

# MODELÝ EXTRÉMNIČ POJŠTĚNÝCH ŠKOD V DŮSLEDKU PŘÍRODNÍCH KATASTROF

## THE MODELS OF EXTREME INSURED LOSSES DUE TO NATURAL CATASTROPHES

**Pavla Jindrová**

**Abstract:** *Special methods are used for modelling of extreme values. The aim of this article is application of the two most commonly used methods and demonstration of the use of these modelling for the insurance practice. These are the block maxima method and the peaks over threshold method. These methods are applied to real data of insured losses due to natural catastrophes. The analysed data were published by reinsurance company Swiss Re on their website. Data from 2014-2016, when 218 catastrophic events occurred due to natural influences, are used. According to the reinsurance company Swiss Re the event is classified as a catastrophic event, if the loss exceeds at least one of the limit of which relates to economic losses, the insured losses or limits on the number of casualties. The financial stability of insurance and reinsurance undertakings is affected by insured extreme losses. Therefore, the knowledge of probabilistic models of these extreme values is important. Based on the estimated parameters of these models, it is possible to estimate the amount of future insured losses due to natural catastrophic events. This information is important for the risk management of insurance and reinsurance undertakings to set and update premiums.*

**Keywords:** *Catastrophic events, model, Block maxima method, Peaks over threshold method, insured losses, natural catastrophe.*

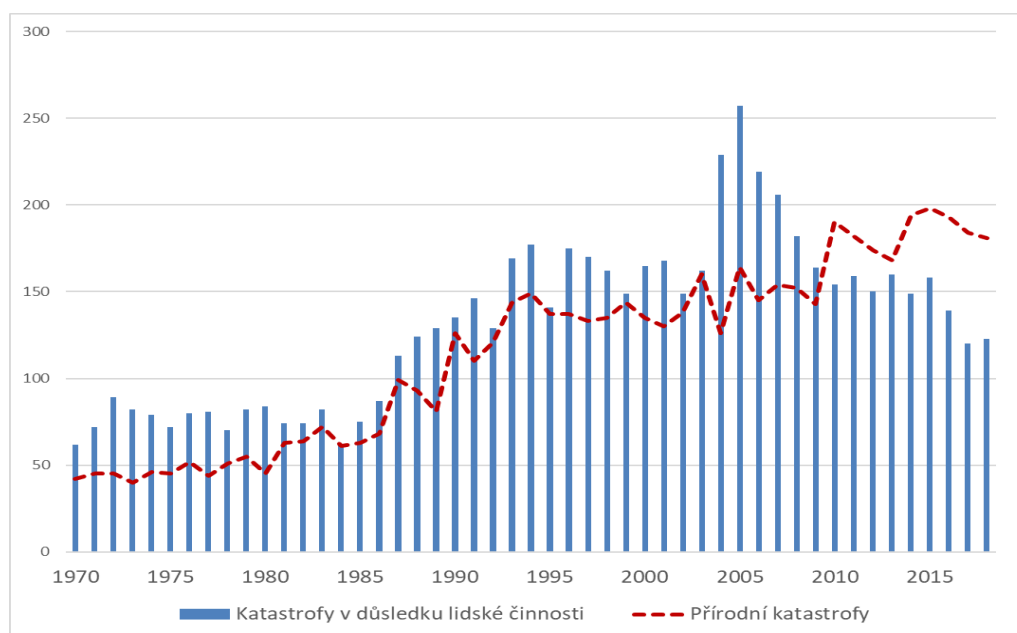
**JEL Classification:** *C15, G22.*

### Úvod

Katastrofické události jsou charakteristické hlubokým dopadem na celou společnost, a to jak z hlediska ekonomického, tak s ohledem na počet lidských obětí. Katastrofy jsou bohužel statisticky nepředvídatelné, naštěstí je ale výskyt těchto událostí relativně nízký. Katastrofické události dělíme na dvě skupiny s ohledem na jejich příčinu. Podle Sigma zajišťovny Swiss Re (2019) tvoří první skupinu katastrofy způsobené přírodními vlivy (např. geologické katastrofy, hydrologické katastrofy, aj.), druhou skupinu představují katastrofy vzniklé v důsledku lidské činnosti (např. průmyslové katastrofy, dopravní katastrofy, aj.).

Na obrázku 1 vidíme počty katastrofických událostí v období 1970–2018 (Sigma, 2019). Můžeme zde vidět rostoucí trend počtu výskytu přírodních katastrof, dlouhodobě rostl i počet katastrof v důsledku lidské činnosti, u kterých je ale v posledních letech patrné dílčí snížení výskytu. V posledním sledovaném roce 2018 došlo ve světě k 304 katastrofickým událostem, stejně jako v roce 2017. Z tohoto počtu v roce 2018 bylo 181 katastrofických událostí způsobeno přírodními vlivy (v roce 2017 to bylo 184) a 123 katastrof bylo způsobeno lidskou činností. (Sigma, 2019)

**Obr. 1: Počet katastrofických událostí v období 1970 - 2018**



Zdroj: (Sigma, 2019)

Podle Sigma (2019) jsou nepříznivé události označeny jako katastrofické, pokud dojde k překročení alespoň jednoho limitu, který vyjadřuje dolní hranici škod, a to buď u celkových ekonomických škod, nebo pojištěných škod anebo v počtech lidských obětí. V tabulce 1 jsou uvedeny tyto limity pro katastrofické události podle Sigma (2019) v roce 2018. Tyto limity jsou každý rok aktualizovány.

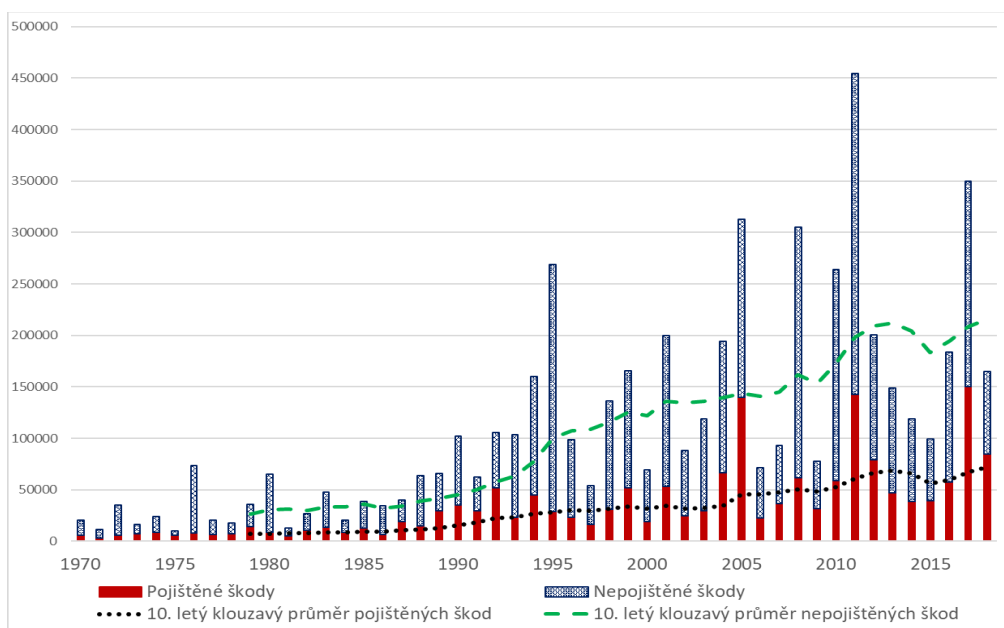
**Tab. 1: Tabulka limitů pro katastrofické události v roce 2018**

Pojištěné škody			Celkové ekonomické škody	Lidské oběti		
Námořní katastrofy	Letecké katastrofy	Ostatní škody		Mrtví nebo pohřešovaní	Zranění	Bez domova
20,8 mil. USD	41,7 mil. USD	51,8 mil. USD	103,5 mil. USD	20	50	2000

Zdroj: (vlastní zpracování podle Sigma, 2019)

Celkové ekonomické škody v důsledku katastrofických událostí jsou součtem jak pojištěných, tak nepojištěných škod. Na obrázku 2 jsou zobrazeny celkové ekonomické škody v období 1970–2018 (Sigma, 2019). Lze zde vyčíst poměr pojištěných (červená část sloupce) a nepojištěných (modrá část sloupce) škod. V tomto období připadá v průměru jedna třetina na pojištěné škody a zbývající část celkových ekonomických škod jsou nepojištěné škody. Na obrázku 2 jsou také zobrazeny 10leté klouzavé průměry jak pro pojištěné, tak pro nepojištěné škody. Trendy obou časových řad jsou rostoucí, na uvedeném obrázku ale můžeme také vyčíst rychlejší růst u nepojištěných škod oproti pojištěným.

**Obr. 2: Celkové ekonomické škody v důsledku katastrofických událostí v období 1970-2018**



Zdroj: (Sigma, 2019)

## 1 Formulace problematiky

Modelování katastrofických škod je jedním z nástrojů, které jsou využívány risk managementem v pojišťovnách a zajišťovnách k odhadu budoucích pojistných plnění, pro stanovení a aktualizaci výšky pojistného a výšky rezerv. Model Paretova rozdělení pravděpodobnosti je často využíván pro modelování škod vzniklých v důsledku katastrofických událostí (Zhongxian, 2003), (Pacáková, Gogola, 2013). Řada publikací využívá také quantilové metody modelování extrémních škod (Gilchrist, 2000), (Jindrová, Sipková, 2014), (Jindrová, Jakubínský, 2015).

Teorie extrémních hodnot (McNeil, 1997), (Embrecht et al, 1997) je základem pro modelování katastrofických škod. Zde je využívána řada metod, přičemž dvěma nejčastěji využívanými jsou metoda blokového maxima a metoda excedentů přes vysoký práh. Metoda blokového maxima patří k tradičním metodám a její podstata je uvedena v části 2.1. Metoda excedentů přes vysoký práh patří k modernějším metodám využívaným k modelování extrémních škod. Její podstata je uvedena v části 2.2. Metody byly využity při analýzách extrémních škod v řadě publikací, např. (Pacáková, Jindrová, Musil, 2016), (Jindrová, Pacáková, 2019). Využívané metody v tomto článku jsou založeny na korektní matematické teorii, která se zabývá chováním extrémních hodnot (Balkema, de Haan, 1974), (Fischer, Tippet, 1928), (Pickands, 1975). Obě tyto metody byly např. také využity k modelování reálných dat celkových škod způsobených požárem na budovách, zařízení budov i případným ušlým ziskem (Pacáková, Kubec, 2012).

V tomto článku budou využity dvě výše zmíněné metody, které se využívají pro modelování extrémních škod, a to metoda blokového maxima a metoda excedentů přes vysoký práh. Obě tyto metody budou aplikovány na reálná data o pojištěných škodách

v důsledku přírodních katastrof z období 2014–2016, která zveřejnila zajišťovna Swiss Re ve svých časopisech Sigma (Sigma, 2019).

## 2 Metody pro modelování extrémních škod

Klasická teorie extrémních hodnot řeší problém pravděpodobnostního chování maximálních hodnot náhodných veličin. Počátek vývoje teorie extrémních hodnot je spojen s významným matematikem Nicolasem Bernoullim a datujeme jej do roku 1709. Nejdůležitějším výsledkem pro tuto teorii je pak Fisher-Tippetova věta z roku 1928 (Fischer, Tippet, 1928), která specifikuje typ limitního rozdělení pro maxima náhodných veličin. Tato věta je svým významem srovnatelná s centrální limitní větou teorie pravděpodobnosti.

Teorie extrémních hodnot má značné využití v pojistné praxi, protože pro pojišťovnu je důležitá znalost rozdělení extrémních pojistných plnění.

Pro stanovení extrémních hodnot existuje řada metod. Nejčastěji se využívají dvě z nich, a to metoda blokového maxima a metoda excedentů přes vysoký práh (Pacáková, Kubec, 2012), (Pacáková a kol., 2019).

### 2.1 Metoda blokového maxima

U metody blokového maxima za extrémní hodnoty považujeme maximální hodnoty časově navazujících  $N$  disjunktních intervalů se stejným počtem  $n$  zjištěných hodnot  $X_{ij}$  (kromě posledního intervalu, kde může být počet hodnot nižší než  $n$ ),  $i = 1, 2, \dots, N$  a  $j = 1, 2, \dots, n$ . Potom  $M_i = \max\{X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in}\}$  je blokové maximum z  $i$ -tého bloku pro  $i = 1, 2, \dots, N$ , kde  $N$  označuje počet bloků a  $n$  označuje počet hodnot v bloku. (Pacáková a kol., 2019)

Pravděpodobnostní rozdělení blokových maxim specifikuje Fisher-Tippetova věta (Fischer, Tippet, 1928), která je základem celé této teorie:

Nechť  $X_1, X_2, \dots, X_n$  je posloupnost nezávislých, identicky rozdělených náhodných veličin. Pokud existují konstanty  $c_n > 0$  a  $d_n \in R$  a nějaká nedegenerovaná<sup>1</sup> distribuční funkce  $H$  taková, že

$$P\left(\frac{M_n - d_n}{c_n} \leq x\right) \rightarrow H, \quad \text{pro } n \rightarrow \infty$$

pak  $H$  náleží jednomu ze tří typů distribučních funkcí – Frechetova, Weibullova, Gumbelova, které jsou definovány následujícími vztahy:

$$\text{Frechet} \quad \Phi_\alpha(x) = \exp\{-x^{-\alpha}\} \quad x > 0$$

$$\text{Weibull} \quad \Psi_\alpha(x) = \exp\{-x^{-\alpha}\} \quad x < 0$$

$$\text{Gumbel} \quad \Lambda(x) = \exp\{-\exp^{-x}\}, \quad x \in R$$

Uvedené tři typy rozdělení ve standardizované formě lze vyjádřit pomocí dvou parametrů, a to parametrů polohy  $d$  a tvaru  $c$ :

---

<sup>1</sup>  $H$  je nedegenerovaná distribuční funkce, což znamená, že to není distribuční funkce náhodné veličiny, která nabývá pouze jednu hodnotu s pravděpodobností 1.

$$\text{Frechet} \quad \Phi_{\alpha}(x) = \exp \left\{ - \left( \frac{x-d}{c} \right)^{-\alpha} \right\} \quad x > d$$

$$\text{Weibull} \quad \Psi_{\alpha}(x) = \exp \left\{ - \left( \frac{x-d}{c} \right)^{-\alpha} \right\} \quad x < d$$

$$\text{Gumbel} \quad \Lambda(x) = \exp \left\{ - \exp \left[ - \left( \frac{x-d}{c} \right) \right] \right\}, \quad x \in R$$

Gumbelovo, Frechetovo a Weibulovo rozdělení mohou být vyjádřeny společným rozdělením, které nazýváme zobecněné rozdělení extrémních hodnot. Distribuční funkce tohoto rozdělení má tvar

$$G(x) = \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\} \quad (1)$$

kde

$$1 + \xi \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right) > 0$$

a kde  $\mu$  je parametr polohy,  $\sigma$  je parametr měřítka a  $\xi$  je parametr tvaru.

Výsledek lze snadno ověřit, pokud položíme:

$$\alpha = \frac{1}{\xi}, \quad d = \mu - \frac{\sigma}{\xi}, \quad c = \begin{cases} \frac{\sigma}{\xi} & \text{pro } \xi > 0 \\ -\frac{\sigma}{\xi} & \text{pro } \xi < 0 \end{cases}$$

## 2.2 Metoda excedentů přes vysoký práh

Metoda excedentů přes vysoký práh zaměřuje svou pozornost na všechny hodnoty, které přesáhnou zvolený dostatečně vysoký práh  $u$ .

Předpokládejme, že  $x_1, x_2, \dots, x_n$  jsou reálné hodnoty pojistných plnění, které jsou důsledkem realizace nezávislých rizik a mají společnou distribuční funkci  $F(x)$ . Pro zvolený dostatečně vysoký práh  $u$  označíme jako  $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(k)}$  všechny hodnoty, které tento zvolený práh  $u$  překračují. Pak množinu excedentů definujeme jako hodnoty  $y_i = x_{(i)} - u$  pro  $i = 1, \dots, k$ , kde  $k < n$ . (Pacáková a kol., 2019)

Nechť náhodná veličina  $X$  má distribuční funkci  $F(x)$  s pravým koncovým bodem  $x_F = \sup\{x \in \mathbb{R}; F(x) < \infty\}$ . Potom rozdělení excedentů přes vysoký práh  $u$  lze vyjádřit podmíněnou distribuční funkcí

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u) = \frac{F(x+u) - F(u)}{\bar{F}(u)} \quad \text{pro } 0 \leq u < x_F$$

Limitní rozdělení excedentů přes vysoký práh je dané větou Pickandse (1975), Balkemy a de Haana (1974), dle které limitním rozdělením je obecné Paretovo rozdělení s distribuční funkcí  $G_{\xi}(x)$ , definované vztahem

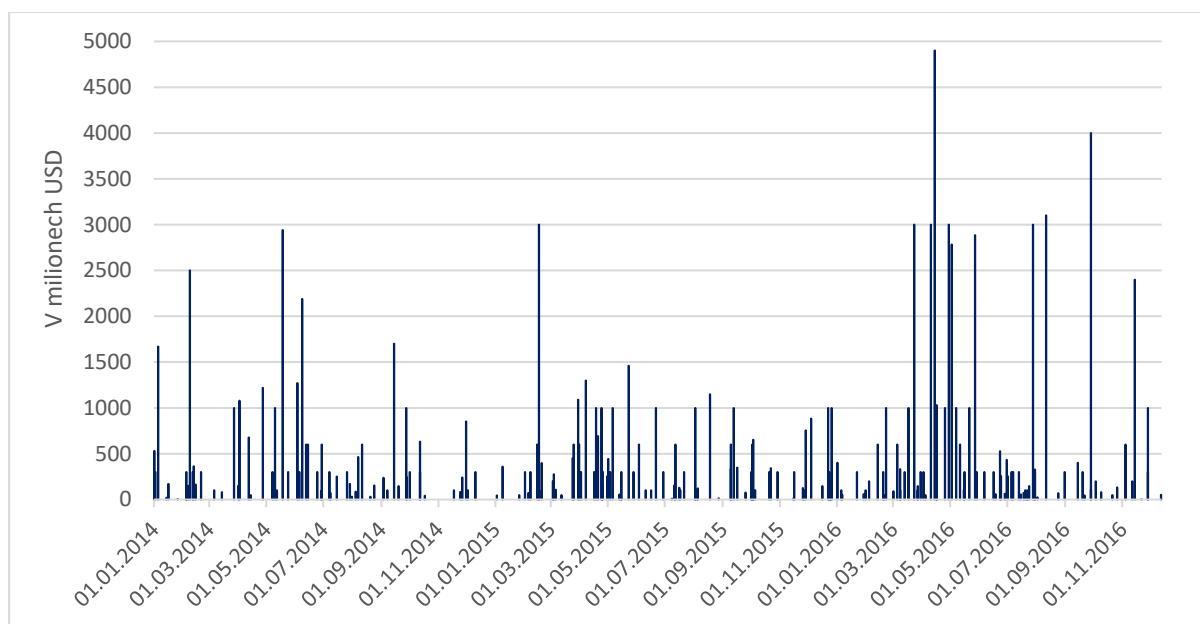
$$G_{\xi}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x)^{-1/\xi}, & \text{pro } \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-x}, & \text{pro } \xi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

### 3 Rozbor problému

Pro modelování jak metodou blokového maxima, tak metodou excedentů přes vysoký práh, využijeme reálná data o pojištěných škodách v důsledku přírodních katastrof v období 2014–2016. Jedná se o 218 pojištěných škod v milionech USD, které zveřejnila zajišťovna Swiss Re ve svých časopisech Sigma (Sigma, 2019). Odhady parametrů příslušných modelů jsou důležité pro pojistnou praxi, neboť jsou jedním z podkladů pro stanovení pojistného a zajistného.

Na obrázku 3 jsou chronologicky zobrazeny hodnoty analyzovaných dat.

**Obr. 3: Pojištěné škody v důsledku přírodních katastrof**



Zdroj: (Sigma, 2019)

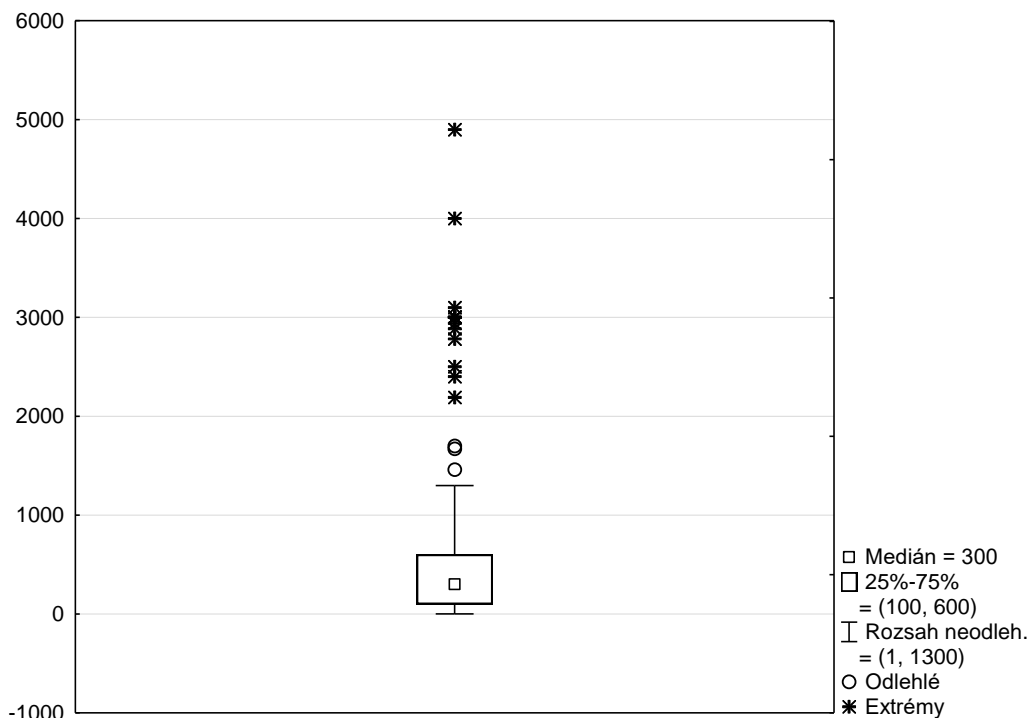
Tabulka 2 obsahuje souhrnné statistiky analyzovaných dat a na obrázku 4 vidíme krabicový graf těchto hodnot. Na jejich základě vidíme, že mezi analyzovanými daty převládají spíše nižší hodnoty, kdy medián je na úrovni 300, tzn. 300 mil. USD, přičemž nejvyšší a zároveň extrémní hodnota je rovna 4 900 mil. USD.

**Tab. 2: Souhrnné statistiky**

Počet	218
Průměr	537,63
Dolní kvartil	100
Medián	300
Horní kvartil	600
Směrodatná odchylka	757,75
Šikmost	2,88
Špičatost	9,29

Zdroj: (Vlastní zpracování)

**Obr. 4: Krabicový graf**



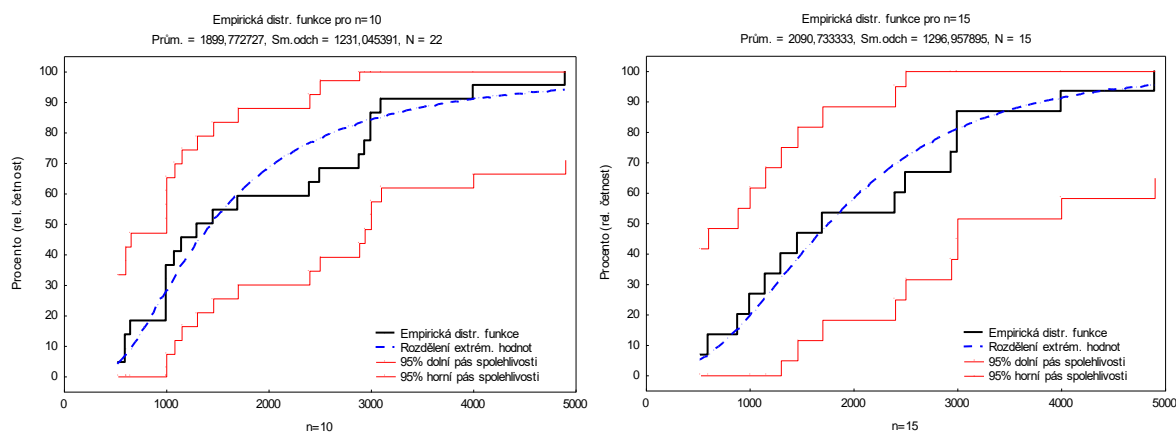
Zdroj: (Vlastní zpracování užitím Statistica 12)

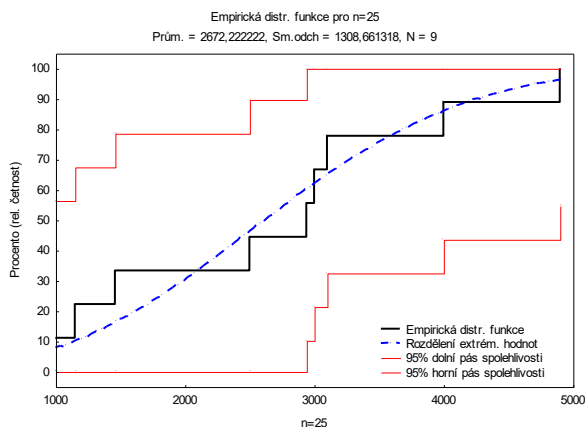
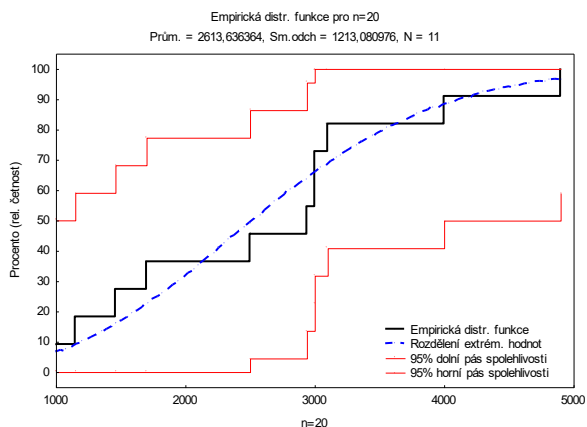
## 4 Diskuze

### 4.1 Výsledky metody blokového maxima

Analyzovaná data o výškách pojištěných škod v důsledku přírodních vlivů byla v chronologickém uspořádání rozdělena po  $n$  hodnotách do  $N$  bloků, konkrétně po  $n = 10, 15, 20$  a  $25$  hodnotách v  $N = 22, 15, 11$  a  $9$  blocích, kdy z každého bloku byla vybrána maximální hodnota. Následně tyto množiny hodnot byly proloženy rozdělením extrémních hodnot a byly odhadnuty parametry tohoto rozdělení. Výsledná rozdělení byla analyzována na shodu rozdělení mezi teoretickou a empirickou distribuční funkcí pomocí Kolmogorov-Smirnovova testu. K analýze byl využit analytický statistický softwarový nástroj Statistika 12. Na obrázcích 5–8 vidíme vždy zobrazení teoretickou a empirickou distribuční funkci spolu s hranicemi 95% pásu spolehlivosti.

**Obr. 5-8: Grafy teoretických a empirických distribučních funkcí**

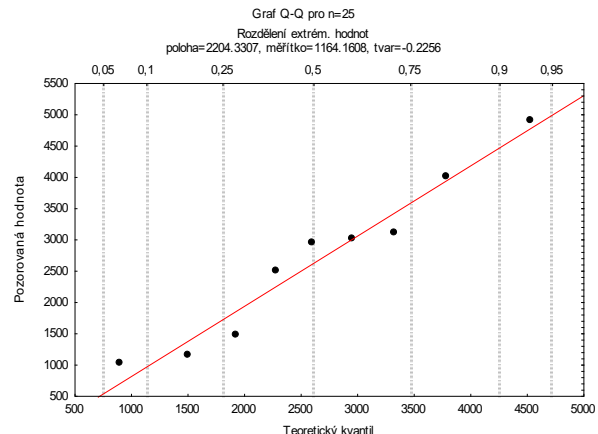
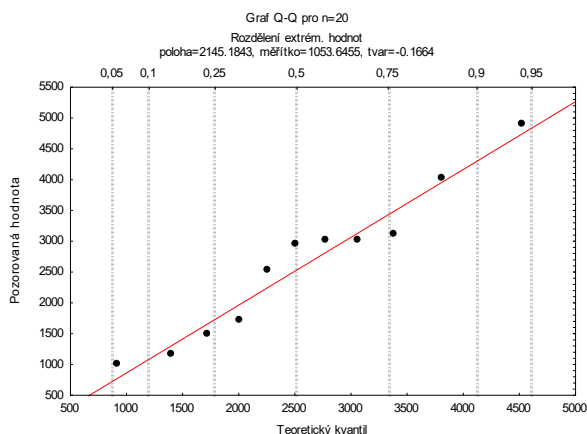
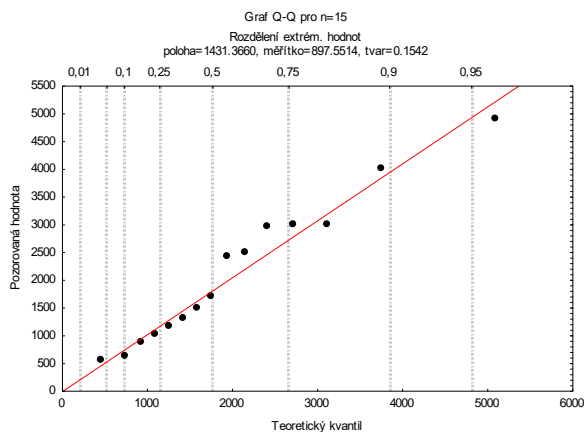
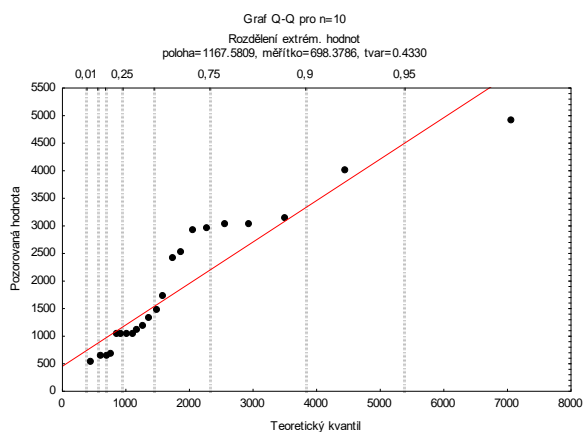




Zdroj: (Vlastní zpracování užitím Statistica 12)

O vhodnosti modelu je možné se přesvědčit také některou grafickou metodou, např. využitím QQ grafu. Na obrázcích 9-12 jsou uvedeny QQ grafy pro naše čtyři analyzované modely.

**Obr. 9-12: QQ grafy pro čtyři analyzované modely metody blokového maxima**



Zdroj: (Vlastní zpracování užitím Statistica 12)

Výstupy QQ grafů pro čtyři analyzované modely metody blokového maxima z obrázků 8-12 pouze potvrzují níže získané výsledky na základě Kolmogorov-Smirnovova testu o dobré shodě empirických a teoretických modelů.



V tabulce 3 jsou uvedeny  $p$ -hodnoty Kolmogorov-Smirnovova testu.

**Tab. 3:  $p$ -hodnoty Kolmogorov-Smirnovova testu**

	n=10	n=15	n=20	n=25
$p$ -hodnota	0,4750	0,7914	0,7813	0,9175

Zdroj: (Vlastní zpracování)

V tabulce 3 vidíme, že  $p$ -hodnota Kolmogorov-Smirnovova testu je nejvyšší pro model s 25 hodnotami v bloku, tj.  $p = 0,9175$ . Tento model reprezentuje nejlepší shodu analyzovaných dat s modelem rozdělení extrémních hodnot. Parametry tohoto modelu jsou uvedeny v tabulce 4.

**Tab. 4: Odhadnuté parametry rozdělení extrémních hodnot pro model blokového maxima pro  $n = 25$**

$\mu$ (parametr polohy)	$\sigma$ (parametr měřítka)	$\xi$ (parametr tvaru)
2204.3307	1164.1608	- 0.2256

Zdroj: (Vlastní zpracování)

Pro nejlepší odhadnutý model rozdělení extrémních hodnot pro  $n=25$  můžeme určit kvantily. Některé z těchto kvantilů jsou uvedeny v tabulce 5. Poskytují informaci, že 50 % pojištěných škod v důsledku přírodních katastrof přesáhne částku 2630,49 milionů USD, 10 % přesáhne 4229,91 mil. USD a 5 % přesáhne částku 4723,24 milionů USD.

**Tab. 5: Kvantily odhadnutého rozdělení extrémních hodnot pro model blokového maxima pro  $n = 25$**

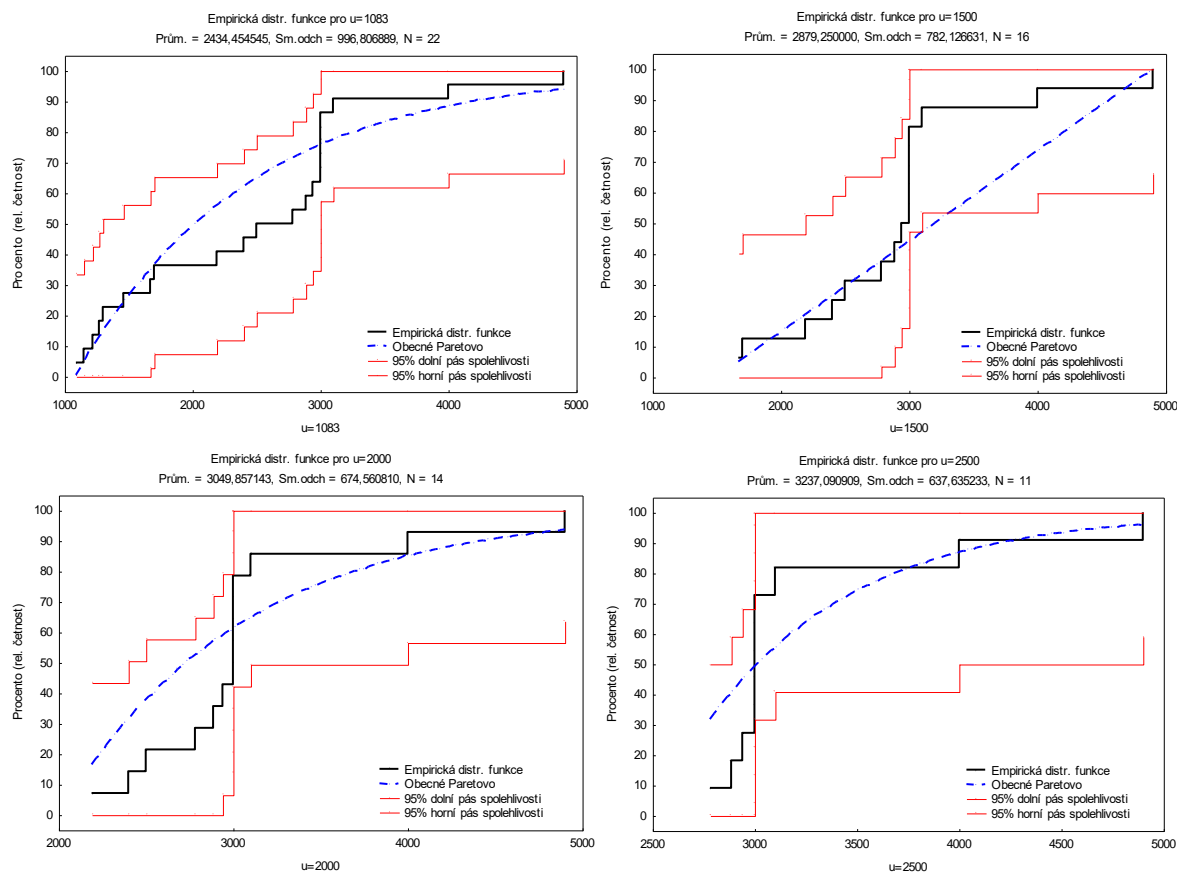
Kvantil	Hodnota rozdělení extrémních hodnot
0,50	2630,49
0,75	3507,40
0,90	4229,91
0,95	4723,24

Zdroj: (Vlastní zpracování)

## 4.2 Výsledky metody excedentů přes vysoký práh

Druhou použitou metodou k analyzování reálných dat o pojištěných škodách v důsledku přírodních katastrof v období 2014–2016 je metoda excedentů přes vysoký práh. Zde odhadujeme parametry Paretova rozdělení pro hodnoty, které přesáhly stanovený dostatečně vysoký práh  $u$ . Pro analyzovaná data byly vypočteny hodnoty 90. a 95. percentilu:  $x_{0,90} = 1083$ ,  $x_{0,95} = 2542,3$ . Proto byly pro analýzu stanoveny prahy  $u = 1083$  a dále 1500, 2000 a 2500. V těchto modelech bylo pro analýzu zvoleno postupně 22, 16, 14 a 11 hodnot, které přesáhly stanovené prahy  $u$ . Pro odhady parametrů Paretova rozdělení s příslušnými prahy  $u$  byl využit softwarový nástroj Statistica 12. Na obrázcích 13–16 vidíme zobrazeny teoretické a empirické distribuční funkce pro příslušné prahy  $u$ .

### Obr. 13-16: Grafy teoretických a empirických distribučních funkcí



Zdroj: (Vlastní zpracování užitím Statistica 12)

O vhodné volbě stanovených výšek prahu  $u$  je možné se přesvědčit také některou grafickou metodou, např. využitím QQ grafu. Z důvodu omezeného rozsahu toto článku nemohly být tyto grafy zařazeny, ale jejich výstupy pouze potvrzují níže získané výsledky na základě Kolmogorov-Smirnovova testu o dobré shodě empirických a teoretických modelů.

**Tab. 6:  $p$ -hodnoty Kolmogorov-Smirnovova testu pro modely excedentů přes vysoký práh**

	$u = 1083$	$u = 1500$	$u = 2000$	$u = 2500$
$p$ -hodnota	0,2237	0,0071	0,1063	0,1733

Zdroj: (Vlastní zpracování)

V tabulce 6 nejvyšší  $p$ -hodnota Kolmogorov-Smirnovova testu přísluší pro model s prahem  $u = 1083$ , tedy nejlépe reprezentuje shodu empirických dat s modelem Paretova rozdělení. K odhadům parametrů Paretova rozdělení pro model s hodnotami překračujícími práh  $u = 1083$  byl využit statistický programový nástroj Statistica 12 a tyto odhadnuté parametry jsou uvedeny v tabulce 7. Zde hodnota zvoleného prahu  $u$  odpovídá hodnotě parametru polohy.

**Tab. 7: Odhadnuté parametry obecného Paretova rozdělení pro práh  $u = 1083$**

$u$ (parametr polohy)	$\sigma$ (parametr měřítka)	$\xi$ (parametr tvaru)
1083.0000	1351.4556	0.0000

Zdroj: (Vlastní zpracování)

Na základě odhadnutých parametrů obecného Paretova rozdělení můžeme vypočítat kvantily tohoto rozdělení. Některé z nich jsou uvedeny v tabulce 8. Na základě hodnot kvantilů příslušného obecného Paretova rozdělení můžeme očekávat, že v budoucnu 50 % pojištěných škod v důsledku přírodních katastrof překročí částku 2022,58 mil. USD, 10 % překročí částku 4253,70 mil. USD a 5 % překročí částku 4893,21 mil. USD.

**Tab. 8: Kvantily odhadnutého obecného Paretova rozdělení pro práh  $u = 1083$**

Kvantil	Hodnota obecného Paretova rozdělení
0,50	2022,58
0,75	2974,26
0,90	4253,70
0,95	4893,21

*Zdroj: (Vlastní zpracování)*

## Závěr

Katastrofické události mají hluboký dopad na celou společnost. Podle zajišťovny Swiss Re je katastrofickou událostí každá událost, která překročí alespoň jeden z limitů, který se týká ekonomických škod, pojištěných škod anebo limity pro počty postižených osob (viz tab. 1). Tyto limity jsou každoročně aktualizovány. Katastrofickým událostem ve světě prakticky nelze předcházet a trend v počtech těchto událostí v posledních 40 letech zůstává rostoucí. Týká se to jak katastrof v důsledku přírodních vlivů, tak v důsledku lidské činnosti.

Pojištění je jedním z nástrojů pro eliminaci ekonomických následků katastrof. Také v této oblasti je zaznamenán rostoucí trend. Proto je pro pojišťovny a zajišťovny velmi důležité mít na základě zjištěných pozorování k dispozici podklady pro odhady budoucích pojistných plnění. K těmto nástrojům lze zařadit oba modely pro modelování extrémních hodnot, které byly v tomto článku prezentovány. Na základě informací o pojištěných škodách v důsledku katastrof způsobených přírodními vlivy jsme s využitím jak modelu blokového maxima, tak s využitím modelu excedentů přes vysoký práh odhadli parametry příslušných rozdělení pravděpodobnosti a díky vypočítaným kvantilům pro nejlepší z analyzovaných modelů jsme mohli odhadnout výšky budoucích pojistných škod. Tyto informace jsou užitečné pro risk management v pojišťovnách a zajišťovnách při rozhodování o možných finančních důsledcích katastrof a jejich možné redukci pro pojištěné i pro pojišťovny a zajišťovny.

Závěrem je potřeba zdůraznit, že bez vhodně zvolených metod, by získané výsledky nemohly být považovány za dobré podklady pro další zpracování. Pro modelování extrémních hodnot by využití standardních postupů při odhadování parametrů rozdělení pro všechna analyzovaná data, a to např. lognormálního, Weibulova a dalších rozdělení, neposkytlo relevantní výsledky pro další využití. Již při odhadech parametrů těchto rozdělení nedochází zpravidla k dobré shodě analyzovaných dat s modelem a v případě této shody jsou pak výsledné odhady budoucích škod podhodnocené, což by pro pojišťovny a zajišťovny znamenalo neúměrné zvýšení rizika pro krytí případných škod způsobených katastrofickými událostmi. Bohužel z důvodu omezeného rozsahu článku výsledky tohoto porovnání nemohly být do textu zařazeny.

## Poděkování

Článek byl zpracován za podpory studentské grantové soutěže na Univerzitě Pardubice číslo SGS\_2019\_018 s technickou pomocí studenta Ing. Petra Šilda.

## Reference

- Balkema, A., de Haan, L. (1974) Residual life time at great age. *Annals of Probability*, 2.
- Pickands, J. (1975) Statistical inference using extreme order statistics. *The Annals of Statistics*, 3.
- Fisher, R., Tippett, L. (1928) Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample, *Cambridge Philosophical Society*, 24. s. 180-190.
- Gilchrist, W.G (2000) *Statistical modelling with quantile functions*. London: Chapman & Hall.
- McNeil, A. (1997) Estimating the Tails of Loss Severity Distributions Using Extreme Value Theory. *ASTIN Bulletin*, 27(1).
- Embrechs, P., Kluppelberg, C., Mikosch, T. (1997) *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Springer, Berlin.
- Jindrová, P., Jakubínský, R. (2015) Significance and possibilities of major accident insurance. *E & M Ekonomie a management*, 18(4), s. 121-131.
- Jindrová, P., Pacáková, V. (2019) Natural Catastrophe Models for Insurance risk management. *WSEAS Transaction on Business and Economics*, 16(2), s. 9-17.
- Jindrová, P., Sipková, E. (2014) Statistical Tools for Modeling Claim Severity. *European Financial Systems 2014*. Masaryk University Brno, s. 288-294.
- Pacáková, V. a kolektiv. (2019) *Aplikovaná pojistná statistika*. Pardubice: Univerzita Pardubice. 204 p.
- Pacáková, V., Gogola, J. (2013) Pareto Distribution in Insurance and Reinsurance. *Financial Management of Firms and Financial Institutions*, Ostrava, s. 648-657.
- Pacáková, V., Jindrová, P., Musil, T. (2016) Quantification of risks of natural catastrophes. *Managing and Modelling of Financial Risks*, Ostrava, s.735-742.
- Pacáková, V., Kubic, L. (2012) Modelování katastrofických škod. *Scientific Papers of the University of Pardubice*, Series D, Vol. XIX, No. 25, 3/2012, s. 125-134.
- Pacáková, V., Linda, B. (2009) Simulation of the Extreme Losses in Non-life Insurance. *E & M Ekonomie a management*, 12(2), s. 122-126.
- Sigma: Swiss Re* (2019). [online] Dostupné na: <https://www.swissre.com/institute/research/sigma-research.html> [5.11.2019].
- Zhongxian, H. (2003) *Actuarial modelling of extremal events using transformed generalized extreme value distributions and generalized Pareto distributions*. Doctoral thesis, The Ohio State University [online] Dostupné na: <http://www.math.ohio-state.edu/history/phds/abstracts/pdf/Han.Zhongxian.pdf>.