

Univerzita Pardubice
Fakulta chemicko-technologická

Pád nekulových částic v kvapalinách
Bc. Bernadeta Baranová

Diplomová práce
2021

Univerzita Pardubice
Fakulta chemicko-technologická
Akademický rok: 2020/2021

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Bernadeta Baranová**
Osobní číslo: **C19603**
Studijní program: **N2807 Chemické a procesní inženýrství**
Studijní obor: **Chemické inženýrství**
Téma práce: **Pád nekulových částic v kapalinách**
Zadávací katedra: **Ústav environmentálního a chemického inženýrství**

Zásady pro vypracování

1. Zpracujte a doplňte literární řešení dané problematiky s důrazem na nekulové částice tvaru elipsoidu a vypracujte její stručný teoretický rozbor.
2. Sestavte experimentální zařízení a vyberte vhodnou metodu pro měření pádové rychlosti.
3. Vyberte vhodné systémy modelová kapalina-nekulová částice (elipsoid). Stanovte fyzikální charakteristiky vybraných systémů a proměřte pádové rychlosti částic v modelových kapalinách.
4. Experimentální data vhodným způsobem vyhodnoťte a příp. porovnejte s údaji uváděnými v literatuře.
5. Diplomovou práci zpracujte v souladu se Směrnicí UPa č. 7/2019 „Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací“ v platném znění.

Rozsah pracovní zprávy:
Rozsah grafických prací:
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Bedřich Šiška, CSc.**
Ústav environmentálního a chemického inženýrství

Datum zadání diplomové práce: **25. února 2021**
Termín odevzdání diplomové práce: **7. května 2021**

L.S.

prof. Ing. Petr Kalenda, CSc.
děkan

prof. Ing. Petr Mikulášek, CSc.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 25. února 2021

Prehlasujem:

Prácu s názvom Pád neguľových častíc v kvapalinách som vypracovala samostatne.

Všetky literárne pramene a informácie, ktoré som v práci využila, sú uvedené v zozname použitej literatúry.

Bola som zoznámená s tým, že sa na moju prácu vzťahujú práva a povinnosti vyplývajúce zo zákona č. 121/2000 Sb., o práve autorskom, o právach súvisiacich s právom autorským a o zmene niektorých zákonov (autorský zákon), v znení neskorších predpisov, najmä so skutočnosťou, že Univerzita Pardubice má právo na uzavretie licenčnej zmluvy o použití tejto práce ako školského diela podľa § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tým, že pokiaľ dôjde k použitiu tejto práce mnou alebo bude poskytnutá licencia o použití inému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávnená odo mňa požadovať primeraný príspevok na úhradu nákladov, ktoré na vytvorenie diela vynaložila, a to podľa okolností až do ich skutočnej výšky.

Beriem na vedomie, že v súlade s § 47b zákona č. 111/1998 Zb., o vysokých školách a o zmene a doplnení ďalších zákonov (zákon o vysokých školách), v znení neskorších predpisov a smernice Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidlá pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, v znení neskorších dodatkov, bude práca zverejnená prostredníctvom Digitálnej knižnice Univerzity Pardubice.

V Pardubiciach dňa 16.07.2021

Bc. Bernadeta Baranová v. r.

POĎAKOVANIE

Ďakujem vedúcemu mojej diplomovej práce, Ing. Bedřichovi Šiškovi, CSc., za zadanie zaujímavej témy, odborné rady pri uskutočňovaní experimentu, a tiež za trpezlivosť a ochotu v priebehu celej mojej práce.

Ďakujem aj mojej rodine za prejavenu podporu počas môjho doterajšieho štúdia a pri písaní práce.

ANOTÁCIA

Predkladaná diplomová práca sa zaoberá experimentálnou štúdiou pádu neguľovej častice v tvare elipsoidu v plazivej oblasti toku v modelovej newtonovskej kvapaline. Teoretická časť práce uvádza všeobecné poznatky o páde guľových a neguľových častíc a analytického riešenia pádu elipsoidu v plazivej oblasti v newtonovskej kvapaline. Experimentálna časť popisuje 3D tlač modelových častíc (elipsoidov), ich výber a meranie rýchlosti pádu vo vybranej modelovej kvapaline. Cieľom práce je určenie korekčného faktora vplyvu stien a jeho porovnanie s Faxénovým korekčným faktorom.

KLÚČOVÉ SLOVÁ

pád neguľovej častice, elipsoid, newtonovská kvapalina, korekčný faktor

ANOTACE

Předkládaná diplomová práce se zabývá experimentálním studiem pádu nekulové částice ve tvaru elipsoidu v plouživé oblasti toku v modelové newtonské kapalině. Teoretická část práce uvádí obecné poznatky o pádu kulových a nekulových částic a analytickém řešení pádu elipsoidu v plouživé oblasti toku v newtonské kapalině. Experimentální část popisuje 3D tisk modelových částic (elipsoidů), jejich výběr a měření pádové rychlosti ve vybrané modelové kapalině. Cílem práce je určení korekčního faktoru vlivu stěn a jeho srovnání s Faxénovým korekčním faktorem.

KLÍČOVÁ SLOVA

pád nekulové částice, elipsoid, newtonská kapalina, korekční faktor

TITLE

Fall of non-spherical particles in fluids

ANNOTATION

This diploma thesis deals with an experimental study of fall of non-spherical particle in the shape of an ellipsoid in the creeping region of flow in a model Newtonian fluid. The theoretical part of the work presents general knowledge about the fall of spherical and non-spherical particles and the analytical solution of the fall of an ellipsoid in the creeping region in a Newtonian fluid. The experimental part describes the 3D printing, the selection of model particles (ellipsoids), and the measurement of their fall in a selected model fluid. The main goal

of the work is to determine the correction factor of the wall influence and its comparison to Faxen's correction factor.

KEYWORDS

fall of non-spherical particle, ellipsoid, Newtonian fluid, correction factor

OBSAH

ZOZNAM ILUSTRÁCIÍ, TABULIEK A GRAFOV	10
ZOZNAM SKRATIEK A ZNAČIEK.....	13
ÚVOD.....	15
2 TEORETICKÁ ČASŤ.....	16
2.1 Základné reologické pojmy	16
2.1.1 Reológia - definícia a predmet odboru	16
2.1.2 Rozdelenie kvapalín a základné režimy ich toku.....	17
2.1.3 Sily pôsobiace v systéme, tenzor napätia.....	19
2.1.4 Základné typy deformácií	21
2.2 Charakteristika newtonských a nenewtonských tekutín	21
2.2.1 Reologické rovnice pre newtonovské tekutiny	21
2.2.2 Reologické rovnice pre nenewtonovské tekutiny	23
2.3 Rýchlosť pádu izolovanej častice v newtonovskej kvapaline.....	25
2.3.1 Analýza pádu izolovanej častice.....	25
2.3.2 Rýchlosť pádu izolovanej tuhej častice v newtonskej kvapaline.....	26
2.3.2.1 Rýchlosť pádu izolovanej sférickej častice v newtonskej kvapaline.....	26
2.3.2.2 Rýchlosť pádu izolovanej nesférickej častice v newtonskej kvapaline	27
2.4 Rýchlosť pádu elipsoidu v prostredí newtonskej kvapaliny	29
2.4.1 Elipsoid - základné vlastnosti	29
2.4.2 Pád elipsoidu v newtonskej kvapaline	31
2.5 Vplyv stien experimentálneho zariadenia na pád častice v kvapaline.....	33
3 EXPERIMENTÁLNA ČASŤ	35
3.1 Použité experimentálne zariadenie	35
3.2 Použitá modelová kvapalina	36
3.3 Použité modelové častice.....	36
3.4 Stanovenie vlastností modelovej kvapaliny.....	38
3.5 Postup merania pádu častíc v kolóne.....	39
4 VYHODNOTENIE, VÝSLEDKY A DISKUSIA.....	40
4.1 Stanovenie fyzikálnych vlastností Emkaroxu HV45	40

4.2 Stanovenie vlastností a charakteristík modelových častíc	44
4.3 Pádová rýchlosť modelových častíc	45
4.3.1 Stanovenie pádovej rýchlosti guľových častíc.....	46
4.3.1 Stanovenie pádovej rýchlosti elipsoidov	47
4.4 Určenie korekčného faktora pre vplyv steny	51
ZÁVER	57
POUŽITÁ LITERATÚRA.....	58

ZOZNAM ILUSTRÁCIÍ, TABULIEK A GRAFOV

Obrázok 1 – Reológia ako multidisciplinárny odbor	16
Obrázok 2 – Štruktúra toku tekutín.....	18
Obrázok 3 – Štruktúra toku v laminárnej oblasti pre pád guľovitej častice	18
Obrázok 4 – Rýchlostné profily prúdenia.....	19
Obrázok 5 – Zložky povrchového napätia pôsobiace na element	20
Obrázok 6 – Profil rýchlostného toku reálnej tekutiny	22
Obrázok 7 – Priebeh reogramov vybraných tokových kriviek	25
Obrázok 8 – Modelové zobrazenie pádu samostatnej častice v tvare gule.....	26
Obrázok 9 – Rotačný elipsoid – prolát	30
Obrázok 10 – Sploštený elipsoid	31
Obrázok 11 – Schéma experimentálneho zariadenia.....	35
Tabuľka 1 – Prehľad reologických modelov	24
Tabuľka 2 – Korekčné funkcie pre určenie polomerov ekvivalentnej sférickej častice.....	32
Tabuľka 3 – Prehľad vybraných korekčných faktorov	34
Tabuľka 4 – Hustota 45 %-tného Emkaroxu HV45	40
Tabuľka 5 – Stanovenie viskozity 45 %-tného roztoku Emkaroxu HV45	41
Tabuľka 6 – Charakteristiky guľovitých častíc	44
Tabuľka 7 – Charakteristiky elipsoidov z PLA - sada s rozmermi v pomere 1,5:1.....	45
Tabuľka 8 – Charakteristiky elipsoidov z PLA – sada s rozmermi v pomere 2:1	45
Tabuľka 9 – Čas pádu častice E10-1 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,2 °C	46
Tabuľka 10 – Čas pádu častice E10-2 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,6 °C	46
Tabuľka 11 – Čas pádu častice E10-3 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,8 °C	46
Tabuľka 12 – Experimentálne a teoretické hodnoty pádových rýchlostí pre guľové častice a Reynoldsovo kritérium.....	47
Tabuľka 13 – Čas pádu elipsoidu E20-1 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie rovnobežne so smerom pádu	48
Tabuľka 14 – Čas pádu elipsoidu E20-4 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu	49
Tabuľka 15 – Priemerné experimentálne rýchlosti pádu a teoretické rýchlosti pádu pre neobmedzené prostredie pre elipsoidy E20 pri 25,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie rovnobežne so smerom pádu.....	49

Tabuľka 16 – Priemerné experimentálne rýchlosti pádu a teoretické rýchlosti pádu pre neobmedzené prostredie pre elipsoidy E20 pri 25,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu.....	50
Tabuľka 17 – Priemerné experimentálne rýchlosti pádu a teoretické rýchlosti pádu pre neobmedzené prostredie pre elipsoidy E15 pri 27,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie rovnobežne so smerom pádu.....	50
Tabuľka 18 – Priemerné experimentálne rýchlosti pádu a teoretické rýchlosti pádu pre neobmedzené prostredie pre elipsoidy E15 pri 27,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie kolmá	50
Tabuľka 19 – Korekčný faktor vplyvu stien pre E20 (pomer os prolátu cca 2:1), orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu.....	51
Graf 1 – Graf závislosti hustoty 45 %-tného roztoku Emkaroxu HV na teplote	41
Graf 2 – Graf závislosti dynamickej viskozity 45 %-tného roztoku Emkaroxu HV45 na teplote.....	42
Graf 3 – Amplitude sweep test pre 45 % -tného roztok Emkaroxu HV 45	43
Graf 4 – Creep test 45 % - tného vodného roztoku Emkaroxu HV45 pri teplote 26 °C	43
Graf 5 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od $d_{ekv,p}/D$ pre elipsoidy E20, orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu.....	52
Graf 6 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od d_V/D pre elipsoidy E20, orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu ..	52
Graf 7 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od $d_{ekv,k}/D$ pre elipsoidy E20, orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu.....	53
Graf 8 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od d_V/D pre elipsoidy E20, orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu.....	53
Graf 9 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od $d_{ekv,p}/D$ pre elipsoidy E15, orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu	54
Graf 10 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od d_V/D pre elipsoidy E15, orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu ..	54
Graf 11 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od $d_{ekv,k}/D$ pre elipsoidy E15, orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu.....	55

Graf 12 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od d_V/D pre elipsoidy E15, orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu.....55

ZOZNAM SKRATIEK A ZNAČIEK

a	dĺžka vedľajšej polosi	[m]	[L]
A	dĺžka vedľajšej osi	[m]	[L]
A_n	plocha priemetu častice do roviny kolmej na smer pohybu	[m]	[L]
b	dĺžka vedľajšej polosi	[m]	[L]
B	dĺžka vedľajšej osi	[m]	[L]
c	dĺžka hlavnej polosi	[m]	[L]
C	dĺžka hlavnej osi	[m]	[L]
c_D	súčiniteľ odporu	[-]	
d	priemer guľovej častice	[m]	[L]
D	priemer kolóny kruhového prierezu	[m]	[L]
d_A	povrchový priemer častice	[m]	[L]
$d_{ekv, k}$	ekvivalentný priemer pre elipsoid padajúci kolmo na os symetrie	[m]	[L]
$d_{ekv, p}$	ekvivalentný priemer pre elipsoid padajúci paralelne na os symetrie	[m]	[L]
d_n	ekvivalentný priemer častice	[m]	[L]
d_V	objemový priemer častice	[m]	[L]
E	extentricita	[-]	
\vec{f}	jednotkový vektor silového poľa	[m s ⁻²]	[LT ⁻²]
f_w	korekčný faktor vplyvu stien	[-]	
g	tiažové zrýchlenie	[ms ⁻²]	[LT ⁻²]
\vec{l}	jednotkový tenzor	[-]	
p	termodynamický tlak	[Pa]	[ML ⁻¹ T ²]
R	polomer guľovej častice	[m]	[L]
Re	Reynoldsovo kritérium	[-]	
t	čas	[s]	[T]
T	termodynamická teplota	[K]	[Θ]
u_p	pádová rýchlosť častic	[ms ⁻¹]	[LT ⁻¹]
u_o	pádová rýchlosť guľovej častice v neobmedzenom prostredí	[ms ⁻¹]	[LT ⁻¹]

u_N	pádová rýchlosť negulovej častice v neobmedzenom prostredí	$[\text{ms}^{-1}]$	$[\text{LT}^{-1}]$
u_∞	Pádová rýchlosť častice v neobmedzenom prostredí	$[\text{ms}^{-1}]$	$[\text{LT}^{-1}]$
V_C	objem častice	$[\text{m}^3]$	$[\text{L}^3]$

Grécke symboly

γ	deformácia	$[-]$	
$\dot{\gamma}$	rýchlosť deformácie	$[\text{s}^{-1}]$	
$\vec{\dot{\gamma}}$	tenzor rýchlosti deformácie	$[\text{s}^{-1}]$	$[\text{T}^{-1}]$
δ	stredná kvadratická odchýlka	$[\%]$	$[-]$
η	nenewtonovská viskozita	$[\text{Pa s}]$	$[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}]$
μ	dynamická viskozita newtonovskej kvapaliny	$[\text{Pa s}]$	$[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}]$
ν	kinematická viskozita	$[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$	$[\text{L}^2\text{S}^{-1}]$
π	Ludolfovo číslo	$[-]$	
ρ_f	hustota kvapaliny	$[\text{kg m}^{-3}]$	$[\text{ML}^{-3}]$
ρ_s	hustota častice	$[\text{kg m}^{-3}]$	$[\text{ML}^{-3}]$
$\vec{\sigma}$	tenzor napätia	$[\text{Pa}]$	$[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}]$
τ	dotyčnicové napätie	$[\text{Pa}]$	$[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}]$
$\vec{\tau}$	tenzor viskózneho napätia	$[\text{Pa}]$	$[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}]$
φ	dynamický tvarový faktor	$[-]$	
φ_N	dynamický tvarový faktor nesférickej častice	$[-]$	
ψ	povrchová sféricita častice	$[-]$	

ÚVOD

V mnohých oblastiach vedy a techniky ako napríklad v chemickom či v banskom inžinierstve, stavebníctve alebo farmaceutickom priemysle sa môžeme stretnúť s procesmi zahŕňajúcimi pád nekulových častíc v kvapaline a potrebou poznať veľkosť ich pádovej rýchlosti.

O páde telies sférického aj nesférického tvaru v newtonskej alebo nenevtonskej kvapaline je v literatúre dostatočné množstvo publikovaných štúdií s rôznymi prístupmi riešenia. Jedná sa o experimentálne alebo numerické štúdie, prípadne aj analytické riešenia pádu častíc v newtonských kvapalinách. Väčšina týchto štúdií sa zaoberá určením rýchlosti pádu v kvapalinách v neobmedzenom prostredí. Napríklad, jeden z možných prístupov pri riešení pádu nesférických častíc v oblasti plazivého prúdenia pre newtonské kvapaliny je použitie tzv. dynamického tvarového faktora, pre ktorého vzťahy pre jeho výpočet na základe tvarových charakteristík nesférických častíc možno nájsť v literatúre. Dôležitou súčasťou niektorých štúdií je skúmanie a určenie vplyvu stien na rýchlosť pádu a následné zavedenie korekčného faktora vplyvu stien.

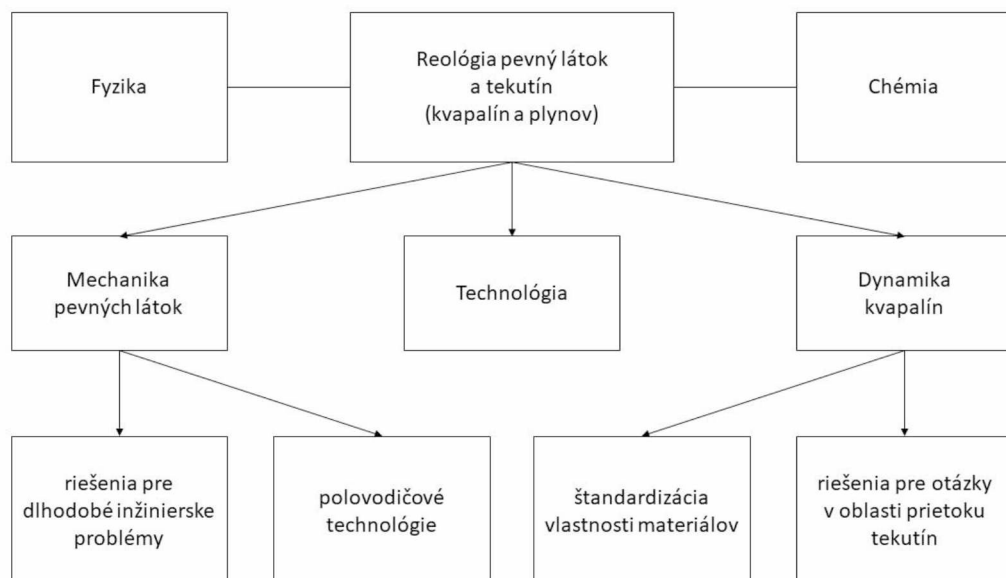
V predloženej diplomovej práci je upriamená pozornosť na experimenty zamerané na pád nesférických častíc, elipsoidov, vo vybranej modelovej kvapaline v oblasti Stokesovho režimu. Na základe predpokladov vytvorených z literárnej rešerše pre pád kulových a nekulových častíc a možnosti ich analytického riešenia boli v rámci tejto práce realizované experimenty, ktorých cieľom bolo získať základné informácie o paralelnom a kolmom páde elipsoidov vzhľadom na os ich symetrie, určiť korekčný faktor vplyvu stien, a zároveň ho porovnať s Faxénovým korekčným faktorom.

2 TEORETICKÁ ČASŤ

2.1 Základné reologické pojmy

2.1.1 Reológia – definícia a predmet odboru

Reológia (z gréckeho rheo = tok, prúd a logos = slovo, veda) je multidisciplinárny vedný odbor skúmajúci deformáciu a tokové vlastnosti pevných látok a tekutín v závislosti od času, napätia a zmien ich mechanického správania sa v čase [1,2]. Už viac ako sedemdesiat rokov je pokladaná za nezávisle prírodovedecké odvetvie, ktoré prepája poznatky z fyziky a chémie s biologickými vedami a technologickými aplikáciami pri riešení rozličných technických úloh a inžinierskych výpočtoch ako sú napríklad návrhy dopravných a výrobných zariadení alebo v oblasti strojných materiálov (Obrázok 1) [3].



Obrázok 1 – Reológia ako multidisciplinárny odbor [3]

Pre chemické inžinierstvo je dôležitá najmä oblasť fenomenologickej reológie, teda makroreológia kvapalín. Hlavným cieľom výskumov v tejto oblasti je poskytnúť informácie o zákonitostiach viskózneho toku látok na základe ich jednoznačne významných parametrov korelujúcich s ich chemickou štruktúrou (napríklad molekulovou štruktúrou zlúčenín) alebo s ich fyzikálnou štruktúrou (napríklad rôznymi intermolekulárnymi interakciami a fázovými stavmi). Štandardizovanými metódami a matematickým modelovaním tokových vlastností kvapalín je tak získavaná predstava o ideálnom materiáli, a to vrátane informácií o jeho správaní sa počas jeho toku v technologickom zariadení. Pri experimentoch sú kvapaliny vnímané

ako kontinuum a matematicky sú ich reologické vlastnosti vyjadrené stavovými rovnicami. Zistené reologické vlastnosti daného materiálu sa následne môžu porovnávať s materiálmi rôzneho druhu [4,5,6].

2.1.2 Rozdelenie kvapalín a základné režimy ich toku

Kvapaliny rozdeľujeme na dve skupiny:

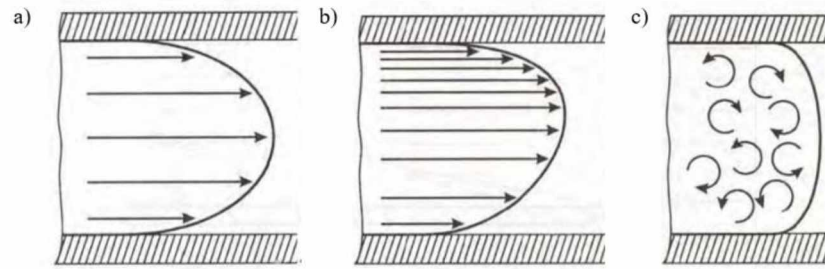
- reálne (skutočné) kvapaliny,
- ideálne (dokonalé) kvapaliny [6].

V ideálnych kvapalinách neexistuje šmykové napätie a ich objemová rozťažnosť a stlačiteľnosť je nulová. Ideálne plyny sa nevyparujú a majú nulovú rozpustnosť. V skutočných kvapalinách platí toto tvrdenie iba v prípade ak sa kvapalina nepohybuje. Ak sa skutočná kvapalina pohybuje, teda prúdi, dôjde k pohybu jej elementárnych objemov. Tie sú v relatívnom pohybe a medzi susednými vrstvami, resp. na ich rozhraní dochádza ku vzniku šmykového napätia [6,7].

Pre prúdenie reálnych kvapalín rozoznávame tri základné režimy tokov:

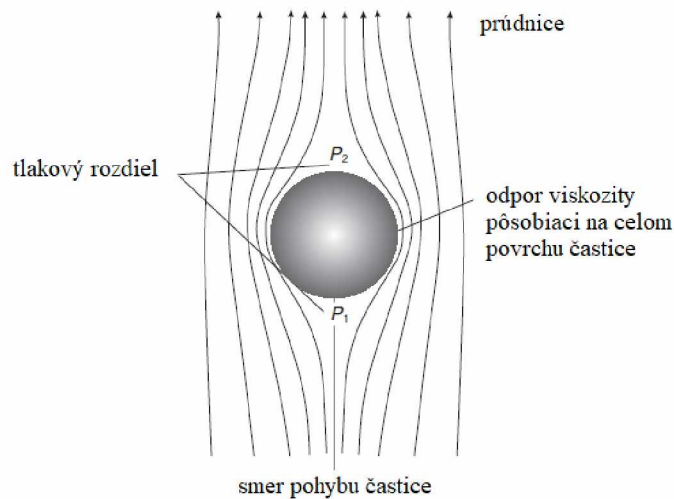
- laminárne prúdenie,
- turbulentné prúdenie,
- prechodový tok prúdenia.

Laminárne prúdenie označované aj ako prúdnicové, keďže sa častice pohybujú určitými pozorovateľnými cestami alebo prúdniciami. Prúdnice môžu vzhľadom na os potrubia prúdiť buď symetricky (Obrázok 2a) alebo nesymetricky (Obrázok 2b). Obrázok 3 približuje tvar trajektórie prúdnic v laminárnej oblasti prúdenia pre časticu v tvare gule pohybujúcu sa vo viskóznej tekutine. Z porovnania spomínaných obrázkov vyplýva, že v prípade laminárneho prúdenia prúdia jednotlivé vrstvy kvapaliny rôznymi rýchlosťami, pričom nedochádza k ich zmiešaniu [6]. V prípade turbulentného prúdenia (Obrázok 2c) sa jednotlivé elementy pohybujú bez pozorovateľného vzoru za vzniku nepravidelných, náhodných a neperiodických vírov a turbulencií [8].



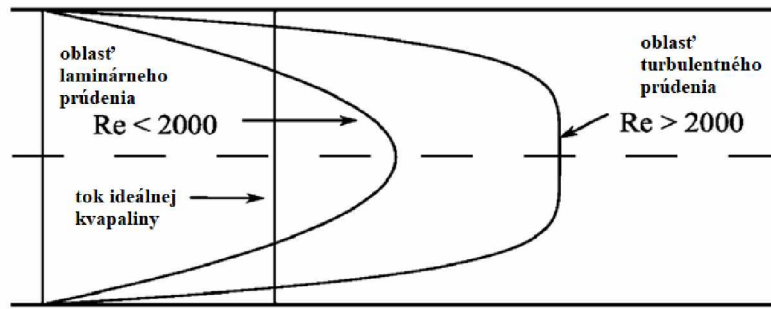
Obrázok 2 – Štruktúra toku tekutín [8]

a) laminárny tok s osovossymetrickými prúdnicami; b) laminárny tok s osovonesymetrickými prúdnicami; c) turbulentné prúdenie



Obrázok 3 – Štruktúra toku v laminárnej oblasti pre pád guľovitej častice [9]

Z porovnania rýchlostných profilov laminárneho a turbulentného prúdenia s rýchlostným profilom toku ideálnej kvapaliny na Obrázku 4 je zrejmé, že tvar rýchlostnej krivky je pre každý z uvedených prípadov rozdielny. Ak je prietok v potrubí laminárny, distribúcia rýchlosti v priereze bude mať parabolický tvar a maximálna rýchlosť v strede bude približne dvojnásobkom priemernej rýchlosti v potrubí. Pri turbulentnom prúdení má profil pomerne plochý tvar, čo znamená, že tekutina prúdi pri danej hodnote [6,10,11].



Obrázok 4 – Rýchlostné profily prúdenia [12]

2.1.3 Sily pôsobiace v systéme, tenzor napätia

Na element v kontinuu pôsobia dva druhy síl:

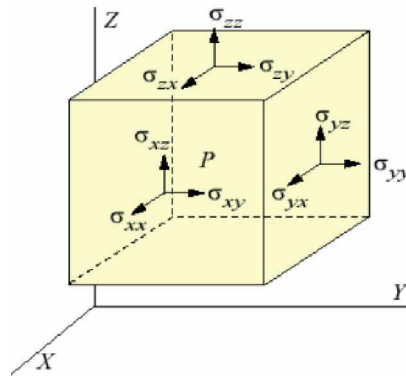
- sily hmotnostné,
- plošné sily.

Hmotnostné sily, úhrne vyjadrené rovnicou (1), sú výsledkom pôsobenia vonkajšieho silového poľa. Pôsobia nezávisle od sledovaného elementu a ich typickým príkladom sú gravitačné alebo elektromagnetické sily. Silové pole môže byť potenciálne, teda konzervatívne, vyjadrené ako gradient silového potenciálu a nekonzervatívne [13].

$$\vec{f}(\vec{r}, \tau) = \frac{d\vec{F}_m}{dm} \quad (1)$$

Plošné sily sú úmerné povrchu, na ktorý pôsobia a sú opísané tenzorom napätia $\vec{\sigma}$ rovnica (2). Povrchové napätie pôsobiace na rovinu sa rozkladá na tri navzájom kolmé zložky. Zložka kolmá na povrch predstavuje priame napätie, ktoré má tendenciu meniť objem materiálu. Ďalšie zložky, ktoré sú k povrchu tangenciálne predstavujú šmykové napätia, ktoré majú tendenciu materiál deformovať, a to bez zmeny jeho objemu. Na modelovej častici v tvare kocky znázornenej na Obrázku 5 môžeme pomocou karteziánskeho súradnicového systému opísať stav napätia vo vnútornom bode P vzhľadom na smery súradníc X, Y, Z . Na celkové opísanie stavu napätia v danom bode je potrebných celkovo deväť zložiek napätia z troch rovín. Týchto deväť komponentov je možné usporiadať do matice, rovnica (2), ktorá predstavuje tenzor $\vec{\sigma}$, ktorý tvorí deväť zložiek, pričom pre danú zložku σ_{xy} , platí, že $x=y$. Index x vymedzuje plochu, na ktorú napätie pôsobí a index y vymedzuje smer pôsobenia zložky napätia [13,14].

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2)$$



Obrázok 5 – Zložky povrchového napätia pôsobiace na element [14]

V hydrostatike platí, že jednotlivé zložky sú rovné podtlaku σ_{xy} . Ak sila pôsobí na rovinu, normálové napätie má nenulovú hodnotu, a to aj v prípade nedeformovateľnej tekutiny. Priemerná hodnota týchto tenzorových zložiek je v hydrodynamike definovaná ako izotropný tlak, rovnica (4).

$$\sigma_{xy} = -p \quad (3)$$

$$p \equiv -\frac{1}{3} \sum \sigma_{xy} \quad (4)$$

Po odstránení tlakovej zložky z tenzoru napätia $\vec{\sigma}$, sa tak získa vzťah pre tenzor dynamického napätia $\vec{\tau}$, rovnica (5), kde je \vec{I} jednotkový tenzor.

$$\vec{\tau} \equiv \vec{\sigma} - p\vec{I} \quad (5)$$

Pre tenzor dynamického napätia, v tekutinách spájaného s prejavu viskózneho trenia, zohrávajú významnú úlohu tangenciálne zložky a veľmi dôležitou vlastnosťou je aj jeho symetria [14].

2.1.4 Základné typy deformácií

Pôsobením vonkajších síl na teleso je v jeho vnútri vyvolané mechanické napätie, ktoré závisí od jeho mechanických vlastností. Na základe príslušnej deformačnej odozvy rozlišujeme tri základne typy deformácií:

- elastická deformácia,
- plastická deformácia,
- viskózný tok.

Elastická deformácia sa vyznačuje tým, že ak na materiál prestane pôsobiť vonkajšia deformačná sila, vráti sa do svojho pôvodného tvaru. Deformácia je dočasná a po skončení pôsobenia sily sa spätne uvoľní aj vynaložená energia. Pri plastickej deformácii zmena, ktorá nastala pôsobením vonkajších síl pretrváva aj po skončení ich pôsobenia na materiál a energia vynaložená pri deformácii sa disipuje vo forme tepla. V technickej praxi sa vo väčšine prípadov vyskytujú oba druhy deformácií súčasne. V prípade viskózneho toku sa opäť jedná o nevratnú deformáciu, pri ktorej v dôsledku pôsobenia sily deformácia látky rastie, pričom dochádza k disipácii vynaloženej energie [15].

2.2. Charakteristika newtonských a nenewtonských kvapaliny

2.2.1 Reologické rovnice pre newtonovské kvapaliny

Závislosť medzi vnútornými silami pôsobiacimi v látke a deformačnými silami vyjadrujú reologické stavové rovnice [15]. Ich konkrétny tvar závisí od typu tekutín, ktorý charakterizujú [13].

Newtonské tekutiny sú také, ktoré spĺňajú podmienku Newtonovho zákona viskozity a je ich možné charakterizovať všeobecnou stavovou rovnicou:

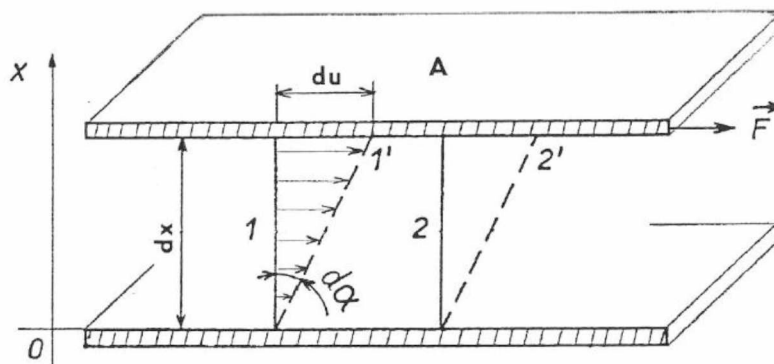
$$\vec{\tau} = -2\mu \left(\vec{\gamma} - \frac{1}{3} \vec{I} \nabla \cdot \vec{u} \right) \quad (6)$$

Pre kvapaliny je zvyčajne stlačiteľnosť zanedbateľná a rovnica (6) po úpravách nadobudne tvar:

$$\vec{\tau} = -\mu \vec{\gamma} \quad (7)$$

V rovnicach (6, 7) sa vyskytuje látková konštanta, dynamická viskozita μ , ktorej podstatu je možné vysvetliť na nasledujúcej modelovej situácii: V prípade, ak majú dve vrstvy reálnej kvapaliny rozdielnu relatívnu rýchlosť, na ich rozhraní dochádza k treniu a vzniku šmykového napätia vyjadrujúceho dynamickú viskozitu kvapaliny. Z grafického zobrazenia na Obrázku 6 vyplýva, že ak sa medzi dvomi rovnobežnými doskami nachádza tekutina, a tieto dosky sa voči

sebe pohybujú rôznou rýchlosťou, pôsobia aj na kvapalinu, ktorá sa medzi nimi nachádza. Platí, že rýchlosť konkrétnej vrstvy kvapaliny závisí na jej vzdialenosti od dosky [16].



Obrázok 6 – Profil rýchlostného toku reálnej tekutiny [16]

Pre konštantnú rýchlosť kvapaliny platí vzťah:

$$F = \tau S = \mu \frac{v}{h} S, \quad (8)$$

kde je S plocha dosky, v je vzájomná rýchlosť, h je vzdialenosť medzi doskami, μ je dynamická viskozita a dotyčnicové napätie je dané vzťahom:

$$\tau = \mu \frac{v}{h}, \quad (9)$$

ktorého diferenciálny tvar je :

$$\tau = \mu \frac{dv}{dx}, \quad (10)$$

kde τ je dotyčnicová napätie, μ je dynamická viskozita a posledný člen predstavuje gradient rýchlosti napätia kolmého vzhľadom na smer prúdenia. Jednotkou dynamickej viskozity je Pa s [16].

Dynamická viskozita je látkovou konštantou závislou na teplote a do určitej miery aj na tlaku. Vzťahom vyjadrujúcim závislosť rastu viskozity na teplote je Arrheniova rovnica, ktorej matematický tvar je:

$$\mu = \mu_0 e^{\frac{E_a}{R.T}}, \quad (11)$$

kde T termodynamická teplota, μ_0 je hodnota limitnej viskozity, E_a je experimentálne určená aktivačná energia, R je univerzálna plynová konštanta a μ hľadaná dynamická viskozita. V praxi sa využíva jej zjednodušený tvar:

$$\mu = \exp\left(A + \frac{B}{T}\right), \quad (12)$$

kde je T termodynamická teplota, A a B sú empirické konštanty [17,18].

Od dynamickej viskozity je odvodený vzťah (13) pre kinematickú viskozitu ν , kde μ je dynamická viskozita a ρ je hustota. Jednotkou kinematickej viskozity je $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (13)$$

2.2.2 Reologické rovnice pre neneutronovské kvapaliny

Pre neneutronovské kvapaliny neplatí Newtonova rovnica a ich chovanie nezávisí len od teploty a tlaku, ale aj rýchlostného gradientu vo vnútri kvapaliny a času pôsobenia dotyčnicového napätia. Platí pre nich konštitutívna rovnica:

$$\vec{\tau} = -\mu(\dot{\gamma})\vec{\dot{\gamma}}, \quad (14)$$

kde μ predstavuje zdanlivú viskozitu kvapaliny. Zdanlivá viskozita nepredstavuje látkovú konštantu, ale premenný parameter, podľa ktorého dochádza k zmene jej okamžitej hodnoty na základe použitého napätia.

Na základe hodnoty šmykového napätia rozdeľujeme neneutronovské kvapaliny na tri základné skupiny:

- čisto viskózne časovo nezávislé kvapaliny,
- kvapaliny tixotropné a reopexné, teda viskózne kvapaliny s časovo závislou zložkou deformácie,
- vysokoelastické kvapaliny, teda kvapaliny s elastickou zložkou deformácie [13].

Hraničnými typmi čistoviskózných kvapalín sú kvapaliny pseudoplastické a dilatantné. Pre pseudoplastické kvapaliny platí, že ich viskozita po celom intervale spolu s rastúcou deformáciou klesá. Príkladom pseudoplastických kvapalín sú roztoky polymérov a tavenín, mydiel či detergentov, laky na nechty, kečup a množstvo ďalších bežne používaných kvapalín. Na rozdiel od pseudoplastických kvapalín viskozita u dilatantných kvapalín spolu s rastúcou deformáciou rastie. Do tejto skupiny patria vysoko koncentrované suspenzie ako je napríklad suspenzia škrobu vo vode [19].

U tixotropných kvapalín je ich zdanlivá viskozita závislá na čase a pri konštantnom napätí s časom pôsobenia klesá. Takéto chovanie je charakteristické pre náterové hmoty. U reopexných kvapalín, naopak, zdanlivá viskozita s časom stúpa. Výskyt reopexných látok je veľmi vzácny a ich príkladom z bežne dostupných kvapalín sú náplne do tlačiarň [17, 20].

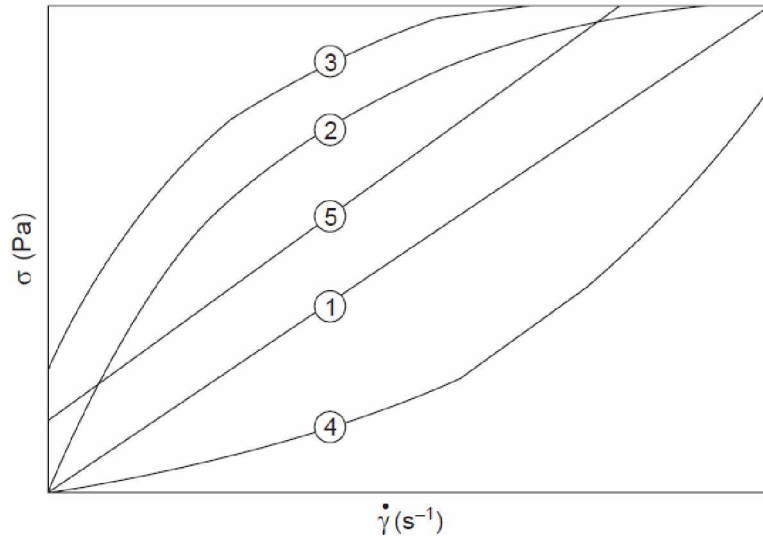
Vysokoelastické kvapaliny sú typické tým, že sa u nich vyskytujú prejavy prítomnosti elasticity ako je existencia čiastočnej pamäte počiatočného tvaru kvapaliny a snaha kvapaliny sa do tohto stavu vrátiť. Pri ustálených šmykových tokoch je prítomné normálové napätie, ktorého miera je vyjadrená Weissenbergovým a Deborahinim číslom [21]. Vyrábajú sa pridaním malého množstva polyméru do newtonovskej kvapaliny. V literatúre je často uvádzaným príkladom vysokoelastických kvapalín roztok polyakrylamidu zmiešaného s kukuričným sirupom [22].

Podľa štúdií, ktoré sa venovali určaniu závislosti dotýčnicového napätia na rýchlostnom gradiente boli pre neneutronovské kvapaliny zostavené empirické alebo semiempirické rovnice nazývané aj reologické modely. Často používané reologické modely sú uvedené v Tabuľke 1.

Tabuľka 1 – Prehľad reologických modelov [23,24,25,26,27]

<i>MODEL</i>	<i>Funkcia pre krivku toku</i>	<i>Funkcia pre krivku viskozity</i>
<i>Oswald de-Waele</i> (<i>mocninový model</i>)	$\tau = K_{ow} \dot{\gamma}^n$	$\eta_s = K_{ow} \dot{\gamma}^{n-1}$
<i>Eliss I</i>	$\tau = (\eta_0 + K\dot{\gamma}^{n-1})\dot{\gamma}$	$\eta_s = \eta_0 + K\dot{\gamma}^{n-1}$
<i>Cross</i>	$\tau = \left[\eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + (K\dot{\gamma})^{1-n}} \right] \dot{\gamma}$	$\eta_s = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{1 + (K\dot{\gamma})^{1-n}}$
<i>Sisko</i>	$\tau = \eta_\infty \cdot \dot{\gamma} + b \cdot \dot{\gamma}^n$	$\eta_s = \eta_\infty + b \cdot \dot{\gamma}^{n-1}$
<i>Carreau</i>	$\tau = \left\{ \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{[1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]^{\frac{1-n}{2}}} \right\} \dot{\gamma}$	$\eta_s = \eta_\infty + \frac{\eta_0 - \eta_\infty}{[1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]^{\frac{1-n}{2}}}$

Grafickým znázornením reologických stavových rovníc sú tokové krivky alebo reogramy. Vybrané príklady priebehov tokových kvapalín sú znázornené na Obrázku 7. Ako z obrázku vyplýva, toková krivka danej kvapaliny predstavuje závislosť jej šmykovej viskozity na rýchlosti deformácie [7].



Obrázok 7 – Priebeh reogramov vybraných tokových kriviek [28]

- 1) pre Newtonské tekutiny; 2) pre pseudoplastické tekutiny; 3) pre plastické tekutiny;
4) pre dilatantné tekutiny; 5) pre Binghamské tekutiny

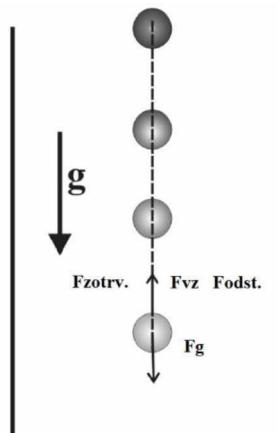
2.3 Rýchlosť pádu izolovanej častice v newtonovskej kvapaline

2.3.1 Analýza pádu izolovanej častice

Ustálená rýchlosť pádu izolovanej častice u_p , je výsledkom bilancie všetkých síl pôsobiacich na časticu. Pre jej voľný pád za podmienky, že je hustota tejto častice ρ_s väčšia ako hustota kvapaliny ρ_f , pre rýchlosť pádu platí, že závisí od tiažovej sily, ktorej vektor má rovnakú orientáciu s tiažovým zrýchlením. Rovnako však závisí aj od vztlakovej a zotrvačnej sily, ktoré sú orientované opačne a od odporu prostredia ako je to názorne zobrazené na príklade celkovej bilancie týchto síl na Obrázku 8. Tiažová sila je vyjadrená vzťahom $F_g = V_s \rho_s g$, vztlaková sila $F_{vz} = V_s \rho_f g$, zotrvačná sila $F_{zotr.} = m \frac{du}{dt} = V_s \rho_s \frac{du}{dt}$, odstredivá sila $F_{odstred.} = c_D S \frac{u^2}{2} \rho_f$, a kde S je plocha priemetu častice kolmej na smer pohybu, vypočítaná vzorcom na základe geometrického tvaru. Člen c_D predstavuje súčiniteľ odporu, ktorého hodnota je určená experimentálne. Po dosadení a následnej úprave pre pádovú rýchlosť platí rovnica (16) [15,29].

$$F_g = F_{vz} + F_{zotr.} + F_{odst.} \quad (15)$$

$$m \frac{du}{dt} = V_s \rho_s g + V_s \rho_f g + c_D S \frac{u^2}{2} \rho_f \quad (16)$$



Obrázok 8 – Modelové zobrazenie pádu samostatnej častice v tvare gule [29]

2.3.2 Rýchlosť pádu izolovanej tuhej častice v newtonskej kvapaline

Pri páde samostatnej častice v prostredí newtonskej kvapaliny je súčiniteľ odporu závislý len na Reynoldsovom kritériu. Jeho výpočet je matematicky vyjadrený vzťahom (17) a na základe získaného výsledku rozlišujeme tri oblasti [30]:

- plazivú oblasť (tzv. oblasť Stokesovho režimu): pre hodnoty $0 < Re < 1$,
- prechodnú oblasť: pre hodnoty $1 < Re < 1000$,
- turbulentnú oblasť (tzv. Newtonská oblasť) pre hodnoty $500 < Re < 200\ 000$.

$$Re = \frac{d u_p \rho_f}{\mu} \quad (17)$$

2.3.2.1 Rýchlosť pádu izolovanej sférickej častice v newtonskej kvapaline

Pre výsledné hodnoty Reynoldsovho kritéria pohybujúce sa oblasti plazivého režimu platí, že tekutina obteká povrch guľovitého telesa a prúdnice vykazujú symetriu. Veľkosť súčiniteľa čelného odporu c_D vyjadruje Stokesov zákon (18), ktorý vykazuje pri meraniach veľmi presnú zhodu s hodnotami $Re < 0,2$. Uvedený vzťah je možné použiť do aj hodnoty $Re = 1$, avšak je potrebné počítať s určitými odchýlkami [15].

$$c_D = \frac{24}{Re} \quad (18)$$

Pre ustálenú pádovú rýchlosť sedimentácie častice u_p platí rovnica (19), ktorej odvodením pre časticu tvaru gule získame rovnicu (20) [31].

$$u_p = \sqrt{\frac{4d(\rho_s - \rho_f)g}{3c_D\rho_f}} \quad (19)$$

$$u_p = \frac{d^2(\rho_s - \rho_f)g}{18\mu} \quad (20)$$

V prechodovej oblasti dochádza na povrchu modelovej častice k rozrušovaniu medznej vrstvy, pričom tok kvapaliny okolo častice je laminárny. Jednou z najpoužívanejších korekcií pre súčiniteľ odporu v tejto oblasti je empirická Schillerova-Naumannova korelácia súčiniteľa odporu c_D pre oblasť pohybujú sa v rozmedzí hodnôt $2 < Re < 800$ (7):

$$c_D = \frac{24}{Re} (1 + 0,15Re^{0,687}) \quad (21)$$

V newtonskej oblasti, pre hodnoty $Re < 2,6 \cdot 10^5$ sa hodnota čelného súčiniteľa odporu ustáľuje a nadobúda hodnotu $c_D \cong 0,44$. Podľa dostupnej literatúry sú pre rovnaké hodnoty Re známe aj ďalšie vzťahy ako napríklad podľa Haidera a Levenspiela (22) alebo pre hodnoty $(1-\varphi_s) Re > 1000$ je to korelácia podľa Gidaspow – Schiller – Naumanna (23) [32].

$$c_D = \frac{24}{Re} \left(1 + 0,1806 Re^{0,4259} + \frac{0,4251}{1 + \frac{6880,95}{Re}} \right) \quad (22)$$

$$c_D = \frac{24}{(1-\varphi_s)Re} (1 + 0,15((1 - \varphi_s)Re)^{0,687}) \quad (23)$$

2.3.2.2 Rýchlosť pádu izolovanej nesférickej častice v newtonskej kvapaline

Nepriavidelný tvar častice padajúcej v newtonskej kvapaline ovplyvňuje jej relatívnu rýchlosť, môže viesť aj k jej oscilačnému pohybu a má aj výrazný vplyv aj na koeficient odporu. Pre prípady kedy má takáto častica rovnaké alebo približné rovnaké rozmery (rozmery rovnaké v troch ortogonálnych smeroch) bola objasnená presná korelácia [9]. Určenie rýchlosti pádu častice nepriavidelného tvaru vyplýva z bilančnej rovnice (1). Na rozdiel od guľovitých častíc, je výpočet objemu a plochy takejto častice komplikovanejšia. Vyjadrujú sa charakteristické veličiny ako objemový priemer častice, povrchový priemer častice a zriedkavejšie aj ekvivalentný priemer častice [15]. Objemový priemer častice d_V je definovaný ako priemer guľovitej častice, ktorá je rovnakého objemu ako daná častica nepriavidelného tvaru (23). Povrchový priemer d_A je priemer danej častice, ktorá má rovnaký povrch ako fiktívna guľa rovnakého priemeru (24). Ekvivalentný priemer d_n je v podstate priemer kruhu A_n , ktorý sa rovná priemetu častice do roviny kolmej na smer jej pohybu (25) [31].

$$d_V = \sqrt[3]{\frac{6V_c}{\pi}} \quad (24)$$

$$d_A = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}} \quad (25)$$

$$d_n = \sqrt{\frac{4 A_n}{\pi}} \quad (26)$$

Najfrekvencovanejšie používanou statickou tvarovou charakteristikou nesférických častíc je povrchová sféricita ψ . Jej hodnota je určená pomerom povrchu gule s povrchom negulovej častice s totožným objemom (27) [33].

$$\psi = \frac{A_{gulová častica}}{A_{negulová častica}} = \left(\frac{d_V}{d_A}\right)^2 \quad (27)$$

Pre stanovenie pádovej rýchlosti nesférickej častice slúži dynamický tvarový faktor, ktorý je definovaný ako pomer pádovej rýchlosti negulovej častice u_N a pádovej rýchlosti sférickej častice, ktorej priemer je daný ako $d = d_V$:

$$\varphi = \frac{u_n}{u_o} \quad (28)$$

Pre určenie dynamického tvarového faktora v rozsahu $0,67 < \psi < 1$ a plazivý režim pohybujúci sa v hodnotách pre $Re < 0,05$ bol autormi Pettyjohnom a Christiansenom navrhnutý vzťah [34]:

$$\varphi_N = 0,843 \log \frac{\psi}{0,065} \quad (29)$$

Autori Bowen a Masliyah navrhli na výpočet dynamického tvarového faktora empirickú rovnicu :

$$\varphi_N = 0,244 + 1,035S - 0,712S^2 + 0,441S^3, \quad (30)$$

kde S je pomer plochy skúmanej častice a sférickej častice s ekvivalentným obvodom ako má skúmaná nesférická častica. Uvedený vzťah je vhodné využiť pri prepočte pre častice v tvare valca s plochým, pologulovým a kužeľovým zakončením ako aj pre všetky sféroidy pohybujúce sa v smere osi ich súmernosti. Pre pohyb sféroidov kolmo na os súmernosti doplnil Clift et al. výpočet dynamického tvarového faktora rovnicou (31) [35]:

$$\varphi_N = 0,392 + 0,621S - 0,040S^2 \quad (31)$$

Podľa Heissa a Coulla poznáme pre výpočet tvarového faktora dva vzťahy. Prvý vzťah (32) je platný pre častice u ktorých dochádza k zmene charakteristického lineárneho rozmeru, ktorý je kolmý na smer pohybu a druhý (33) je platný pre situácie, kedy sa spomínaný rozmer nemení [36].

$$\log \varphi_{Nh} = \left[-0,25 \sqrt{\psi \frac{d_V}{d_n}} \left(\frac{d_V}{d_n} - 1 \right) + \log \left(\frac{d_V}{d_n} \sqrt{\psi} \right) \right] \quad (32)$$

$$\log \varphi_{Nv} = \left[\frac{-0,270}{\sqrt{\psi}(d_v/d_n)^{0,345}} \left(\frac{d_v}{d_n} - 1 \right) + \log \left(\frac{d_v}{d_n} \sqrt{\psi} \right) \right] \quad (33)$$

Pre prechodnú oblasť bol navrhnutý vzťah určujúci koeficient čelného odporu c_D , rovnica (34), ktorého parametre a , b a c sú určené rovnicami (35, 36, 37) a sú vhodné pre hodnoty sféricity $\psi \in \langle 0,034; 1,0 \rangle$ a hodnoty Reynoldsovo kritéria $\langle 10^{-2}; 10^5 \rangle$.

$$c_D = \frac{a}{Re} + \frac{b}{\sqrt{Re}} + c \quad (34)$$

$$a = 15,21 + \frac{10,82}{\psi} - \frac{0,14}{\psi} \quad (35)$$

$$b = 13,41 - \frac{10,64}{\psi} - \frac{0,06}{\psi^2} \quad (36)$$

$$c = 8,82 + \frac{5,70}{\psi} - \frac{0,23}{\psi^2} \quad (37)$$

V Newtonskej oblasti, pre hodnoty Reynoldsovo kritéria $2000 < Re < 2 \cdot 10^5$, odborná literatúra uvádza iba vzťah pre priamy výpočet (38).

$$c_D = 5,31 - 4,88\psi \quad (38)$$

2.4 Rýchlosť pádu elipsoidu v prostredí newtonskej kvapaliny

2.4.1 Elipsoid – základné vlastnosti

Elipsoid je priestorové teleso tvorené množinou bodov, ktoré spĺňajú vzhľadom k jeho stredu podmienky všeobecnej rovnice (39) [37]:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (39)$$

Jeho rovinné rezy majú podľa súradnicových osí tvar elipsy, pričom polosi týchto elips zodpovedajú polosiám elipsoidu. Podľa dĺžky polosí ich rozdeľujeme na:

- guľu, pre ktorú platí $a = b = c$,
- všeobecný tzv. trojosý elipsoid, pre ktorý platí $a > b > c$,
- sféroid tvaru typu prolátu, pre ktorý platí $a > b = c$,
- sploštený sféroid, pre ktorý platí $a = b > c$.

Z uvedených vzťahov polosi vyplýva, že ak je dĺžka všetkých troch polosi zhodná, jedná sa o trojosý elipsoid, guľu. Ak je zhodná dĺžka dvoch polosi, hovoríme o rotačnom elipsoide, teda telese, ktoré vzniklo rotáciou okolo jednej z jeho os. Rozlišujeme však či sa jedná o rotáciu okolo hlavnej, alebo vedľajšej osi. Rotáciou okolo hlavnej osi vznikne tzv. pretiahnutý rotačný elipsoid, sféroid vajcovitého tvaru, nazývaný tiež prolát (Obrázok 9). Rotáciou okolo vedľajšej osi vznikne diskovitý, sploštený sféroid (Obrázok 10) [37,38].

Pre výpočet charakteristických veličín je možné použiť aj vzťahy pre výpočet objemu a povrchu sféroidu. Objem elipsoidu sa vypočíta podľa rovnice (40), povrch podľa rovnice (41), kde $\cos(\varphi) = \frac{c}{a}ak^2 = \frac{a^2(b^2 - c^2)}{(a^2 - c^2)}$, $a \geq b \geq c$. $E_{(\varphi,k)}$ a $F_{(\varphi,k)}$ sú eliptické integrály prvého a druhého rádu [39].

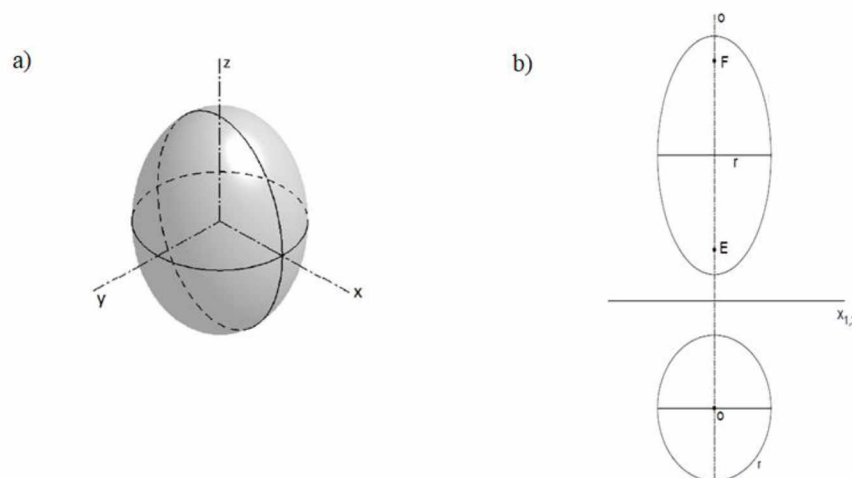
$$V = \frac{4}{3}\pi abc \quad (40)$$

$$S = \pi c^2 + \frac{2\pi ab}{\sin(\varphi)} (E_{(\varphi,k)}\sin^2(\varphi) + F_{(\varphi,k)}\cos^2(\varphi)) \quad (41)$$

Pre rotačné elipsoidy je plocha vyjadrená prostredníctvom základných funkcií, pre ktoré si ako os symetrie zvolíme súradnicovú os z, v ktorej leží polos c . Pre prolát ($a = b < c$) potom platí rovnica (42) a pre sploštený elipsoid ($a = b > c$) rovnica (43) [39].

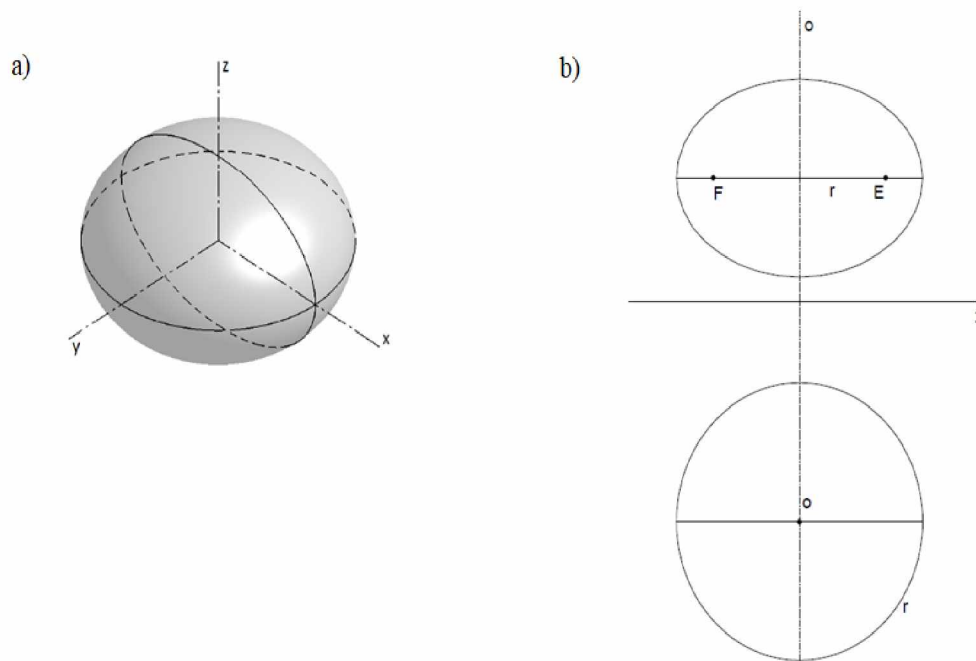
$$S = 2\pi a^2 \left(1 + \frac{c}{ae} \arcsin(e)\right) \quad \text{kde } e^2 = 1 - \frac{a^2}{c^2} \quad \text{a } c > a \quad (42)$$

$$S = 2\pi a^2 \left(1 + \frac{1-e^2}{e} \operatorname{artang}(e)\right) \quad \text{kde } e^2 = 1 - \frac{a^2}{c^2} \quad \text{a } c < a \quad (43)$$



Obrázok 9 – Rotačný elipsoid – prolát [38]

a) sféroid – prolát; b) pozdĺžny a priečný rez rotačným elipsoidom, kde E a F sú ohniská elipsoidu ležiace na osi rotácie, o je stred osi rotácie, r – dĺžka polos a a b



Obrázok 10 – Sploštený elipsoid [38]

a) sféroid – sploštený elipsoid; b) pozdĺžny a priečny rez splošteným elipsoidom, kde E a F sú ohniská elipsoidu ležiace na osi rotácie, o je stred osi rotácie, r – dĺžka polos a a c

2.4.2 Pád elipsoidu v newtonskej kvapaline

Ako prvý sa analytickému riešeniu pádu izolovanej častice v tvare rotačného elipsoidu vo viskózne kvapaline venoval Oberbeck v roku 1876. V jeho štúdií bol pre výpočet pádu elipsoidu v plazivom režime popísaný postup určenia veličín ako sú sila, krútiaci moment, translačná a rotačná rýchlosť. Jeho predpoklady boli v ďalšom období postupne overované a dopĺňané o ďalšie riešenia autormi Jefferym, Lambom a Happelom a Kimom [33,40].

Sila odporu je pri páde elipsoidu v newtonskej kvapaline vyjadrená vzťahom [33]:

$$F_U = 6\pi\mu RU \quad (44)$$

Polomer ekvivalentnej sférickej častice R závisí jednak od typu rotačného elipsoidu ako aj od osi symetrie, v ktorej častica padá. Pre pády obidvoch typov rotačných elipsoidov v smere paralelnom alebo kolmom na os symetrie, pre ktoré polosi platí, že $a = b$, sú v Tabuľke 2 uvedené vzťahy potrebné pre výpočet ich ekvivalentných polomerov. Ak $b = c$ potom je výpočet pomerov polosi ϕ pre prolát definovaný podľa vzťahu (45) a pre sploštený sféroid podľa vzťahu (46) [33].

$$\phi = \frac{c}{a} > 1 \quad (45)$$

$$\phi = \frac{c}{a} < 1 \quad (46)$$

Tabuľka 2 – Korekčné funkcie pre určenie polomerov ekvivalentnej sférickej častice [33]

<i>definičné vzťahy</i>	
<i>pád prolátu v smere paralelnom s osou symetrie</i>	$R = \frac{8a}{3} \frac{1}{-\frac{2\phi}{\phi^2-1} + \frac{2\phi^2-1}{(\phi^2-1)^2} \frac{1}{3} \ln \left(\frac{\phi + \sqrt{\phi^2-1}}{\phi - \sqrt{\phi^2-1}} \right)}$
<i>pád prolátu (tvaru ihly) v smere paralelnom s osou symetrie $\phi \gg 1$</i>	<p>ak pre sféricitu platí $\phi \gg 1$, potom</p> $R = \frac{2a\phi}{3 \left[\ln(2\phi) - \frac{1}{2} \right]}$
<i>pád prolátu v smere kolmom na os symetrie</i>	$R = \frac{8a}{3} \frac{1}{\frac{\phi}{\phi^2-1} + \frac{2\phi^2-3}{(\phi^2-1)^2} \frac{1}{3} \ln(\phi + \sqrt{\phi^2-1})}$
<i>pád prolátu (tvaru ihly) v smere kolmom s osou symetrie $\phi \gg 1$</i>	<p>ak pre sféricitu platí $\phi \gg 1$, potom</p> $R = \frac{4a\phi}{3 \left[\ln(2\phi) + \frac{1}{2} \right]}$
<i>pád splošteného elipsoidu v smere paralelnom s osou symetrie</i>	$R = \frac{8a}{3} \frac{1}{-\frac{2\phi}{1-\phi^2} + \frac{2(1-2\phi^2)}{(1-\phi^2)^2} \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{1-\phi^2}}{\phi} \right)}$ $\lim_{\phi \rightarrow 0+} \frac{R}{a} = \frac{8}{3\pi}$
<i>pád splošteného elipsoidu v smere kolmom na os symetrie</i>	$R = \frac{8a}{3} \frac{1}{-\frac{\phi}{1-\phi^2} - \frac{2\phi^2-3}{(1-\phi^2)^2} \frac{1}{3} \operatorname{arctg}(\sqrt{1-\phi^2})}$ $\lim_{\phi \rightarrow 0+} \frac{R}{a} = \frac{16}{9\pi}$

Xu et al. [41] zamerali svoju štúdiu na pády elipsoidov z hľadiska overenia trajektórie sedimentujúcich častíc, a zároveň prenosu tepla medzi studenými modelovými časticami a použitými izotermickými alebo horúcimi tekutinami. Zamerali sa aj výskum prenosu tepla

medzi horúcimi časticami v studenej tekutine s rôznymi Archimedovými a Grashofovými číslami. Následne boli tieto účinky overené priamou numerickou simuláciou, pričom na základe fázových diagramov boli objasnené hlavne sedimentačné režimy s nízkym Archimedovým číslom. Karimnejada et al. [42] okrem sedimentácie samostatnej častice skúmali aj vplyv interakcií dvoch elipsoidov vložených do kolóny súčasne, ako aj trajektóriu ich pohybu, zmeny rýchlosti v dôsledku zmien pomeru hustoty vybranej kvapaliny a tuhej látky. Sledované boli aj vplyvy prechodu na časticu ako aj dvojicu častíc zo stavu stabilného do oscilačného, a to pre rôzne oscilačné režimy. Dynamické správanie trajektórie sedimentácie jedného elipsoidu ako aj dvoch naraz vložených častíc do kolóny a zmeny polohy vzhľadom na počiatočnú polohu od steny kanála pod tlakom v oscilačnom toku skúmal aj Wenjun et al. Zistili, že oscilácia prietokového poľa má významné dopady na rotačné správanie, ktoré sa prejavilo rotáciou súvisiacou s prejavom vplyvu steny kolóny. Taktiež sa prejavil rotačný posun častice spojený s tvorbou vírov a migráciou častice v cik-cakovitom tvare, ktorej rozsah sa pri pôsobení nízkych frekvencií znižoval až nakoniec dosiahol rezonančný stav s vysokou rýchlosťou otáčania v blízkosti steny kolóny, zatiaľ čo pri vysokých frekvenciách oscilácií sa častica usadzovala v strede kolóny [43].

2.5 Vplyv stien experimentálneho zariadenia na pád častice v kvapaline

Pri páde telesa v experimentálnom zariadení ovplyvňujú jeho pádovú rýchlosť vo vymedzenom priestore steny daného zariadenia. Vplyv okrajových stien je zvyčajne vyjadrený korekčným faktorom vplyvu stien f_w , ktorý je daný pomerom pádovej rýchlosti častice v tekutine u_p a pádovej rýchlosti v neobmedzenej tekutine u_∞ :

$$f_w = \frac{u_p}{u_\infty} \quad (47)$$

Všeobecne platí, že faktor f_w závisí na reologických vlastnostiach tekutiny a geometrii systému vyjadrenej pomerom charakteristického lineárneho rozmeru modelovej častice ku charakteristickému rozmeru experimentálneho zariadenia [44]. Keďže modelová kvapalina použitá pri experimentoch v tejto práci je newtonovská a pád prebieha v oblasti plazivého prúdenia, uvádzajú sa tu vzťahy platné pre newtonovskú kvapalinu a spomínanú oblasť prúdenia.

Pre oblasť $Re < 1$ platí, že tento faktor je ovplyvnený iba geometriou systému, ktorá je vyjadrená pomerom priemeru častice ku priemeru pokusného zariadenia $\frac{d}{D}$. V prípade, ak je $\frac{d}{D}$ v rozsahu 0 – 0,5 platí Faxénov korekčný faktor, ktorý je určený vzťahom (48) [45]:

$$f_w = 1 - 2,104 \left(\frac{d}{D}\right) + 2,089 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 0,948 \left(\frac{d}{D}\right)^5 \quad (48)$$

Okrem Faxénovho korekčného faktora boli publikované a v praxi sa využívajú aj iné korekčné faktory. Prehľad ďalších vybraných korekčných faktorov sa nachádza v Tabuľke 3: Prehľad vybraných korekčných faktorov [46].

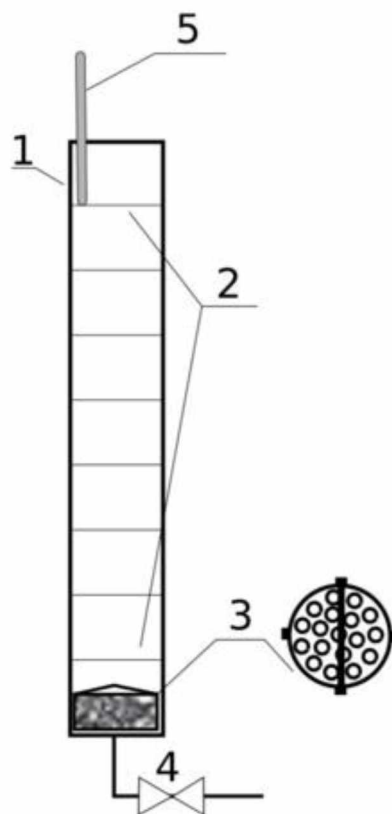
Tabuľka 3 – Prehľad vybraných korekčných faktorov [46]

<i>Korekčný faktor podľa:</i>	f_w	d/D
<i>Landenburga</i>	$\frac{1}{1 + 2,4 \frac{d}{D}}$	$\leq 0,1$
<i>Lee</i>	$\frac{1 - \frac{9}{4} \frac{d}{D} + \frac{5}{2} \left(\frac{d}{D}\right)^3 - \frac{9}{4} \left(\frac{d}{D}\right)^5 + \left(\frac{d}{D}\right)^6}{1 - 0,25 \frac{d}{D}}$	$\leq 0,3$
<i>Happela a Byrneho</i>	$1 - 2,105 \frac{d}{D} + 2,087 \left(\frac{d}{D}\right)^3$	$\leq 0,3$
<i>Suga</i>	$\left(1 - \frac{d}{D}\right)^{\frac{2,1}{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^2}}$	$\leq 0,333$
<i>Francisa</i>	$\left(1 - \frac{d}{D}\right)^{2,25}$	$\leq 0,832$

3 EXPERIMENTÁLNA ČASŤ

3.1 Použité experimentálne zariadenie

Na experiment bolo použité experimentálne zariadenie – kolóna, ktorej schéma sa nachádza na Obrázku 11. Kolóna je vyrobená z plexiskla a jej hlavnú časť tvorí valec s výškou 130 mm, ktorého vnútorný priemer je 70 mm a hrúbka steny 10 mm. Na valci sú každých 100 mm zvýraznené hlavné kóty využívané pre stanovenie výšky modelovej kvapaliny. V spodnej časti valca sa nachádza výpustný ventil s kohútkom. Na dne, vo vnútri kolóny, bol v priebehu experimentu umiestnený vyberateľný zberný košík, ktorého funkciou bolo zachytávanie premeriavaných modelových častíc. Po ukončení merania sa košík opatrne vybral pomocou tyče, ktorá na to mala na jednom konci prispôsobený háčik. Počas doby, kedy experiment neprebíhal bola vrchná časť kolóny prekrytá parafilmom, ktorého úlohou bolo zabrániť prípadnému odparovaniu kvapaliny alebo jej kontaminácií.



Obrázok 11 – Schéma experimentálneho zariadenia

1 – hlavná časť kolóny; 2 – hlavné kóty; 3 – zberný košík; 4 – výpustný ventil s kohútkom

3.2 Použitá modelová kvapalina

Na základe výsledkov chemicko-inžinierskych štúdií [15,20] uskutočnených na Oddelení chemického inžinierstva FCH UPCE bol ako modelová kvapalina pre experimenty v tejto diplomovej práci zvolený vodný roztok syntetického polyglykolu s obchodným názvom Emkarox HV45.

Emkarox HV45 je dobre rozpustný vo vode. Jeho vodné roztoky sú bezfarebné, dobre priehľadné, aj pri dlhodobých experimentoch stabilné, neprchavé a chemicky inertné [47]. Práve preto sú vhodné pre modelové experimenty.

Neriedený Emkarox HV45 je príkladom Bogerovej kvapaliny, teda vysokoelastickej kvapaliny majúcej konštantnú viskozitu. Starší príbalový leták ku tomuto polyglykolu udáva jeho viskozitu 45 Pa s pri 40 °C. Podľa aktualizovaného príbalového letáku však výrobca uvádza, že jeho viskozita sa pri 40 °C môže pohybovať v rozmedzí od 40 – 55 Pa s. Ako Bogerova kvapalina môžu slúžiť aj jeho vodné roztoky, avšak pri koncentráciách nad 50% už vykazujú slabú merateľnosť ich elastických vlastností. Hodnota viskozity jeho vodných roztokov sa mení v závislosti od ich koncentrácie a jej zmeny sa pohybujú v dekadických rádoch [47].

3.3 Použité modelové častice

Komerčne vyrábané modelové častice v tvare elipsoidu sa aj napriek vynaloženému úsiliu nepodarilo zabezpečiť, preto boli pre experiment zvolené častice vytlačené pomocou 3D tlačiarne z filament vyrobených z kyseliny polymliečnej (PLA), pre ktorú výrobca udáva hustotu 1250 kg/m³ [48]. Nami pyknometricky zistená hustota pôvodného použitého filamentu bola 1255 kg/m³.

Výhodou tohto materiálu je jeho použiteľnosť pre tlač objektov s väčšími rozmermi ako aj jeho mechanická odolnosť, pružnosť, tvrdosť, rozpustnosť v organických rozpúšťadlách a biologická rozložiteľnosť. Medzi jeho nevýhody patrí nízka teplota skleného prechodu a komplikovanejšia povrchová úprava [49,50]. Pre vytvorenie podporných štruktúr bol použitý polyvinylalkohol (PVA). Jedná sa o mäkký, vo vode rozpustný a biodegradovateľný polymér citlivý na vlhkosť. Pre 3D tlač sa využíva nielen ako podporný materiál pri tlači dutých objektov, ale slúži aj ako ich výplň. Najčastejšie je využívaný vo viachlavových tlačiarnach pri teplote spracovania 190 – 230°C, a to tak, že jedna hlava tlačí objekt z PVA a druhá samotný objekt. Po vytlačení objektu ho je možné rozpustením v teplej vode odstrániť [50,51].

Predlohy modelových častíc (prolátov) boli pripravené v spolupráci so školiteľom pomocou programu FreeCAD a CURA a následne vytlačené na tlačiarni Ultimaker 3 extended. Samotná

tlač modelových častíc prebiehala nastavením parametra infill na 100%, teda plných elipsoidov a nastavenia najmenej tlače na 0,06 mm.

V skúšobnom štádiu prebehla tlač celého elipsoidu postaveného na špičku alebo pozdĺžne, ako aj rozdeleného priečne alebo pozdĺžne na dve časti. Dôvodom týchto skúšok bola vysoká pravdepodobnosť výskytu deformácií objektov na podstave, teda na podložke, na ktorej tlač prebiehala. Vytlačené častice boli následne zlepované acetónovým lepidlom, ktorého výhodou je dlhšia doba spracovateľnosti. Zlepovanie modelovej častice z dvoch častí sa ukázalo vhodné hlavne pre častice s hlavnou osou väčšou ako 10 mm, a to aj v prípadoch kedy bola pre celý objekt dosiahnutá vhodná kvalita tlače. V prípadoch, keď mala hlavná os menej ako 10 mm bolo vhodnejšie zvoliť si tlač celého objektu, nakoľko pri takto drobných rozmeroch bola manipulácia s vytlačenými objektmi náročná. Avšak aj pre tieto rozmery bolo prítomné určité riziko nedostatočnej kvality tlače.

Vytlačené objekty boli prvotne roztriedené vizuálnym posúdením a vážením na základe hmotnosti ich jednotlivých častí. Po prvotnom roztriedení objektov a ich zlepení boli modelové častice ďalej vyhladzované omieľaním pomocou piesku, abrazívom pre sklo, a taktiež na nich bolo vyskúšané pôsobenie tepla prostredníctvom teplovzdušnej pištole v znose pre dosiahnutie hladšieho povrchu. Od použitia abrazív a „tepelného vyhladzovania“ však bolo nakoniec upustené, pretože sa pri použití dostupných prostriedkov nedosiahol požadovaný efekt. Niektorí autori, napríklad [52], uvádzajú, že sa drsnosť v plazivom režime významne neuplatňuje, čo napríklad platí i pri laminárnom prúdení kvapaliny trúbkou.

Potom opäť prebehlo pyknometrické stanovenie ich hustoty, z dôvodu možného výskytu bublín, a tým aj možnej zmeny hustoty výtlačku. Keďže bola stanovovaná hustota aj rozmerovo väčších častíc, bol použitý pyknometer podľa Hubbarda, ktorý má širšie hrdlo. Zistená priemerná hodnota hustoty bola 1251 kg/m^3 .

Po premeraní jednotlivých rozmerov zhotovených elipsoidoch na mikrometri boli pre jeden rozmer v každej zo sad vybrané štyri kusy. Pre sadu s pomerom rozmerov 1,5:1 boli vyhotovené objekty s približnými rozmermi 6x4x4 mm, 9x6x6 mm, 12x8x8 mm, 15x10x10 mm. Pre sadu s pomerom rozmerov 2:1 boli vyhotovené objekty s približnými rozmermi 20x10x10 mm, 16x8x8 mm, 12x6x6 mm a 8x4x4 mm. V ďalšom texte je vždy myslené, že pomery 1,5:1 a 2:1 sú približné a pre každú štvoricu častíc sa počíta s ich rozmermi. Spolu tak bolo vybraných tridsať dva kusov sféroidov, ktoré boli použité pri experimentoch v rámci tejto diplomovej práce.

Počas prípravnej fázy experimentu, pre overenie súladu pádovej rýchlosti s teoretickou pádovou rýchlosťou v plazivej oblasti toku, boli taktiež ako modelové častice zvolené guľové častice vyrobené zo skla s priemerom 4,925 mm [15] a guľové častice vyrobené nekomerčne,

3D tlačou z PLA filament s priemerom 6 mm a 10 mm postupom, ktorý bol opísaný v predchádzajúcom texte. Sklenená častica by mala mať dobrú úroveň zhody pádových rýchlostí, preto slúžila ako overovacia častica. Ak by bola zhoda vytlačených pádových častíc rýchlostí s predpokladaným priemerom 6 a 10 mm rádovo v jednotkách percent, je možné predpokladať, že drsnosť povrchu častice nebude mať veľký význam.

3.4 Stanovenie vlastností modelovej kvapaliny

V prípravnom štádiu experimentu boli pripravené roztoky Emkaroxu HV45, ktorých koncentrácie boli vyberané tak, aby pád gule s ekvivalentným objemovým priemerom d_V zodpovedal najväčšiemu elipsoidu a sklenej častici v tvare gule s priemerom 4,925 mm v oblasti Stokesovho režimu. Na základe tejto podmienky boli zvolené a z koncentrovaného Emkaroxu HV45 a deionizovanej vody pripravené štyri vodné roztoky s rôznymi koncentraciami – 35 %, 39 %, 43 % a 47 %, pre ktoré bolo zisťované, či tieto podmienky spĺňajú. Následne bola stanovovaná aj hustota a viskozita týchto roztokov. Hustota bola určovaná pyknometricky. Viskozita bola najprv orientačne určená pomocou prístroja MARS I. a následne bola jej hodnota presne domeraná Ubbelohdeho viskozimetrom pri teplote 25 °C, ktorá zodpovedala priemernej teplote v laboratóriu počas doby merania.

Zo získaných výsledkov bola vybraná koncentrácia roztoku vhodná pre samotné meranie pádov. Hlavným kritériom pre výber koncentrácie roztoku modelovej kvapaliny bol predpoklad jeho vhodnosti pre priebeh pádu modelovej častice v Stokesovej oblasti. Po vyhodnotení skúmaných vlastností jednotlivých roztokov bolo zistené, že spomínanú podmienku spĺňali všetky pripravené roztoky. Výpočtom bolo zistené, že so zvyšujúcou sa koncentráciou Emkaroxu HV45 sa v roztoku znižuje hodnota Reynoldsovho kritéria, a teda je aj vyššia istota, že pád bude prebiehať v Stokesovom režime aj pri prípadnom zvýšení teploty počas experimentov. Na základe toho bol vybraný vodný roztok Emakroxu HV45 s koncentráciou 45 %, pre ktorý bola ďalej v rozsahu teplôt 23 – 27 °C zisťovaná hustota a viskozita pre prípad možných zmien experimentálnej teploty a ľahšieho určenia vlastností modelovej kvapaliny. Aj napriek dostupným informáciám z literatúry o newtonovskom chovaní Emkaroxu HV 45 pre koncentrácie pod 50 %, bolo uskutočnené overenie toho, že vodný roztok naozaj nevykazuje žiadne neneutronovské anomálie. Overenie prebehlo meraním viskozitnej krivky (konšt.) v rozsahu rýchlostí deformácie 0,1 až 100 s⁻¹, a taktiež oscilačnými (sweep a frequency) a creep testami, ktoré potvrdili predpoklad newtonovského chovania sa roztoku. Testy boli realizované na reometri MARS I. a následne bola presnejšie odmeraná hodnota viskozity vhodným typom Ubbelohdeho viskozimetra.

Teplota vodného kúpeľa bola počas stanovovania hustôt vzoriek a vybraného roztoku ako aj počas určovania viskozity Ubbelohedeho viskozimetrom udržiavaná pomocou termostatu ThermoFisher Scientific C10-P5.

3.5 Postup merania pádu častíc v kolóne

Pred samotným meraním bolo experimentálne zariadenie presne napoložené pomocou olovnice tak, aby jeho hlavná os zvierala so zemou pravý uhol. Následne prebiehalo plnenie kolóny modelovou kvapalinou, ktorá bola po naplnení odzdušňovaná dovtedy, kým neunikli všetky vzniknuté bubliny. Pomalým vkladáním zberného košíka na dno pred meraním bol roztok jemne premiešavaný. Pred samotným meraním bola zaznamenávaná teplota, pri ktorej dané meranie prebiehalo. Modelové častice boli pred vlastným meraním zmáčané v roztoku Emkaroxu HV45. Meranie bolo uskutočňované vkladáním samostatnej modelovej častice do stredu kolóny pomocou pinzety, a to hlavnou osou paralelne alebo kolmo k smeru pádu častice. Tzv. ustaľovacia zóna pádovej rýchlosti bola najmenej 100 a najviac 300 mm od horného okraja kolóny. Samotná doba pádu bola premeriavaná na dĺžke 800 mm. Počas merania boli pomocou digitálnych stopiek vizuálne po každých 200 mm zaznamenávané medzičasy.

4 VYHODNOTENIE, VÝSLEDKY A DISKUSIA

4.1 Stanovenie fyzikálnych vlastností Emkaroxu HV45

Na základe podmienky výberu modelovej kvapaliny, ktorá bola stanovená tak, aby pád gule s ekvivalentným priemerom zodpovedal najväčšiemu elipsoidu a sklenej častici v tvare gule s priemerom 4,925 mm v oblasti plazivého režimu, boli v prípravnom štádiu vybrané a z koncentrovaného Emkaroxu HV45 pripravené vodné roztoky s koncentraciami 35 %, 39 %, 43 % a 47 %. Po pyknometrickom stanovení ich hustoty a určení viskozity pri teplote 25 °C bol pre experiment zvolený 45 % vodný roztok Emkaroxu HV45. Kvôli možným zmenám teploty roztoku počas jednotlivých meraní, a teda aj jeho reologických vlastností, boli pre tento roztok uskutočnené ďalšie merania uvedených veličín v teplotnom rozsahu 23 – 27 °C.

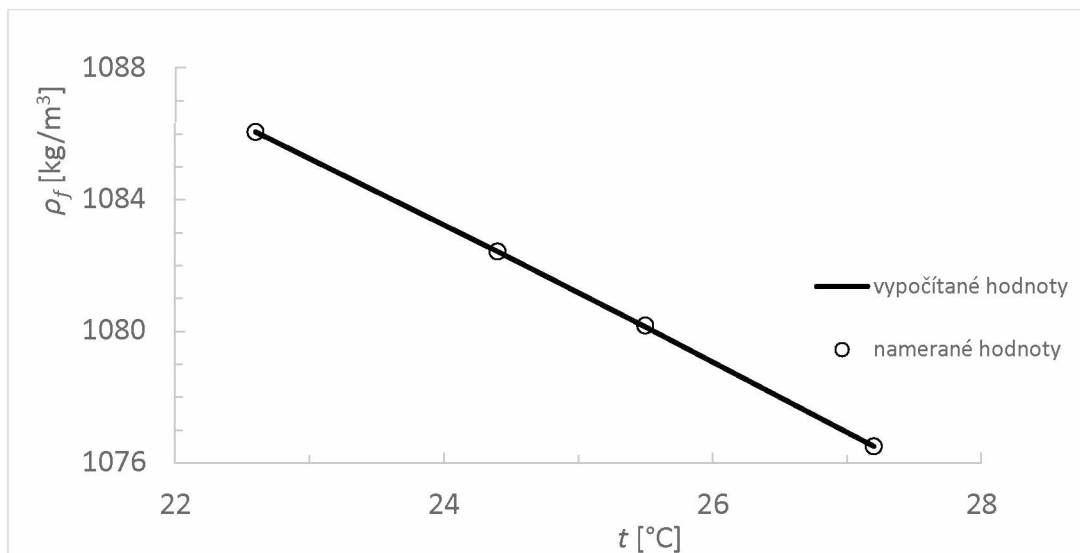
Hustota vodného roztoku 45 % Emkaroxu HV45 bola overovaná pyknometricky pri teplote 22,6 °C, 24,4 °C, 25,5 °C a 27,2 °C. Priemerné hodnoty z troch meraní hustôt pre každú teplotu sú uvedené v Tabuľke 4.

Tabuľka 4 – Hustota 45 %-tného Emkaroxu HV45

<i>t [°C]</i>	<i>$\rho_{f,priemer.}$ [kg/m³]</i>
22,6	1086,1
24,4	1082,4
25,5	1080,2
27,2	1076,5

Zo získaných výsledkov bol vytvorený Graf 1, ktorý zobrazuje závislosť hustoty modelovej kvapaliny na teplote, ktorá bola preložená polynómom 2. stupňa a má tvar:

$$\rho_f = -0,0247t^2 - 0,8455t + 1117,8 \quad (49)$$



Graf 1 – Graf závislosti hustoty 45 %-ného roztoku Emkaroxu HV na teplote

Pre vybraný roztok boli predbežné hodnoty viskozity určené reometrom MARS I. a následne upresnené vhodným typom Ubbelohedeho viskozimetra. Hodnota doby výtoky stanovovanej kvapaliny bola pre danú teplotu odmeraná vždy trikrát a viskozita dopyčítaná podľa vzťahu (50):

$$\mu_f = \rho_f t K, \quad (50)$$

kde ρ_f je hustota kvapaliny v kg/m^3 , t je doba výtoky kvapaliny v sekundách a K je hodnota nominálneho koeficientu Ubbelohedeho viskozimetra. Zistené priemerné hodnoty dynamickej viskozity sú uvedené v Tabuľke 5.

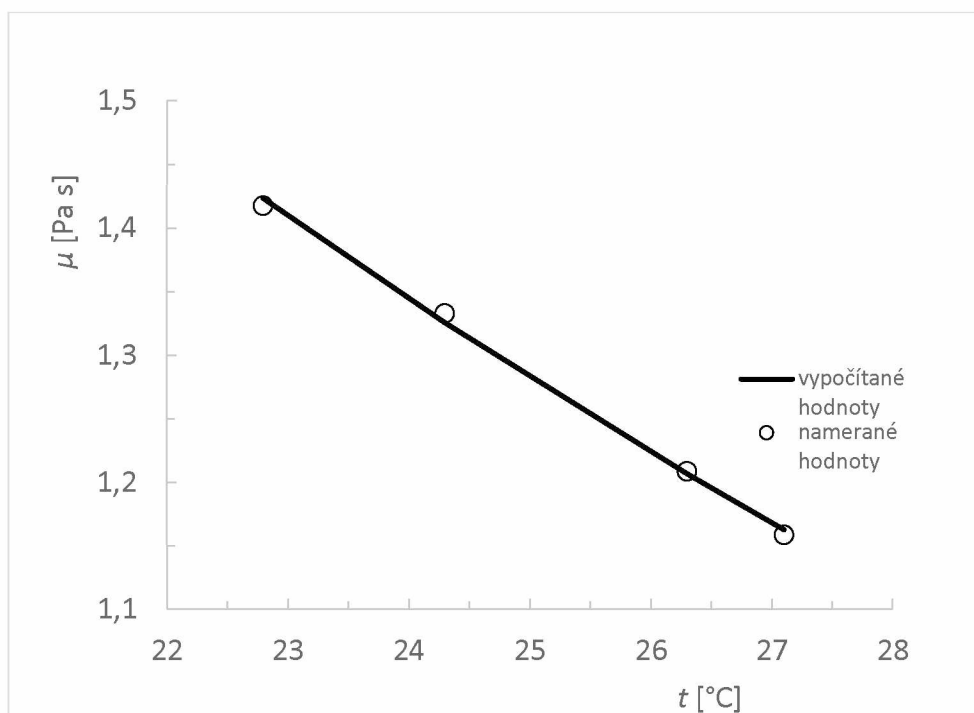
Tabuľka 5 – Stanovenie viskozity 45 %-ného roztoku Emkaroxu HV45

t [°C]	μ_f , priemer. [mPa s]
22,8	1417,7
24,3	1333,0
26,3	1209,0
27,1	1159,1

Pre preloženie náhradnej funkcie určujúcej závislosť viskozity na teplote bol použitý vzorec (12) a jeho vyhodnotením pomocou Riešiteľa v programe Excel boli získané hodnoty konštant A a B . Výsledný tvar funkcie je vyjadrený:

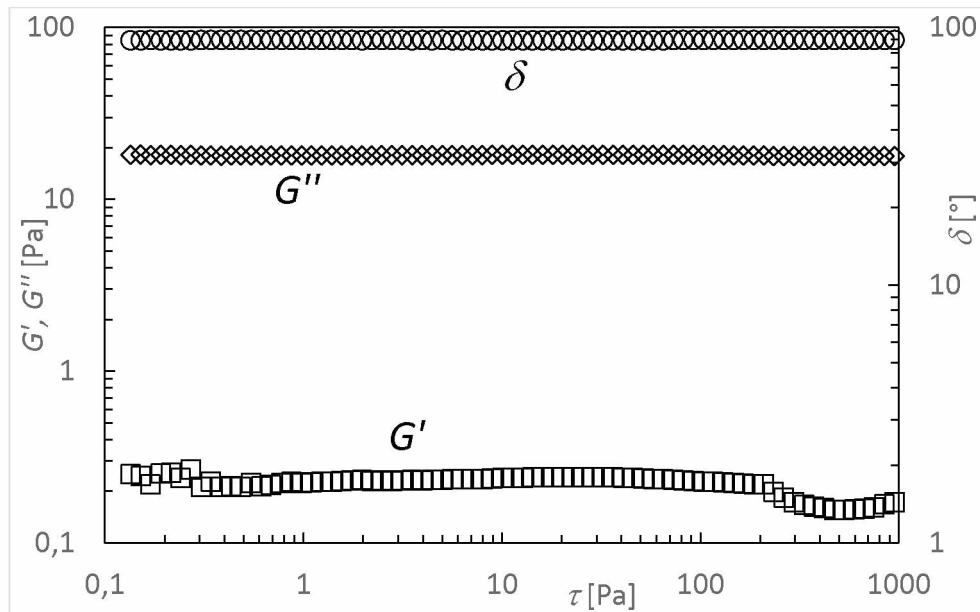
$$\mu_f = e^{\left(-13752 + \frac{4174,3}{T}\right)} \quad (51)$$

Závislosť dynamickej viskozity 45 %-tného roztoku Emkaroxu HV45 od teploty je znázornená v Grafe 2.



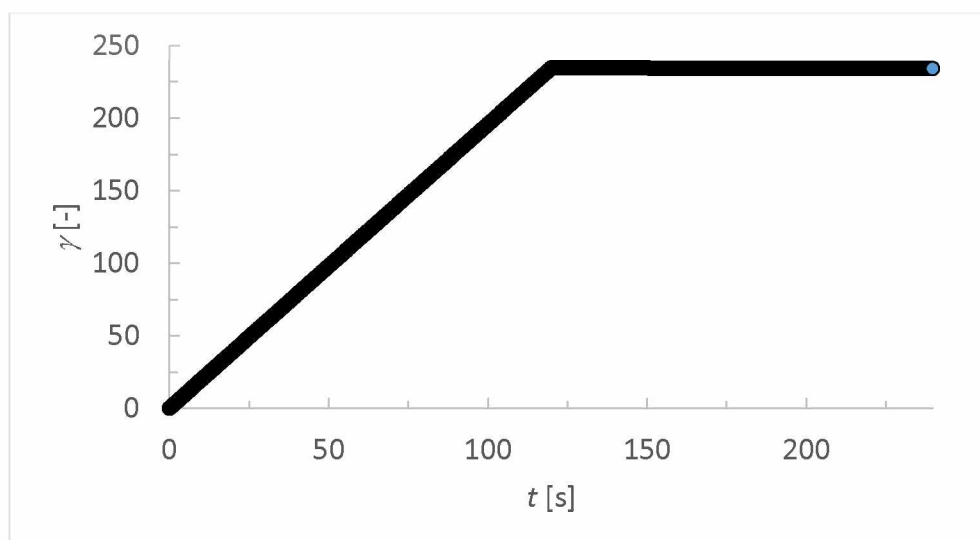
Graf 2 – Graf závislosti dynamickej viskozity 45 %-tného roztoku Emkaroxu HV45 na teplote

Súčasne s predbežným stanovením viskozity prebehlo na rotometri MARS I. aj overenie newtonovského chovania sa roztoku. Sledovaná bola krivka viskozity v rozsahu rýchlosti deformácie 0,1 až 100 s⁻¹, kedy bola hodnota viskozity v sledovanom intervale rýchlosti deformácie konštantná. Realizované oscilačné testy boli tzv. amplitude sweep test a creep testy. Pri sweep teste sa amplitúda dotyčnicového napätia menila s frekvenciou 2 Hz. Zároveň bola sledovaná hodnota tzv. pamäťového modulu G' a v závislosti na napätí amplitúdy aj hodnota stratového modulu G'' . Ukážka výsledkov amplitude sweep testu pre teplotu 26 °C, zobrazeného na Grafe 3 potvrdili, že modelová kvapalina je newtonovská, nakoľko hodnoty stratového modulu boli vyššej hodnoty ako hodnoty pamäťového modulu, počas priebehu nedošlo v žiadnej časti došlo k pretnutiu kriviek a hodnota stratového uhlu bola približne 90°.



Graf 3 – Amplitude sweep test pre 45 %-tného roztok Emkaroxu HV 45

Príkladom creep testu uskutočneného pri teplote 26 °C je Graf 4. Z uvedeného grafu vyplýva, že po 120 s a vložení konštantného napätia 3 Pa je viditeľný nárast hodnôt deformácie. Vo fáze relaxácie, taktiež v čase 120 s, nedochádzalo k žiadnemu obnoveniu a deformácia zostáva na hodnote dosiahnutej počas prvej fázy. Výsledky všetkých uskutočnených testov potvrdili teda newtonovské chovanie sa 45 %-tného vodného roztoku Emakroxu HV45 bez existencie anomálií.



Graf 4 – Creep test 45 %-tného vodného roztoku Emkaroxu HV45 pri teplote 26 °C

4.2 Stanovenie vlastností a charakteristík modelových častíc

Pre prípravnú fázu experimentu boli ako modelové častice zvolené sklené guľové častice, a tiež guľové častice vyrobené 3D tlačou z PLA filament. Vybrané modelové častice slúžili pre porovnanie experimentálnych pádových rýchlostí s teoretickými hodnotami. Pre experiment boli zvolené 3D tlačou vytvorené dve sady sféroidov vajcovitého tvaru s predpokladanými pomermi rozmerov, ktoré sú uvedené v ďalšom texte. V prípade prvej sady bol pomer rozmerov elipsoidov 1,5:1 a v prípade druhej sady bol pomer rozmerov 2:1. Rozmery každej modelovej častice boli odmerané mikrometrom, a to tak, že ako prvý rozmer bola vždy odmeraná hlavná os a potom os vedľajšia. Následne bol objekt pootočený o 90° a odmeraný znova. Výsledné priemerné hodnoty nameraných priemerov guľových častíc sú uvedené v Tabuľke 6. Výsledné priemerné hodnoty rozmerov elipsoidov ako aj ich ďalšie charakteristické veličiny (objemový priemer, ekvivalentné priemery pre padajúci elipsoid kolmo či vo smere osi symetrie, atď.) pre sadu s rozmermi v pomere 1,5:1 sú uvedené v Tabuľke 7 a pre sadu elipsoidov s rozmermi 2:1 v Tabuľke 8. V uvedených tabuľkách je označenie modelových častíc všeobecne dané výrazom $E-XX-i$, kde XX znamená pomer hlavnej a vedľajšej polosi delený 10 a i je číselné označenie častice.

Hustota pre sklenú časticu bola prevzatá z [15] a je 2508 kg/m^3 . Hustoty častíc vyrobených z PLA boli vždy stanovené pyknometricky a stanovená priemerná hodnota je 1251 kg/m^3 .

Tabuľka 6 – Charakteristiky guľovitých častíc [15, 48]

<i>Označenie</i>	<i>d_{priemer.} [mm]</i>	<i>Materiál</i>
<i>E10 – 1</i>	4,925	Sklo
<i>E10 – 2</i>	6,073	PLA
<i>E10 – 3</i>	10,068	PLA

Tabuľka 7 – Charakteristiky elipsoidov z PLA - sada s rozmermi v pomere 1,5:1

<i>Modelová častica</i>	<i>C</i> [mm]	<i>A</i> [mm]	<i>d_v</i> [mm]	<i>d_A</i> [mm]	<i>e</i> [-]	<i>ψ</i> [-]	<i>d_{ekv,p}</i> [mm]	<i>d_{ekv,k}</i> [mm]
<i>E15 – 1</i>	15,177	10,034	11,518	11,681	0,750	0,972	11,080	12,030
<i>E15 – 2</i>	12,125	8,064	9,238	9,366	0,747	0,973	8,890	9,641
<i>E15 – 3</i>	9,059	6,018	6,897	6,993	0,747	0,973	6,636	7,199
<i>E15 – 4</i>	5,976	4,001	4,574	4,635	0,743	0,974	4,403	4,768

Tabuľka 8 – Charakteristiky elipsoidov z PLA – sada s rozmermi v pomere 2:1

<i>Modelová častica</i>	<i>C</i> [mm]	<i>A</i> [mm]	<i>d_v</i> [mm]	<i>d_A</i> [mm]	<i>e</i> [-]	<i>ψ</i> [-]	<i>d_{ekv,p}</i> [mm]	<i>d_{ekv,k}</i> [mm]
<i>E20 – 1</i>	20,747	9,972	12,730	13,262	0,877	0,921	12,169	14,040
<i>E20 – 2</i>	16,329	7,989	10,139	10,543	0,872	0,925	9,690	11,143
<i>E20 – 3</i>	12,297	5,709	7,373	7,708	0,886	0,915	7,052	8,188
<i>E20 – 4</i>	8,095	4,008	5,006	5,262	0,869	0,927	4,841	5,555

4.3 Pádová rýchlosť modelových častíc

Pomocou digitálnych stopiek bol na celkovej dráhe 800 mm meraný čas pádu modelových častíc. Z dôvodu možného výskytu zmien orientácií osi symetrií modelovej častice voči smeru pádu, čo mohlo viesť k zmene veľkosti rýchlosti jej pádu, boli každých 200 mm zaznamenávané aj jednotlivé medzičasy. V prípade sférických častíc by sa tento efekt nemal prejaviť, ale zaznamenané medzičasy možno po zohľadnení experimentálnych chýb použiť na posúdenie či častica padá v ustálenom stave. Meranie času pádu na úsekoch 200, 400, 600 a 800 mm bolo uskutočnené najmä za účelom merania rýchlosti pádu modelových častíc v tvare elipsoidov. Ak sa počas merania zmenila orientácia osi symetrie modelovej častice, na určenie rýchlosti pádu pre počiatočnú orientáciu osi symetrie častice vlozenej do meracej kolóny sa vždy použil úsek, v ktorom bola táto orientácia stále platná. Z nameraného času pádu bola vypočítaná rýchlosť pádu podľa vzťahu (52):

$$u = \frac{s}{t} \quad , \quad (52)$$

kde *s* označuje dráhu pádu a *t* trvanie pádu na tejto dráhe.

4.3.1 Stanovenie pádovej rýchlosti guľových častíc

Pre modelové častice E10-1, E10-2, E10-3 bol čas pádu experimentálne určený tromi meraniami. Namerané hodnoty pre každý úsek kolóny (po 200 mm) sú pre jednotlivé častice uvedené v Tabuľkách 9, 10 a 11. Keďže merania neboli uskutočnené v rovnakom časovom okamihu, je pre každú časticu uvedená aj teplota merania, ktorá bola zároveň použitá na výpočet vlastností modelovej kvapaliny (rovnice (49) a (51)) a z nich dopočítaná teoretická rýchlosť pádu danej častice podľa rovnice (20).

Tabuľka 9 – Čas pádu častice E10-1 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,2 °C

<i>Meranie</i>	<i>t₁ [s]</i>	<i>t₂ [s]</i>	<i>t₃ [s]</i>	<i>t₄ [s]</i>
1	15,69	15,34	15,91	15,65
2	15,75	15,59	15,88	16,11
3	15,88	15,84	16,25	16,26

Tabuľka 10 – Čas pádu častice E10-2 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,6 °C

<i>Meranie</i>	<i>t₁ [s]</i>	<i>t₂ [s]</i>	<i>t₃ [s]</i>	<i>t₄ [s]</i>
1	82,68	82,76	82,09	83,63
2	82,99	80,96	80,16	82,58
3	84,19	82,63	80,07	83,74

Tabuľka 11 – Čas pádu častice E10-3 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,8 °C

<i>Meranie</i>	<i>t₁ [s]</i>	<i>t₂ [s]</i>	<i>t₃ [s]</i>	<i>t₄ [s]</i>
1	35,31	34,42	34,85	32,01
2	35,37	33,74	33,00	34,48
3	33,63	35,51	32,92	33,86

Na základe stanovených časových hodnôt pádov častíc boli vypočítané priemerné rýchlosti pádu v kolóne u_{exp} . Vypočítaný bol aj Faxénov korekčný faktor f_w a experimentálna hodnota rýchlosti pádu častice v neohraničenom prostredí $u_{exp,\infty}$. Pre túto rýchlosť sa potom vypočítalo

Reynoldsovo kritérium Re . Ako sa uvádza v texte vyššie, pre jednotlivé častice bola stanovená aj teoretická hodnota pádovej rýchlosti v neobmedzenom prostredí $u_{teor,\infty}$. Takto vypočítané rýchlosti boli porovnané pomocou relatívnej chyby δ [%]. Výsledky spomínaných výpočtov sú uvedené v Tabuľke 12.

Tabuľka 12 – Experimentálne a teoretické hodnoty pádových rýchlostí pre guľové častice a Reynoldsovo kritérium

Častica	u_{exp} [m/s]	$\frac{d}{D}$ [-]	f_w [-]	$u_{exp,\infty}$ [m/s]	Re [-]	$u_{teor,\infty}$ [m/s]	δ [%]
E10-1	0,01248	0,07036	0,85266	0,01463	0,06129	0,01485	1,46
E10-2	0,00243	0,08676	0,81878	0,00297	0,01560	0,00276	-7,55
E10-3	0,00587	0,14383	0,70348	0,00834	0,07337	0,00767	-8,75

Z Tabuľky 12 podľa veľkosti hodnoty Reynoldsovho kritéria vyplýva, že pre danú časticu sa pád častíc nachádza v oblasti plazivého prúdenia, čo je v súlade s pôvodnou podmienkou.

Porovnaním hodnôt relatívnych chýb je možné zistiť, že v prípade sklenej hladkej častice je relatívna chyba malá, tak ako to bolo predpokladané. V prípade častíc materiálu PLA sú chyby väčšie, ale rádovo sa pohybujú v jednotkách percent s hodnotami medzi 7 až 9 %. Je tak možné potvrdiť domnienku uvedenú v predchádzajúcej kapitole, že napriek určitým nerovnostiam povrchu (napríklad nepresnosť tlače povrchu a artefakty po ochladení a iné) nemajú tieto nerovnosti v oblasti plazivého prúdenia na pád častice významný vplyv. Keďže sa pri meraní priemeru častíc vytlačených z PLA zistili väčšie odchýlky ako v prípade sklenej častice, väčšie odchýlky v rýchlostiach sú tak pravdepodobne spôsobené nedokonalosťou guľového tvaru.

4.3.1 Stanovenie pádovej rýchlosti elipsoidov

Pre modelové sady častíc E15 a E20 bol čas pádu pre každý rozmer elipsoidu v sade experimentálne určený vždy štyrmi meraniami. Počiatočná orientácia osi symetrie elipsoidu pri experimentoch bola rovnobežná alebo kolmá na smer pádu. Počas pádu elipsoidu sa okrem času pádu sledovala aj prípadná zmena orientácie osi symetrie oproti počiatočnej, ktorá bola daná pri umiestnení zmáčanej častice do modelovej kvapaliny. Ak došlo k výraznej zmene orientácie osi symetrie počas pádu elipsoidu v modelovej kvapaline oproti počiatočnej

orientácii v meranom úseku, na výpočet rýchlosti zodpovedajúcej počiatočnej orientácii sa použili len časy pozorované v predchádzajúcich meraných úsekoch. Vo všeobecnosti sa zmena počiatočnej orientácie osi symetrie vyskytovala častejšie so zmenšujúcou sa veľkosťou elipsoidu a najvýraznejšie sa prejavovala pri najmenších elipsoidoch. Zmena počiatočnej orientácie osi symetrie elipsoidu môže byť spôsobená viacerými okolnosťami. Odchýlka od požadovanej počiatočnej orientácie bude ovplyvnená stanovením osi symetrie pri vložení častice do modelovej kvapaliny, čo možno opísať ako statický efekt, pretože častica by potom nemala meniť orientáciu. Ďalšou možnosťou ovplyvňujúcou zmenu orientácie osi symetrie počas pádu, je určitá hybnosť prenášaná pri ručnom uvoľnení častice z ramien pinzety a prípadná nehomogenita častice. Pri ďalších možných experimentálnych meraniach, ktoré by nasledovali po tejto úvodnej práci s elipsoidmi, by preto bolo užitočné vyrobiť mechanizmus, ktorý by umožnil presnejšie ustanoviť počiatočnú orientáciu elipsoidu a uvoľniť časticu bez ľudského vplyvu.

V Tabuľke 13 je uvedený príklad nameraných časov pádu pre elipsoidy *E20-1*. Pokiaľ ide o sledovanie orientácie osi symetrie od počiatočnej v každom úseku kolóny, zistilo sa, že počas pádu elipsoidu v kolóne nedošlo k výraznejšej odchýlke v orientácii osi symetrie.

Tabuľka 13 – Čas pádu elipsoidu E20-1 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie rovnobežne so smerom pádu

<i>Meranie</i>	<i>t₁ [s]</i>	<i>t₂ [s]</i>	<i>t₃ [s]</i>	<i>t₄ [s]</i>
1	24,36	24,19	24,64	25,2
2	24,37	24,03	24,75	25,00
3	24,45	24,11	24,56	25,04
4	24,22	24,01	24,97	25,68

V Tabuľke 14 je uvedený príklad nameraných časov pádu pre elipsoidy *E20-4*, pri ktorých došlo k výraznej zmene orientácie osi symetrie. Bolo zistené, že počas pádu elipsoidu v kolóne došlo v niektorých úsekoch kolóny k výraznej odchýlke orientácie osi symetrie, čo naznačujú rozdielne hodnoty časov v po sebe nasledujúcich úsekoch. Napríklad pri meraní 2 bol pád v prvom úseku kolóny relatívne v súlade s počiatočnou orientáciou osi symetrie, ale v druhom úseku sa orientácia osi symetrie elipsoidu postupne zmenila na orientáciu kolmú na smer pádu. Na výpočet rýchlosti pádu sa teda použila rýchlosť pádu z prvého úseku.

Tabuľka 14 – Čas pádu elipsoidu E20-4 v 200 mm úsekoch pri teplote 25,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu

<i>Meranie</i>	t_1 [s]	t_2 [s]	t_3 [s]	t_4 [s]
1	119,53	128,44	149,15	138,56
2	128,03	166,06	144,11	144,26
3	125,32	139,91	155,97	121,16
4	123,65	128,67	158,98	131,25

V Tabuľkách 15 až 18 sú uvedené priemerné hodnoty určených pádových rýchlostí pre počiatočnú orientáciu osi symetrie rovnobežne a kolmo na smer pádu pre sady elipsoidov E15 a E20. Sú v nich uvedené aj teoretické hodnoty pádových rýchlostí v neobmedzenom prostredí pre elipsoidy. Tieto rýchlosti sa dajú určiť prirovnaním ustálenej tiažovej sily mínus vztlak k odporovej sile (rovnice (53, 54)):

$$V(\rho_s - \rho_f)g = 6\pi\mu RU \quad (53)$$

a pre prolát prechádza na výraz

$$\frac{4}{3}\pi a^2 c(\rho_s - \rho_f)g = 6\pi\mu RU \quad (54)$$

Nakoniec pre rýchlosť pádu U elipsoidu v neohraničenom prostredí platí:

$$U = \frac{4a^2 c(\rho_s - \rho_f)g}{18\mu R} = \frac{A^2 c(\rho_s - \rho_f)g}{36\mu R} \quad (55)$$

Hodnota R sa získa pre príslušný smer pádu a os symetrie zo vzťahov v Tabuľke 2. Táto hodnota R pre danú orientáciu je už vyjadrená v Tabuľkách 7 a 8 ako $2R = d_{ekv,p}$ a $2R = d_{ekv,k}$.

Na základe hodnoty ekvivalentného polomeru R a rýchlosti U sa určilo aj Reynoldsovo číslo, ktorého hodnota spadá do oblasti plazivého prúdenia.

Tabuľka 15 – Priemerné experimentálne rýchlosti pádu a teoretické rýchlosti pádu pre neobmedzené prostredie pre elipsoidy E20 pri 25,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie rovnobežne so smerom pádu

<i>Častica</i>	u_{exp} [m/s]	$2R$ [mm]	U [m/s]	Re [-]
<i>E20-1</i>	0,00813	12,17	0,01238	0,1281
<i>E20-2</i>	0,005498	9,69	0,00785	0,0647
<i>E20-3</i>	0,00320	7,05	0,00415	0,0249

<i>E20-4</i>	0,00161	4,84	0,00196	0,0081
--------------	---------	------	---------	--------

Tabuľka 16 – Priemerné experimentálne rýchlosti pádu a teoretické rýchlosti pádu pre neobmedzené prostredie pre elipsoidy E20 pri 25,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu

<i>Častica</i>	u_{exp} [m/s]	$2R$ [mm]	U [m/s]	Re [-]
<i>E20-1</i>	0,00663	14,04	0,01076	0,1287
<i>E20-2</i>	0,00493	11,14	0,00685	0,0650
<i>E20-3</i>	0,00283	8,19	0,00358	0,0250
<i>E20-4</i>	0,00147	5,56	0,00171	0,0081

Tabuľka 17 – Priemerné experimentálne rýchlosti pádu a teoretické rýchlosti pádu pre neobmedzené prostredie pre elipsoidy E15 pri 27,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie rovnobežne so smerom pádu

<i>Častica</i>	u_{exp} [m/s]	$2R$ [mm]	U [m/s]	Re [-]
<i>E20-1</i>	0,00787	11,08	0,01135	0,1170
<i>E20-2</i>	0,00553	8,89	0,00730	0,0604
<i>E20-3</i>	0,00336	6,64	0,00407	0,0251
<i>E20-4</i>	0,00157	4,40	0,00179	0,0073

Tabuľka 18 – Priemerné experimentálne rýchlosti pádu a teoretické rýchlosti pádu pre neobmedzené prostredie pre elipsoidy E15 pri 27,2 °C, počiatočná orientácia osi symetrie kolmá

<i>Častica</i>	u_{exp} [m/s]	$2R$ [mm]	U [m/s]	Re [-]
<i>E20-1</i>	0,00647	12,03	0,00981	0,1048
<i>E20-2</i>	0,00489	9,64	0,00632	0,0541
<i>E20-3</i>	0,00295	7,20	0,00352	0,0225
<i>E20-4</i>	0,00139	4,77	0,00155	0,0066

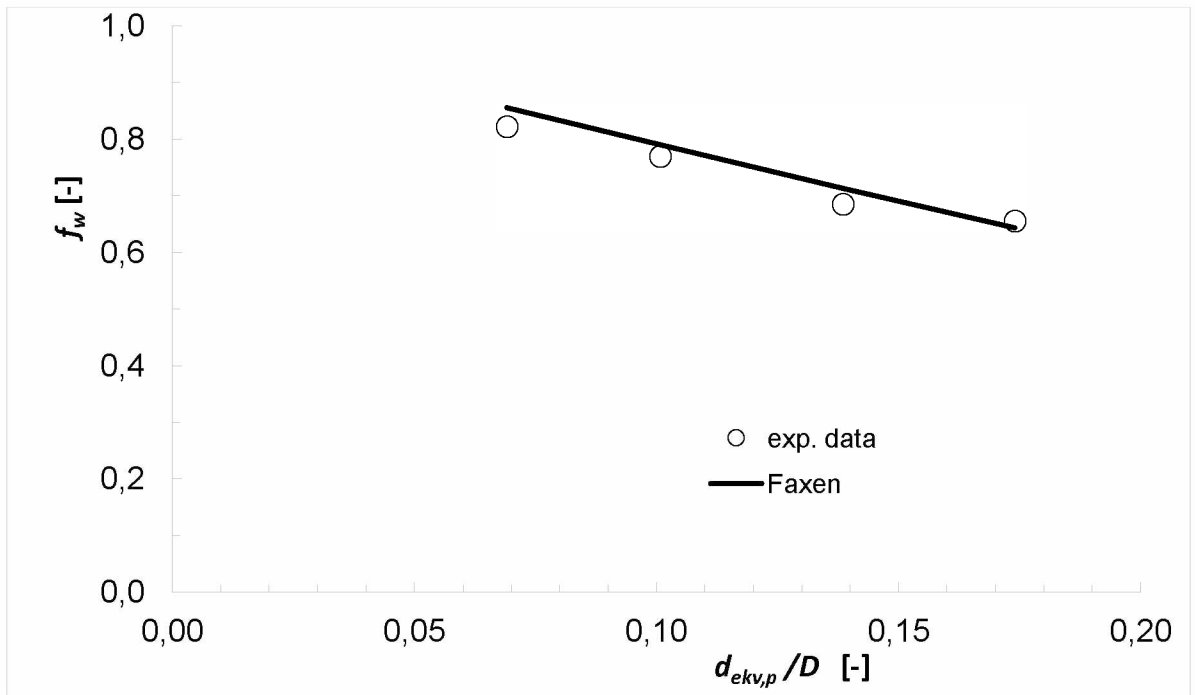
V súlade s očakávaniami, z Tabuliek 15 až 18 vyplýva, že priemerné rýchlosti pádu v kolóne (vplyv stien) sú nižšie ako teoretické rýchlosti v neobmedzenom prostredí. Na základe pomeru týchto rýchlostí s rýchlosťou U (predpoklad, že modelová častica dosiahne túto rýchlosť v neobmedzenom prostredí) možno určiť korekčný faktor pre vplyv stien v závislosti od geometrie systému, vyjadrený ako pomer charakteristickej veľkosti častíc a kolóny. V oblasti plazivého prúdenia nie je potrebné zohľadňovať vplyv charakteru prúdenia.

4.4 Určenie korekčného faktora pre vplyv steny

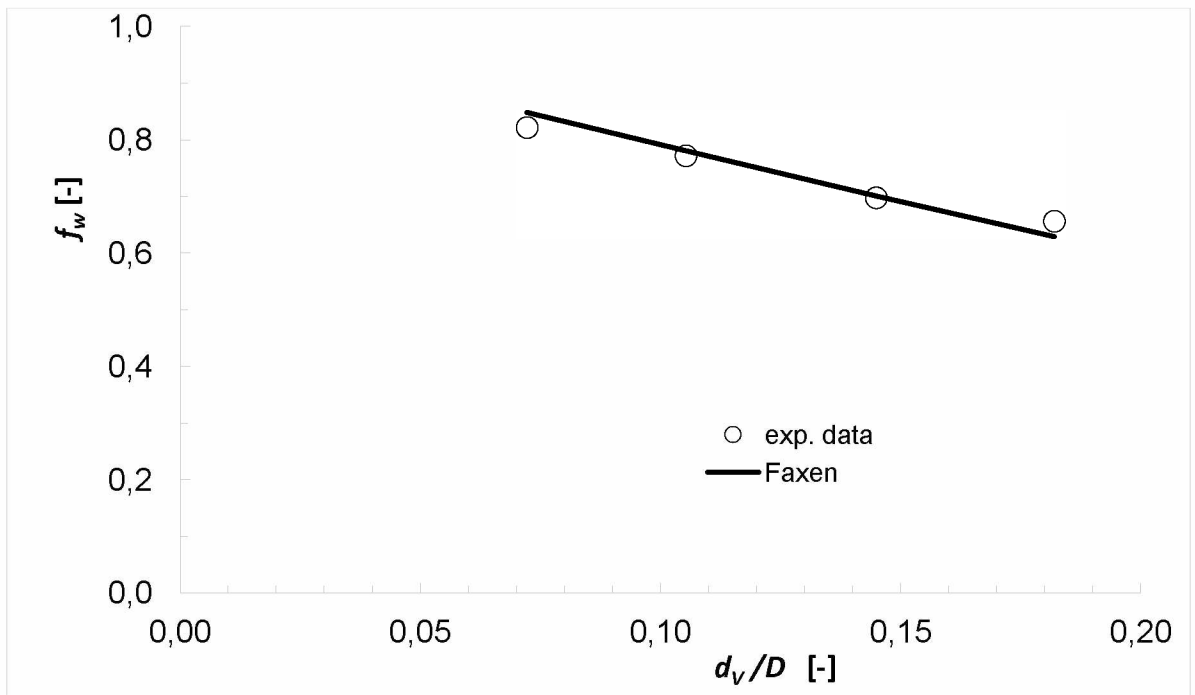
Na základe predchádzajúcich výsledkov boli v závislosti od geometrie systému vyjadrené pomerom $d_{ekv,i}/D$, prípadne d_V/D (d_V je asi najčastejšie používaná tvarová charakteristika častice), stanovené hodnoty experimentálneho korekčného faktora $f_{w,exp} = \frac{u_{exp}}{U}$. Pre pomery $d_{ekv,i}/D$ je $i=p$ alebo k a význam je nasledujúci: p platí pre orientáciu osi symetrie rovnobežnú so smerom pádu, k pre orientáciu kolmú ku smeru pádu. Získané výsledky experimentálneho korekčného faktora $f_{w,exp}$ boli porovnané s výsledkami s využitím Faxénovho korekčného faktora f_w rovnica (48). V Tabuľke 19 je uvedený príklad získaných výsledkov pre pomer $d_{ekv,p}/D$, pomer hlavnej a vedľajšej osi približne 2:1 (častice E20) a orientáciu osi symetrie na smer pádu častice. Z výsledkov sa počítala i relatívna chyba ako $\delta = (f_w - f_{w,exp})/f_{w,exp}$. Ostatné výsledky sú zobrazené ako grafické závislosti v Grafoch 5 až 12.

Tabuľka 19 – Korekčný faktor vplyvu stien pre E20 (pomer os prolátu cca 2:1), orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu

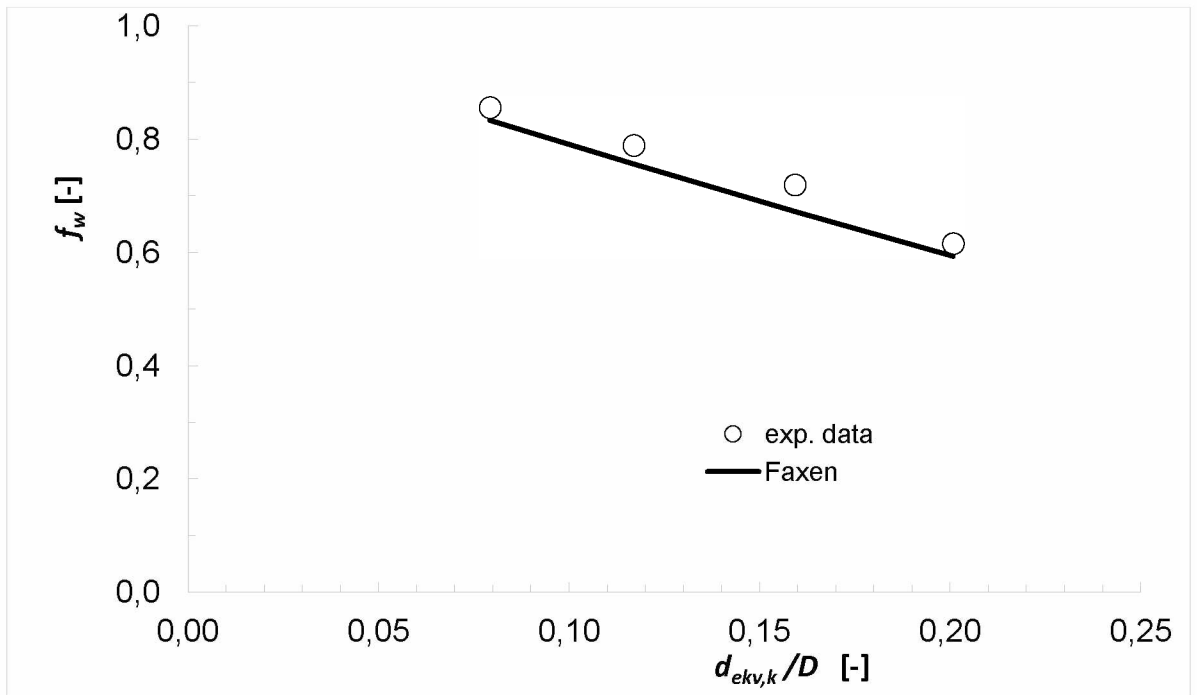
Častica	$d_{ekv,p}/D$ [-]	$f_{w,exp}$ [-]	f_w [-]	δ [%]
E20-1	0,1738	0,6572	0,6451	-1,8
E20-2	0,1384	0,6863	0,7142	4,1
E20-3	0,1007	0,7702	0,7902	2,6
E20-4	0,0692	0,8222	0,8552	4,0



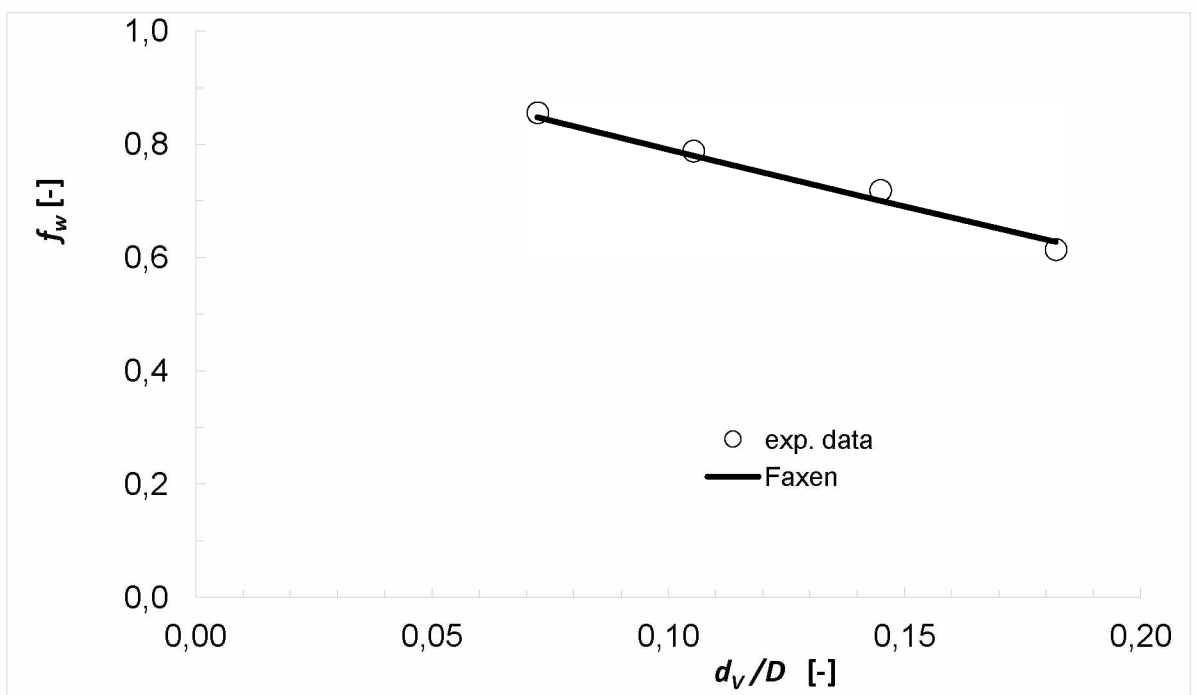
Graf 5 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od $d_{ekv,p} / D$ pre elipsoidy E20, orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu



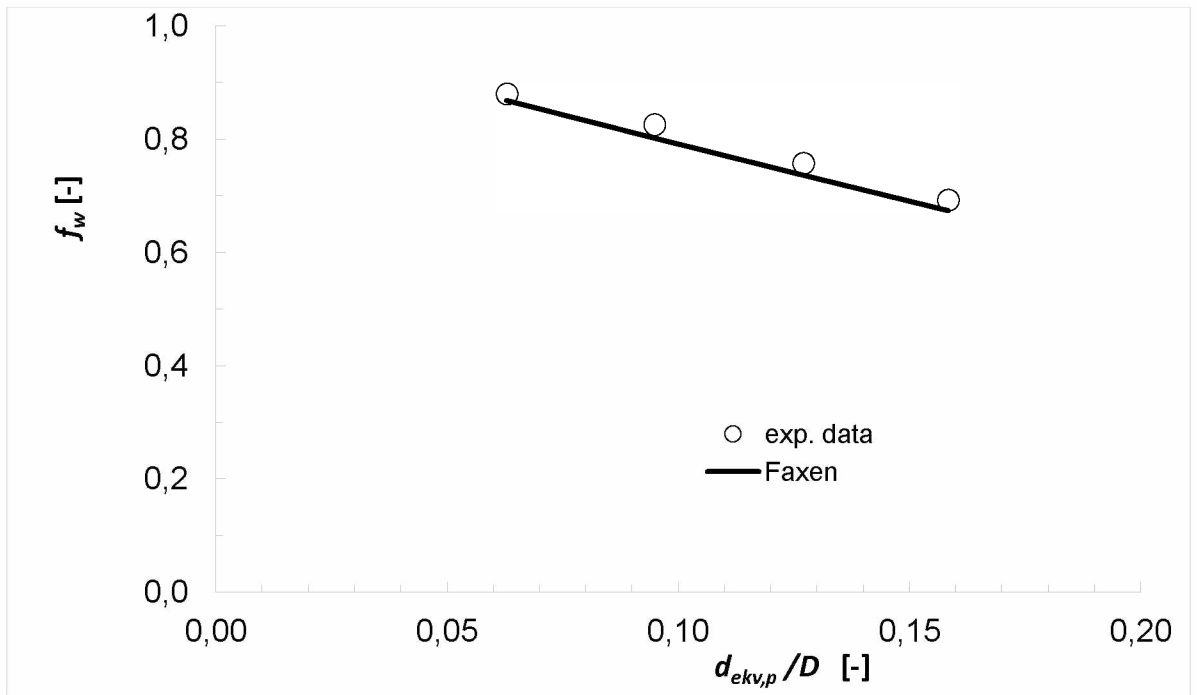
Graf 6 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od d_v / D pre elipsoidy E20, orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu



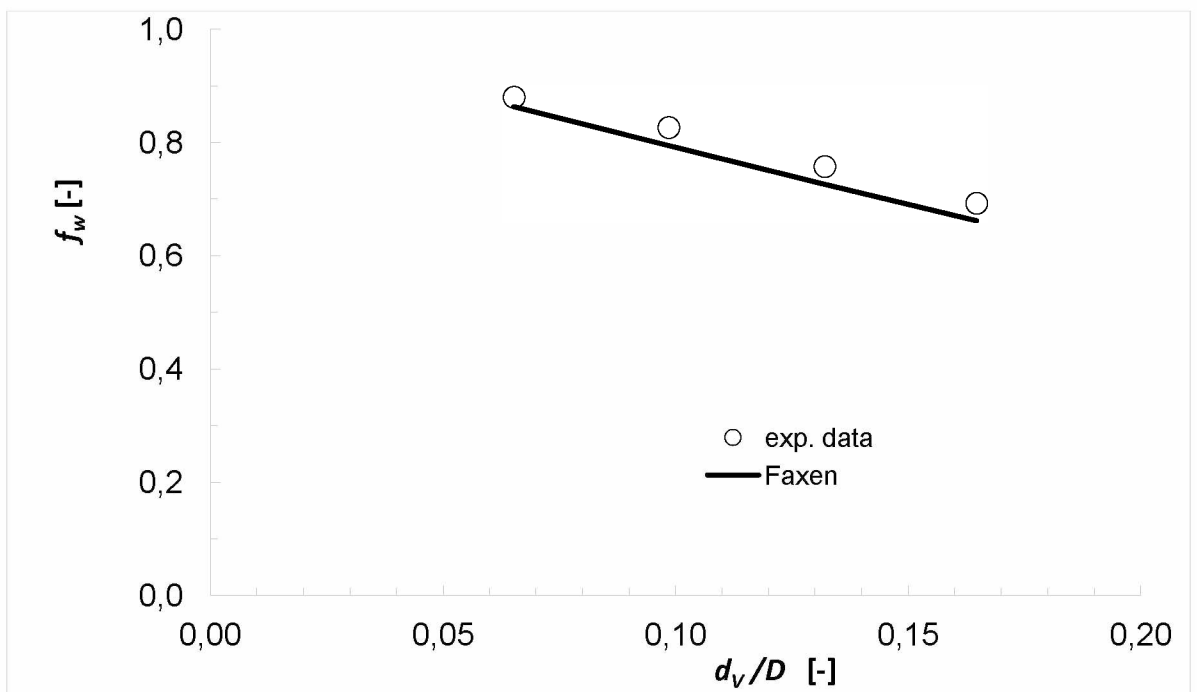
Graf 7 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od $d_{ekv,k}/D$ pre elipsoidy E20, orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu



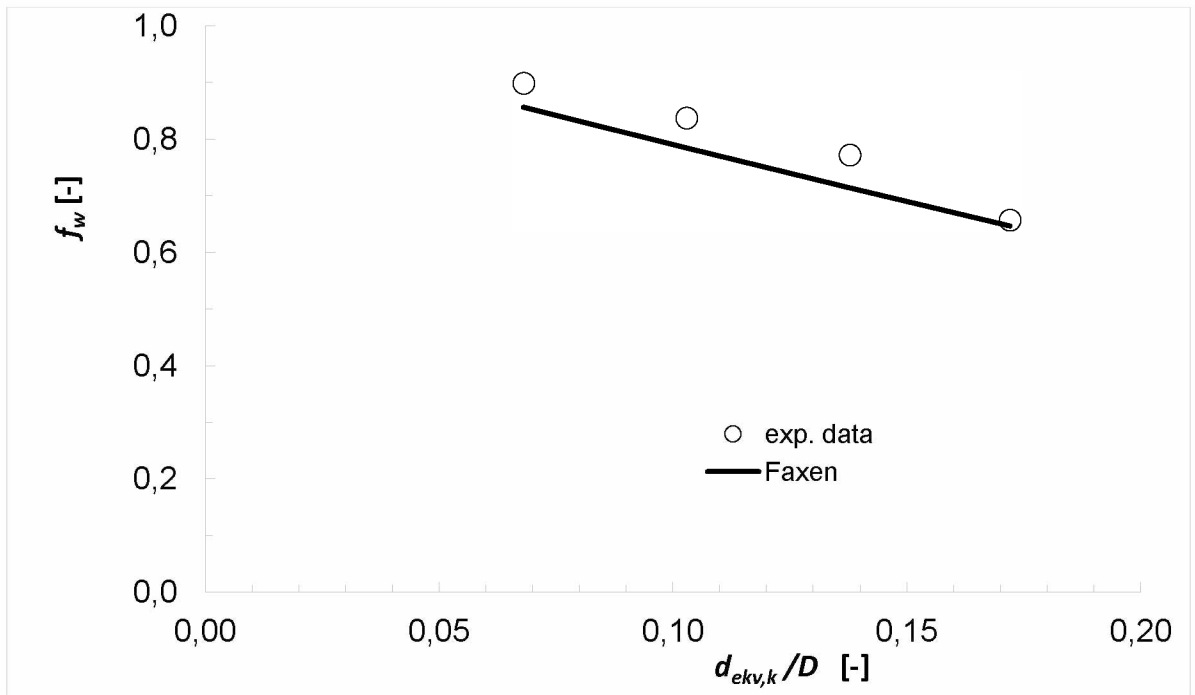
Graf 8 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od d_v/D pre elipsoidy E20, orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu



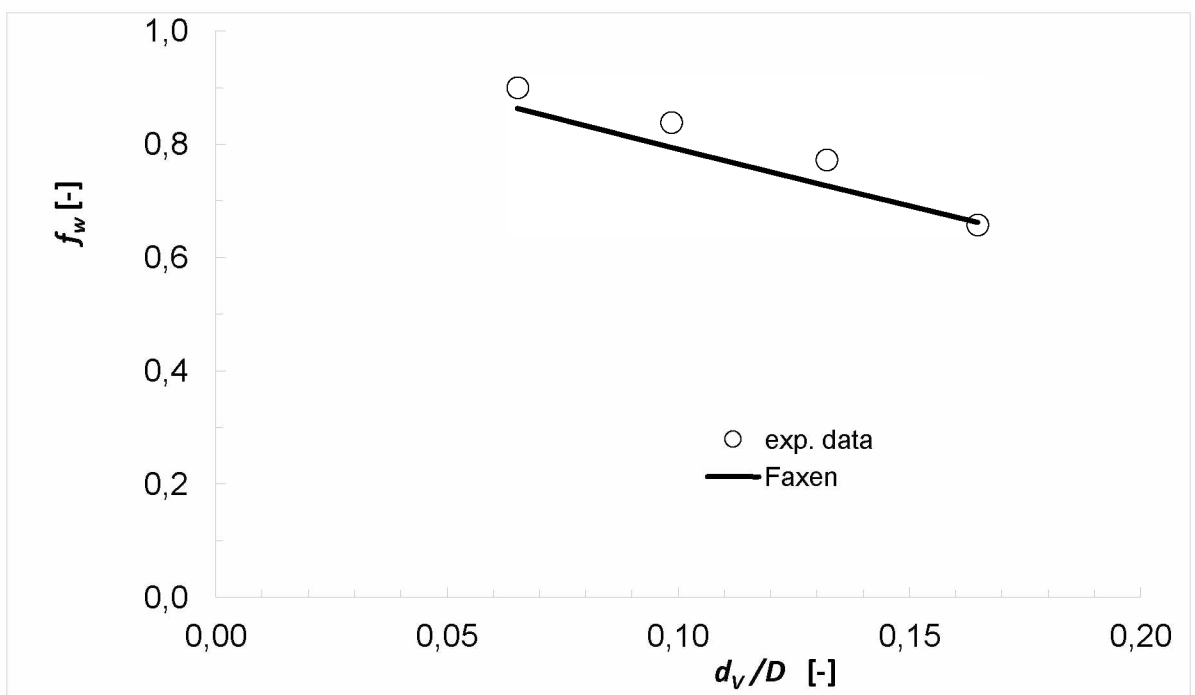
Graf 9 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od $d_{ekv,p} / D$ pre elipsoidy E15, orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu



Graf 10 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od d_v / D pre elipsoidy E15, orientácia osi symetrie rovnobežná so smerom pádu



Graf 11 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od $d_{ekv,k}/D$ pre elipsoidy E15, orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu



Graf 12 – Porovnanie experimentálneho a Faxénovho korekčného faktora vplyvu stien ako závislosti od d_v/D pre elipsoidy E15, orientácia osi symetrie kolmá ku smeru pádu

Stanovené závislosti priebehu experimentálneho korekčného faktora $f_{w,exp}$ pri pomere $d_{ekv,i}/D$ alebo d_V/D sa kvalitatívne významne od seba, pre daný pomer os elipsoidov (cca 2:1 alebo 1,5:1), neodlišujú. V porovnaní s Faxénovým korekčným faktorom je vidieť, že pre obidva pomery hlavnej a vedľajšej osi, bola dosiahnutá vždy dobrá zhoda pri páde elipsoidu s osou symetrie rovnobežnou so smerom pádu. Maximálna relatívna odchýlka korekčných faktorov pre vyjadrenie závislosti pomocou pomeru $d_{ekv,p}/D$ dosahuje hodnotu cca 4 % a pre pomer d_V/D cca 4,5 %. Pri páde elipsoidov s osou symetrie kolmou ku smeru pádu sú chyby u častíc E15 vyššie a dosahujú maximálnu hodnotu cca 8 %. Bolo by teda možné pre danú geometriu použitých modelových elipsoidov v danom rozsahu pomeru charakteristického rozmeru častice ($d_{ekv,i}$ či d_V) a kolóny využívať Faxénovho korekčného faktora s určitou chybou pre odhad vplyvu stien na pádovú rýchlosť použitých modelových častíc. Pre ďalšie určenie vplyvu stien na pádovú rýchlosť elipsoidov vajcovitého tvaru by bolo vhodné uskutočniť aj ďalšie experimenty so širšou škálou rozmerov elipsoidov, a taktiež v kolónach s rôznymi priermi.

ZÁVER

Hlavným cieľom diplomovej práce bolo preskúmať pád neguľových častíc, elipsoidov, v modelovej kvapaline vo vybranom vodnom roztoku Emakroxu HV45, pre oblasť Stokesovho režimu prúdenia.

Pomocou technológie 3D tlače boli z PLA (kyseliny polymliečnej) vytlačené modelové častice (gule a elipsoidy – proláty) a boli stanovované ich základné geometrické a fyzikálne vlastnosti. Pády týchto častíc sa následne merali v modelovej kvapaline, ktorou bol vodný roztok Emkarox HV45, a to vo valcovej kolóne.

Rýchlosti pádu častíc sa určovali vizuálnym pozorovaním. V prípade vytlačených sférických častíc sa prepočítala pozorovaná rýchlosť pádu častice v kolóne na neohraničené prostredie pomocou Faxénovho korekčného faktora. Takto určená rýchlosť pádu častice sa porovnala s teoretickou hodnotou rýchlosti pre oblasť plazivého prúdenia, ktorá bola zistená pomocou Stokesovho vzťahu. Odchýlky medzi nimi boli stanovené v rozsahu 7 až 9 %. Na základe informácie [52], že v oblasti plazivého toku je vplyv drsnosti povrchu častíc zanedbateľný, možno prítomné odchýlky vysvetliť skôr nedokonalosťou 3D tlače presného sférického výtlačku ako drsnosťou povrchu výtlačku.

Pre dve sady modelových častíc v tvare prolátu s pomerom hlavných a vedľajších osí približne 2:1 a 1,5:1 sa merali rýchlosti pádu pre dve počiatočné orientácie osí symetrie vzhľadom na smer pádu – rovnobežnú a kolmú. Na základe analytického riešenia pádu prolátu [33] v oblasti plazivého prúdenia v newtonovskej kvapaline boli pre dané elipsoidy a orientácie osí symetrie vzhľadom na smer pádu určené rýchlosti pádu v neobmedzenom prostredí. Tieto rýchlosti pádu sa spolu s experimentálne určenými rýchlosťami pádu použili na určenie hodnôt experimentálneho korekčného faktora vplyvu stien v závislosti od geometrie systému, vyjadrené ako pomer vybraného charakteristického rozmeru elipsoidu k priemeru kolóny. Takto stanovené hodnoty sa porovnali s hodnotami získanými pomocou Faxénovho korekčného faktora. Ukázalo sa, že lepšej zhody výsledkov pre obidve geometrie sa dosiahne pri orientácii osí symetrie rovnobežnej so smerom pádu. Faxénovho korekčného faktora je možno použiť s chybou menšou ako 10% pre odhad vplyvu stien na pádovú rýchlosť použitých modelových častíc.

Z hľadiska možného budúceho výskumu by bolo vhodné zabezpečiť presnejšiu výrobu modelových častíc inými technológiami ako v práci použitou FDM, ako aj rozšíriť škálu rozmerov elipsoidov v meraných súboroch a vykonať merania vo viacerých kolónach s rôznymi priermi, a tak rozšíriť súbor experimentálnych údajov pre presnejšie a širšie spracovanie témy.

POUŽITÁ LITERATÚRA

1. Introduction to Rheology. CHANDRAN, Nithin, Sarath CHANDRAN a Sabu THOMAS. *Rheology of Polymer Blends and Nanocomposites: Theory, Modelling and Applications*. Elsevier, 2019, s. 1-12. ISBN 978-0-12-816957-5.
Dostupné z: doi:<http://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-816957-5.00001-X>
2. S. RAMSEY P. E., Mark S. Ramsey P. E. Chapter Six - Rheology, Viscosity, and Fluid Types. *Practical Wellbore Hydraulics and Hole Cleaning: Unlock Faster, More Efficient, and Trouble-Free Drilling Operations*. Gulf Professional Publishing DOI, 2019, s. 217-237. ISBN 978-0-12-817088-5.
Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817088-5.00006-X>
3. YA. MALKIN, Alexander a Avraam ISAYEV. Introduction: Rheology: Subject and goals. *Rheology: Concepts, Methods, and Applications*. Third Edition. ChemTec Publishing, 2017, s. 1-8. ISBN 978-1-927885-21-5.
Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/B978-1-927885-21-5.50006-0>
4. YA. MALKIN, Alexander a Avraam ISAYEV. 6 - APPLICATIONS OF RHEOLOGY. *Rheology: Concepts, Methods, and Applications*. Third Edition. ChemTec Publishing, 2017, s. 377-342. ISBN 978-1-927885-21-5.
Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/B978-1-927885-21-5.50012-6>
5. POKOPCOVÁ, Alena. *Viskozitné a reologické merania roztokov hyaluronanu s prídavkami kvartérnych solí*. Zlín, 2010. Diplomová práca. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta technologická. Vedoucí práce Mgr. Aleš Mráček, Ph.D.
6. HOLUBOVÁ, Renata. *Základy reologie a reometrie kvapalin*. Olomouci: Univerzita Palackého v Olomouci, 2014, 50 s. ISBN 978-80-244-4178-8.
7. JANALÍK, Jaroslav. *Viskozita tekutin a její měření: Skripta VŠB - TU*. Ostrava: VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA, 2010, 66 s.
8. Tok tekutin. *Ústav chemického a environmentálneho inžinierstva, Fakulta chemickej a potravinárskej technológie* [online]. Bratislava [cit. 2021-7-4]. Dostupné z: http://kchbi.chtf.stuba.sk/upload_new/file/dudas/Hydraulikaweb.pdf
9. KING, R.P. 3 - Interaction between fluids and particles. *Introduction to Practical Fluid Flow*. Elsevier, 2002, s. 55-79. ISBN 978-0-7506-4885-1. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/B978-075064885-1/50003-X>

10. Laminar and Turbulent Flow. *Engineering Library: Convenient and comprehensive reference materials for engineers*. [online]. EngineeringLibrary, 2021 [cit. 2021-7-1]. Dostupné z: <https://engineeringlibrary.org/reference/laminar-and-turbulent-fluid-flow-doe-handbook>
11. CAKL, Jiří. *Prednášky z Proudění tekutin a sdílení tepla: TURBULENTNÍ PROUDĚNÍ, REOLOGIE, KONSTITUTIVNÍ ROVNICE*. Pardubice: Univerzita Pardubice.
12. Kharlamova, I.s & Kharlamov, Alexander & Vlasak, Pavel. (2014). MODEL OF AVERAGED TURBULENT FLOW AROUND CYLINDRICAL COLUMN FOR SIMULATION OF THE SALTATION. *Engineering MECHANICS* 1802-1484. 21. 103-110.
13. CAKL, Jiří. *Prednášky z Proudění tekutin a sdílení tepla: TENZOR NAPĚTÍ, REOLOGIE, KONSTITUTIVNÍ ROVNICE*. Pardubice: Univerzita Pardubice.
14. The Definition of Stress. *EFunda: engineering fundamentals* [online]. eFunda, 1999 - 2021 [cit. 2021-7-1]. Dostupné z: https://www.efunda.com/formulae/solid_mechanics/mat_mechanics/stress.cfm
15. STRNADEL, Jaroslav. *Pád tuhé osamocené kulové částice v newtonských kapalinách*. Pardubice, 2011. Disertační práce. Univerzita Pardubice, Fakulta chemicko-technologická. Vedoucí práce Prof. Ing. Ivan Machač, CSc.
16. *Prednášky:: Základy reologie a reometrie kapalin*. Brno: Masarykova univerzita, 11 s. Dostupné také z: https://is.muni.cz/el/1431/podzim2014/C5160/um/2457585/2457594/Reologie_a_reometrie_kapalin.pdf
17. MÍKA, Petr. *DYNAMICKÁ VISKOZITA ELEKTROIZOLAČNÍCH KAPALIN*. Brno, 2013. Diplomová práce. VYSOKÉ UCENÍ TECHNICKÉ V BRNE, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav elektrotechnologie. Vedoucí práce Prof. Ing. Jirí Kazelle, CSc.
18. KELLÖ, Vojtech a Alexander TKÁČ. *Fyzikálna chémia*. 3. upravené vydanie. Bratislava: Vydavateľstvo technickej a ekonomickej literatúry, 1977, 793 s. [.org/10.1016/j.tribont.2014.03.013](https://doi.org/10.1016/j.tribont.2014.03.013). ISSN 0301-679X.
19. AMOO, Leye M. a R. Layi FAGBENLE. 14 Overview of non-Newtonian boundary layer flows and heat transfè. FAGBENLE, R.O., O.M. AMOO, S. ALIU a A. Falana FALANA. *Applications of Heat, Mass and Fluid Boundary Layers*. Elsevier, 2020, s. 413-435. ISBN 780128179505. Dostupné z: [doi:https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817949-9.00022-0](https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817949-9.00022-0)

20. CHEJN, Michal. *Pád kulových částic v systému newtonská kapalina-plyn*. Pardubice, 2020. Diplomová práce. Univerzita Pardubice, Fakulta chemicko-technologická. Vedoucí práce Ing. Bedřich Šiška, CSc
21. THOMPSON, Roney L. a Cassio M. OISHI. Reynolds and Weissenberg numbers in viscoelastic flows. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*. Elsevier, 2021, (292). ISSN 0377-0257. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2021.104550>
22. Constant viscosity elastic fluid. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-, 27.07.2020 [cit. 2021-7-5]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Constant_viscosity_elastic_fluid
23. Figura, Ludger O. a Arthur A. Teixeira. *Food Physics: Physical Properties - Measurement and Applications*. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. ISBN 978-3-540-34194-9.
24. Walicka, A. Simple Flows of pseudoplastic fluids based on Dehaven Model. *Int.J.of Applied Mechanics and Engineering*. 2017, 22(4), 1035-1044. DOI: 10.151/ijame-2017-0066. ISSN 2353-9003.
25. Osswald, Tim A. a Natalie Rudolph. *Polymer Rheology: Fundamentals and Applications* [online]. Hanser Publishers [cit. 2020-05-04]. ISBN 978-56990-517-3. Dostupné z: https://www.google.sk/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=12&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiA6tHr_JnpA-hXzQhUIHWT2D0kQFjALegQIARAB&url=http%3A%2F%2Ffiles.hanser.de%2FFiles%2FArticle%2FARTK_LPR_9781569905173_0001.pdf&usg=AOvVaw3oFFJF4Z386ltRqSt9wfOA
26. Khan, Masood, Humara Sardat a Ali Saleh Alshomrami. On multiplate solutions of non-Newtonian Carreau fluid flow over an inclined shrinking sheet. *Results in Physics*. Publisher by Elsevier B.V., 2018, (8), 926-932. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2018.01.021>. ISSN 2211-3797.
27. Binu, K.G., B.S. Shenoy, D.S. Rao a R. Pai. Static characteristics of a fluid film bearing with TiO₂ based nanolubricant using the modified Krieger-Dougherty viscosity model and couple stress model. *Tribology Internatiol*. Publisher by Elsevier B.V., 2014, (75), 69-79. DOI: doi.org/10.1016/j.triboint.2014.03.013
28. LEONELLI, Cristina a Marcello ROMAGNOLI. Rheology parameters of alkali-activated geopolymetric concrete binders. PACHECO-TORGAL, F., J.A. LABRINCHA, C. LEONELLI, A. PALOMO a P. CHINDAPRASIRT. *Handbook of Alkali-Activated Cements, Mortars and Concretes*. Elsevier, 2015, s. 133-169. ISBN 978-1-78242-276-1.

29. MALVANDI, A., S.A. MOSHIZI a D.D. GANJI. An analytical study on unsteady motion of vertically falling spherical particles in quiescent power-law shear-thinning fluids. *Journal of Molecular Liquids: Structure, Interactions and Dynamics of Simple, Molecular, Ionic and Complex Liquids*. Elsevier, 2014, (193), 166-173. ISSN 0167-7322. Dostupné z: doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.molliq.2013.12.04>
30. RAPP, Bastian E. Chapter 9 - Fluids. RAPP, Bastian E. *Microfluidics: Modelling, Mechanics and Mathematics: A volume in Micro and Nano Technologies*. Elsevier, 2017, s. 243-263. ISBN 978-1-4557-3141-1. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/B978-1-4557-3141-1.50009-5>
31. JIRÁNKOVÁ, Hana. *Prednášky z predmetu Hydraulické a tepelné procesy: Usazování*. Pardubice: Univerzita Pardubice.
32. SILVAA, R., C. COTASA, F. A. P. GARCIAA, P. M. M. G. FAIAB COTASA a M. G. RASTEIROA. Particle Distribution Studies in Highly Concentrated Solid-Liquid Flows in Pipe using the Mixture Model. *Procedia Engineering*. Elsevier, 2015, (102), 1016-1025. ISSN 1877-7058. Dostupné z: doi:[10.1016/j.proeng.2015.01.224](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.01.224)
33. HAPPEL, John a Howard BRENNER. The Motion of a Rigid Particle of Arbitrary Shape in an Unbounded Fluid. HAPPEL, John a Howard BRENNER. *Low Reynolds number hydrodynamics: Mechanics of fluids and transport processes*. Dordrecht: Springer, 1983, s. 159-234. ISBN 978-90-247-2877-0.
34. PETTYJOHN, E.S. a E.B. CHRISTIANSEN. Effect of particle shape on free-settling rates of isometric particles. *Chemical engineering progress*. 1948, 44(2), 157-172. ISSN 0360-7275.
35. LEITH, David. Drag on Nonspherical Objects. *Aerosol Science and Technology*. 1987, 6(2), 153-161. ISSN 0278-6826. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1080/02786828708959128>
36. HEISS, J.F. a J. COULL. The effect of orientation and shape on the settling velocity of non-isometric particles in a viscous medium. *Chemical engineering progress*. 1952, 48, 133-140. ISSN 0360-7275.
37. ZLATOŠ, Pavol. 24 Kvadriky. ZLATOŠ, Pavol. *Lineárna algebra a geometria*. Bratislava: Marenčin PT, 2011, s. 214-532. ISBN 9788081141119.
38. OŠLEJŠKOVÁ, Marie. *Rotační kvadriky v příkladech*. Olomouc, 2012. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci, Přírodovědecká fakulta, Katedra algebry a geometrie. Vedoucí práce RNDr. Lenka Juklová, Ph.D.

39. Ellipsoid. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2021-7-2]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/Ellipsoid>
40. KIM, Sangtae a P.V. ARUNACHALAM. The general solution for an ellipsoid in low-Reynolds-number flow. *Journal of Fluid Mechanics*. Great Britain, 1987, 178, 535-547. ISSN 0022-1120.
41. XU, A., L. SHI a T.S. ZHAO. Thermal effects on the sedimentation behavior of elliptical particles. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Elsevier, 2018, (126), 753–764. ISSN 0017-9310. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.05.073>
42. KARIMNEJAD, S., A. Amiri DELOUEI, M. NAZARI, M.M. SHAHMARDAN a A.A. MOHAMAD. Sedimentation of elliptical particles using Immersed Boundary – Lattice Boltzmann Method: A complementary repulsive force model. *Journal of Molecular Liquids*. Elsevier, 2018, (262), 180–193. ISSN 0167-7322. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.molliq.2018.04.075>
43. YUAN, Wenjun, Jianqiang DENG, Zheng CAO a Mei MEI. Dynamic of one and two elliptical particles settling in oscillatory flow: Period bifurcation and resonance state. *Powder Technology*. 2016, (304), 8–19. ISSN 0032-5910. Dostupné z: doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2016.09.015>
44. MACHAČ, Ivan, Jaroslav STRNADEL a Alexander SUCHÝ. Wall Effects on a Single Spherical Particle Moving Through a Carreau Model Fluid. *Scientific papers of the University of Pardubice: Faculty of Technology*. Pardubice, 2008, 14. Dostupné z: doi:10.1063/1.3203259
45. LEACH, J., H. MUSHFIQUE, S. KEEN, R. DI LEONARDO, G. RUOCCO, J. M. COOPE a M. J. PADGETT. Comparison of Faxén's correction for a microsphere translating or rotating near a surface. *PHYSICAL REVIEW*. American Physical Society, 2009, 79(2). ISSN 1539-3755. Dostupné z: doi:10.1103/PhysRevE.79.026301
46. MITSUGU IWAOKA, TSUTOMU ISHII, Experimental Wall Correction Factors Of Single Solid Spheres In Circular Cylinders, *JOURNAL OF CHEMICAL ENGINEERING OF JAPAN*, 1979, Volume 12, Issue 3, Pages 239-242, Released April 03, 2006, Print ISSN 0021-9592, <https://doi.org/10.1252/jcej.12.239>
47. WEIN, Ondřej, Jana WICHTERLOVÁ a Václav SOBOLÍK. Viskozita vodných roztoku polyglykolu Emkarox HV45. *CHEMagaZin: Časopis pro chemicko-technologickou a laboratorní praxi*. Pardubice: CHEMAGAZÍN, 1999, 4(4), 9-11. ISSN 1210-7409.

48. PLA. *Materialpro3d.cz* [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-7-3]. Dostupné z: <https://www.materialpro3d.cz/materialovy-slovník/pla/>
49. Polylactic acid. *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001-, 26.06.2021 [cit. 2021-7-10]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Polylactic_acid
50. DOBIÁŠ, Jan. *3D tisk jako podpora kompozitních struktur*. Zlín, 2018. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta technologická. Vedoucí práce Ing. Lukaš Maňas.
51. PVA Filament. *Dddropczech* [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-7-10]. Dostupné z: <https://www.dddrop.cz/filament-pva>
52. BAGHERI, Gholamhossein a Costanza BONADONNA. On the drag of freely falling non-spherical particles. *Powder Technology*. Elsevier, 2016, (301), 526–544. ISSN 0032-5910. Dostupné z: doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.powtec.2016.06.015>