

Univerzita Pardubice

Fakulta filozofická

Rozbor vyučovací hodiny jako způsob poznávání práce učitele

Závěrečná práce  
Doplňkového pedagogického studia

**Univerzita Pardubice**  
**Fakulta filozofická**

**ZADÁNÍ**

**tématu závěrečné písemné práce doplňujícího pedagogického studia**

**Jméno a příjmení studenta: Tatiana Kárová**

titul: Mgr.

název absolvované VŠ MFF UK, obor Fyzika

rok ukončení VŠ 2006

rok zahájení DPS: 2018

Práce je svým obsahem zaměřena převážně do oblasti: **psychologie, pedagogika, obecná didaktika, oborová didaktika, metodologie, sociologie.** (podtrhni)

**Téma práce: Rozbor vyučovací hodiny jako způsob poznávání práce učitele**

**Obsah práce:**

Práce se zabývá hloubkovým rozбором videosekvence vyučovací hodiny vedené Hejného metodou. Cílem je ukázat, do jaké hloubky se může učitel zabýrat výpovědí jednotlivých žáků za účelem porozumění myšlenkovým pochodům těchto žáků. Toto porozumění se pak aplikuje na hloubku probírané látky a další rychlost probíraného učiva. Z časových důvodů není možné rozebírat takto všechny hodiny, ale i náhled na jednu situaci je nápomocný pro pochopení třídy učitelem a pochopení vlastních reakcí.

Základní literatura dle ISO 690:

1) Dítě, škola a matematika : konstruktivistické přístupy k vyučování / Milan Hejný, František Kuřina, ISBN 978-80-262-0901-0

2) Psychologie inteligence, Jean Piaget, ISBN 80-7178-309-9

3) Teória vyučovania matematiky, Milan Hejný, ISBN 80-08-01344-3

Termín odevzdání práce: 15. 6. 2020

**Vedoucí práce** Ilona Ďatko

Podpis vedoucího .....

**Prohlašuji, že jsem se seznámil(a) se zásadami pro vypracování závěrečné písemné práce v rámci DPS.**

V Pardubicích dne:

**Podpis studující(ho):** .....

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury. Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. X/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 17. 3. 2019

Tatiana Kárová

## Poděkování:

Ráda bych poděkovala Prof. Hejnému a Mgr. Janě Hanušové, Ph.D., za odborné vedení při rozboru hodiny a za celkové směřování při objevování Hejného metody.

Za pomoc s prací, konkrétní připomínky, velkou ochotu a rychlé reakce chci poděkovat PhDr. Mgr. Iloně Ďatko, Ph.D..

Za korekturu češtiny děkuji Květě Stančové. A za pomoc a podporu v boji s technikou děkuji svému manželovi Janovi Károvi.

**Anotace:**

Práce názorně ukazuje provedení hloubkového rozboru videozáznamu z hodiny matematiky vedené Hejného metodou a rozboru z pohledu 12 klíčových principů. Seznamuje s metodikou provádění rozboru, mluví o tom, proč rozbor dělat a jaké cíle si stanovit. Stručně charakterizuje Hejného metodu, její východiska a 12 klíčových principů. Ukazuje možnosti pro zlepšení výuky pomocí rozboru vlastní hodiny.

**Klíčová slova:**

matematika, výuka, rozbor hodiny, Hejného metoda, 12 klíčových principů, role učitele

**Title:** Lesson analysis as a way of learning about the teacher's work

**Annotation:**

The work clearly shows the in-depth analysis of a video recording of a mathematics lesson led by Hejný method and the analysis from the point of view of 12 key principles. It introduces the methodology of performing the analysis, talks about why to do the analysis and what goals to set. It briefly characterizes Hejný's method, its starting points and 12 key principles. It shows the possibilities for improving teaching by analyzing one's own lesson.

**Keywords:**

mathematics, teaching, lesson analysis, Hejného method, 12 key principles, the role of the teacher

# Obsah

Úvod.....	4
Kapitola 1: Rozbor hodin.....	5
1.1 Proč dělat rozbor hodin.....	5
1.2 Videozáznam jako instrument pro rozbor hodiny.....	5
1.3 Stanovení cíle rozboru.....	6
1.4 Hlubkový rozbor.....	6
1.5 Rozbor jako nástroj vývoje metody.....	7
1.6 Kritéria rozboru.....	8
2. Hejného metoda.....	10
2.1 Východiska Hejného metody.....	10
2.2 Vyučování matematice pomocí Hejného metody.....	13
2.2.1 Budování schémat – dítě ví i to, co se ve škole neučilo.....	14
2.2.2. Práce v prostředích – žáci se učí opakovanou návštěvou.....	14
2.2.3. Prolínání témat – matematické zákonitosti se neizolují.....	14
2.2.4. Rozvoj osobnosti – podpora samostatného uvažování dětí.....	14
2.2.5. Skutečná motivace – když „nevím“ a „chci vědět“.....	15
2.2.6. Reálné zkušenosti – staví se na vlastních zážitcích dítěte.....	15
2.2.7. Radost z matematiky – pomáhá při další výuce.....	15
2.2.8. Vlastní poznatek – má větší váhu než ten převzatý.....	15
2.2.9. Role učitele – průvodce a moderátor diskuzí.....	16
2.2.10. Práce s chybou – předcházíme u dětí zbytečnému strachu.....	17
2.2.11. Přiměřené výzvy – pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně.....	17
2.2.12. Podpora spolupráce – poznatky se rodí díky diskuzi.....	17
2.3 Kladení otázek.....	18
Kapitola 3: Rozbor videozáznamu.....	21
3.1 Obecné údaje o třídě.....	21
3.2 Zadání úlohy.....	21
3.3 Přepis videozáznamu.....	22
3.4 Hlubkový rozbor videozáznamu.....	28
3.5 Rozbor přepisu videozáznamu z hlediska 12 klíčových principů Hejného metody.....	33
3.5.1 Celkové zhodnocení hodiny.....	33
3.5.2 Rozbor dle jednotlivých principů.....	34
Závěr.....	39

## Úvod

Rozbor hodiny je jedním z nástrojů seberozvoje učitele. Natočit si vlastní hodinu a podívat se na ni je většinou zážitek nepříliš příjemný, ale téměř vždy užitečný. Učitel má možnost vidět sám sebe z pozice nestranného pozorovatele, tak, jak ho vidí žáci. Už to má velký přínos, ale je to jenom špička ledovce možností rozboru vlastní hodiny.

Cílem práce je ukázat některé možnosti rozboru hodiny a motivovat učitele k tomu, aby věnoval tomuto užitečnému nástroji svůj čas. Protože udělat poctivě a do hloubky rozbor hodiny je práce časově náročná. Proto se neočekává, že by učitel dělal rozbor z každé hodiny, ale aspoň občas je dobré si rozbor hodiny udělat v každé třídě. Učitel tak získá objektivnější představu o základním fungování třídy a její atmosféře.

Téma rozboru hodiny je v literatuře zachyceno slabě, autor vycházel z osobních zkušeností, kdy měl možnost dělat rozbor hodiny pod vedením profesora Hejného. Práce s panem profesorem je vždy obohacující zážitek a tady poodhalila téma, které autorovi pomohlo ve výuce i mu dalo zajímavý nástroj pro jeho další pedagogický rozvoj.

S nástupem digitálních technologií a volně dostupnými informacemi, učitel přestává být nositelem moudra, žáci pro získání faktických informací nepotřebují chodit do školy. Ale role učitele je nepostradatelná z jiných důvodů. Učitel se stává moderátorem diskuzí, které by měl umět ve třídě vyvolat. V tom mu může pomoci dovednost klást otevřené otázky. Učitel by měl umět vytvořit ve třídě bezpečnou atmosféru, aby žáci mohli tvořivě myslet a volně diskutovat na dané téma. K tomu mu může pomoci vědomá práce s chybou.

Role učitele v Hejného metodě splňuje požadavky nové doby, ale klade na učitele vysoké nároky. Pro splnění těchto požadavků je potřeba práce na sobě a sebereflexe. Rozbor videozáznamu je jeden z nástrojů seberozvoje učitele a zvyšování jeho pedagogických kvalit.

# Kapitola 1: Rozbor hodin

## 1.1 Proč dělat rozbor hodin

Rozbor hodin by měl být standardní součástí pedagogické praxe. „Je-li rozbor na dostatečné úrovni, pak může být podstatným činitelem při zlepšování kvality vyučování, neboť pomáhá odhalovat chyby v práci, podněcuje k hledání nových metod a přispívá k sdělování a rozšiřování dobrých zkušeností.“ [1]

Otázkou je, co znamená na dostatečné úrovni. Autorka Procházková mluví o tom, že „není možno dát určitý universální návod pro postup při rozboru, neboť jeho plán může být různý vzhledem k cíli pozorování.“[1] Takže před samotným rozbohem je důležité si stanovit, jaké jsou cíle samotného rozboru, co nám může rozbor přinést.

Pokud se rozbor hodiny dělá standardně po náslechu, je důležité si cíle stanovit předem. Není totiž možné najednou obsáhnout celou šíři procesů, které probíhají v kolektivu s větším množstvím lidí. Proto se přisedící cíleně zaměřuje na předem definované témata.

## 1.2 Videozáznam jako instrument pro rozbor hodiny

S moderní technikou se objevila možnost vytvořit ve třídě videozáznam. Rozbor hodiny je pak možné dělat ze záznamu, který má oproti běžnému náslechu svoje výhody i nevýhody. Mezi největší výhody patří, že učitel, který hodinu vede, má možnost se na průběh hodiny podívat jako neúčastněný pozorovatel. Záznam se také může studovat opakovaně. Takže se dá dělat analýza na různých úrovních, můžou se studovat nezávisle různé cíle. Samozřejmě, nevýhodou nahrávky je, že nikdy nezachytí celé dění ve třídě a nedá se soustředit na detaily (pokud se tak nestane již v hodině).

Pořízení videozáznamu je možné různými způsoby. Nejjednodušší by bylo, pokud by se ve třídě nacházel druhý učitel, který pořizuje záznam. Je důležité, aby člověk pořizující záznam měl představu o tom, jaké momenty jsou v hodině důležité a mohl se na ně zaměřit.

Většinou však tato možnost chybí. Takže videozáznam dělá vyučující učitel. Může dělat záznam jenom části hodiny, od které očekává, že bude didakticky zajímavá. Výhodou je, že se dá vybírat, které detaily učitel zdůrazní. Ovšem pořizování záznamu a vedení výuky najednou je velmi náročné, občas nemožné. Další možností je postavit kameru na začátku hodiny na zvolené místo a pustit nahrávání na dobu trvání celé hodiny. Pokud je k dispozici



jedna kamera, učitel se musí rozhodnout, kterému záběru dá přednost (jestli záběr naproti žákům nebo na tabuli, to všechno s přihlédnutím k světelným podmínkám).

Další možností je přepsat nahrávku do textu. Ztratí se část informace z třídy, na druhou stranu je pro lidi dělající rozbor jednodušší se orientovat v textu než v nahrávce. A výhodou přepisu je i větší srozumitelnost (nahrávka z třídy má málokdy vysokou kvalitu zvuku) a v neposlední řadě zachovává anonymitu žáků.

### 1.3 Stanovení cíle rozboru

Cíle rozboru můžou být různé. Jednou z častých chyb při rozboru je, že „si často ti, kdož rozebírají vyučovací hodinu, všímají pouze nápadných a neobvyklých momentů, soustředí svou pozornost především na výrazně zajímavé stránky, které však někdy mohou být pouze vnějšně efektní. Ve skutečnosti neodhalují jádro učitelovy práce, které bývá často velmi nenápadné, takže potom hlavní hodnoty zůstanou pozorovateli skryty a mnohé nápadné jevy se nesprávně hodnotí.“[1] A jak to udělat správně? „Při rozboru vyučovacích hodin nutno dospět od vnějšího popisu k podstatě vyučovacího procesu, při čemž budeme sledovat nejenom činnosti učitele, nýbrž i vztah učitelovy práce a poznávací činnosti žáka.“[1]

S přihlédnutím k těmto doporučením se stanovily cíle rozboru v této práci do dvou okruhů. Jedním je hloubkový rozbor jednotlivých vyjádření účastníků hodiny, jejich předpokládaná motivace, pochopit myšlenek a hloubka pochopení tématu. Druhým okruhem je posouzení části hodiny z pohledu 12 principů Hejného metody, které budou rozebrány dále.

### 1.4 Hloubkový rozbor

Pro hloubkový rozbor videa se nepovedlo najít teoretické zdroje. Praktické ukázky přepisu situací z hodin jsou ve druhé kapitole [2]. Tady jsou záznamy komentované z pohledu konstruktivistického nebo autoritativního přístupu učitele k výuce a k poznávacím postojům žáků. Rozbor jde ještě hlouběji do podstaty sdělované informace. Zdůrazňuje se i etické hledisko výuky matematiky: „Akt mazání nápisů věcně správných, ale učitelkou neautorizovaných je vítězstvím moci nad pravdou. ... Učitelka od žáků, stejně jako totalitní režimy od svých občanů, vyžaduje, aby předepsané rituály plnili s radostí a přičinlivostí.“[2]

Autor práce se k hloubkovému rozboru dostal při přípravě na hodinu na pedagogické fakultě v Praze, kde navštěvoval seminář prof. Hejného. Prof. Hejný ho provedl tím, jak rozbor udělat a pomohl se začátkem rozboru.

Hloubkový rozbor je časově náročná záležitost. Velmi vhodné je video přepsat. Odstraní se tím chyby plynoucí z neporozumění a celkově se v textu orientuje lépe než ve videonahrávce. Výrok každého člověka se očísluje. V přepisu se zachytí i důležité momenty, jako např. výrazná změna hlasu, nebo co se dělo ve třídě – pokud žák neodpoví, ale třeba pokývá hlavou.

Samotný rozbor zahrnuje přečtení si textu a shlédnutí videa. Pak se postupuje výrok po výroku. Člověk, který dělá rozbor, se zastaví u každého výroku. Snaží se pochopit, na co žák nebo učitel reagují, jakou měli motivaci, co chtěli říct. Hledá se míra porozumění danému tématu. Mluví žák na obecné rovině, nebo na konkrétní? Potřebuje nějaké názorné pomůcky nebo malby? Jakým způsobem mluví o objektech? Hodně zajímavý moment nastává, pokud žák použije agramatismus – jeho věta není gramaticky správná, i když český mluvený jazyk ovládá bezchybně. Může to znamenat, že třeba žák začne mluvit, ale u toho neustále přemýšlí. A než dokončí větu, napadne ho nová myšlenka. Pak už nemá potřebu dokončovat větu se starou myšlenkou, ale rovnou přejde k novému významu.

Při hloubkovém rozboru se člověk, který ho dělá, snaží vcítit do mluvícího žáka nebo učitele. Pokud dělá učitel rozbor vlastní hodiny, je pro něj výhodou, že má trochu představu, jaké byly pohnutky a vnitřní svět učitele. Zná žáky, ví, jak se běžně projevují. To může mít světlé i stinné stránky – rozumí třeba, jakým způsobem někteří žáci přemýšlí, ale nevyhne se určité subjektivitě vzhledem k jejich vzájemnému vztahu. Takže je velkou výhodou, pokud má pak učitel zpětnou vazbu od někoho nezávislého.

## 1.5 Rozbor jako nástroj vývoje metody

Jedním z nástrojů zdokonalování Hejného metody učení matematiky (viz níže) je rozbor hodin, rozbor žakovských řešení a závěry, které z těchto rozborů plynou.

Jak může rozbor hodiny napomoci ke zlepšení metody? Profesor Hejný říká, že nejlépe Vás naučí učit děti. Ale je potřeba jim naslouchat. A pak analyzovat, co se povedlo, co se nepovedlo. Je potřeba trochu experimentovat, zkoušet různé postupy, zpětně analyzovat, které se osvědčily, které ne. Ale je důležité si stanovit, co znamená, že se postup osvědčil. Pokud si stanovím, že chci, aby žáci rychle a přesně počítali, následovali naučené postupy, tak

budu mít jiné metody než pokud chci, aby žáci tvořivě hledali nová řešení a vnitřní souvislosti.

Příklady rozboru části hodin jsou zachycené v druhé kapitole publikace [2]. Nejdříve je napsaný záznam komunikace ve třídě, pak následuje komentář. Jednotlivé výroky jsou očíslovány a označeny začátečním písmenem mluvícího. Komentář se dělí na matematickou a didaktickou část, nebo v některých případech se věnuje jenom didaktické části. V komentářích se přímo reaguje na konkrétní výroky a odkazuje se na ně.

## 1.6 Kritéria rozboru

Pro kritéria rozboru hodiny učitele podle Hejného metody neexistuje metodika. Hodně se o tom mluví na dílnách, které vedou zkušení lektory Hejného metody, ale zatím neexistuje textový materiál. Proto autor vytvořil určité shrnutí postojů, dle svého pochopení podstaty metody. Při rozboru se sleduje, nakolik se hodina blíží následujícím bodům:

### Sociální a komunikační část

- Ve třídě panuje objevitelská atmosféra, většina žáků je vtažena do procesu hledání řešení úlohy. Žáci mezi sebou diskutují, chtějí přijít k vyřešení úlohy. Zadáání úlohy je výzva.
- Žáci říkají svůj názor, i když si nejsou jistí správností. Dochází k vyslovování pravdivých i nepravdivých hypotéz. Mezi pravdivými a nepravdivými hypotézami se hledá ta správná pomocí diskuze ve třídě. Učitel není autorita, která zná a prosazuje svůj názor, tahle role není ve třídě potřebná.
- Diskuze probíhající ve třídě jsou kultivované. Nikdo není za svůj názor zesměšňován, ponižován. Diskuze mezi žáky odráží to, jakým způsobem přistupuje učitel k žákům – tady je poznat jeho role „autority“.
- Pozornost se věnuje tomu, jakým způsobem se učitel ptá. Zda používá otevřené nebo zavřené otázky. Co se děje, když položí otázku – čeká na odpověď, nebo si odpoví sám?
- Hodnotí se učitelův přístup k žákům – zda je učitel průvodcem jejich pochopení nebo prosazuje svůj názor. Zda se chová k žákům férově, nevyvyšuje se nad ně ani se neponižuje, stejně tak nevyšuje a neponižuje žáky.

- Žáci se na hodiny matematiky těší, mají radost z objevování a nového řešení.

#### Pojmová a znalostní část

- Studuje, jestli žáci znají používané pojmy, klade se důraz na to, zda pojmem rozumí.
- Hledají se místa formálních znalostí – když žák používá pojem, který mu není známý. Nebo vnímání podstaty pojmu je chybné.
- Studuje úroveň přístupu žáků k problému – zda jsou na úrovni procesu nebo konceptu, zda pracují s konkrétními názory nebo s abstraktními pojmy.
- Pokud se ve třídě objeví neporozumění určitému pojmu nebo zákonitosti a v hodině nenastane poopravení, měl by se zformulovat způsob nápravy. Možnosti, jak by na to měl učitel reagovat.

Samozřejmě, hodně záleží na tom, jací žáci se ve třídě sešli. Ale pokud k pozorování přistupuje učitel odpovědně, dokáže určit vývoj těchto parametrů v čase.

Dalším velmi užitečným nástrojem je rozbor žákovských řešení. Není předmětem této práce, tak tento nástroj jenom krátce zmíním. Autor opět vychází z dílen vedených lektory Hejného metody a z příběhů, které popisuje prof. Hejný v [2] a [3].

Je to metoda časově hodně náročná, ale velmi efektivní. Nejlepší je, pokud má učitel možnost řešení žáka přímo se žákem konzultovat. Jinak je důležité vést žáky k tomu, aby svoje myšlenkové postupy v písemných pracích psali. Velmi dobrá motivace je, pokud žák ví, že i za nevyřešenou úlohu může dostat jistý počet bodů, pokud aspoň některé jeho myšlenkové postupy byly správné.

Rozbor správných postupů nám pomáhá odhalit řešitelské strategie žáků. Ale stává se ještě zajímavějším, pokud žák udělal chybu. V první fázi je otázka, kde ji udělal, což je většinou relativně jasné. Ale pak nastává otázka, proč ji udělal. Časté a jednoduché chyby jsou numerické chyby v numerických výpočtech (potřeba zkoumání těchto chyb patří na 1. stupeň), chyby z nepozornosti (žák napsal 4 místo 5). Zajímavější a hůře zkoumatelné jsou chyby v logické úvaze. A přesně tento druh chyb nás může přivést k důležitým poznatkům. Udělal žák chybu, protože si špatně přečetl zadání? Bylo mu zadání srozumitelné? Pracuje s pojmy správně? Rozborem chyby se dá najít třeba problém formalismu, můžeme zjistit, ve které oblasti matematiky je nepochopení...

## 2. Hejného metoda

### 2.1 Východiska Hejného metody

V této kapitole se autor pokusí zkráceně popsat Hejného metodu, její východiska a základní pilíře. Kromě uvedených zdrojů se autor opírá o přednášky a dílny profesora Hejného a zkušených lektorů Hejného metody, které navštěvoval a navštěvuje.

Hejného metoda je velmi komplexní přístup k výuce matematiky. Vychází z geneze matematického myšlení lidství („rast stromu matematických znalostí v hlave jedného človeka bude úspešný len vtedy, keď v určitej miere zopakuje históriu rozvoja tejto vedy“ [2]), z experimentálních prací psychologů, neustále se do ní zapracovávají nejnovější poznatky z neurověd. Hlavním těžištěm jsou však děti, pozorování procesu výuky a následný rozbor jejich řešení, vzájemných vztahů v kolektivu a snaha o objevení jejich řešitelské strategie.

Vít Hejný používal základy metody pro výuku svého syna, Milana Hejného. Připravoval ho vhodně zvolenými problémovými úlohami, vedl ho k samostatnému uvažování, k hledání podstaty problému a k samostatnému řešení. Milan Hejný se věnoval topologii. K učení na ZŠ se dostal v momentě, kdy nebyl spokojený s formálním přístupem k matematice u učitelky jeho syna. Tak začal v letech 1975 – 1979 učit na ZŠ Košická na 2. stupni. Z vysokoškolského matematika se stává nadšený pedagog, který má velkou oporu v radách svého otce. Jedna z rad se stala mottem prof. Hejného a zdůrazňuje ji lektorům i učitelům Hejného metody: „Hleď, aby tvoje snaha udělat z nich dobré matematiky nepřehlušila tvoji snahu udělat z nich dobré lidi.“ [4]

Prof. Hejný říká, že žádná metoda není dobrá nebo špatná. Jenom různé metody sledují různé cíle. Pokud se aplikuje instruktivní metoda, žáci se učí následovat postupy, učí se systematickosti a řádu. Konstruktivistická metoda naproti tomu podporuje tvořivost, spolupráci, podporuje invenci. Na trhu práce je o tyto kvality zájem a tendence ukazují, že zájem se bude se zaváděním automatizace stále zvyšovat. Ale jak říká zkušenost ze zavedení množin do výuky: „Predovšetkým sa opäť ukázalo, že kvalitu vyučovania určuje učiteľ. Nijaké osnovy, učebnice či stroje nenahradia jeho osobnosť. Úroveň vyučovacieho procesu závisí od množstva intelektnej práce, ktorú vloží učiteľ do samoštúdia, prípravy a vyučovania.“ [3]

V Hejného metodě se kladou na učitele velké nároky. To je jeden z důvodů, proč je velmi nešťastné, pokud učitel dostane příkaz dle metody učit. Učení touto metodou by si měl

učitel zvolit sám, dle svého vnitřního přesvědčení a zájmu. Učitel by měl být odborníkem v oboru, který dělá. Ale přeevším by měl 12 klíčových principů (viz níže) zavádět do své pedagogické praxe. Což je úkol nesnadný, i když je učitel o přínosnosti principů přesvědčený, ale v podstatě nemožný, pokud ve vhodnost principů nevěří.

Koncepce metody ctí vývojovou psychologii dítěte, jedním ze základních východisek jsou experimentální práce a závěry švýcarského psychologa Jeana Piageta. Pro výuku matematiky jsou obzvláště důležité etapy vytváření operací. Nastupují po období vývoje senzomotorické inteligence.

„S nástupem řeči, nebo přesněji s nástupem symbolické funkce, která umožňuje učení řeči (1; 6 až 2 roky), začíná období vývoje symbolického a předpojmového myšlení, které trvá asi do 4 let.

Od 4 do 7 nebo 8 let se vytváří v těsné souvislosti s předchozími formami názorné myšlení, jehož postupné rozčlánkování vede k začátkům operace.

Od 7-8 do 11-12 let se organizují „konkrétní operace“, tj. operační grupování myšlení týkajícího se předmětů, s nimiž se dá manipulovat nebo které si lze názorně představit.

Od 11-12 let a během adolescence se posléze vytváří myšlení formální, jehož grupování charakterizují vyspělou reflexivní inteligenci.“[5]

Žák přichází na 2. stupeň ve věku kolem 11 let. Takže žáci se dle svého osobního vývoje nachází na konci fáze konkrétních operací nebo se už u nich vytváří základy myšlení, které pracuje s formálními operacemi. Poslední fáze se pak v dalších letech rozvíjí, kultivuje a tento proces pokračuje i na SŠ. Proto se této fázi budeme věnovat více.

A co je tedy podstatou této fáze? „Reflexivní myšlení, charakteristické pro adolescenta, začíná v 11-12 letech od okamžiku, kdy subjekt se stává schopným usuzovat hypoteticko-deduktivně, tj. o prostých předpokladech, nesouvisících nutně se skutečností nebo s jeho domněnkami, přičemž se spoléhá na důslednost samotného usuzování (vi formae), nikoli na soulad závěrů se zkušeností.“[5]

To, k čemu by výuka matematiky měla směřovat, není jenom schopnost řešit standardizované úlohy. Dokonce to není ani schopnost řešit nestandardní úlohy. Výstupem výuky matematiky by mělo být posílení schopnosti usuzovat hypoteticko-deduktivně. Řešení nestandardních úloh je pak vhodným kandidátem na zjišťování, zda se záměr povedl,

schopnost usuzovat hypoteticko-dekuktivně je pro řešení těchto úloh podmínkou nutnou, i když ne dostačující.

Ještě je hodně důležité stanovisko, jak má na tvorbu myšlení velký vliv spolupráce jednotlivců. Spolupráci se v Hejného metodě věnuje hodně pozornosti. Kromě upevňování si pojmů, objevování a korigování zkreslených představ, obsahuje potenciál dalšího vývoje dítěte. Souvisí s motivací, s formováním jedince ve vnímavého člověka, který je ochoten naslouchat, učí žáky vzájemné úctě a toleranci k různým názorům. Skutečná spolupráce je dle Piageta vlastní až dětem od 7 – 8 roku života. Do té doby „Dítě kolísá mezi zkreslujícím egocentriem a pasívním přejímáním intelektuálních nátlaků“ [5]. Hodnotu spolupráce klade Piaget ještě výše, pokládá ji za nutnou, aby si jedinec uspořádal myšlení celostně a vnitřně konzistentně: „ ... bez výměny myšlenek a bez spolupráce s druhými jedinec nikdy nedospěje k tomu, aby grupoval své operace v koherentní celek“ [5]. Dokonce v případě obzvláště nadaného jedince, který by nepotřeboval vnější spolupráci, mluví o momentu vnitřní spolupráce s jeho různými postoji a názory, takže jde o „spolupráci“ různých jeho stavů v čase.

Dalším velmi užitečným nástrojem pro pochopení toho, jak dítě přemýšlí a jakým způsobem si osvojuje matematické znalosti, je teorie generického modelu. „Dvě hlavní a léta přetrvávající bolesti vyučování matematice jsou: špatný vztah žáků k matematice a nízké porozumění žáků matematickým pojmům, vztahům, procesům a situacím“ [6]. Osobní názor autora je, že obě bolesti spolu přímo souvisí – pokud něčemu nerozumím, zažívám neúspěch a nevidím vnitřní smysl předmětu, tak k němu nemůžu mít kladný vztah. Abychom našli pozitivní východisko z této situace: „Poučení ... ukazuje na ... nutnost zaměřit se na práci učitele a na poznávací procesy žáků.“ [6]. O roli učitele se diskutuje v následujících kapitolách, tato část pojednává o poznávacích procesech žáků.

Teorie generického modelu není závislá na věku žáků. Jak ukazoval Piaget, v každém věku je žákovi vlastní jiný způsob vytváření operací, ale princip procesu a konceptu platí pro každé stadium. Rozdíl mezi procesem a konceptem se dá ukázat na myšlenkových představách dvou lidí, kteří mají vyřešit stejné zadání. Necht' je zadáním popis cesty například z domu do práce. Člověk, jehož myšlení je více procesuální, bude popisovat cestu, jako by ji prožíval, v hlavě se mu odvíjí děj cesty, probíhá proces cesty do práce. Člověk, kterého

myšlení je více konceptuální, vnímá hotovou situaci – může se to připodobnit pohledu na mapu, kde je celá situace vidět najednou. „Adjektivum procesuální označuje dynamické obsahy vědomí, tedy ty, v nichž rozhodující roli hraje plynutí času. Slovo konceptuální označuje statické, nadčasové obsahy, či stavy našeho vědomí.“ [6]

## 2.2 Vyučování matematice pomocí Hejného metody

Podstatou metody je „budování schémat matematických pojmů, jevů, procesů a situací v mysli každého žáka ... metoda usiluje o maximálně autonomní poznávací proces žáka.“ [4] Praktické použití metody se opírá o 12 klíčových principů. Záleží na mistrovství učitele, nakolik dokáže principy využít ke prospěchu žáků. Principy se navzájem prolínají, podporují a dohromady tvoří celek zaměřený na celkový rozvoj žáka. Seznam principů byl vzat z [4], popis jednotlivých principů je zkrácená verze z téhož zdroje.

### 2.2.1 Budování schémat – dítě ví i to, co se ve škole neučilo

Pokud je nám nějaký složitější jev nebo věc známá, vytváříme si v hlavě schéma jevu nebo věci. Takto máme v hlavě schéma vlastního bytu, schéma postupu při vaření, ... Schéma vytváříme na základě konkrétních zkušeností. Takže dokážeme na základě schématu našeho bytu říct, kolik má oken, i když jsme je nikdy nepočítali – vybavíme si v hlavě schéma a okna „spočítáme“.

„Za první matematické schéma považujeme první obecnější poznání, které vzniklo na základě několika konkrétních zkušeností a které je obvykle doprovázené aha efektem.“ [4]

### 2.2.2. Práce v prostředích – žáci se učí opakovanou návštěvou

Metoda nabízí v učebnicích desítky prostředí. Některé jsou jenom pro 1. nebo pro 2. stupeň, ale většina prostředí prolíná oběma stupni. Prostředí obsahuje sérii úloh, které mají společné téma (třeba autobus, mince, dřívka, jazyk písmen, ..), ale liší se náročností podle vyspělosti dětí. Čím častěji děti v prostředí pracují, tím více ho poznávají a dokáží proniknout do větší hloubky. Prostředí vycházejí ze zkušeností žáků. V různých prostředích se žáci setkávají s různými matematickými poznatky a tím si je osvojují.

### 2.2.3. Prolínání témat – matematické zákonitosti se neizolují

V různých prostředích se prolínají matematické zákonitosti, které žáci potřebují k vyřešení úlohy. Úlohy jsou v principu navrženy tak, aby se žáci mohli opřít o životní



zkušenosti a aby si různé matematické dovednosti procvičovali v různých prostředích. Třeba sčítání a odčítání na 1. stupni je dovednost, která se procvičuje skoro v každém prostředí.

#### 2.2.4. Rozvoj osobnosti – podpora samostatného uvažování dětí

Samostatné uvažování dětí se potlačuje předkládáním hotových poznatků, o kterých není možné diskutovat. Zachování a posílení samostatného myšlení žáků (a dospělých, kteří z nich vyrostou) je jednou z nejvyšších priorit výuky matematiky Hejného metodou. Proto učitel předkládá vhodné úlohy, které je potřeba řešit, ale je plně v autonomii žáků, jakým způsobem je úloha vyřešena. A i když dojde k chybě, není učitel autoritou, které opravuje (o práci s chybou a přiměřenosti úlohy v dalších principech). Žáci se tak učí komunikaci, učí se obhajovat vlastní názory a přijímat názory cizí. Pokud se o novém poznatku diskutuje ve třídě mezi spolužáky, žáci si poznatek lépe zapamatují a přitom se učí spolu vzájemně vycházet.

#### 2.2.5. Skutečná motivace – když „nevím“ a „chci vědět“

Každé dítě má vrozenou motivaci. Děti jsou přirozeně zvědavé a pokud se zvědavost živí správnými podněty, zůstává zachována i ve vyšším věku. Motivaci tedy chápeme jako potřebu poznávat, která pramení z vnitřního boje mezi „nevím“ a „chci vědět“, „neumím“ a „chtěl bych umět“, „nezkusil jsem“ a „chtěl bych zkusit“.[4] Úlohy jsou postavené tak, aby žáky motivovaly k řešení. Tím, že vychází ze zkušeností žáka, motivuje ho postupovat v poznávání stále dál.

#### 2.2.6. Reálné zkušenosti – staví se na vlastních zážitcích dítěte

Prof. Hejný mluví o tom, že abstraktní matematické poznatky se budují na konkrétních zkušenostech. Pokud nastane „předčasné „vyzbrojení“ dítěte silnými nástroji“ [6] – dítě dostane návody, zákonitosti, na které zatím nebylo připraveno – dochází často k mechanickému učení se matematice. Pokud dochází k učení se matematice přirozenou cestou, žáci si nejdříve vytváří hodně separovaných modelů a pak skokově přejdou k univerzálnímu poznatku. „Vít Hejný odlišil konkrétní poznatek (nazval jej separovaný model příštího poznatku) od poznatku obecného (nazval jej univerzálním modelem příštího poznatku).“ [6] Některým dětem stačí méně konkrétních příkladů, některé jich potřebují více, ale poznávací proces probíhá stejně. Takže je důležité získávat zkušenosti a až na nich stavět abstrakci. Zkušenost se nedá přenést, musí se získat řešením úlohy. Výhodou je, že zkušenost se dá získat i neúspěšným řešením, když žák pochopí že „tudy cesta nevede“.

### 2.2.7. Radost z matematiky – pomáhá při další výuce

Pokud je žák naučen přijmout sdělené poznatky a reprodukovat je, bude mít v budoucnu menší schopnost a ochotu aktivně pracovat na vlastním vzdělávání. Protože nejsilnější vnitřní motivace přichází z pocitu úspěchu, z radosti, že se žákovi povedlo vyřešit přiměřeně náročný úkol. Pokud má žák zkušenost, že je schopen úkol vyřešit, bude mít větší chuť se do řešení pustit. A pokud zažíval opakovanou radost z úspěchu, roste jeho ochota trávit nad řešením dané úlohy více času.

### 2.2.8. Vlastní poznatek – má větší váhu než ten převzatý

Matematické zákonitosti jsou platné i když je neznáme. Takže pokud se ve třídě vytvoří vhodné podmínky a učitel děti podněcuje a vede, žáci mají možnost si na většinu poznatků přijít sami. Pokud žáci pracují na pevných základech, kde mají pojmy ukotvené společně s vlastnostmi, dokážou objevovat stále abstraktnější části matematiky. Ne každý žák je schopen objevit zákonitosti samostatně. Pracuje se s kolektivem třídy, kde někdo objeví zákonitost, tu vysvětlí ostatním spolužákům a oni jeho hypotézu kontrolují a přejímají nebo zamítají.

I v matematice máme smluvené části (jak zapisujeme různé číslice, že násobení má přednost před sčítáním, pojmenování těžnic v trojúhelníku, ...), kde informaci poskytne učitel nebo učebnice. I tady však platí pravidlo, že s pojmem se nejdříve pracuje a až pak se pojmenovává (např. moment, kdy dítě dostane pojem těžnice, je na konci kapitoly, kde žák těžnici nejen vícekrát narýsoval, ale při výpočtu obsahů používal i její vlastnosti).

### 2.2.9. Role učitele – průvodce a moderátor diskuzí

Role učitele je v Hejného metodě velmi odlišná od klasické představy učitele, který přináší informace někomu, kdo je bez kritického přehodnocení přijímá.

Učitel má náročnou úlohu průvodce poznáváním pro kolektiv žáků. Jeho úlohou je zadávat přiměřené úlohy, podporovat žáky v samostatném myšlení, podporovat spolupráci a moderovat diskuze. Za pomoci všech ostatních principů má motivovat žáky k objevování, krmit jejich zvědavost a naučit je pracovat s chybou.

Pokud učitel učil nějakou dobu instruktivně (dával návody, postupy), je často velmi těžké přejít na vedení hodiny konstruktivisticky. Často to vyžaduje intenzivní práci učitele na svém osobnostním rozvoji. Třeba jenom práce s chybou je obrovskou výzvou pro pedagogy –

aby žáky automaticky, tak jak byli zvyklí, neopravovali. Učitel se musí taky smířit s tím, že není tím, kdo určuje pravdivost nebo nepravdivost tvrzení. Dokonce by se měl smířit s tím, že v diskuzi se žáci shodnou na něčem, co není pravda. Učitel odchází z třídy a žáci si odnáší nepravdivý poznatek. Tohle je dle standardních představ těžké přijmout. Ale pokud učitel dovede do diskuze nezasáhnout, rozkývá se před ním velká pedagogická výzva. Je na něm, aby zvážil, či jsou žáci už připraveni přejít do hlubší fáze pochopení a svůj omyl objevit. Pokud ano, nachystá úlohu nebo sérii úloh, které ukážou žákům další pohled. Dříve nebo později žáci uvidí, že předpoklad, který přijali jako správný, se v dalších a dalších úlohách vyvrací. Pokud dostanou dostatek času a důvěry, dříve nebo později na svůj omyl přijdou. Získávají obrovskou zkušenost - dovedli přehodnotit svůj postoj, nezasekli se na tvrzení, které se ukázalo nefunkční, rozšířili svoje vnímání a prohloubili svoje pochopení. Pokud se podíváme mimo školu, na tomto principu funguje kvalitní vědecká činnost.

#### 2.2.10. Práce s chybou – předcházíme u dětí zbytečnému strachu

Samostatná práce a objevování, jakékoliv tvoření a učení se, je nutně spojené s děláním chyb. Abychom mohli najít správné řešení samostatně, musíme mít prostor a odvahu udělat chybu. Pokud je chyba zakázána nebo trestána, tvořivost a odvaha objevovat nové věci je potlačována.

Chyba se využívá jako prostředek k učení. Učitelova reakce na chyby žáků i svoje vlastní nastavuje, jak budou s chybou pracovat žáci. Pokud učitel chyby bez kritizování analyzuje, snaží se přijít na to, kde chyba vznikla a proč, žáci tento postup časem převezmou. Díky chybám vznikají ve třídě diskuze (více 12. princip).

#### 2.2.11. Přiměřené výzvy – pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně

S termínem individualizace výuky se setkal každý učitel. Jenomže jak lze individualizovat přístup ve třídě plné žáků? Úlohy v učebnicích jsou nastavené tak, že ke každému tématu existuje vícero obtížností úloh. Takže žáci ve třídě pracují na společném tématu. Ale každý z nich si může vybrat podúlohu s různou obtížností. A úlohou učitele je v průběhu hodiny sledovat, jakých úspěchů dosahují slabší i šikovnější žáci. Cílem je, aby dokázal vyjádřit uznání každému žáku za objev na jeho úrovni. A pomoci úpravou úloh na lehčí nebo těžší obtížnost nebo přidat meziúlohu podle potřeb žáků.

Pro hodnocení se doporučuje, aby učitel vytvářel tzv. gradované testy. Testy obsahují podobné úlohy různé obtížnosti. Žáci si vyberou obtížnost úlohy dle svého uvážení, což je vede k sebehodnocení. A i slabší žáci mají u lehčích úloh možnost zažít pocit úspěchu.

#### 2.2.12. Podpora spolupráce – poznatky se rodí díky diskuzi

„Výsledek se rodí na základě spolupráce. ... Žáci si budují vlastní plnohodnotný poznatek, o kterém neustále přemýšlí. Většina poznatků se v hlavách dětí rodí na základě zkušeností a vzájemné diskuze. Proto děti potřebují mít prostor ke vzájemné spolupráci a diskuzím přímo v hodinách. Tato komunikace se totiž ukazuje jako vysoce efektivní.“[4]

Učitel organizuje práci tak, aby měli žáci prostor pro spolupráci. Střídá se individuální práce se skupinovou. Ale i při individuální práci by měli mít žáci možnost vzájemné pomoci. A po samotné činnosti by měla nastoupit diskuze. Právě v žákovských diskuzích se vyskytují náměty, podněty i chyby, které motivují žáky k hledání řešení. Učitel moderuje diskuzi, zasahuje co nejméně. Žáci takto aktivně přehodnocují, doplňují a rozšiřují svoje poznatky.

### 2.3 Kladení otázek

Pokud chce učitel vyvolat diskuzi ve třídě, zjistit více o myšlenkových pochodech dětí, pobídnout je k tvořivému myšlení, může mu k tomu kromě 12 klíčových principů pomoci i dovednost kladení „správných“ otázek. Slovo dovednost je použito záměrně, dovednost je něco, co se dá naučit. Pokud z rozboru vyplyne, že učitel nepoužívá „správné otázky“, může samostudiem nebo kurzem tuto dovednost získat.

Pro účely práce je důležité základní dělení otázek na otevřené a uzavřené. „Otevřená otázka je takovou tázací větou, která od mluvčího vyžaduje plnohodnotnou odpověď, obsahující jeho informace, pocity nebo vědomosti. Jsou to objektivní otázky, které nenavádějí mluvčího k určité odpovědi, ale dotazovaná osoba se musí vyjádřit vlastními slovy a dle svého uvážení.“ [7] Příklady otevřených otázek v hodině matematiky: Jak rozumíte zadání? Co si myslíte o tomto řešení? Co se Vám vybaví, když se řekne pojem těžnice?

Naproti tomu uzavřené otázky poznáme podle odpovědi na ně: „Na uzavřenou otázku se odpovídá krátkou jednoslovnou odpovědí. Bývají používány k získání faktů nebo konkrétních informací.“ [7] Příklady uzavřených otázek v hodině matematiky: Je to správně? Mohlo by to být jinak? Máte to už vypočítané nebo ještě potřebujete čas?

Jasným znakem, zda učitel používá otevřené nebo uzavřené otázky, je reakce žáků. Pokud žáci odpovídají ano/ne nebo jinak jednoslovně, krátce, otázka byla pravděpodobně uzavřená. Pokud žáci odpovídají „nevím“, občas může pomoci jiná formulace otázky. Občas to může být tím, že je otázka příliš široká a žák přesně neví, na co se učitel ptá. Učitel se může zeptat konkrétněji, ale opět otevřenou otázkou.

Příklad komunikace ve třídě:

- (1) Učitel se ptá žáků : „Co je těžnice?“
- (2) Žáci nereagují nebo reagují způsobem, že dávají najevo neznalost.
- (3) Učitel: „Dokážete říct nějakou vlastnost těžnice?“
- (4) Žáci: „Ano.“
- (5) Učitel: „Tak jaké vlastnosti má těžnice?“

Učitel si může myslet, že otevírá diskuzi, ale :

- (1) – Je otázka na konkrétní definici. Žáci buď odpověď přesně znají, tak odpovědí, ale diskuze se nerozvine. Nebo žáci přesnou odpověď neznají, tak jsou často zticha.
- (3) – Je otázkou, na kterou se dá odpovědět ano nebo ne, takže opět uzavřená otázka.
- (5) – Je opět otázkou na konkrétní znalost. Pokud si žáci nejsou odpovědí jistí, na otázku asi nebudou příliš aktivně reagovat.

Někdy mají tazatelé dojem, že používají otevřené otázky, ale ve skutečnosti tomu tak není. Aby bylo možné je v praxi vědomě používat, je potřeba si uvědomit jejich vlastnosti a charakteristiky.

- „Otevřené otázky vyžadují od mluvčího, aby se nad otázkou zastavil, zamyslel a zauvažoval.
- Odpovědi na otázku nebudou fakta, ale subjektivní pocity, myšlenky a názory mluvčího na danou problematiku.
- Když kladete otevřené otázky, ztrácíte tím kontrolu nad konverzací, která tímto přechází na tázaného a oba mluvčí se v ní začínají střídat. Pokud máte stále stoprocentní kontrolu nad konverzací, vězte, že stále kladete uzavřené otázky. Taková technika nakonec připomíná výslech spíš než rozhovor.
- Vyhněte se otázkám, které mají následující vlastnosti: Odpovídá se na ně jednoznačně a konkrétními fakty; je snadné je zodpovědět; mluvčí odpovídá rychle, bez nutnosti přemýšlení.“ [7]

Následující reakce na body v citaci ukáže, proč je výhodné používat otevřené otázky v matematice:

- V matematice je velmi žádané, aby se žák dokázal nad otázkou zastavit, zamyslet a zauvažovat. Je to situace nutná k tomu, aby začal tvořivě přemýšlet.
- Pokud žák neumí přesnou definici, stěží zareaguje na otázku „Co je těžnice?“. Pokud se zeptáme „Co si myslíš, že je těžnice?“, dáme najevo zájem o vědomosti žáka, děláme prostor pro vyslovení vlastního názoru. Žák se může projevit na své úrovni znalostí, předchází se strachu z chyby. Jistěže konečným cílem je poznatek, který se shoduje s definicí. Ale k tomu se přichází postupně právě pomocí diskuzí.
- Pokud se potřebuje učitel více „upozadit“, může toho dosáhnout kladením otevřených otázek. Pomocí nich ztrácí kontrolu nad diskuzí, už nemusí diskuzi kontrolovat. Má větší prostor být moderátorem diskuze. A má větší prostor žáky pozorovat.
- Pokud je třída méně aktivní a učitel se snaží vytvořit diskuzi, jsou uzavřené otázky pastí na učitele. Protože odpovídat na otázky „ano“ nebo „ne“ je snazší, neklade to na žáka velké nároky, žáci častěji odpovídají. Učitel může získat pocit, že rozvíjí diskuzi, třída reaguje. Ale skutečná diskuze nevzniká, učitel se nemůže upozadit a žáci nejsou motivováni samostatně přemýšlet.

Téma kladení otázek se může zdát triviální, ale jak jsme viděli, i malé změny můžou mít velké důsledky. Se změnou role učitele je potřeba měnit i způsob pokládání otázek. A jak se psalo výše, je to dovednost, které se lze naučit.

## Kapitola 3: Rozbor videozáznamu

### 3.1 Obecné údaje o třídě

Rozbor hodiny byl proveden na základě videonahrávky, které byla nahrána v říjnu v 6. třídě ZŠ ve Frýdlantském výběžku na hodině matematiky ve školním roce 2018/2019. Třída se s metodou výuky matematiky Hejného metodou setkala až v 6. ročníku. Třidu navštěvovalo 18 žáků, v den pořizování videozáznamu jich bylo přítomno 14. Ve třídě byla přítomna i asistentka pedagoga. Byla tam kvůli žákovi, kterému věnovala v hodině pozornost. V přepise videozáznamu nevystupuje. Její komunikace se žákem se nezachytila na kameru a nahlas nic neříkala.

Výuka probíhala čtyři hodiny týdně. Jednou týdně probíhaly dvě hodiny po sobě, což je i případ nahrávky. Nahrávka je z druhé hodiny matematiky, kde se řeší úloha 2 c) z kapitoly Desetinná čísla, v učebnici Matematika pro 2.stupeň, díl A, H-mat, o.p.s.. Na předchozí hodině se řešila stejná úloha, části a) a b). Žáci měli s řešením úloh problém. Učitelovi nebylo v průběhu hodin jasné, z čeho problém pramení. Možný důvod a jeho řešení je diskutován v dalších podkapitolách.

### 3.2 Zadání úlohy

Učebnice Matematika pro 2.stupeň, díl A, H-mat, o.p.s., kap. Desetinná čísla, úloha 2: Na obrázku je pravítko dlouhé 10 cm, na kterém ale některé rysky chybí.



- Dokreslete scházející rysky: 4; 5; 8; 9; 2,5; 3,5; 3,1.
- Ukažte, jak na tomto pravítku lze naměřit délky: 3 cm; 2,5 cm; 3,1 cm; 2,1 cm; 0,9 cm; 31 mm; 9 mm.
- Jeden koncový bod úsečky dlouhé 2,2 cm je na rysce 7. Dokreslete druhý koncový bod.

Učitel obrázek nakopíroval a žákům rozdál papírový proužek, na kterém bylo pravítko z obrázku. Žáci měli úlohu 2 a) řešit pomocí svého pravítka. Pro další úlohy měli použít dokreslené pravítko z učebnice. Při zadání úlohy 2 c) učitel přesně neřekl, co mají žáci použít, takže všechny nástroje byly povoleny.

### 3.3 Přepis videozáznamu

Formální stránka přepisu kopíruje záznamy komunikace z [2]. Pro zachování anonymity žáků je videozáznam přepsán tak, že jména žáků jsou označeny písmeny. Pokud učitel oslovuje žáka, je jeho jméno v textu přepsáno písmenem.

Zkratky: U – učitel, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J – žáci

01 U: Tam je napsané, že ... jak máme to pravítko ...pět ..(U kreslí na tabuli osu s popsányými čísly 0 - 10) nebo čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset, ... tak tam je napsané céčko.

Zkuste někdo přečíst céčko. B.

02 B: (Čte) Jeden koncový bod úsečky, dlouhé 2,2 cm je na rysce sedm. Dokreslete druhý koncový bod.

03 U: hm...

04 A : No tohle jsem vůbec nepochopila.

05 C: Já taky.

06 U: Co říkají? Zkuste někdo.

07 D: Že koncový bod úsečky dlouhé 2,2 cm je o ...vlastně na té rysce ....

08 A: Na rysce sedm.

007b D: Sedm.

009 U: Dokázala bys to třeba namalovat, tady?

010 D: Ne.

011 A: Já to nechápu.

012 U: Dokázali by jste na ... (B zvednul ruku) B.?

013 A (na D): Chápeš?

014 D: Ne.

015 B: Paní učitelko, jenom takhle malinkým odhadem bych to tam udělal to 2,2.

016 U: Co by si udělal?

017 B: Odhadem.

018 U: A kde, kde by si udělal to?



019 B: Takový, takový kousíček od tý dvojky.

020 U: Dobře, takže 2,2 ty by si dal sem. (učitel ukazuje na místo přibližně 2,2 na ose)

021 U: Jenomže oni říkají, že jeden (učitel zvýší hlas) koncový bod úsečky 2,2 cm je na bodě sedm.

022 D: Takže .. my to vlastně musíme to 2,2 vzít a vynásobit to?

023 U: Co myslíte ostatní.

024 A: eee

025 U: Nikdo, nikdo nemá žádný nápad? (E zvedne ruku) E?

026 E: Je to .. no .. že by ta, no, to ne.

027 U: Úsečka 2,2 cm ..

028 D: Že kolikrát 2,2 cm se vejde do té ..??

029 U: To nepsali, to nepsali.

030 E: Úsečka je čára, která měří...

031 D: Počkat .... jeden koncový bod úsečky..

032 E: Paní učitelko.

033 B: Paní učitelko...

034 U: Počkej, E. byla první..

035 E: Úsečka je to, že no .. dlouhá úsečka.

036 C: Já vím, co je úsečka.

037 U: Víte co, pojd'te mi sem namalovat úsečku. E., pojd' namalovat úsečku.

038 ?: Já chci taky.

039 B: Paní učitelko, já už vím. Že by jsme to udělali. Tých 2,2 by jsme museli přidat k 2,2, nebo?

040 D: No a kolikrát tam byla?

041 U: (k E.) Namaluj nahoře úsečku.

042 D: No a vlastně už je na rysce sedm, tak kolikrát tam byla.  
E. maluje rovnou čáru na tabuli.

043 U: Tohle je už úsečka?

044 D: Nee.

045 A: Eee, ne, není.

046 U: A už tohle je úsečka?

047 A: Ne, není.

048 E: Ale... A,B  
049 A: Není, prosím, není.  
050 U: Tak A., zkuste k tomu něco říct.  
051 A: Není to úsečka.  
052 U: Dobře, ale tak jako ...  
053 B: Paní učitelko...  
054 U: Zkus jí poradit, proč by to mělo být, jak by to mělo být.  
055 B: Tam na začátku by měla být nula, jako odkud to vede.  
056 D: Prostě že na začátku je čárka a na konci a to je ta jedna úsečka?  
057 U: Poslouchala jsi E.?  
058 D: Že máš na začátku bod a ten bod taky někde končí, takže to je ta celá úsečka.  
059 E: Jo.  
060 U: Co myslíte? Takhle je to? F.? Myslíš, že to bude tak, jak to řekla A.?  
061 B: ???  
062 A: Kdyby to nemělo, tak je to rovnoběžka a běží to pořád dál, dál, dál...  
063 E: Já vím...  
064 A: Úsečka je prostě nějak určeně dlouhá.  
065 U: H.?  
066 H: Na jednom konci se udělá čárka a na ...(nesrozumitelné)  
067 U: Řekni to E., prosím tě, nahlas.  
068 H: Na každém konci se udělá jednoduchá čárka a máš úsečku.  
069 D: No tak jsem to myslela.  
070 U: Tak jsi to m.... Říkala stejně, D., ...to, co říkala D., to, co říká, stejně to, co říkal H.?  
071 A: Já jsem to tak pochopila.  
072 U: Taky jsem to tak... a říkali .. a poslouchali jste se navzájem?  
073 E: A, B.  
074 A: Jo.  
075 U: říkali jste to všichni správně?  
076 vícero: Jo, jo, ...

Následuje část, kde vícero dětí chodí k tabuli, kreslí úsečky, pak i doplňují obrázek tak, aby tam měli úsečku 2,2 cm, různé řešení, debaty při tabuli, vzájemné vysvětlování ve skupinkách. Na dotaz, kdo rozumí, téměř všichni zvedli ruku...

Na tabuli byl namalovaný přibližně tento obrázek:



080 C: Ta žlutá, protože vlastně .. když máme prostě sedmičku a odečteme od toho úsečku a zbude nám 4,8, tak vlastně to 4,8 je ten druhý koncový bod.

081 U: No a kde je ta žlutá .. koncový bod ty žluté?

082 C: U šestky.

083 E: To je u šestky. A ne u 5,8. Tam to je u 5,8... paní učitelko...

084 U: Ano, co máš? (na E)

085 C: Takže ...

086 E: Ne, počkej! (na C) Že ta sedmička má koncový bod u pětky ... u ty 4,8.

087 U: Sedmička nemůže mít koncový bod, úsečka má koncový bod.

088 E: Teda, pardon, no že je to dobře, to oranžový, protože, ...

089 U: Dobře, tak ruku nahoru, kdo si myslí, že je dobře ta oranžová?

090 E: Oranžová, ruku nahoru...

091 U: Kdo si myslí, že je dobře oranžová?

... Šum ve třídě...

092 U: Ruku nahoru, kdo si myslí, že je dobře oranžová. Tamta skupinka, vy si myslíte, že je dobře ta žlutá? Nebo si myslíte co?

093 C: F si myslí, že má dobré hodinky.

094 ??? Ta oranžová...

095 ??? Paní učitelko, já vím proč....

096 U: Teď ne. F, je dobře ta žlutá nebo oranžová? Tobě vychází která? (na G.)

097 G: Já si myslím, že je to ta oranžová.

098 F: Mě vychází ta žlutá.

099 U: Tobě vychází ta žlutá, tobě ta oranžová.

100 B: Paní učitelko,...

...šum ve třídě...

101 U: F si myslí, že je to ta žlutá.

102 Vícero: Není, ne, není...

- 103 U: Když řekneš není, tak to v matematice neplatí. Potřebujete nějaký argument. Nemůžete se hádat. Moje pětileté děti dělají takovéo: “Já mám pravdu, já, já, já, ne, já, ty”...
- 104 E: Vy máte děti?
- 105 U: Ano. Takže tohle neplatí, když ... v matematice. Takže má někdo nějaký argument, proč by měla být dobře ta oranžová? (B zvedl ruku) B.?
- 106 B: (mluví k U) Protože, když jsi odečtete, máte teda..
- 107 U: Ale neříkej to mě, komu to říkáš?
- 108 A: Nám...
- 109 U: Ne, komu to teď říká?
- 110 B: Tady skupině.
- 111 E: F-ovi.
- 112 U: F-ovi. Takže mluvíš s F-om.
- 113 B: Když si odečteš z toho ty dva cm, tak ti, tak ti vyjde 5 cm. Ale pak máš ještě ty 2 mm, které taky musíš odečíst.
- 114 F: No jo, aha.
- 115 B: Takže když si je potom odečteš, tak ti vyjde 4,8.
- 116 A: Vždyť si to sám říkal, že to bude 4,8 a teď už nevíš.
- 117 F: Aha.
- 118 U: Dobře, tak ty jsi říkala, že ti vychází oranžová.
- 119 G: Já si myslím, že to bude oranžová, protože ta žlutá mi přijde nesmysl. Já nevím proč...
- 120 U: A ty?
- 121 G: Já si myslím, že to bude oranžová.
- 122 U: I., chytáš se? Úsečka délky 2,2 cm..
- 123 D: A můžu se jenom zeptat?
- 124 U: Tak trošku, aspoň tak jako trošku, jo? (na I., I. souhlasí) Počkejte, H. chtěl něco říct.
- 125 H: Tady platí 7 mínus 2,2.
- 126 U: A.?
- 127 A: Už nic.
- 128 D: Kdo vyznačil tu žlutou čáru?
- 129 H: S.
- 130 S: A. a já.

- 131 A: Ale to.. vždyť já .. jsme.
- 132 D: Protože ono ta žlutá čára je blbost, protože ono to na začátku dělali tak, že oni si vzali prsty a takhle jsi změřili prstama tu čáru, co nakreslila S.
- 133 ??? : A pak jsme vzali..a já jsem tedy řekla...
- 134 U: Dobře, dobře... ještě, ještě s těma koncovýma bodama úsečky, nenapadá vás pro to něco?
- 135 Víceró: Ne
- 136 A: Anebo ... a úsečka má mít jako určenou délku?
- 137 U: Ano, tam máme, tady je to napsané.
- 138 B: Paní učitelko, já to můžu jít k tabuli vysvětlit..
- 139 A: 2,2?
- 140 U: Co chceš? Já myslím, že už ...
- 141 D: Anebo to začíná na 2,2 a je to čt... no tak ne.
- 142 A: Vždyť to máme..
- 143 U: My jsme říkali, že jeden koncový bod... já to jenom přečtu:
- 144 D: Jako že to jen...
- 145 A: A nemá to mít 2,2 cm?
- 146 U: (čte zadání) Jeden koncový bod úsečky dlouhé 2,2 cm je na rysce 7. Dokreslete druhý koncový bod.
- 147 A: No, takže ta úsečka musí mít 2,2 cm. A mě ta oranžová přijde nějaká dlouhá.
- 148 H: Já jsem přišel ještě na něco.
- 149 U: Když myslíme, že tohle jsou cm. (ukazuje na dílky na tabuli)
- 150 A: Aha, no tak jo...
- 151 B: Paní učitelko, takže tím pádem 4,8 je evidentně ten druhý koncový bod.
- 152 A: Je to ta oranžová.
- 153 H: Já jsem přišel ještě na něco.
- 154 U: No, H. říká, že ještě na něco přišel. Jdeš?
- 155 J: Já jsem chtěla prostě říct, že mě prostě dává smysl víc ta oranžová,
- 156 H: Když jsme si teda řekli, že ty dva koncový body jsou oba dva, tak to můžu dát i sem. (ukazuje na bod přibližně 9,2)
- 157 U: Souhlas, nesouhlas?
- 158 Víceró: Co, cože?

159 H: Je to úplně to samý. Sedm mínus 2,2 nám vychází takhle. A sedm plus 2,2 nám vychází takhle.

161 D: Jo.

162 C: Joooo!

163 H: A my jsme si řekli, že oba dva body jsou koncový.

164 C: To je dobrý!

Zvoní.

### 3.4 Hlubkový rozbor videozáznamu

Hlubkový rozbor videozáznamu je napsaný tak, že skoro ke každému výroku v přepisu videa je komentář. Ten je očíslovaný stejně jako výrok, jenom má na začátku označení K.

K01 U – Učitel se vrací k zadání a řešení úlohy z učebnice. Maluje na tabuli osu a zároveň to popisuje. Nechá přečíst zadání úlohy c). Očekávání učitele: S úlohami a) a b) měli žáci problémy, učiteli se úplně nepovedlo pochopit, čím to bylo. Úlohu c) zadává jako pokus, či někdo přijde s nápadem, nebo tuhle úlohu nebudou teď vůbec řešit. Proto po přečtení úlohy nedává čas na promyšlení, ale rovnou čeká reakci (a proto je možné, že dochází k nepochopení zadání).

K04 A, 05 C – Oznamení, že zadání vůbec nerozumí.

K06 U – Učitel se snaží přimět žáky, aby se zamysleli. Je jasné, že úloha není snadná. Není jasné, proč.

K07 D – Snaha převyprávět zadání vlastními slovy. Agramatizmus “ bod ... je o .... vlastně na té rýsce” nám říká, že žák říká jednu myšlenku a v průběhu toho ho napadne ještě něco jiného, takže větu dokončí gramaticky nesprávně. Můžeme z toho vyvodit, že žák tvořivě přemýšlí.

K08 A – Dořekne větu společně s D. Možná chce ukázat, že se řešení účastní.

K09 U – Učitelovi přijde, že nedošlo k velkému porozumění, tak chce názorné předvedení.

K10 D – D potvrdí, že k pochopení nedošlo, přizná, že není schopna svoje slova namalovat.

K11 – K14 Rozhovor dvou žákyň, A nechápe a potřebuje ujištění od D, že to taky nechápe. Z toho vyvodí, že je v pořádku, že nerozumí a uklidní se.

K12 U Učitel chce pomoci otázkou, ale žák B zvedne ruku, tak mu dá prostor.

K15 – K20 Učitel zakreslí úsečku podle instrukcí žáka. Bylo by vhodnější, kdyby to nakreslil žák sám. Ale učitel chtěl asi ušetřit čas, což nebylo úplně vhodné.

K21 U – Učitel přešel od konstruktivního přístupu k transmisivnímu. Řekl, že nastala chyba a ještě ji přímo pojmenoval. Vedla ho k tomu potřeba úlohu trochu popostrčit, možná i nedůvěra, že to žáci vyřeší samostatně.

K22 D – Hledá další možné řešení. Z dalšího průběhu vypadá, že žáci mají představu, že úsečka začíná v nule, tak se snaží dostat k ryse 7 postupným přidáváním úsečky 2,2.

K23 U – Snaha zapojit ostatní.

K26 E – E měla myšlenku, ale ještě než ji vyslovila, zjistila, že není pravdivá. Je pozitivní, že žáci zjevně v hodině přemýšlí.

K28 D – Návaznost na 22 D.

K29 U – Učitel tenhle směr úvah zamítá s odvoláním se na text úlohy. Opět transmisivní přístup. Buď šetří čas, nebo očekává nějaký nový směr přemýšlení.

K30 E – E se pravděpodobně snaží nahlas si vyjasnit základní pojmy v úloze – co je to úsečka.

K31 – K33 D Má myšlenku, ale je přerušena B a E.

K35 E – E se snaží formulovat, co je úsečka, ale úplně jí to nejde. Mluví o tom, že úsečka je dlouhá. Možná měla na mysli, že má jasně danou délku.

K36 C - Mluví o tom, že ví, co je úsečka. Kdyby byla úsečka samozřejmostí, tak se o tom nezmiňuje. Pojem úsečky je známý, ale zatím ještě není úplně samozřejmý.

K37 U – Učitel pozná, že to s úsečkou není úplně jasné a chce, aby žáci úsečku graficky znázornili

K38 ? - Atmosféra ve třídě je dobrá, žáci chtějí k tabuli, není to za trest, naopak, chtějí se předvést.

K39, K40, K42 – B a D rozvíjí teorii skládání úseček za sebou (D – kolikrát tam byla, B přidat 2.2 k 2.2), učitel nereaguje. Věnuje se E (41 U), která zatím přišla k tabuli. Žáci diskutují úlohu, i když jim učitel zrovna nevěnuje pozornost. Mají zájem úlohu vyřešit.

K43 U – Otázka k žákům pro potvrzení správnosti.

K44 – K54 – Žáci spokojeni nejsou, až je učitel vyzve k tomu, aby E. přímo poradili, jak to opravit.

K55 D – Mluví o tom, že úsečka začíná od nuly. V průběhu první části výkladu se toho drží. Je možné, že tohle přesvědčení brání vyřešení úlohy.

K56 D – Přímo jí řekla, co má udělat, ale na konci intonuje otázku. Zjevně mluví k učiteli, ne k E. Mluví o začátku a konci.

K57 U – Učitel směřuje pozornost E na vysvětlování D.

K58 D – D znovu zopakuje jinými slovy svoji radu. Směřuje ji k E.

K59 E – Není vidět, co E dělá.

K60 U – Učitel se snaží zapojit ostatní žáky, někteří kývají hlavou, že ano.

K62 A – Vysvětluje, proč je potřeba dát něco na konec. Řekla sice rovnoběžka, ale pravděpodobně myslela přímku. Je potřeba pracovat s abstraktními pojmy, ale mít neustále přítomné názorné ukázky. Snaží se vysvětlit pojem úsečka pomocí odlišnosti od přímky.

K64 A – Pojmenovaná vlastnost úsečky. A má uchopený pojem úsečky jako něco, co má konkrétní vlastnosti, i dokáže říct odlišnosti od přímky.

K65 U – Žák se hlásil, tak ho učitel oslovil.

K66 – K68 – H radí E, jak má postupovat, ale není ho slyšet, tak je učitelem vyzván, aby to zopakoval více nahlas. Mluví svými slovy. Ví, co je potřeba udělat.

K69 D – D potvrzuje, že myslela přesně to, co H říkal.

K70 U – Zjišťuje, či všichni říkali stejnou podstatu.

K71 A - Přitakává, že má pocit, že ano.

K72, K75 U – Učitel chtěl potvrdit správnost výsledku, ale zarazil se a obrátil se na žáky, jak to vnímali.

K76 vícero – Došlo ke shodě toho, že na tabuli je namalovaná úsečka a že všichni to mysleli podobně.

Následující část hodiny se obtížně přepisuje, nezúčastněný pozorovatel by to mohl nazvat jako zmatek. Jednotlivé děti chodí k tabuli a samostatně kreslí úsečky. Učitel je nevyvolává, postupují zcela samostatně. U tabule se navzájem domlouvají, diskutují. Po tom, co dospěli k nějakému konsenzu, učitel je vyzve k tomu, aby se posadili. Učitel zjišťuje, či došlo k pochopení.

K80 C – Ví, že výsledek má být 4,8. Takže pochopení desetinného čísla je v pořádku. Ale označí špatnou úsečku. Takže je to špatně zakresleno na číselné ose, došlo k chybě v geometrické představě. Nebo se jenom zmýlila.

K81 U – Upozorňuje na interpretaci na číselné ose.

K82 C – Vidí bod u šestky, ale zatím chybu nevidí.



K83 E – Zachytila zobrazení na číselné ose správně. Reaguje přímo na C, vysvětluje jí chybu. Pak chce získat pozornost učitele.

K84 U – Obrací se na E.

K85 C – Chce nahlas přemýšlet, ale E jí skočí do řeči.

K86 E – Ohradí se před C, chce to vysvětlit sama. Věří si a chce to učiteli ukázat.

K87 U – Úplně zbytečně komentuje přereknutí. E ví o čem mluví, U zbytečně použil autoritu.

K88 E – Omluví se za přereknutí a řekne svůj názor. Když se zasekne, U už nepátrá po tom, co chtěla říct, protože má pocit, že to správně řekla předtím, v 83.

K89 U – Vyzve celou třídu, aby se rozhodla, která ze dvou úseček je správné řešení. Je pozitivní, že učitel výsledek nepotvrdil, že se obrátil ke třídě. Použil však uzavřenou otázku, takže i když vypadá, že vtahuje žáky do diskuze (a asi si to i myslí), tak to nedělá.

K90 E – Obrací se ke třídě společně s učitelem. Asi měla pocit, že žáci reagují málo.

K91 U – Opakuje výzvu.

K92 U – Obrací se na skupinu, která nejeví známky práce.

K93 C – Potvrzuje dojem učitele, že minimálně F nedává pozor.

K94 – Hlasy ze třídy.

K95 – Někdo z aktivnějších chce podat vysvětlení, ale učitel se teď zaměřuje na neaktivní žáky.

K96 – Přímo osloví dva žáky, jaký mají názor. Opět použije uzavřenou otázku. Vyzní to jako kontrola, zda žáci dávají pozor.

K97, K98 – Žáci říkají každý jinou úsečku. Pravděpodobně náhodně vybírají, protože nemají žádný argument.

K99 U – U komentuje, aby získal čas, úplně neví, co s tím. Už měl pocit, že se na řešení přišlo, takže nepochopení žáků ho zaskočilo.

K101 U – U se nakonec obrací s názorem F ke třídě.

K102 vícero – Reagují, že tedy ne, snaží se emočně ukázat, že to tak fakt není.

K103 U – Reaguje na to, že tohle není diskuze. Zase poučuje, jak by měli žáci v matematice diskutovat. V podstatě žáky snižuje, když je přirovnává ke svým malým dětem. Na druhou stranu, mluví o zkušenostech s vlastními dětmi, možná chce ukázat, že je taky normální člověk.

K104 E – E zaujme informace, že má učitel děti. Je vidět zájem, není jasné, či to není jenom na odvedení pozornosti.

K105 U – Reaguje na zájem, ale jenom minimálně, je pro něj teď podstatnější vyřešit úlohu než budovat vztah. Ptá se po argumentaci, zase přímo ukazuje, jak je potřeba diskutovat.

K106 B – Začíná vysvětlovat, ale je přerušen učitelem.

K107 U – Chce, aby diskuze probíhala mezi žáky. B je zmatený, proč to nemá říkat U.

K108 – K112 – Ani ostatní žáci úplně nevědí, co po nich U chce. Až E je nasměřuje na F. E zjevně vnímala celou konverzaci v sociálním kontextu. U potvrzuje, že se má mluvit na F.

K113, K 115 B – Velmi přesně dokáže říct, jak postupovat. Je vidět, jak nejdřív pracuje s 2 cm a pak nezávisle s 2 mm. Schopnost rozdělit číslo na jeho jednotkovou a desetinnou část ukazuje na hlubší pochopení tématu desetinných čísel. Žákovi už mu nevadí, že úsečka nezačíná v nule. To je důležitý posun.

K114 F – Vypadá, že chápe.

K116 A – Pamatuje si, že F předtím říkal 4,8, tak jí přijde zvláštní, že už neví.

K117 F - Je otázkou, či F nedával pozor, nebo došlo k nepochopení geometrickému, jako C v 80.

K118 - K 121 U – Dotaz na G, vypadá, že moc nesleduje, nebo diskuzi nerozumí. Trvá na tipu bez zdůvodnění.

K122 – K124 U – Zjišťuje u dalšího žáka, či ví, o čem se mluví. Žák dává najevo, že ano. Učitel předstírá zájem, ale jeho otázka byla uzavřená.

K125 H – Dává najevo svoje řešení. Je to zajímavé, protože tohle je algebraické řešení. A později uvidíme, že to byl důležitý pohled.

K128 D – Zjišťuje, jak vzniklo žluté řešení. Ptá se, kdo ho vytvořil.

K129 – K131 – Žáci se přihlásí ke svému špatnému řešení. Je vidět, že ve třídě je atmosféra, která netrestá chyby.

K132 D – Snaží se zjistit, jak se mohla stát chyba

K 133 ??? Taky se snaží analyzovat chybu...

K 134 U – Zaregistroval tento směr, ale potřebuje to posunout ještě dál, vyzývá žáky ještě k něčemu.

K135 – K145 – Žáci se snaží zjistit, co by tak U mohl myslet.

K136 U – Přečte znovu zadání. Snaží se „vyresetovat“ žákovské myšlení, nastavit ho na začátek problému. Aby se do úlohy pustili znovu, teď už se všemi získanými dovednostmi.

K147 A – Kouká na úsečku nakreslenou na tabuli a přijde jí, že to asi nebude 2,2 cm, na tabuli je to nakreslené výrazně větší.

K148 H – Má nápad, hlásí se o slovo.

K149 U – Vysvětluje, jaké je „měřítko“ číselné osy. Už nemá čas, blíží se zvonění. Reaguje sám. Pokud by bylo více času, bylo by vhodné tuhle otázku vznést ke třídě.

K150 A – Vysvětlení stačilo.

K151 B – Už se mluví o druhém koncovém bodu... Takže prošlo uvědomění, že úsečka má dva koncové body.

K152 A – Znovu si ujasnila, že výsledkem je oranžová úsečka.

K153 H – Znovu se hlásí o pozornost.

K154 U – Vyzve H k tabuli.

K156 H – H ukazuje na tabuli druhé řešení. Zdůrazní, že koncové body jsou oba dva. Takže koncový bod na rysce 7 může být začátek úsečky.

K157 U – U je nadšený, ale drží se a neutrálně se ptá na souhlas třídy.

K158 vícero – Není jasno, je to pro ně překvapení. Ale ptají se se zájmem.

K159 H – Vysvětluje, proč je to možné. Vrací se k svému výroku  $7 - 2,2$  na K125 H, teď to doplní o  $7 + 2,2$ . Je možné, že mu napověděl algebraický pohled, a proto se mu povedlo najít druhé řešení.

K160, K161 – C i D souhlasí.

K162 H – Ještě vysvětluje, proč je to možné. Podle jeho zdůraznění to vypadá, že pojem koncového bodu u úsečky brzdil najití druhého řešení.

K163 – C je nadšená. Ocenila výsledek, ale asi ocenila i moment vlastního pochopení.

Zvoní... U je otevřeně a hodně nahlas nadšený.

### 3.5 Rozbor přepisu videozáznamu z hlediska 12 klíčových principů Hejného metody

#### 3.5.1 Celkové zhodnocení hodiny

Atmosféra v hodině je objevitelská. Ne všichni žáci pracují, ale větší část z nich ano. Žáci diskutovali i pokud jim učitel nevěnoval zrovna pozornost (39, 40). Žáci se nebojí říkat svoje názory a nápady. Chtějí k tabuli (38), chtějí ukázat, co umí. Učitel občas zbytečně upozorňuje na chyby. Učitel se zeptal 30 otázek, z toho 20 bylo uzavřených a jenom 10 otevřených. Třída je velmi komunikativní, takže učitelův nedostatek ji neomezuje. Při uzavřených otázkách občas zjišťuje, jak žák myslel určitý výrok (18). Když se zeptá, čeká odpověď, pokud se odpověď nedostavuje, vybízí znovu. Diskuze probíhá kultivovaně, jenom

jednou učitel žáky snížil (103), když je přirovná ke svým malým dětem. Radost z objevu se na konci hodiny projeví.

Úloha byla pro třídu relativně náročná. Z rozboru vyplývá, že se narazilo na dvě neuchopené věci:

1. Žáci měli pocit, že úsečka musí vždy začínat od nuly. Takže se snažili úsečku dlouhou 2,2 cm, která končí v bodu 7, uměle „natahovat“ – přičítat stejné délky, násobit.

2. Koncový bod úsečky byl vnímán jako „ten vpravo“. Sice se mluvilo i o tom, že úsečka má dva koncové body, ale žáci dost dlouho řešení, kde úsečka „začíná“ v bodu 7 (když tam má koncový bod), ignorovali.

Bod 1 nebyl dlouho učitelovi známý. Učitel si ho uvědomil až po opakovaných rozbořech, když se k záznamu a přepisu neustále vracel. Bylo to nepochopení, které bylo skryté tím, že učitelovi přišlo velmi nepravděpodobné. Jeho závěr byl, že žáci řešením úlohy sice objevili možnost, že úsečka nezačíná v nule, ale neuchopili ji dostatečně. Takže se k tématu vrátil a žáci dostali sérii úloh s číselnou osou. Měli na osách, kde byly zaznačené dvě až tři čísla, doplnit další čísla a odečíst vzdálenosti různých bodů.

Příklad úlohy na procvičení: Doplňte hodnoty k ryskám a určete délku úsečky AB.



Bod 2 byl učitelovi známější. Po proběhnutí hodiny měl pak už pocit, že toto téma měli možnost si žáci zvědomit dostatečně. Už na toto téma nenarazili a učitel je přestal po roce učit. Takže není jasné, zda se znalost uložila.

### 3.5.2 Rozbor dle jednotlivých principů

**Budování schémat** – Důležité je, aby měli žáci natolik uchopené představy a pojmy, aby z nich dokázali vyvozovat nové závěry. V hodině se pracuje s číselnou osou, ale pro žáky je novou zkušeností, že se měří vzdálenost mezi jejími body, kde ani jeden není v nule. Rozšiřuje se schéma číselné osy, rozšiřuje se schéma desetinného čísla a nečekaně se upevňuje schéma geometrického pojmu úsečka.

**Práce v prostředích** – není nutné, aby žáci obsáhli celé téma najednou. Téma kapitoly bylo desetinná čísla. Žáci celou dobu s desetinným číslem pracovali (konkrétně s 2,2), objevil se tam geometrický přístup, kdy bylo číslo reprezentováno délkou úsečky (třeba 147), ale pak se objevil i přístup s algebraickými operacemi (159).

**Prolínání témat** – Úloha je nastavená tak, aby už v zadání bylo prolínání témat přítomno. V průběhu řešení se žáci dotkli témat desetinná čísla (22) a úsečka (35), ve skryté podobě i téma číselné osy. Ale každý z pojmů se rozebral z víc pohledů. Hodně zajímavý moment byl, když úsečku délky 2,2 cm dokázal žák rozložit na jednotkovou část a na desetinnou část (113). Dokázal pracovat jednotlivě s oběma částmi, prezentoval pochopení velikosti obou částí. Žák, který předtím předpokládal počátek úsečky na nule, nyní už aktivně pracuje se vzdáleností od bodu 7.

**Rozvoj osobnosti** – Učitel u žáků vyžaduje nejen samostatný přístup v hledání odpovědi, ale dává žákům i prostor, přímo je vybízí, aby si dokázali svoje stanovisko obhájit. Poznání se pak rodí na základě diskuze (třeba 36 – 68). Žáci jsou přirozeně komunikativní, učitel se jenom snaží je naučit pravidlům diskuze (103) – bohužel není úplně trpělivý a i tyhle poznatky se jim snaží předat instruktivně.

Velkou výzvou pro učitele je, aby žáky nenásilně přiměl k tomu, že se obrací na sebe navzájem, ne na učitele. V (107) k tomu učitel přímo vyzve. Asi to není ideální přístup, ale na začátek určitě lepší než nic. Protože potřeba žáků, aby se obraceli na učitele, vyplývá z jejich potřeby být hodnocen autoritou, být pochválen nebo oceněn. Pokud žák něco vysvětluje spolužákovi, vychází to z jiné motivace. Motivací může být potřeba pomoc, radost z nabytého poznatku, potřeba se podělit o něco důležitého. Osobnost se rozvíjí jiným směrem než posloucháním autority. Naplněná potřeba pomoci v žákovi vyvolává zážitek dobrého pocitu, který když se opakuje, může vést k altruističtějšímu chování i v běžném životě.

**Skutečná motivace** – Žáci dostali na vyřešení úlohu, ke které neměli návod. Nejdřív byla možná úloha příliš složitá, zdála se jim příliš vzdálená od jejich schopností, aby měli motivaci ji řešit (11 – 14). Ale jak se dostali na známější rovinu (úsečky, koncové body úsečky), začali se přidávat další žáci, rozběhla se spolupráce. Pak už práci nemusel podněcovat učitel, žáci diskutovali (39 – 40), i když se učitel věnoval žákovi u tabule (41). Samozřejmě, někteří žáci nemají tak silnou motivaci poznávat, ale třeba mají zas motivaci spolupracovat s kolektivem. Na zkušenosti s touto třídou se ukazuje, že žáci mají velkou

motivaci chodit k tabuli. Pokud třeba i na doučování dostali možnost psát na tabuli, byli ochotní řešit v podstatě cokoliv.

**Reálné zkušenosti** – S pojmy, které dostatečně neznám, se nedá plnohodnotně pracovat. Můžu je formálně používat, ale to nepřináší hlubší pochopení. Takže když učitel zjistil, že pojem úsečka možná není zřejmý (35), žádal úsečku namalovat (37). Už na začátku (7) je snaha něco říct, ale je to mlhavé. Tak se učitel dotazuje, či je žák schopen myšlenku přenést do obrázku (9) – udělat ji reálnější. Na 2. stupni by měli žáci pracovat s abstraktními pojmy. Pokud nemají jasnou představu, je potřeba najít reprezentaci pojmu, která je žákům srozumitelná. Je důležité hledat různé reprezentace jednotlivých pojmů, protože různí žáci mají různé představy. Ideální je, pokud různé reprezentace vymýšlí sami žáci.

**Radost z matematiky** – Z videa je vidět radost (161, 162, 164), kde žáci objevili něco nového. Nedá se to přenést na papír, ale v jejich hlase bylo nadšení, že se něco nového objevilo. Učitel taky sdílel své nadšení, že se na řešení přišlo. Pokud učitel sdílí své nadšení se žáky, oni ho pak ochotněji projevují před třídou.

Radost z matematiky se buduje postupně. Je to jako dům, ke kterému se postupně přidávají cihly. Pokud jsem úspěšný, přidám cihlu. Pokud mě někdo zesměšní kvůli mému chybnému názoru, několik cihel odeberu. Čím vyšší a pevnější je zeď, tím více se těším na její stavění, tím méně cihel odebírám po nepřijetí. Takže je otázkou, či se v hodině cihly přidávaly nebo odebíraly. Učitel došel k závěru, že se cihly většinou přidávaly.

**Vlastní poznatek** – Pokud by žáci dostali na vyřešení úlohy návod (vezmu si bod 7, pak k němu přičtu úsečku 2,2 cm a na druhou stranu odečtu úsečku 2,2 cm), tak by možná postup zopakovali, ale je otázkou, co by si odnesli, co by pochopili a jak dlouho by si to zapamatovali. Je trochu spekulativní, co si žáci odnesli z řešení úlohy, ale mohlo by to být třeba: upevnění pojmu úsečka (68), vlastnosti úsečky (62), vzdálenosti a umístění čísel na číselné ose (86), pochopení struktury desetinného čísla (113). Pokud si na to žáci přišli sami, je jim to jasné. A pokud to mají ještě vysvětlit spolužákovi, jejich pochopení se prohlubuje, musí argumentovat a ještě se posiluje zapamatování. Takže nejen, že vím, ale dokonce vím proč.

**Role učitele** – Je vidět, že učitel pomalu opouští roli nositele moudra. Ale ještě se mu občas stane, že upozorňuje na chybu (21). A ponechává si zadní dvířka autority, které mu umožňují směřovat proces myšlení žáků (29).

Učitel se snaží o podporu spolupráce, i když občas příliš instruktivně (107). Ale moderuje diskuzi ve třídě (43, 157), která se díky příznivému klimatu vytvořila. Žáci skutečně objevují a hledají řešení. Učitel zatím neumí vytěžit celý potenciál práce s chybou, ale chybu přijímá bez pohoršení. Tím posiluje bezpečí třídy.

Z průběhu hodiny je vidět, že žáci se většinou obrací na učitele (33, 53, 100, ...). Sice probíhá diskuze i mezi nimi, ale zvyk žáků, že učitel je autorita, s kterou chtějí mluvit a vyžadují její schválení, stále trvá. Učitel se snaží obracet na třídu (43, 157), ale občas se neudrží a jako intelektuální autorita zareaguje (21).

Učitel tvořil aktivní složku průběhu hodiny. Částečně je to tím, že klade uzavřené otázky. Vlastně jim neustále říká, co po nich chce, i když to už nejsou instrukce (např. tady udělej čárku, takhle to narýsuj, ...), ale výzvy (12, 23, 60, 92). Je často prostředníkem mezi žáky. Může to být tím, že žáky učí ještě krátce a ještě si nestihli zvyknout na to, že se můžou bavit mezi sebou.

**Práce s chybou** – Pro kvalitní práci s chybou je velmi důležitý učitel. Učitel tady chyby nijak netrestá, přijímá je jako proces tvořivého myšlení. Ale příliš instruktivně korigoval některé scestné myšlenky už v zárodku (29). Velmi silný zásah byl (21). Upozornění na chybu učitele by mělo probíhat postupně – nejdřív zpochybnit výsledek (to by měl učitel dělat, i když je výsledek správně), pak třeba říct, že s řešením nesouhlasí. Ale tady učitel rovnou přeskočil do fáze, kde na chybu nejen upozornil, ale rovnou ukázal, kde je chyba v rozporu se zadáním. Z učení konstruktivního se přeskočilo k učení transmisivnímu. Je otázka, či tahle situace nevznikla, protože chybu udělal učitel na začátku – zadal úlohu a nedal žákům dostatečný čas, aby si zadání promysleli. Nebo byla chyba učitele v tom, že úloha nebyla pro žáky přiměřenou výzvou. Ale tak, jak chceme po žácích, aby se učili z vlastních chyb a vítali je jako možnost růstu, tak bychom měli stejný přístup vyžadovat i po učitelích. Představa dokonalého pedagoga klade na člověka příliš vysoké nároky. A v podstatě překáží jeho zdokonalování (pokud bych měl už teď být dokonalý, tak si nemůžu dovolit přiznat nedokonalost, a proto s ní nemůžu pracovat).

**Přiměřené výzvy** – Úloha byla pro třídu hodně náročná. Z videa je vidět, že přiměřenou výzvou pro většinu dětí byla diskuze nad pojmem úsečka. Ale pro některé děti byla diskuze na pojmem úsečka již příliš jednoduchá. Tito žáci se již byli ochotní zaobírat úlohou jako celkem. Je zde vidět individualizace potřeb žáků. I když se řeší jedna úloha, každý žák si v ní může najít úroveň, která ho může obohatit. Učitel by pak měl ocenit každého na jeho úrovni. To se tady asi úplně nestalo. Učitel vnitřně sice oceňoval diskuzi, která proběhla nad tím, co je úsečka, ale vnější ocenění žákům nedal. Asi mu to v 6. třídě přišlo samozřejmé – tohle je častá chyba učitele. Trochu to napravil tím, že věnoval svojí pozornost vysvětlování pochopení, což je také určitá forma ocenění. Pak ale nutil všechny žáky, aby se k řešení vyjádřili. Byl přesvědčen o tom, že žáci nereagují, protože nedávají pozor. Ale v podstatě nepřipustil možnost, že pro některé žáky je úloha natolik náročná, že v podstatě nemůžou proniknout do hloubky. A protože to žáci vnímají, tak se ani nesnaží.

**Podpora spolupráce** – Z průběhu videa je zřejmé, že kolektiv má výrazně větší sílu, než jednotlivci. Na začátku vypadala úloha neřešitelná. Vzájemnou spoluprací vyústila ke zdárnému řešení. Učitel sice korigoval chyby a porozumění možná více, než bylo nezbytně nutné, ale řešení a možnosti objevovali jednotliví žáci.

Žáci si navzájem sdělují svoje postoje, názory. Na začátku (13) bylo pro A hodně důležité potvrzení od D, že taky nerozumí (14). Získala pocit bezpečí, který pak vedl k tomu, že pak aktivně a kvalitně pracovala.

Velmi aktivní spolupráce probíhá u tabule, kdy žáci pracují ve dvojicích až trojicích, malují úsečky a domlouvají se. Z technických důvodů nebylo možno záznam přepsat, bylo tam příliš mnoho hlasů. V tomto momentu pracovali i žáci, kteří se celkové diskuze neúčastnili. Tito se zapojili pouze k dění v menších skupinkách. Když dostali možnost si vybrat, s kým budou pracovat, motivovalo je to k matematickému výkonu. To, jak si jednotliví žáci navzájem pomáhali, vysvětlovali, hledali různá řešení, je velmi pozitivní. Učitel z toho získal dojem, že to je ten moment, kdy dochází k učení v pravém slova smyslu, kdy se vytváří v mozku ty správné spoje.

Hodně zajímavý moment nastal na konci (156). Žák, který nebyl v hodině příliš aktivní, nevyjadřoval se, přišel s druhým řešením, které ostatní žáky překvapilo. Bylo zajímavé vidět, jak H vysvětlil svoje řešení (159) a to, jak ho aspoň někteří žáci pak okamžitě přijali. Vysvětlení bylo jasné a zřetelné. Ale hodně důležité bylo i to, že ho nepodával učitel,



ale podával ho žák. A určitě se na rychlosti přijetí zúročil čas, který byl věnován základním pojmům.

## Závěr

Stěžejní částí práce byl rozbor videozáznamu z hodiny matematiky vedené Hejného metodou. Rozbor se skládal ze dvou částí – hloubkového rozboru a pak rozboru z pohledu 12 klíčových principů Hejného metody. Práce ukázala některé možnosti, které může rozbor poskytnout – hlubší proniknutí do podstaty procesů odehrávajících se ve třídě, hlubší pochopení myšlenkových procesů jednotlivých žáků, objektivnější pohled na roli, kterou učitel zastává ve třídě.

Učitel z našeho rozboru je na cestě k roli průvodce a moderátora diskuzí, ale ještě musí zapracovat na opravování chyb a dovednosti pokládat otevřené. Jinak je atmosféra ve třídě pracovní, bezpečná, takže žáci mají možnost tvořivě získávat znalosti. Hodina byla vedena v souladu s 12 klíčovými principy, i když jejich potenciál nebyl plně využit.

Práce ukázala možnosti rozboru hodiny. Na konkrétním příkladu ukázala možnosti hloubkového rozboru, kde se postupuje výrok po výroku. Pak se stanovila základní kritéria pro rozbor hodiny dle principů Hejného metody a udělal se rozbor podle nich. Nakonec byl rozbor proveden podle 12 klíčových principů, které jsou v práci krátce nastíněny.

V práci je hodně prostoru věnováno změně role učitele. Mluví se o tom, že učitel by měl být průvodcem samostatného poznávání žáků, moderátorem diskuzí. V rozboru se toto téma zdůrazňuje. Po přečtení přepisu videozáznamu a rozborů by mělo být možné si roli učitele v Hejného metodě představit v praxi. A je možnost srovnat ideální případ s reálnou situací učitele, který se snaží konat v souladu s 12 klíčovými principy, ale jeho práce ještě obsahuje nedostatky.

Pro rozbor hodiny je důležité si stanovit cíl (cíle), který se rozbořem sleduje. Dílčí cíle rozboru můžou být stanoveny různě, podle toho, proč se rozbor dělá a na to se učitel potřebuje zaměřit. Ale hlavní motiv pro rozbor by měl být jasný – přinést hlubší představu o procesech ve třídě a o působení učitele, jako jednoho z aktérů. Takže by měl vést k větší odbornosti učitele a tím ke zkvalitnění výuky ve třídě.

## Seznam použité literatury

- [1] Procházková, Jarmila. . Některé otázky rozboru vyučovacích hodin. [citace ].  
[http://pages.pedf.cuni.cz/pedagogika/?attachment\\_id=6499&edmc=6499](http://pages.pedf.cuni.cz/pedagogika/?attachment_id=6499&edmc=6499)
- [2] Hejný, Milan, Kuřina, František. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2015. ISBN 978-80-262-0901-0
- [3] Hejný, Milan. *Teória vyučovania matematiky*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1990. ISBN 80-08-01344-3
- [4] Hejný, Milan. 12 klíčových principů. Hejného metoda. [citace 2020]. <https://www.h-mat.cz/principy>
- [5] Piaget, Jean. *Psychologie inteligence*. Praha: Portál, 1999. ISBN 80-7178-309-9
- [6] Hejný, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. Praha: Pedagogická fakulta, UK, 2014. ISBN 9788072907762
- [7] Pracovníci wikiHow, Jak klást otevřené otázky, wikiHow, Inc., [citace 2020]  
<https://www.wikihow.cz/Jak-kl%C3%A1st-otev%C5%99en%C3%A9-ot%C3%1zky>