

UNIVERZITA PARDUBICE
Dopravní fakulta Jana Pernera

**Optimalizace systému přidělování služeb
řidičům trolejbusů u DPMB, a.s.**

Diplomová práce

Bc. Lukáš Tuček

2021

Univerzita Pardubice
Dopravní fakulta Jana Pernera
Akademický rok: 2020/2021

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Lukáš Tuček**
Osobní číslo: **D19486**
Studijní program: **N3708 Dopravní inženýrství a spoje**
Studijní obor: **Technologie a řízení dopravy**
Téma práce: **Optimalizace systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, a.s.**
Zadávací katedra: **Katedra technologie a řízení dopravy**

Zásady pro vypracování

Úvod

1. Analýza potenciálu využití úloh lineárního programování v oblasti přidělování služeb řidičům v MHD
 2. Analýza podmínek dopravního podniku pro využití úloh lineárního programování
 3. Návrh optimalizačního modelu
 4. Pilotní aplikace
 5. Vyhodnocení
- Závěr

Rozsah pracovní zprávy: **50 – 60**
Rozsah grafických prací: **5-6**
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

BRÁZDOVÁ, Markéta a Josef VOLEK. *Řešené úlohy lineárního programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011. ISBN 978-80-7395-361-4.

LINDA, Bohdan a Josef VOLEK. *Lineární programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2008. ISBN 978-80-7395-133-7.

DUDORKIN, Jiří. *Systémové inženýrství a rozhodování*. Vyd. 4. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. ISBN 80-01-02737-6.

Vedoucí diplomové práce: **doc. Ing. Josef Bulíček, Ph.D.**
Katedra technologie a řízení dopravy

Datum zadání diplomové práce: **1. února 2021**
Termín odevzdání diplomové práce: **16. července 2021**

L.S.

doc. Ing. Libor Švadlenka, Ph.D.
děkan

doc. Ing. Jaromír Široký, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 1. února 2021

Prohlašuji:

Práci s názvem Optimalizace systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, a.s. jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Brně dne 1. července 2021

Bc. Lukáš Tuček

ANOTACE

Diplomová práce se zabývá využitím lineárního programování v systémech přidělování služeb řidičům v městské hromadné dopravě, konkrétně pak řidičům trolejbusů u Dopravního podniku města Brna, a.s. Na základě vytvořeného matematického modelu řešeného systému s využitím systémového inženýrství a výběru vhodné metody lineárního programování je navržen optimalizační model řešeného systému.

KLÍČOVÁ SLOVA

dopravní podnik, lineární programování, přiděl služeb, režim práce řidiče, simplexová metoda, trolejbusová doprava

TITLE

Optimization of the shift assignment system for trolleybus drivers in DPMB, a.s.

ANNOTATION

The diploma thesis deals with the use of linear programming in the shift assignment systems in urban public transport, specifically in the case of the public transport operator in the city of Brno. Based on the created mathematical model of the solved system with the use of system engineering and the selection of suitable methods of linear programming, an optimization model of the solved system is proposed.

KEYWORDS

public transport company, linear programming, shift assignment, driver's work rules, simplex method, trolleybus operation

Obsah

Seznam obrázků	8
Seznam tabulek	9
Seznam zkratk	10
Úvod	11
1 Systémy přidělování služeb a jejich analýza pro využití lineárního programování	12
1.1 Postavení systému přidělování služeb v rámci dopravního podniku	12
1.2 Subsystém přidělování služeb a jeho cíle	15
1.3 Specifika systémů jednotlivých dopravních podniků	16
1.4 Identifikace systému – matematický model	18
1.4.1 Stanovení rozlišovací hladiny (úrovně podrobnosti)	19
1.4.2 Určení prvků modelu a jeho okolí	19
1.4.3 Přiřazení funkcí prvkům modelu	20
1.4.4 Určení vazeb v systému	20
1.4.5 Parametrizace vazeb	20
1.4.6 Určení cílového chování	22
2 Potenciál využití úloh lineárního programování	24
2.1 Párování maximální váhy	27
2.2 Přiřazovací problém	31
2.2.1 Simplexová metoda	33
2.2.2 Maďarská metoda	36
2.3 Vyhodnocení metod	43
3 Pilotní aplikace	45
3.1 Systém a jeho součástí	45
3.1.1 Pracovní režim řidičů v MHD	46
3.1.2 Řidiči	46
3.1.3 Služby	47
3.1.4 Turnusy	47
3.1.5 Změny v turnusovém obsazení služeb	48
3.1.6 Proces přidělování služeb	49
3.2 Optimalizace systému	50
3.2.1 Funkce modelu	51
3.2.2 Kritéria	52
4 Návrh optimalizačního modelu	54
4.1 Zadání	54
4.2 Simulační model	55
4.2.1 Řidiči	55
4.2.2 Služby	56

4.2.3	<i>Turnusy</i>	56
4.2.4	<i>Mechanismus přidělování služeb</i>	56
4.3	Optimalizační model	57
4.3.1	<i>Vstupy modelu</i>	57
4.3.2	<i>Kritéria a jejich významnost</i>	58
4.3.3	<i>Hodnocení dle kritérií</i>	58
4.3.4	<i>Účelová funkce</i>	59
4.3.5	<i>Omezující podmínky</i>	59
4.3.6	<i>Proměnné modelu</i>	60
4.3.7	<i>Optimalizace</i>	60
4.4	Vyhodnocení	61
	Závěr	64
	Seznam použitých informačních zdrojů	65
	Seznam příloh	67

Seznam obrázků

Obrázek 1 Diagram struktury taktického a operativního řízení dopravního podniku	14
Obrázek 2 Diagram procesu přidělování služeb	16
Obrázek 3 Diagram součástí operačního výzkumu	24
Obrázek 4 Diagram práce s modelovým příkladem	26
Obrázek 5 Bipartitní graf modelového příkladu úlohy přidělování služeb řidičům	29
Obrázek 6 Sestavení matematického modelu párování maximální váhy v MS Excel	30
Obrázek 7 Nastavení doplňku Řešitel	30
Obrázek 8 Vyřešená úloha párování maximální váhy v MS Excel	30
Obrázek 9 Sestavení matematického modelu přiřazovacího problému v MS Excel	34
Obrázek 10 Nastavení doplňku Řešitel	34
Obrázek 11 Vyřešená úloha přiřazovacího problému v MS Excel	35
Obrázek 12 Vývojový diagram řešení přiřazovacího problému maďarskou metodou	37
Obrázek 13 Nastavení doplňku OpenSolver pro úlohu přiřazovacího problému	43
Obrázek 14 Nastavení doplňku OpenSolver	61
Obrázek 15 Statistika přidělování služeb	62
Obrázek 16 Graf průměrné bodové hodnoty na řidiče s přidělenou službou za den	63

Seznam tabulek

Tabulka 1 Matematický model úlohy párování maximální váhy	28
Tabulka 2 Převod grafu na zadání úlohy pro řešení simplexovou metodou	29
Tabulka 3 Matematický model úlohy přiřazovacího problému	31
Tabulka 4 Zápis přiřazovacího problému (analogie s dopravní úlohou)	32
Tabulka 5 Úprava matice pro použití maďarské metody	39
Tabulka 6 Pěstování stromu I.	40
Tabulka 7 Pěstování stromu II.	41
Tabulka 8 Pěstování stromu III.	42
Tabulka 9 Určení optimálního řešení	42
Tabulka 10 Vyhodnocení jednotlivých metod řešení	43
Tabulka 11 Parametry požadavků na typ služby	52
Tabulka 12 Simplexová tabulka	69

Seznam zkratek

DPMB	Dopravní podnik města Brna, a.s.
DPMJ	Dopravní podnik města Jihlavy a.s.
DPMP	Dopravní podnik města Pardubic a.s.
DSZO	Dopravní společnost Zlín – Otrokovice, s.r.o.
MDML	Městská doprava Mariánské Lázně s.r.o.
MHD	městská hromadná doprava
MS	Microsoft
PD	pracovní dny
PD-P	pracovní dny – prázdniny
PMDP	Plzeňské městské dopravní podniky a.s.
SN	soboty a neděle
TD	trolejbusová doprava
VBA	Visual Basic for Applications

Úvod

Složité rozhodovací situace v dopravě, tak jako i v jiných odvětvích lidské činnosti, pomáhají řešit metody operačního výzkumu. Vytvořené matematické modely, které popisují zkoumanou část reálného světa, jsou využívány ve snaze najít řešení dané situace. Modely mohou být deskriptivní nebo optimalizační. V této diplomové práci jsou uplatněny obě varianty. Optimalizační metoda je navržena pro nalezení přidělení služeb a její ověření je provedeno s využitím základních principů simulace, tedy deskriptivního modelu.

Využití optimalizace systémů pomocí metod operačního výzkumu, konkrétně lineárního programování, je zpravidla motivováno snahou o minimalizaci nákladů, resp. maximalizace zisku. Systémy přidělování služeb řidičům v městské hromadné dopravě (MHD) však mohou být optimalizovány, přestože podstatou jejich optimalizace nemusí být nutně minimalizace provozních nákladů, ale nalezení nejvhodnějšího obsazení služeb řidiči na základě splnění daných kritérií. Lineární programování bylo vybráno jako jeden z více způsobů řešení, díky své typičnosti pro řešení úloh tohoto typu a pro svoje subjektivně snazší řešení pomocí výpočetní techniky.

Cílem této práce je návrh optimalizačního modelu řešeného systému. Toho je dosaženo splněním několika dílčích cílů, kterým je v první části analýza systémů přidělování služeb řidičům trolejbusů s ohledem na pozdější využití metod lineárního programování, a tedy i nutnost vytvoření odpovídajících modelů těchto systémů s využitím systémového inženýrství. V druhé části je to pak analýza vybraných metod lineárního programování s možným využitím při optimalizaci řešeného systému. Tyto části zároveň poskytují teoretický základ pro následné zaměření práce na konkrétní systém přidělování služeb řidičům trolejbusů u Dopravního podniku města Brna, akciové společnosti (DPMB), přičemž ten je nejprve popsán a jsou na něj aplikovány poznatky z předešlých kapitol. Poté je sestaven optimalizační model pro tento systém, na němž je předvedena a ověřena činnost navrženého algoritmu pro optimalizaci systému.

1 Systémy přidělování služeb a jejich analýza pro využití lineárního programování

Cílem této kapitoly je v první řadě analyzovat podmínky dopravního podniku se zaměřením na systém přidělování služeb řidičům. Dále pak možnosti jeho optimalizace s využitím úloh lineárního programování, a to bez vazby na konkrétní systém určitého dopravního podniku tak, aby bylo možné použít uvedené informace jako společný teoretický základ pro tvorbu optimalizačních modelů a jejich pilotních aplikací nejen v praktické části této práce, kde se práce zaměřuje na konkrétní systém přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, ale v případě potřeby i v prostředí odlišných systémů u jiných dopravních podniků.

Systémy jsou nejdříve analyzovány jako celek a později, zejména pak v kapitole 1.4 se práce zaměřuje zejména na optimalizovanou část systému, tj. na konečný proces každodenního obsazení služeb řidiči se zapracováním potřebných změn (dodatečné přidělení neobsazených služeb řidičům s předem neurčenými službami, řidiči s požadavky na práci z volna nebo brigádníky).

Dalším cílem kapitoly je převedení analyzovaných podmínek na matematický model tak, aby bylo možné přidělování služeb optimalizovat. Vzhledem k uplatnění systémového přístupu a nahlížení na optimalizaci přidělování služeb řidičům jako na inovaci systému je pro vytvoření matematického modelu použita jedna z úloh systémového inženýrství, kterou je identifikace systému. Kromě té jsou v rámci této kapitoly obsaženy i další úlohy – dekompozice systému a určení cílového chování.

Vzhledem k úzkému zaměření diplomové práce a nedostatečnému množství takto specificky zaměřených informačních zdrojů čerpá autor zejména z osobních zkušeností a dlouhodobě shromažďovaných informací z této oblasti. Pro podložení těchto informací, příp. jejich další rozšíření, byl v rámci této práce uskutečněn průzkum mezi dalšími vybranými dopravními podniky v České republice provozujícími trolejbusovou dopravu. Výsledky, uvedené společně s parametry tohoto průzkumu v kapitole 1.3, budou dále využity i pro zhodnocení použití navrženého optimalizačního modelu z kapitoly 4 v podmínkách jiných dopravních podniků provozujících trolejbusovou dopravu.

1.1 Postavení systému přidělování služeb v rámci dopravního podniku

Proces plánování provozu městské hromadné dopravy lze interpretovat jako rozhodovací proces skládající se z pěti úrovní. Každá tato úroveň reprezentuje dílčí činnost tohoto procesu.

přičemž výstup úrovně vyšší tvoří zároveň jeden ze vstupů úrovně nižší. Vzhledem k této závislosti jsou v praxi tyto činnosti uskutečňovány v daném pořadí jednotlivých úrovní, tj. od úrovně nejvyšší po úroveň nejnižší. Úrovněmi procesu plánování provozu městské hromadné dopravy jsou¹:

- linkotvorba (*Network Design*),
- stanovení intervalu dopravy (*Setting Frequencies*),
- konstrukce jízdního řádu (*Timetable Development*),
- tvorba oběhů vozidel (*Bus Scheduling, Vehicle Blocking*),
- tvorba služeb/turnusů řidičů (*Driver Scheduling, Driver Run-Cutting*).

Celý tento proces plánování provozu městské hromadné dopravy, označovaný jako příprava provozu, je koncepčním a střednědobým řízením. U dopravních podniků zařazených do integrovaných dopravních systémů (IDS) musí být v této fázi rovněž zohledněny požadavky koordinátora IDS, příp. jsou některé úrovně procesu řešeny kooperativně.

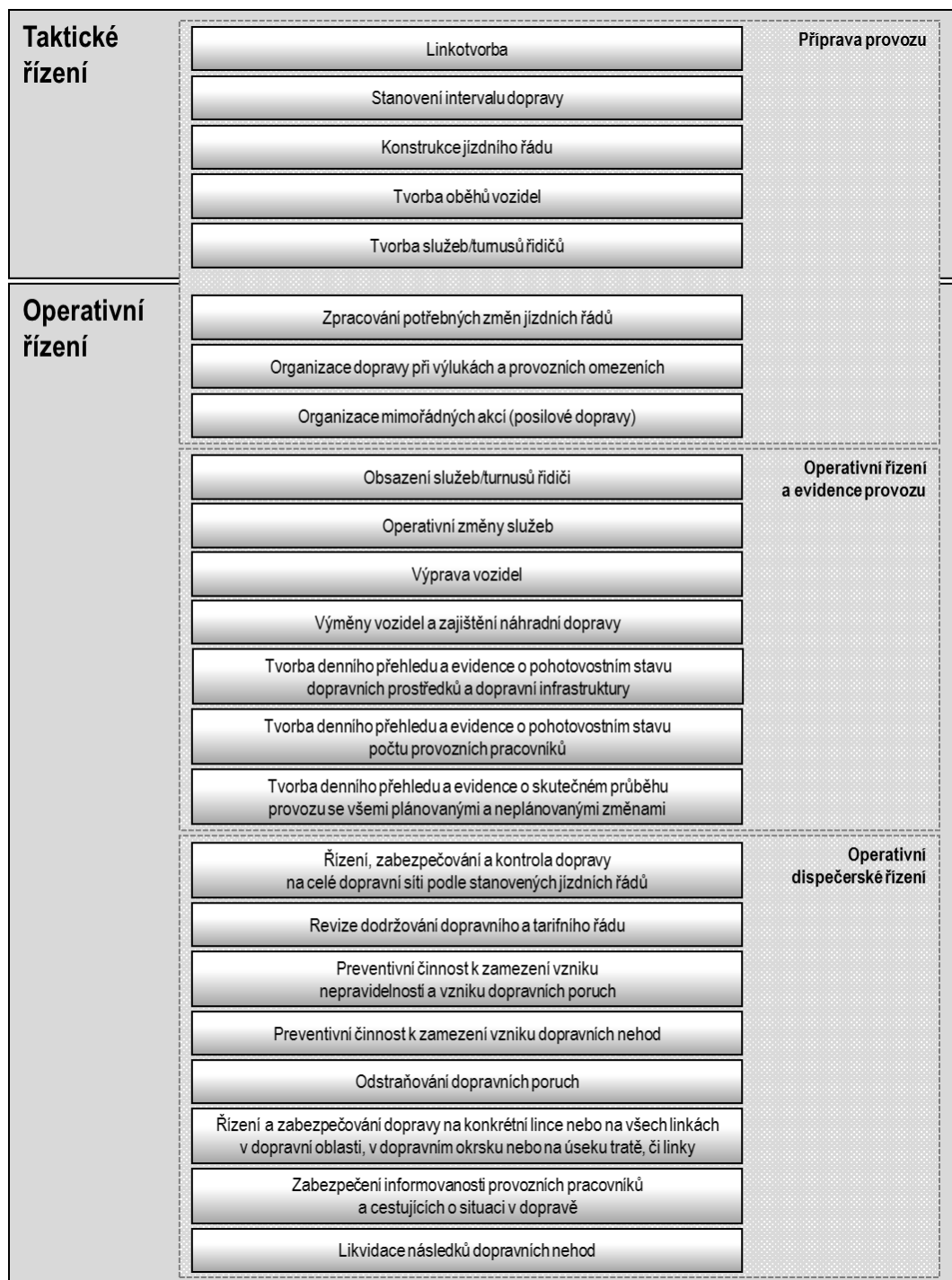
Vedle taktického řízení existuje řízení operativní. To je rozčleněno do následujících skupin²:

- příprava provozu,
- operativní řízení a evidence provozu,
- operativní dispečerské řízení.

V rámci této práce je strategické řízení, jak je uvedeno v literatuře, nahrazeno řízením taktickým, neboť to lépe postihuje danou problematiku ve vztahu k systému přidělování služeb řidičům. Pojem přípravy provozu je použit, jak v souvislosti s taktickým řízením, tak i s řízením operativním. Vysvětlení lze nalézt v organizačním schématu dopravního podniku, kdy příslušné oddělení přípravy provozu provádí vedle úkonů taktického řízení i některé úkony operativního řízení. Činnosti operativního i taktického řízení jsou znázorněny v příslušném diagramu (Obrázek 1).

¹ CEDER, Avishai a Nigel H.M. WILSON. Bus Network Design. *Transportation Research Part B: Methodological*. 1986, 20(4), 14. ISSN 0191-2615. DOI:0191-2615(86)90047-0

² DRDLA, Pavel. *Technologie a řízení dopravy - městská hromadná doprava*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2005. ISBN 80-719-4804-7.



Obrázek 1 Diagram struktury taktického a operativního řízení dopravního podniku
Zdroj: DRDLA, Pavel. *Technologie a řízení dopravy - městská hromadná doprava*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2005. ISBN 80-719-4804-7.

Přidělování služeb řidičům, sestávající se z obsazení služeb/turnusů řidiči a operativních změn služeb, je dle výše uvedeného rozboru součástí operativního řízení a evidence provozu. Činnosti taktického a operativního řízení uvedené v diagramu (Obrázek 1) nad obsazením služeb/turnusů řidiči a operativními změnami služeb tvoří vstupy systému přidělování služeb a činnosti uvedené pod nimi nemají na tento systém zpravidla žádný vliv.

Lineární programování a příp. i jiné metody operačního výzkumu je možné využívat pro racionalizaci některých z uvedených činností. Optimalizaci linek lze řešit jako přiřazovací problém.³ Posílení linek lze optimalizovat pomocí metod teorie hromadné obsluhy.⁴ Teorie grafů může pomoci s umístěním vozoven, či jiných středisek obsluhy. Lineární programování lze pak využít při určení počtu vozidel pro linky, při optimalizaci časových posunů spojů nebo sestavování turnusů.⁵

1.2 Subsystem přidělování služeb a jeho cíle

System přidělování služeb řidičům, znázorněný v příslušném diagramu (Obrázek 2), je subsystemem dopravního podniku, jehož účelem je zajištění personálního obsazení všech služeb do tohoto systému vložených.

V dlouhodobém horizontu jsou vstupem systému přidělování služeb výstupy části taktického řízení přípravy provozu (zejména služby a jejich znění vč. jejich rozdělení do turnusů) a jednotliví řidiči, kteří jsou zpravidla přiděleni k jednotlivým turnusům, čímž se stanoví cyklus střídání služeb.⁶ Tímto je dán plán obsazení služeb.

V krátkodobém horizontu jsou vstupem systému přidělování služeb výstupy části operativního řízení přípravy provozu (např. změny služeb v důsledku výluk, provozních omezení nebo zavedení posilové dopravy) a změny, označené v digramu jako *Změny P**, tj. změny plánované, kterými jsou požadavky na změny v plánu obsazení služeb, které jsou před přidělením služeb známy a je nutné je při jejich obsazování zohlednit. Těmito změnami mohou být např. plány dovolené, pracovní neschopnost řidičů, požadavky na přidělení služeb z volna, žádosti o změnu služby, přihlášení řidiče na školení nebo objednání na lékařskou prohlídku aj.

Na základě zmíněných vstupů je potřeba vytvořit sestavu obsazení služeb jednotlivými řidiči, přičemž musí být splněna pravidla daná právním řádem, příp. dalšími závaznými dokumenty, podmínkami daného dopravního podniku a konkrétního pracovněprávního vztahu, resp.

³ ČEJKA, Jiří. *Návrh systému veřejné linkové dopravy* [online]. Pardubice, 2008 [cit. 2020-12-31]. Dostupné z: https://dk.upce.cz/bitstream/handle/10195/35298/disertacni_prace_Cejka_Jiri.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Disertační práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Pavel Šaradín.

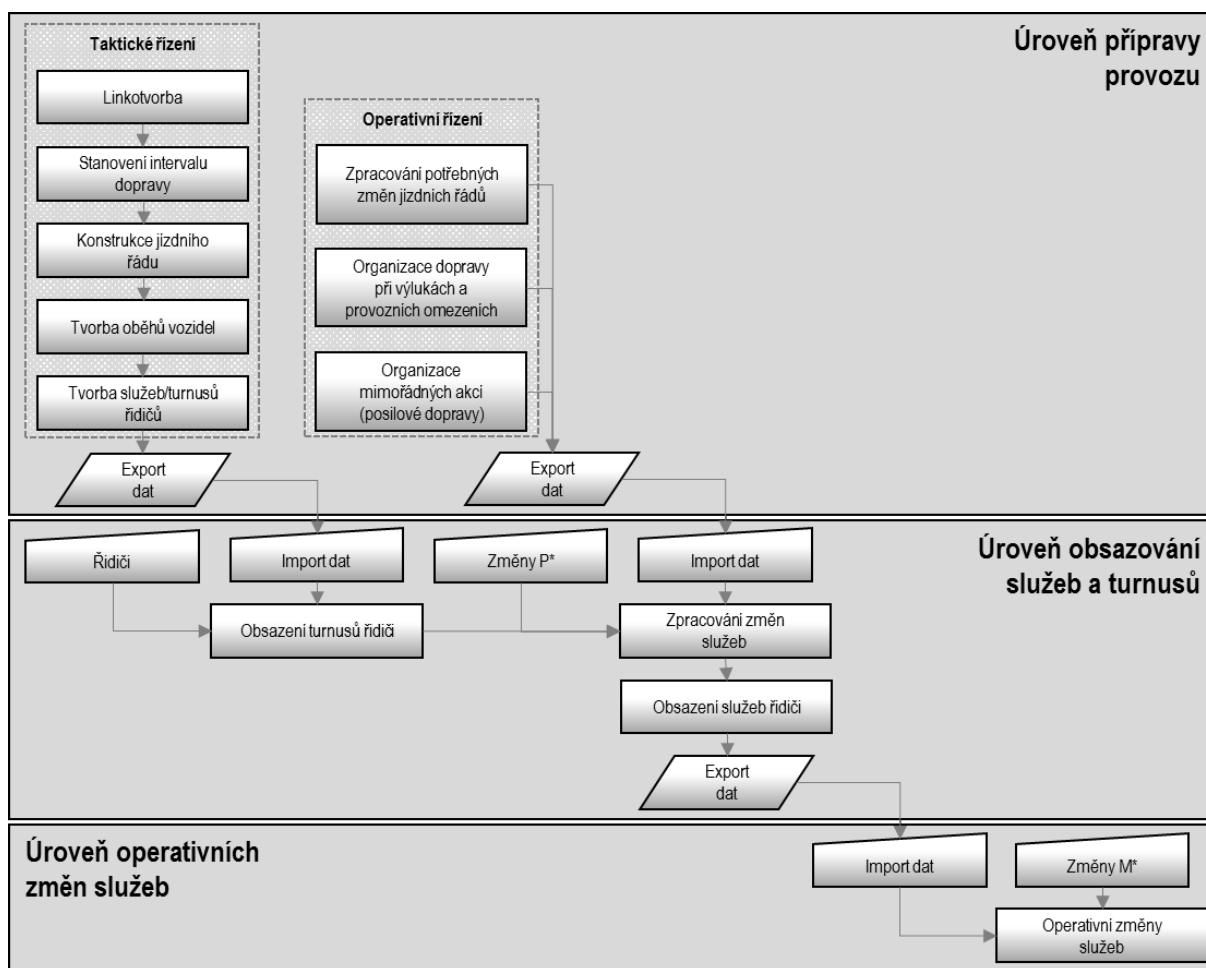
⁴ KUBIŠOVÁ, Andrea. *Podpora výuky předmětu Operační výzkum pro bakalářské studium s ekonomickým zaměřením* [online]. Brno, 2015 [cit. 2020-12-31]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/dxuqz/DP_Kubisova.pdf. Disertační práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce Zdeněk Karpíšek.

⁵ ČERNÁ, Anna a Jan ČERNÝ. *Manažerské rozhodování o dopravních systémech*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2014. ISBN 978-80-7395-849-7.

⁶ Nejedná se o totožný význam pojmu jako u lineárního programování, kdy je turnus užíván v souvislosti s oběhy vozidel.

sjednaného režimu práce řidiče. Právě touto činností se diplomová práce dále zabývá a je navržena k optimalizaci.⁷

Požadavky na změny v plánu obsazení služeb nejsou vždy plánované a vznikají i po vytvoření sestavy obsazení služeb jednotlivými řidiči. Tyto mimořádné změny, označené v diagramu jako *Změny M**, jsou zčásti stejnými změnami jako v případě plánovaných změn s tím rozdílem, že vzniknou náhle, a právě již po vytvoření zmíněné sestavy. Tyto změny jsou pak řešeny operativně na úrovni operativního dispečerského řízení nebo operativního řízení a evidence provozu.



Obrázek 2 Diagram procesu přidělování služeb
Zdroj: autor

1.3 Specifika systémů jednotlivých dopravních podniků

Základní vlastnosti systémů přidělování služeb popsané v kapitole 1.2 mají zpravidla univerzální platnost bez ohledu na dílčí podmínky konkrétních dopravních podniků, které se

⁷ Optimalizace služeb v dlouhodobém horizontu, zaměřená např. na minimalizaci nákladů, by se prováděla spíše na úrovni přípravy provozu, kde dochází ke tvorbě turnusů a služeb.

však mohou lišit při užším pohledu na jejich systémy přidělování služeb. Vzhledem k již zmíněnému nedostatku informačních zdrojů použitelných pro porovnání těchto dílčích odlišností, byl autorem zpracován v rámci této práce průzkum adresovaný dopravním podnikům provozujících trolejbusovou dopravu v České republice (kromě DPMB) s cílem zjistit, jaké jejich vlastnosti se liší, případně pak porovnat zjištěné informace s podmínkami v DPMB a zhodnotit použitelnost navrženého optimalizačního modelu v podmínkách jiných dopravních podniků.

Forma tohoto průzkumu spočívala ve shromáždění odpovědí na osm otázek, které jsou uvedeny v příloze A, zasláných dopravním podnikům pomocí elektronické pošty. Na základě došlých odpovědí byly zjištěny potřebné informace o systémech přidělování služeb následujících dopravních podniků⁸:

- Plzeňské městské dopravní podniky a.s. (PMDP),
- Dopravní podnik města Pardubic a.s. (DPMP),
- Dopravní společnost Zlín – Otrokovice, s.r.o. (DSZO),
- Dopravní podnik města Jihlavy a.s. (DPMJ),
- Městská doprava Mariánské Lázně s.r.o. (MDML).

Zjištěné informace byly podrobeny analýze a jsou interpretovány v následujících odstavcích.

Všechny zmíněné dopravní podniky používají pro přidělování služeb modulární systém pro konstrukci, plánování, řízení a analytiku dopravy Skeleton[®] od společnosti FS Software s.r.o.⁹

Lze konstatovat, že provozní rozdělení řidičů dle druhů dopravních prostředků (např. řidiči trolejbusů a řidiči autobusů) závisí na velikosti dopravního podniku, resp. objemu jeho dopravních výkonů. Zatímco u PMDP jsou řidiči rozděleni do skupin dle jednotlivých trakcí, u DPMP je i přes zvláštní školení na jednotlivé trakce pracovní právní vztah ošetřen i při zaškolení na více druhů dopravních prostředků pouze jedním smluvním vztahem, u MDML nejsou pak podle tohoto kritéria řidiči děleni vůbec.¹⁰

⁸ Ostatní dopravní podniky se k průzkumu nevyjádřily a autor tedy neměl možnost zahrnout do diplomové práce informace o systémech přidělování služeb v těchto podnicích.

⁹ Průzkum provedený autorem při vypracovávání diplomové práce.

¹⁰ Tamtéž.

Pokrytí neobsazených služeb, jejichž počet se v závislosti na velikosti dopravního podniku a aktuální situaci pohybuje v rozmezí¹¹ od 10 do 30, probíhá napříč dopravními podniky obdobně, a to pomocí vložených záložních služeb (předem neurčených), záložních řidičů nebo brigádníků. Dále bylo zjištěno, že turnusy nemusí být striktně koncipovány jako střídání konstantního počtu pracovních dní a konstantního počtu volných dní (např. 4+2), a to odchýlně od zvyklostí u DPMB. Zvykem je rovněž zařazení klouzavého volna do některých turnusů.¹²

Zvyklosti dopravních podniků se liší zejména v době, kdy je zpracována konečná sestava obsazení služeb. Dopravní podnik města Jihlavy a.s. ji vyhotovuje zpravidla 14 dní dopředu (minimálně však pět dní), PMDP s týdenním předstihem, MDML pět dní předem, DPMP tři dny předem. Ve většině uvedených dopravních podniků se však zpracovává předběžný měsíční rozpis, v němž jsou již zpracovány některé změny. Např. u DPMP jsou v rámci tohoto rozpisu řešeny i neobsazené služby, což snižuje množství neobsazených služeb, které jsou řešeny při pozdějším přidělování služeb, vzhledem k předstihu však může dojít i u těmito plánovanými změnami dotčených řidičů k dalším změnám.¹³

Informování řidičů se napříč dopravními podniky neliší. Informačními kanály jsou tištěné rozpisy, vývěsky v provozních místnostech a webové portály (Skeleton[®].NET).¹⁴

1.4 Identifikace systému – matematický model

Identifikace systému je jedním z úkolů systémového inženýrství. Jeho cílem je poskytnutí podkladů a vstupů matematického modelu.¹⁵ V následujících podkapitolách je pomocí jednotlivých fází identifikace systému sestaven základní postup tvorby matematického modelu systému přidělování služeb řidičům. Vzhledem k zaměření práce na konečný proces každodenního obsazení služeb řidiči se zapracováním změn, je i matematický model identifikovaného systému zaměřen na tuto část a jedná se tak ve své podstatě o identifikaci dílčího subsystému širšího systému přidělování služeb.

¹¹ Specifickým příkladem je MDML, kde je toto rozmezí zpravidla 2–6.

¹² Průzkum provedený autorem při vypracovávání diplomové práce.

¹³ Tamtéž.

¹⁴ Tamtéž.

¹⁵ DUDORKIN, Jiří. *Systémové inženýrství a rozhodování*. Vyd. 4. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. ISBN 80-010-2737-6.

1.4.1 Stanovení rozlišovací hladiny (úrovně podrobnosti)

Volbou rozlišovací hladiny se určuje stupeň podrobnosti zkoumání systému.¹⁶ V případě identifikovaného systému je určeno i okolí systému. Rozlišovací hladina je pak nastavena tak, aby úroveň podrobnosti modelu obsahovala:

- všechny služby vč. jejich parametrů (číslo, nástup a ukončení, vlaky linky, výkon, příslušnost k vozovně, typ služby, příp. i jiné parametry mají-li vliv),
- všechny řidiče vč. jejich osobních čísel, zařazení do turnusů a pořadí v těchto turnusech, přiřazení k vozovám, záznamů o jejich práci v dnech minulých a plánů na dny následující,
- záznamy o pracovní neschopnosti, plány dovolené, požadavky řidičů na práci z volna a další informace mající vliv na přidělování služeb,
- pravidla pro přidělování služeb, kterými jsou právní řád a další závazné dokumenty,
- sjednané režimy práce u jednotlivých řidičů (rozsah úvazku, pracovní dny).

Při takto stanovené úrovni podrobnosti lze později získat potřebná vstupní data pro určení prvků modelu (kapitola 1.4.2) a posuzovat splnění daných kritérií (kapitoly 1.4.4 a 1.4.5).

1.4.2 Určení prvků modelu a jeho okolí

Na zvolené rozlišovací hladině budou prvky modelu:

- všechny služby v daném dni k obsazení vč. jejich parametrů jako prvky s_j množiny S ,
- všechny řidiče, jimž má být v daném dni služba přidělena, vč. jejich parametrů, záznamů a plánů jako prvky r_i množiny R .

Následující součásti se pak budou nacházet v podstatném okolí modelu:

- ostatní služby vč. jejich parametrů,
- ostatní řidiče vč. záznamů o jejich práci v dnech minulých a plánů na dny následující,
- záznamy o pracovní neschopnosti, plány dovolené, požadavky řidičů na práci z volna a další informace mající vliv na přidělování služeb,

¹⁶ Tamtéž.

- pravidla pro přidělování služeb, kterými jsou právní řád, další závazné dokumenty a podmínky dané pracovněprávními vztahy s konkrétními řidiči (např. rozsah pracovního úvazku).

1.4.3 Přiřazení funkcí prvkům modelu

Funkce prvků modelu jsou následující:

- u řidičů je to zpravidla vedení dopravního prostředku po dopravní cestě dle daného jízdního řádu, resp. dle určené služby,
- u služeb je to rozvržení práce za účelem pokrytí výkonů vlaků na linkách.¹⁷

V systémech se mohou vyskytovat služby předem neurčené (záložní¹⁸) nebo např. klouzavá volna, přičemž tyto fiktivní služby nejsou uvažovány k přidělení. V modelech je tedy vhodné tuto odlišnou funkci prvků evidovat a zjišťovat v následující fázi (kapitola 1.4.4) přidělitelnost služeb tak, aby nebyly řidičům tyto fiktivní služby přidělovány. Svůj význam mají tyto služby v dlouhodobějším horizontu, ale nikoliv při tvorbě konečné sestavy obsazení služeb jednotlivým řidiči, kdy naopak právě předem neurčené služby poskytují řidiče pro obsazení zbylých, doposud neobsazených, služeb.

1.4.4 Určení vazeb v systému

Určení vazeb v systému je rozpoznáním jeho struktury.¹⁹ Toto určení vazeb může být provedeno různě, v závislosti na základním hledisku, se kterým je k systému přistupováno. V případě identifikovaného systému je vazba v systému vytvořena mezi takovou dvojicí řidiče a služby, u které je možné přidělení služby řidiči za dodržení všech podmínek stanovených právním řádem, dalšími závaznými dokumenty (pracovní řád, kolektivní smlouva) a pracovním režimem daného řidiče. Necht' jsou tyto vazby prvky h_{ij} množiny H .

1.4.5 Parametrizace vazeb

Parametrizací vytvořených vazeb je vyjádřena vhodnost přidělení služby řidiči, odpovídající této vazbě. V praxi není tato vhodnost nijak kvantifikována a není s ní v počítačových modelech počítáno. K rozhodování o přidělení služeb dle této vhodnosti, která závisí na více kritériích, což celý proces znesnadňuje, dochází mechanicky, případně metodami pokus–omyl nebo

¹⁷ Výjimkami mohou být některé typy služeb (např. zálohy).

¹⁸ Terminologie se v podmínkách různých dopravních podniků liší. V rámci DPMB je tento typ služeb označen jako *předem neurčená služba*.

¹⁹ DUDORKIN, Jiří. *Systémové inženýrství a rozhodování*. Vyd. 4. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. ISBN 80-010-2737-6.

porovnáním jednotlivých variant obsazení služeb a do značné míry závisí na schopnostech pracovníka provádějícího přiděl služeb. Pro optimalizaci přidělení služeb je nutné tuto vhodnost kvantifikovat.

Vzhledem k tomu, že účelem optimalizace řešené části systému přidělování služeb není snížení provozních nákladů, nýbrž zvýšení efektivnosti přidělu služeb díky použití optimalizačního modelu jako pomůcky pro co nejlepší obsazení služeb, nejsou pro parametrizaci vazeb uvažovány peněžní jednotky, nýbrž body a problematika jejich určení dle kritérií s různými vahami je řešena na základě pravidel bodovací metody vícekriteriálního rozhodování. Peněžní jednotky by byly vhodné například pro vyjádření vhodnosti dle kritéria minimalizace přesčasové práce, která je pak řidičům proplácena s příplatky. Protože však převládají kritéria, která nelze vyjádřit peněžně vůbec nebo by toto vyjádření bylo příliš obtížné, bude vhodnost vyjádřena univerzální bodovou hodnotou.

Necht' jsou dána kritéria, na jejichž základě je posuzována vhodnost přidělení služby řidiči, a tím i velikost sazeb, resp. ohodnocení vazeb. Tato kritéria lze vedle povinných kritérií posuzovaných v rámci určení vazeb v systému (kapitola 1.4.4) považovat za další volitelná kritéria s různými vahami dle jejich významnosti. V odlišných podmínkách různých systémů nemusí být tato kritéria totožná nebo mohou být jinak významná.

Významnost kritérií bude stanovena bodovací metodou vícekriteriálního hodnocení využívající váhy, při níž hodnotitel přiřazuje jednotlivým variantám, v tomto případě kritériím l , určitou bodovou hodnotu $b_l \in N$. Čím vyšší je tato hodnota, o to významnější je dané kritérium, jehož váha je pak určena dle vzorce 1. Součet vah všech kritérií je vždy 1.²⁰

$$v_l = \frac{b_l}{\sum_{l=1}^k b_l} \quad [-] \quad (1)$$

kde:

v_l váha kritéria l [-]

b_l významnost kritéria l [bod]

k celkový počet kritérií [-]

Většina kritérií je při přidělování služeb zpravidla binární. Pokud jsou všechna tato kritéria binární, přičemž v rámci této práce jsou dále všechna kritéria považována za binární, je vhodné sazby, resp. hodnoty ohodnocení vazeb, vynásobit 100, a to z praktického důvodu lepší

²⁰ SEKNIČKOVÁ, Jana. *Vícekriteriální hodnocení variant – VHV* [online]. Praha [cit. 2021-6-13]. Dostupné z: <http://jana.kalcev.cz/vyuka/kestazeni/EKO422-Vahy.pdf>

srozumitelnosti a čitelnosti hodnot v matici, které by jinak ležely v intervalu $\langle 0; 1 \rangle$.

Nechť v případě identifikovaného systému je ohodnocením vazby h_{ij} konstanta c_{ij} vyjádřená jako prvek matice \mathbf{C} a určená na základě daných kritérií dle vzorce 2 zahrnujícího úpravu zmíněnou v předchozím odstavci.

$$c_{ij} = \left(\sum_{l=1}^k v_l a_l \right) \cdot 100 \quad [\text{bod}] \quad (2)$$

kde:

c_{ij} ohodnocení vazby $r_i \rightarrow s_j$ [bod]

v_l váha kritéria l [-]

a_l binární proměnná vyjadřující splnění kritéria l [-]

Proměnná a_l , pro kterou platí $a_l \in \{0; 1\}$, vyjadřuje, zda je u hodnocené kombinace řidiče r_i a služby s_j kritérium l splněno ($a_l = 1$), nebo není ($a_l = 0$). Získaná bodová hodnota je sumou bodových hodnot všech splněných kritérií.

Těmito kritérii mohou být například:

- vhodná délka služby, resp. její výkon, pro zabránění podvýkonů a nadvýkonů,
- příslušnost služby ke stejné vozovně, ke které je řidič přidělen,²¹
- příslušnost služby ke stejnému turnusu, ke kterému je řidič přidělen,
- stejný typ služby jako ve dni předcházejícím nebo dni nadcházejícím,
- rovnoměrnost délek odpočinku mezi jednotlivými službami.

1.4.6 Určení cílového chování

Cílovým chováním systému je takové obsazení každé služby jedním řidičem, je-li to možné (pokud není, zůstává služba i po optimalizaci neobsazená), při kterém je maximalizována účelová funkce vyjádřená vzorcem 3.

²¹ Platí pro systémy, které nejsou dekomponované dle vozoven a řidičům mohou být přidělovány služby z kterýchkoli vozoven.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad [\text{bod}] \quad (3)$$

kde:

m počet řidičů [-]

n počet služeb [-]

c_{ij} ohodnocení vazby $r_i \rightarrow s_j$ [bod]

x_{ij} binární proměnná vyjadřující přidělení služby [-]

Proměnná x_{ij} , která je prvkem matice \mathbf{X} a pro kterou platí $x_{ij} \in \{0; 1\}$, vyjadřuje, zda je řidiči r_i přidělena služba s_j pro $x_{ij} = 1$, nebo není přidělena pro $x_{ij} = 0$.

2 Potenciál využití úloh lineárního programování

Cílem této kapitoly je analyzovat využití jednotlivých typů úloh lineárního programování v oblasti přidělování služeb řidičům v městské hromadné dopravě, resp. těch typů úloh, které lze ve zmíněné oblasti použít a najít způsob, jak lineární programování využít v řešeném tématu. Kapitola ve svém úvodu definuje postavení lineárního programování v rámci operačního výzkumu a dále v jednotlivých podkapitolách analyzuje jednotlivé typy úloh na základě teoretického úvodu nejen k samotným úlohám, ale i k metodám jejich řešení a následně i na základě modelového příkladu přidělování služeb řidičům.



Obrázek 3 Diagram součástí operačního výzkumu
Zdroj: autor

Metody operačního výzkumu pomáhají řešit rozhodovací situace v praxi pomocí exaktních matematických postupů. Sestavením modelů dochází vždy k záměrnému zjednodušení skutečnosti, přesto poskytují metody operačního výzkumu obstojnou aproximaci optimálního řešení. Lineární programování bylo první součástí operačního výzkumu již v době, kdy tento výzkum sloužil armádním účelům. Nyní, zejména díky rozmachu výpočetní techniky, je tato, ale i další součásti operačního výzkumu, používána v nejrůznějších odvětvích lidské činnosti.²² Postavení lineárního programování v rámci operačního výzkumu je znázorněno na diagramu součástí operačního výzkumu (Obrázek 3).

²² LINDA, Bohdan a Josef VOLEK. *Lineární programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2008. ISBN 978-80-7395-133-7.

Lineární programování zahrnuje řešení těchto dílčích úloh, resp. problémů (vzhledem k nejednotnosti používané terminologie v literatuře jsou uvedena ekvivalentní označení jednotlivých úloh, resp. problémů)²³:

- úloha o výrobním programu (problém skladby sortimentu),
- směšovací problém (problém směsí),
- úloha o dělení materiálu (řezný problém),
- investiční strategie,
- dopravní úloha (dopravní problém),²⁴
- přiřazovací problém.²⁵

V mnohých případech je požadováno, aby proměnné byly celočíselné. Taková situace může nastat např. při řešení přiřazovací úlohy nebo úloh, kdy dochází k rozhodování o realizaci možností, kdy výsledkem mohou být pouze dvě možnosti, tj. realizovat (ano) a nerealizovat (ne). Celočíselné programování, které se zabývá modely, u nichž je požadováno, aby alespoň jedna proměnná byla celočíselná, rozlišuje dva typy modelů – ryze celočíselné modely, ve kterých je podmínkou, aby všechny proměnné byly celočíselné, a smíšené celočíselné modely, u kterých musí být jen některé proměnné celočíselné. Zvláštním případem jsou binární, resp. bivalentní úlohy, u nichž proměnné nabývají pouze hodnot 0 nebo 1.²⁶ Vzhledem k charakteru přidělování služeb řidičům v MHD, při kterém dochází ke dvoustavovému rozhodování, zda službu přidělit, nebo nepřidělit, lze předpokládat možné využití metod celočíselného programování pro řešení problémů v této oblasti.

Problém obsazení služeb řidiči lze řešit jako úlohu párování maximální váhy a přiřazovací problém. Tyto úlohy lineárního programování byly vybrány na základě podobnosti svých charakteristik k bližší analýze v následujících podkapitolách, jejíž součástí je ukázka úloh a metod jejich řešení na modelovém příkladu, který je pro názornější porovnání jednotlivých

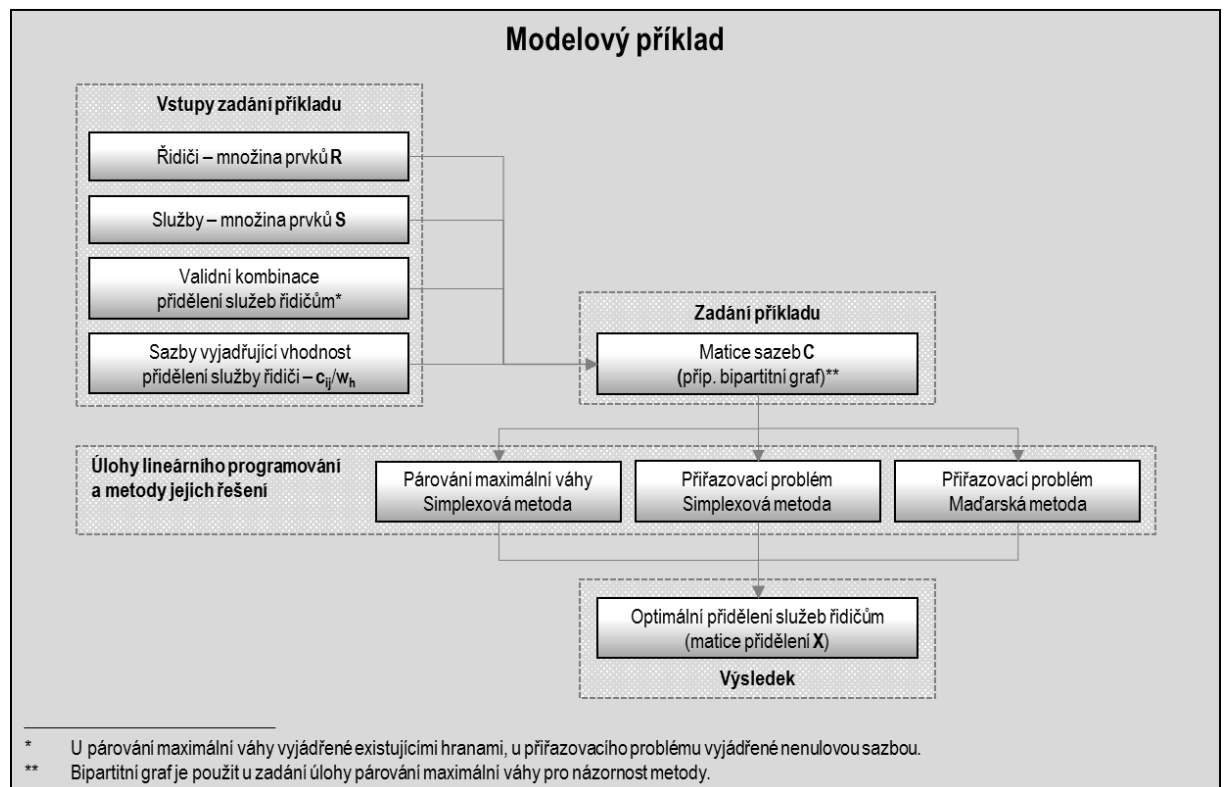
²³ Tamtéž.

²⁴ Jednotlivými prostředky pro řešení dopravní úlohy, resp. dopravního problému jsou metoda severozápadního rohu, indexní metoda, Vogelova aproximační metoda a Dantzigova optimalizační metoda.

²⁵ Pro řešení přiřazovacího problému je využívána simplexová metoda, metody pro výpočet dopravní úlohy a maďarská metoda.

²⁶ KREJČÍ, Jan. Celočíselné programování. In: *Web: Ing. Mgr. Jan Krejčí, učo 208057* [online]. Brno: Masarykova univerzita, 26. 1. 2019, s. 3 [cit. 2020-12-02]. Dostupné z: <https://is.muni.cz/www/jkrejci/CP.pdf>

metod v rámci této kapitoly zvolen jako totožný. Práce s tímto modelovým příkladem je znázorněna v příslušném diagramu (Obrázek 4).



Obrázek 4 Diagram práce s modelovým příkladem
Zdroj: autor

Pro řešení úlohy lineárního programování je nutné sestavit praxi odpovídající matematický model. Vytvoření tohoto modelu je podrobně popsáno v kapitole 1.4. V rámci této kapitoly je pro analýzu jednotlivých matematických metod využít již sestavený matematický model, a to bez podrobného popisu postupu jeho sestavení, který však odpovídá postupu blíže specifikovaného právě v kapitole 1.4. Přesto je vhodné uvést základní vlastnosti úloh přidělování služeb řidičům, kterými jsou:

- ekvivalence termínů – zařízení reprezentují řidiče a operace reprezentují služby,
- každodennost použití algoritmu – přidělování služeb řidičům probíhá na každý den zvlášť,
- v rámci jednoho dne může být každému řidiči přidělena právě jedna služba a každá služba může být přidělena právě jednomu řidiči,²⁷

²⁷ V matematickém modelu může být tato vlastnost vyjádřena neostrou nerovností, která v kombinaci s jinými omezujícími podmínkami povoluje pouze stavy 0 (služba nepřidělena) a 1 (služba přidělena).

- v rámci jednoho dne mohou být u každého řidiče uvažovány k přidělení pouze takové služby, jejichž přidělením by nedošlo k porušení právního řádu, dalších závazných dokumentů, podmínek daného dopravního podniku a konkrétního pracovněprávního vztahu, resp. sjednaného režimu práce řidiče,
- vhodnost přidělení služby jednotlivým řidičům je vyjádřeno sazbami²⁸, příp. ohodnocením příslušných hran grafu.

2.1 Párování maximální váhy

Párování maximální váhy je metoda celočíselného programování v literatuře aplikovaná na problém obsazení několika pracovních míst v podniku zaměstnanci, přičemž každý z nich se na různé pozice hodí více, či méně, nebo jím daná pozice nemůže být obsazena vůbec, a snaha je dosáhnout optimálního řešení s maximalizací vhodnosti obsazení jednotlivých pracovních míst.²⁹ K podobné situaci dochází i při přidělování služeb řidičům v MHD. Namísto přidělování zaměstnanců na jednotlivá pracovní místa jsou přidělovány řidičům služby, a to zpravidla každý den zvlášť, přičemž je rovněž uvažována odlišná vhodnost přidělení jednotlivých služeb různým řidičům a také může docházet k situaci, kdy danou službu některým řidičům přidělit nelze, tj. nejedná se o úplný bipartitní graf, který je popsán níže. Dalším možným použitím úlohy párování maximální váhy je v teorii rozvrhování při úlohách o rezervačním systému.

Modelovou situaci lze interpretovat jako bipartitní graf, což je graf, jehož vrcholy lze rozdělit na dvě skupiny, přičemž hrany spojují pouze vrcholy rozdílných skupin.³⁰ Jedná se o přesah problému do teorie grafů. Pro jeho snazší pochopení je však vhodné tento graf sestavit. Jeho vlastnosti lze rovněž vyjádřit vzorci 4 a 5.³¹

²⁸ Pro vyjádření vhodnosti přidělení služeb jednotlivým řidičům je zavedeno bodové hodnocení. Jednotkami sazeb jsou body. Princip bodového systému je specifikován v kapitole 1.4.5.

²⁹ MATOUŠEK, Jiří. *Lineární programování: Úvod do problematiky* [online]. 27. 6. 2006, s. 110 [cit. 2020-12-28]. Dostupné z: <https://iti.mff.cuni.cz/series/2006/311.pdf>

³⁰ JIROVSKÝ, Lukáš. *Základní pojmy: Bipartitní graf. Teorie grafů* [online]. Praha: Univerzita Karlova, 2010 [cit. 2020-12-28]. Dostupné z: <https://teorie-grafu.cz/zakladni-pojmy/bipartitni-graf.php>

³¹ Bipartitní grafy a párování. *Univerzitní informační systém Mendelovy univerzity v Brně* [online]. Brno: Mendelova univerzita v Brně [cit. 2020-12-28]. Dostupné z: https://is.mendelu.cz/eknihovna/opory/zobraz_cast.pl?cast=19942;

$$V = R \cup S; R \cap S = \emptyset \quad (4)$$

$$\forall h \in H: f(h) \in ((R \times S) \cup (S \times R)). \quad (5)$$

kde:

V množina všech vrcholů grafu

R množina vrcholů představujících řidiče

S množina vrcholů představujících služby

h hrana vyjadřující validní možnost přidělení služeb

H množina všech hran grafu

Příklad bipartitního grafu je součástí zadání modelového příkladu (Obrázek 5). Úplným bipartitním grafem je pak takový graf, jehož každé dva vrcholy z různých podmnožin jsou spojeny právě jednou hranou.³²

Na základě výše zmíněných informací o úloze párování maximální váhy lze sestavit matematický model (Tabulka 1).

Tabulka 1 Matematický model úlohy párování maximální váhy

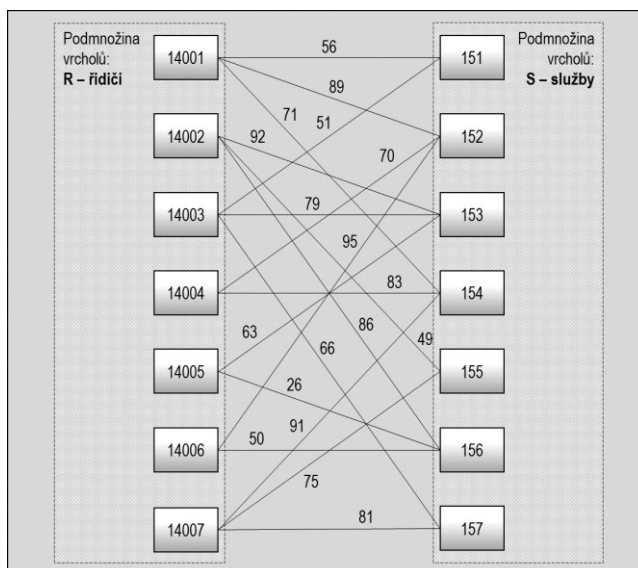
Účelová funkce (maximalizace)	$\sum_{h \in H} w_h x_h$
Omezující podmínky	$\forall v \in V: \sum_{h \in H: v \in h} x_h = 1$ $x_h \in \{0; 1\}$
Vlastnosti	Množina vrcholů V obsahuje všechny vrcholy v grafu. Množina hran H obsahuje všechny hrany h grafu. Proměnná x_h vyjadřuje zařazení hrany h do výsledného párování. Konstanta w_h vyjadřuje ohodnocení hrany h grafu. ³³

Zdroj: MATOUŠEK, Jiří. *Lineární programování: Úvod do problematiky* [online]. 27. 6. 2006, s. 110 [cit. 2020-12-28]. Dostupné z: <https://iti.mff.cuni.cz/series/2006/311.pdf>

Úlohu párování maximální váhy lze řešit jako úlohu celočíselného programování s využitím simplexové metody, jejíž algoritmus je blíže specifikován v příloze B. Při řešení modelového příkladu jako úlohy párování maximální váhy pomocí simplexové metody bude využit doplněk Řešitel aplikace Microsoft (MS) Excel, přestože není zaručena jeho vyšší přesnost než při ručním řešení, je jeho odchylka nepravděpodobná, v případě jejího výskytu zpravidla zanedbatelná.

³² Tamtéž.

³³ Ekvivalentní označení konstanty c_{ij} .



Obrázek 5 Bipartitní graf modelového příkladu úlohy přidělování služeb řidičům
Zdroj: autor

Zadání úlohy: Za dodržení všech podmínek přidělování služeb řidičům mají být řidičům os. č. 14001–14007 přiděleny služby č. 151–157. Vhodnost přidělení služeb jednotlivým řidičům je vyjádřena ohodnocením hran bipartitního grafu (Obrázek 5).

Postup řešení je následující:

- převod grafu na zadání úlohy pro řešení simplexovou metodou (Tabulka 2),
- sestavení matematického modelu v MS Excel (Obrázek 6),
- nastavení doplňku Řešitel (Obrázek 7),
- vyřešená úloha po použití doplňku Řešitel (Obrázek 8).

Tabulka 2 Převod grafu na zadání úlohy pro řešení simplexovou metodou

Účelová funkce (maximalizace)	$\max 56x_{01} + 89x_{02} + 71x_{03} + 92x_{04} + 49x_{05} + 86x_{06} + 51x_{07} + 79x_{08} + 66x_{09} + 70x_{10} + 83x_{11} + 63x_{12} + 26x_{13} + 95x_{14} + 50x_{15} + 91x_{16} + 75x_{17} + 81x_{18}$
Omezující podmínky	$\begin{aligned} x_{01} + x_{02} + x_{03} &\leq 1 & x_{01} + x_{07} &\leq 1 \\ x_{04} + x_{05} + x_{06} &\leq 1 & x_{02} + x_{10} + x_{14} &\leq 1 \\ x_{07} + x_{08} + x_{09} &\leq 1 & x_{04} + x_{08} + x_{12} &\leq 1 \\ x_{10} + x_{11} &\leq 1 & x_{03} + x_{11} + x_{16} &\leq 1 \\ x_{12} + x_{13} &\leq 1 & x_{05} + x_{17} &\leq 1 \\ x_{14} + x_{15} &\leq 1 & x_{06} + x_{13} + x_{15} &\leq 1 \\ x_{16} + x_{17} + x_{18} &\leq 1 & x_{09} + x_{18} &\leq 1 \\ x_h &\in \{0; 1\} \end{aligned}$

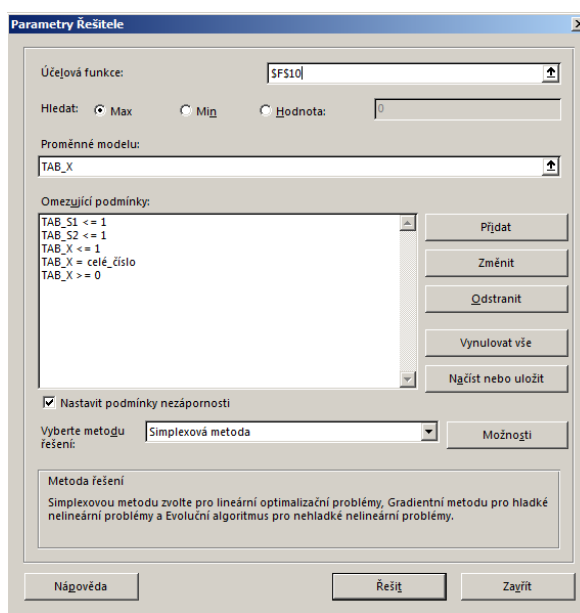
Zdroj: autor

r	14001	14001	14001	14002	14002	14002	14003	14003	14003	14004	14004	14005	14005	14006	14006	14007	14007	14007
s	151	152	154	153	155	156	151	153	157	152	154	153	156	152	156	154	155	157
h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
w _h	56	89	71	92	49	86	51	79	66	70	83	63	26	95	50	91	75	81
x _h	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SUMIF(R;r _h ;X)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SUMIF(S;s _h ;X)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Účelová funkce - SUMA(X*W)	0
Proměnné modelu - X	
Omezující podmínky	
S1 <= 1; S2 <= 1	
0 <= X <= 1; X = celé číslo	

Oblast buněk R	Oblast buněk X
Oblast buněk S	Oblast buněk S1
Oblast buněk W	Oblast buněk S2

Obrázek 6 Sestavení matematického modelu párování maximální váhy v MS Excel
Zdroj: autor



Obrázek 7 Nastavení doplňku Řešitel
Zdroj: autor

r	14001	14001	14001	14002	14002	14002	14003	14003	14003	14004	14004	14005	14005	14006	14006	14007	14007	14007
s	151	152	154	153	155	156	151	153	157	152	154	153	156	152	156	154	155	157
h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
w _h	56	89	71	92	49	86	51	79	66	70	83	63	26	95	50	91	75	81
x _h	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
SUMIF(R;r _h ;X)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SUMIF(S;s _h ;X)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Účelová funkce - SUMA(X*W)	524
Proměnné modelu - X	
Omezující podmínky	
S1 <= 1; S2 <= 1	
0 <= X <= 1; X = celé číslo	

Oblast buněk R	Oblast buněk X
Oblast buněk S	Oblast buněk S1
Oblast buněk W	Oblast buněk S2

Obrázek 8 Vyřešená úloha párování maximální váhy v MS Excel
Zdroj: autor

Výsledkem je takové přidělení služeb řidičům, kterému odpovídají hrany grafu $h \in H$, jejichž proměnná $x_h = 1$. Touto metodou bylo dosaženo celkového ohodnocení výsledného přidělení služeb ve výši 524 bodů.

2.2 Přiřazovací problém

Řešením přiřazovacího problému je přiřazení operací O_1, O_2, \dots, O_m jednotlivým zařízením Z_1, Z_2, \dots, Z_m při nákladech na vykonání operace O_i na zařízení Z_j vyjádřených jako c_{ij} tak, aby celkové náklady přiřazení byly minimální, za podmínky, že každou operaci bude vykonávat právě jedno zařízení.³⁴ Formulace úlohy přiřazovacího problému je uvedena v následující tabulce (Tabulka 3).³⁵

Tabulka 3 Matematický model úlohy přiřazovacího problému

Účelová funkce (minimalizujte)	$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}$
Omezující podmínky	$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m$ $\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, m$ $x_{ij} \geq 0$
Číselný obor	$c_{ij} \in \mathbb{R}$
Vlastnosti	Konstanta c_{ij} je cenou přiřazení $i \rightarrow j$. Matice $\mathbf{C} = (c_{ij})$ je maticí sazeb (typu $m \times m$). Přípustným řešením je libovolná m -tice prvků matice \mathbf{C} , ze kterých žádné dva neleží v jednom řádku ani v jednom sloupci této matice. Součet prvků tvořících přípustné řešení přiřazovacího problému je cenou tohoto řešení.

Zdroj: LINDA, Bohdan a Josef VOLEK. *Lineární programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2008. ISBN 978-80-7395-133-7.

Tuto úlohu lze zapsat, obdobně jako dopravní úlohu, do tabulky (Tabulka 4), přičemž³⁶:

- cena přiřazení c_{ij} odpovídá jednotkovým přepravním nákladům u dopravní úlohy,
- údaje, které u dopravní úlohy odpovídají kapacitám dodavatelů a požadavkům spotřebitelů, nejsou u přiřazovacího problému zastoupeny, neboť nabývají pouze hodnoty 1, což vyjadřuje skutečnost, že jednu operaci může vykonávat právě jedno

³⁴ BRÁZDOVÁ, Markéta a Josef VOLEK. *Řešené úlohy lineárního programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011. ISBN 978-80-7395-361-4.

³⁵ Definice v literatuře uvádí stejný počet operací i zařízení. Nastane-li situace, kdy jsou tyto počty odlišné, je nutné počítat s tím, že v optimálním řešení nemohou být pokryty všechny prvky modelu.

³⁶ BRÁZDOVÁ, Markéta a Josef VOLEK. *Řešené úlohy lineárního programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011. ISBN 978-80-7395-361-4.

zařízení a každému zařízení může být přiřazena právě jedna operace, přičemž je nutné toto vyjádřit omezujícími podmínkami,

- proměnná x_{ij} může nabývat pouze hodnot 0 a 1 v závislosti na tom, zda je danému stroji operace přidělena nebo ne, a proto lze tuto úlohu zapsat zjednodušeně bez hodnot proměnné x_{ij} nebo pouze pomocí matice sazeb.

Tabulka 4 Zápis přiřazovacího problému (analogie s dopravní úlohou)

Zjednodušené zadání maticí sazeb $C = \begin{pmatrix} c_{11} & \dots & c_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \dots & c_{mm} \end{pmatrix}$		Zařízení			
		Z_1	Z_2	...	Z_m
Operace	O_1	x_{11} c_{11}	x_{12} c_{12}	...	x_{1m} c_{1m}
	O_2	x_{21} c_{21}	x_{22} c_{22}	...	x_{2m} c_{2m}

	O_m	x_{m1} c_{m1}	x_{m2} c_{m2}	...	x_{mm} c_{mm}

Zdroj: BRÁZDOVÁ, Markéta a Josef VOLEK. *Řešené úlohy lineárního programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011. ISBN 978-80-7395-361-4.

V některých případech je požadováno, aby účelová funkce byla maximalizována, což vyžaduje převod úlohy na minimalizační. Toho je docíleno záměnou matice $C = (c_{ij})$ maticí $C^* = (-c_{ij})$, v případě potřeby nezáporných prvků $C^* = (c_{ij}^*)$, přičemž jednotlivé prvky jsou pro proměnné $i, j = 1, 2, \dots, m$ vytvořeny pomocí vzorce 6, který je již částečně přizpůsoben řešené úloze přidělování služeb (jako jednotky jsou užity body namísto peněžních jednotek).³⁷

$$c_{ij}^* = \max_{i \in I; j \in J} c_{ij} - c_{ij} \quad [\text{bod}] \quad (6)$$

kde:

c_{ij}^* nová cena přiřazení $i \in I \rightarrow j \in J$ v minimalizační úloze [bod]

c_{ij} původní cena přiřazení $i \in I \rightarrow j \in J$ v maximalizační úloze [bod]

I množina operací (resp. řidičů)

J množina zařízení (resp. služeb)

Tímto převodem je získána totožná optimální permutace. Úlohu přiřazovacího problému tak lze považovat vždy za minimalizační, a to v případě potřeby maximalizace.³⁸ Na základě předpokladu uvedeného v úvodu této kapitoly, že ohodnocením hrany grafu, kterým lze úlohu interpretovat, je vhodnost přidělení služeb jednotlivým řidičům, vyplývá, že bude nutné tento

³⁷ Tamtéž.

³⁸ Tamtéž.

převod aplikovat, neboť cílem je maximalizace součtu ohodnocení ve výsledné sestavě přidělení služeb.

Přiřazovací problém je možné řešit několika metodami, kterými jsou:

- simplexová metoda,
- metoda pro výpočet dopravní úlohy,
- maďarská metoda řešení přiřazovacího problému,

přičemž většina literatury uvádí pouze poslední zmíněnou metodu. Simplexovou metodou lze však problém snadno řešit s využitím výpočetní techniky (např. pomocí doplňků MS Excel – Řešitel nebo OpenSolver). Následující podkapitoly se proto věnují řešení přiřazovacího problému pomocí simplexové metody (kapitola 2.2.1) a maďarské metody (kapitola 2.2.2).

2.2.1 Simplexová metoda

Jedno z možných řešení přiřazovacího problému je pomocí simplexové metody, jejíž algoritmus je blíže specifikován v příloze B. Při řešení modelové úlohy přiřazovacího problému pomocí simplexové metody bude využit doplněk Řešitel aplikace MS Excel stejně jako u příkladu párování maximální váhy, přestože není zaručena jeho vyšší přesnost než při ručním řešení, je jeho odchylka nepravděpodobná, v případě jejího výskytu zpravidla zanedbatelná.

Zadání úlohy: Za dodržení všech podmínek přidělování služeb řidičům mají být řidičům os. č. 14001–14007 přiděleny služby č. 151–157. Vhodnost přidělení služeb jednotlivým řidičům je vyjádřena následující maticí, v níž jsou řidiči vyjádřeny řádky a služby sloupci. Nuly pak vyjadřují skutečnost, že danou službu nelze určitému řidiči přidělit.

$$C = \begin{pmatrix} 56 & 89 & 0 & 71 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 92 & 0 & 49 & 86 & 0 \\ 51 & 0 & 79 & 0 & 0 & 0 & 66 \\ 0 & 70 & 0 & 83 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 63 & 0 & 0 & 26 & 0 \\ 0 & 95 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 91 & 75 & 0 & 81 \end{pmatrix}$$

Postup řešení je následující:

- sestavení matematického modelu v MS Excel (Obrázek 9),
- nastavení doplňku Řešitel (Obrázek 10),
- vyřešená úloha po použití doplňku Řešitel (Obrázek 11).

C		Oblast buněk C						
		Služby						
		151	152	153	154	155	156	157
Řidiči	14001	56	89	0	71	0	0	0
	14002	0	0	92	0	49	86	0
	14003	51	0	79	0	0	0	66
	14004	0	70	0	83	0	0	0
	14005	0	0	63	0	0	26	0
	14006	0	95	0	0	0	50	0
	14007	0	0	0	91	75	0	81
Σ		0	0	0	0	0	0	0

Účelová funkce - SUMA(X*C)	0
----------------------------	---

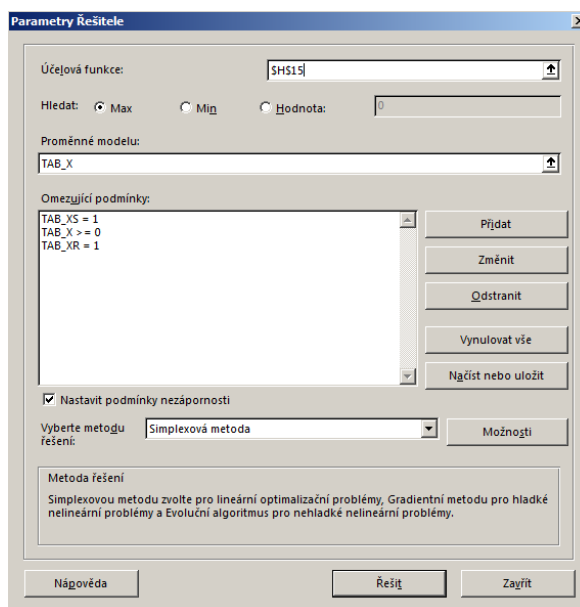
Proměnné modelu - X	
Omezující podmínky	
XR = 1; XS = 1	
X >= 0	

X		Oblast buněk X						
		Služby						
		151	152	153	154	155	156	157
Řidiči	14001	0	0	0	0	0	0	0
	14002	0	0	0	0	0	0	0
	14003	0	0	0	0	0	0	0
	14004	0	0	0	0	0	0	0
	14005	0	0	0	0	0	0	0
	14006	0	0	0	0	0	0	0
	14007	0	0	0	0	0	0	0
Σ		0	0	0	0	0	0	0

Oblast buněk XR	
-----------------	--

Oblast buněk XS	
-----------------	--

Obrázek 9 Sestavení matematického modelu přiřazovacího problému v MS Excel
Zdroj: autor



Obrázek 10 Nastavení doplňku Řešitel
Zdroj: autor

C		Oblast buněk C						
		Služby						
		151	152	153	154	155	156	157
Řidiči	14001	56	89	0	71	0	0	0
	14002	0	0	92	0	49	86	0
	14003	51	0	79	0	0	0	66
	14004	0	70	0	83	0	0	0
	14005	0	0	63	0	0	26	0
	14006	0	95	0	0	0	50	0
	14007	0	0	0	91	75	0	81
Σ		1	1	1	1	1	1	1

X		Oblast buněk X							Σ
		Služby							
		151	152	153	154	155	156	157	
Řidiči	14001	1	0	0	0	0	0	0	1
	14002	0	0	0	0	0	1	0	1
	14003	0	0	0	0	0	0	1	1
	14004	0	0	0	1	0	0	0	1
	14005	0	0	1	0	0	0	0	1
	14006	0	1	0	0	0	0	0	1
	14007	0	0	0	0	1	0	0	1
Σ		1	1	1	1	1	1	1	

Účelová funkce - SUMA(X*C)	524
----------------------------	-----

Proměnné modelu - X
Omezující podmínky
XR = 1; XS = 1
X >= 0

Obrázek 11 Vyřešená úloha přiřazovacího problému v MS Excel
Zdroj: autor

Výsledkem je matice **X** přidělení služeb jednotlivým řidičům, přičemž každému řidiči je přidělena taková služba, v jejímž sloupci je uvedena číslice 1. Touto metodou bylo dosaženo celkového ohodnocení výsledného přidělení služeb ve výši 524 bodů.

2.2.2 Maďarská metoda

Maďarská metoda poskytuje dle literatury efektivnější řešení z hlediska nároků na řešení než simplexová metoda a metoda pro výpočet dopravní úlohy. Předpoklady pro její provedení jsou³⁹:

- matice C obsahuje pouze nezáporné prvky,
- jestliže je k libovolnému řádku, příp. sloupci, matice C přičtena libovolná konstanta, optimální přiřazení úlohy se nezmění, přičemž cena tohoto řešení se změní o tuto konstantu.

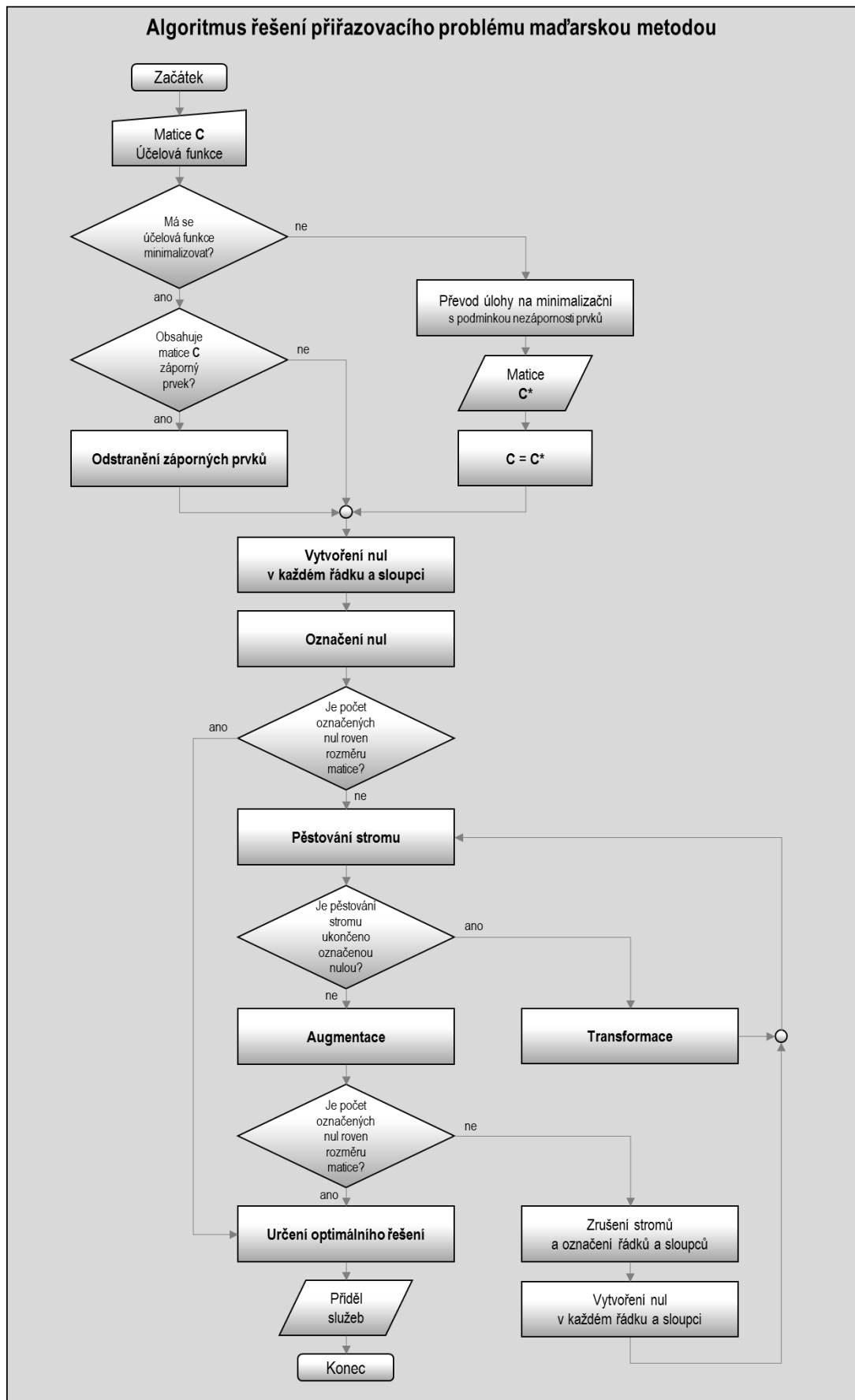
Algoritmus maďarské metody, který je podrobněji popsán v příloze C, probíhá v následujících krocích⁴⁰:

- odstranění záporných prvků v matici,
- vytvoření nul v každém řádku a sloupci,
- označení nul,
- pěstování stromu,
- transformace,
- augmentace,
- určení optimálního řešení.

Algoritmus použití maďarské metody na řešení přiřazovacího problému je rovněž prezentován pomocí zjednodušeného vývojového diagramu (Obrázek 12). Jeho zjednodušení spočívá v uvedení kroků algoritmu (v grafu zvýrazněných tučným písmem) pouze formou samostatných příkazů, přičemž dílčí postupy prováděné v rámci jednoho kroku jsou uvedeny v příloze C.

³⁹ Tamtéž.

⁴⁰ Tamtéž.



Obrázek 12 Vývojový diagram řešení přiřazovacího problému maďarskou metodou
Zdroj: autor

Zadání úlohy: *Za dodržení všech podmínek přidělování služeb řidičům mají být řidičům os. č. 14001–14007 přiděleny služby č. 151–157. Vhodnost přidělení služeb jednotlivým řidičům je vyjádřena následující maticí C načtenou v prvním kroku algoritmu, v níž jsou řidiči vyjádřeny řádky a služby sloupci. Nuly pak vyjadřují skutečnost, že danou službu nelze určitému řidiči přidělit.*

Postup řešení je následující⁴¹:

- úprava matice pro použití maďarské metody (Tabulka 5),
- pěstování stromu I. (Tabulka 6),
- pěstování stromu II. (Tabulka 7),
- pěstování stromu III. (Tabulka 8),
- určení optimálního řešení (Tabulka 9).

⁴¹ Pro lepší přehlednost postupu řešení bylo zvoleno uspořádání do tabulek dle jednotlivých jeho částí.

Tabulka 5 Úprava matice pro použití maďarské metody

<p>Zadání výchozí matice a účelové funkce</p>	<p>Výchozí matice</p> $C = \begin{pmatrix} 56 & 89 & 0 & 71 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 92 & 0 & 49 & 86 & 0 \\ 51 & 0 & 79 & 0 & 0 & 0 & 66 \\ 0 & 70 & 0 & 83 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 63 & 0 & 0 & 26 & 0 \\ 0 & 95 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 91 & 75 & 0 & 81 \end{pmatrix}$ <p>Účelová funkce</p> $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m c_{ij}x_{ij}$
<p>Převod úlohy na minimalizační</p>	<p>Cílem je maximalizovat celkovou vhodnost přidělení služeb jednotlivým řidičům. Úlohu je nutné pro použití maďarské metody převést na minimalizační, a to s podmínkou nezápornosti prvků.</p> $C^* = \begin{pmatrix} 39 & 6 & 95 & 24 & 95 & 95 & 95 \\ 95 & 95 & 3 & 95 & 46 & 9 & 95 \\ 44 & 95 & 16 & 95 & 95 & 95 & 29 \\ 95 & 25 & 95 & 12 & 95 & 95 & 95 \\ 95 & 95 & 32 & 95 & 95 & 69 & 95 \\ 95 & 0 & 95 & 95 & 95 & 45 & 95 \\ 95 & 95 & 95 & 4 & 20 & 95 & 14 \end{pmatrix}$ <p>Matice C je nahrazena maticí C^*.</p>
<p>Vytvoření nul v každém řádku a sloupci</p>	<p>Od každého řádku matice je odečtena hodnota minimálního prvku. Výsledkem je následující matice.</p> $C = \begin{pmatrix} 33 & 0 & 89 & 18 & 89 & 89 & 89 \\ 92 & 92 & 0 & 92 & 43 & 6 & 92 \\ 28 & 79 & 0 & 79 & 79 & 79 & 13 \\ 83 & 13 & 83 & 0 & 83 & 83 & 83 \\ 63 & 63 & 0 & 63 & 63 & 37 & 63 \\ 95 & 0 & 95 & 95 & 95 & 45 & 95 \\ 91 & 91 & 91 & 0 & 16 & 91 & 10 \end{pmatrix}$ <p>Od každého sloupce je odečtena hodnota minimálního prvku. Výsledkem je následující matice.</p> $C = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 89 & 18 & 73 & 83 & 79 \\ 64 & 92 & 0 & 92 & 27 & 0 & 82 \\ 0 & 79 & 0 & 79 & 63 & 73 & 3 \\ 55 & 13 & 83 & 0 & 67 & 77 & 73 \\ 35 & 63 & 0 & 63 & 47 & 31 & 53 \\ 67 & 0 & 95 & 95 & 79 & 39 & 85 \\ 63 & 91 & 91 & 0 & 0 & 85 & 0 \end{pmatrix}$ <p>Tato matice bude zdrojem pro další práci v prostředí aplikace MS Excel (pro lepší názornost zvýraznění).</p>

Zdroj: autor

Tabulka 6 Pěstování stromu I.

Označení nul	<p>Označení maximálního počtu nul v matici tak, aby žádné dvě označené nuly neležely ve stejném sloupci, resp. řádku.</p> <table border="1" data-bbox="863 327 1182 636"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>89</td><td>18</td><td>73</td><td>83</td><td>79</td></tr> <tr><td>64</td><td>92</td><td>0</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>79</td><td>0</td><td>79</td><td>63</td><td>73</td><td>3</td></tr> <tr><td>55</td><td>13</td><td>83</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>35</td><td>63</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>67</td><td>0</td><td>95</td><td>95</td><td>79</td><td>39</td><td>85</td></tr> <tr><td>63</td><td>91</td><td>91</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <p>Počet označených nul není roven rozměru matice. Je nutné přistoupit ke kroku pěstování stromu.</p>	5	0	89	18	73	83	79	64	92	0	92	27	0	82	0	79	0	79	63	73	3	55	13	83	0	67	77	73	35	63	0	63	47	31	53	67	0	95	95	79	39	85	63	91	91	0	0	85	0																																																																																																		
5	0	89	18	73	83	79																																																																																																																																														
64	92	0	92	27	0	82																																																																																																																																														
0	79	0	79	63	73	3																																																																																																																																														
55	13	83	0	67	77	73																																																																																																																																														
35	63	0	63	47	31	53																																																																																																																																														
67	0	95	95	79	39	85																																																																																																																																														
63	91	91	0	0	85	0																																																																																																																																														
Pěstování stromu	<p>V následujících krocích probíhá tzv. pěstování stromu dle pravidel algoritmu maďarské metody.</p> <table border="1" data-bbox="863 801 1182 1111"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>89</td><td>18</td><td>73</td><td>83</td><td>79</td></tr> <tr><td>64</td><td>92</td><td>0</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>79</td><td>0</td><td>79</td><td>63</td><td>73</td><td>3</td></tr> <tr><td>55</td><td>13</td><td>83</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>35</td><td>63</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>67</td><td>0</td><td>95</td><td>95</td><td>79</td><td>39</td><td>85</td></tr> <tr><td>63</td><td>91</td><td>91</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="863 1126 1182 1435"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>89</td><td>18</td><td>73</td><td>83</td><td>79</td></tr> <tr><td>64</td><td>92</td><td>0</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>79</td><td>0</td><td>79</td><td>63</td><td>73</td><td>3</td></tr> <tr><td>55</td><td>13</td><td>83</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>35</td><td>63</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>67</td><td>0</td><td>95</td><td>95</td><td>79</td><td>39</td><td>85</td></tr> <tr><td>63</td><td>91</td><td>91</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="863 1451 1182 1760"> <tr><td>5</td><td>0</td><td>89</td><td>18</td><td>73</td><td>83</td><td>79</td></tr> <tr><td>64</td><td>92</td><td>0</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>79</td><td>0</td><td>79</td><td>63</td><td>73</td><td>3</td></tr> <tr><td>55</td><td>13</td><td>83</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>35</td><td>63</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>67</td><td>0</td><td>95</td><td>95</td><td>79</td><td>39</td><td>85</td></tr> <tr><td>63</td><td>91</td><td>91</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <p>Byla nalezena jediná větev zakončená označenou nulou. Je nutné přistoupit k transformaci.</p>	5	0	89	18	73	83	79	64	92	0	92	27	0	82	0	79	0	79	63	73	3	55	13	83	0	67	77	73	35	63	0	63	47	31	53	67	0	95	95	79	39	85	63	91	91	0	0	85	0	5	0	89	18	73	83	79	64	92	0	92	27	0	82	0	79	0	79	63	73	3	55	13	83	0	67	77	73	35	63	0	63	47	31	53	67	0	95	95	79	39	85	63	91	91	0	0	85	0	5	0	89	18	73	83	79	64	92	0	92	27	0	82	0	79	0	79	63	73	3	55	13	83	0	67	77	73	35	63	0	63	47	31	53	67	0	95	95	79	39	85	63	91	91	0	0	85	0
5	0	89	18	73	83	79																																																																																																																																														
64	92	0	92	27	0	82																																																																																																																																														
0	79	0	79	63	73	3																																																																																																																																														
55	13	83	0	67	77	73																																																																																																																																														
35	63	0	63	47	31	53																																																																																																																																														
67	0	95	95	79	39	85																																																																																																																																														
63	91	91	0	0	85	0																																																																																																																																														
5	0	89	18	73	83	79																																																																																																																																														
64	92	0	92	27	0	82																																																																																																																																														
0	79	0	79	63	73	3																																																																																																																																														
55	13	83	0	67	77	73																																																																																																																																														
35	63	0	63	47	31	53																																																																																																																																														
67	0	95	95	79	39	85																																																																																																																																														
63	91	91	0	0	85	0																																																																																																																																														
5	0	89	18	73	83	79																																																																																																																																														
64	92	0	92	27	0	82																																																																																																																																														
0	79	0	79	63	73	3																																																																																																																																														
55	13	83	0	67	77	73																																																																																																																																														
35	63	0	63	47	31	53																																																																																																																																														
67	0	95	95	79	39	85																																																																																																																																														
63	91	91	0	0	85	0																																																																																																																																														

Zdroj: autor

Tabulka 7 Pěstování stromu II.

Transformace	<p>Od označených řádků je odečtena hodnota minimálního prvku v těchto řádcích, kterým je $c_{11} = 5$. Stejná hodnota je přičtena k označeným řádkům.</p> <table border="1" data-bbox="863 327 1182 636"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>84</td><td>13</td><td>68</td><td>78</td><td>74</td></tr> <tr><td>64</td><td>97</td><td>0</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>84</td><td>0</td><td>79</td><td>63</td><td>73</td><td>3</td></tr> <tr><td>55</td><td>18</td><td>83</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>35</td><td>68</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>62</td><td>0</td><td>90</td><td>90</td><td>74</td><td>34</td><td>80</td></tr> <tr><td>63</td><td>96</td><td>91</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <p>Po provedení transformace je nutný návrat ke kroku pěstování stromu, a to se zachováním původních větví a označení sloupců a řádků.</p>	0	0	84	13	68	78	74	64	97	0	92	27	0	82	0	84	0	79	63	73	3	55	18	83	0	67	77	73	35	68	0	63	47	31	53	62	0	90	90	74	34	80	63	96	91	0	0	85	0																																																	
0	0	84	13	68	78	74																																																																																													
64	97	0	92	27	0	82																																																																																													
0	84	0	79	63	73	3																																																																																													
55	18	83	0	67	77	73																																																																																													
35	68	0	63	47	31	53																																																																																													
62	0	90	90	74	34	80																																																																																													
63	96	91	0	0	85	0																																																																																													
Pěstování stromu	<p>V následujících krocích probíhá tzv. pěstování stromu dle pravidel algoritmu maďarské metody.</p> <table border="1" data-bbox="863 804 1182 1113"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>84</td><td>13</td><td>68</td><td>78</td><td>74</td></tr> <tr><td>64</td><td>97</td><td>0</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>84</td><td>0</td><td>79</td><td>63</td><td>73</td><td>3</td></tr> <tr><td>55</td><td>18</td><td>83</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>35</td><td>68</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>62</td><td>0</td><td>90</td><td>90</td><td>74</td><td>34</td><td>80</td></tr> <tr><td>63</td><td>96</td><td>91</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="863 1128 1182 1438"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>84</td><td>13</td><td>68</td><td>78</td><td>74</td></tr> <tr><td>64</td><td>97</td><td>0</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>84</td><td>0</td><td>79</td><td>63</td><td>73</td><td>3</td></tr> <tr><td>55</td><td>18</td><td>83</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>35</td><td>68</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>62</td><td>0</td><td>90</td><td>90</td><td>74</td><td>34</td><td>80</td></tr> <tr><td>63</td><td>96</td><td>91</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <p>Byla nalezeny dvě větve. Obě jsou zakončeny označenými nulami. Je nutné přistoupit k transformaci.</p>	0	0	84	13	68	78	74	64	97	0	92	27	0	82	0	84	0	79	63	73	3	55	18	83	0	67	77	73	35	68	0	63	47	31	53	62	0	90	90	74	34	80	63	96	91	0	0	85	0	0	0	84	13	68	78	74	64	97	0	92	27	0	82	0	84	0	79	63	73	3	55	18	83	0	67	77	73	35	68	0	63	47	31	53	62	0	90	90	74	34	80	63	96	91	0	0	85	0
0	0	84	13	68	78	74																																																																																													
64	97	0	92	27	0	82																																																																																													
0	84	0	79	63	73	3																																																																																													
55	18	83	0	67	77	73																																																																																													
35	68	0	63	47	31	53																																																																																													
62	0	90	90	74	34	80																																																																																													
63	96	91	0	0	85	0																																																																																													
0	0	84	13	68	78	74																																																																																													
64	97	0	92	27	0	82																																																																																													
0	84	0	79	63	73	3																																																																																													
55	18	83	0	67	77	73																																																																																													
35	68	0	63	47	31	53																																																																																													
62	0	90	90	74	34	80																																																																																													
63	96	91	0	0	85	0																																																																																													
Transformace	<p>Od označených řádků je odečtena hodnota minimálního prvku v těchto řádcích, kterým je $c_{37} = 3$. Stejná hodnota je přičtena k označeným řádkům.</p> <table border="1" data-bbox="863 1612 1182 1921"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>84</td><td>10</td><td>65</td><td>75</td><td>71</td></tr> <tr><td>67</td><td>100</td><td>3</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>84</td><td>0</td><td>76</td><td>60</td><td>70</td><td>0</td></tr> <tr><td>58</td><td>21</td><td>86</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>38</td><td>71</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>62</td><td>0</td><td>90</td><td>87</td><td>71</td><td>31</td><td>77</td></tr> <tr><td>66</td><td>99</td><td>94</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <p>Po provedení transformace je nutný návrat ke kroku pěstování stromu, a to se zachováním původních větví a označení sloupců a řádků.</p>	0	0	84	10	65	75	71	67	100	3	92	27	0	82	0	84	0	76	60	70	0	58	21	86	0	67	77	73	38	71	0	63	47	31	53	62	0	90	87	71	31	77	66	99	94	0	0	85	0																																																	
0	0	84	10	65	75	71																																																																																													
67	100	3	92	27	0	82																																																																																													
0	84	0	76	60	70	0																																																																																													
58	21	86	0	67	77	73																																																																																													
38	71	0	63	47	31	53																																																																																													
62	0	90	87	71	31	77																																																																																													
66	99	94	0	0	85	0																																																																																													

Zdroj: autor

Tabulka 8 Pěstování stromu III.

Pěstování stromu	<p>V následujících krocích probíhá tzv. pěstování stromu dle pravidel algoritmu maďarské metody.</p> <table border="1" data-bbox="860 327 1185 640"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>84</td><td>10</td><td>65</td><td>75</td><td>71</td></tr> <tr><td>67</td><td>100</td><td>3</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>84</td><td>0</td><td>76</td><td>60</td><td>70</td><td>0</td></tr> <tr><td>58</td><td>21</td><td>86</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>38</td><td>71</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>62</td><td>0</td><td>90</td><td>87</td><td>71</td><td>31</td><td>77</td></tr> <tr><td>66</td><td>99</td><td>94</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <p>Jedna z větví končí v neoznačené nule $c_{75} = 0$. Je možné přistoupit k augmentaci. Augmentací se změní označení nul v příslušné větvi zakončené neoznačenou nulou.</p>	0	0	84	10	65	75	71	67	100	3	92	27	0	82	0	84	0	76	60	70	0	58	21	86	0	67	77	73	38	71	0	63	47	31	53	62	0	90	87	71	31	77	66	99	94	0	0	85	0
0	0	84	10	65	75	71																																												
67	100	3	92	27	0	82																																												
0	84	0	76	60	70	0																																												
58	21	86	0	67	77	73																																												
38	71	0	63	47	31	53																																												
62	0	90	87	71	31	77																																												
66	99	94	0	0	85	0																																												
Augmentace	<table border="1" data-bbox="860 752 1185 1066"> <tr><td>0</td><td>0</td><td>84</td><td>10</td><td>65</td><td>75</td><td>71</td></tr> <tr><td>67</td><td>100</td><td>3</td><td>92</td><td>27</td><td>0</td><td>82</td></tr> <tr><td>0</td><td>84</td><td>0</td><td>76</td><td>60</td><td>70</td><td>0</td></tr> <tr><td>58</td><td>21</td><td>86</td><td>0</td><td>67</td><td>77</td><td>73</td></tr> <tr><td>38</td><td>71</td><td>0</td><td>63</td><td>47</td><td>31</td><td>53</td></tr> <tr><td>62</td><td>0</td><td>90</td><td>87</td><td>71</td><td>31</td><td>77</td></tr> <tr><td>66</td><td>99</td><td>94</td><td>0</td><td>0</td><td>85</td><td>0</td></tr> </table> <p>Nyní matice obsahuje počet označených nul rovných rozměru matice.</p>	0	0	84	10	65	75	71	67	100	3	92	27	0	82	0	84	0	76	60	70	0	58	21	86	0	67	77	73	38	71	0	63	47	31	53	62	0	90	87	71	31	77	66	99	94	0	0	85	0
0	0	84	10	65	75	71																																												
67	100	3	92	27	0	82																																												
0	84	0	76	60	70	0																																												
58	21	86	0	67	77	73																																												
38	71	0	63	47	31	53																																												
62	0	90	87	71	31	77																																												
66	99	94	0	0	85	0																																												

Zdroj: autor

Tabulka 9 Určení optimálního řešení

Určení optimálního řešení	<p>Výsledkem je následující matice přidělení služeb.</p> $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ <p>Výsledek lze interpretovat i jako následující sestavu přidělení služeb.</p> <table border="1" data-bbox="719 1552 1329 1644"> <tr> <th>Řidič</th> <td>14001</td> <td>14002</td> <td>14003</td> <td>14004</td> <td>14005</td> <td>14006</td> <td>14007</td> </tr> <tr> <th>Služba</th> <td>151</td> <td>156</td> <td>157</td> <td>154</td> <td>153</td> <td>152</td> <td>155</td> </tr> </table> <p>Posledním krokem je přiděl služeb dle uvedené optimální sestavy přidělení služeb.</p>	Řidič	14001	14002	14003	14004	14005	14006	14007	Služba	151	156	157	154	153	152	155
Řidič	14001	14002	14003	14004	14005	14006	14007										
Služba	151	156	157	154	153	152	155										

Zdroj: autor

Výsledkem je matice X přidělení služeb jednotlivým řidičům, přičemž každému řidiči je přidělena taková služba, v jejímž sloupci je uvedena číslice 1. Touto metodou bylo dosaženo celkového ohodnocení výsledného přidělení služeb ve výši 524 bodů.

2.3 Vyhodnocení metod

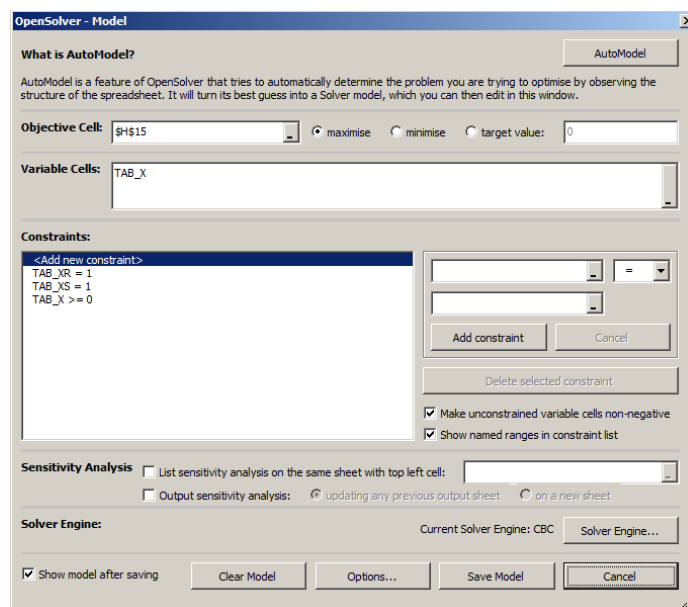
Řešením stejného příkladu přidělování služeb řidičům několika metodami – jako příklad párování maximální váhy simplexovou metodou, přiřazovací problém simplexovou a maďarskou metodou – bylo vždy dosaženo totožné optimální řešení. Vyhodnocení jednotlivých metod je uvedeno v tabulce (Tabulka 10).

Tabulka 10 Vyhodnocení jednotlivých metod řešení

Metoda řešení	Výhody	Nevýhody	Řešení
Párování maximální váhy – simplexová metoda	Nejsou zahrnuty nepřipustné kombinace (bez hrany). Možnost snadného řešení pomocí výpočetní techniky.	Nutnost převodu matice C na vektor existujících hran.	Všemi metodami řešení bylo dosaženo totožné optimální řešení.
Přiřazovací problém – simplexová metoda	Možnost snadného řešení pomocí výpočetní techniky.	Zahrnutí nepřipustných kombinací.	
Přiřazovací problém – maďarská metoda	-	Zahrnutí nepřipustných kombinací a nemožnost jejich vyloučení podmínkou při ručním řešení.	

Zdroj: autor

Řešení příkladu simplexovou metodou usnadnil, jak u přiřazovacího problému, tak i u párování maximální váhy, doplněk Řešitel aplikace MS Excel. Při řešení stejných modelů pro jejich ověření pomocí doplňku OpenSolver (Obrázek 13) bylo dosaženo totožných výsledků.⁴² V případě použití maďarské metody byla výpočetní technika použita pouze pro prezentaci postupu, nikoliv pro hledání řešení.



Obrázek 13 Nastavení doplňku OpenSolver pro úlohu přiřazovacího problému

Zdroj: autor

⁴² Prezentováno na úloze přiřazovacího problému. Podrobnější informace o doplňku OpenSolver jsou uvedeny v kapitole 4.3.7.

V úvodu bylo předpokládáno efektivní využití metod lineárního programování pro řešení úloh přidělování služeb, což se potvrdilo. Pro další využití s ohledem na možnost řešení právě pomocí výpočetní techniky je tedy předpokládáno použití simplexové metody.

3 Pilotní aplikace

Cílem této kapitoly je představení systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB a aplikace postupu vytvoření modelu uvedeného v kapitole 1 na tento systém pro pilotní aplikaci optimalizačního modelu navrženého touto prací s využitím vybrané metody lineárního programování, které byly pro tento účel analyzovány v kapitole 2.

Diplomová práce navazuje na autorovu bakalářskou práci⁴³, jejímž hlavním cílem bylo představení řešeného systému. Informace uvedené v této kapitole jsou tedy zpravidla podloženy právě touto bakalářskou prací, obdobně jako byla kapitola 1 vzhledem k nedostatku informačních zdrojů, který platí i pro tuto úzce zaměřenou kapitolu, podložena provedeným průzkumem. Je-li zmíněná práce v této kapitole citována, pak se zpravidla jedná o shrnutí informací podrobněji rozvedených v bakalářské práci s důrazem na informace důležité pro pilotní aplikaci optimalizačního modelu s obecnou platností bez uvedení některých specifik, která se mohou měnit např. podle aktuálního rozdělení služeb do turnusů.

3.1 Systém a jeho součásti

Hlavním účelem systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB je personální zajištění všech služeb platných pro daný den ve znění dle aktuálně platné verze jízdního řádu⁴⁴ bez ohledu na příslušnost služeb k vozovnam (Komín, Husovice a Slatina), které jsou v případě střediska trolejbusové dopravy (TD) sloučeny do jednoho střediska. Příklad služeb je tímto centralizován a delegován na jediné pracoviště hlavní výpravny, které zajišťuje kromě přidělování služeb i činnosti s tím související (např. plánování dovolených), a to pomocí výpočetní techniky vybavené aplikací Doprava, která byla vyvinuta přímo DPMB pro vlastní použití. To umožňuje její úpravy dle požadavků jednotlivých středisek a mj. právě i aplikaci optimalizačního modelu navrženého touto prací.⁴⁵ Zároveň je v plánu vytvoření nové verze této aplikace, která by nahradila stávající, přičemž optimalizační model by mohl být její součástí již od počátku vývoje, čímž by odpadla implementace na již fungující systém.

Pro aplikaci navrženého optimalizačního modelu je předpokladem, že bude součástí aplikace Doprava zejména z toho důvodu, že ta obsahuje veškerá potřebná data pro provedení optimalizace přidělení služeb pro jednotlivé dny. Vzhledem k tomu, že veškerá tato data

⁴³ TUČEK, Lukáš. *Systém přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, a.s. a možnosti jeho inovace*. Pardubice, 2019. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Petr Nachtigall.

⁴⁴ Verze jízdních řádů: pracovní dny (PD), soboty a neděle (SN), pracovní dny – prázdniny (PD-P).

⁴⁵ TUČEK, Lukáš. *Systém přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, a.s. a možnosti jeho inovace*. Pardubice, 2019. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Petr Nachtigall.

nemohou být zohledněna pro ověření funkčnosti optimalizačního modelu a jeho prezentaci v rámci této práce, je tento model v kapitole 4 zjednodušen a doplněn o simulační model pro generování alespoň části těchto dat.

V následujících podkapitolách jsou shrnuty informace o součástech systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, které jsou důležité pro případnou aplikaci optimalizačního modelu v praxi.

3.1.1 Pracovní režim řidičů v MHD

Na podobu pracovního režimu řidičů trolejbusů se, obdobně jako na pracovní režimy ostatních řidičů v MHD, vztahuje řada požadavků, které ovlivňují nejen průběh samotných služeb, což je řešeno při tvorbě jízdních řádů, ale rovněž tak i jejich skladbu u jednotlivých řidičů. Tyto požadavky jsou dány⁴⁶:

- zákonem č. 262/2006 Sb., zákoník práce,
- nařízením vlády č. 589/2006 Sb., kterým se stanoví odchylná úprava pracovní doby a doby odpočinku zaměstnanců v dopravě,
- vnitropodnikovými směrnici a kolektivní smlouvou,
- formou pracovněprávního vztahu⁴⁷ s konkrétním řidičem a jeho pracovním režimem.⁴⁸

Dodržení těchto požadavků je bezpodmínečně nutné, proto jsou v modelech systému zahrnuty do povinných kritérií. Splnění těchto požadavků je v praxi kontrolováno aplikací Doprava tak, aby nedocházelo k jejich porušení.

3.1.2 Řidiči

U řidičů lze rozlišovat formu pracovněprávního vztahu a daný pracovní režim, což již bylo uvedeno v kapitole 3.1.1. To souvisí i s jejich rozdělením do tří hlavních skupin⁴⁹:

- řidiči zařazení do turnusů,
- řidiči mimo turnus,
- brigádníci.

⁴⁶ Tamtéž.

⁴⁷ Pracovní smlouva a velikost úvazku, příp. dohoda o pracovní činnosti.

⁴⁸ Cyklus střídání pracovních a volných dní dle turnusu nebo určené pracovní dny (při menším rozsahu práce než u plného úvazku).

⁴⁹ TUČEK, Lukáš. *Systém přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, a.s. a možnosti jeho inovace*. Pardubice, 2019. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Petr Nachtigall.

Příslušnost řidičů k vozovným není apriori řešena, neboť jsou všichni řidiči trolejbusů bez ohledu na jejich příslušnost k vozovným, sloučení v jediném středisku TD. Příslušnost k vozovným je dána pouze zařazením řidičů do turnusů, do nichž jsou služby zpravidla rozděleny tak, aby odpovídaly jedné vozovně. Např. v případě předem neurčené služby nebo služby z volna však může být přidělena služba odpovídající libovolné vozovně.⁵⁰

3.1.3 Služby

Účelem služeb je zpravidla pokrytí jednotlivých vlaků, tj. pořadí vozidel na linkách, pracovními výkony řidičů. Výjimku mohou tvořit služby, které se nevztahují ke konkrétnímu vlaku (např. záloha nebo posun). Každopádně je služba popisem pracovního výkonu řidiče s daným identifikátorem, tj. číslem služby, která dále zahrnuje čas a místo začátku služby a jejího ukončení, pořadové číslo vlaku a výkon. Služby lze dělit podle jejich časového průběhu během dne na několik druhů. Dále jsou služby vhodně rozděleny do jednotlivých turnusů, příp. ponechány mimo turnus. Přehled všech služeb pro danou verzi jízdního řádu je v dokumentu *Rozdělení služeb*, kde jsou současně uvedeny i všechny potřebné informace o službách pro jejich obsazení řidiči.⁵¹

Zvláštním případem je předem neurčená služba, kterou může být libovolná služba zařazená v turnusu s odpovídajícím číslem nebo může být zařazena do turnusu pod svým číslem 900. Tato služba je při tvorbě rozpisu služeb na daný den nahrazena jinou službou, která je pro tento den doposud neobsazená. S konkrétním zněním služby je tedy řidič seznámen nejpozději jeden pracovní den předem po 14. hodině, což je nejpozdější čas umístění aktuálního rozpisu služeb na následující den, a to na výpravnách, na vývěskách ve služebních místnostech a na portále pro řidiče Extranet. Řidiči, kteří nejsou zařazeni do žádného turnusu mají každou službu předem neurčenou.⁵²

Dalším zvláštním případem je klouzavé volno, které může být zařazeno do turnusu pod číslem některé ze služeb pro zamezení nadvýkonů, resp. přesčasů.⁵³

3.1.4 Turnusy

Turnusy je dán cyklus střídání služeb do těchto turnusů zařazených. Označeny jsou podle počtu pracovních a nepracovních dní – 2+1, 4+1, 4+2, 5+2 a 7/7. Označení 7/7 je použito pro turnus střídání krátkého a dlouhého pracovního týdne. Turnusy 5+2 nezahrnují víkendy a služby do

⁵⁰ Tamtéž.

⁵¹ Tamtéž.

⁵² Tamtéž.

⁵³ Tamtéž.

nich zařazené jsou tedy obsazovány pouze v PD, takže jejich znění není pro SN definováno. Turnusy lze rozdělit do tří hlavních skupin:

- turnusy zahrnující víkendy (4+1, 4+2, 2+1, 7/7), u nichž dochází k posunu polí každý den a jejichž cyklus střídání služeb je dán Tabulkou turnusů, která je přílohou Rozdělení služeb,
- turnusy 5+2 s jednoduchým cyklem služeb, u nichž dochází k posunu polí pouze v PD,
- turnusy 5+2 se střídáním ranního a odpoledního týdne, u nichž dochází k posunu polí pouze v PD a se začátkem kalendářního týdne dojde k výměně ranních a odpoledních polí s řidiči.

Řidiči zařazení do jednotlivých turnusů jsou seřazeni v určitém pořadí, ve kterém prochází daným cyklem. V případě turnusů s přidělenými vozy je pak pomocí vhodného seřazení služeb a výpravy vozidel na určené vlaky docíleno vzájemné střídání řidičů na jim přiděleném voze. Takové turnusy mají pravidelnou strukturu. Ne všechna pole v turnusu musí být obsazena řidiči.⁵⁴ Těmito volnými polí jsou pak ale generovány neobsazené služby.

3.1.5 Změny v turnusovém obsazení služeb

Přiřazením řidičů a služeb k turnusům je při odpovídajícím posunu polí v jednotlivých dnech zajištěno pravidelné, plánované, obsazení služeb. Tím však není zajištěno obsazení všech služeb, resp. přidělení služeb všem řidičům. A to jednak z důvodu zařazení předem neurčených služeb do turnusů, existencí volných polí v turnusech a existencí služeb a řidičů mimo turnus. Dále pak vstupuje do procesu přidělování služeb celá řada změn, ať už plánovaných nebo mimořádných (dle kapitoly 1.2), které je nutné zohlednit. Tyto změny vznikají na straně řidičů. Změny vzniklé na straně služeb, např. z důvodu výluk a provozních omezení, jsou řešeny na úrovni přípravy provozu (dle kapitoly 1.2) a systém přidělování služeb je přejímá jako neměnná vstupní data (stejně jako ostatní služby). Úkolem je tedy tyto služby, ať už jsou ovlivněny změnami, či nikoliv, obsadit řidiči se zohledněním potřebných změn na jejich straně. Těmito změnami, které nejsou postihnuty pravidelným, turnusovým, obsazením služeb jsou např.⁵⁵:

- požadavky řidičů na přidělení služeb z volna a požadavky brigádníků na přidělení služeb, příp. požadavky na změnu služby,

⁵⁴ Tamtéž.

⁵⁵ Tamtéž.

- objednání řidičů na lékařské prohlídky a školení,
- čerpání dovolené,
- absence z různých důvodů (nemoc, karanténa, ošetřování člena rodiny apod.).

Pro obeznámení hlavní výpravny s těmito změnami jsou v některých případech určeny speciální komunikační kanály. Pro nahlášení požadavků jsou určeny formuláře, v nichž se požadavek řidiče na přidělení služby v konkrétním dni vyjadřuje číselným označením daného typu služby. Podle tohoto označení pak pracovník přiděluje služby, tj. hlavní výpravčí, vybírá odpovídající službu. Tyto požadavky nemusí být striktně podány pomocí určeného formuláře, ale lze je obdobnou formou zaslat i elektronickou poštou. Mohou se vyskytnout i požadavky na přidělení konkrétních služeb (často např. u brigádníků s jinou pracovní pozicí u DPMB, pro něž jsou vyčleněny odpolední služby s pozdním nástupem, které je možné zařadit za jejich běžnou pracovní dobu). V případě služeb z volna a brigádníků lze alternativně využít i burzu služeb, která je součástí portálu pro řidiče a kde je možná rezervace neobsazených služeb, které jsou zde hlavním výpravčím pro tento účel vystavovány.⁵⁶

Objednávání řidičů na lékařské prohlídky a školení je zajišťováno jiným pracovníkem střediska TD, takže jsou potřebné informace předány na hlavní výpravnu bez účasti řidiče. Pro plány dovolených jsou také určeny formuláře, které slouží k nahlášení dlouhodobých plánů čerpání dovolené v kalendářním roce. Vybrané části dovolené jsou pak čerpány na základě odevzdání dovolenek. Ostatní změny jsou řešeny zpravidla jejich telefonickým nahlašováním.⁵⁷

3.1.6 Proces přidělování služeb

Samotný postup přidělování služeb, kterým je zabezpečeno obsazení služeb na následující pracovní den, příp. i víkend, prováděný hlavním výpravčím je následující⁵⁸:

- 1) zadání dovolených, lékařských prohlídek a školení (vznik neobsazených služeb),
- 2) aktualizace služeb v případě výluk a provozních omezení,
- 3) vyřešení požadavků řidičů na přidělení konkrétních služeb přidělením, příp. nepřidělením (není-li to možné), odpovídajících služeb,

⁵⁶ Tamtéž.

⁵⁷ Tamtéž.

⁵⁸ Schůzky autora a hlavního výpravčího střediska TD u DPMB za účelem ověření podmínek pro optimalizaci systému.

- 4) vyřešení ostatních požadavků řidičů na přidělení služeb přidělením, příp. nepřidělením (není-li to možné), odpovídajících služeb,
- 5) přidělení služeb řidičům s nestandardním pracovním režimem, např. se zkrácenými úvazky nebo vedením schváleným režimem pouze ranních, nebo odpoledních služeb,
- 6) přidělení doposud neobsazených služeb řidičům s předem neurčenými službami,
- 7) nejpozději do 14.00 export dat, přičemž řidiči jsou informováni o přidělených službách jejich zobrazením na portálu pro řidiče nebo na vývěskách ve služebních místnostech, kde jsou však uvedeny pouze změny oproti pravidelnému, turnusovému, přidělení služeb.

Při přidělování služeb dochází k posuzování nejrůznějších kritérií pro dosažení co možná nejvhodnějšího obsazení služeb. Splnění povinných kritérií je kontrolováno automaticky aplikací Doprava. Rovněž probíhá kontrola podvýkonů a nadvýkonů, která je při jejich vzniku signalizována hlavnímu výpravčímu, který pak může přidělení služeb vhodným způsobem upravit. Další kritéria, tj. aby byly řidičům přidělovány služby, pokud to je možné, ze stejných turnusů a vozoven, ke kterým přísluší, nebo podle jiných preferencí jsou posuzována hlavním výpravčím mechanicky bez jakéhokoliv nástroje používané aplikace.⁵⁹

3.2 Optimalizace systému

Hlavním cílem diplomové práce bylo navrhnout optimalizaci řešeného systému přidělování služeb (a popsaného v předešlé podkapitole 3.1) takovou, která by inovovala stávající systém a do jisté míry usnadnila a automatizovala vybrané části procesu přidělování služeb. Toho lze dosáhnout, dle kapitoly 1, pomocí sestavení vhodného optimalizačního modelu, který by byl na základě posuzování vybraných kritérií schopen přidělit služby při maximalizaci výsledné hodnoty celkového počtu bodů, které by byly zavedeny pro vyjádření vhodnosti přidělení služeb jednotlivým řidičům. V následujících podkapitolách je navrženo, jakým způsobem by bylo možné takový optimalizační model aplikovat na řešený systém a jaké úpravy stávajícího systému by to vyžadovalo. Funkční optimalizační model je s uvedenými zjednodušeními navržen v kapitole 4 vč. podrobného objasnění jednotlivých kroků algoritmu.

⁵⁹ Tamtéž.

Jak již bylo uvedeno, pro přidělování služeb řidičům je využívána aplikace Doprava, jejíž součástí by měl být navržený optimalizační model, a to zejména z těchto důvodů:

- jsou v ní obsažena potřebná vstupní data,
- možnost uskutečnit navržené přidělení služeb optimalizačním modelem,
- schopnost rozpoznat validní možnost přidělení služby řidiči (schopnost vyhodnotit povinná kritéria).

Právě nedostupnost některých vstupních dat, zejména změn v turnusovém obsazení služeb popsaných v kapitole 3.1.5, byla při návrhu optimalizačního modelu v kapitole 4 jedním z důvodů zjednodušení tohoto modelu, který vychází pouze z pravidelného, turnusového, obsazování služeb.

3.2.1 Funkce modelu

Aplikací optimalizačního modelu by došlo k následující úpravě postupu přidělování služeb (uvedeného v kapitole 3.1.6):

- 1) zadání dovolených, lékařských prohlídek a školení,
- 2) aktualizace služeb v případě výluk a provozních omezení,
- 3) vyřešení požadavků řidičů na přidělení konkrétních služeb přidělením, příp. nepřidělením (není-li to možné), odpovídajících služeb,
- 4) přidělení služeb řidičům s nestandardním pracovním režimem, např. se zkrácenými úvazky nebo vedením schváleným režimem pouze ranních, nebo odpoledních služeb,
- 5) použití optimalizačního modelu pro vyřešení ostatních požadavků řidičů a přidělení doposud neobsazených služeb řidičům s předem neurčenými službami,
- 6) nejpozději do 14.00 export dat, přičemž řidiči jsou informováni o přidělených službách jejich zobrazením na portálu pro řidiče nebo na vývěskách ve služebních místnostech, kde jsou však uvedeny pouze změny oproti pravidelnému, turnusovému, přidělení služeb.

Optimalizace je soustředěna do páté fáze, kde vzniká potřeba přidělení zbylých neobsazených služeb dostupným řidičům. Navržený optimalizační model by na základě posouzení kritérií (kapitola 3.2.2) navrhl hlavnímu výpravčímu optimální přidělení služeb, který by tento návrh potvrdil, případně mohl provést úpravy a poté optimalizační algoritmus zopakovat.

3.2.2 Kritéria

Povinným kritériem by kromě nutnosti dodržení všech požadavků daných pracovním režimem řidiče shrnutých v kapitole 3.1.1, které jsou již kontrolovány aplikací Doprava, bylo rovněž splnění požadavku na službu, resp. její typ, daného řidičem. Tyto požadavky byly popsány v kapitole 3.1.5. Pro posouzení, zda uvažovaná služba vyhovuje požadavku řidiče, je nutné tyto požadavky kvantifikovat. Návrh této kvantifikace (Tabulka 11), resp. vyjádření parametrů jednotlivých typů služeb (nástup, ukončení a výkon), je vypracován na základě existujících kódů požadavků, pomocí kterých řidiči zadávají své požadavky na přidělení služeb hlavnímu výpravčímu.

Tabulka 11 Parametry požadavků na typ služby

Kód požadavku	Typ služby	Parametry		
		Začátek	Ukončení	Výkon
1	ranní	⟨3.00; 15.00⟩		-
2	dělená	posouzení dle zadaného typu službu		
3	přechodová	⟨9.00; 12.00⟩	-	-
4	mateřská	⟨6.00; 15.00⟩		-
5	pozdní	⟨14.00; 16.00⟩	-	-
7	noční	⟨18.00; 9.00⟩		-
8	odpolední	⟨12.00; 16.00⟩	-	-
9	celodenní	-	-	> 11,00
98	cokoliv	-	-	-

Jiné požadavky jsou kombinací předchozích a jejich splnění je posuzováno podle pravidla disjunkce.
Např. požadavek č. 12 (ranní nebo dělená) by byl splněn, jestliže by uvažovaná služba vyhovovala požadavku 1 nebo 2.

Zdroj: autor

Posouzení kritéria splnění požadavku daného řidičem by bylo zajištěno porovnáním parametrů uvažované služby s danými parametry požadovaného typu služby.

Volitelná kritéria jsou hlavním výpravčím v praxi vyhodnocována bez jakýchkoliv stanovených pravidel nebo algoritmickeho postupu. Pro využití optimalizačního modelu je však nutností tato kritéria jednoznačně vyjádřit tak, aby mohla být modelem posuzována vhodnost přidělení služeb jednotlivým řidičům (při parametrizaci vazeb v matici C pomocí bodů) a následně hledáno optimální přidělení služeb (na základě maximalizace výsledné hodnoty celkového počtu přidělených bodů). Volitelnými kritérii by, při zohlednění zvyklostí při přidělování služeb, pro posouzení každé přípustné kombinace řidiče a služby byli:

- uvažovanou službu lze přidělit (pro ohodnocení každé přípustné kombinace bodovou hodnotou dle zadané významnosti tohoto kritéria tak, aby přípustné kombinace neměly nulovou bodovou hodnotu),
- uvažovaná služba má výkon větší nebo roven 9 hod., hrozí-li řidiči podvýkon, což je aplikací Doprava automaticky vyhodnocováno,

- uvažovaná služba má výkon menší nebo roven 7,5 hod., hrozí-li řidiči nadvýkon, což je aplikací Doprava rovněž automaticky vyhodnocováno,
- uvažovaná služba je z totožné vozovny, ke které přísluší daný řidič (na základě jeho přiřazení do turnusu, příp. zvolené preference),
- uvažovaná služba je z totožného turnusu, do něhož je řidič zařazen.

Významnost jednotlivých kritérií by bylo možné nastavit bodovací metodou (dle kapitoly 1.4.5) a mělo by být umožněno tuto významnost měnit. Rovněž tak by bylo možné nastavit hodnoty výkonů u volitelných kritérií vyhodnocovaný pro eliminaci nadvýkonů a podvýkonů.

Posuzování, zda uvažovaná služba souhlasí s preferovanou vozovnou řidiče, by mohlo být zajištěno několika způsoby:

- ručním zadání příslušnosti řidiče k vozovně,
- příslušnost řidiče k vozovně podle jeho zařazení do turnusu,
- výběr preferované služby řidičem (např. před portál pro řidiče), příp. i možnost výběru preference vozovny pro každý požadavek na přidělení služby zvlášť.

4 Návrh optimalizačního modelu

Cílem této kapitoly je navržení a popis těchto modelů:

- optimalizační model přidělování služeb řidičům u DPMB,
- simulační model tohoto systému pro kalibraci a ověření navrženého optimalizačního modelu,

přičemž účelem je ověření funkčnosti optimalizačního modelu, navrženého touto prací jako inovace stávajícího systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, a simulační model je využit pro vytvoření množiny situací využitých pro kalibraci optimalizačního modelu. Uvedené modely jsou společně vypracovány v tabulkovém procesoru MS Excel a jako soubory ve formátu XLSM⁶⁰ jsou přílohou E této práce.⁶¹ Návod pro práci s modely a detailní popis jejich částí jsou uvedeny v příloze D.

Liší-li se přiložený optimalizační model v některých svých částech od svého popisu v této kapitole, je to dáno odlišnými podmínkami vyplývajícími z konstrukce modelu. Tyto lišící se části jsou však uvedeny v příloze D, kde jsou popsány.⁶²

4.1 Zadání

Bude sestaven simulační model systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB na základě jeho skutečných parametrů daných aktuálními rozdělení služeb a anonymizovanými daty o řidičích. Součástí budou potřebné informace o řidičích (příslušnost k turnusu a vozovně, přidělené služby v předchozích dnech a očekávaná služba v následujícím dni), službách (příslušnost k turnusu a vozovně, časy nástupů a ukončení pro PD i SN, odlišení předem neurčených služeb, volných dní a klouzavého volna) a turnusech, tj. cyklech střídání služeb konkrétními řidiči.

Optimalizačním modelem budou pro měsíc červen roku 2021⁶³ řidičům s předem neurčenými službami přidělovány neobsazené služby zahrnující služby zařazené mimo turnus a neobsazené služby vzniklé existencí volných míst v turnusech. Vstupní data bude poskytovat simulační model, který bude vytvářet situace pravidelného obsazení služeb dle turnusů.

⁶⁰ list MS Excel s podporou maker

⁶¹ K tištěné verzi práce je přiložen kompaktní disk s uvedenými soubory.

⁶² Jedná se mj. o podmínku přidělitelnosti služeb, která vyplývá z konstrukce modelu, v němž se mohou kromě služeb vyskytovat např. i volné dny, které nemají být obsazeny. Tato podmínka a s ní související funkce optimalizačního modelu jsou popsány pouze v příloze D. Úpravou funkcí modelu, aby tato nechtěná data nebyla do matic optimalizačního modelu zahrnována, by bylo možné tuto podmínku vypustit.

⁶³ Vstupní data budou odpovídat tomuto období.

Model bude konstruován tak, aby doba mezi službami nebyla menší jak devět hodin. Volitelnými kritérii, jejichž významnost bude určena bodovací metodou a bude možné ji měnit, budou:

- splnění přidělitelnosti služby (pro každou validní kombinaci a zamezení nulové bodové hodnoty u nich),
- příslušnost služby ke stejné vozovně, ke které je řidič přidělen,
- příslušnost služby ke stejnému turnusu, ke kterému je řidič přidělen.

4.2 Simulační model

Do simulačního modelu systému přidělování služeb jsou vložena potřebná vstupní data a pomocí vymodelovaného mechanismu přidělování služeb poskytuje tento model informace o turnusovém obsazení služeb pro jednotlivé dny. Jednotlivé součásti jsou popsány v následujících podkapitolách.

4.2.1 Řidiči

Součástí vstupních údajů o řidičích je jejich příslušnost k turnusům, čímž je současně dána jejich příslušnost k vozovně, neboť jsou služby do jednotlivých turnusů rozděleny zpravidla také podle jejich příslušnosti k vozovně. V simulačním modelu je tedy příslušnost k vozovně zadána k turnusům, kterých je nižší počet, a u jednotlivých řidičů je pak tato příslušnost hodnocena na základě jejich zařazení do turnusů. Současně je nutné do modelu zahrnout i pořadí řidičů v turnusech. Toto je možné postihnout pomocí číselného označení⁶⁴ pořadí, v simulačním modelu je však toto pořadí vyjádřeno zápisem řidičů v daném pořadí do buněk odpovídajících příslušným turnusům.

V této části se model odchyluje od praxe, neboť v ní jsou všichni řidiči provozně sloučeni v rámci jednoho střediska a příslušnost k vozovně dle turnusů není v aplikaci Doprava evidována. Součástí navrhované pilotní aplikace je však zanesení těchto údajů do aplikace tak, aby bylo možné v rámci optimalizace posuzovat vhodné kombinace přidělení služeb i na základě příslušnosti řidičů k vozovně, což je v praxi zajištěno mechanickým posuzováním hlavním výpravčím.

Údaje o skutečně přidělených službách řidičům jsou shromažďována v rámci optimalizačního modelu, neboť jeho aplikací dochází ke změnám v pravidelném obsazení služeb dle turnusů

⁶⁴ V takovém případě by se každý den tato hodnota zvýšila o 1. Pokud by byla hodnota vyšší, jak celkový počet polí v turnusu, pak se tato hodnota rovnala 1, čímž by byl zajištěn neustálý cyklus řidičů v turnusu.

a pouhým přejímáním dat z modelu simulačního by nebyly tyto dodatečné změny postihnuty (docházelo by pouze k evidování služeb přidělovaných pravidelně dle turnusů).

Jako vstupní údaje o řidičích byla použita anonymizovaná data z DPMB odpovídající zkoumanému období.

4.2.2 Služby

Další součástí simulačního modelu jsou vstupní údaje o službách, jejichž parametry jsou tvořeny příslušností k turnusům a jejich zařazení do nich v určeném pořadí (obdobně jako u řidičů), jejich příslušnost k vozovně, která v případě služeb nemusí souhlasit s příslušností turnusu, do nichž jsou služby zařazeny, neboť není pravidlem, aby v turnusu určité vozovny byly pouze služby z téže vozovny. Dalšími parametry jsou časy nástupů a ukončení pro PD a SN, dále pak skutečnost, zda se jedná o předem neurčené služby, klouzavá volna, volné dny nebo, zda v PD nebo SN tyto služby nejsou obsazovány.

Zdrojem těchto údajů jsou dokumenty Rozdělní služeb platné ve zkoumaném období, z nichž byly informace o službách čerpány.

4.2.3 Turnusy

U turnusů je jedním z parametrů příslušnost k vozovnám, která byla zmíněna v souvislosti s řidiči (kapitola 4.2.1). Dále jsou v simulačním modelu odlišeny turnusy zahrnující víkendy. To vychází z konstrukce modelu a umožňuje to jednoduché vložení volných dnů u turnusů 5+2 na víkendové dny, čehož je využito při shromažďování dat o přidělených službách, které je, jak již bylo zmíněno, součástí optimalizačního modelu. Zařazení služeb do turnusů v určitém pořadí bylo uvedeno v souvislosti se službami (kapitola 4.2.2).

4.2.4 Mechanismus přidělování služeb

Mechanismus přidělování služeb spočívá v posunu řidičů v turnusech za každý den o jedno pole, resp. službu, přičemž jsou rozlišeny tyto typy turnusů:

- turnusy zahrnující víkendy (4+1, 4+2, 2+1, 7/7), u nichž dochází k posunu každý den,
- turnusy 5+2 s jednoduchým cyklem služeb, u nichž dochází k posunu pouze v PD,
- turnusy 5+2 se střídáním ranního a odpoledního týdne, u nichž dochází k posunu pouze v PD a se začátkem kalendářního týdne dojde k výměně ranních a odpoledních polí s řidiči.

Posun polí s řidiči je v simulačním modelu zajištěn pomocí tří maker spouštěných tlačítka s následujícími funkcemi respektujícími výše zmíněné typy turnusů:

- posun polí ve všech turnusech pro PD,
- posun polí pouze v turnusech zahrnujících víkendy pro SN,
- posun polí ve všech turnusech a záměna ranních a odpoledních sloupců v příslušných turnusech 5+2 pro přechod z neděle na pondělí.

Možnost záznamu makra je jednou z funkcí tabulkového procesoru MS Excel sloužící k automatizaci opakovaných úkolů. Takový záznam vytvoří kód v jazyku Visual Basic for Applications (VBA), který je zahrnutý ve většině aplikací MS Office, přičemž výhodou použití této funkce je, že není nutná znalost kódů VBA, které jsou automaticky zaznamenávány při vytváření makra pomocí záznamu. Na druhou stranu, ovšem i právě možnost editace takového kódu přímo v jazyku VBA možnosti maker ještě dále významně rozšiřuje.⁶⁵

4.3 Optimalizační model

Základními úkoly optimalizačního modelu jsou:

- 1) vyhodnocení neobsazených služeb a řidičů, kteří jsou k dispozici k jejich obsazení, tj. mají předem neurčenou službu (vytvoření základních vstupů),
- 2) posouzení všech kombinací těchto služeb a řidičů dle povinných kritérií a vyloučení kombinací nesplňujících tato kritéria,
- 3) posouzení přípustných kombinací těchto služeb a řidičů dle volitelných kritérií a přiřazení odpovídající bodové hodnoty podle významnosti jednotlivých kritérií,
- 4) určení optimální varianty přidělení služeb při maximalizaci výsledné hodnoty celkového počtu přidělených bodů,
- 5) uchování informací o přidělených službách optimalizačním modelem.

4.3.1 Vstupy modelu

Hlavními vstupy modelu jsou neobsazené služby a řidiči s předem neurčenými službami. Tyto vstupy, ale i další používané například pro posouzení jednotlivých kritérií, jsou pro ověření v této diplomové práci čerpané ze simulačního modelu. Později v provozu se předpokládá

⁶⁵ Automatizace úkolů pomocí záznamu makra. *Microsoft* [online]. Microsoft Corporation, c2021 [cit. 2021-6-14]. Dostupné z: <https://support.microsoft.com/cs-cz/office/automatizace-%C3%BAkol%C5%AF-pomoc%C3%AD-z%C3%A1znamu-makra-974ef220-f716-4e01-b015-3ea70e64937b>

čerpání těchto dat přímo z provozu. Důvody použití simulačního modelu produkujícího „fiktivní“ vstupní data jsou v zásadě tři, a to anonymizace dat, zvýšení rozsahu dat potřebného pro kalibraci optimalizačního modelu (oproti datům reálně zjistitelných např. z určitého časového období) a možnost vytvoření i relativně specifických situací (ke kterým by v případně sledovaném období ve skutečnosti nemuselo dojít). Tyto zmíněné vstupy se v PD a SN liší, proto jsou sestaveny dvě mírně odlišné varianty optimalizačního modelu pro tyto situace. Odlišnosti vstupů spočívají v jiných předem neurčených službách v PD a SN, dále pak v absenci neobsazených služeb vzniklých existencí volných míst v turnusech 5+2, které nezahrnují víkendy. Poslední odlišností je různost služeb mimo turnus v PD a SN.

4.3.2 Kritéria a jejich významnost

Povinným kritériem, které musí být splněno u všech kombinací přidělených služeb řidičům po provedení optimalizace, je minimální doba mezi službami stanovená na devět hodin.

Volitelnými kritérii jsou posouzeny příslušnosti uvažovaných služeb k jednotlivým řidičům prostřednictvím jejich příslušnosti k vozovněm a turnusům. Volitelným kritériem je rovněž kritérium možného přidělení služby danému řidiči, pomocí něhož lze každé možné kombinaci řidiče a služby přiřadit bodovou hodnotu dle zvolené významnosti tohoto kritéria, která je však zvolena jako nejnižší s bodovým ohodnocením 1. Tím je ovšem zajištěno, že každá možná kombinace bude mít nenulové bodové ohodnocení. Významnost volitelných kritérií je určena bodovací metodou dle postupu uvedeného v kapitole 1.4.5.

4.3.3 Hodnocení dle kritérií

Hodnocení kombinací přidělení služeb řidičům je rozděleno do tří fází, resp. matic:

- v první matici s binárními hodnotami prvků je vyhodnoceno povinné kritérium, a to na základě známých údajů o předešlých a následujících službách,
- ve druhé matici jsou vyhodnocena volitelná kritéria, přičemž do prvků matice jsou uloženy bodové hodnoty vhodnosti přidělení služeb jednotlivým řidičům, které se rovnají sumě vah volitelných kritérií vynásobené 100 (dle postupu uvedeného v kapitole 1.4.5),
- poslední matice výsledných sazeb, matice **C**, je rovna součinu odpovídajících prvků matice povinných a volitelných kritérií, čímž je zajištěno nulové ohodnocení nepřipustných kombinací (násobením nulou).

Bodové ohodnocení jednotlivých kombinací v matici sazeb \mathbf{C} lze vyjádřit vzorcem 8, přičemž $p_{ij} \in \{0; 1\}$ a $a_l \in \{0; 1\}$. Pro každou hodnocenou kombinaci řidiče a služby jsou posuzována všechna volitelná kritéria, jejichž bodové hodnoty udělené na základě váhy jednotlivých kritérií určené podle vzorce 7, jsou sečteny.

$$v_l = \frac{b_l}{\sum_{l=1}^k b_l} \quad [-] \quad (7)$$

$$c_{ij} = p_{ij} \left(\sum_{l=1}^k v_l a_l \right)_{ij} \cdot 100 \quad [\text{bod}] \quad (8)$$

kde:

c_{ij} ohodnocení vazby $r_i \rightarrow s_j$ [bod]

p_{ij} binární proměnná vyjadřující splnění povinného kritéria [-]

v_l váha volitelného kritéria l [-]

a_l binární proměnná vyjadřující splnění volitelného kritéria l [-]

b_l významnost kritéria l [bod]

k celkový počet volitelných kritérií [-]

4.3.4 Účelová funkce

Účelovou funkcí optimalizace přidělování služeb je vzorec 9.

$$\max \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad [\text{bod}] \quad (9)$$

kde:

m počet řidičů [-]

n počet služeb [-]

c_{ij} ohodnocení vazby $r_i \rightarrow s_j$ [bod]

x_{ij} binární proměnná vyjadřující přidělení služby [-]

4.3.5 Omezující podmínky

Omezujícími podmínkami jsou postihnuty následující parametry úlohy přidělování služeb řidičům:

- každému řidiči je přidělena maximálně jedna služba (vzorec 10),
- každá služba je obsazena maximálně jedním řidičem (vzorec 11),
- proměnné modelu, tj. prvky matice \mathbf{X} , nabývají pouze hodnot 0 nebo 1 (vzorec 12).

$$\forall i \in \{1; 2; \dots; m\}: \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq 1 \quad [-] \quad (10)$$

$$\forall j \in \{1; 2; \dots; n\}: \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1 \quad [-] \quad (11)$$

$$x_{ij} \in \{0; 1\} \quad [-] \quad (12)$$

kde:

m počet řidičů [-]

n počet služeb [-]

x_{ij} binární proměnná vyjadřující přidělení služby [-]

4.3.6 Proměnné modelu

Proměnná x_{ij} , která je prvkem matice X , zadané do řešitele jako pole proměnných modelu vyjadřuje, zda je řidiči r_i přidělena služba s_j pro $x_{ij} = 1$, nebo není přidělena pro $x_{ij} = 0$. Hodnoty této proměnné jsou určeny optimalizací.

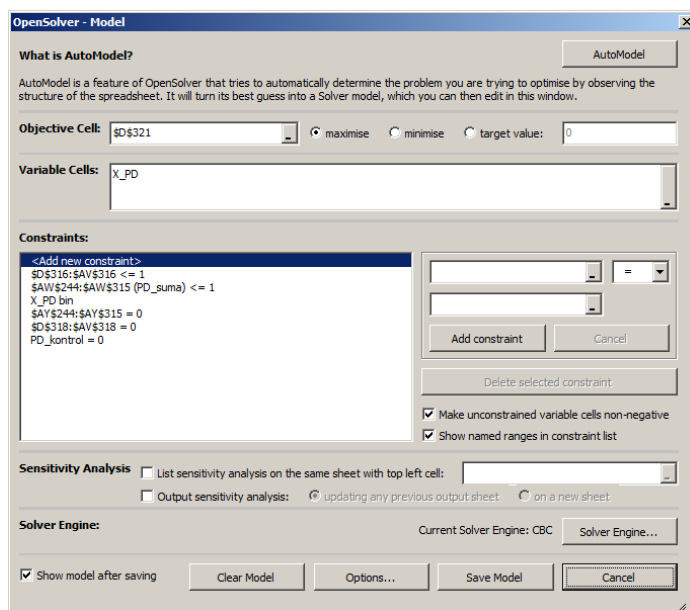
4.3.7 Optimalizace

Zpracováním modelu celého provozu trolejbusové dopravy, i přes daná zjednodušení zanedbávající veškeré neplánované změny (služby z volna, dovolené, brigádníky apod.), vedou vstupní data k sestavení matice s takovými rozměry⁶⁶, které neumožňují její řešení pomocí doplňku Řešitel aplikace MS Excel. Pro řešení optimalizačního modelu tak byl vybrán open-source doplněk OpenSolver s licencí GNU⁶⁷, který nemá žádná velikostní omezení (limitujícím faktorem jsou parametry paměti počítače). Jeho obsluha je podobná jako v případě vestavěného doplňku Řešitel, což je patrné z obrázku s nastavením doplňku OpenSolver pro řešení optimalizačního modelu (Obrázek 14). Užitečnou pomůckou je možnost zvýraznění účelové funkce, proměnných modelu a omezujících podmínek přímo v tabulce. Doplněk OpenSolver poskytuje několik metod řešení pro různé úlohy. Pro úlohy celočíselného lineárního programování je určen *Solver Engine Coin-OR CBC*.⁶⁸

⁶⁶ Matice pro PD má rozměry 45×72, pro SN 16×34.

⁶⁷ *General Public License*

⁶⁸ MASON, Andrew. About OpenSolver. *OpenSolver: An Open Source Add-in to Solve Linear and Integer Programmes in Excel* [online]. Springer Berlin Heidelberg, 2012 [cit. 2021-6-16]. Dostupné z: <https://opensolver.org/>



Obrázek 14 Nastavení doplňku OpenSolver

Zdroj: autor

Na základě zadaných údajů o modelu je po spuštění optimalizačního algoritmu nalezeno, pokud existuje, optimální řešení úlohy přidělování služeb řidičům pro konkrétní den, kterému odpovídají data na vstupu. Výsledné přidělení služeb je posléze, vč. služeb přidělených standardně dle turnusů pomocí simulačního modelu, uchováno pro posouzení povinného kritéria minimální doby mezi službami v následujícím dni.

4.4 Vyhodnocení

Optimalizační model je koncipován tak, aby po potvrzení přidělení služeb navržených optimalizačním modelem automaticky uložil i statistická data pro jejich vyhodnocování. Vzhledem k tomu, že do modelu mohou během různých dní vstupovat různé počty služeb i řidičů, je úspěšnost přidělení služeb určována na základě:

- procentuálního podílu řidičů s přidělenou službou, je-li výchozí počet řidičů menší než výchozí počet služeb – služby navíc by totiž optimalizační model nebyl schopen přidělit,
- procentuálního podílu obsazených služeb, je-li výchozí počet řidičů větší nebo roven⁶⁹ výchozímu počtu služeb – řidičům navíc by totiž optimalizační model nebyl schopen přidělit žádnou službu.

Tato úspěšnost ovšem, spíše než na samotném algoritmu, závisí na vstupních datech zejména pak na těch, které jsou hodnoceny v rámci posouzení povinného kritéria minimální doby mezi

⁶⁹ V případě rovnosti nezáleží na tom, zda bude použit údaj o počtu obsazených služeb nebo řidičů s přidělenou službou, neboť jsou obě hodnoty totožné (vzhledem k tomu, že tvoří dvojice).

službami, tj. časech nástupů a ukončení jednotlivých služeb, koncepci jednotlivých turnusů a zařazení předem neurčených služeb do těchto turnusů.

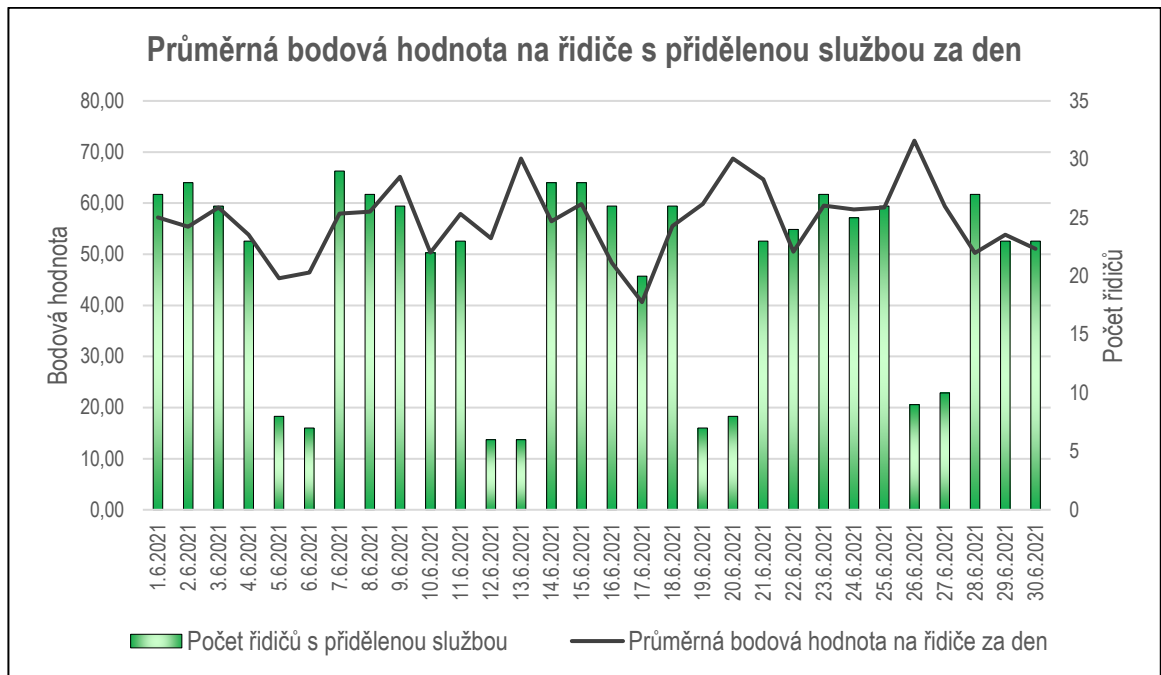
Den	Datum	Řidiči					Služby					Dosažená bodová hodnota	Úspěšnost
		Výchozí	S přidělenou službou		Bez přidělené služby		Výchozí	Přidělené		Neobsazené			
			[os]	[%]	[os]	[%]		[os]	[%]	[os]	[%]		
ST	30.6.2021	57	23	40,35	34	59,65	23	23	100,00	0	0,00	1175,00	100,00
ÚT	29.6.2021	59	23	38,98	36	61,02	23	23	100,00	0	0,00	1237,50	100,00
PO	28.6.2021	62	27	43,55	35	56,45	27	27	100,00	0	0,00	1356,25	100,00
NE	27.6.2021	10	10	100,00	0	0,00	20	10	50,00	10	50,00	593,75	100,00
SO	26.6.2021	9	9	100,00	0	0,00	19	9	47,37	10	52,63	650,00	100,00
PÁ	25.6.2021	59	26	44,07	33	55,93	26	26	100,00	0	0,00	1537,50	100,00
ČT	24.6.2021	60	25	41,67	35	58,33	25	25	100,00	0	0,00	1468,75	100,00
ST	23.6.2021	62	27	43,55	35	56,45	27	27	100,00	0	0,00	1606,25	100,00
ÚT	22.6.2021	59	24	40,68	35	59,32	24	24	100,00	0	0,00	1212,50	100,00
PO	21.6.2021	59	23	38,98	36	61,02	23	23	100,00	0	0,00	1487,50	100,00
NE	20.6.2021	8	8	100,00	0	0,00	17	8	47,06	9	52,94	550,00	100,00
SO	19.6.2021	7	7	100,00	0	0,00	18	7	38,89	11	61,11	418,75	100,00
PÁ	18.6.2021	59	26	44,07	33	55,93	26	26	100,00	0	0,00	1443,75	100,00
ČT	17.6.2021	54	20	37,04	34	62,96	20	20	100,00	0	0,00	812,50	100,00
ST	16.6.2021	62	26	41,94	36	58,06	26	26	100,00	0	0,00	1256,25	100,00
ÚT	15.6.2021	64	28	43,75	36	56,25	28	28	100,00	0	0,00	1675,00	100,00
PO	14.6.2021	61	28	45,90	33	54,10	28	28	100,00	0	0,00	1581,25	100,00
NE	13.6.2021	6	6	100,00	0	0,00	18	6	33,33	12	66,67	412,50	100,00
SO	12.6.2021	6	6	100,00	0	0,00	17	6	35,29	11	64,71	318,75	100,00
PÁ	11.6.2021	60	23	38,33	37	61,67	23	23	100,00	0	0,00	1331,25	100,00
ČT	10.6.2021	57	22	38,60	35	61,40	22	22	100,00	0	0,00	1106,25	100,00
ST	9.6.2021	62	26	41,94	36	58,06	26	26	100,00	0	0,00	1693,75	100,00
ÚT	8.6.2021	60	27	45,00	33	55,00	27	27	100,00	0	0,00	1575,00	100,00
PO	7.6.2021	60	29	48,33	31	51,67	29	29	100,00	0	0,00	1681,25	100,00
NE	6.6.2021	8	7	87,50	1	12,50	17	7	41,18	10	58,82	325,00	87,50
SO	5.6.2021	8	8	100,00	0	0,00	15	8	53,33	7	46,67	362,50	100,00
PÁ	4.6.2021	59	23	38,98	36	61,02	23	23	100,00	0	0,00	1237,50	100,00
ČT	3.6.2021	61	26	42,62	35	57,38	26	26	100,00	0	0,00	1537,50	100,00
ST	2.6.2021	61	28	45,90	33	54,10	28	28	100,00	0	0,00	1550,00	100,00
ÚT	1.6.2021	60	27	45,00	33	55,00	27	27	100,00	0	0,00	1543,75	100,00

Obrázek 15 Statistika přidělování služeb

Zdroj: autor

Na základě získaných dat, uvedených v optimalizačním modelu na příslušném listu a níže (Obrázek 15), lze konstatovat, že na vstupu optimalizačního modelu bylo v PD více řidičů a v SN více služeb. Minoritní skupinu prvků v jednotlivých dnech se však vždy podařilo kromě jednoho případu plně zahrnout do řešení. Vysvětlením, proč se v neděli 6. 6. 2021 nepodařilo jednomu řidiči přidělit službu (a je tak narušena jinak 100% úspěšnost), spočívá v tom, že je algoritmem optimalizačního modelu při posuzování povinného kritéria minimální doby mezi službami porovnávána uvažovaná služba vždy jen s jednou následující službou. Pokud jsou tedy v turnusu 4+1 po ranní službě č. 101 za sebou řazeny dvě služby předem neurčené a poté ranní služba č. 103 a algoritmus první z předem neurčených služeb nahradí odpolední službou s pozdním ukončením, jak se to stalo i ve zmíněném případě, pak již nemusí být ve výběru při přidělování služby za druhou předem neurčenou službu zahrnuta vhodná služba, neboť ani ranní (vzhledem k pozdnímu ukončení v předcházejícím dni) ani odpolední (vzhledem k brzkému nástupu v následujícím dni) služba nevyhovuje zpravidla takovým podmínkám. V praxi by to muselo být ošetřeno ručním zásahem hlavního výpravčího nebo by bylo nutné porovnávat

rovněž i vzdálenější služby. Byť je toto nedostatkem modelu, lze tím však prezentovat správnou funkci algoritmu posuzování splnění povinného kritéria.



Obrázek 16 Graf průměrné bodové hodnoty na řidiče s přidělenou službou za den
Zdroj: autor

Úspěšnost optimalizačního modelu je možné hodnotit rovněž podle průměrné bodové hodnoty na řidiče s přidělenou službou za den vyjádřenou grafem (Obrázek 16). Maximalizací celkové bodové hodnoty by měla být současně maximalizována i tato průměrná hodnota. Průměrná bodová hodnota za celé sledované období na řidiče s přidělenou službou je 56,78 bodů. Tato hodnota závisí na zvolených významnostech volitelných kritérií.

Závěr

Hlavní cíl práce, tj. návrh optimalizačního modelu systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB a ověření jeho funkčnosti, byl naplněn splněním dílčích cílů. V první fázi bylo nutné analyzovat systémy přidělování služeb a stanovit postup pro jejich převedení na matematické modely za účelem jejich následné optimalizace pomocí metod lineárního programování. Potenciál využití vybraných metod lineárního programování byl analyzován a ověřen ve druhé fázi, přičemž jako vhodná metoda řešení byla vybrána simplexová a úloha přidělování služeb byla řešena jako přiřazovací problém. Tyto dvě fáze vytvořili teoretický základ pro následnou aplikaci stanovených postupů a zjištěných informací na systém přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB. Ten byl nejprve popsán, následně byla navržena jeho optimalizace uvedením základních požadavků na konstrukci optimalizačního modelu, který byl následně, byť s nutnými zjednodušeními, sestaven a byla tak ověřena jeho funkčnost.

V rámci diplomové práce tak byla ověřena možnost použití vybraných metod lineárního programování v oblasti přidělování služeb řidičům v MHD a jedna z těchto metod řešení byla dále použita v navrženém optimalizačním modelu systému přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, čímž byla dále ověřena realizovatelnost optimalizace řešeného systému navrženým způsobem. S přihlédnutím k prezentovaným výsledkům lze tuto inovaci stávajícího systému považovat za přínosnou a realizovatelnou (v podmínkách řešeného systému). Vzhledem k obdobnému způsobu přidělování služeb napříč dopravními podniky lze předpokládat, že navržený optimalizační model by našel uplatnění i mimo řešený systém. Možnost realizace v prostředí odlišných systémů u jiných dopravních podniků je závislá na specifikách těchto systémů, zejména pak na rozsahu provozu. Při nižším počtu služeb a řidičů na vstupu by byla funkčnost optimalizačního modelu sice zachována, efektivnost oproti ručnímu přidělení služeb by však nebyla taková jako v případě, kdy je nutné zvažovat větší počet kombinací obsazení služeb.

Seznam použitých informačních zdrojů

Automatizace úkolů pomocí záznamu makra. *Microsoft* [online]. Microsoft Corporation, c2021 [cit. 2021-6-14]. Dostupné z: <https://support.microsoft.com/cs-cz/office/automatizace-%C3%BAkol%C5%AF-pomoc%C3%AD-z%C3%A1znamu-makra-974ef220-f716-4e01-b015-3ea70e64937b>

Bipartitní grafy a párování. *Univerzitní informační systém Mendelovy univerzity v Brně* [online]. Brno: Mendelova univerzita v Brně [cit. 2020-12-28]. Dostupné z: https://is.mendelu.cz/eknihovna/opory/zobraz_cast.pl?cast=19942;

BŘÁZDOVÁ, Markéta a Josef VOLEK. *Řešené úlohy lineárního programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011. ISBN 978-80-7395-361-4.

CEDER, Avishai a Nigel H.M. WILSON. Bus Network Design. *Transportation Research Part B: Methodological*. 1986, **20**(4), 14. ISSN 0191-2615. DOI:0191-2615(86)90047-0

ČEJKA, Jiří. *Návrh systému veřejné linkové dopravy* [online]. Pardubice, 2008 [cit. 2020-12-31]. Dostupné z: https://dk.upce.cz/bitstream/handle/10195/35298/disertacni_prace_Cejka_Jiri.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Disertační práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Pavel Šaradín.

ČERNÁ, Anna a Jan ČERNÝ. *Manažerské rozhodování o dopravních systémech*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2014. ISBN 978-80-7395-849-7.

DRDLA, Pavel. *Technologie a řízení dopravy - městská hromadná doprava*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2005. ISBN 80-719-4804-7.

DUDORKIN, Jiří. *Systémové inženýrství a rozhodování*. Vyd. 4. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2003. ISBN 80-010-2737-6.

JIROVSKÝ, Lukáš. Základní pojmy: Bipartitní graf. *Teorie grafů* [online]. Praha: Univerzita Karlova, 2010 [cit. 2020-12-28]. Dostupné z: <https://teorie-grafu.cz/zakladni-pojmy/bipartitni-graf.php>

KREJČÍ, Jan. Celočíselné programování. In: *Web: Ing. Mgr. Jan Krejčí, učo 208057* [online]. Brno: Masarykova univerzita, 26. 1. 2019, s. 3 [cit. 2020-12-02]. Dostupné z: <https://is.muni.cz/www/jkrejci/CP.pdf>

- KUBIŠOVÁ, Andrea. *Podpora výuky předmětu Operační výzkum pro bakalářské studium s ekonomickým zaměřením* [online]. Brno, 2015 [cit. 2020-12-31]. Dostupné z: https://is.muni.cz/th/dxuqz/DP_Kubisova.pdf. Disertační práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce Zdeněk Karpíšek.
- LINDA, Bohdan a Josef VOLEK. *Lineární programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2008. ISBN 978-80-7395-133-7.
- MASON, Andrew. About OpenSolver. *OpenSolver: An Open Source Add-in to Solve Linear and Integer Programmes in Excel* [online]. Springer Berlin Heidelberg, 2012 [cit. 2021-6-16]. Dostupné z: <https://opensolver.org/>
- MATOUŠEK, Jiří. *Lineární programování: Úvod do problematiky* [online]. 27. 6. 2006, s. 110 [cit. 2020-12-28]. Dostupné z: <https://iti.mff.cuni.cz/series/2006/311.pdf>
- OHLÍDAL, Michal. *Software pro řešení úlohy lineárního programování*. Brno, 2014. Bakalářská práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce Michal Bulant.
- PIŠNA, Daniel. *Webové rozhraní pro program LP Solve*. Liberec, 2014. Bakalářská práce. Technická univerzita v Liberci. Vedoucí práce Petr Rálek.
- SEKNIČKOVÁ, Jana. *Vícekritériální hodnocení variant – VHV* [online]. Praha [cit. 2021-6-13]. Dostupné z: <http://jana.kalcev.cz/vyuka/kestazeni/EKO422-Vahy.pdf>
- TUČEK, Lukáš. *Systém přidělování služeb řidičům trolejbusů u DPMB, a.s. a možnosti jeho inovace*. Pardubice, 2019. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Petr Nachtigall.

Seznam příloh

Příloha A – Otázky průzkumu	68
Příloha B – Algoritmus simplexové metody	69
Příloha C – Algoritmus Maďarské metody	71
Příloha D – Průvodní zpráva k optimalizačnímu modelu	73
Příloha E – Optimalizační modely	84

Příloha A – Otázky průzkumu

Otázky průzkumu k diplomové práci byly adresovány konkrétním provozním pracovníkům vybraných dopravních podniků provozujících trolejbusovou dopravu. Pro jejich snazší pochopení byly doplněny o příklady znění očekávaných odpovědí.

1. Jaký SW nástroj pro přidělování služeb používáte?
2. Do jakých hlavních skupin jsou řidiči v dopravním podniku rozděleni? Kolik řidičů je v těchto skupinách?
3. Jsou provozně odděleni řidiči trolejbusů a autobusů (příp. jiných trakcí)?
4. Do jakých dílčích skupin a turnusů jsou řidiči rozděleni?
5. Jakým způsobem jsou služby řidičům přidělovány?
6. Jakým způsobem jsou vykrývány neobsazené služby (z důvodu čerpání dovolené, nemoci, OČR apod.)?
7. Kolik takových neobsazených služeb v průměru na jeden den je? Jaké je přibližně maximum počtu těchto služeb na den?
8. Jak probíhá informovanost řidičů o přidělených službách?

Příloha B – Algoritmus simplexové metody

Simplexová metoda postupně přezkoumává bazická řešení úlohy v kanonickém tvaru, dokud nenalezne optimální řešení. Pokud při přezkoumávání bazického řešení zjistí, že není optimální, hledá metoda další bazické řešení s hodnotou účelové funkce menší nebo rovné původně zkoumanému bazickému řešení. Nástrojem pro řešení úlohy pomocí simplexové metody je simplexová tabulka (Tabulka 12). Každému bazickému řešení odpovídá jedna taková tabulka, která může mít různé uspořádání. Do této tabulky je převedena účelová funkce i omezující podmínky, a to způsobem uvedeným v literatuře.⁷⁰

Tabulka 12 Simplexová tabulka

i	Báze	c_i	x_h	c_1	c_2	...	c_j	...	c_n
				p_1	p_2		p_j		p_n
1	p_{i_1}	c_{i_1}	$x_{i_1}^h$	p_{11}	p_{12}		p_{1j}		p_{1n}
2	p_{i_2}	c_{i_2}	$x_{i_2}^h$	p_{21}	p_{22}		p_{2j}		p_{2n}
⋮									
i	p_{i_i}	c_{i_i}	$x_{i_i}^h$	p_{i1}	p_{i2}		p_{ij}		p_{in}
⋮									
m	p_{i_m}	c_{i_m}	$x_{i_m}^h$	p_{m1}	p_{m2}		p_{mj}		p_{mn}
$m + 1$			$f(x_h)$	$z_1 - c_1$	$z_2 - c_2$		$z_j - c_j$		$z_n - c_n$

Zdroj: LINDA, Bohdan a Josef VOLEK. *Lineární programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2008. ISBN 978-80-7395-133-7.

Simplexová tabulka obsahuje v uvedeném uspořádání v prvním sloupci čísla řádků, ve druhém bazické vektory, ve třetím sloupci koeficienty účelové funkce, jejichž indexy odpovídají příslušným bazickým vektorům. Ve čtvrtém sloupci se nachází bazické souřadnice zkoumaného bazického řešení x_h v odpovídajícím pořadí. Ve zbývajících sloupcích jsou souřadnice vektorů p_j pro $j = 1, 2, \dots, n$. V řádku $m + 1$ je hodnota účelové funkce $f(x_h)$, která odpovídá zkoumanému řešení x_h . Ostatní buňky posledního řádku jsou indexními čísly.⁷¹

⁷⁰ LINDA, Bohdan a Josef VOLEK. *Lineární programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2008. ISBN 978-80-7395-133-7.

⁷¹ Tamtéž.

Iteračním algoritmem simplexové metody dochází k úpravám simplexové tabulky, přičemž účelem je nalezení optimálního řešení. Tento algoritmus se skládá z následujících kroků⁷²:

- 1) ověření optimality – $\forall j \in \{1, 2, \dots, n\}: z_j - c_j \leq 0 \Rightarrow$ řešení je optimální,
- 2) určení vektoru zavedeného do nové báze výběrem libovolného vektoru p_k , kterému odpovídá maximální rozdíl $z_k - c_k = \max_j (z_j - c_j)$,
- 3) určení vektoru vyloučeného z báze, kterým je vektor p_{i_l} ležící v řádku l , pro který platí:

$$\frac{x_{i_l}^h}{p_{ik}} = \min_{p_{ik} > 0} \frac{x_{i_l}^h}{p_{ik}},$$

- 4) transformace prvků l -tého řádku simplexové tabulky podle vzorce:

$$\forall j \in \{0, 1, \dots, n\}: p'_{lj} = \frac{p_{lj}}{p_{lk}},$$

kde symbolem p_{l0} je označen prvek simplexové tabulky $x_{i_l}^h$. Transformace ostatních prvků probíhá podle vzorce:

$$p'_{ij} = p_{ij} - \frac{p_{lj}}{p_{lk}} p_{ik},$$

přičemž $i = 1, 2, \dots, m + 1, i \neq l$ a $j = 0, 1, \dots, n$,

kde $p_{i0} = x_{i_l}^h, p_{m+1,0} = f(x)$ a $p_{m+1,j} = z_j - c_j, j = 1, 2, \dots, n$.

- 5) sestavení nové simplexové tabulky z transformovaných souřadnic a pokračování krokem 1.

Tímto byl zjednodušeně přiblížen algoritmus ručního řešení úlohy pomocí simplexové tabulky. Podrobnější objasnění postupu a zákonitostí je uvedeno v literatuře. Kromě tohoto nástroje pro ruční řešení úlohy pomocí simplexové metody existují i softwarové nástroje, tzv. solvery, do kterých vstupují lineární modely, na které jsou aplikovány optimalizační algoritmy a poté je vrácen výsledek. Tyto solvery mohou být dostupné jako nezávislé, samostatně spustitelné, aplikace. Řada z nich však existuje ve formě doplňků jiných aplikací.⁷³ Takovými případy jsou i doplňky tabulkového procesoru MS Excel, a to Řešitel nebo OpenSolver. Příkladem samostatné aplikace pro řešení úloh lineárního programování simplexovou metodou je mj. LP Solve s licencí GNU obdobně jako OpenSolver.⁷⁴

⁷² Tamtéž.

⁷³ OHLÍDAL, Michal. *Software pro řešení úlohy lineárního programování*. Brno, 2014. Bakalářská práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce Michal Bulant.

⁷⁴ PIŠNA, Daniel. *Webové rozhraní pro program LP Solve*. Liberec, 2014. Bakalářská práce. Technická univerzita v Liberci. Vedoucí práce Petr Rálek.

Příloha C – Algoritmus Mad'arské metody

Odstranění záporných prvků v matici

Pokud obsahuje matice C záporný prvek je nutné jej odstranit přičtením jeho absolutní hodnoty ke všem hodnotám v daném sloupci, resp. řádku. Při výskytu více záporných hodnot ve sloupci, resp. řádku, je přičítána absolutní hodnota nejmenší z těchto hodnot.⁷⁵

Vytvoření nul v každém řádku a sloupci

Od každého řádku matice je odečtena hodnota minimálního prvku. Totéž je provedeno i ve sloupcích tak, aby každý řádek i sloupec obsahoval alespoň jeden nulový prvek.⁷⁶

Označení nul

V tomto kroku je označen maximální počet nul tak, aby žádné dvě označené nuly neležely ve stejném sloupci, resp. řádku. Jestliže se počet takto označených nul shoduje s rozměrem matice, lze pokračovat krokem určení optimálního řešení.⁷⁷

Pěstování stromu

Od každé nuly, tzv. kořene stromu, řádku, který neobsahuje žádnou označenou nulu, je vedena spojnice k označené nule v daných sloupcích, pokud existuje, a od každé takto spojené nuly jsou vedeny další spojnice k neoznačeným nulám v příslušných řádcích, pokud existují. Dále jsou vedeny spojnice k označeným nulám v příslušných sloupcích. Postup se opakuje, dokud je to možné. Poté jsou označeny všechny sloupce s neoznačenou nulou patřící do stromu a všechny řádky s označenou nulou patřící do stromu. Je-li tzv. pěstování stromu ukončeno v označené nule, lze pokračovat krokem transformace.⁷⁸

Transformace

Transformace je krok, který se provádí pouze, je-li pěstování stromu ukončeno označenou nulou. Ze všech označených řádků je vybrán minimální nenulový prvek, který je poté odečten od všech označených řádků a přičten ke všem označeným a přičten ke všem označeným sloupcům. Dále se pokračuje opětovným pěstováním stromu se zachováním výchozího řádku i předchozí označení řádků a sloupců.⁷⁹

⁷⁵ BRÁZDOVÁ, Markéta a Josef VOLEK. *Řešené úlohy lineárního programování*. Vyd. 2. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011. ISBN 978-80-7395-361-4.

⁷⁶ Tamtéž.

⁷⁷ Tamtéž.

⁷⁸ Tamtéž.

⁷⁹ Tamtéž.

Augmentace

Ve větvi stromu (s neoznačenou nulou na konci) směrem ke kořenu je provedeno inverzní označení, čímž se zvýší počet označených nul. Je-li poté počet označených nul roven rozměru matice, lze pokračovat následujícím krokem. V opačném případě jsou zrušeny vypěstované stromy a je zrušeno označení řádků a sloupců se zachováním označení nul. Poté je opakován postup od kroku vytvoření nul v každém řádku a sloupci, přičemž se poté vynechá krok označení nul, neboť původní označení zůstává v platnosti.⁸⁰

Určení optimálního řešení.

Matice v tomto kroku obsahuje počet označených nul totožný s rozměrem matice, tj. s hodnotou m . Toto řešení je optimální, přičemž označené nuly určují optimální přiřazení.⁸¹

⁸⁰ Tamtéž.

⁸¹ Tamtéž.

Příloha D – Průvodní zpráva k optimalizačnímu modelu

Přiložené soubory

1. **Optimalizační model (0).xls**m – Model pro počáteční přidělení služeb optimalizačním modelem pro 0. den, tj. 31. 5. 2021, kdy jsou k porovnání dostatečné doby mezi uvažovanou službou pro tento den a službou v předcházejícím dni jsou použita data o předcházejících službách pouze na základě jejich zařazení do turnusů, jelikož z předešlého dne nejsou k dispozici informace o službách na základě jejich přidělení optimalizačním modelem, protože v tomto předešlém dni nebyl algoritmus optimalizačního modelu proveden.

2. **Optimalizační model (výchozí).xls**m – Stav optimalizačního modelu po provedení optimalizačního algoritmu pro první den období, tj. k 1. 6. 2021, přičemž k porovnání dostatečné doby mezi uvažovanou službou pro tento den a službou v předcházejícím dni jsou již použita data o předcházejících službách jak na základě jejich zařazení do turnusů, tak i na základě jejich přidělení optimalizačním modelem, pokud k takovému přidělení došlo.

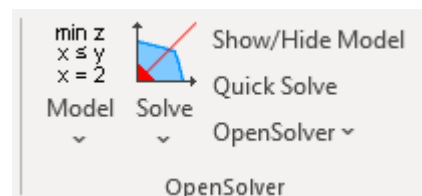
3. **Optimalizační model (koncový).xls**m – Stav optimalizačního modelu na konci hodnoceného období, tj. k 30. 6. 2021. Použití modelu pro další dny by bylo možné s daty pro PD, přestože od 1. 7. 2021 začaly platit jízdní řády pro PD–P. Ty obsahují větší množství předem neurčených služeb pro pokrytí dovolených, které nejsou tímto modelem zohledněny, takže by použití těchto dat nebylo vhodné pro předvedení správné funkce jeho algoritmu.

Návod k obsluze optimalizačního modelu

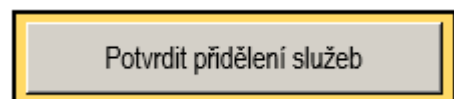
1. **Vygenerování dat pro následující den** – Na listu **Turnusy 1** se po stisku příslušného tlačítka provede posun polí řidičů v jednotlivých turnusech, čímž se vygenerují data pro následující den. Pro přechod z pondělí na úterý až po přechod ze čtvrtka na pátek je určeno tlačítko **PO-PÁ**, pro přechod z pátku na sobotu a ze soboty na neděli je určeno tlačítko **PÁ-NE** a pro přechod z neděle na pondělí je určeno tlačítko **NE-PO**.



2. **Optimalizace** – Provedení optimalizačního algoritmu se provádí dle kalendářního dne na příslušných listech **PD** (pro pondělí až pátek) a **SN** (pro soboty a neděle) pomocí doplňku OpenSolver. Je nutné jej před prvním použitím spustit. Vyřešení optimalizačního modelu, který je v tomto doplňku definován, se provede stiskem tlačítka **Solve**.



3. **Potvrzení přidělení služeb** – Po provedení kroku optimalizace je nutné pomocí stisku tlačítka **Potvrdit přidělení služeb** (na jednom z listů **PD** nebo **SN**, přičemž v tomto případě nezáleží na kterém) přenést data o přidělených službách na listu **Archiv** a dále přenést statistické údaje o provedené optimalizaci na listu **Statistika**.



Součásti optimalizačního modelu a jejich popis

Optimalizační model používá jako zdroj dat výstupy i vstupy modelu simulačního. Listy těchto modelů jsou barevně odlišeny modrou barvou (u modelu simulačního) a zelenou barvou (u modelu optimalizačního). V následujícím popisu jednotlivých součástí jsou slovesy „zadat“ a „zobrazit“ odlišeny případy, kde jsou údaje do polí zadána ručně a kde jsou údaje zobrazeny pomocí vzorců na základě jinde uvedených údajů.

1. **Řidiči** – List vstupních dat obsahující parametry jednotlivých řidičů.

1a. **Aktuální služba** – V tomto sloupci se zobrazují aktuální služby řidičů (jedná se o zobrazení výstupu simulačního modelu) čerpané z listu **Služby**.

1b. **Turnus** – V tomto sloupci jsou zadány turnusy (čísla variant), do nichž jsou jednotliví řidiči zařazeni.

1c. **Vozovna** – Ve sloupcích vozoven se zobrazuje příslušnost jednotlivých řidičů k vozovnám na základě jejich příslušnosti k turnusům, u nichž je příslušnost k vozovnám zadána na listu **Turnusy**.

ŘIDIČI					
Osobní číslo	Aktuální služba	Turnus	Vozovna		
			2221	2222	2223
499104	X	01	0	1	1
1041105	106	01	0	1	1
1509104	900	90	1	1	1
3306108	X	02	1	0	0
3433104	203	04	0	1	0
4889108	X	07	1	0	0
5091105	637	12	0	0	1
6270101	426	02	1	0	0

2. **Turnusy** – List vstupních dat obsahující parametry jednotlivých turnusů.

2a. **SN** – V tomto sloupci jsou označeny turnusy zahrnující víkendy.

2b. **Vozovna** – Ve sloupcích vozoven je zadána příslušnost jednotlivých turnusů k vozovnám.

VOZOVNY				
Turnus	SN	Vozovna		
		2221	2222	2223
01	1	0	1	1
02	1	1	0	0
03	1	1	1	1
04	0	0	1	0
05	0	0	1	0
06	0	1	0	0
07	1	1	0	0
08	1	1	0	0

3. **Služby** – List vstupních dat obsahující parametry jednotlivých služeb.

3a. **Aktuální řidič** – V tomto sloupci se zobrazuje aktuální obsazení služby řidičem (jedná se o zobrazení výstupu simulačního modelu) čerpané z listu **Turnusy 2**.

3b. **Turnus** – V tomto sloupci je zadána příslušnost jednotlivých služeb k turnusům.

3c. **Služba před** a **Služba po** – V těchto sloupcích je zadána předchozí a následující služba jednotlivých služeb, jsou-li zařazeny do turnusu.

3d. **PD** a **SN** – V uvedených sloupcích jsou zadány, nebo se zobrazují, parametry jednotlivých služeb, které se liší v PD a SN.

– **0/1** – V tomto sloupci se zobrazuje přidělitelnost službu na základě posouzení na základě vyhodnocení časů nástupů a ukončení. Služby bez vyplněných údajů Od a Do, tj. nepřidělitelné (v rámci optimalizačního modelu), se neuvážují k přidělení, jelikož se jedná o předem neurčené služby, služby v daném dni neobsazované nebo klouzavá volna. Tyto nepřidělitelné služby jsou pak v následujících sloupcích barevně odlišeny – předem neurčené služby žlutou výplní, klouzavá volna modrou a neobsazované služby červenou.

– **Stř.** – V tomto sloupci je zadána příslušnost jednotlivých služeb k vozovám (pomocí čísel středisek).

– **Od a Do** – V těchto sloupcích jsou zadány časy nástupů a ukončení jednotlivých služeb.

SLUŽBY												
Číslo služby	Aktuální řidič	Turnus	Služba		PD				SN			
			Před	Po	0/1	Stř.	Od	Do	0/1	Stř.	Od	Do
101	99041	01	X	900	1	2223	6:11	13:57	1	2222	7:04	15:08
102	99027	01	X	104	1	2223	14:38	22:30	1	2223	15:14	22:57
103	99036	01	900	X	1	2223	4:40	13:17	0			
104	6681106	01	102	106	1	2223	13:37	21:58	1	2222	14:28	23:41
105	10914108	01	X	107	0				1	2223	7:48	15:14
106	1041105	01	104	108	1	2223	13:15	20:53	1	2223	13:20	20:58
107	11297104	01	105	109	1	2222	4:10	14:00	1	2222	4:15	14:00
108	99019	01	106	X	1	2223	12:20	19:56	0			

4. **Turnusy 1** (ovládání) – List simulačního modelu určený k posunu řidičů v rámci turnusů pro jednotlivé dny.

4a. **Platnost dat k** – Zobrazení kalendářního dne a aktuálního data.

4b. **Ovládací tlačítka** – Tlačítka určená k ovládání simulačního modelu pomocí maker.

- **PO-PÁ** – Tlačítko pro posun řidičů ve všech turnusech.
- **PÁ-NE** – Tlačítko pro posun řidičů pouze v turnusech zahrnující víkendy.
- **NE-PO** – Tlačítko pro posun řidičů ve všech turnusech a změnu ranních a odpoledních sloupců v turnusech 5+2 se střídáním ranních a odpoledních týdnů.

4c. **Hlavičky turnusů** – V hlavičce turnusů jsou zadány jejich údaje (číslo varianty, typ turnusu, vozovna, a jeho charakteristika). Barevně jsou odlišeny turnusy zahrnující víkendy (zelená barva), turnusy 5+2 s jednoduchým cyklem služeb (světle modrá barva), turnusy 5+2 se střídáním ranního a odpoledního týdne (tmavě modrá barva) a řidiči mimo turnus (oranžová barva).

4d. **Pole turnusů** – V polích turnusů je uveden cyklus střídání služeb v daném turnusu a řidiči na pozicích v turnusech podle aktuálního dne. Barevně jsou zvýrazněny předem neurčené služby (žlutá barva) a volná místa v turnusech neobsazená řidiči (červená barva).

4e. **Kalendářní den a datum** – Současně s posunem řidičů v rámci turnusů pomocí ovládacích tlačítek dochází k aktualizaci kalendářního dne a data, k čemuž slouží určená část listu za posledním turnusem.

TURNUSY 1 (OVLÁDÁNÍ)		PO-PÁ	PÁ-NE	NE-PO			
Platnost dat k		ST	30.6.2021				
Turnus 01		Turnus 02		Turnus 03			
4+1		4+2 Komín		4+2			
		sólo vozy		předem neurčené služby			
Turnus 04							
5+2 Husovice				dělené služby			
102	99027	401	99013	900	99030	201	8686101
104	6681106	403	99022	900	99028	203	3433104
106	1041105	405	12701101	900	99020	205	14729101
108	99019	407	13272101	900	13600101	207	13511101
X	99002	X	8871104	X	99044	209	13252101

5. **Turnusy 2** (zobrazení) – List simulačního modelu určený k zobrazení totožných dat jako na listu **Turnusy 1**, kde však při použití maker dochází k posunu buněk a odkazováním na ně by došlo k narušení vzorců. Celá oblast turnusů z listu **Turnusy 1** je tak po vygenerování dat na

každý den automaticky překopírována na tento list, odkud jsou pak čerpána pro další použití na listu **Služby**.

6. **PD** a **SN** – Listy optimalizačního modelu určené k optimálnímu dodatečnému přidělení neobsazených služeb, tj. služeb mimo turnus nebo neobsazených služeb vzniklých existencí volných míst v turnusech neobsazených řidiči, a to s využitím řidičů s předem neurčenými službami pro daný kalendářní den. Optimalizační modely jsou pro **PD** a **SN** na samostatných listech. Pro tyto dvě varianty jsou totiž zdrojem jiné předem neurčené služby, které jsou v těchto variantách odlišné, rovněž tak i neobsazené služby, které jsou v pracovní dny čerpány z volných míst ve všech turnusech a služeb mimo turnus a o sobotách a nedělích čerpány z volných míst pouze v turnusech zahrnujících víkendy a jiných služeb mimo turnus.

6a. **Ovládací tlačítko** – Tlačítko **Potvrdit přidělení služeb** určené k přenesení dat o přidělených službách optimalizačním modelem na listu **Archiv** a statistických údajů o provedené optimalizaci na listu **Statistika**.

6b. **Maticе povinných kritérií** – V této matici je u každé kombinace řidiče a služby vyhodnoceno, zda ji lze zahrnout do závěrečného přidělení služeb (**PRAVDA**), či nikoliv (**NEPRAVDA**). To se děje na základě posuzování povinných kritérií.

– Kritérium *Doba mezi službami je větší nebo rovna 9 hod.* je posuzováno porovnáváním času ukončení předchozí služby s časem začátku služby uvažované a času ukončení této služby s časem začátku služby následující, přičemž je zohledněno, že se tyto údaje v pracovní dny a o sobotách a nedělích liší, a to vyhodnocením aktuálního kalendářního dne a podle tohoto jsou vyhledány odpovídající časy nástupů a ukončení. Údaje o předcházejících službách jsou zjišťovány podle archivu služeb přidělených jednotlivým řidičům evidovaných na listu **Archiv**.

– Kritérium *Uvažovaná služba je přidělitelná*, vyplývající z konstrukce modelu, u něhož mohou být v maticích zahrnuty i služby, které nejsou určeny k závěrečnému přidělení (předem neurčené služby, klouzavá volna, volné dny), je posuzováno na základě vyhledání přidělitelnosti dané služby na listu **Služby**.

– Kritérium *Vybraný řidič je řidičem (nikoliv volným místem v turnusu)*, vyplývající z konstrukce modelu, u něhož mohou být v maticích zahrnuty kromě

řidičů i volná místa v turnusech označená čísla v intervalu $\langle 99001; 99999 \rangle$, je posuzováno na základě vyhodnocení, zda je osobní číslo řidiče větší než 99999.

6c. **Maticе volitelných kritérií** – V této matici jsou u každé kombinace řidiče a služby vyhodnocena volitelná kritéria a na základě jejich významnosti, zadané na listu **Kritéria**, určena pomocí vzorce 2 vhodnost přidělení služby řidiči vyjádřená bodovou hodnotou v intervalu $\langle 0; 100 \rangle$.

– Kritérium *Uvažovanou službu lze přidělit* je posuzováno na základě vyhodnocení odpovídající kombinace řidiče a služby v matici povinných kritérií. Splněním tohoto kritéria jsou přiřazeny body všem možným kombinacím řidičů a služeb.

– Kritérium *Uvažovaná služba je z totožné vozovny jako vybraný řidič* je posuzováno na základě vyhledání příslušnosti řidiče k vozovně na listu **Řidiči** a příslušnosti služby k vozovně na listu **Služby**. Splněním tohoto kritéria jsou přiřazeny body všem kombinacím řidičů a služeb, u kterých souhlasí jejich příslušnost k vozovně.

– Kritérium *Uvažovaná služba je z totožného turnusu jako vybraný řidič* je posuzováno na základě vyhledání zařazení řidiče do turnusu na listu **Řidiči** a zařazení služby do turnusu na listu **Služby**. Splněním tohoto kritéria jsou přiřazeny body všem kombinacím řidičů a služeb, u kterých souhlasí jejich zařazení do turnusů.

6d. **Maticе C** – Tato matice je maticí sazeb úlohy lineárního programování. V této matici je u každé kombinace řidiče a služby uvedena bodová hodnota v intervalu $\langle 0; 100 \rangle$ získaná vynásobením odpovídajících prvků matice povinných a volitelných kritérií, čímž je u nepřipustných kombinací docílena nulová bodová hodnota.

6e. **Maticе X** – Tato matice přidělení služeb jednotlivým řidičům je maticí proměnných optimalizačního modelu. Při řešení optimalizačního modelu, pomocí doplňku OpenSolver, je touto maticí vyjádřeno optimální řešení dodatečného přidělení neobsazených služeb řidičům. Vyhodnocené kombinace jsou označeny **1**.

– **Kontrolní součty** – V buňkách kontrolních součtů jsou počítány sumy jednotlivých řádků a sloupců, které jsou pak součástí omezujících podmínek

optimalizačního modelu, čímž je zajištěno, že každému řidiči je přidělena maximálně jedna služba a každá služba je obsazena maximálně jedním řidičem.

- **Kontrola přidělitelnosti** – V těchto řádcích je vyhodnocována přidělitelnost služby v odpovídajícím sloupci. Zahrnutím omezující podmínky do optimalizačního podmínku, aby počet přidělených nepřidělitelných služeb byl nulový, je zajištěno, aby tyto služby nebyly zahrnuty do výsledného řešení.
- **Neobsazené služby** – V tomto řádku jsou vyhodnocovány služby, které po provedení optimalizaci zůstaly neobsazené (**PRAVDA**).
- **Kontrola existujících řidičů** – V těchto sloupcích je vyhodnocováno, zda je řidič v odpovídajícím řádku řidičem. Zahrnutím omezující podmínky do optimalizačního podmínku, aby počet neexistujících řidičů byl nulový, je zajištěno, aby tito řidiči nebyly zahrnuty do výsledného řešení.
- **Řidiči bez přidělené služby** – V tomto sloupci jsou vyhodnocováni řidiči, kterým po provedení optimalizace nebyla přidělena žádná služba (**PRAVDA**).
- **Přidělená služba** – V tomto sloupci jsou zobrazovány služby přidělené řidičům.
- **Účelová funkce** – Účelovou funkcí je součet odpovídajících prvků matic C a X, což představuje výslednou bodovou hodnotu přidělení služeb, která je optimalizačním modelem maximalizována.

6f. **Kontrolní matice** – V kontrolní matici jsou vyhodnocovány nepřípustné kombinace dle matice povinných kritérií zahrnuté do výsledného řešení. Položením součtu prvků této matice nule v omezujících podmínkách optimalizačního modelu je zajištěno, aby nebyly takové kombinace do výsledného řešení zahrnuty.

7. **Kritéria** – List optimalizačního modelu určený k zadání významnosti volitelných kritérií pomocí bodovací metody. Pomocí zadané významnosti jsou posuzována jednotlivá kritéria v matici volitelných kritérií na listech **PD** a **SN**.

KRITÉRIA	
Kritérium	Významnost
Doba mezi službami je větší nebo rovna 9 hod.	povinné
Uvažovaná služba je přidělitelná	povinné
Vybraný řidič je řidičem (nikoliv volným místem v turnusu).	povinné
Uvažovanou službu lze přidělit	1
Uvažovaná služba je z totožné vozovny jako vybraný řidič.	5
Uvažovaná služba je z totožného turnusu jako vybraný řidič.	10
Váha kritérií celkem	16

8. **Statistika** – List optimalizačního modelu, na němž jsou evidovány statistické údaje o prováděné optimalizaci, resp. o prováděném přidělování služeb. Vychází z údajů na listech **PD** a **SN** na základě vyhodnocení aktuálního kalendářního dne.

8a. **Řidiči** – V uvedených sloupcích se zobrazují statistické údaje vztahující se k řidičům.

- **Výchozí** – V tomto sloupci se zobrazuje výchozí počet řidičů (do počtu nejsou zahrnuti neexistující řidiči figurující v maticích).
- **S přidělenou službou** – V těchto sloupcích je vyhodnocován počet a procentuální podíl řidičů, kterým byla v rámci provedené optimalizace přidělena služba.
- **Bez přidělené služby** – V těchto sloupcích je vyhodnocován počet a procentuální podíl řidičů, kterým nebyla v rámci provedené optimalizace přidělena služba.

8b. **Služby** – V uvedených sloupcích se zobrazují statistické údaje vztahující se ke službám.

- **Výchozí** – V tomto sloupci se zobrazuje výchozí počet neobsazených služeb (do počtu nejsou zahrnuty nepřidělitelné služby).
- **Přidělené** – V těchto sloupcích je vyhodnocován počet a procentuální podíl služeb, které byly v rámci provedené optimalizace obsazeny řidiči.
- **Neobsazené** – V těchto sloupcích je vyhodnocován počet a procentuální podíl služeb, které nebyly v rámci provedené optimalizace obsazeny řidiči.

8c. **Dosažená bodová hodnota** – V tomto sloupci se zobrazuje dosažená hodnota účelové funkce.

8d. **Úspěšnost** – V tomto sloupci je hodnocena úspěšnost. Je-li výchozí počet neobsazených služeb vyšší, jak výchozí počet řidičů, je touto úspěšností procentuální podíl řidičů s přidělenou službou. V opačném případě je úspěšností procentuální podíl přidělených služeb.

STATISTIKA													
Den	Datum	Řidiči						Služby				Dosažená bodová hodnota	Úspěšnost
		Výchozí	S přidělenou službou		Bez přidělené služby		Výchozí	Přidělené		Neobsazené			
			[os]	[%]	[os]	[%]		[os]	[%]	[os]	[%]		
ST	30.6.2021	57	23	40,35	34	59,65	23	23	100,00	0	0,00	1175,00	100,00
ST	30.6.2021	57	23	40,35	34	59,65	23	23	100,00	0	0,00	1175,00	100,00
ÚT	29.6.2021	59	23	38,98	36	61,02	23	23	100,00	0	0,00	1237,50	100,00
PO	28.6.2021	62	27	43,55	35	56,45	27	27	100,00	0	0,00	1356,25	100,00
NE	27.6.2021	10	10	100,00	0	0,00	20	10	50,00	10	50,00	593,75	100,00
SO	26.6.2021	9	9	100,00	0	0,00	19	9	47,37	10	52,63	650,00	100,00

9. **Archiv** – List určený k zaznamenávání skutečně přidělených služeb, jak podle turnusů, tak v případě jejich přidělení optimalizačním modelem i takto přidělených služeb.

9a. **Dle turnusu** – V těchto sloupcích se zobrazují služby přidělované dle turnusů, přičemž ve sloupci SN je u řidičů zařazených do nevíkendových turnusů vyhodnocen volný den (X).

9b. **Po optimalizaci (PD) a Po optimalizaci (SN)** – V těchto sloupcích se zobrazují služby přidělené optimalizačním modelem, pokud jsou takto vyhodnoceny ve sloupcích 0/1.

9c. Služby jsou k jednotlivým řidičům zaznamenávány na základě vyhodnocení aktuálního kalendářního dne a podle toho, zda jim byla služba přidělena optimalizačním modelem. V opačném případě jsou zaznamenávány služby přidělené dle turnusů.

9d. Ve dvojitou čárou ohraničeném sloupci jsou zobrazeny služby přidělené v předcházejícím dni jako zdroj dat pro porovnávání povinných kritérií na listech **PD** a **SN**.

ARCHIV

Řidič	Dle turnusu		Po optimalizaci (PD)		Po optimalizaci (SN)		ST	ST
	PD	SN	0/1	Služba	0/1	Služba	30.6.2021	30.6.2021
499104	X	X	0	X	0	X	X	X
1041105	106	106	0	106	0	106	106	106
1509104	900	X	0	900	0	X	900	900
3306108	X	X	0	X	0	X	X	X
3433104	203	X	0	203	0	X	203	203
4889108	X	X	0	X	0	X	X	X
5091105	637	X	1	633	0	X	633	633
5270101	426	426	0	426	0	426	426	426

Příloha E – Optimalizační modely

K této diplomové práci jsou dále přiloženy tyto soubory s optimalizačními modely:

- Optimalizační model (0).xlsm,
- Optimalizační model (výchozí).xlsm,
- Optimalizační model (koncový).xlsm.