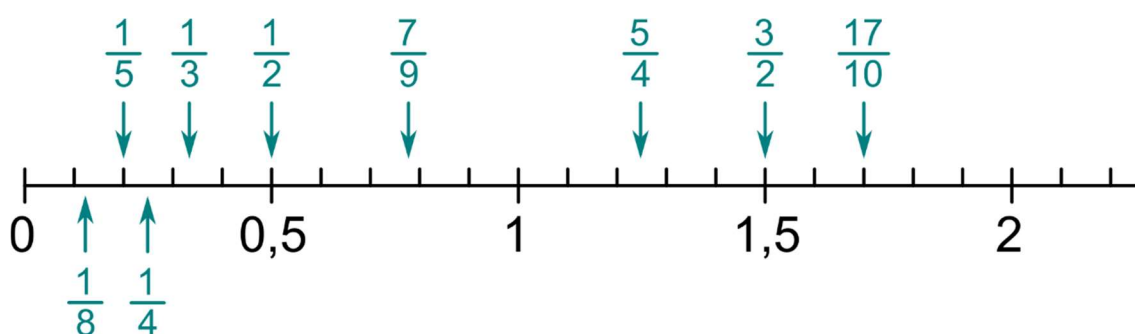
Závěrečná práce doplňujícího pedagogického studia je zaměřena na přípravu návrhu kapitoly učebního textu pro předmět matematika vyučovaný na druhém stupni základních škol. Kapitola se týká základních operací se zlomky.

Hodina by měla být efektivní, žáci by měli udržet pozornost při výkladu nové látky a předložení aktivizační úlohy a zároveň by měli následně samostatně řešit další úlohy. Žáci by měli být pozitivně motivováni a měli by správně využít danou látku v praktických aplikacích. Pedagog by měl soustředit svou pozornost nejenom na slabší žáky, ale i na nadanější. Na závěr by měl učitel hodinu zhodnotit a zároveň by se měli sebehodnotit i žáci, což je zpětná vazba pro učitele, aby mohl další hodiny snáze individualizovat (Vališová, Kasíková, 2007, s. 243-250).

### 2.1 Úvod do zlomků

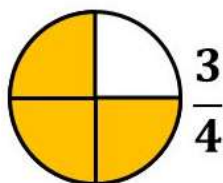
Zlomek, který taktéž můžeme nazývat lomeným výrazem, pojmenovává podíl dvou výrazů a lze pomocí něj zapsat jakékoliv racionální číslo. Zlomky zapisujeme ve tvaru  $\frac{x}{y}$ ,  $\frac{x}{y}$ , nebo  $x/y$ , kde  $x$  se nazývá čítec (zapisuje se nad zlomkovou čárou) a  $y$  jmenovatel (zapisuje se pod zlomkovou čárou) a mezi nimi leží zlomková čára. Čítec i jmenovatel jsou celá čísla. Aby měl zlomek smysl, nesmí být jmenovatel roven nule, protože v oboru reálných čísel nelze nulou dělit.

Reálná čísla jsou taková čísla, kterým lze přiřadit body číselné osy tak, aby tato čísla označovala „vzdálenost“ od zvoleného bodu (nuly) na takové přímce. Nula tedy dělí reálná čísla na kladná a záporná.



Obrázek 1 Číselná osa se zlomky

Zlomek vyjadřuje nějakou část z celku, ale jeho hodnota může být i větší než jeden celek, tedy čítecel může být větší než jmenovatel. Význam zlomku odpovídá dělení. Např. ve zlomku  $\frac{3}{4}$  je čítecel číslo 3 a jmenovatelem číslo 4, hodnota zlomku  $\frac{3}{4}$  se rovná dělení  $3 \div 4 = 0,75$  („tři čtvrtiny“).



Obrázek 2 Zlomek 3/4

### 2.1.1 Pravý a nepravý zlomek, smíšené číslo

Pokud je ve zlomku čítecel menší než jmenovatel, jeho hodnota je teda menší než 1, označujeme jej jako pravý zlomek. Např.  $\frac{3}{4}$ . Nepravý zlomek má hodnotu větší než jedna, např.  $\frac{13}{4}$  a můžeme ho převést na tzv. smíšené číslo. To se skládá z celého čísla a pravého zlomku, tj. např.  $\frac{13}{4} = 3 \frac{1}{4}$ .

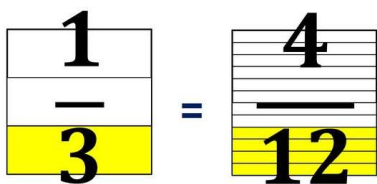


Obrázek 3 Smíšené číslo

Pokud chceme převést nepravý zlomek na smíšené číslo, použijeme dělení se zbytkem. Celé číslo smíšeného čísla odpovídá podílu, čítecel pravého zlomku odpovídá zbytku, jmenovatel se nemění. Tj. např.  $\frac{13}{4} = 13 \div 4 = 3$ , zbytek 1, tedy  $3 \frac{1}{4}$ .

### 2.1.2 Základní tvar zlomku

Říkáme, že zlomek  $\frac{x}{y}$  je v základním tvaru, pokud jsou čísla  $x$  a  $y$  nesoudělná, tedy jejich jediný kladný společný dělitel je číslo 1. Např. zlomek  $\frac{4}{12}$  není v základním tvaru, protože čísla 4 a 12 jsou soudělná, mají společného dělitele 4, kterým jde zlomek krátit. Oproti tomu zlomek  $\frac{1}{4}$  v základním tvaru je, protože čísla 1 a 4 jsou nesoudělná.



Obrázek 4 Krácení a rozšiřování zlomku

Zlomek můžeme krátit i rozšiřovat libovolným nenulovým číslem, aniž bychom hodnotu zlomku měnili. Např. rozšíření číslem  $5 \div \frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5}$ . Nebo krácení číslem  $5 \div \frac{35}{40} = \frac{35 \div 5}{40 \div 5}$ . Zlomky. *Umíme matiku* [online].

### 2.1.3 Složený zlomek

Pokud jsou v čitateli nebo ve jmenovateli zlomku další zlomky, nazýváme takový zlomek složený. Např.  $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2}{5}}$ . Přičemž hodnota jmenovatele nesmí být rovna nule.

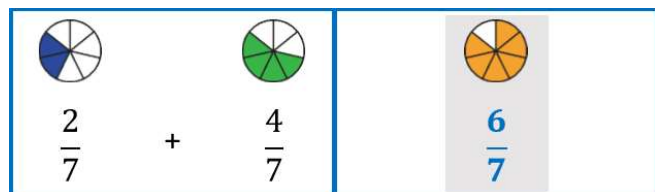
$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Obrázek 5 Složený zlomek a jeho úprava

### 2.1.4 Operace se zlomky

Zlomky můžeme stejně jako jiná čísla vzájemně sčítat, odčítat, násobit, dělit, umocňovat i odmocňovat. Při sčítání a odčítání je nutné, aby oba zlomky měly shodného jmenovatele.

Např.  $\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6}{7}$ .



Obrázek 6 Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem



Pokud zlomky shodného jmenovatele nemají, musíme je na společného jmenovatele převést

pomocí rozšiřování. Např.  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$ .



$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

Obrázek 7 Sčítání zlomků s rozdílným jmenovatelem

Při násobení zlomků mezi sebou vynásobíme oba čitatele a oba jmenovatele. Součin čitateľů se píše nad zlomkovou čáru a součin jmenovatelů pod zlomkovou čáru. Např.  $\frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{1 \times 2}{3 \times 7} = \frac{2}{21}$ .

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 7} = \frac{2}{21}$$

Obrázek 8 Násobení zlomků

Při umocňování a odmocňování zlomků umocňujeme a odmocňujeme čitatele i jmenovatele zvlášť. Umocňování např.  $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$ .

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$$

Obrázek 9 Umocňování zlomku

Odmocňování např.  $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$ .

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$$

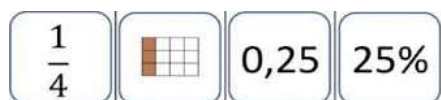
Obrázek 10 Odmocňování zlomku

### 2.1.5 Převod zlomku na procenta

Specifickým způsobem práce se zlomky je také možné vyjádřit zlomek jako určité procento nebo procentuální podíl. Výchozí předpoklad je uvědomění si, že jedno procento je jedna setina celku, tedy např.  $\frac{1}{4} = \frac{p}{100}$ . Platí tedy, že  $p = \frac{1}{4} \times 100$ .

$$p = 1 \div 4 \times 100 = 0,25 \times 100 = 25 \%$$

Zlomek tedy vyjádříme jako podíl a vynásobíme číslem 100, abychom získali počet procent.



Obrázek 11 Převod zlomku na procenta

V praxi je důležitý i obrácený postup, kdy převádíme obráceně procenta na zlomek v základním tvaru. Vědět, jakou část účinné látky obsahuje 8 % ocet a jaké ředění je nutné k dosažení potřebné koncentrace při přípravě potravin, je prakticky využitelné, dobře představitelné a v konečném důsledku může být i užitečné.

Jedno procento je to samé jako jedna setina, tj.  $\frac{1}{100}$ . Pokud vynásobíme číslo, které udává procenta, zlomkem  $\frac{1}{100}$ , zlomek vykrátíme největším společným dělitelem na základní tvar.

$$\text{Např. } 60 \% = 60 \times \frac{1}{100} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

### 2.1.6 Převod desetinného čísla na zlomek

Každé desetinné číslo je možné převést na zlomek. Je potřeba se „zbavit“ desetinné čárky, tedy se zlomek roznásobí pomocí mocniny desítky a následně se zlomek vykrátí největším společným dělitelem, aby vznikl zlomek v základním tvaru.

$$\text{Např. } 1,75 = 1,75 \times \frac{100}{100} = \frac{1,75 \times 100}{100} = \frac{175}{100} = \frac{7}{4}$$

Dokonce i číslo s periodickým rozvojem, např.  $0,\bar{3} = \frac{1}{3}$ .

### 2.1.7 Převod zlomku na desetinné číslo

Zároveň můžeme převést každý zlomek na desetinné číslo, protože zlomek v podstatě vyjadřuje podíl mezi čitatelem a jmenovatelem. Např.  $\frac{2}{5} = 2 \div 5 = 0,4$ .

Zároveň je vhodné upozornit, že převod zlomku na desetinné číslo může narážet na rozvoj do rozsáhlé, nebo i nekonečné řady desetinných míst. Např.  $\frac{22}{7} = 3,1428571429$  (Matematika: zlomky. *Matematika* [online]).

## 2.2 Seznámení žáků se zlomky

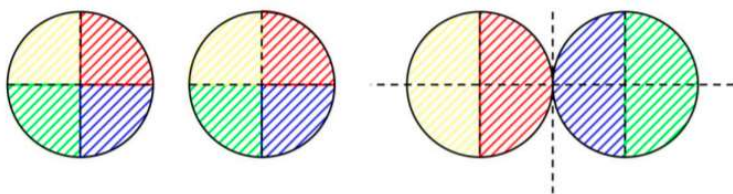
### 2.2.1 Aktivizační úloha



Jarek a Marek měli spravedlivě rozdělit dva stejné koláče mezi sebe a rodiče. Každý navrhl jiné řešení.

Jarek: Oba koláče bych rozkrojil na čtyři stejné části. Mamince, tatínkovi, Markovi a sobě bych dal jednu čtvrtinu z každého koláče. Tedy každý člen naší rodiny by dostal dvě čtvrtky, což je jedna polovina.

Marek: Každý koláč bych rozkrojil na čtyři stejné části. Což je dohromady osm kousků. Každý by dostal dva kousky. To jsou dva z osmi. Každý tedy dostane dvě osminy.



Obrázek 12 Dvě řešení úlohy při rozdělování dvou koláčů mezi čtyři členy rodiny

Otázky učitele: Které z uvedených řešení je správné? Je vůbec nějaké řešení správné? Jsou obě řešení správná?



Oba chlapci navrhli správná řešení, i když v číselném zápisu jsou odlišná.

Žáky by měla úloha aktivizovat a měli by začít přemýšlet o jejím řešení, měli by se snažit odhalit chyby v navržených řešeních obou chlapců. Nejprve samostatně a pak společně v rámci

brainstormingu tvořit hypotézy. Učitel by měl žáky v aktivním snažení povzbuzovat a podporovat je v jejich názorech (Hejný, 2004, s. 63-79).

### 2.2.2 Inscenační úlohy



Chovatel drobného zvířectva má doma dvanáct zvířat. Z toho čtvrtinu tvoří morčata, třetinu křečci a zbytek jsou myši. Kolik má kterých zvířat?

Učitel s dětmi sehraje scénku. Před tabulí pozve dvanáct žáků. Zbytek žáků jsou pozorovatelé a zapisují si zjištěné údaje.

Dvanáct žáků se rozdělí na čtyři skupiny o stejném počtu žáků. Jedna skupina dětí představuje morčata. Tito žáci si informaci zapíší na kus papíru, který mají u sebe. Zapisovatelé spočítají, že počet dětí v jedné skupině je tři, tedy zapíší, že morčata jsou tři.

Dvanáct žáků se znovu rozdělí na skupiny, tentokrát na tři skupiny. Jedna skupina dětí tentokrát představuje křečky. Zapisovatelé znovu spočítají počet dětí ve skupině, tentokrát jsou to čtyři děti, tedy zapíší, že chovatel má čtyři křečky. Pojmenovaní žáci si napíší na papír, který mají u sebe, že jsou křečci.

Na závěr se děti rozdělí do skupinek podle zvířat. Seřadí se vedle sebe a zapisovatelé zjistí, že dětí bez popsaného papíru je pět, tudíž myši je také pět.

Podstatou této scénky je, aby si žáci uvědomili, že základ (počet žáků – zvířat) zůstává po celou dobu stejný. Tedy aby nedošlo k tomu, že by žáci řešili úlohu  $1/4$  z 12 žáků a poté  $1/3$  ze zbytku, tedy z 9 žáků.



Morčata jsou tři, křečci jsou čtyři a myši je pět.





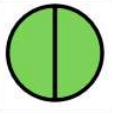





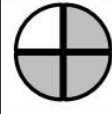



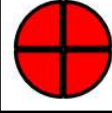





### 2.2.3 Didaktická hra

Žáci si mohou sami vyrobit domino či pexeso s tématem zlomků.

Při hře pexeso se nejprve karty zamíchají a rozloží lícem dolů. Žáci postupně otáčejí dvě karty lícem vzhůru, aby je viděli i ostatní hráči. Pokud karty patří sobě, tedy obrazová část je rovna číselné části, žák si dvojici karet vezme k sobě a otáčí další dvě karty. Pokud karty k sobě nepatří, vrátí je zpět na hrací plochu lícem dolů a pokračuje další žák. Hraje se do té doby,

dokud nejsou všechny karty rozebrány. Cílem hry je nalézt co nejvíce dvojic. Žáci mohou hrát ve dvojicích nebo v menších skupinkách.

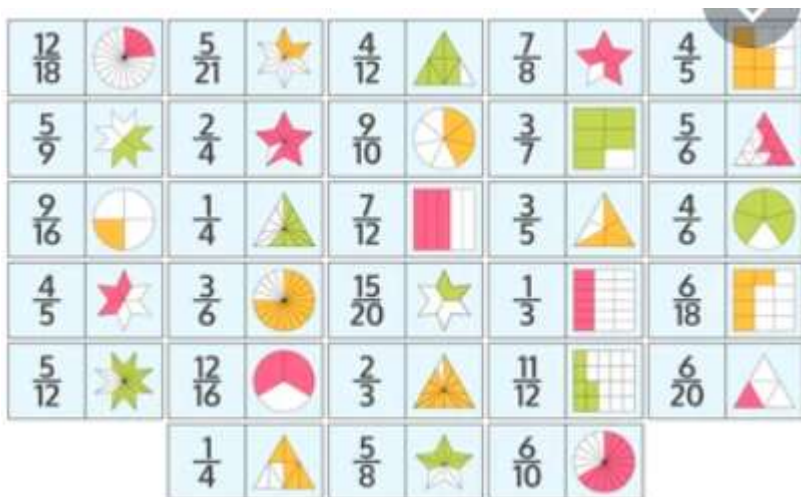
Pexeso je hra, která podporuje paměť a soustředění. Pexeso se zlomky je zaměřeno propojení vizuální stránky s číselnou podobou zlomků a slouží k aktivnímu procvičování a k upevnění učiva o zlomcích.

	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{5}$
	1		$\frac{2}{3}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{5}$
	$\frac{1}{6}$		1		$\frac{3}{4}$		$\frac{3}{5}$
	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{4}{5}$
	$\frac{2}{3}$		$\frac{5}{6}$		1		1

Obrázek 13 Pexeso zlomky

Při hře domino si žáci rozdají každý pět kamenů, zbytek zůstává v talonu. Jeden z kamenů se položí na lavici jako počáteční. Postupně přikládají žáci po jednom kameni k počátečnímu kameni tak, aby obrazová část kamene odpovídala číselné části navazujícího kamene. Kdo nemá co přidat, dobere si kámen z talonu. Cílem hry je zbavit se jako první všech kamenů. Žáci mohou opět hrát ve dvojicích nebo v menších skupinkách.

Domino se zlomky je stejně jako pexeso zaměřeno propojení vizuální stránky s číselnou podobou zlomků a také slouží k aktivnímu procvičování a k upevnění učiva o zlomcích.



Obrázek 14 Domino zlomky

### 2.2.4 Rozhovor

Mezi klasické výukové metody patří rozhovor. Učitel vede s žáky diskuzi, která hodnota zlomku je největší a která nejmenší, jestli  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ , nebo  $\frac{1}{4}$ ? Na první pohled by se mohlo zdát, že největší zlomek je  $\frac{1}{4}$ , protože čtyři je větší než tři i dva (Hejný, 2004, s. 43-53).

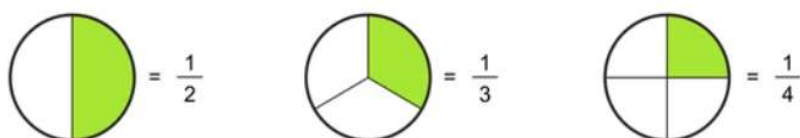


Obrázek 15 Palivoměr - rozdělení celku na části

Je vhodné, když pedagog dokáže vysvětlit matematický příklad na případu z praxe.

➡ Např. tři spřátelené rodiny A, B a C jedou na výlet autem. Protože má každé auto jinou spotřebu, auto rodiny A spotřebuje  $\frac{1}{4}$  nádrže, auto rodiny B spotřebuje  $\frac{1}{3}$  nádrže a auto rodiny C spotřebuje  $\frac{1}{2}$  nádrže. Které auto má nejmenší spotřebu?


Žáci si umí nakreslit, kde bude ručička na palivoměru a které auto má tedy nejmenší spotřebu a které největší spotřebu paliva.



Obrázek 16 Polovina, třetina, čtvrtina


 Nejmenší spotřebu má auto rodiny A.

Případně může učitel vysvětlit záhadu s porovnáváním zlomků na hodinách.

 Např. Pavel potřebuje stihnout vlak. Pokud vyrazí z domu na nádraží pěšky, cesta mu bude trvat půl hodiny. Pokud pojedete na koloběžce, cestu zvládne urazit za třetinu hodiny. A pokud pojedete na kole, bude na nádraží za čtvrt hodiny. Potřebuje Pavel použít nějaký dopravní prostředek, pokud vyrazí z domu v 7 hodin a vlak odjíždí v 7:40?

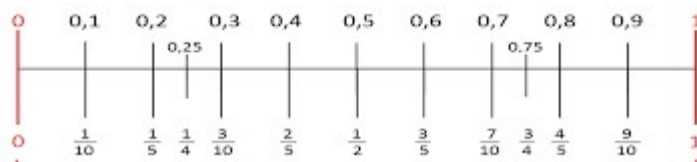


Obrázek 17 Hodiny jako pomůcka se zlomky

 Pavel nepotřebuje použít při cestě na nádraží žádný dopravní prostředek, stihne vlak i v případě, že půjde pěšky.

## 2.2.5 Číselná osa

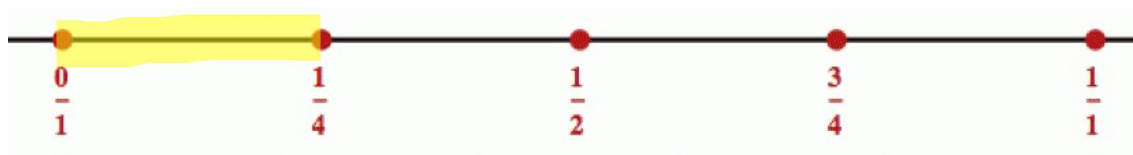
Zlomky lze také vyjádřit na číselné ose. Výhodou je, že se velice snadno a rychle dá nakreslit a je názorná.



Obrázek 18 Číselná osa se zlomky



Např. žáci mohou umístit na číselnou osu zlomek  $\frac{1}{4}$ . Je to v podstatě stejné, jako kdyby řešili úlohu „vybarvěte čtvrtinu koláče“. Žáci tedy rozdělí interval  $(0; 1)$  na čtyři shodné části a vybarví první interval.



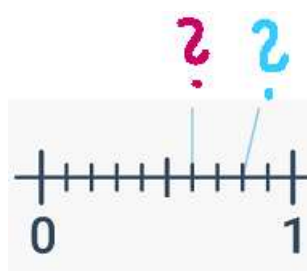
Obrázek 19 Jedna čtvrtina na číselné ose



Zlomek  $\frac{1}{4}$  je na číselné ose označen žlutou barvou.



A obráceně by měli umět žáci identifikovat, který zlomek leží na číselné ose mezi čísly 0 a 1 na místě červeného otazníku a který zlomek na místě modrého otazníku.



Obrázek 20 Jaký zlomek se skrývá pod otazníky?



Mezi čísly 0 a 1 leží deset bodů. Nejmenší dílek tedy představuje  $\frac{1}{10}$ . Na místě červeného otazníku je tedy zlomek  $\frac{6}{10}$  a na místě modrého otazníku je zlomek  $\frac{8}{10}$ . Interval  $(0; 1)$  lze také rozdělit na 5 podintervalů o délce  $\frac{2}{5}$ , tudíž na místě červeného otazníku je zlomek  $\frac{3}{5}$  a na místě modrého otazníku leží zlomek  $\frac{4}{5}$ .

Žáci by si měli umět vytvářet správné a odpovídající představy (nejen) o zlomcích, které jsou potřebné při řešení úloh. Měli by především pochopit, jak zlomky opravdu fungují a jak je mohou v budoucnu využít v praxi, a ne se jen mechanicky naučit s nimi počítat. Názornost, které by mělo napomáhat praktické učení, je pro žáky velmi důležitá.



Žáci by měli vědět, že u zlomků (a nejen u nich) nestačí v matematice jenom naučit se zaběhané a ověřené postupy, mechanicky memorovat naučená pravidla, ale žáci by si měli umět zlomky představit např. na dělení koláče, ciferníku hodin, tabulce čokolády, rozdělení tyče na jednotlivé dílky. Je ku prospěchu, když si dokážou zadanou úlohu nakreslit a tím zlepšit svoje porozumění a pochopení a následně i úlohu správně vyřešit.

Pojmy k zapamatování: zlomek, zlomková čára, čítec, jmenovatel, část, celek.



Kontrolní otázky:

Co je to celek?

Co je to část celku?

Dokážete zlomek nakreslit?

Dokážete porovnat dva zlomky, který je větší a který menší?

## 2.3 Operace se zlomky

### 2.3.1 Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem

Jednou ze základních operací se zlomky je sčítání. Nejjednodušší je sčítání zlomků se stejným jmenovatelem. Stačí tedy sečíst čitatele a jmenovatel se nemění.

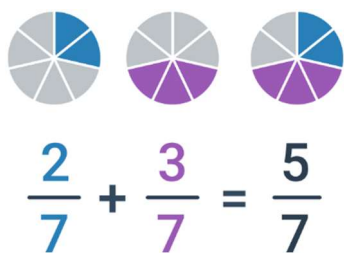


Např. Maminka rozkrájí koláč na sedm shodných dílů. Petr sní dva dílky a Pavel tři dílky. Jak velkou část koláče snědli dohromady?



Žáci si nakreslí koláč, který rozdělí na sedm dílků. Dva dílky zbarví modře a tři fialově. Počet všech obarvených dílků je výsledek této slovní úlohy. Protože každý dílek znázorňuje jednu sedminu, žáci vědí, že Petr a Pavel snědli dohromady  $\frac{5}{7}$  koláče.

Žáci dokonce z tohoto názorného obrázku dokážou zjistit, kolik dílků ještě zůstalo nesněžených – dva neobarvené dílky, tedy  $\frac{2}{7}$  koláče.



Obrázek 21 Sčítání zlomků se stejným jmenovatelem

Pro slabší žáky mohou zlomky znamenat velkou neznámou a potřebují hodně času, aby se se zlomky řádně seznámili. Naopak nadanějším žákům ve třídě může připadat tato úloha příliš jednoduchá. Je jenom na učiteli, jak se k situaci postaví. Přestože se zdá, že nadanější žáci zvládnou jakýkoli příklad, je vhodné i jim zadávat kreativní úlohy, aby je to stále motivovalo k další práci. A následně by měl pedagog jejich úsilí a snahu ocenit, nehledě na výsledky.



Učitel může nadanějším žákům zadat shodnou slovní úlohu jako ostatním, s tím rozdílem, že místo sedmin použije třeba čtyřiaadvacetiny. Tedy matematicky zapsáno

$\frac{2}{24} + \frac{3}{24} = ?$ . Jakmile budou mít nadanější žáci úlohu spočítanou, mohou pomoci těm, kteří ještě počítají. Žáci se tak podílejí na výuce a učí se interpretovat sami to, co jim připadá snadné. A zároveň se nenudí a nemusí brát jako „trest“, že když jsou v matematice nadanější než ostatní spolužáci, dostanou navíc další pracovní list s mnoha příklady.



$$\frac{2}{24} + \frac{3}{24} = \frac{5}{24}$$



Kontrolní otázky:

Na kolik dílků musíme rozdělit celek, jestliže počítáme se sedminami?

Jak velká část celku je jedna čtvrtina?

Dokážete zlomek vyjádřit graficky?

### 2.3.2 Odčítání zlomků se stejným jmenovatelem

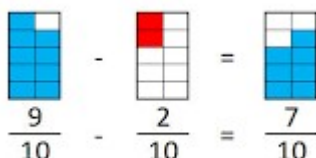
Odčítání je opačná matematická operace ke sčítání. Pokud žáci pochopí sčítání zlomků, odčítání jim půjde pravděpodobně také. Nejlépe žáci zadání porozumí, pokud učitel použije nějaký úkol z praxe.



Např. na stole zbylo devět dílků z deseti ( $\frac{9}{10}$ ) čokolády. Anička dva dílky ( $\frac{2}{10}$ ) čokolády snědla. Jak velká část čokolády ještě zbyla?



Žáci ví, že na začátku bylo na stole devět dílků čokolády. Anička dva dílky snědla, tedy jich zůstalo na stole sedm ( $9 - 2 = 7$ ). Každý dílek čokolády představuje jednu desetinu, proto na stole zůstalo  $\frac{7}{10}$  čokolády.



Obrázek 22 Odčítání zlomků se stejným jmenovatelem



Stejně jako u sčítání zlomků se stejným jmenovatelem není vhodné vynechávat tyto zdánlivě jednoduché úlohy u nadanějších žáků. I oni by si měli zkusit, jak se tento typ úloh počítá a ujasnit si, že tématu opravdu rozumějí. Učitel může těmto žákům zadat shodnou úlohu, jen místo desetin zadat třeba patnáctiny. Tedy matematicky  $\frac{9}{15} - \frac{2}{15} = ?$ .

Není asi úplně vhodné zadávat místo desetin např. setiny, protože pak už by bylo pro žáky obtížnější celou úlohu zakreslit a přijít tak o možnost názornosti. Vždy je vhodnější pracovat v začátcích s takovými zlomky, aby si je všichni žáci (a samozřejmě i pedagog) mohli znázornit graficky bez větších obtíží.



$$\frac{9}{15} - \frac{2}{15} = \frac{7}{15}$$



Kontrolní otázky:



Můžeme zlomky odčítat?

Jak se odčítají zlomky se stejným jmenovatelem?

### 2.3.3 Sčítání zlomků s různými jmenovateli

Pokud chceme sečíst zlomky s různými jmenovateli, mohou nastat tři různé situace: jeden jmenovatel je násobkem druhého, jmenovatelé jsou různá, vzájemně soudělná čísla, nebo jsou jmenovatelé prvočísla.

### 2.3.3.1 Jeden jmenovatel je násobkem druhého

Pokud je jeden jmenovatel je násobkem druhého, můžeme pro prezentaci tohoto příkladu využít tyčový model.

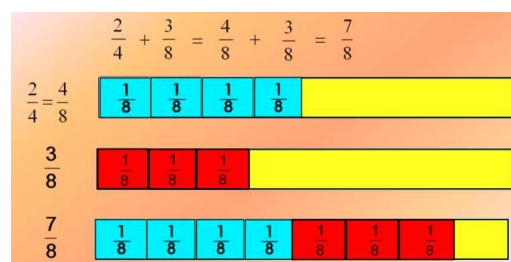


Např. Bára snědla  $\frac{2}{4}$  pizzy a Sára  $\frac{3}{8}$  pizzy. Jakou část pizzy snědla obě děvčata dohromady?



Při použití tyčového modelu tyč nejprve rozdělíme na čtvrtiny a zaznačíme na ní  $\frac{2}{4}$ .

Pak stejnou tyč rozdělíme na osminy a zjistíme, že  $\frac{2}{4}$  odpovídají  $\frac{4}{8}$ . Oba zlomky s osminami již žáci dokážou sečíst pomocí tyčového modelu. Snadno zjistí, že součet zlomků je roven  $\frac{7}{8}$ .



Obrázek 23 Sčítání zlomků s různými jmenovateli – jeden jmenovatel je násobkem druhého

### 2.3.3.2 Jmenovatelé jsou různá, vzájemně soudělná čísla

Pokud leží na místě jmenovatelů dvě různá, vzájemně soudělná čísla, najdeme nejmenší společný násobek obou jmenovatelů, oba zlomky rozšíříme na tento násobek, a nakonec čitatele sečteme.

Jako příklad pro žáky můžeme uvést klasický koláčový model.

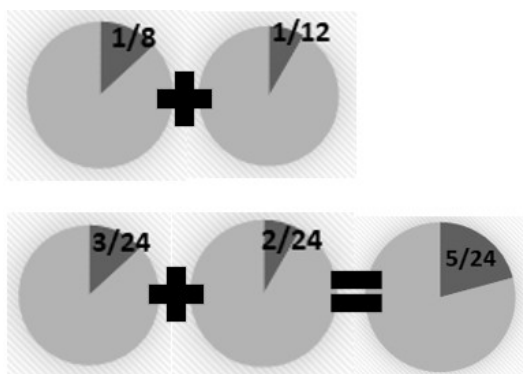


Např. Maminka upekla Aniče k narozeninám dort. Anička snědla jednu osminu a kamarádka si ukrojila jednu dvanáctinu. Jakou část dortu děvčata snědla?



Stejně jako u předchozího příkladu rozdělíme dort na díly, které jsou nejmenším společným násobkem obou jmenovatelů. Tedy na čtyřiadvacetiny. Žáci zjistí, že  $\frac{1}{8}$

odpovídá  $\frac{3}{24}$  a  $\frac{1}{12}$  odpovídá  $\frac{2}{24}$ . Součet osminy dortu a dvanáctiny dortu zakryje pět čtyřiadvacetin, tedy odpovídá zlomku  $\frac{5}{24}$ .



Obrázek 24 Sčítání zlomků s různými jmenovateli - jmenovatelé jsou soudělná čísla

### 2.3.3.3 Jmenovatelé jsou prvočísla

Pokud jsou jmenovatelé prvočísla, vytvoříme společný jmenovatel zlomků tak, že oba jmenovatele vzájemně vynásobíme. Dále rozšíříme oba zlomky na tento násobek, a nakonec čitatele sečteme.

Pokud použijeme opět tyčový model, můžeme ho žákům demonstrovat na následujícím příkladu.



Martin za týden přečetl polovinu knihy. Další týden neměl tolik času, tak přečetl jenom třetinu knihy. Jak velkou část knihy Martin přečetl za oba týdny dohromady?



Pokud si tyč rozdělíme na šestiny, což je násobek obou jmenovatelů, zjistíme, že první týden přečetl Martin  $\frac{3}{6}$  knihy a druhý týden  $\frac{2}{6}$  knihy. Za oba týdny Martin přečetl

$\frac{5}{6}$  knihy. Tedy  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ .



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Obrázek 25 Sčítání zlomků s různými jmenovateli - jmenovatelé jsou prvočísla



Nadanější žáci po vyřešení výše zmíněných úloh mohou přemýšlet, jaký model (kromě tyčového a koláčového) by mohli ještě zvolit pro počítání těchto typů příkladů. Sami mohou zkusit vymyslet nějaké slovní úlohy, které by jejich spolužáky zaujaly.



Kontrolní otázky:

Je nějaký rozdíl mezi zlomkem  $\frac{1}{2}$  a  $\frac{2}{4}$ ?

Můžeme sčítat zlomky s různými jmenovateli?

Je možné zlomky s různými jmenovateli nakreslit?

### 2.3.4 Odčítání zlomků s různými jmenovateli

Při odčítání zlomků s různými jmenovateli můžeme využít obdélníkový model. Pak zvládneme snadno vypočítat rozdíl dvou zlomků s různými jmenovateli:  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ .

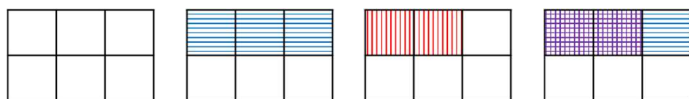


Např. Do pokoje tvaru obdélníku můžeme položit šest čtvercových dlaždic. Tedy 1 dlaždice =  $\frac{1}{6}$  pokoje.  $\frac{1}{2}$  pokoje pokryjí 3 dlaždice (modrá) a  $\frac{1}{3}$  pokoje pokryjí 2 dlaždice

(červená).



Rozdíl  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$  tedy tvoří jedna dlaždice =  $\frac{1}{6}$ , tj. matematicky zapsáno  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ .



Obrázek 26 Odčítání zlomků s různými jmenovateli



Pro nadanější žáky může učitel rozšířit tuto úlohu o dotaz, kolik peněz bychom zaplatili za pokrytí dlaždicemi celého pokoje, když jedna dlaždice stojí 100 Kč. Případně různé variace: kolik bychom zaplatili za pokrytí dlaždicemi celého pokoje, když pokrytí  $\frac{1}{3}$  pokoje stojí 300 Kč.



Za pokrytí dlaždicemi celého pokoje bychom zaplatili 600 Kč, protože  $6 \times 100 = 600$ .

Pokud pokrytí  $\frac{1}{3}$  pokoje stojí 300 Kč, za pokrytí dlaždicemi celého pokoje bychom zaplatili 900 Kč, protože  $300 \div \frac{1}{3} = 900$ .



Kontrolní otázky:

Můžeme odčítat zlomky s různými jmenovateli?

Jakým způsobem můžeme zlomky s různými jmenovateli odčítat?

Pomůže nám k tomu nějaký grafický model?

Jaký grafický model je vhodný?

### 2.3.5 Násobení zlomků

Ještě než se s žáky pustíme do násobení zlomků, je dobré si připomenout násobení přirozených čísel, tedy součin např.  $4 \times 3$ .

	1	2	3	4
1				
2				
3				

Obrázek 27 Násobení přirozených čísel

Případně mnohem názorněji.



Na každém talíři leží dvě jablka. Kolik jablek leží dohromady na čtyřech talířích?



Tj. matematicky  $4 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$ .

Na čtyřech talířích leží dohromady osm jablek.




Obrázek 28 Násobení přirozených čísel prakticky

Násobení zlomků přirozeným číslem je podobné.

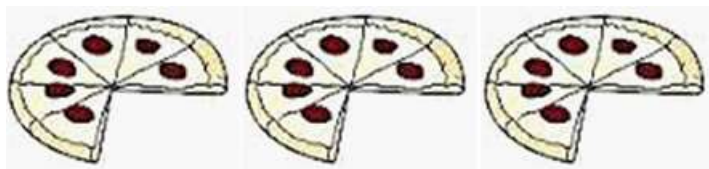


Např. Tři kamarádi dostali k odpolední svačině každý veliký koláč. Protože potřebovali jít ven, než zapadne slunce, snědli zatím každý ze svého koláče jen část


a tři čtvrtiny z každého koláče jim ještě zůstaly. Kolik koláče jim dohromady ještě zůstalo na večer?


 Matematicky vypočítáme:  $3 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3+3+3}{4} = \frac{3 \times 3}{4} = \frac{9}{4}$ .

Dohromady kamarádům na večer zůstalo ještě  $\frac{9}{4}$  koláče.

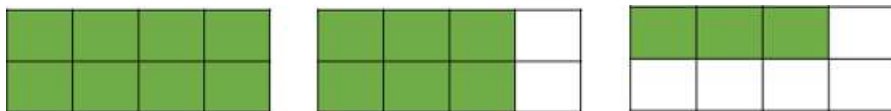


Obrázek 29 Násobení zlomku přirozeným číslem

 Nadanějším žákům může učitel úlohu ztížit o dotaz, jak dlouho bude kamarádům trvat sníst  $\frac{3}{4}$  koláče, když sněžení  $\frac{1}{4}$  koláče jim zabralo 8 minut. Bude trvat delší dobu, když budou jíst všichni kamarádi koláč naráz? A proč, případně proč ne?


 Při násobení zlomku zlomkem chceme vypočítat  $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ . Můžeme využít obdélníkový model tabulkové čokolády.

Nejprve „odlomíme“ jeden sloupeček a zůstanou nám tři sloupečky, tedy  $\frac{3}{4}$ . Pak odlomíme jeden řádek, tedy  $\frac{1}{2}$ . To je polovina ze tří čtvrtin čokolády. Zůstalo nám tedy  $1 \times 3 = 3$  dílky z původních  $2 \times 4 = 8$  dílků celé čokolády, tedy  $\frac{3}{8}$ . Takže  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$  je stejné jako  $\frac{1}{2}$  ze  $\frac{3}{4}$ . Zjistili jsme, že  $\frac{1}{2}$  ze  $\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ . Tedy  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ .



Obrázek 30 Násobení zlomku zlomkem

Nadanější žáci mohou dostat za úkol další slovní úlohu.

 Např. ve sportovní třídě je přesně polovina děvčat a polovina chlapců. Tři čtvrtiny z děvčat považují sjezdové lyžování jako nejoblíbenější sport. Jaká část dětí ze třídy



pokládá sjezdové lyžování za nejoblíbenější sport? Jaká část děvčat má nejoblíbenější sport nějaký jiný a jaká je to část vůči celkovému počtu žáků ve třídě?

  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ . Tři osminy dětí ze třídy pokládají sjezdové lyžování za nejoblíbenější sport.

$\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ . Jedna čtvrtina dívek považuje jako nejoblíbenější sport nějaký jiný.

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ . Děvčat, co považují jako nejoblíbenější sport nějaký jiný, než sjezdové lyžování, je jedna osmina z celkového počtu dětí ve třídě.



Kontrolní otázky:

Můžeme násobit zlomky jen celým číslem?

Můžeme násobit zlomek jiným zlomkem?

Můžeme i u násobení zlomků použít grafický model?

### 2.3.6 Dělení zlomků

V matematice mohou nastat tři různé situace u dělení zlomků. Zlomek dělený celým číslem, celé číslo dělené zlomkem a zlomek dělený zlomkem.

#### 2.3.6.1 Zlomek dělený celým číslem



Při dělení zlomku celým číslem  $\frac{1}{2} \div 6$  si může vzít učitel na pomoc model neuspořádaných diskretních objektů, třeba dvanáct různých druhů zmrzliny (Hejný, 2004, s. 23-30).





Vybere jejich polovinu. Následně si tento výběr rozdělí na šest dílů (červeně označeno). Výsledkem je jedna zmrzlina (modře označeno).

Tedy matematicky  $\frac{1}{2} \div 6 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$ .



Obrázek 31 Dělení zlomku celým číslem

 Rozšířenou slovní úlohu může učitel nabídnout nadanějším dětem. Např. Babička vysadila na záhonku dvacet čtyři sazeniček rajčat. Protože nebylo na jaře moc hezké počasí, ujala se jenom polovina sazenic. Babička chce spravedlivě podělit svých šest vnoučat, aby každé vnouče dostalo stejný počet sazenic. Kolik jich každé vnouče dostane? Pokud se na každé sazenici urodí osm rajčat, jaká bude celková úroda?


 Ujalo se celkem dvanáct sazeniček rajčat.  $24 \times \frac{1}{2} = 12$ .

Každé vnouče dostane dvě rajčata.  $12 \div 6 = 2$ .

Celková úroda bude čtyřicet osm rajčat.  $12 \times 8 = 48$ .

### 2.3.6.2 Celé číslo dělené zlomkem

Při dělení celého čísla zlomkem můžeme opět pracovat s praktickým příkladem.

 Např. v příkladu  $3 \div \frac{1}{2}$  rozléváme tři litry mléka do půllitrových hrníčků.

 Třemi litry naplníme šest půllitrových hrníčků. Tedy  $3 \div \frac{1}{2} = 3 \times 2 = 6$ .



Obrázek 32 Dělení celého čísla zlomkem



Nadanějším žákům může učitel předložit následující slovní úlohu: Truhlář vyrábí žebříky. Z pětimetrové latě potřebuje nařezat čtvrtmetrové laťky. Kolik jich může nařezat? Kolikrát musí do velké latě rýznout? Kdyby měl truhlář k dispozici pět metrových latí, dokáže nařezat stejný počet čtvrtmetrových laťek? Kolikrát bude do větších latí řezat?



Truhlář může z pětimetrové latě nařezat dvacet čtvrtmetrových laťek.  $5 \div \frac{1}{4} = 20$ . Musí do velké latě rýznout devatenáctkrát, aby získal dvacet menších laťek.

Pokud bude mít truhlář k dispozici pět metrových latí, každou laťku bude řezat třemi řezy, tedy bude řezat celkově patnáctkrát.  $5 \times 3 = 15$ .

### 2.3.6.3 Zlomek dělený zlomkem

V dalším případě můžeme zlomek dělit zlomkem. Zkusíme vypočítat, kolik je  $\frac{3}{5} \div \frac{1}{4}$ .



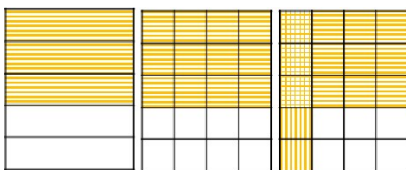
Pedagog tedy řeší s žáky úlohu, kolikrát se  $\frac{1}{4}$  vejde do  $\frac{3}{5}$ .



Nejprve v obdélníkovém modelu vyznačíme  $\frac{3}{5}$ . Tři pětiny tedy vyjadřují 12 dílků. Pak model rozdělíme na čtyři svislé části. A vyznačíme  $\frac{1}{4}$  z celku. Jedna čtvrtina představuje 5 dílků.

$\frac{1}{4}$  se tedy vejde do  $\frac{3}{5}$  stejněkrát, jako se 5 dílků vejde do 12 dílků.

Matematicky  $\frac{3}{5} \div \frac{1}{4} = (3 \times 4) \div (1 \times 5) = 12 \div 5 = 2\frac{2}{5}$ .



Obrázek 33 Dělení zlomku zlomkem



Kontrolní otázky:

Můžeme zlomky dělit?

Pomůže nám při dělení zlomků grafické vyjádření?

### **3 DIDAKTICKÝ ROZBOR**

#### **3.1 Základní škola Pardubice–Polabiny, Prodloužená 283**

Základní škola Pardubice–Polabiny, Prodloužená 283 je škola s rozšířenou výukou hudební výchovy a anglického jazyka, s prvky programu Začít spolu, Hrdá škola 2019 a do roku 2021 je partnerskou školou nadace Qiido, která podporuje vzdělávání nadaných dětí.

Základní škola Pardubice–Polabiny, Prodloužená 283 umožňuje dětem navštěvovat speciální třídu s rozšířenou výukou hudební výchovy (od 1. do 9. třídy). Hudebně nadané děti jsou vybrány již před nástupem do 1. třídy a v této výběrové třídě mají žáci dvě až tři hodiny týdně hudební výchovy. Žáci získají základy hudební nauky a sborového zpěvu. Cílem těchto tříd je rozvíjet u žáků hudební nadání a tříbit jejich estetické cítění, naučit je pracovat v týmu i vystupovat na veřejnosti.

Základní škola Pardubice–Polabiny, Prodloužená 283 umožňuje dětem navštěvovat výběrovou třídu s rozšířenou výukou anglického jazyka (od 1. do 9. třídy). Žáci v těchto třídách mají angličtinu od 1. třídy a od 3. třídy mají čtyři hodiny angličtiny týdně. Anglický jazyk si dále procvičují i v dalších učebních předmětech, aby si rozvíjeli slovní zásobu a komunikační dovednosti.

Základní škola Pardubice–Polabiny, Prodloužená 283 se v letošním roce 2021 stala partnerskou školou nadace Qiido, která podporuje vzdělávání nadaných dětí. V českém jazyce a v matematice se bude nadaným žákům nabízet obohacující učivo a speciální hodiny.

#### **3.2 Komu je text určen**

Navrhovaná kapitola učebního textu je určena žákům a učitelům druhého stupně základních škol, ve kterých se matematika vyučuje jako všeobecně vzdělávací předmět. Obvyklá dotace vyučovacích hodin pro předmět matematika je čtyři nebo pět hodin týdně.

Téma učebního textu, zlomky a základní operace s nimi, je zařazováno do výuky 7. tříd základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Navrhovaná kapitola učebního textu je inovativní v efektivitě hodiny, aktivizačních úlohách na počátku nové kapitoly, názorných příkladech vycházejících z praxe, množstvím obrázků, které jsou podnětné, mobilizují jejich fantazii a tvůrčí činnost a usnadňují pochopení zadání

úlohy. Žáci mohou řešit úlohy samostatně, čímž se zároveň učí i pracovat s chybou (Hejný, 2004, s. 63-79).

Na závěr každé vyučovací hodiny je zařazeno hodnocení a sebehodnocení žáků. Hodnocení je zpětnou vazbou pro pedagoga, který tak snáze může individualizovat svoje další hodiny. Sebehodnocení žáků je zpětnou vazbou pro žáka i pro učitele. Žáci se postupně naučí hodnotit sami sebe co nejvíce objektivně v závislosti na vnějších okolnostech (RAKOUŠOVÁ, A. Sebehodnocení žáků. [online]).

### 3.2.1.1 Pojetí a cíle školního vzdělávacího programu

Výuka matematiky na základní škole se řídí rámcově vzdělávacím programem pro základní vzdělávání. Z něj základní školy vycházejí při tvorbě svých školních vzdělávacích programů. Žák by měl splnit očekávané výstupy dané rámcově vzdělávací plánem s využitím zde uvedené kapitoly.

Matematika formuje a prohlubuje logické a abstraktní uvažování žáků. Vyvolává jejich myšlenkovou samostatnost a podílí se na jejich komplexnímu intelektuálnímu růstu. Zdroj výuky tkví v aktivním učení se návykům, jak řešit úlohy a situace a v rozvíjení schopnosti aplikace těchto metod. Žáci se učí, jak účinně a správně provádět operace s čísly, získávají dovednosti, jak efektivně upravovat výrazy (číselné i algebraické), jak řešit rovnice i nerovnice, učí se základy statistiky a jak správně vykládat statistická data. Matematika také buduje geometrickou představivost, zdokonaluje obratnost a zručnost při rýsování. Rovněž zužitkovává návaznosti a souvislosti např. ve fyzice, chemii, ale i v informatice a výpočetní technice.

### 3.2.1.2 Přínos matematiky k rozvoji klíčových kompetencí

Rámcový vzdělávací program klade důraz na rozvíjení klíčových kompetencí. Na tom se podílí i matematika. Jak bylo zmíněno již úvodem, žáci se během svého vzdělávání učí matematickým dovednostem a získávají matematické znalosti, které využívají ve svém běžném životě, ale i v dalších školních předmětech (ŠÍBOVÁ, M., KRČKOVÁ, S. Rozvoj klíčových kompetencí v matematice, [online]).

Matematika je jedním z efektivních prostředků na řešení různých situací. Nejen slovní úlohy, ale i ostatní matematické příklady jsou problémy, které mají být žákem vyřešeny. Žáci se snaží úloze porozumět a učí se nalézt podstatu problému a navrhnout postup řešení. Využívají k tomu

svoje předešlé zkušenosti a znalosti a uplatňují různé metody. Možností řešení může být více, některé snadnější, jiné obtížnější. Důležité je ověřit si odhadem i zkouškou, jestli je jejich řešení správné. A také musí svoje tvrzení umět obhájit. Prohlubují a procvičují tedy i komunikační kompetence.

Při práci ve skupinkách či při projektové výuce žáci rozvíjejí dokonce i další klíčové kompetence. Musí vzájemně komunikovat, správně vyjádřit a pronést svůj názor a nést za něj zodpovědnost, přijmout názory ostatních, i když s nimi třeba nesouhlasí. Musí umět svůj nesouhlas zformulovat tak, aby nedošlo k velkým názorovým střetům. Ve vzájemné spolupráci musí dojít k nějakému závěru. Žáci tedy rozvíjí sociální i personální kompetence (ŠÍBOVÁ, M., KRČKOVÁ, S. Rozvoj klíčových kompetencí v matematice, [online]).

### 3.2.1.3 Výukové strategie

Výuka ve vyučovacím předmětu matematika má na 2. stupni základní školy jen teoretickou část. Při výuce jsou kromě výkladu využívány moderní formy výuky: didaktická hra, rozhovor, skupinová práce, projektová výuka. K výuce je využívána didaktická technika a didaktické pomůcky - různé mapy, modely geometrických těles, kalkulačky pro výuku, ukazovátko, ale i klasická školní tabule a interaktivní tabule (Šimik, 2010, s. 47-50).

## 3.3 Didaktická analýza navrhovaného textu

Navrhovaná kapitola učebního textu pro předmět matematika týkající se základních operací se zlomky může sloužit jako základní materiál pro úvod do této části matematiky. Text je rozdělen podle jednotlivých základních operací se zlomky a u každé podkapitoly jsou uvedeny praktické příklady, které by měly žáky aktivizovat, a také poněkud složitější úlohy, které jsou určeny pro nadanější žáky, případně i pro další procvičování všech žáků.

Při tvorbě didaktického textu jsem usilovala o jednoduché, ale výstižné věty pro snazší pochopení. Součástí jsou také kontrolní otázky na konci každé dílčí kapitoly o zlomcích, které slouží k fixaci učiva a také by měly prověřit, zda žáci pochopili danou problematiku. Také jsem se snažila používat co nejvíce obrázků, které by měly ulehčit porozumění danému tématu a názorně jej vyjádřit.

Pro přehlednost a zdůraznění úloh a cvičení pro nadanější žáky a kontrolních otázek jsem použila piktogramy.



Piktogram označující kontrolní otázky.



Piktogram označující úlohy pro nadanější žáky.



Piktogram označující procvičovací příklad.



Piktogram označující řešení úlohy.

### 3.4 Motivace

Motivace u žáků, ale i u pedagogů, je velmi důležitá součást výuky. Slovo motivace pochází z latinského slova „motus“, které znamená pohyb. Motivace je tedy jakási „hybná síla“ chování. Je to vnitřní i vnější faktor, případně celá skupina faktorů, která orientuje naše chování a jednání tak, abychom dosáhli stanoveného cíle. Může být pozitivní – zvědavost, radostné očekávání, radost z práce, nebo naopak negativní – nechuť a odpor k jakékoli činnosti, lenost.

Motivace může vycházet z vnitřních nebo vnějších popudů a stimulů. Často bývá kombinací obou. Vnitřní motivace je výsledek potřeb a zájmů člověka (potřeba seberealizace, poznávání), vnější motivace je určena působením vnějších podnětů (hrozba trestu, možnost odměny). Potřeba je stav nedostatku nebo nadbytku něčeho, co nás vede k činnostem, kterými tuto potřebu uspokojíme.

Motivace má ve škole nenahraditelné místo. Jedná se o motivaci ve vztazích žák – učitel a žák – učivo. Motivace ve školství a vzdělávání je velmi významná. Má na ni vliv značné množství faktorů. Důležitý je i ten fakt, jestli žáka daný školní předmět baví a zajímá nebo ne. Na středních odborných nebo na vysokých školách může být výhodou, že se žáci či studenti již vyprofilovali a vybrali si takový obor, o který se opravdu zajímají. Základní školou ale musí projít každý a nemůže si tedy vybírat, jestli se mu líbí jen humanitně, nebo přírodovědně zaměřené školní předměty.

Dalším důležitým faktorem je aktuální téma, které se momentálně probírá. Pokud žáka v rámci předmětu zajímá, je pro učitele snadné žáka motivovat. Případně i oblíbený učitel může podněcovat žáka bez větší námahy, i když se třeba nejedná o předmět, který žáka baví. A bohužel toto platí i obráceně – neoblíbený učitel může ubít v žákovi jeho zájem. Takový

učitel může žáky vědomě či nevědomky nedoceňovat, naopak může upřednostňovat jiné bez jejich zásluhy.

Dokonce i prostředí třídy působí významně na motivaci. Nejen třída jako místnost – hezké prostředí, vhodné didaktické pomůcky atd., ale i iniciativní spolužáci, kteří mají zájem se naučit nové věci, aktivně spolupracují a nenarušují vyučovací hodiny, čímž podporují příznivé klima v celé třídě.

Střídání činností během vyučovací hodiny je taktéž vhodné pro udržení pozornosti a zvýšení motivace žáků. Skupinová práce či brainstorming může střídát samostatnou práci, výklad může probíhat pomocí prezentace (Šimik, 2010, s. 44-49).

A dokonce i doba výuky má velký vliv na motivaci. Pokud je vyučovací hodina bezprostředně po obědě, přichází u žáků pravděpodobně fyziologický útlum. Motivační není ani výuka v poslední vyučovací hodině, motivace výrazně klesá.

Z tohoto výčtu je zřetelné, že motivace je pro náš život a naši práci nutná. Člověk ale nemůže dělat vždy jenom věci, které chce a které ho baví. Musí se naučit vykonávat i neoblíbené činnosti správně, rychle a účelně a neměl by si k nim vytvářet odpor.



## ZÁVĚR

Ve své závěrečné práci z doplňkového pedagogického studia jsem se zabývala návrhem kapitoly učebního textu do předmětu matematika. Tento učební text je určen žákům a učitelům druhého stupně základních škol. Z učiva, které se zde probírá, jsem si vybrala kapitolu týkající se základních operací se zlomky. Mým cílem bylo vytvořit takový učební podklad, aby byla výuka efektivní, aby udrželi pozornost při výuce nejen nadanější žáci, ale i ti slabší. Snažila jsem se zformulovat praktické příklady, které by byly pro žáky srozumitelné.

V první části práce jsem se zaměřila na analýzu různých situací v životě, kdy využíváme znalosti z matematiky. Dále jsem zmínila učební pomůcky, které máme v matematice obvykle k dispozici a jaká bývá organizace vyučovací hodiny matematiky.

V druhé části práce jsem se zabývala samotným návrhem kapitoly učebního textu do předmětu matematika, která se věnuje základním operacím se zlomky. Jsem přesvědčena, že nejen pro úvod do základního tématu je vhodné používat vhodné didaktické pomůcky pro lepší přiblížení žákům učiva, např. hry pexeso a domino s tematickými motivy pro lepší fixaci probírané látky. Není nutné a asi ani účelné v matematice začínat nové téma „suchou“ teorií, např. co je to čitatel, jmenovatel a zlomková čára, žáky to pak vede pouze k memorování pouček a pravidel, ale nemusí dojít ke správnému porozumění. Proto jsem zahrнула do jednotlivých podkapitol takové úlohy, které jsou prosté a návodné, ale zároveň praktické a pokud možno aktivizační a naučí žáky řešit zadané úlohy podle různých typů modelů. Doplnila jsem tyto základní úlohy o další příklady, které mohou sloužit pro nadanější či rychleji pracující žáky.

Velmi důležitá je také diskuze, ve které se žák může pokusit zformulovat svou strategii řešení úlohy. Pokud je tento postup chybný, žák si to může sám uvědomit při stanovování vlastního závěru. V případě, že žák na chybu nepřijde, pomůže mu chybu odhalit učitel a společně pracují na jejím odstranění.

V závěru každé hodiny by mělo proběhnout hodnocení a sebehodnocení žáků, které představuje zpětnou vazbu pro učitele i pro samotné žáky. Žáci si při sebehodnocení zopakují, co nového se v hodině naučili, učí se zformulovat, kterému tématu porozuměli snadno a které je pro ně naopak zatím nesrozumitelné a sami si lépe mohou uvědomit, co by jim mohlo pomoci v lepším pochopení daného tématu.

V poslední části je obsažen didaktický rozbor, který sděluje, komu je navrhovaná kapitola učebního textu určena, a tato část se věnuje didaktické analýze zmíněné kapitoly a motivaci žáků ke studiu.

Cílem mé práce bylo předložit jednodušší i složitější prakticky použitelné úlohy týkající se základních operací se zlomky a také žáky aktivizovat a probudit u nich o zlomky zájem a při řešení nové úlohy se pokusit najít vhodnou metodu a použít správný model k vyřešení příkladu.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

1. ĎURIŠ, Milan a kol. *Didaktika odborných predmetov 1*. Banská Bystrica: Fakulta prírodných vied, Univerzita Mateja Bela, Banská Bystrica, 2011, ISBN 978-80-557-0269-8.
2. HEJNÝ, Milan, Jarmila NOVOTNÁ a Naďa VONDROVÁ, ed. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3.
3. KOLÁŘ, Zdeněk a Renata ŠIKULOVÁ. *Hodnocení žáků*. 2., dopl. vyd. Praha: Grada, 2009. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-2834-6.
4. KVĚTOŇ, Pavel, Martin OTT a Michal VAVROŠ. *Metodika výuky matematiky na 2. stupni základních škol a středních školách z pohledu pedagogické praxe - náměty pro začínajícího učitele*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2010. ISBN 978-80-7368-888-2.
5. ŠIMIK, Ondřej. *Metodika výuky jednotlivých předmětů na 1. stupni základních škol z pohledu pedagogické praxe: náměty pro začínajícího učitele*. Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2010. ISBN 978-80-7368-431-0.
6. ŠIMONÍK, Oldřich. *Úvod do školní didaktiky*. Brno: MSD, 2003. ISBN 80-86633-04-7.
7. ŠKVOROVÁ, Jaroslava a David ŠKVOR. *Proč zlobím?: lehká mozková dysfunkce LMD/ADHD*. V Praze: Triton, 2003. ISBN 80-7254-407-1.
8. VALIŠOVÁ, Alena a Hana KASÍKOVÁ. *Pedagogika pro učitele*. Praha: Grada, 2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1734-0.

## INTERNETOVÉ ZDROJE

1. Den  $\pi$ . *ITTB* [online]. Praha, 2021 [cit. 2021-03-29], Dostupné z www: <<https://ittb.cz/2021/03/matematici-oslavuji-mezinarodni-den-pi-ktere-slavi-5000-narozeniny/>>
2. Matematika: zlomky. *Matematika* [online]. Praha, 2021 [cit. 2021-03-30]. Dostupné z: <<https://matematika.cz/zlomky>>
3. RAKOUŠOVÁ, A. Sebehodnocení žáků. [online], 14. 02. 2008 [cit. 05. 04. 2021]. Dostupné z WWW: <<http://clanky.rvp.cz/clanek/c/Z/1965/sebehodnoceni-zaku.html>>
4. ŠÍBOVÁ, M., KRČKOVÁ, S. Rozvoj klíčových kompetencí v matematice, [online], 05. 01. 2007 [cit. 2021-04-07]. Dostupné z: <<https://clanky.rvp.cz/clanek/k/g/1076/ROZVOJ-KLICOVYCH-KOMPETENCI-V-MATEMATICE.html/>>
5. Zlomky. *Umíme matiku* [online]. 2021 [cit. 2021-04-05]. Dostupné z: <<https://www.umimematiku.cz/cviceni-zlomky>>