

UNIVERZITA PARDUBICE

FAKULTA CHEMICKO-TECHNOLOGICKÁ

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2020

Bc. Michal Chejn

Univerzita Pardubice  
Fakulta chemicko-technologická

Pád kulových částic v systému newtonská kapalina-plyn

2020

Bc. Michal Chejn

Univerzita Pardubice  
Fakulta chemicko-technologická  
Akademický rok: 2019/2020

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE (projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Michal Chejn**  
Osobní číslo: **C18513**  
Studijní program: **N2807 Chemické a procesní inženýrství**  
Studijní obor: **Chemické inženýrství**  
Téma práce: **Pád kulových částic v systému newtonská kapalina-plyn**  
Zadávací katedra: **Ústav environmentálního a chemického inženýrství**

### Zásady pro vypracování

1. Zpracujte literární rešerši ohledně stanovení fyzikálních vlastností směsi kapalina-plyn a zadržte plyn v newtonské kapalině, dispergace plynné fáze v těchto kapalinách a případně pádu kulových částic v systémech kapalina-plyn.
2. Vyberte vhodný systém pro měření pádu kulové částice v plouživé oblasti a stanovte fyzikální vlastnosti jednotlivých fází systému. Na daném experimentálním zařízení stanovte zadrž plyn v modelové kapalině a následně proměřte pádovou rychlost kulových částic ve vybraných systémech kapalina-plyn-částice.
3. Experimentální data vhodným způsobem vyhodnoťte a porovnejte hodnoty pádových rychlostí ve směsi kapalina-plyn a v samotné kapalině.
4. Diplomovou práci zpracujte v souladu se Směnicí UPa č. 9/2012 „Pravidla pro zveřejňování závěrečných prací a jejich základní jednotnou formální úpravu“ v platném znění.

Rozsah pracovní zprávy:  
Rozsah grafických prací:  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná**

Seznam doporučené literatury:

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Bedřich Šiška, CSc.**  
Ústav environmentálního a chemického inženýrství

Konzultant diplomové práce: **prof. Ing. Ivan Machač, CSc.**  
Ústav environmentálního a chemického inženýrství

Datum zadání diplomové práce: **5. února 2020**  
Termín odevzdání diplomové práce: **7. května 2020**

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 29.6. 2020

Bc. Michal Chejn

## **PODĚKOVÁNÍ**

Tímto bych chtěl poděkovat vedoucímu diplomové práce Ing. Bedřichu Šiškoví, CSc. za všestrannou pomoc při experimentálních měřeních a cenné připomínky při řešení diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat prof. Ing. Ivanu Macháčovi, CSc. za přínosné konzultace okolo teoretické rešerše a experimentálního popisu. Velké poděkování patří celému kolektivu pedagogů a pracovníků Ústavu enviromentálního a chemického inženýrství za vytvoření velmi příjemného pracovního prostředí při práci v laboratoři.

Rád bych také poděkoval rodině za jejich trpělivost při mém studiu a všestrannou pomoc po dobu celých 5 let studia na Univerzitě Pardubice.

## **ANOTACE**

Diplomová práce se zabývá studiem pádu kulových částic v plouživé oblasti v modelové kapalině a ve dvoufázovém systému modelová kapalina-vzduch. Tato práce porovnává rychlosti padajících kulových částic stanovených v jednofázovém a dvoufázovém systému. V teoretické rešeršní části jsou popsány metody stanovení fyzikálních vlastností systému ve dvoufázových systémech. Dále jsou zde popsány distributory plynu, vliv stěn kolony při pádu částic a jednotlivé režimy pádu kulových částic. V experimentální části jsou pak popsány měření pádů kulových částic v jednofázovém a dvoufázovém systému. Na základě experimentálních měření byla stanovena zádrž plynu pomocí analýzy obrazu a vizuálních měření.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Pád kulové částice, modelová kapalina, dvoufázový systém

## **TITLE**

Fall of spherical particles in the Newtonian liquid-gas system

## **ANNOTATION**

Diploma thesis aims to study fall of spherical particles in the model liquids and in the two-phase model liquid-air system. The thesis compares velocities of spherical particles falling in single-phase and two-phase systems. The theoretical part describes the method of the determination of physical properties of two-phase systems. Furthermore, it describes the distributors of gases, the influence of the column walls during particle fall and the modes of spherical particle fall. The experimental part describes the measurements of falling velocities of spherical particle in single-phase and two-phase systems. Based on experimental measurements, gas holdup was determined by image analysis and visual measurements.

## **KEYWORDS**

Fall of spherical particles, model liquid, two phase system

## OBSAH

PODĚKOVÁNÍ .....	6
ANOTACE .....	7
KLÍČOVÁ SLOVA .....	7
TITLE .....	7
ANNOTATION .....	7
KEYWORDS .....	7
OBSAH .....	8
SEZNAM ILUSTRACÍ A TABULEK .....	10
SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK .....	11
ÚVOD .....	15
1 Fyzikální vlastnosti směsi kapalina-plyn .....	16
1.1 Viskozita .....	16
1.1.1 Newtonské tekutiny .....	16
1.1.2 Neneutonské tekutiny .....	17
1.1.3 Stanovení viskozity .....	18
1.1.4 Výpočet viskozity dvoufázového homogenního systému .....	19
1.2 Hustota .....	21
1.2.1 Výpočet hustoty dvoufázového systému kapalina-plyn .....	22
1.3 Zadrž plynu a její měření .....	23
1.3.1 Stanovení zádrže plynu pomocí změny výšky .....	24
1.3.2 Měření zádrže plynu pomocí tlakového rozdílu .....	24
1.4 Poloempirické rovnice stanovení zádrže plynu .....	28
2 Rozdělovací systémy plynu .....	30
2.1 Režimy toku směsi kapalina-plyn .....	31
2.1.1 Homogenní režim toku .....	31
2.1.2 Režim přechodového toku .....	31
2.1.3 Heterogenní režim toku .....	32
2.1.4 „Střelový“ (projektilový) režim toku .....	32
2.1.5 Režim prstencového toku .....	32
3 Pádová rychlost osamocené tuhé částice v tekutině .....	33
4 Pád kulových částic v newtonské kapalině .....	35
4.1 Plouživá oblast .....	35
4.2 Přejídná oblast .....	36
4.3 Newtonská oblast .....	36



4.4	Pádová rychlost .....	37
5	Vliv stěn kolony na pád osamocené částice v newtonské tekutině.....	38
5.1	Pádová rychlost kulových částic ve směsi kapalina-plyn .....	39
6	Experimentální část.....	<b>Chyba! Záložka není definována.</b>
6.1	Experimentální zařízení .....	40
6.2	Distributory plynu .....	41
6.3	Modelová kapalina .....	43
6.4	Modelové částice.....	44
6.5	Postup měření pádu kulové částice v samotné kapalině .....	44
6.6	Aerace modelové kapaliny .....	45
6.7	Určení zádrže vzduchu .....	45
6.8	Měření pádové rychlosti kulových částic ve dvoufázovém systému .....	46
7	Vyhodnocení, výsledky a diskuse.....	47
7.1	Fyzikální parametry modelové kapaliny .....	47
7.2	Stanovení pádové rychlosti částice v samotné kapalině .....	48
7.2.1	Pádová rychlost z vizuálního pozorování .....	48
7.2.2	Pádová rychlost z analýzy obrazu.....	49
7.2.3	Porovnání hodnot pádové rychlost z vizuálního pozorování a analýzy obrazu..	51
7.2.4	Korekce pádové rychlosti na neomezené prostředí a porovnání s teoretickou rychlostí při plouživém režimu .....	52
7.3	Výpočet viskozity.....	53
7.4	Aerace modelové kapaliny .....	54
7.5	Stanovení zádrže plynu v modelové kapalině.....	56
7.5.1	Analýza obrazu – výška hladiny vrstvy .....	57
7.5.2	Tlaková diference .....	59
7.5.3	Porovnání zádrže plynu stanovené pomocí analýzy obrazu a tlakové diference	59
7.6	Pád kulové částice ve dvoufázovém systému .....	61
7.6.1	Určení pádové rychlosti kulové částice z vizuálních měření.....	61
7.6.2	Stanovení pádové rychlosti z analýzy obrazu.....	62
7.6.3	Porovnání pádových rychlostí částic ve dvoufázovém systému a v modelové kapalině	63
7.6.4	Určení průměru a rychlosti bublin .....	64
7.6.5	Korekce pádové rychlosti částic .....	66
	ZÁVĚR .....	68
	POUŽITÁ LITERATURA .....	70

## SEZNAM ILUSTRACÍ A TABULEK

Obrázek 1 – Popis kolony .....	26
Obrázek 2 – Analýza osamocené tuhé částice .....	33
Obrázek 3 – Schéma experimentálního zařízení .....	41
Obrázek 4 – Schéma umístění vstupního distributoru plynu a síťového distributoru ve spodní části kolony .....	41
Obrázek 5 – Vstupní distributor se dvěma rameny (DD) .....	42
Obrázek 6 – Vstupní distributor s šesti rameny (ŠD) .....	42
Obrázek 7 – Vstupní distributor ve tvaru sprchové hlavice (SD) .....	42
Obrázek 8 – Síťové distributory .....	43
Obrázek 9 – Sekvence snímků z videa pro částici C .....	49
Obrázek 10 – Záznam trajektorie padající částice C v modelové kapalině .....	50
Obrázek 11 – a) Projektilový (střelový) režim, b) pseudohomogenní vrstva .....	54
Obrázek 12 – Snímky pro počáteční výšku hladinu kapaliny a) a hladinu vrstvy při ukončení aerace b) .....	58
Obrázek 13 – Sekvence obrazů pro stanovení pádové rychlosti ve dvoufázovém systému pro částici C1 .....	63
Tabulka 1 – Rovnice pro stanovení zádrže plynu .....	30
Tabulka 2 – Hodnoty součinitele odporu .....	34
Tabulka 3 – Fyzikální vlastnosti kulových částic .....	44
Tabulka 4 – Pyknometrické stanovení hustoty .....	47
Tabulka 5 – Stanovení viskozity .....	48
Tabulka 6 – Výpočet pádové rychlosti pro délku dráhy 0,25 m .....	48
Tabulka 7 – Výpočet pádové rychlosti pro délku dráhy 0,5 m .....	49
Tabulka 8 – Vyhodnocení pádu kulové částice pomocí ImageJ .....	51
Tabulka 9 – Porovnání průměrných hodnot pádových rychlost z vizuálního pozorování a z analýzy obrazu .....	51
Tabulka 10 – Hodnoty Reynoldsova kritéria .....	52
Tabulka 11 – Teoretické rychlosti pádu částic .....	52
Tabulka 12 – Faxenův korekční faktor .....	53
Tabulka 13 – Porovnání teoretické a experimentální rychlosti pádu kulové částice .....	53
Tabulka 14 – Viskozita modelové kapaliny určená z pádových rychlostí částic .....	54
Tabulka 15 – Příklad vyhodnocených hodnot zádrže plynu .....	59
Tabulka 16 – Naměřené hodnoty času pádu pro dráhu 0,25 m .....	61
Tabulka 17 – Průměrná zádrž plynu pro kulové částice padající na dráze 0,25 m .....	62
Tabulka 18 – Rychlost částic ve dvoufázovém systému pro dráhu 0,25 m .....	62
Tabulka 19 – Výsledky vyhodnocení pádu kulové částice pomocí ImageJ .....	63
Tabulka 20 – Porovnání průměrných pádových rychlostí ve dvoufázovém systému a v modelové kapalině vizuální metodou .....	64
Tabulka 21 – Vyhodnocení průměru a rychlosti bublin .....	65
Tabulka 22 – Procentuální zastoupení bublin ve dvoufázovém systému .....	66
Tabulka 23 – Vyhodnocení pádu kulové částice a interakce plynné fáze .....	67

## SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

$c_d$	součinitel odporu	[-]	
$d$	průměr částice	[m]	[L]
$D$	průměr trubky/kolony	[m]	[L]
$d_r$	Poměr průměru částic a průměru kolony	[-]	
$Eo$	Eötvösovo kritérium	[-]	
$F$	Síla	[kg·m·s <sup>-2</sup> ]	[MLT <sup>-2</sup> ]
$Fr$	Freudeho kritérium	[-]	
$F_w$	korekční faktor	[-]	
$g$	gravitační zrychlení	[m·s <sup>-2</sup> ]	[LT <sup>-2</sup> ]
$\Delta P$	rozdíl tlaku mezi dvěma měřenými body	[Pa]	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$h$	výška kapaliny v manometru	[m]	[L]
$h_T$	poměr počáteční výšky hladiny a průměru kolony	[-]	
$H$	výška kolony	[m]	[L]
$H_0$	počáteční výška kapaliny	[m]	[L]
$H_g$	celková výška kapaliny a plynu	[m]	[L]
$H_R$	Poměr výšky probublávané kapaliny v koloně a průměr kolony	[-]	
$\vec{I}$	jednotkový tenzor	[-]	
$l$	délka kapiláry	[m]	[L]
$L$	vzdálenost tlakových odběrných míst	[m]	[L]
$M$	hmotnost pyknometru	[g]	[M]
$\dot{m}$	intenzita hmotnostního toku	[kg·m <sup>-2</sup> s <sup>-1</sup> ]	[ML <sup>-2</sup> T <sup>-1</sup> ]
$Mo$	Mortonovo kritérium	[-]	

$p$	hydrodynamický tlak	[Pa]	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$P_{zt}$	tlaková ztráta způsobená třením při proudění	[Pa]	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$r$	poloměr kapiláry	[m]	[L]
$Re$	Reynoldsovo kritérium	[-]	
$S$	plocha, průřez	[m <sup>2</sup> ]	[L <sup>2</sup> ]
$t$	čas	[s]	[T]
$u$	rychlost	[m·s <sup>-1</sup> ]	[LT <sup>-1</sup> ]
$\vec{u}$	vektor rychlosti	[m·s <sup>-1</sup> ]	[LT <sup>-1</sup> ]
$u_l$	aktuální rychlosti kapaliny	[m·s <sup>-1</sup> ]	[LT <sup>-1</sup> ]
$V$	objem	[m <sup>3</sup> ]	[L <sup>3</sup> ]
$\dot{V}$	objemový průtok	[m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> ]	[L <sup>3</sup> T <sup>-1</sup> ]
$y'$	hmotnostní zlomek v plynné fázi	[-]	
$z_d$	poměr aktuální a ideální rychlosti kapaliny opouštějící senzor	[-]	

### Řecké symboly

$\alpha$	zádrž plynné fáze	[-]	
$\beta$	poměr hustot	[-]	
$\vec{\dot{\gamma}}$	tenzor rychlosti deformace	[s <sup>-1</sup> ]	[T <sup>-1</sup> ]
$\eta$	zdánlivá viskozita	[Pa·s]	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup> ]
$\Delta$	rozdíl veličiny	[-]	
$\sigma$	povrchové napětí	[N·m <sup>-1</sup> ], [J·m <sup>-2</sup> ]	[MT <sup>-2</sup> ]
$\vec{\tau}$	tenzor vazkých napětí	[Pa]	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$\tau$	stříhové napětí	[Pa]	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup> ]
$\mu$	dynamická viskozita	[Pa·s]	[ML <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup> ]
$\rho$	hustota	[kg·m <sup>-3</sup> ]	[ML <sup>-3</sup> ]

$\nu$  Kinematická viskozita  $[\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$   $[\text{L}^2 \text{S}^{-1}]$

### Indexy – spodní

a zrychlení  
air vzduch  
bč interakce bublina-částice  
e ekvivalentní  
exp experimentálně změřeno  
g plynná fáze  
gr gravitační  
h hydrostatický  
ImageJ Měřeno v programu ImageJ pomocí pluginu MTrackJ  
k porovnávací kapalina  
l kapalná fáze  
m vícefázová směs  
mp vícefázový tok  
p pád  
ref referenční složka  
s střední  
so tuhá fáze  
se setrvačná  
od odpor  
um manometr  
ubb měřeno na Ubbelohdeho viskozimetru  
viz vizuálně měřeno  
vz vztlaková

z	ztráta
0	prázdný pyknometr
1	naplněný pyknometr měřenou kapalinou
2	naplněný pyknometr referenční kapalinou
$\infty$	nekonečný prostor
0,25	dráha padající částice 0,25 m
0,5	dráha padající částice 0,50 m

### **Indexy – horní**

ls	dvoufázový systém kapalina-tuhá látka
lsg	třífázový systém kapalina-tuhá látka-plyn

## ÚVOD

S tokem dvoufázových a třífázových směsí se setkáváme v průmyslových zařízeních řady technologických procesů. Jedná se zejména o zařízení pro dopravu směsí kapalina-plyn a kapalina-plyn-tuhé částice a o probublávané a třífázové fluidní reaktory.

Chování vícefázových systémů při toku je složité a závisí na vlastnostech složek, na tvaru, rozměrech a koncentraci dílčích částí, na rychlosti fází i na geometrii systému. Teoretický popis toků vícefázových směsí je složitý, proto se při jejich studiu obvykle vychází z experimentu.

Jednou ze základních vlastností pro charakterizaci směsí tekutina-tuhé částice je pádová rychlost (rychlost ustáleného pádu) částic v dané tekutině. Dostatek informací existuje v odborné literatuře o výpočtu pádové rychlosti tuhých kulových i nekulových částic v samotných newtonských i neneutronských tekutinách [1]. Při literární rešerši však nebyla nalezena žádná práce zabývající se studiem pádu tuhé částice ve směsi kapalina-plyn. V této souvislosti je náplní zadané diplomové práce experimentální stanovení pádové rychlosti kulové částice v nehybné probublávané newtonské kapalině. Kapalina je naplněna ve válcové koloně a režim obtékání koule při pádu kapalinou je plouživý.

# 1 Fyzikální vlastnosti směsi kapalina-plyn

Mezi základní fyzikální vlastnosti směsi lze zahrnout teplotu, hustotu, viskozitu a zádrž plynu v kapalině.

## 1.1 Viskozita

Viskozita je fyzikální veličina, která vyjadřuje poměr mezi tečným napětím a rychlostí deformace při smykovém toku tekutiny. U čistě viskózních tekutin je obecně koeficientem úměrnosti v závislosti tenzoru rychlosti deformace na tenzoru vazkého napětí (reologická stavová rovnice). Tenzor rychlosti deformace je definován jako symetrická část tenzoru gradientu rychlosti

$$\vec{\gamma} = \frac{1}{2} [\nabla \vec{u}_A + (\nabla \vec{u}_A)^T], \quad (1)$$

složky tenzoru vazkých napětí  $\vec{\tau}$  jsou deformační napětí působící v tekutině. Podle typu stavové reologické rovnice se rozlišují dvě základní skupiny tekutin – newtonské a neneutonské.

### 1.1.1 Newtonské tekutiny

Do této kategorie patří tekutiny, jejichž stavovou reologickou rovnici je možné zapsat ve tvaru

$$\vec{\tau} = -2\mu \left( \vec{\gamma} - \frac{1}{3} I \nabla \cdot \vec{u} \right), \quad (2)$$

kde  $\mu$  je dynamická viskozita.

Jako newtonské se chovají všechny plyny a nízkomolekulární kapaliny (voda, benzen apod). Divergence  $\nabla \cdot \vec{u}$  vektoru rychlosti je pro nestlačitelné tekutiny nulová. Obecně platí, že stlačitelnost kapalin je zanedbatelně malá. Pro nestlačitelné tekutiny pak rovnice (1) přechází na jednodušší tvar

$$\vec{\tau} = -2\mu \vec{\gamma} \quad (3)$$

Dynamická viskozita  $\mu$  tekutiny je materiálovou konstantou, která je závislá na teplotě a tlaku, ale nezávisí na rychlosti deformace [2].



### 1.1.2 Nenewtonské tekutiny

Nenewtonské kapaliny jsou látky, pro které neplatí konstitutivní rovnice newtonské tekutiny. Při proudění tekutin se složitější vnitřní strukturou (např. roztoky a taveniny polymerů, suspenze, emulze, pasty aj.) byly pozorovány jevy, které za předpokladu platnosti konstitutivní rovnice (2) nelze očekávat. Mezi tyto reologické jevy patří např. proměnlivost viskozity s rychlostí toku, nenulovost rozdílu normálových napětí při smykových tocích, relaxace napětí apod. K jejich popisu je třeba složitějších (nelineárních) konstitutivních rovnic.

Vzhledem k rozmanitosti nenewtonských anomálií neexistuje universální reologická stavová rovnice nenewtonské kapaliny a jejich jednotlivé typy lze klasifikovat podle různých hledisek. Tradičním hlediskem je chování kapalin při jednorozměrných smykových tocích. Na základě toho můžeme nenewtonské kapaliny např. rozdělit na tři základní skupiny:

- kapaliny čistě viskózní, časově nezávislé (bez meze toku, nebo s mezí toku)
- kapaliny čistě viskózní s časově závislou složkou rychlosti deformace (tixotropní nebo reopexní)
- kapaliny s elastickou složkou deformace – viskoelastické kapaliny

Uvedené rozdělení tekutin je rámcové, protože nenewtonské kapaliny často vykazují kombinaci různých nenewtonských anomálií.

U čistě viskózních tekutin je nenewtonská (zdánlivá) viskozita  $\eta$  funkcí rychlosti deformace  $\dot{\gamma}$ . Nejběžnějším typem těchto kapalin bez meze toku jsou *kapaliny pseudoplastické*, u kterých viskozita klesá s rostoucí rychlostí deformace či napětím. Takto se např. chovají roztoky a taveniny polymerů, suspenze, biologické substráty a mnohé další kapaliny. Naopak kapaliny, u nichž viskozita s rostoucí rychlostí deformace stoupá se označují jako *dilatantní*. Dilatance je typická pro extrémně koncentrované suspenze (např. škrobu ve studené vodě).

*Tixotropní chování* kapalin se projevuje u časově závislých čistě viskózních kapalin poklesem zdánlivé viskozity s časem při působení konstantního napětí nebo rychlosti deformace. Tixotropní chování vykazují např. nátěrové hmoty. U *reopexních (antitixotropních)* kapalin zdánlivá viskozita s dobou působení napětí roste (např. inkoust do tiskárny).

K vyjádření průběhu závislosti viskozity na rychlosti deformace (viskozitní funkce) se používají tokové (viskozitní) modely. V reologické literatuře se uvádí celá řada modelů jako např. mocninný model (Ostwaldův-de Waeleův), Siskův model, Carreauův – Yasudaův model

a další. Přehled často používaných modelů pro neneutonské tekutiny lze nalézt například v literatuře [3].

### 1.1.3 Stanovení viskozity

K měření viskozity se běžně používají výtokové, tělískové, rotační a vibrační viskozimetry. Podmínkou správného měření viskozity je vždy laminarita proudění v celém rozsahu měření a dobře definovaná geometrie toku.

Za velmi přesné pro měření viskozity newtonských kapalin lze považovat kapilární výtokové viskozimetry. Kapilární viskozimetry jsou jednoduchá zařízení založená na měření objemového průtoku kapaliny kapilárou definovaných rozměrů za daného tlakového spádu. Výchozím principem je Hagen-Poiseuillova rovnice pro svisle umístěnou kapiláru kruhového průřezu:

$$\mu = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 V l} \quad (4)$$

kde  $r$  je poloměr kapiláry.

Kapilární viskozimetry jsou různé konstrukce, např. Ubbelohdeho viskozimetr, Ostwaldův viskozimetr, Fordův pohárek, Mariotteova láhev apod. [4].

Při měření viskozity Ubbelohdeho viskozimetrem se využívá principu srovnávání času průtoku známé referenční kapaliny a kapaliny měřené. Pro poměr jejich dynamických viskozit platí rovnice:

$$\frac{\mu}{\mu_{ref}} = \frac{\tau \rho}{\tau_{ref} \rho_{ref}} \quad (5)$$

Jednoduchou úpravou rovnice (5) lze dostat:

$$\frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{\mu_{ref}}{\rho_{ref}}} = \frac{\tau}{\tau_{ref}} \quad (6)$$

Z definice kinematické viskozity pak platí:

$$\frac{\nu}{\nu_{ref}} = \frac{\tau}{\tau_{ref}} \quad (7)$$

#### 1.1.4 Výpočet viskozity dvoufázového homogenního systému

Pro řešení proudění vícefázových směsí je potřebná znalost jejich fyzikálních vlastností. Základní charakteristiku proudění lze odhadnout ze znalosti Reynoldsova kritéria definovaného

$$Re_m = \frac{D_e u_s \rho_l}{\mu_l} \quad (8)$$

Pro bližší specifikaci pomocí hmotnostního průtoku lze Reynoldsovo kritérium vyjádřit

$$Re_m = \frac{\dot{m}D}{\mu_m} \quad (9)$$

Stanovení dynamické viskozity vícefázových systémů dle autorů Awada a Muzychky [5] je spíše empirické povahy a v dále uváděných vztazích se vyjadřuje v závislosti na hmotnostním zlomku  $y'$  plynu. Jejich předpokladem je, že kapalina i plyn jsou homogenní. Stanovení dynamické viskozity dvoufázových nebo třífázových systémů lze rozdělit do dvou skupin. Pro první skupinu platí, že

$$y' = 0; \mu_m = \mu_l \quad (10)$$

$$y' = 1; \mu_m = \mu_g \quad (11)$$

kde  $\mu_m$  je dynamická viskozita směsi,  $\mu_l$  je dynamická viskozita kapaliny,  $\mu_g$  je dynamická viskozita plynné fáze. Pro druhou skupinu vztahy (9) a (10) nejsou splněny.

Např. McAdams a kol. [6] popsali stanovení viskozity dvoufázových systémů pomocí rovnice

$$\mu_m = \frac{1}{\frac{y'}{\mu_g} + \frac{1-y'}{\mu_l}} \quad (12)$$

Reynoldsovo kritérium homogenního systému s dynamickou viskozitou  $\mu_m$  vypočítanou podle rovnice (9) pak odpovídá součtu vypočítaných Reynoldsových čísel čisté kapaliny a plynu.

Cicchitti a kolektiv [7] definovali viskozitu dvoufázových systémů rovnicí 13:

$$\mu_m = y' \mu_g + (1 - y') \mu_l \quad (13)$$

Tato rovnice je vlastně korekcí vztahu, který navrhli McAdams a kol. a má jen lépe popisovat experimentální data. Owens [8] uvedl, že dynamická viskozita směsi závisí zejména na dynamické viskozitě kapaliny.

Dále Dukler a kolektiv [9] popsali stanovení dynamické viskozity dvoufázového systému pomocí průměrné kinematické viskozity rovnicí 14:

$$\mu_m = \rho_m \left[ y' \left( \frac{\mu_g}{\rho_g} \right) + (1 - y') \left( \frac{\mu_l}{\rho_l} \right) \right] \quad (14)$$

resp.

$$v_m = y' v_g + (1 - y') v_l \quad (15)$$

Garcia a kolektiv [10] definovali Reynoldsovo kritérium pro dvoufázové systémy pomocí kinematické viskozity kapalně fáze namísto kinematické viskozity fáze plynné. Důvodem využití kinematické viskozity kapalně fáze je fakt, že ta převažuje oproti množství plynu ve směsi. Přitom vyjádřili viskozitu směsi rovnicí:

$$\mu_m = \mu_l \left( \frac{\rho_m}{\rho_l} \right) = \frac{\mu_l \rho_g}{y' \rho_l + (1 - y') \rho_g} \quad (16)$$

Tento model neplatí pro celý rozsah složení  $y' = 0$  až 1.

Na základě analogie s vyjádřením tepelné vodivosti při sdílení tepla ve dvousložkové směsi navrhli autoři Awad a Muzychk [5] nové modely pro výpočet viskozity  $\mu_m$  a označují je jako Maxwellovy-Euckenovy viskozitní modely 1 a 2 a EMT model.

Maxwellův-Euckenův viskozitní model 1 lze popsat rovnicí

$$\mu_m = \mu_l \frac{2\mu_l + \mu_g - 2(\mu_l - \mu_g)y'}{2\mu_l + \mu_g + (\mu_l - \mu_g)y'} \quad (17)$$

Maxwellův-Euckenův model 2 pak rovnicí

$$\mu_m = \mu_l \frac{2\mu_g + \mu_l - 2(\mu_g - \mu_l)(1 - y')}{2\mu_g + \mu_l + (\mu_g - \mu_l)(1 - y')} \quad (18)$$

Posledním zmíněným je tzv. Effective Medium Theory (EMT) viskozitní model. Tento model lze popsat rovnicí

$$(1 - y') \frac{\mu_l - \mu_m}{\mu_l + 2\mu_m} + y' \frac{\mu_g - \mu_m}{\mu_g - 2\mu_m} = 0 \quad (19)$$

Při porovnání těchto modelů při výpočtu součinitele tření při proudění směsi kapalina–plyn trubkou kruhového průřezu [5] nejmenší střední kvadratickou odchylku od experimentálních dat vykazoval model EMT (19,99 %), dále Maxwellův-Euckenův model 1 (21,15 %) a poté model navržený autory Cichitti a kol. (22,92 %).

## 1.2 Hustota

Znalost hustoty je vedle viskozity (i dalších materiálových vlastností) nezbytná pro popis chování tekutin a jejich směsí. U homogenních kapalin lze hustotu měřit různými metodami.

1) *Pyknometrické stanovení hustoty* – Jedná se o velmi často používanou metodu stanovení hustoty kapaliny na základě rozdílu hmotností pyknometru s měřenou kapalinou a pyknometru s kapalinou o známé hustotě. Pro výpočet hustoty pak platí rovnice

$$\rho = \frac{m_1 - m_0}{m_2 - m_0} (\rho_k - \rho_{air}) + \rho_{air} \quad (20)$$

Výhodou pyknometrického stanovení hustoty je vysoká přesnost naměřené hustoty, a to zejména při použití analytických vah s přesností na 4 desetinná místa [11].

2) *Hydrostatická metoda* – Tato metoda je jednou z nejstarších měření hustot a používá se pouze pro výpočet hustoty u nehybných kapalin (v nádržích). Metoda využívá vztahu pro výpočet hydrostatického tlaku

$$\Delta p_h = h \rho g \quad (21)$$

kde  $\Delta p_h$  je rozdíl tlaků v místech lišících se o výšku  $h$ , ve které se nachází sloupec kapaliny,  $\rho$  je hustota kapaliny a  $g$  je gravitační zrychlení. Pro výpočet hustoty pak jednoduchou úpravou rovnice 21 přechází na rovnici 22:

$$\rho = \frac{\Delta p_h}{hg} \quad (22)$$

Dalšími metodami pro stanovení hustoty jsou např.:

- a) metody založené na měření rovnováhy mezi vztlakem a hydrostatickým tlakem
- b) metody využívající změnu hmotnosti, kde se při toku kapaliny měří výchylky potrubí ze speciálního materiálu
- c) akustické metody měření hustoty (princip založený na přenosu nebo odrazu ultrazvukové vlny, která prochází protékanou kapalinou o neznámé hustotě)
- d) radiometrické měření hustoty. Velmi často se využívá v petrochemickém průmyslu. Jsou vysoce regulována vládními nařízeními, jelikož se používá radioaktivní materiál.
- e) mechanické vibrační techniky – Pomocí této techniky lze stanovit hustotu dvoufázových směsí u plynu rozpuštěného v kapalině. Nevýhodou této metody je, že se zvyšujícím se objemovým průtokem plynu roste chyba měření [12].

### 1.2.1 Výpočet hustoty dvoufázového systému kapalina-plyn

V případě dvoufázových nebo třífázových systémů je přímé stanovení hustoty obtížné, protože doposud neexistuje jednoduchý přístroj, kterým by se dala změřit její hodnota. Hodnotu  $\rho_m$  hustoty směsi kapalina-plyn lze učit výpočtem ze znalosti hustot jednotlivých složek podle vztahu

$$\rho_m = \alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_g) \rho_l. \quad (23)$$

Hustota tekutiny  $\rho_l$  kapaliny je mnohem větší než hustota  $\rho_g$  plynu, takže součin  $\alpha_g \rho_g$  lze zanedbat. Pak se rovnice 23 zjednoduší na tvar

$$\rho_m = (1 - \alpha_g) \rho_l \quad (24)$$

Způsob stanovení objemového zlomku plynné fáze a hustoty při proudění směsi voda–vzduch vertikální kolonou uvádí autor [12].

Pro rozdíl tlaků ve dvou místech kolony vzdálených o výšku  $H$  platí rovnice

$$P_1 - P_2 = (\rho_m g L - P_{zt}) \quad (25)$$

Zde  $P_1$  a  $P_2$  jsou tlaky naměřené v koloně ve vzdálenosti  $L$  a  $\Delta p_z$  je tlaková ztráta dvou odběrných míst o výšce  $H$  kolony. Rozdíl tlaků daný použitým tlakovým snímačem je dán rovnicí

$$\Delta p = P_2 + \rho_l g L - P_1 \quad (26)$$

Kombinací rovnic 24, 25 a 26 lze dostat vztah pro výpočet objemového zlomku plynné fáze ve tvaru

$$\alpha_g = \frac{\Delta p + P_{zt}}{\rho_l g L} \quad (27)$$

Pro hustotu  $\rho_m$  směsi pak lze získat rovnicí

$$\rho_m = \rho_l - \frac{\Delta p + P_{zt}}{g L} \quad (28)$$

### 1.3 Zádrž plynu a její měření

Zádrž plynu v kapalině je definována jako poměr objemu plynné fáze a celkového objemu směsi (objemový zlomek). Charakterizuje integrální hodnotu veškerých bublin v systému.

Zádrž plynu je velmi důležitý hydrodynamický parametr zejména pro zvětšování (scale-up process) výrobních zařízení z laboratorního do provozního měřítka. Znalost zádrže plynu může být často rozhodující pro posouzení účinnosti a výkonnosti provozu. Například pro chemické procesy, kde sdílení hmoty je krok omezující rychlost reakce, je důležité správně odhadnout zádrž plynu, protože právě ta může významně ovlivňovat rychlost sdílení hmoty [13] [14] [15]. V mnoha průmyslových zařízeních (např. rektifikační, absorpční, adsorpční kolony), kde je nutné kontaktovat dvě a více fází, se během vylepšování kvality produktu čelí problémům vyvolaným v důsledku značného stupně míchání zpětného toku, dispergace plynné fáze, nízké mezifázové plochy z důvodu vysoké rychlosti koalescence plynné fáze v kapalině, krátké doby zdržení plynových bublin, nehomogenní distribuce a také nerovnoměrného proudění.

Tvorbu zádrže pak ovlivňují různé parametry jako jsou operační proměnné, geometrické proměnné a fyzikální vlastnosti fází. Účinnost zadržování plynu pak závisí na velikosti bublin a rozptylu plynné fáze do kapaliny. Důležité je vytvořit malé bubliny dispergované napříč kapalinou, a to zejména z důvodu získat velkou plochu pro přenos hmoty mezi fázemi. Těchto podmínek lze dosáhnout vhodnou volbou typu rozdělovače plynu, a to jak v průmyslových, tak i v laboratorních podmínkách [16].

Z fyzikálních vlastností je např. důležitá viskozita. Autoři Anastasiou a kol. [17] pozorovali snížení zadržování plynu ve viskózní kapalině v důsledku zvýšené koalescence bublin plynu. Zajímavé zjištění pak popsali Mouza a kol. [18], kteří zjistili, že systém

vzduch – voda a vzduch – glycerol vykazují stejnou zádrž plynu, i když glycerol oproti vodě je kapalina vysoce viskózní. V systému vzduch-butanol bylo z důvodu redukce povrchového napětí kapaliny pozorováno nepatrné zlepšení parametrů zádrže plynu.

Zadrž plynu v kapalině lze určit různými metodami. Při stanovení zádrže v celém objemu vícefázové směsi se jedná o měření změny výšky hladiny kapaliny v zařízení vlivem průchodu plynu či o měření rozdílu tlaku ve dvou rozdílných výškách směsi. Místní hodnoty zádrže lze stanovit optickými metodami nebo pomocí speciálních sond.

### 1.3.1 Stanovení zádrže plynu pomocí změny výšky

Zadrž plynu v kapalině je definována jako poměr objemu plynu v zařízení ku celkovému objemu dvoufázového nebo třífázového systému. Zádrž plynu  $\alpha_g$  pak lze vyjádřit rovnicí 29:

$$\alpha_g = \frac{V_g}{V_g + V_l} \quad (29)$$

kde  $V_g$  je objem plynu a  $V_l$  je objem kapaliny.

Způsob stanovení zádrže z rozdílu výšek hladiny kapaliny se označuje jako objemová expanzní technika (volume expansion technique).

Zadrž plynu lze na základě měření výšky  $H_0$  čisté kapaliny a celkové výšky  $H_G$  kapaliny a plynu definovat rovnicí

$$\alpha_g = \frac{H_G - H_0}{H_G} \quad (30)$$

Měření rozdílu výšek může být nepřesné z důvodu obtížného stanovení celkové výšky  $H_G$ . Důvodem je proměnlivost výšky ovlivněná únikem plynu na hladině kapaliny. Při vhodném experimentálním uspořádání lze tuto chybu jistým způsobem minimalizovat. Například je možné hladinu probublávané kapaliny snímat digitálním fotoaparátem nebo kamerou a získaná videa analyzovat vhodným softwarem např. ImageJ. Tato metoda je např. popsána v [19].

Pro přesnější zjištění zádrže plynu  $\alpha_g$  je pak vhodné zvolit manometrické měření, tj. měření zádrže plynu na základě stanovení tlakového rozdílu ve vrstvě směsi [20].

### 1.3.2 Měření zádrže plynu pomocí tlakového rozdílu

Mezi komerční stanovení zádrže plynu v kapalině lze považovat měření tlakového rozdílu. Zádrž v probublávané válcové koloně při proudění směsi vzduch-voda zjišťovali



měřením tlakového rozdílu  $\Delta p$  ve dvou rozdílných výškách kolony např. autoři Jia a kol. [21]. Zádrž  $\alpha_g$  pak určili ze vztahu

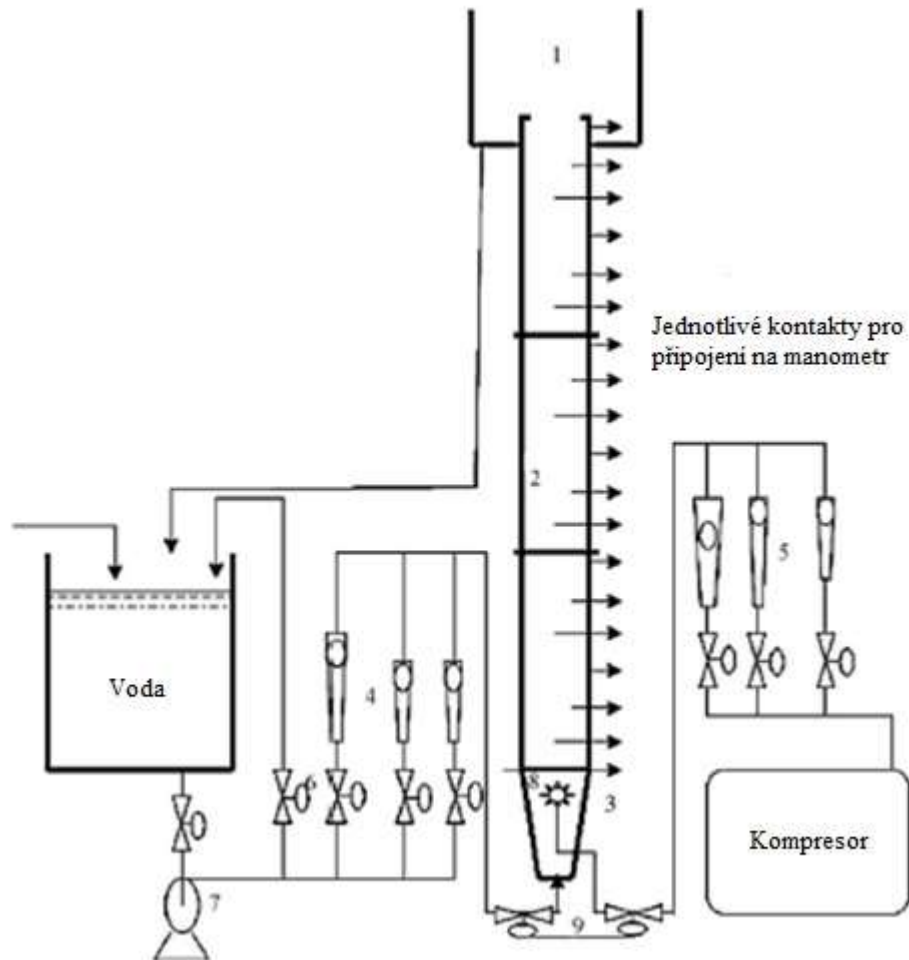
$$\alpha_g = \frac{\Delta p - \rho_l g h - \Delta p_{zt}}{(\rho_g - \rho_l) g h} \quad (31)$$

který odvodili za použití rovnice 27 z bilance sil na úseku  $h$  kolony. Tlakovou ztrátu  $\Delta p_{zt}$  způsobenou třením při proudění je nutné určit na základě předem stanoveného Fanningova faktoru a aktuální rychlosti kapaliny tak, jak uvádí literatura [21]. Autoři uskutečnili také srovnávací měření zádrže metodami ERT (Elektrická odporová tomografie) a WMS (Síťový senzor). Zjistili, že výsledky měření všemi užitými metodami jsou v dobré shodě.

Ke stanovení zádrže plynu v kapalině měřením tlakového rozdílu použila ve svých pracích i řada dalších autorů.

Jeena a kol. [20] studovali optimální podmínky pro získání maximální zádrže plynu v třífázové fluidní vrstvě a pro jejich určování navrhli příslušné kritériální rovnice (tab. č. 1).

Schématické znázornění použité aparatury pro měření zádrže plynu v kapalině na základě snímání tlakového rozdílu je uvedeno na následujícím obrázku



Obrázek 1 – Popis kolony

kde: 1 – Plyn-Kapalina dělič; 2 – Testovací sekce; 3 – Plyn-Kapalina distributor; 4,5 – Rotametr; 6 – Kulový ventil; 7 – Čerpadlo; 8 – Rozprašovač vzduchu; 9 – dvoucestný rychlouzavírací ventil

Zádrž plynu pak určovali podle rovnice

$$\alpha_g = \frac{(\Delta p^{ls} - \Delta p^{gls}) / (\rho_L g)}{h_e} \quad (32)$$

kde  $\Delta p^{ls}$  je rozdíl tlaku v koloně mezi dvěma měřenými body ve dvoufázovém systému kapalina-tuhá látka,  $\Delta p^{gls}$  je rozdíl tlaku v koloně ve třífázovém systému kapalina-tuhá látka-plyn.

Prakash a kol. [19] studovali vliv hrubých a jemných tuhých částic na zádrž plynu a tlakovou ztrátu v bublající vrstvě. Zádrž vyhodnocovali metodou objemové expanzní techniky, tlakovou ztrátu měřením tlakového rozdílu.

Znalost tlakové ztráty je dle autorů důležitým konstrukčním parametrem vícefázových systémů, zejména při využití zkoumané technologie a následném zvětšování z laboratorního do průmyslového měřítka (scale-up). Tlakovou ztrátou se zde rozumí suma hydrostatického tlaku, poklesu tlaku vlivem tření a zrychlení. Celkovou tlakovou ztrátu tlaku  $\Delta P$  pak lze vyjádřit rovnicí

$$\Delta P = \Delta P_h + \Delta P_{zt} + \Delta P_a \quad (33)$$

kde  $\Delta P_h$  je hydrostatický tlak,  $\Delta P_{zt}$  je pokles tlaku vlivem tření při proudění tekutiny v koloně a  $\Delta P_a$  je pokles tlaku vlivem zrychlení. Pokles tlaku vlivem zrychlení je obvykle velmi malá hodnota ve srovnání s celkovou tlakovou ztrátou, tudíž může být zanedbána. V tomto případě pak rovnice 33 přechází na rovnici

$$\Delta P = \Delta P_h + \Delta P_{zt} \quad (34)$$

Hydrostatický tlak ve třífázových systémech může být vypočítán dle rovnice

$$\Delta P_h = (\rho_g \alpha_g + \rho_l \alpha_l + \rho_s \alpha_s) g L \quad (35)$$

kde  $\alpha_l$  je zádrž kapaliny,  $\rho_s$  je hustota pevné fáze,  $\alpha_s$  je zádrž pevné fáze, a  $L$  je vzdálenost mezi převodníky tlaku.

Substitucí členu  $\Delta P_h$  v rovnici 34 a její úpravou pak lze dostat rovnici pro pokles tlaku vlivem tření při proudění tekutiny

$$\Delta P_{zt} = \Delta P - (\rho_g \alpha_g + \rho_l \alpha_l + \rho_s \alpha_s) g L \quad (36)$$

Dle autorů Rollbusche a kol. [22] jedná-li se o izotermní chování a ustálený stav, tak zádrž plynu v kapalině lze definovat rovnicí

$$\alpha_g = \left( 1 + \frac{\Delta p}{\rho_l g L} \right) + \frac{4\tau_l}{\rho_l g D} + \frac{u_l^2 \Delta \alpha_g}{(1 - \alpha_g) g L} \quad (37)$$

kde  $\Delta p$  je rozdíl tlaků mezi dvěma místy vzdálených o  $L$ ,  $\tau_l$  je stříhové napětí,  $D$  je průměr kolony,  $u_l$  je rychlost kapaliny. Druhý člen rovnice 37 představuje vliv stříhového napětí a poslední člen představuje vliv setrvačných sil.

Podle autorů Hillse [23], Tanga a Heindela [24] lze zanedbat poslední dva členy v rovnici 38 je-li povrchová rychlost tekutiny nízká. Kde mimovrstvovou rychlost lze definovat rovnicí

$$u_l = \frac{\dot{V}}{S} \quad (39)$$

Je důležité zmínit, že mimovrstvová rychlost se v případě vícefázového toku nerovná aktuální rychlosti kapaliny. Ovšem u jednofázového toku se tyto rychlosti rovnají.

Potom se rovnice 37 zjednoduší na tvar.

$$\alpha_g = 1 - \frac{\Delta p}{\rho_l g L} \quad (40)$$

#### 1.4 Poloempirické rovnice stanovení zádrže plynu

V následující tabulce jsou uvedeny další rovnice pro stanovení zádrže plynu v kapalině od různých autorů.

$\alpha_g = 1 - \frac{\rho_{um} \Delta h}{\rho_m \Delta H}$	<p>Xia Wencheng, Yang Jianguo, Wang Yuling [25]</p>	<p>Výpočet zádrže plynu na U-manometru; <math>\rho_{um}</math> je hustota kapaliny v manometru, <math>\Delta h</math> je rozdíl výšek kapaliny na U-manometru; <math>\rho_m</math> je hustota probublávané kapaliny; <math>\Delta H</math> je rozdíl výšek na koloně.</p>
$\alpha_g = 0,94 \left( \frac{u_G \mu_L}{\sigma} \right)^{0,47} \left( \frac{\rho_L \sigma^3}{g \mu_L^4} \right)^{0,1316}$	<p>Hiroshi Kikukawa [26]</p>	<p>Poloempirická rovnice stanovení zádrže plynu v kapalině systému vzduch-voda; <math>u</math> je rychlost tekutiny s indexy <math>g</math> – plynná fáze a <math>l</math> – kapalná fáze; <math>\rho_L</math> je hustota kapalné fáze; <math>\sigma</math> je povrchové napětí kapaliny, <math>\mu_L</math> je viskozita kapaliny</p>

$\alpha_g = Mo^{0,05} Eo^{0,157} Fr_g^{0,401} \beta_d^{-0,096} d_r^{0,081} h_T^{0,024}$	H.M. Jena, G.K. Roy, S.S. Mahapatra [20]	*Poznámka č.1.
$\alpha_g = \frac{1 - d_r^4}{2gL} \times \left(\frac{u_l}{z_d}\right)^2$	M. Maldonado, R. Cretier, M.Melendez, C.O. Gomez [27]	Stanovení zádrže plynu v kapalině v industriálních flotačních zařízeních; $d_r$ – poměr průměru částic a průměru kolony; $L$ – Totální vzdálenost sensoru; $u_l$ – aktuální rychlost kapaliny vytékající z oblasti měření sensorem; $z_d$ – poměr aktuální a ideální rychlosti kapaliny opouštějící senzor
$\alpha_g = 1,08 \times 10^3 \left(\frac{u_g D \rho_g}{\mu_l}\right)^{0,035} \left(\frac{u_g^2 D \rho_g}{\sigma_l}\right)^{5,696} \times H_R^{0,474} \left(\frac{u_g^2}{gD}\right)^{-4,73}$	Ritesh Prakash, Subrata Kumar Majumder, Anungrah Singh [19]	Pro empirickou rovnici zádrže plynu v kapalině platí striktní podmínky platnosti a to $-0,014 \leq \left(\frac{u_s D \rho_g}{\mu_l}\right) \leq 3,04; 5,134 * 10^{-5} \leq \frac{u_g^2 D \rho_g}{\sigma_l} \leq 1,506 * 10^{-3}; 7,54 \leq H_R \leq 9,33$ a $1,24 * 10^{-4} \leq \frac{u_g^2}{gD} \leq 3,09 * 10^{-3}$ . $u_g$ je rychlost plynu; $d_c$ je průměr kolony; $\rho_g$ je hustota plynu, $\mu_l$ je viskozita kapaliny, $\sigma_l$ je

		povrchové napětí kapaliny; HR je poměr výšky probublávané kapaliny v koloně a průměru kolony.
--	--	---

Tabulka 1 – Rovnice pro stanovení zádrže plynu

Poznámka č.1 – Tento model využívá bezrozměrných kritérií –  $Mo$  – Mortonovo kritérium;  $Eo$  – Eötvösovo kritérium;  $Fr$  – Freudeho kritérium;  $\beta$  – poměr hustot;  $d_r$  – poměr průměru částic a průměru kolony;  $h_T$  – poměr počáteční výšky hladiny a průměru kolony.

## 2 Rozdělovací systémy plynu

Rozdělovací systém plynu, tzv. distributor, (nejčastěji vzduchu) je vysoce důležitým prvkem zařízení (převážně probublávaných kolon). Musí být navržen tak, aby zajistil požadované vlastnosti nejen tekutiny, ale i celého zařízení – rozložení a velikost bublin, maximální rychlost vzduchu, koalescenci bublin, rovnoměrné zadržování plynné fáze v nádobě, minimalizaci tvorby vodního kamene, odolnost proti opotřebení, požadovaný tlak vzduchu a mnoho dalších prvků. Při navrhování systému distribuce je třeba dbát na to, aby byl zajištěn rovnoměrný tok bublin. Špatná distribuce plynu může způsobit velké změny v průtoku v koloně, které mohou být kritickými body pro posouzení výkonosti kolony.

U vertikálních kolon se používá několik typů rozdělovacích systémů:

- 1) Pneumatické – perforované nebo porézní rozdělovače, které vytváří bubliny plynu v malých otvorech.
- 2) Pneumohydraulické rozdělovače rozdělují proud plynu na bubliny pomocí proudu kapaliny, je-li směs plynu a kapaliny přiváděna rovnou do kolony. Existující i obrácené konfigurace, tj. rozdělovače proudu plynu vytvářejí bubliny vysokorychlostním vstříkáváním plynu přímo do kolony obsahující kapalinu.
- 3) Externí rozdělovače – Jedná se o speciální třídu rozdělovačů, které provzdušňují přiváděný nátok nebo jen určitou část. Tyto externí rozdělovače se pak spíše používají pro odvzdušnění nebo separaci bublin než pro shromažďování částic v koloně. Kombinací externích rozprašovačů pro předběžnou aeraci nástřiku kolony pomocí mikrobublin a aerací kapaliny pomocí běžných aeračních rozdělovacích systémů (větší bubliny) lze docílit širšího rozsahu aplikací této technologie. Výhodou předběžné aerace

je pak zejména vytvoření turbulentní zóny. Tím se dosáhne vyšší kontakt všech přítomných fází a dojde k navýšení intenzity transportních dějů.

## 2.1 Režimy toku směsi kapalina-plyn

Způsob vícefázového toku především závisí na rychlosti fází a jejich fyzikálních vlastnostech a geometrii zařízení. Bylo už navrženo několik různých hledisek a definic, jak členit hydrodynamické režimy. Ve svislých potrubních tocích, nepěnivých systémech, se rozlišují např. tyto čtyři režimy toku v závislosti na rychlosti plynu při konstantní geometrii zařízení a neměnných fyzikálních vlastnostech fází:

- a) Homogenní režim toku
- b) Heterogenní režim toku
- c) „Střelový“ (*slug*) režim toku
- d) Režim prstencového (*annular*) toku

### 2.1.1 Homogenní režim toku

Homogenní režim popisují například autoři Besagni a kol. [1] [2]. Je to takový režim, kde nedochází ke koalescenci bublin a proudění bublin je rovnoměrné. Homogenní režim toku je klasifikován jako „čistě homogenní“ a pseudohomogenní: První je charakterizován monodisperzní distribucí velikosti bublin (Mudde a kol. [3] ), zatímco pseudohomogenní je charakterizován polydisperzní distribucí velikosti bublin [4] [2]. (Monodisperzní a polydisperzní distribuce velikosti bublin je definovaná podle změny znaménka u koeficientu unášivé síly [2] [5] [1] [6] [7].)

### 2.1.2 Režim přechodového toku

Přechod z homogenního režimu toku do režimu heterogenního není okamžitý. Mezi oběma toky dochází k přechodovému režimu toku. Tento režim je identifikován výskytem bublin indukovaných koalescencí, jak je definovali a pozorovali autoři Besagni a kol. [5]. Pokud nedochází ke koalescenci bublin, tak režim přechodového toku lze odhalit na základě existence shluků bublin (Takagi a Matsumoto [8]). Toto tvrzení bylo pak potvrzeno experimenty autorů Besagni a kol. [2] [5]. Dále autoři Besagni a kolektiv [1] prokázali, že bubliny indukované koalescencí jsou způsobeny unášivou silou. Autoři Beinhauer a kol. [9] dokázali, že první bubliny, které jsou vyvolané koalescencí, vznikají při rychlosti plynu na daném distributoru při hodnotě cca 0,02 m/s. Při dalším zvyšování rychlosti průtoku plynu vznikají koalescenčně, ale

i nekoalescenčně indukované bubliny. Tyto bubliny vznikají do té doby, než dojde k vytvoření maxima počtu nekoalescenčně indukovaných bublin vlivem maximální koncové rychlosti proudícího plynu na daném distributoru. Poté počet nekoalescenčně indukovaných bublin klesá ze svého maxima směrem k určité konstantní hodnotě počtu bublin. Bylo pozorováno, že větší bubliny jsou vždy tlačeny směrem ke středu kolony.

### **2.1.3 Heterogenní režim toku**

Při vysokých rychlostech plynu dochází ke vzniku heterogenního režimu toku. Tento režim je spojen s vysokou koalescencí bublin a také širokou škálou různých bublin. Tyto bubliny se od sebe odlišují zejména velikostí a s tím související rychlostí, kterou jsou unášeny kolonou. Heterogenního režimu lze dosáhnout při použití takových distributorů, které zajistí vysokou rychlost probublávajícího plynu pomocí velkých děr při vysokých rychlostech plynu [10].

### **2.1.4 „Střelový“ (projektilový) režim toku**

Plyn prochází vzhůru kapalinou ve tvaru velkých bublin připomínajících střelu (projektil) z ruční zbraně. Průměr bubliny se blíží průměru potrubí. Jednotlivé bubliny jsou odděleny vrstvou kapaliny.

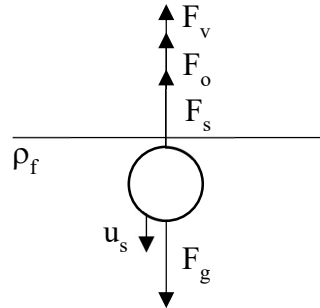
### **2.1.5 Režim prstencového toku**

Při prstencovém toku kapalina proudí ve tvaru prstence podél stěny a plyn vnitřní částí potrubí.



### 3 Pádová rychlost osamocené tuhé částice v tekutině

Stanovení rychlosti  $u_p$  pádu osamocené tuhé částice vychází z bilance jednotlivých sil působících na částici [11]. Na částici při volném pádu v tekutině působí tíhová síla a opačně orientované síly vztlakové, setrvačné a také odpor prostředí. Směr působících sil lze za podmínky, že platí  $\rho_s > \rho_f$  vyjádřit pomocí obrázku 2:



Obrázek 2 – Analýza osamocené tuhé částice

zde síla gravitační  $F_{gr} = V\rho_{so}g$ , síla vztlaková  $F_{vz} = V\rho_f g$ , síla setrvačná  $F_{se} = V\rho_{so} \frac{du_{so}}{dt}$  a konečně odpor prostředí  $F_{od} = c_d S \frac{u_{so}^2}{2} \rho_f$ , kde  $c_d$  je tzv. součinitel odporu a  $S$  je průřez vystavený proudění, tedy kolmý ke směru vzájemné rychlosti prostředí a tělesa.

Pro celkovou bilanci pak platí

$$F_g = F_s + F_o + F_v \quad (41)$$

Dosazením:

$$V\rho_{so}g = V\rho_{so} \frac{du_{so}}{dt} + c_d S \frac{u_{so}^2}{2} \rho_f + V\rho_f g \quad (42)$$

Hodnota součinitele odporu se často určuje pro každé těleso experimentálně. Tato hodnota závisí na tvaru zkoumaného tělesa, kvalitě povrchu, hodnotě Reynoldsova kritéria apod. Její přibližný odhad lze docílit pomocí numerických metod, které simulují proudění kolem tělesa o dané geometrii. Hodnoty součinitele odporu se teoreticky pohybují od 0 do nekonečna [12].

Příklady hodnot součinitele odporu pro některá tělesa pravidelného tvaru a vysoká Reynoldsova čísla jsou uvedeny v následující tabulce.

Tabulka 2 – Hodnoty součinitele odporu

Tvar	Součinitel odporu [-]	Platnost dle Reynoldsova čísla
Deska	2	$>10^4$
Čtverec	2,1	$>10^4$
Kostka	1,05	$>10^4$

## 4 Pád kulových částic v newtonské kapalině

Při pádu kulových částic v neomezené newtonské kapalině závisí součinitel odporu pouze na Reynoldsově kritériu. Dle velikosti Reynoldsova kritéria existují tři hlavní oblasti

- a) Plouživá (Stokesův režim) oblast  $0 < Re < 1$
- b) Přejídná oblast  $1 < Re < 1000$
- c) Turbulentní oblast (Newtonská oblast)  $500 < Re < 200\,000$

### 4.1 Plouživá oblast

Při nízkých hodnotách Reynoldsova kritéria jsou viskozí síly vysoké. Nedochází k žádné separaci toku a tekutina ulpívá na obtékaném povrchu tělesa (kouli). Proudnicí okolo tělesa vykazují symetrii.

Při velmi nízkých hodnotách je koeficient součinitele odporu lineární funkcí Reynoldsova kritéria a je definovaný dle rovnice

$$c_d = \frac{24}{Re} \quad (43)$$

Tato rovnice se nazývá *Stokesův zákon*. Tento zákon je velmi přesný do hodnot  $Re$  okolo 0,2 – 0,3. Při vyšších hodnotách je lepší využít některé poloempirické vztahy. Oseen [13] pak rozšířil Stokesův zákon a publikoval rovnici

$$C_d = \frac{24}{Re} + 4,5 \quad (44)$$

kteřá velmi dobře popisuje závislost součinitele odporu na Reynoldsově kritériu pro hodnoty  $Re < 5$ . Další empirické korelace pro plouživou oblast lze například nalézt v literatuře [14].

## 4.2 Přejchodná oblast

V přechodné oblasti se součinitel odporu nadále snižuje s rostoucím Reynoldsovým kritériem. K poklesu nedochází tak dramaticky jako v plouživé oblasti. V tomto rozmezí je tok okolo koule laminárním, ale dochází k rozrušování mezní vrstvy na povrchu částice. Za obtékaným tělesem dochází k uzavřené cirkulaci média. Významná část odporu je pak způsobena třením kapaliny o povrch koule. Když se Reynoldsovo kritérium přiblíží k hodnotě 1000, laminární mezní vrstva (na odvrácené straně koule) se zcela oddělí, převládá tvarový odpor a tření kapaliny o povrch koule přispívá pouze malým procentem celkového odporu [15].

Pro výpočet součinitele odporu například autoři Schiller-Naumann [16] navrhli rovnici:

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0,15 Re^{0,683}) \quad (45)$$

která platí v intervalu  $2 < Re < 800$ .

Velmi dobře popisuje přechodnou oblast v rozsahu  $50 < Re < 7400$  také vztah Terfouse a kol. [17] ve tvaru

$$C_d = 2,6689 + \frac{21,683}{Re} + \frac{0,131}{Re^2} - \frac{10,616}{Re^{0,1}} + \frac{12,216}{Re^{0,2}} \quad (46)$$

## 4.3 Newtonská oblast

V intervalu Reynoldsova kritéria od 1000 do 200 000 se uvnitř mezní vrstvy projevují tzv. viskózní efekty. Tyto efekty v důsledku zvýšení tlakového odporu mají vliv na obtékající tekutinu, která se již nemůže držet povrchu koule a dochází k jejímu „odtrhávání“ pod úhlem okolo  $80^\circ$  a zároveň dochází k formování nového toku za obtékaným tělesem. V tomto intervalu se součinitel odporu stává téměř konstantou. Přibližně platí:

$$c_d \cong 0,44$$

Při zvyšování Reynoldsova čísla ( $Re > 200\ 000$ ) se mezní vrstva ztenčuje a v přední části koule dochází k přechodu proudění do turbulentní oblasti. Tok za obtékaným tělesem je velmi nestabilní. K turbulentní separaci dochází pod úhlem  $120\text{-}130^\circ$  od předního stagnačního bodu. Mezní vrstva se odděluje dle hodnot Reynoldsova kritéria. Nejdříve bude docházet k laminární separaci mezní vrstvy a od hodnoty okolo 1 000 000 Reynoldsova kritéria k separaci turbulentní. Na grafu závislosti součinitele odporu na Reynoldsově kritériu se tento úkaz projeví prudkým poklesem součinitele odporu. Součinitel odporu může klesnout až na hodnoty

okolo 0,1. Tento jev lze nazvat „*drag crisis*“. Pravděpodobnost tvorby vírů za koulí se zvyšuje s rostoucí hodnotou Reynoldsova kritéria.

Pro předpověď součinitele odporu při vyšších hodnotách Reynoldsova kritéria lze využít například následujících korelací:

Autoři Flemmer-Banks navrhli rovnici:

$$C_d = 0,261Re^{0,369} - 0,105Re^{0,431} - \frac{0,124}{1 + \log 2 Re} \quad (47)$$

Rovnice 47 platí pro  $Re < 8600$ . Pro hodnoty  $Re < 200\,000$  pak platí vztah dle Gansera [14]

$$C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0,1118 Re^{0,6567}) + \frac{0,4305}{1 + \frac{3305}{Re}} \quad (48)$$

#### 4.4 Pádová rychlost

Jako pádová rychlost  $u_p$  se označuje rychlost ustáleného pádu částice v tekutině (setrvačná síla  $F_{se} = 0$ ). Lze ji určit ze znalosti součinitele odporu a pro kulovou částici pak podle vztahu

$$u_p = \sqrt{\frac{4d(\rho_s - \rho_f)g}{3c_d\rho_f}} \quad (49)$$

Pro plouživou oblast pak platí

$$u_p = \frac{d^2(\rho_s - \rho_f)g}{18\mu} \quad (50)$$

a pro automodelový (newtonský) režim ( $500 \leq Re \leq 200\,000$ )

$$u_p = 1,74 \sqrt{\frac{d(\rho_s - \rho_f)g}{\rho_f}} \quad (51)$$

## 5 Vliv stěn kolony na pád osamocené částice v newtonské tekutině

Tato práce se zabývá zejména pádem kulové částice ve viskózní tekutině, tj. v plouživé oblasti proudění ( $Re < 1$ ). Proto zde bude popsán vliv stěn především v plouživé oblasti.

Vliv stěn na pádovou rychlost lze vyjádřit pomocí korekčního faktoru  $F_w$ . Tento faktor je definován jako poměr mezi pádovou rychlostí  $u_p$  v tekutině omezené stěnami zařízení a rychlostí  $u_\infty$  pádu v neomezené tekutině, takže

$$F_w = \frac{u_p}{u_\infty} \quad (52)$$

V plouživé oblasti, tj.  $Re < 1$  platí, že korekční faktor je pouze závislý na geometrii systému. Při pádu koule ve válcové koloně závisí na poměru průměru částice  $d$  a průměru kolony  $D$ . Pro  $d/D \leq 0,3$  platí Faxenův korekční faktor

$$F_w = 1 - 2,10443 \frac{d}{D} + 2,08877 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 0,94813 \left(\frac{d}{D}\right)^5 \quad (53)$$

Korekční faktor dle Habemana a Sayre daný rovnicí

$$F_w = \frac{1 - 2,105 \frac{d}{D} + 2,0865 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 1,7068 \left(\frac{d}{D}\right)^5 + 0,72603 \left(\frac{d}{D}\right)^6}{1 - 0,75857 \left(\frac{d}{D}\right)^5} \quad (54)$$

má pak vyhovovat pro  $d/D \leq 0,5$ .

Pro  $d/D \leq 0,1$  dle Landenurga platí rovnice

$$F_w = \frac{1}{1 + 2,4 \frac{d}{D}} \quad (55)$$

Pro  $d/D \leq 0,3$  dle Happela a Byrneho platí

$$F_w = 1 - 2,105 \frac{d}{D} + 2,087 \left(\frac{d}{D}\right)^3 \quad (16)$$

Pro  $0,7 \leq \frac{d}{D} \leq 1$  dle Lee platí

$$F_w = \frac{1}{\frac{3\sqrt{2\pi}}{8} * \left(1 - \frac{d}{D}\right)^{-\frac{5}{2}}} \quad (57)$$

Veškeré korekční faktory lze nalézt v literatuře [18].

Pro  $d/D \leq 0,4$  dle Renkina [19] platí mírně pozměněná Faxenova korelace

$$F_w = 1 - 2,104 \frac{d}{D} + 2,09 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 0,95 \left(\frac{d}{D}\right)^5 \quad (58)$$

Uvedené korekční faktory lze nalézt v literatuře [18].

Po použití vhodného korekčního faktoru je nutné dopočítat  $u_\infty$ . Tato rychlost se pak dosadí do rovnice 50 a viskozita se přepočítá.

Na základě aproximace numerického řešení pádu koule newtonskou kapalinou ve válcové koloně získali autoři Strnadel a Machač [20] pro  $\frac{d}{D} \leq 0,94$  vztah

$$F_w = 1 - 1,943 \frac{d}{D} - 1,290 \left(\frac{d}{D}\right)^2 + 6,594 \left(\frac{d}{D}\right)^3 - 7,690 \left(\frac{d}{D}\right)^4 + 4,528 \left(\frac{d}{D}\right)^5 - 1,200 \left(\frac{d}{D}\right)^6 \quad (59)$$

## 5.1 Pádová rychlost kulových částic ve směsi kapalina-plyn

Jak již bylo uvedeno v úvodu, z literární rešerše je zřejmé, že stanovení pádové rychlosti kulové částice ve směsi newtonská kapalina-plyn nebyla dosud věnována pozornost i když tato veličina nalézá uplatnění při řešení trojfázové fluidace nebo při dopravě trojfázové směsi potrubím.

Lze očekávat, že při pádu částice v homogenní směsi kapalina-plyn a malé rychlosti plynu bude možné pádovou rychlost vypočítat podle analogických vztahů platných pro pád v samotné kapalině, ve kterých nahradíme vlastnosti kapaliny odpovídajícími vlastnostmi směsi. V plouživé oblasti se potom tedy jedná o vztah

$$u_g = \frac{d^2(\rho_s - \rho_m)g}{18\mu_m} \quad (60)$$

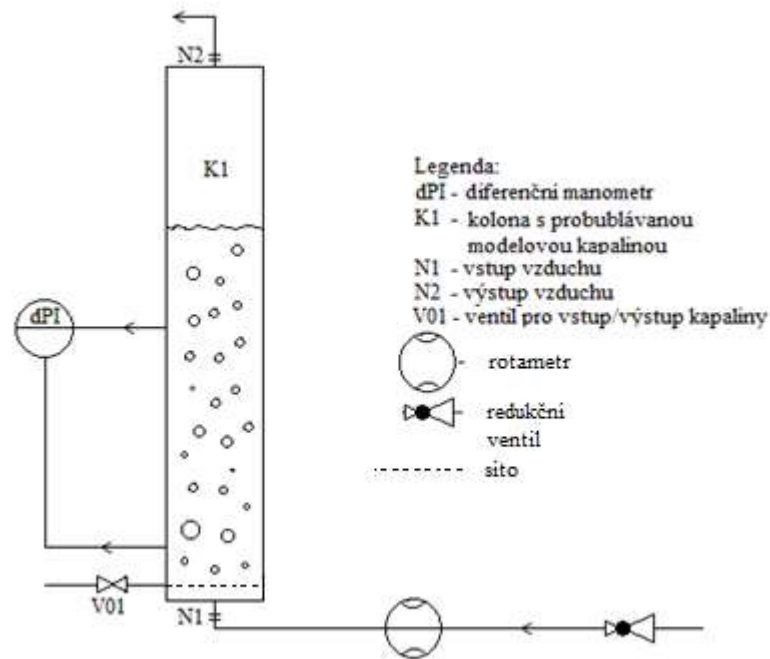
## 6 Experimentální část

Experimentální část diplomové práce se věnuje popisu použitého experimentálního zařízení a jeho jednotlivých částí. Dále popisuje vybranou modelovou kapalinu a použité modelové částice. Součástí experimentální části je také popis navržených metodik provzdušnění (aerace) modelové kapaliny, určení veličin k výpočtu zádrže plynu v kapalině a ke stanovení rychlosti pádu kulové částice v jednofázovém a dvoufázovém systému.

### 6.1 Experimentální zařízení

V rámci diplomové práce bylo použito experimentální zařízení, jehož schéma je uvedeno na obrázku 3. Hlavní součástí zařízení byla válcová kolona z plexiskla o vnitřním průměru 50 mm, tloušťce stěny 5 mm a výšce 1,3 m. Kolona byla opatřena měřítkem ke stanovení výšky hladiny kapaliny příp. sloužilo jako kalibrační měřítko. Během experimentálního studia bylo postupně navrženo několik úprav kolony, které usnadnily manipulaci s kolonou (vkládání distributorů do kolony, sestavení, utěsnění odběrných míst tlaku apod.) Samotná kolona měla dvě odběrná místa pro měření tlaku, z nichž první bylo umístěno 15 cm ode dna kolony a vzdálenost mezi nimi byla 50 cm. Tato odběrná místa sloužila k připojení tlakoměru ke zjištění tlakového rozdílu mezi nimi pro potřeby výpočtu zádrže plynu v kapalině. Rozdíl tlaků byl zjišťován pomocí digitálního diferenčního tlakoměru CRESSTO DMS 10. Do spodní části kolony se vkládaly různé typy distributorů přiváděného tlakového vzduchu. Ten se odebíral z centrálního tlakového rozvodu vzduchu (5-7 bar) přes redukční ventil (nastaven na 3 bary). Průtok vzduchu pro vlastní aeraci kapaliny byl regulován pomocí rotametru (OMEGA, model FT-082-03-CA-VN). Ve spodní části kolony byl umístěn také vypouštěcí kohout kapaliny. Kapalína se nalévala do kolony seshora po stěně, jelikož byla příliš viskózní na to, aby jí bylo možné přečerpat dostupnými čerpadly.

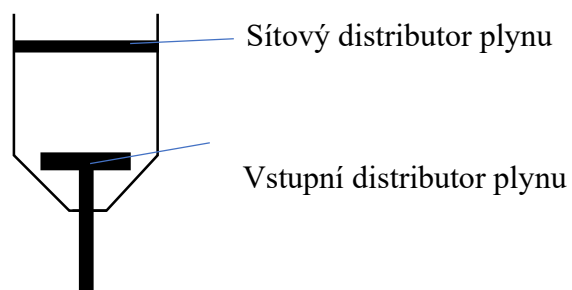




Obrázek 3 – Schéma experimentálního zařízení

## 6.2 Distributory plynu

Při aeraci modelové kapaliny bylo nutné použít takové distributory, které zajistí distribuci plynu v kapalině tak, aby byla dosažena přijatelná míra homogenity dvoufázového systému nejenom napříč daným průřezem kolony, ale i podél výšky kolony. Na základě tohoto požadavku bylo odzkoušeno několik typů vstupních distributorů plynu, popřípadě jejich kombinace se sítovými distributory. Vstupní distributory se vkládaly do spodní části kolony a k nim se připojovala vzduchová hadice, kterou proudil vzduch z rotametru. Schématické znázornění umístění distributoru plynu a sítového distributoru ve spodní části kolony je uvedeno na obrázku 4.



Obrázek 4 – Schéma umístění vstupního distributoru plynu a sítového distributoru ve spodní části kolony

Na obrázcích 5, 6 a 7 jsou uvedeny snímky použitých vstupních distributorů plynu.



Obrázek 5 – Vstupní distributor se dvěma rameny (DD)

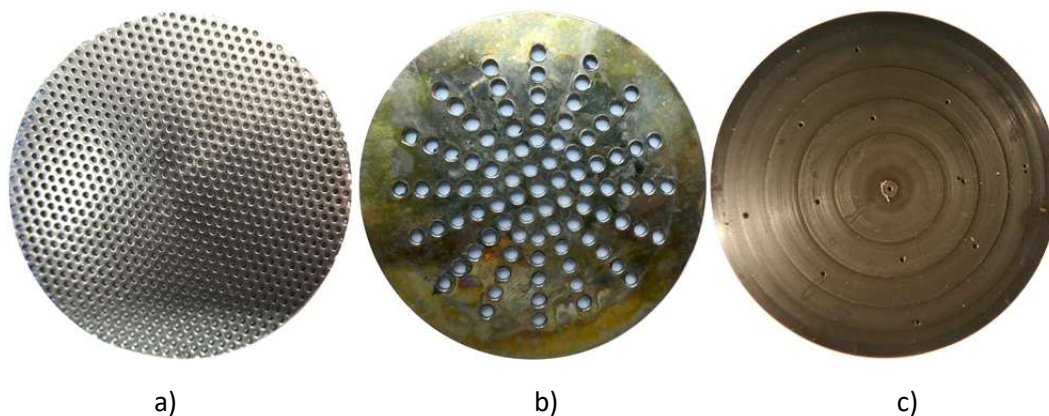


Obrázek 6 – Vstupní distributor s šesti rameny (ŠD)



Obrázek 7 – Vstupní distributor ve tvaru sprchové hlavice (SD)

Jak lze vidět z obr. 5, 6 a 7 byly použity vstupní distributory se dvěma rameny, šesti rameny, děrovaný distributor ve tvaru sprchové hlavice U šestiramenného distributoru během experimentálního měření došlo k několika úpravám počtu průchozích otvorů, které byly realizovány pomocí teflonové pásky. Jedna z úprav je znázorněna na obrázku 6. Použité síťové distributory jsou uvedeny na obrázku 8. Síťové distributory se vkládaly nad vstupní distributory a u těchto kombinací se zjišťovalo, zda se zlepšila míra homogenity při aeraci modelové kapaliny na rozdíl od případů, kdy se k aeraci modelové kapaliny použily samostatné vstupní distributory.



Obrázek 8 – Sítové distributory

- a) Síto o průměru kolony, otvory o velikosti 0,5 mm a vzdálenosti 0,5 mm (S01)
- b) Síto o průměru kolony, otvory o velikosti 2,0 mm a vzdálenosti 2,0 mm (S02)
- c) Síto o průměru kolony, otvory o velikosti 0,5 mm; počet otvorů byl 13 a otvory byly rozmístěny symetricky, návrh dle literatury [10]. (S03)

### 6.3 Modelová kapalina

Při experimentech byl použit jako modelová kapalina vodný roztok alkylenglykolu s obchodním názvem Emkarox HV45. Číslo 45 v názvu polymeru udává podle starších prospektů viskozitu v Pa·s při teplotě 40 °C. Tento alkylenglykol vykazuje podle výrobců a informací v literatuře [např. 49] newtonské chování a je dobře rozpustný ve vodě. Viskozita vodných roztoků se v závislosti na hmotnostním zlomku mění o několik dekadických řádů (například při 25 °C má 2 hmot. % Emkarox HV45 viskozitu 2,26 mPa·s a 20 hmot. % Emkarox HV45 má viskozitu 54,6 mPa·s atd.). Při porovnání s často používaným komerčním glycerolem, je velkou výhodou menší hygroskopie Emkarox u HV 45 a také, že viskozita je méně závislá na teplotě, a navíc lze dosáhnout vyšších viskozit při nižších koncentracích (100 % Emkarox HV45 má viskozitu při 25 °C 121 Pa·s). Například vodné roztoky této polymerní tekutiny byly použity při studiu Taylorovské nestability proudění mezi rotujícími koaxiálními válci [48].

V počáteční fázi experimentálního studia byly připraveny a proměřeny vodné roztoky Emkaroxu HV45 o koncentraci 10, 20, 30, 35, 37,5 40 a 50 hmot. %. Viskozita takto připravených roztoků byla vždy stanovena na rotačním viskozimetru MARS a poté upřesněna na Ubbelohdeho viskozimetru při teplotě 24 °C (teplota, za které se uskutečnily experimenty).

Další veličinou, která popisuje vlastnosti roztoků alkylenglykolu je hustota. Ta se mění v intervalu od 998,5 kg/m<sup>3</sup> do 1155 kg/m<sup>3</sup> [49]. Hustota připravených roztoků Emkaroxu HV 45 byla vždy stanovena pyknometricky pro teplotu uvedenou viz výše.

Z těchto roztoků byl vybrán pro vlastní experimenty vodný roztok o koncentraci 37,5 hmot. %, který splňoval požadavky na to, aby pád použitých kulových částic v samotné modelové kapalině probíhal v plouživé oblasti (tzn.  $Re < 1$ ). Hustota a viskozita tohoto vybraného roztoku jsou uvedeny v kapitole Vyhodnocení. Takto vybraný roztok byl připraven rozpouštěním Emkaroxu v demineralizované vodě v dostatečném množství pro vlastní experimentální měření.

#### 6.4 Modelové částice

Pro experimentální měření byly použity skleněné kulové částice, jejichž vlastnosti jsou uvedeny v tabulce 3. Průměr částic byl změřen v práci [21] mikrometrem, hustota pyknometricky.

Tabulka 3 – Fyzikální vlastnosti kulových částic

Označení	Průměr [mm]	Hustota částic [kg/m <sup>3</sup> ]
M2	2,497	2524
C1	1,926	2525
M3	3,131	2485
C	2,776	2508

#### 6.5 Postup měření pádu kulové částice v samotné kapalině

Kulové částice byly v první fázi měření namočené do vodného roztoku Emkaroxu HV 45 na hodinovém skličku. Takto smočené částice byly následně vloženy do speciální prodloužené nálevky, která byla v koloně vystředěna vymezením kruhem. Stěny nálevky byly taktéž smočeny připraveným roztokem Emkaroxu. Částice pak propadla ve vytvořeném filmu kapaliny na její hladinu v koloně. Pro eliminaci počátečních vlivů byly časy potřebné ke zjištění pádové rychlosti částice měřeny až po 22 cm pádu. Délka dráhy, na které byl vizuálně sledován pád částice a ručně měřen čas pádu na digitálních stopkách, byla 0,25 a 0,5 m. Počáteční bod obou drah byl ve stejné výšce. Měření se opakovala pro každou částici 4x. Pády částic v kapalině byly také zachyceny na kameru (SONY A77M2 příp. Panasonic TZ80) při rychlosti snímání 25 FPS a rozlišení videa 1920x1080. Záznam byl pořizován ve výšce cca 45 cm ode dna kolony. Tyto video záznamy byly využity jako další metoda k určení pádové

rychlosti částic. Při experimentech byla výška počáteční hladiny kapaliny 0,729 m. Teplota, při které se měřily pády, byla  $24 \pm 0,5$  °C.

## 6.6 Aerace modelové kapaliny

Pro vytvoření dvoufázového systému vodný roztok Emkaroxu HV 45 – vzduch bylo odzkoušeno několik postupů jeho přípravy, které se lišily použitými vstupními distributory a příp. jejich kombinace se síťovými distributory, hodnotou průtoku a režimem probublávání. Byly odzkoušeny následující způsoby aerace:

1. pouze vstupní distributory, různé hodnoty průtoku vzduchu a kontinuální režim probublávání,
2. kombinace vstupních a síťových distributorů, různé hodnoty průtoku vzduchu a kontinuální režim probublávání,
3. kombinace vstupních a síťových distributorů, různé hodnoty průtoku vzduchu, režim časově omezeného probublávání.

Distribuce plynu při jednotlivých způsobech provzdušňování modelové kapaliny, zda se vytváří homogenní či heterogenní dvoufázový systém, byla sledována a posuzována vizuálně a také zaznamenávána na kameru. Tato pozorování sloužila následně k výběru způsobu provzdušňování kapaliny pro dosažení homogenního, či aspoň „pseudohomogenního“, dvoufázového systému, ve kterém se pak proměřovaly pády vybraných modelových částic. Distribuce plynu v kapalině byla sledována a posuzována jak při aeraci (způsob 1, 2 a 3), tak i po ní (způsob 3). Na základě provedených měření a posouzení jednotlivých způsobů aerace, z hlediska vytvoření homogenní vrstvy, byl pak vybrán způsob 3.

## 6.7 Určení zádrže vzduchu

Veličiny potřebné k určení zádrže vzduchu ve vodném roztoku EMKAROXU HV 45 byly měřeny dvěma způsoby. Tyto metody jsou na sobě nezávislé, tudíž dochází k minimalizaci experimentální chyby:

### a) Snímáním hladiny pomocí fotoaparátu

Hladina kapaliny byla snímána 16 megapixelovým fotoaparátem (Huawei P20 lite). Tento fotoaparát byl umístěn na stativu, aby se předcházelo změně vzdálenosti objektivu od stěny kolony (perspektivy), příp. rozostření apod.

### b) Měřením tlakové ztráty

Byl měřen tlakový rozdíl mezi odběrnými místy kolony (viz obrázek 3) pomocí digitálního diferenčního tlakoměru firmy CRESSTO o rozsahu  $\pm 20\text{kPa}$  (DMS10).

Měření probíhala v následujících krocích. V prvním kroku byl změřen tlakový rozdíl (metoda b) a pořízen záznam výšky hladiny kapaliny (metoda a) na začátku daného experimentu před vlastní aerací (jednofázový systém, samotná kapalina). V dalších krocích byl tlakový rozdíl odečítán a obrazový záznam pořizován několikrát během aerace nebo po jejím skončení a tento postup byl použit i během vlastního měření pádu kulových částic.

## **6.8 Měření pádové rychlosti kulových částic ve dvoufázovém systému**

Na základě vybraného způsobu 3 uvedeného v kap. 6.6 byl připraven dvoufázový systém a vždy od třetí minuty po ukončení aerace se v první sérii měření čtyřikrát za sebou změřila pádová rychlost dané kulové částice. Poté byl systém ponechán v klidu tak, aby došlo k jeho odvzdušnění. Předchozí uvedené kroky se zopakovaly a byla provedena druhá série měření. Tato měření byla provedena pro všechny modelové částice. Teplota měření byla stejná, jako při měření pádu kulových částic v samotné modelové kapalině. Vlastní postup při měření pádových rychlostí kulových částic byl stejný jako v kapitole 6.5.

## 7 Vyhodnocení, výsledky a diskuse

V následujícím textu je uvedeno vyhodnocení dat získaných při experimentálních popsáních v předcházející kapitole s rozбором získaných výsledků. Jedná se o stanovení viskozity a hustoty modelové kapaliny, určení pádové rychlosti kulové částice v modelové kapalině a porovnání jejích hodnot získaných ze dvou metod měření a výpočet viskozity kapaliny na základě Stokesova zákona. Dále se tato kapitola zabývá vyhodnocením a výběrem způsobu aerace kapaliny, stanovením pádové rychlosti kulových částic a určením velikosti bublin a jejich rychlostí ve dvofázovém systému modelová kapalina-plyn. V poslední podkapitole je uveden výpočet pádové rychlosti modelových částic v tomto systému a porovnání s experimentálně zjištěnými rychlostmi.

### 7.1 Fyzikální parametry modelové kapaliny

Pro charakterizaci vodných roztoků EMKAROX HV 45 uvedených v kapitole 6.3 byla provedena měření hustoty a viskozity při teplotách laboratoře, tj. 24,0 °C a na základě těchto měření byl pro další experimenty vybrán roztok 37,5 hmot. %, který již splňoval podmínku pro pád kulové částice v plouživé oblasti toku. V dalším textu jsou uvedeny příklady vyhodnocení hustoty a viskozity pro tento roztok.

Hustota byla určena z pyknometrických měření a výsledky vyhodnocení těchto měření jsou uvedeny v tabulce 4:

Tabulka 4 – Pyknometrické stanovení hustoty

Měření č.	Hmotnost čistého pyknometru [g]	Hmotnost pyknometru – voda [g]	Hmotnost pyknometru – EMKAROX HV 45 [g]	Hustota [kg/m <sup>3</sup> ]
1	23,96	73,70	77,2	1068,4
2	21,29	70,48	73,9	1067,6
3	20,16	69,42	72,9	1068,7

Průměrná hustota byla 1068,3 ±0,5 kg/m<sup>3</sup>.

Viskozita byla stanovena na Ubbelohdeho viskozimetru typu III, který má rozsah kinematické viskozity 200–1000 cSt. Výběr tohoto typu byl proveden na základě předběžných měření viskozity na rotametu MARS I. Z hlediska dynamické viskozity Emkaroxu je tedy

rozsah viskozimetru pro daný vzorek kapaliny v rozsahu 214–1068 mPa·s. Viskozita byla určena podle vztahu:

$$\mu_l = \rho_l \cdot t \cdot K \quad (61)$$

kde  $t$  je doba výtoku v sekundách,  $K$  je nominální koeficient Ubbelohdeho viskozimetru a  $\rho_l$  hustota kapaliny. Hodnota nominálního koeficientu byla pro vybraný viskozimetr 1,0018.

Výsledky měření dynamické viskozity jsou uvedeny v tabulce 5:

Tabulka 5 – Stanovení viskozity

Měření č.	$t$ [s]	$\mu_l$ [mPa·s]
1	469,41	502,43
2	470,79	503,83
3	471,26	504,33

Průměrná hodnota viskozity byla  $503,5 \pm 0,8$  mPa·s.

## 7.2 Stanovení pádové rychlosti částice v samotné kapalině

Pádová rychlost částice byla určena z vizuálních pozorování pádu částic a pomocí obrazového záznamu pádu. Rychlosti vyhodnocené těmito dvěma metodami pak byly vzájemně porovnány.

### 7.2.1 Pádová rychlost z vizuálního pozorování

Na základě změřené doby pádu kulové částice na dráze o známé délce byla pomocí podílu této délky a zjištěného času vypočtena pádová rychlost částic v kapalině. Měřená dráha pádu kulové částice byla 0,25 a 0,5 m. Výsledky vyhodnocení pádových rychlostí jsou uvedeny pro délku dráhy 0,25 m v tabulce 6 a pro 0,5 m v tabulce 7.

Tabulka 6 – Výpočet pádové rychlosti pro délku dráhy 0,25 m

Označení	$t_{1,exp}$ [s]	$t_{2,exp}$ [s]	$t_{3,exp}$ [s]	$t_{4,exp}$ [s]	$u_{viz,0,25}$ [mm/s]
M2	29,59	29,07	29,33	30,03	$8,47 \pm 0,10$
C1	46,26	47,07	46,46	46,94	$5,35 \pm 0,04$
M3	19,97	20,14	19,87	20,01	$12,50 \pm 0,06$
C	24,14	24,43	23,75	24,27	$10,35 \pm 0,11$



Tabulka 7 – Výpočet pádové rychlosti pro délku dráhy 0,5 m

Označení	$t_{1,exp}$ [s]	$t_{2,exp}$ [s]	$t_{3,exp}$ [s]	$t_{4,exp}$ [s]	$u_{viz,0,5}$ [mm/s]
M2	59,53	58,05	59,01	61,09	8,42 ±0,16
C1	93,68	94,81	93,97	94,78	5,30 ±0,03
M3	40,09	40,59	40,03	40,22	12,43 ±0,07
C	48,63	49,16	48,23	48,72	10,27 ±0,07

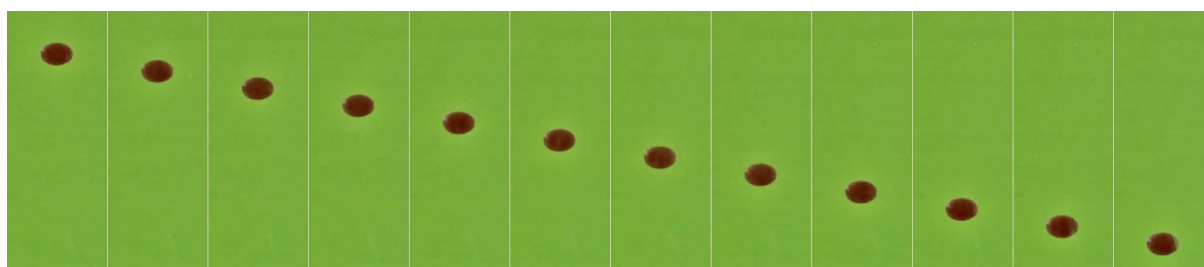
Porovnáním průměrných hodnot pádových rychlostí pro délku dráhy 0,25 a 0,5 m u jednotlivých částic lze určit, že relativní chyby nepřesahují 1 % a rychlost pádu částic lze považovat za ustálenou.

### 7.2.2 Pádová rychlost z analýzy obrazu

Video záznamy pádu kulových částic v kapalině byly analyzovány v programu ImageJ [22].

V první fázi byly video záznamy převedeny do sekvencí snímků (příklad viz obrázek 14) pomocí volně dostupného programu ffmpeg a tyto sekvence nahrány do programu ImageJ.

Pomocí tohoto softwaru pak byly snímky předzpracovány různými úpravami tak, aby se dosáhlo toho, že se zvýrazní objekty zájmu, v tomto případě padající částice. Použity byly především úpravy kontrastu, jasu či doostření.



Obrázek 9 – Sekvence snímků z videa pro částici C

Po tomto předzpracování následovalo nastavení prostorového měřítka podle průměru dané kulové částice (na základě jejího obrazu). Ze znalosti časového intervalu mezi jednotlivými snímky bylo možné potom z určené dráhy částice stanovit její pádovou rychlost.

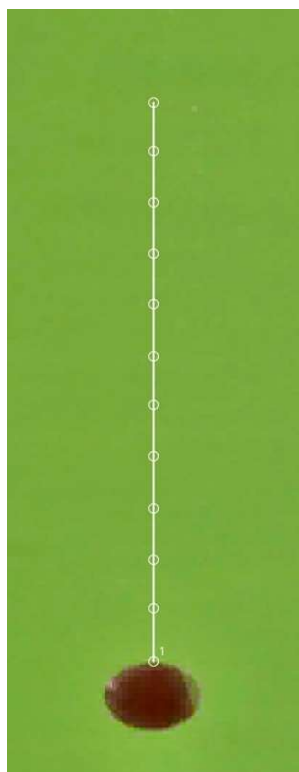
K tomu byl využit volně stažitelný doplněk (plugin) MTrackJ, jenž byl implementován do programu ImageJ. Postup při stanovení pádové rychlosti pomocí tohoto doplňku byl následující:

- 1) Spustil se plugin MTrackJ.
- 2) Ručně se označil střed nebo čelo padající částice.

Dráhu částice lze mapovat pomocí trajektorie (bílá čára) v dané sekvenci snímků, viz obrázek 10. Při označení částice na snímku se automaticky přeskočí na další snímek.

Velikost skoku (a tedy časový interval) je možné konfigurovat.

- 3) Po zmapování celkové dráhy částice se tlačítkem „Measure“ vyvolá analýza obrazu a mezi změřenými parametry je i rychlost částice mezi jednotlivými snímky.



Obrázek 10 – Záznam trajektorie padající částice C v modelové kapalině

Rychlost padající částice byla určena nejméně ze tří měření. Výsledné hodnoty rychlosti jsou uvedeny v tabulce 8:

Tabulka 8 – Vyhodnocení pádu kulové částice pomocí ImageJ

Označení	$u_{ImageJ}$ [mm/s]
M2	8,44 ±0,06
C1	5,25 ±0,07
M3	12,33 ±0,28
C	10,28 ±0,04

### 7.2.3 Porovnání hodnot pádové rychlost z vizuálního pozorování a analýzy obrazu

Průměrné hodnoty jednotlivých pádových rychlostí určených pomocí uvedených metod jsou souhrnně uvedeny v tabulce 9.

Tabulka 9 – Porovnání průměrných hodnot pádových rychlost z vizuálního pozorování a z analýzy obrazu

Označení	$u_{ImageJ}$ [mm/s]	$u_{viz,0,25}$ [mm/s]	$u_{viz,0,5}$ [mm/s]
M2	8,44	8,47	8,42
C1	5,25	5,35	5,30
M3	12,33	12,50	12,43
C	10,28	10,35	10,27

Z tabulky 9 vyplývá, že pádová rychlost stanovená pomocí analýzy obrazu se významně neliší od hodnot stanovených z vizuálních měření. Maximální relativní chyba hodnot je menší než 1,8 %.

Při znalosti výsledků experimentálních měření rychlosti pádu kulových částic byla vypočítána hodnota Reynoldsova kritéria (rovnice (8)) pro jednotlivé částice. Hodnoty Reynoldsových kritérií byly velmi nízké a v tabulce 10 jsou uvedeny jako příklad hodnoty pro průměrnou pádovou rychlost určenou z vizuálních měření pro délku dráhy 0,25 m.

Tabulka 10 – Hodnoty Reynoldsova kritéria

Označení	$Re$
M2	0,045
C1	0,022
M3	0,083
C	0,061

Podmínka pro plouživý režim toku tedy byla splněna (tj.  $Re \ll 1$ ).

#### 7.2.4 Korekce pádové rychlosti na neomezené prostředí a porovnání s teoretickou rychlostí při plouživém režimu

Experimentální hodnoty pádové rychlosti částic byly porovnány s teoretickými rychlostmi (rovnice (50)). Výsledky výpočtu teoretické pádové rychlosti jsou uvedené v tabulce 11.

Tabulka 11 – Teoretické rychlosti pádu částic

Označení	$u_{s, teo}$ [mm/s]
M2	9,85
C1	5,86
M3	15,07
C	12,04

Aby bylo možné experimentálně získané hodnoty pádové rychlosti porovnat s teoretickými, je nutné experimentální hodnoty korigovat použitím korekčního faktoru vlivu stěn na pád kulové částice. Při porovnání jednotlivých rovnic pro stanovení korekčních faktorů se vzhledem k nízkým hodnotám poměru  $d/D$  vypočítané hodnoty významně neliší. Pro vyhodnocení vlivu stěn byl použit Faxenův korekční faktor daný rovnicí (53). Jednotlivé hodnoty jsou uvedeny v tabulce 12.

Tabulka 12 – Faxenův korekční faktor

Označení	$F_w$
M2	0,87
C1	0,90
M3	0,84
C	0,85

Za použití hodnot korekčního faktoru z tabulky 12 bylo možné dopočítat pádovou rychlost, která není ovlivněna stěnami kolony a tu pak porovnat s teoretickou rychlostí pádu kulové částice. Jelikož se hodnoty průměrných pádových rychlostí určených popsánymi způsoby od sebe významně neodlišují, je v tabulce 13 uvedeno jako příklad porovnání pro průměrnou pádovou rychlost stanovenou z vizuálních měření pro délku dráhy 0,25 m.

Tabulka 13 – Porovnání teoretické a experimentální rychlosti pádu kulové částice

Označení	$u_{s, teo}$ [mm/s]	$u_{\infty, 0,25}$ [mm/s]
M2	9,85	9,75
C1	5,86	5,94
M3	15,07	14,88
C	12,04	11,91

Z tabulky 13 je zřejmé, že experimentálně určené pádové rychlosti se významně neliší od rychlostí vypočítaných pomocí Stokesova vztahu a relativní chyby jsou do 1,3 %.

### 7.3 Výpočet viskozity

Při znalosti jednotlivých rychlostí pádu kulových částic v neomezeném prostředí je možné dopočítat zpětně viskozitu modelové kapaliny jednoduchou úpravou podle rovnice (50). V tabulce 14 je uveden příklad viskozit vypočítaných z pádových rychlostí částic určených z vizuálních měření pro délku dráhy 0,25 m.

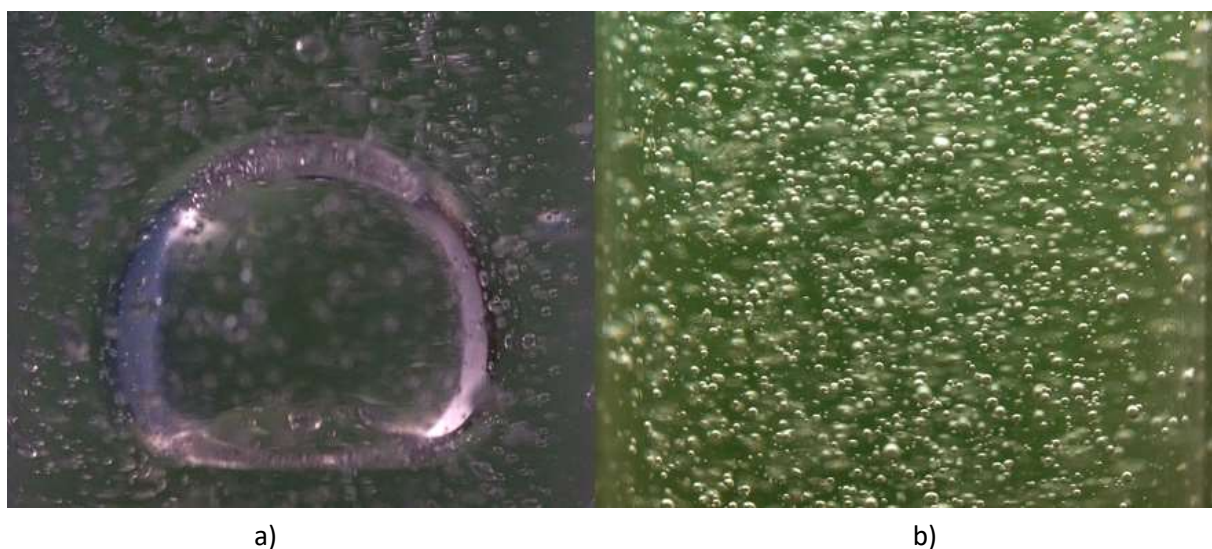
Tabulka 14 – Viskozita modelové kapaliny určená z pádových rychlostí částic

Označení	$\mu_{exp,0,25}$ [mPa·s]
M2	507,29
C1	495,80
M3	508,80
C	507,80
Průměr	<b>504,9 ±5,3</b>

Porovnáním takto získaných hodnot viskozit s hodnotou 503,5 mPa·s experimentálně určenou pomocí Ubbelohdeho viskozimetru bylo zjištěno, že maximální relativní chyba pro viskozity je 1,5 %.

#### 7.4 Aerace modelové kapaliny

Jak již bylo uvedeno v experimentální části, byly odzkoušeny tři způsoby probublávání (aerace) kapaliny pro přípravu dvoufázového systému. Hlavním hlediskem pro výběr vhodného způsobu přípravy homogenní či alespoň pseudohomogenní vrstvy či režimu (kontinuální provzdušňování) bylo vizuální posouzení prostorového rozložení bublin a jejich distribuce



Obrázek 11 – a) Projektilový (střelový) režim, b) pseudohomogenní vrstva

velikosti ve vrstvě. U všech způsobů přípravy dvoufázového systému byly experimenty uskutečněny při třech průtocích vzduchu (511, 1013 a 1476 ml/min).

U prvního způsobu přípravy dvoufázového systému, kdy byly použity pouze samotné vstupní distributory a kontinuální aerace, se vždy vytvářel heterogenní režim v kombinaci s

projektilovým režimem, který se stával dominantním se zvyšujícím se průtokem vzduchu. Příklad projektilového režimu je uveden na obrázku 11a. Jelikož nebylo dosaženo uspokojivých výsledků, byl odzkoušen způsob 2. tj. kombinace vstupních distributorů se síťovými distributory při stejných hodnotách průtoků a kontinuálním probublávání jako u způsobu 1. Ani tento způsob při různých kombinacích distributorů se neukázal jako vhodný a byly dosaženy režimy toku jako u způsobu 1. Celkem bylo při těchto experimentech proměřeno 12 uspořádání distributorů. Při těchto experimentech byl ovšem pozorován zajímavý jev. Při průchodu velkých bublin kapalinou docházelo na jejich čele k odtrhávání menších bublin a tento děj byl intenzivnější pro bubliny projektilového tvaru a pro vyšší průtoky vzduchu. Tyto menší bubliny byly rozptylovány do okolní kapaliny a během vlastního probublávání byla jejich pozice podél výšky kolony relativně statická. Po uzavření přívodu vzduchu také setrvaly po určitou dobu v kapalině a po určitý časový interval vytvořily „pseudohomogenní“ vrstvu (Obrázek 11b). S dobou probublávání kapaliny a zvyšujícím se průtokem vzduchu počet menších bublin podle očekávání narůstal a důsledkem toho bylo, že od určitého časového okamžiku se takto vytvořený systém postupně stával prakticky „neprůhledným“, což znemožňuje sledování částic v systému a je nutné nalézt jistý kompromis mezi stavem vrstvy a dobou probublávání. Jako nejefektivnější distribuce plynu, z hlediska posouzení stavu vrstvy po ukončení aerace kapaliny, se ukázala kombinace šestiramenného vstupního distributoru, který měl až na poslední zalepené všechny otvory v kombinaci se síťovým distributorem S02.

Na základě těchto skutečností se přistoupilo k návrhu třetího způsobu přípravy dvoufázového systému, aby bylo dosaženo alespoň jisté míry pseudohomogenní vrstvy kapalina-vzduch. Ten spočíval v tom, že se kapalina v první fázi po určitou dobu probublávala vzduchem a po ukončení se následně sledovalo chování vrstvy a změna jejího stavu s časem. Pro kombinaci distributorů, uvedenou na konci předchozího odstavce, se zkoušely tři různé doby probublávání při třech různých průtocích a sledovala se stabilita bublin a změna zádrže.

Byly proměřeny a vyhodnoceny následující kombinace průtoků a dob aerace při počáteční výšce vrstvy kapaliny 72,9 cm:

- a) Průtok plynu 511,6 ml/min, doba aerace 1, 3 a 5 min.
- b) Průtok plynu 1013,00 ml/min, doba aerace 1, 3 a 5 min.
- c) Průtok plynu 1476,40 ml/min, doba aerace 1, 3 a 5 min.

Po ukončení aerace se pořizoval obrazový záznam hladiny vrstvy a odečítal tlakový rozdíl v následujících časových okamžicích: 0,5, 1, 1,5, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 16, 20 a 30 min. Obrazový záznam hladiny a odečtený tlakový rozdíl byly použity pro výpočet zádrže vzduchu v kapalině.

Obecně lze popsat stav dvoufázového systému po uzavření přívodu vzduchu, pro různé varianty doby probublávání a hodnoty průtoků, následovně. Menší bubliny po uzavření přívodu vzduchu setrvaly po určitou dobu v probublávané kapalině a po určitý časový interval (cca do 10 min po ukončení aerace) vytvořily „pseudohomogenní“ vrstvu (obrázek 11b). Tento stav trvá jen krátce, neboť bubliny začnou stoupat směrem k hladině vrstvy, a přitom rychlost stoupaní závisí na jejich velikosti. S tím souvisí i změna zádrže s časem i podél výšky vrstvy a rychlost její změny. Zádrž plynu by mohla být rozdělena do několika pásem o různých koncentracích a průměrech bublin. U dna kolony se vyskytovaly nejmenší bubliny pohybující se směrem vzhůru velmi pomalu. Ve středu kolony byly středně velké bubliny o vyšší rychlosti než u dna kolony. V posledním pásmu byly bubliny o nejvyšších průměrech a rychlostech, které jako první vyprchají z modelové kapaliny. Po uplynutí časového intervalu bubliny tvořící znatelnou zádrž plynu vyprchaly a následně vlivem hydrostatického tlaku se ve spodní části kolony nacházely menší bubliny než v horní části kolony. Bubliny byly klasifikovány dle jejich průměru. Jako malé bubliny byly považovány bubliny do průměru 1 mm. Bubliny větší jak 1 mm byly považovány za větší.

Zjistilo se, že velké bubliny vyprchaly po 3 minutách od ukončení provzdušňování a bubliny o menších průměrech se zdržely v koloně po dobu dalších 5 až 7 minut, a tedy změna zádrže s časem je pomalejší než v prvních 3 minutách.

Vyhodnocením těchto experimentů na základě požadavků na homogenitu a vyšší časovou stabilitu vrstvy se pak došlo k závěru, že nejvhodnější je doba tří minutové aerace za nejvyššího průtoky, tj. 1476,40 ml/min. V takto připraveném dvoufázovém systému se pak proměřovaly pády kulových částic.

## **7.5 Stanovení zádrže plynu v modelové kapalině**

Jak už bylo naznačeno v předchozí podkapitole, zádrž plynu v kapalině se vyhodnocovala na základě stanovené výšky hladiny vrstvy (pomocí obrazového záznamu hladiny) a tlakového rozdílu v daném časovém okamžiku. Tyto dvě metody stanovení zádrže jsou popsány v následujícím textu. Zádrž plynu se proměřovala nejméně 3x, aby se zjistilo, zda

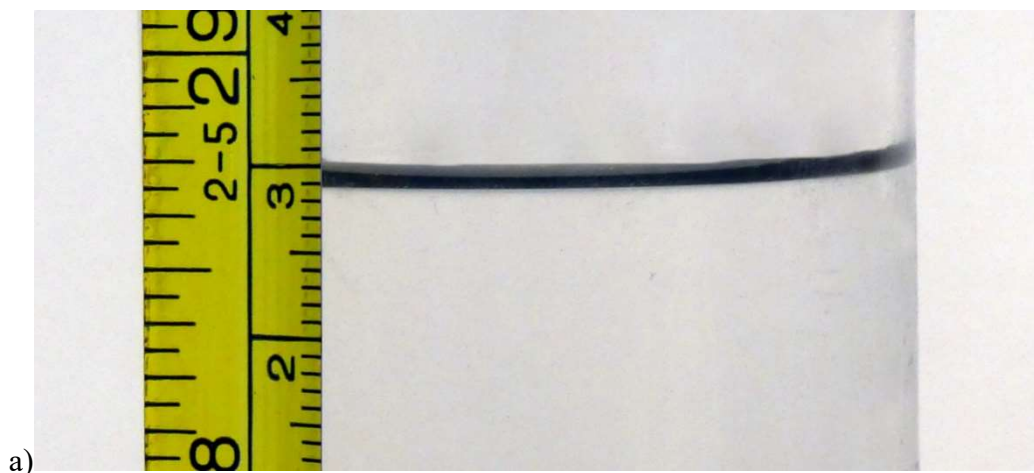


pro dané uspořádání experimentálního zařízení a podmínky experimentu, jsou výsledky reprodukovatelné.

Při pozorování chování plynné fáze v modelové kapalině byla po zmíněných časových intervalech měřena tlaková diference, prováděn obrazový záznam hladiny a zároveň bylo snímáno video zachycující chování bublin. Toto video zpracované v programu ImageJ poté posloužilo k detailní analýze chování bublin. Doba aerace byla 3 min a průtok byl 1476,40 ml/min. Počáteční výška modelové kapaliny byla 72,9 cm.

### 7.5.1 Analýza obrazu – výška hladiny vrstvy

Pro stanovení výšky hladiny probublávané modelové kapaliny z obrazového záznamu byl použit program ImageJ. Po základních úpravách jako je nastavení jasu, kontrastu a doostření bylo nastaveno měřítko snímku pro svislou souřadnici podle měřítka umístěného na koloně. Následně se ručně provedlo vícebodové označení nerovné hladiny probublávané kapaliny či po ukončení aerace. Díky vícebodovému označení pak bylo možné stanovit průměrnou výšku hladiny na  $\pm 1$  mm. Po této operaci byly změřeny souřadnice označených bodů a na jejich základě spočítána střední výška hladiny vrstvy podle věty o střední hodnotě integrálního počtu. K vlastním výpočtům integrálu bylo využito lichoběžníkové pravidlo a výpočty byly implementovány v programu Excel, ve kterém byl navržen algoritmus pro urychlení celého procesu analýzy. Vlastní zadrž vzduchu v kapalině se spočítala podle rovnice (30).

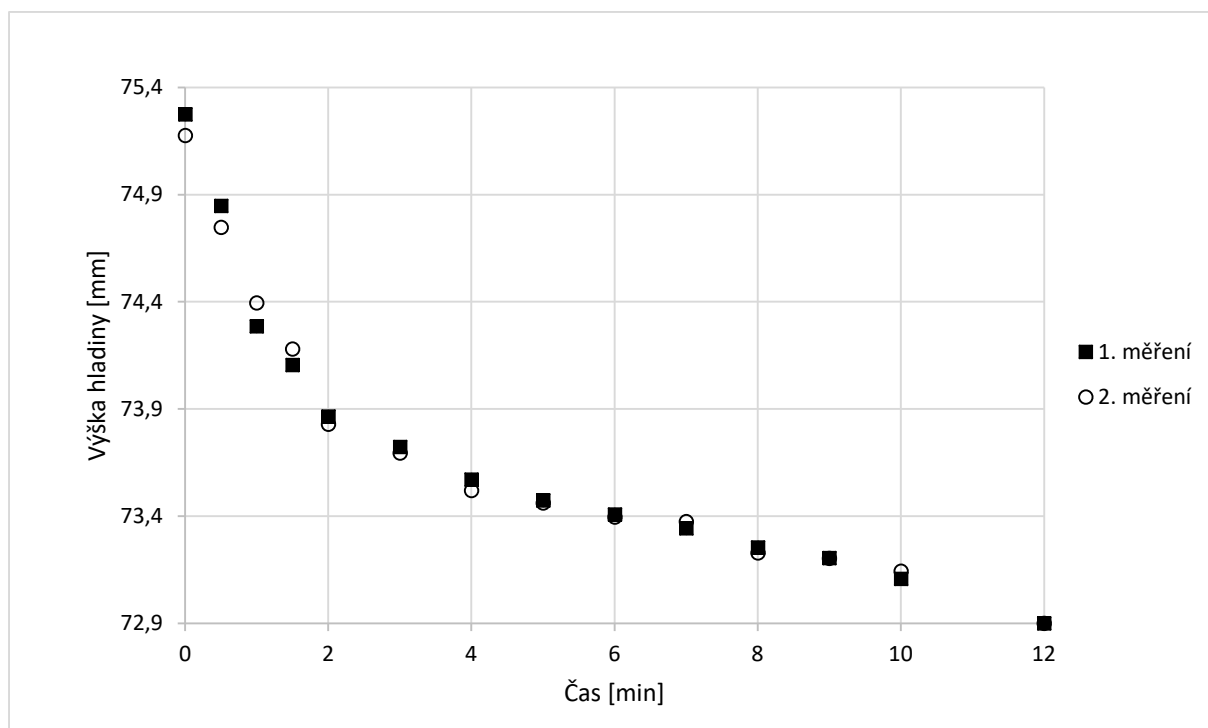




Obrázek 12 – Snímky pro počáteční výšku hladiny kapaliny a) a hladinu vrstvy při ukončení aerace b)

Na obrázku 12 je uveden příklad zaznamenané hladiny na počátku experimentu a při ukončení aerace a po základních úpravách v programu ImageJ. Ukázka výsledků stanovené zádrže plynu je v tabulce 15.

Příklad grafického znázornění reprodukovatelnosti závislosti výšky hladiny arované vrstvy na čase je uvedený v grafu 1. Z grafu lze vidět, že reprodukovatelnost je na dobré úrovni.

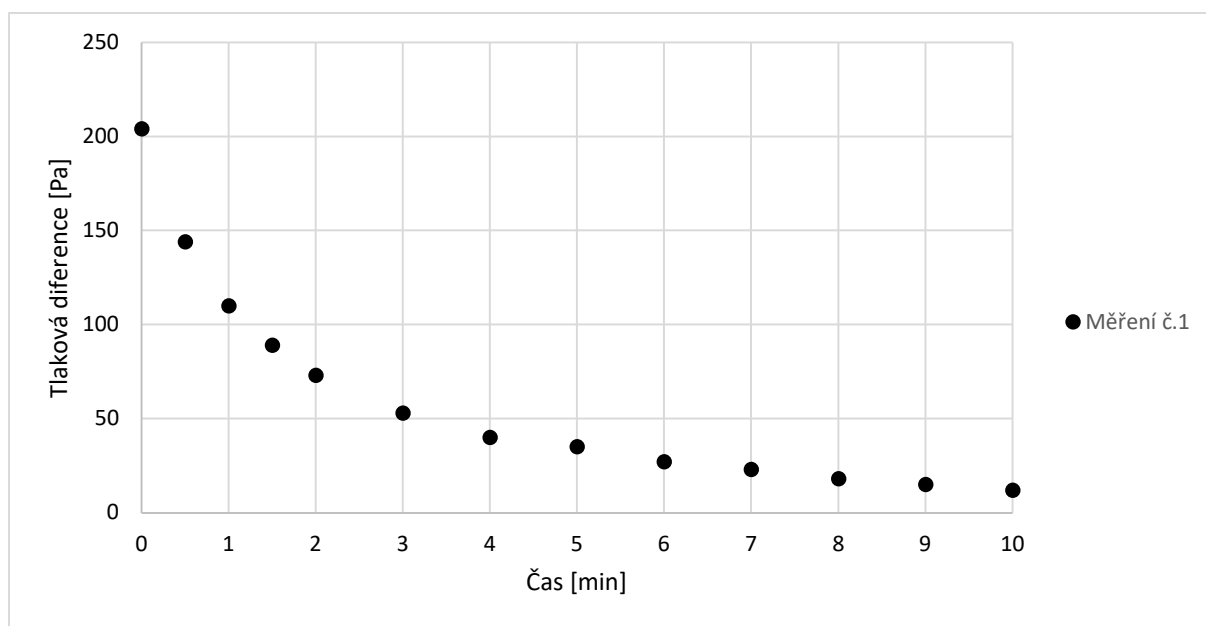


Graf 1 – Závislost výšky hladiny na čase ve dvoufázovém systému

## 7.5.2 Tlaková diference

Pro stanovení zádrže plynu dvoufázového systému byla použita nejen měření výšky, ale i měření tlakové ztráty v koloně. Na začátku měření byl tlakoměr vždy nulován a pak byla odečítána tlaková diference v časových intervalech odpovídajících tabulce 15. Pro výpočet zádrže plynu pomocí tlakové diference byla použita rovnice (31).

Příklad grafického znázornění závislosti absolutní hodnoty tlakové diference po skončení aerace na čase je uvedený v grafu č.2.



Graf 2 – Závislost tlakové diference po skončení aerace na čase ve dvoufázovém systému

## 7.5.3 Porovnání zádrže plynu stanovené pomocí analýzy obrazu a tlakové diference

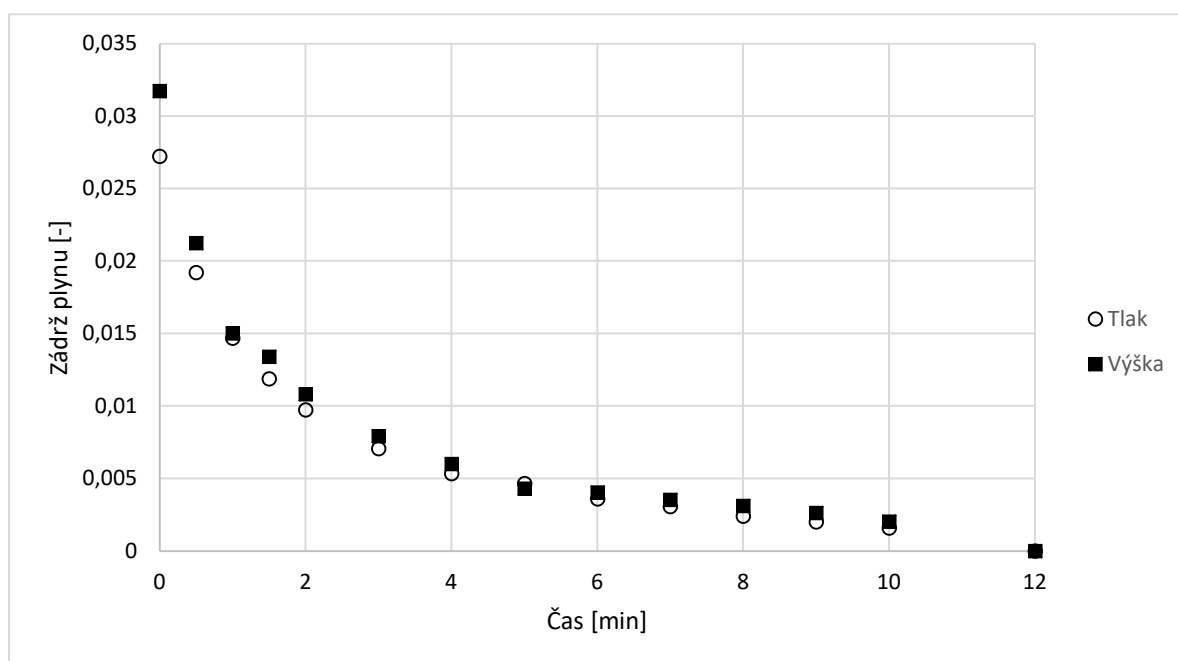
V tabulce 15 se nachází porovnání zádrže plynu stanoveného pomocí analýzy obrazu a tlakové diference.

Tabulka 15 – Příklad vyhodnocených hodnot zádrže plynu

Čas[min]	Tlaková diference [Pa]	Zádrž plynu $\alpha$	Výška [mm]	Zádrž plynu $\alpha$
0	-204	0,02723	75,28	0,03174
0,5	-144	0,01922	74,85	0,02125
1	-110	0,01468	74,29	0,01502
1,5	-89	0,01188	74,11	0,01341
2	-73	0,00974	73,86	0,01082

3	-53	0,00707	73,72	0,00792
4	-40	0,00533	73,57	0,00602
5	-35	0,00467	73,47	0,00430
6	-27	0,00360	73,41	0,00405
7	-23	0,00307	73,34	0,00356
8	-18	0,00240	73,25	0,00312
9	-15	0,00200	73,21	0,00262
10	-12	0,001602	73,11	0,00204

Příklad porovnání zádrže plynu měřený pomocí tlakové diference a výšky je uveden v grafu 3.



Graf 3 – Porovnání měření zádrže plynu pomocí tlakového rozdílu a výšky

Na základě vyhodnocení těchto grafů vyplývá, že hodnoty zádrže dvoufázového systému po ukončení aerace se pohybují okolo 3 %. Z průběhu poklesu zádrže plynu v systému pak byl odhadnut časový okamžik od ukončení aerace, kdy začít měřit pád kulových částic ve dvoufázovém systému. Tento časový okamžik byl vybrán tak, aby změna zádrže plynu v kapalině byla během měření pádů malá a systém mohl být považován podél dráhy částice za pseudohomogenní. Z grafu 3 tedy vyplývá, že pro dané podmínky vedení experimentu zádrž plynu od 3 minuty po skončení aerace neklesá tak strmě (pokles zádrže plynu v čase), jako v prvních 3 minutách.

## 7.6 Pád kulové částice ve dvoufázovém systému

Data, získaná ve dvou sériích měření podle postupu uvedeného v experimentální části (kapitola 6.8), byla použita pro stanovení pádové rychlosti kulových částic ve dvoufázovém systému. V těchto dvou sériích, z hlediska reprodukovatelnosti přípravy dvoufázového systému způsobem 3, by měly pády kulových částic probíhat za srovnatelných podmínek (první měření ze série 1 by mělo odpovídat prvnímu měření ze série 2 atd.). Oproti vyhodnocení pádu částic v samotné kapalině, se zde vyhodnocovala pouze měření z vizuálního pozorování pádu částice na délce 0,25 m a záznamy pádu částice pomocí kamery A77M2. Důvodem vynechání dráhy o délce 0,50 m bylo to, že podél výšky se zádrž plynu na této dráze mění výrazněji oproti změně zádrže na délce 0,25 m a podél výšky snímané části kolony u videosekvence.

Zároveň byla měřena zádrž plynu v modelové kapalině při každém měření času pádu kulové částice. Vypočítané pádové rychlosti ve dvoufázovém systému byly porovnány s pádovými rychlostmi v samotné kapalině.

### 7.6.1 Určení pádové rychlosti kulové částice z vizuálních měření

Na základě změřené doby pádu kulové částice na dráze o známé délce byla pomocí podílu této délky a zjištěného času vypočtena pádová rychlost částic ve vrstvě. Zjištěné časy pádu částic jsou uvedeny v tabulce 16.

Tabulka 16 – Naměřené hodnoty času pádu pro dráhu 0,25 m

Označení	série č.1				série č.2			
	$t_{1,exp}$ [s]	$t_{2,exp}$ [s]	$t_{3,exp}$ [s]	$t_{4,exp}$ [s]	$t_{5,exp}$ [s]	$t_{6,exp}$ [s]	$t_{7,exp}$ [s]	$t_{8,exp}$ [s]
M2	32,30	29,85	29,15	28,92	33,23	29,58	29,81	28,92
C1	45,49	48,02	47,62	46,65	51,54	47,33	47,00	47,41
M3	21,59	19,78	19,83	19,49	20,30	20,48	19,82	19,97
C	25,69	24,67	25,81	24,72	24,49	23,28	24,43	24,68

Zádrž plynu byla vyhodnocena pomocí tlakového rozdílu a v tabulce 17 jsou uvedeny průměrné hodnoty zádrže určené z hodnot na začátku a na konci měření pádových rychlostí pro danou částici a měření. Dosažené hodnoty zádrží plynu jsou pod 1 % a v rámci provedených měření se od sebe z hlediska absolutních hodnot výrazně neliší.

Experimenty č. 1 a 5; 2 a 6; 3 a 7; 4 a 8, jak již bylo zmíněno, byly měřeny za v podstatě stejných zádrží plynu (viz tabulka 18). Průměrné hodnoty určených pádových rychlostí z těchto dvojic měření jsou uvedeny v tabulce 18.

Tabulka 17 – Průměrná zádrž plynu pro kulové částice padající na dráze 0,25 m

Označení	série č.1				série č.2			
	$\alpha_{1, exp}$ [-]	$\alpha_{2, exp}$ [-]	$\alpha_{3, exp}$ [-]	$\alpha_{4, exp}$ [-]	$\alpha_{5, exp}$ [-]	$\alpha_{6, exp}$ [-]	$\alpha_{7, exp}$ [-]	$\alpha_{8, exp}$ [-]
M2	0,00618	0,00559	0,00506	0,00456	0,00616	0,00558	0,00503	0,00454
C1	0,00592	0,00502	0,00422	0,00354	0,00580	0,00492	0,00415	0,00347
M3	0,00640	0,00600	0,00561	0,00525	0,00643	0,00601	0,00562	0,00525
C	0,00632	0,00582	0,00533	0,00489	0,00634	0,00587	0,00540	0,00496

Tabulka 18 – Rychlost částic ve dvoufázovém systému pro dráhu 0,25 m

Označení	$u_{viz,0,25,1-5}$ [mm/s]	$u_{viz,0,25,2-6}$ [mm/s]	$u_{viz,0,25,3-7}$ [mm/s]	$u_{viz,0,25,4-8}$ [mm/s]
M2	7,63	8,41	8,48	8,64
C1	5,17	5,24	5,28	5,32
M3	11,95	12,42	12,61	12,67
C	9,97	10,44	9,96	10,12

Z tabulek 17 a 18 vyplývá, že s klesající zádrží plynu roste velice mírně pádová rychlost pro všechny modelové částice. Ve dvoufázovém systému stoupající bubliny působí jako přídatný odpor, a tudíž s rostoucí zádrží vzduchu ve vrstvě nedojde k očekávanému zvýšení pádové rychlosti částice, ale naopak k jejímu snížení.

### 7.6.2 Stanovení pádové rychlosti z analýzy obrazu

Video záznamy pádu kulových částic v kapalině byly analyzovány v programu ImageJ [22].

Na obrázku 13 je příklad sekvencí obrazů pro stanovení pádové rychlosti.



Obrázek 13 – Sekvence obrazů pro stanovení pádové rychlosti ve dvoufázovém systému pro částici C1

Postup analýzy obrazu byl shodný s měřením rychlosti pádové částice v modelové kapalině v kapitole 7.2.2. Výsledky vyhodnocení jednotlivých pádových rychlostí pomocí programu ImageJ jsou uvedeny v tabulce 19. Jelikož videozáznamy byly pořízeny při měření pádu částice na dráze 0,25 m, hodnoty zádrže plynu stanovené pro jednotlivá měření v předchozí kapitole odpovídají zádrži i pro tato vyhodnocovaná měření.

Tabulka 19 – Výsledky vyhodnocení pádu kulové částice pomocí ImageJ

Označení	$u_{ImageJ,1-5}$ [mm/s]	$u_{ImageJ,2-6}$ [mm/s]	$u_{ImageJ,3-7}$ [mm/s]	$u_{ImageJ,4-8}$ [mm/s]
M2	7,57	7,71	7,70	7,43
C1	5,25	5,10	4,96	5,12
M3	12,10	12,72	12,62	12,85
C	9,33	9,95	9,44	9,80

Hodnoty určené pádové rychlosti určené z analýzy obrazu se významně neodlišují od rychlostí určených v předchozí podkapitole a v dalším textu jsou použity hodnoty rychlostí získaných rychlostí z vizuálních měření.

### 7.6.3 Porovnání pádových rychlostí částic ve dvoufázovém systému a v modelové kapalině

Pro porovnání zjištěných pádových rychlostí ve dvoufázovém systému a v samotné kapalině byly použity hodnoty rychlosti zjištěné pro experimentálně dosaženou maximální zádrž vzduchu, tj.  $u_{viz,0,251-5}$ . Porovnání je uvedeno v tabulce 20.

Tabulka 20 – Porovnání průměrných pádových rychlostí ve dvoufázovém systému a v modelové kapalině vizuální metodou

Označení	$u_{viz,0,25,1-5}$ [mm/s]	$u_{viz,0,25}$ [mm/s]
M2	7,63	8,47
C1	5,17	5,35
M3	11,95	12,50
C	9,97	10,35

Na základě porovnání lze vidět, že rozdíly rychlostí ve dvoufázovém systému a kapalině nejsou výrazné a maximální relativní odchylka je 10 % u částice M2. Přitom pádová rychlost v samotné kapalině u všech částic je vyšší, než je pádová rychlost ve dvoufázovém systému. Dochází zde zřejmě ke zbrzdění částic vlivem přidavného odporu způsobeným bublinami stoupajícími vzhůru proti pohybu padající částice.

#### 7.6.4 Určení průměru a rychlosti bublin

Zadrž plynu v modelové kapalině se projevovala ve formě bublin. Ihned po ukončení probublání se ve vrstvě nacházely i bubliny, jejichž průměr byl větší než průměr částic a jejich rychlost stoupaní byla nejvyšší. Během prvních třech minut tyto bubliny v podstatě vyprchaly z vrstvy, ve které se potom nacházely již bubliny s průměrem srovnatelným s částicemi či menším. Z pořízených videozáznamů pádu částic pak byly pomocí metod analýzy obrazu zjištěny průměry několika bublin a jejich rychlosti. Postupy zpracování a analýza obrazu jsou analogické postupům při určení pádových rychlostí částic. Výsledky uvedené v této kapitole se vždy týkají analýzy dvoufázového systému pro první měření v sérii 1 či 2 (viz výše).

Kalibrace rozměrového měřítka zaznamenané videosekvence byla provedena na základě průměru kulové částice padající ve středu kolony. Pro vlastní zpracování záznamů byla vybrána pouze oblast kolem středu kolony. Důvodem je minimální zkreslení snímaného obrazu částic a bublin. Výška úseku kolony zaznamenaná pomocí kamery byla cca 3 cm. N tomto analyzovaném úseku nebyly zjištěny změny v průměru či tvaru bublin. Příklad určených průměrů bublin a jim příslušejících rychlostí vznosu je uveden v tabulce 21. Průměr a rychlost bublin byly stanoveny pomocí programu ImageJ.

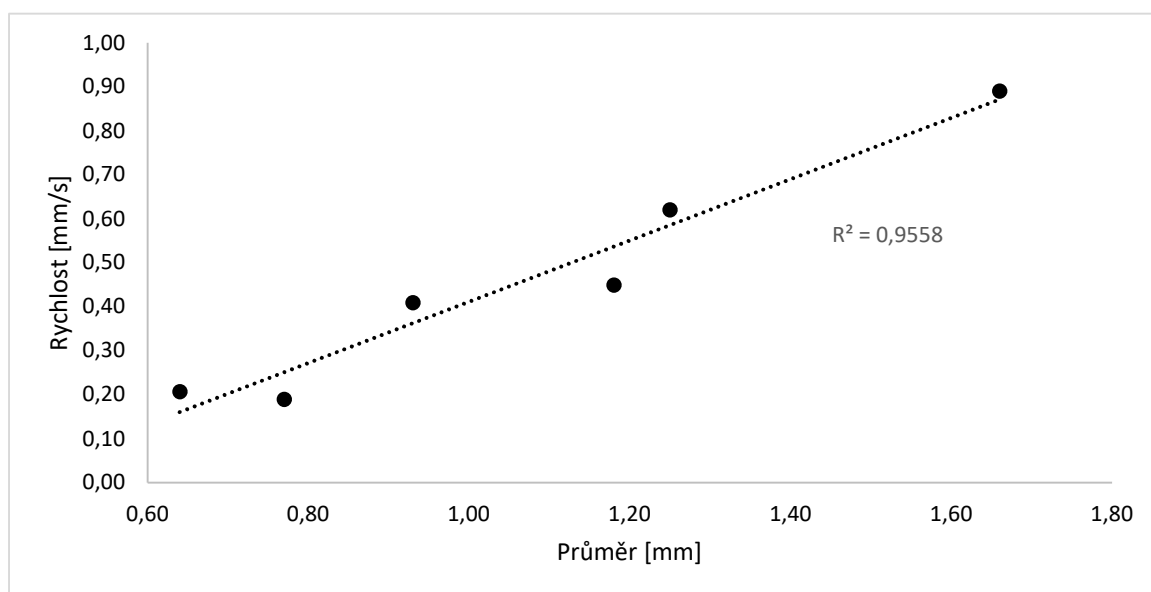


Vlastní sledování dané bubliny při analýze obrazu videosekvence bylo relativně obtížné, neboť docházelo k vzájemnému překryvu bublin apod. Také zde hrála významnou roli i hloubka ostrosti, která byla ovlivněna zaostřením snímku na padající částici a nastavenou clonou při záznamu.

Tabulka 21 – Průměr a rychlosti bublin

Průměr [mm]	Rychlost [mm/s]
0,64	0,21
0,77	0,19
0,93	0,41
1,18	0,45
1,25	0,62
1,66	0,89

Závislost rychlosti stoupajících bublin na jejich průměru zobrazuje graf 4.



Graf 4 – Závislost rychlosti na průměru bublin

Dále byla provedena i analýza několika statických snímků z videosekvence pro zjištění průměru u většího souboru (počtu) bublin. Ten se pohyboval v intervalu od 0,21 mm do 1,57 mm. Při rozdělení souboru naměřených průměrů bublin rozdělí do jednotlivých tříd dle průměru, lze pak určit procentuální zastoupení v jednotlivých třídách (viz tabulka 22).

Tabulka 22 – Procentuální zastoupení bublin ve dvoufázovém systému

Od [mm]	Do [mm]	%
0,21	0,33	0,70
0,33	0,45	2,61
0,45	0,57	5,62
0,57	0,69	12,24
0,69	0,81	18,25
0,81	0,92	24,87
0,92	1,04	19,06
1,04	1,16	10,53
1,16	1,28	5,02
1,28	1,40	0,70
1,40	1,52	0,40

### 7.6.5 Korekce pádové rychlosti částic

Rychlosti částic a bublin byly určeny vzhledem k nehybné stěně experimentálního zařízení. Z hlediska relativního pohybu částice-bublina, lze na pád částice pohlížet také jako na částici pohybující se vůči statické bublině. Rychlost částice pak bude dána součtem velikosti rychlostí částice a bubliny. Při stanovení těchto pádových rychlostí částic bylo použito zjednodušujícího předpokladu, že největší vliv na pád kulové částice budou mít bubliny s nejvyšším zastoupením podle průměru. Rychlost těchto bublin byla stanovena na 0,38 mm/s. Korekce rychlostí jsou uvedeny v tabulce 23.

Tabulka 23 – Relativní rychlosti pádu kulové částice s interakcí plynné fáze a jejich porovnání s pádovou rychlostí v modelové kapalině

Označení	$u_{bc,l}$ [mm/s]	$u_{viz,0,25}$ [mm/s]
M2	8,01	8,47
C1	5,55	5,35
M3	12,33	12,50
C	10,35	10,35

Z tabulky 23 vyplývá, že takto korigovaná rychlost pádové částice, ve dvoufázovém systému s maximální hodnotou zádrže, je srovnatelná s pádovou rychlostí částice stanovenou v samotné kapalině. Na základě tohoto porovnání lze usoudit, že u takto dosažené velikosti zádrže v systému se neprojeví významně změny ve fyzikálních vlastnostech systému oproti samotné kapalině.

## ZÁVĚR

V rámci diplomové práce byly měřeny a porovnávány pády kulových částic v plouživém režimu v modelové kapalině Emkarox HV45 a ve dvoufázovém systému modelová kapalina-vzduch ve válcové koloně o vnitřním průměru 40 mm.

Pádové rychlosti kulových částic v modelové kapalině určované vizuálním pozorováním a analýzou obrazu pořízených videosekvencí pádu částic v programu ImageJ si odpovídají. Experimentálně zjištěné hodnoty pádové rychlosti byly přepočteny na hodnoty pádových rychlostí v neomezeném prostředí pomocí Faxenovy korekce. Pádové rychlosti částic v samotné modelové kapalině byly porovnány s teoretickými hodnotami rychlosti pro plouživý režim (Stokesův vztah). Na základě určených rychlostí pádu kulových částic a jejich přepočtu pro neomezené prostředí byla vypočtena ze Stokesova vztahu viskozita kapaliny. Její hodnota byla porovnána s měřením viskozity pomocí Ubbelohdeho viskozimetru, a bylo zjištěna velmi dobrá shoda hodnot obou viskozit.

Pro přípravu dvoufázového systému bylo odzkoušeno několik způsobů, které se lišily typem použitého distributoru či jejich kombinací se síťovými distributory, hodnotou průtoku vzduchu apod. Při kontinuálním probublávání u vodných roztoků Emkaroxu HV 45 nebylo dosaženo homogenního ani pseudohomogenního režimu probublávání. Pro kontinuální provzdušňování i pro nižší hodnoty průtoku vzduchu dominoval heterogenní a projektilový režim. Důvodem zde zřejmě bude povrchové napětí kapaliny a může se také uplatňovat vyšší viskozita kapaliny. Dvoufázový pseudohomogenní systém byl nakonec připravován tak, že po několik minut byl systém probubláván při vyšším průtoku vzduchu (projektilový režim). Během této doby aerace se odtrhávaly do kapaliny menší bubliny. Po ukončení aerace bylo možné takto vzniklý dvoufázový systém po určitou dobu považovat za pseudohomogenní. Zároveň při těchto experimentech byla měřena zádrž plynu pomocí tlakové difference a změny výšky hladiny aerované vrstvy v koloně. Stanovená zádrž po skončení aerace dosahovala hodnoty okolo cca 3% a s postupem času klesala.

Ve dvoufázovém systému byly změřeny pády kulových částic. Z výsledků vyplývá, že pádové rychlosti částic pro dosažené zádrže plynu se sice od pádových rychlostí v samotné kapalině výrazně neodlišují, ale jsou nižší. Tato skutečnost byla způsobena stoupajícími bublinami ve vrstvě. Na základě relativního pohybu částice – bublina byla pak velikost rychlosti bublin (průměrná hodnota) připočtena k rychlosti částice. Stanovení rychlosti bublin bylo provedeno analýzou obrazového záznamu při pádu částic ve dvoufázovém systému.

Porovnáním takto korigovaných hodnot pádových rychlostí částic s hodnotami rychlostí v samotné kapalině vyplývá, že korigovaná rychlost je srovnatelná s rychlostmi v modelové kapalině.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BESAGNI, G., F. INZOLI, G. DE GUIDO a L.A. PELLEGRINI. The dual effect of viscosity on bubble column hydrodynamics. *Chem. Eng. Sci.* 158. **2017a**, , 509-538.
- [2] BESAGNI, G., G.R. GUÉDON a F. INZOLI. Annular gap bubble column: experimental investigation and computational fluid dynamics modeling. *J.Fluids Eng.* 138. **2016b**.
- [3] MUDDLE, R.F., W.K. HARTEVELD a H.E.A. VAN DEN AKKER. Uniform flow in bubble columns. *Ind. Eng. Chem. Res.* **2009**, 148-158.
- [4] BESAGNI, G., P. BRAZZALE, A. FIOCCA a F. INZOLI. . Estimation of bubble size distributions and shapes in two-phase bubble column using image analysis and optical probes. *Flow Meas. Instrum.* 52. **2016a**, , 190-207.
- [5] BESAGNI, G., F. INZOLI, G. DE GUIDO a L.A. PELLEGRINI. Experimental investigation on the influence of ethanol on bubble column hydrodynamics. *Chem. Eng. Res.Des.* 112. **2016c**.
- [6] LUCAS, D., R. RZEHAKE, E. KREPPER, T. ZIENGENHEIN, Y. LIAO, S. KRIEBITZSCH a P. APANASEVICH. A strategy for the qualification of multi-fluid approaches for nuclear reactor safety. *Nucl. Eng. Des.* **2015**.
- [7] ZAHRADNÍK, J., M. FIALOVÁ, M. RUZICKA, J. DRAHOŠ, F. KASTANEK a N.H. THOMAS. Duality of the gas–liquid flow regimes in bubble column reactors. *Chem. Eng. Sci.* 52. 1997, , 3811–3826.
- [8] TAKAGI, S. a Y. MATSUMOTO. Surfactant effects on bubble motion and bubbly flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 43. **2011**, 615–636.
- [9] BEINHAEUER, R. Dynamic Measurement of the Relative Gas Contents in Bubble Columns by Means of X-ray Absorption. *TU Berlin.* **1971**.
- [10] RUZICKA, M.C., J. ZAHRADNÍK, J. DRAHOŠ a N.H. THOMAS. Homogeneous–heterogeneous regime transition in bubble columns. *Chem. Eng. Sci.* **2001b**, , 4609-4626.

- [11] MIKULÁŠEK, P. *Přednášky z chemického inženýrství - část 4: Sedimentace a pádová rychlost*. Univerzita Pardubice.
- [12] NGO, Chean Chin a Kurt GRAMOLL. FLUID MECHANICS - THEORY. *ECourses*.  
Dostupné také z:  
[http://ecourses.ou.edu/cgi/bin/ebook.cgi?topic=fl&chap\\_sec=09.1&page=theory](http://ecourses.ou.edu/cgi/bin/ebook.cgi?topic=fl&chap_sec=09.1&page=theory)
- [13] OSEEN, C.W. *Arkiv for Matematik, Astronomi und Fysik*, 6(29),. **1910**.
- [14] GOOSSENS, Walter R.A. Review of the empirical correlations for the drag coefficient of rigid spheres. *Powder Technology* 352. **2019**, , 350-359.
- [15] NUNN, Robert H. *Intermediate fluid mechanics*. ISBN 0891166475.
- [16] SCHILLER, L. a A.Z. NEUMANN. *Ver. Deut. Ing. 77. Ver. Deut. Ing. 77*. **1933**, 318-320.
- [17] TERFOUS, A., A. HAZZAB a A. GHENAIM. *Powder Technology* 239. **2013** , 12-20.
- [18] IWAOKA, Mitsugu a Tsutomu ISHII. EXPERIMENTAL WALL CORRECTION FACTORS OF SINGLE SOLID SPHERES IN CIRCULAR CYLINDERS. *Journal of chemical engineering of Japan*. **1979**, 239-242.
- [19] QUDDUS, Noor Al, Walied A. MOUSSA a Subir BHATTACHARJEE. Motion of a spherical particle in a cylindrical channel using arbitrary Lagrangian–Eulerian method. *Journal of Colloid and Interface Science*. DOI: 10.1016/j.jcis.2007.09.060.
- [20] STRNADEL, Jaroslav a Ivan MACHAČ. *Wall effect on a single spherical particle moving through a power-law fluid*. Pardubice, **2009**.
- [21] STRNADEL, Ing. Jaroslav. *Pád tuhé osamocené částice v neneutonských kapalinách*. Pardubice, 2011. Disertační práce. Univerzita Pardubice. Vedoucí práce Prof. Ing. Ivan Machač, Csc.
- [22] RASBAND, W.S. *ImageJ*. U. S. National Institutes of Health, Maryland, USA, **1997-2018**. Dostupné také z: <https://imagej.nih.gov/ij/>

- [23] *Měření viskozity: Rotační viskozimetry, Kapilární viskozimetry* [online]. Praha: Projekt 1.lékařské fakulty a Univerzity Karlovy, **2019**. Dostupné z: [https://www.wikiskripta.eu/w/Měření\\_viskozity](https://www.wikiskripta.eu/w/Měření_viskozity)
- [24] AWAD, M.M. a Y.S. MUZYCHKA. Effective property models for homogeneous two-phase flows. *Exp. Therm. Fluid Sci.* [online]. DOI: doi:10.1016/j.expthermflusci.2008.07.006.
- [25] MCADAMS, W.H., W.K. WOODS a L.C. HEROMAN. Vaporization inside horizontal tubes II-benzene-oil mixtures. *Trans. ASME 64 (3)*. **1942**, 193-200.
- [26] CICCHITTI, A., C. LOMBARADI, M. SILVERSTI, G. SOLDAINI a R ZAVATTARLLI. Two-phase cooling experiments - pressure drop heat transfer burnout measurements. *Energia Nucleare 7 (6)* [online]. **1960**, 407-425.
- [27] OWENS, W.L. Two-phase pressure gradient. *ASME Int. Develop. Heat Transf. PART II*. **1961**, 363-368.
- [28] DUKLER, A.E., Wicks MOYE a R.G. CLEVELAND. Frictional pressure drop in two-phase flow. Part A: a comparison of existing correlations for pressure loss and holdup, and Part B: an approach through similarity analysis. *AIChE J. 10 (1)*. **1964**, 38-51.
- [29] GARCÍA, F., R. GARCÍA, J.C. PADRINO, C. MATA, J.L. TRALLERO a D.D. JOSEPH. Power law composite power law friction factor correlations for laminar turbulent gas liquid flow in horizontal pipelines. *Int J. Multiphase Flow 29 (10)*. **2003**, 1605-1624.
- [30] BROŽ, J. *Základy fyzikálních měření: článek 2.1.4*. Praha, **1983**.
- [31] OBIE, Ogheneochuko. *Density measurement of multiphase pipe flows*. **2018**. Disertační práce. The University of Huddersfield.
- [32] FAN, L.S., F GOROWARA, R.L. KREISCHER a B.E KREISCHER. Hydrodynamics of gas-liquid-solid fluidization under high gas hold-up conditions. *Powder Technology*. **1987**, 285-293.



- [33] SCHWEITZER, J.M. a J. & GAUTHIER, T. Local gas hold-up measurements in fluidized bed and slurry bubble colum. *Chemical Engineering Science*, 56. **2001**, 1103-1110.
- [34] JENA, H.M., G.K. ROY a B.C. MEIKAP. Prededction of gas holdup in three-phase fluidized bed from bed pressure drop measurement. *Chemical Engineering Research and Design*, 86. **2008**, 1301-1308.
- [35] THORAT, B.N., A.V. SHEVADE, K.N. BHILEGAONKAR, R.H. AGLAWE, U. PARASU VEERA a S.S. THAKRE. Effect of sparger design and height to diameter ratio on fractional gas hold-up in bubble column. *Transactions of IChemE Part A*, 76. **1998**, , 823-834.
- [36] ANASTASIOU, A.D., A.D. PASSOS a A.A. MOUZA. Bubble columns with fine pore sparger and non-Newtonian liquid phase: prediction of gas holdup. *Chem. Eng. Sci.* 98. **2013**, 331-338.
- [37] MOUZA, A.A., G.K. DALAKOGLU a S.V. PARAS. Effect of liquid properties on the performance of bubble column reactors with fine pore spargers. *Chem. Eng. Sci.* 60. **2005**, , 1465-1475.
- [38] JEENA, H.M., G.K. ROYA a S.S. MAHAPATRAB. Determination of optimum gas holdup conditions in a three-phase fluidized bed by genetic algorithm. *Computes&Chemical Engineering*. 2010, , 476-484. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2009.07.003.
- [39] PRAKASH, Ritesh, Subrata Kumar MAJUMDER a Anungrah SINGH. Gas holdup and frictional pressure drop contributions in microstructured two-and three-phase bubbling bed with Newtonian and non-Newtonian liquids: Effect of coarse and fine particles with surface active agent. *Chemical Engineering and Processing - Process Intensification*. **2018**, 40-57. DOI: 10.1016/j.cep.2018.09.020.
- [40] HILLS, J.H. The operation of a bubble column at high throughputs: I. gas holdup measurements. *Chem. Eng. J.* 12. **1976**, 89-99.
- [41] TANG, C. a T.J. HEINDEL. Estimating gas holdup via pressure difference measurements in a cocurrent bubble column. *Int. J. Multiph. Flow* 32,. **2006**, 850-863.

- [42] ROLLBUSCH, Phillipp, Marc BECKER, Martina LUDWIG, André BIEBERLE, Marcus GRUNEWALD, Uwe HAMPEL a Robert FRANKE. Experimental investigation of the influence of column scale, gas density and liquid properties on gas holdup in bubble columns. *International Journal of Multiphase Flow*. 2015, , 88-106. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2015.05.009.
- [43] WENCHENG, Xia, Yang JIANGUO a Wang YULING. Reliability of gas holdup measurements using the differential pressure method in a cyclone-static micro-bubble flotation column. *Mining Science and Technology*. **2011** , 797-801. DOI: 10.1016/j.mstc.2011.06.026.
- [44] KIKUKAWA, Hiroshi. Physical and transport properties governing bubble column operations. *International Journal of Multiphase Flow*. **2017** , 115-129. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2017.03.017.
- [45] MALDONADO, M., R. CRETIER, M. MELENDEZ a C.O. GOMEZ. A new approach to measure gas holdup in industrial flotation machines. Part II: Effect of fluid properties. *Minerals Engineering*. **2020** , 106-117. DOI: 10.1016/j.mineng.2019.106177.
- [46] WEIN a WICHTERLOVÁ. Viskozita vodných roztoků polyglykolu EMKAROXU. *Chemmagazin*.
- [47] JIA, Jiabin, Akintayo BATATUNDE a Mi WANG. Void fraction measurement of gas–liquid two-phase flow from differential pressure. *Flow Measurement and Instrumentation*. Elsevier, **2015**, 75-80. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2014.10.010.
- [48] CHHABRA, R.P. *Bubbles, Drops, and Particles in Non-Newtonian Fluids*. CRC Press, **2006**. ISBN 9780824723293.
- [49] MORRISON, F.A. *Understanding rheology*. Oxford: Oxford University Press, **2001**. ISBN 9780195141665.