

UNIVERZITA PARDUBICE

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A  
INFORMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2020

Tomáš Minařík

Univerzita Pardubice  
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Kalmanova filtrace měření koherentního bistatického radaru v případě většího  
počtu cílů

Diplomová práce

Univerzita Pardubice  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Akademický rok: 2019/2020

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(projektu, uměleckého díla, uměleckého výkonu)

Jméno a příjmení: **Bc. Tomáš Minařík**  
Osobní číslo: **I18223**  
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Komunikační a řídicí technologie**  
Téma práce: **Kalmanova filtrace měření koherentního bistatického radaru v případě většího počtu cílů.**  
Zadávající katedra: **Katedra elektrotechniky**

### Zásady pro vypracování

Student se seznámí s funkcí bistatického radaru i s Kalmanovou filtrací výsledků jeho měření. V prostředí Matlab navrhne Kalmanův filtr pro sledování těchto výsledků pro případ většího počtu cílů, ověří ho na datech, generovaných dodaným modelem a popíše vliv volitelných parametrů filtru na jeho vlastnosti.

Rozsah pracovní zprávy:  
Rozsah grafických prací:  
Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam doporučené literatury:

BEZOUŠEK, P, ŠEDIVÝ P., *Radarová technika*, ČVUT 2005, ISBN  
WILLIS, N., J., *Bistatic Radar*, Scitech Publishing, Inc., USA, 2005, ISBN 1-891121-45-6  
BEZOUŠEK, P, SCHEJBAL, V., Bistatic and Multistatic Radar Systems, *Radioengineering*, Vol.17, No3, Sept 2008, pp 53 59.  
KIM Y., BANG H., Introduction to Kalman Filter and its Applications, Open Access DOI: 10.5772/Intechopen.80600, available: <https://www.intechopen.com/books/introduction-and-implementations-of-the-kalman-filter/introduction-to-kalman-filter-and-its-applications>

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Pavel Bezoušek, CSc.**  
Katedra elektrotechniky

Datum zadání diplomové práce: **15. října 2019**  
Termín odevzdání diplomové práce: **15. května 2020**



---

**Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.**  
děkan

---

**Ing. Jan Pídaníč, Ph.D.**  
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2019

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 7/2019 Pravidla pro odevzdávání, zveřejňování a formální úpravu závěrečných prací, ve znění pozdějších dodatků, bude práce zveřejněna prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 27. 05. 2020

Tomáš Minařík

## **PODĚKOVÁNÍ**

Na tomto místě bych rád poděkoval svým nejbližším, kteří mi byli nezlomnou oporou po dobu celého mého studia. Zvláštní poděkování patří vedoucímu diplomové práce, prof. Ing. Pavlu Bezouškovi, CSc., za neocenitelné rady, připomínky a za čas, který mi věnoval.

## **ANOTACE**

Diplomová práce se zabývá návrhem a ověřením Kalmanova filtru v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření bistatického radaru: bistatické vzdálenosti a Dopplerova kmitočtu v případě většího počtu cílů. Jsou zde popsány jevy, vedoucí k proměnnému počtu měření v důsledku výpadků detekce, zrození i zániku cílů i vzniku falešných cílů a potřebné úpravy filtru za účelem zajištění jeho správné funkce v těchto případech. Sledování výsledků měření jednotlivých bistatických radarů usnadňuje asociaci dat více radarů v případě velkého počtu cílů. Práce se dále věnuje i rozšířenému Kalmanovu filtru, který je využit pro sledování cíle po asociaci dat ze tří radarů. Vytvořené algoritmy jsou ověřeny na datech, vygenerovaných modely, rovněž popsány v této práci.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

bistatický radar, Kalmanův filtr, rozšířený Kalmanův filtr, sledování velkého počtu cílů

## **TITLE**

Kalman filter for multitarget bistatic radar measurement

## **ANNOTATION**

The Master thesis deals with design and verification of a Kalman filter for tracking results of bistatic radar measurement, i.e.: the bistatic range and the Doppler frequency in the case of multiple targets. There are described the phenomena leading to variations of the number of measurements due to detection failures, births and extinctions of targets as well as due to a false creation of targets. The thesis also includes description of the filter adjustments ensuring its correct function in this situation. The tracking of individual bistatic radar measurements facilitates final association of data, mainly in the case of multiple targets at a multistatic radar. Another part of the thesis is focused on the extended Kalman filter, which is used for the target motion tracking after association of data of three bistatic radars. Created algorithms are verified using data, generated by models, also described in this thesis.

## **KEYWORDS**

bistatic radar, Kalman filter, extended Kalman filter, multi target tracking

## OBSAH

PODĚKOVÁNÍ .....	6
ANOTACE .....	7
KLÍČOVÁ SLOVA .....	7
TITLE .....	7
ANNOTATION .....	7
KEYWORDS .....	7
OBSAH .....	8
SEZNAM ILUSTRACÍ .....	10
SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK .....	12
ÚVOD .....	13
1. MULTISTATICKÝ ČASOMĚRNÝ KOHERENTNÍ RADAR .....	14
1.1 Popis radaru .....	14
1.3 Zjištění polohy cíle .....	17
1.2 Dosah radaru .....	19
1.2.1 Dosah bistatického radaru .....	19
1.2.2 Krytí radaru se třemi vysílači a jedním přijímačem .....	22
1.2.3 Výpočet hustoty letadel na km <sup>2</sup> .....	23
1.3 Schéma zpracování signálu .....	24
2. SLEDOVÁNÍ MĚŘENÍ A CÍLŮ .....	28
2.1 Sledování většího počtu cílů .....	28
2.2 Model měření parametrů cílů bistatickými radary .....	29
2.2.1 Výpočet bistatické vzdálenosti a Dopplerova posunu kmitočtu .....	29
2.2.2 Šum měření .....	31
2.2.3 Zahájení, vypuštění a ukončení měření .....	33
2.2.3 Změna pořadí dat .....	35
2.3 Sledování výsledků měření jednoho bistatického radaru .....	36
2.3.1 Obecný popis Kalmanovy filtrace .....	36
2.3.2 Popis Kalmanovy filtrace RB a $fD$ pro jeden cíl .....	39
2.3.3 Popis Kalmanovy filtrace RB a $fD$ pro více cílů .....	48
2.4 Sledování pohybu cíle .....	60
2.4.1 Model cílů pro 3 bistatické radary .....	60
2.4.2 Kalmanova filtrace výsledků měření u jednotlivých bistat. radarů .....	65
2.4.3 Popis Kalmanovy filtrace pohybu cíle .....	67
ZÁVĚR .....	73



POUŽITÁ LITERATURA .....	74
PŘÍLOHY .....	76
PŘÍLOHA A – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření z jednoho bistatického radaru (jeden cíl).....	77
PŘÍLOHA B – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření z jednoho bistatického radaru (více cílů).....	78
PŘÍLOHA C – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování pohybu cíle v horizontálních souřadnicích pomocí asociovaných výsledků ze tří bistatických radarů (jeden cíl) .....	80

## SEZNAM ILUSTRACÍ

Obr. 1 Principiální schéma monostatického (a) a bistatického (b) radaru.....	14
Obr. 2 Geometrie bistatického radaru I. [1].....	15
Obr. 3 Bistatický elipsoid [3].....	16
Obr. 4 Elipsy s konstantními bistatickými vzdálenostmi v km .....	17
Obr. 5 Detekce polohy cíle (3 vysílače, 1 přijímač) .....	18
Obr. 6 Geometrie bistatického radaru II. ....	21
Obr. 7 Dosah bistatického radaru .....	22
Obr. 8 Krytí radaru se třemi vysílači a jedním přijímačem .....	23
Obr. 9 Struktura přijímače [8]. CAF (Cross-Ambiguity Function) je vzájemná funkce neurčitosti, T/R (Transmitter/ Receiver) dvojice vysílač/přijímač .....	25
Obr. 10 Bistatické vzdálenosti pro 5 cílů.....	31
Obr. 11 Dopplerův kmitočet pro 5 cílů.....	31
Obr. 12 Bistatické vzdálenosti s šumem pro 5 cílů.....	32
Obr. 13 Dopplerův kmitočet s šumem pro 5 cílů.....	32
Obr. 14 Bistatické vzdálenosti s šumem a výpadky detekce pro 5 cílů.....	34
Obr. 15 Dopplerův kmitočet s šumem a výpadky detekce pro 5 cílů .....	34
Obr. 16 Data z bistatického radaru ( $R_B$ ) pro 5 cílů (srovnání dat podle $R_B$ ) .....	35
Obr. 17 Data z bistatického radaru ( $f_D$ ) pro 5 cílů (srovnání dat podle $R_B$ ) .....	35
Obr. 18 Algoritmus Kalmanovy filtrace I.....	37
Obr. 19 Algoritmus Kalmanovy filtrace II. ....	39
Obr. 20 Skutečná hodnota bistatické vzdálenosti .....	42
Obr. 21 Skutečná hodnota Dopplerova kmitočtu.....	43
Obr. 22 Bistatická vzdálenost s šumem .....	43
Obr. 23 Dopplerův kmitočet s šumem .....	44
Obr. 24 Bistatická vzdálenost po Kalmanově filtraci .....	44
Obr. 25 Dopplerův kmitočet po Kalmanově filtraci .....	45
Obr. 26 Bistatická vzdálenost s výpadkem detekce .....	46
Obr. 27 Dopplerův kmitočet s výpadkem detekce .....	46
Obr. 28 Bistatická vzdálenost po Kalmanově filtraci .....	47
Obr. 29 Dopplerův kmitočet po Kalmanově filtraci .....	47
Obr. 30 Skutečné hodnoty bistatických vzdáleností pro 5 cílů.....	52
Obr. 31 Skutečné hodnoty Dopplerových kmitočtů pro 5 cílů .....	52
Obr. 32 Bistatické vzdálenosti s šumem a výpadky detekce pro 5 cílů.....	53
Obr. 33 Dopplerův kmitočet s šumem a výpadky detekce pro 5 cílů.....	53
Obr. 34 Bistatické vzdálenosti, data z radaru pro 5 cílů .....	54
Obr. 35 Dopplerovy kmitočty, data z radaru pro 5 cílů.....	54
Obr. 36 Bistatická vzdálenost po Kalmanově filtraci pro 5 cílů.....	55
Obr. 37 Dopplerovy kmitočty po Kalmanově filtraci pro 5 cílů .....	55
Obr. 38 Skutečné hodnoty bistatických vzdáleností pro 25 cílů.....	56
Obr. 39 Skutečné hodnoty Dopplerových kmitočtů pro 25 cílů .....	57
Obr. 40 Bistatické vzdálenosti s šumem a výpadky detekce pro 25 cílů.....	57
Obr. 41 Dopplerovy kmitočty s šumem a výpadky detekce pro 25 cílů.....	58
Obr. 42 Bistatické vzdálenosti po Kalmanově filtraci pro 25 cílů.....	59
Obr. 43 Dopplerovy kmitočty po Kalmanově filtraci pro 25 cílů .....	59

Obr. 44 Pohyb cíle, skutečné hodnoty .....	61
Obr. 45 Skutečné hodnoty $R_B$ a $f_D$ , radar 1 .....	62
Obr. 46 Skutečné hodnoty $R_B$ a $f_D$ , radar 2.....	63
Obr. 47 Skutečné hodnoty $R_B$ a $f_D$ , radar 3.....	63
Obr. 48 $R_B$ a $f_D$ s šumem a výpadky detekce, radar 1.....	64
Obr. 49 $R_B$ a $f_D$ s šumem a výpadky detekce, radar 2.....	64
Obr. 50 $R_B$ a $f_D$ s šumem a výpadky detekce, radar 3.....	65
Obr. 51 $R_B$ a $f_D$ po KF, radar 1 .....	66
Obr. 52 $R_B$ a $f_D$ po KF, radar 2 .....	66
Obr. 53 $R_B$ a $f_D$ po KF, radar 3 .....	67
Obr. 54 Pohyb cíle, výstup z EKF .....	72

## SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

T/R	Transmitter/Receiver pair	Dvojice vysílač/přijímač
CAF	Cross-Ambiguity Function	Vzájemná funkce neurčitosti
TDOA	Time difference of arrival	Časový rozdíl příchodu signálů
TO	Transmitter of opportunity	Příležitostný vysílač
KF	Kalman filter	Kalmanův filtr
EKF	Extended Kalman filter	Rozšířený Kalmanův filtr

## ÚVOD

Radarové systémy založené na principu pasivních bistatických radarů mají naprosto jedinečné vlastnosti. Přívlástek pasivní nám říká, že tento typ radarů nevysílá do svého okolí žádný signál, parazitují totiž na již existujícím vysílání (např. FM rádio, TV vysílání). Z toho vyplývají zásadní vlastnosti těchto systémů jako například nízké náklady, protože vysílací část systému je už zajištěna. Jedna z dalších důležitých vlastností pasivních bistatických radarů je nemožnost jejich detekce, což může být v jistých případech nejen pro armádu vlastnost až klíčová. A právě díky výše zmíněným vlastnostem tento typ radarových systémů k sobě přitahuje značnou pozornost i v dnešní době.

Cílem této práce je návrh Kalmanova filtru v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření bistatického radaru. Hlavní nároky jsou kladeny na maximální počet sledovaných měření a na robustnost celého systému. Další požadavek je zadán v podobě ověření vytvořených algoritmů na datech generovaných dodanými modely.

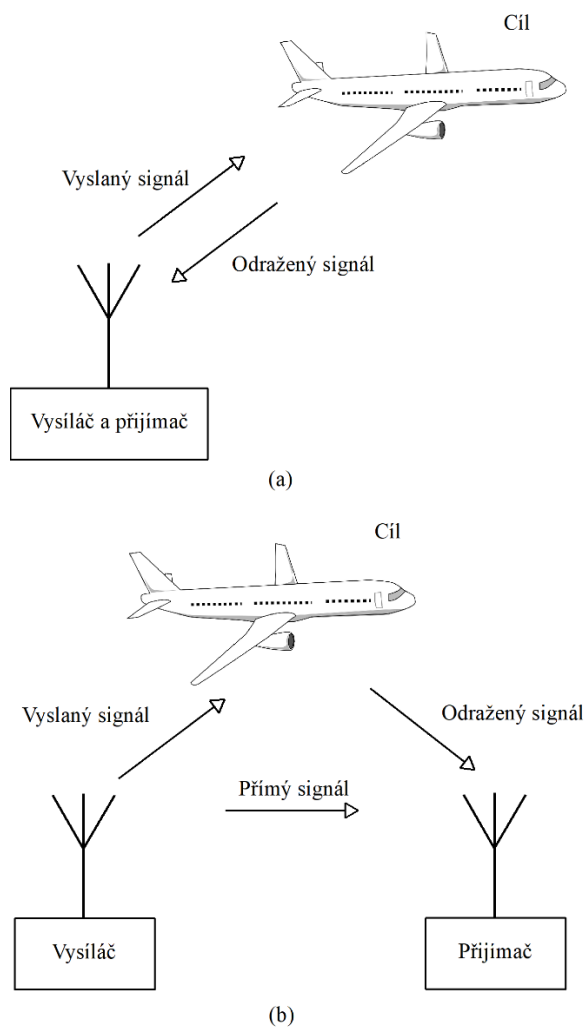
V této práci se předpokládá použití multistatického radaru složeného ze tří bistatických radarů, proto je první kapitola věnována základním pojmům a popisu funkce bistatického radaru. Jsou zde uvedeny rovnice a výpočty, na které se dále odkazuje praktická část diplomové práce. Je zde například vypočítána hranice dosahu radaru a díky tomu i střední počet cílů vyskytující se v námi předpokládaném prostoru zájmu.

Druhá kapitola se v úvodu věnuje obecnému popisu funkce Kalmanova filtru. Na tuto část navazuje samotný návrh Kalmanova filtru pro sledování výsledků měření z jednoho bistatického radaru. Je zde vysvětlen a popsán algoritmus výpočtu nejprve pro jeden cíl a poté v případě více cílů. Poslední část se zabývá popisem a realizací rozšířeného Kalmanova filtru, který je určen pro slabě nelineární systémy. V případě této práce je použit pro sledování pohybu cíle v horizontálních souřadnicích na základě asociovaných měření tří bistatických radarů. Čtenář zde také nalezne i popis všech modelů generující data, na kterých je ověřována správná funkce vytvořených algoritmů.

# 1. MULTISTATICKÝ ČASOMĚRNÝ KOHERENTNÍ RADAR

## 1.1 Popis radaru

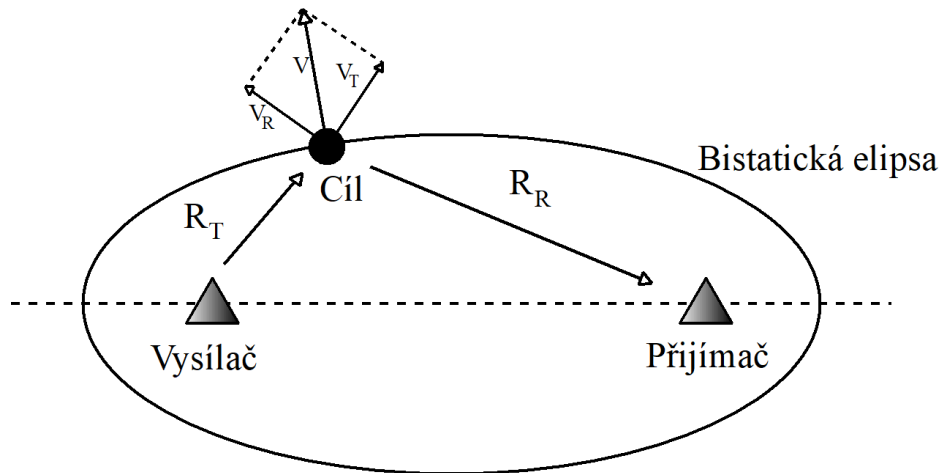
Multistatický časoměrný koherentní radar [1] se obecně skládá z více vysílačů a přijímačů umístěných ve velkých vzdálenostech od sebe. Není zde nutná synchronizace jednotlivých vysílačů a přijímačů, v čemž lze spatřit první výhodu tohoto typu radaru. K obdržení přesných výsledků je ale vyžadována přesná znalost polohy jednotlivých komponent radaru (přijímačů a vysílačů). Každá dvojice přijímač – vysílač pracuje jako bistatický radar. Ten je charakterizován rozdílnou polohou vysílací a přijímací antény. Opak k bistatickému radaru je radar monostatický, který má vysílací i přijímací anténu umístěnou ve stejném místě. Oba dva typy radaru popisuje obrázek 1 [2].



Obr. 1 Principiální schéma monostatického (a) a bistatického (b) radaru

Geometrie bistatického radaru je znázorněna na obrázku 2. Předpokládáme, že každý přijímač přijímá [1]:

- signál z přímé cesty (přijímač – vysílač),
- signály odražené od statických pozemních objektů (clutter)
- a také signály odražené od pohybujících se těles - cílů (letadla).



Obr. 2 Geometrie bistatického radaru I. [1]

Bistatický radar určuje bistatickou vzdálenost (často také označována jako eliptická) danou vztahem [1]:

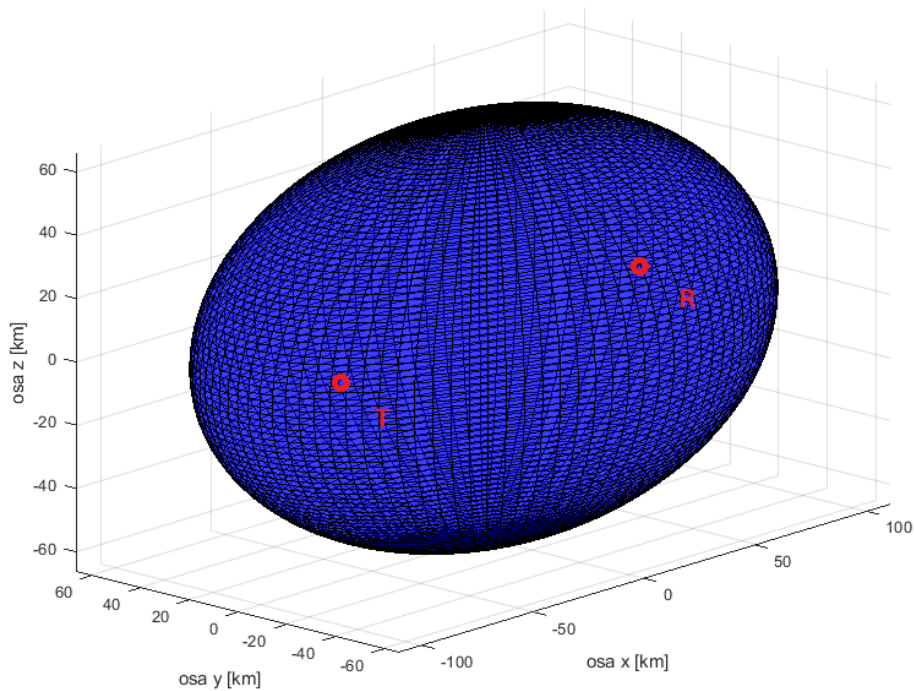
$$R_B = R_T + R_R. \quad (1.1)$$

Tuto vzdálenost bistatický radar vypočítá pomocí časového rozdílu v příchodu signálu z přímé cesty a signálu odraženého od cíle (metoda TDOA - time difference of arrival). Radarový systém, který určuje polohu na základě metody TDOA se nazývá časoměrný. Výpočet bistatické vzdálenosti je dán vztahem

$$R_B = c \cdot \tau, \quad (1.2)$$

kde  $c$  je rychlost světla ( $c=3 \cdot 10^8$  m/s) a  $\tau$  je odezva mezi příchodem signálu z přímé cesty a signálem odraženým od cíle [3].

Geometrické místo bodů s konstantní bistatickou vzdáleností vůči polohám přijímače a vysílače ve tří rozměrném prostoru tvoří elipsoid (bistatický elipsoid), který je znázorněn na obrázku 3, s ohnisky v místech vysílače a přijímače. Každý cíl, který se nachází na povrchu tohoto elipsoidu bude mít stejnou hodnotu bistatické vzdálenosti  $R_B$  vůči těmto ohniskům.

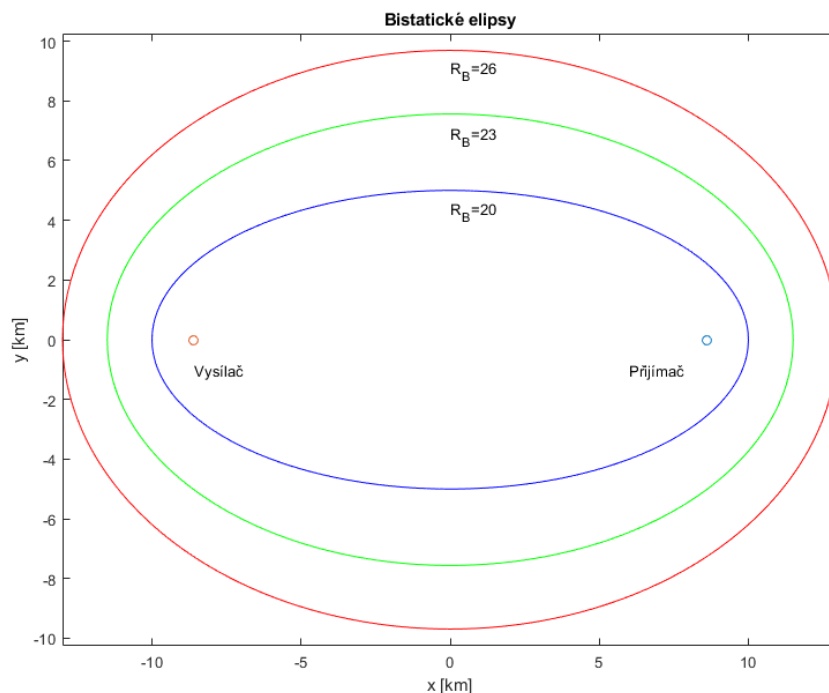


Obr. 3 Bistatický elipsoid [3]

V této práci budeme předpokládat, že cíle, které se budou detekovat, jsou letadla. Ve vzdušném prostoru se nejčastěji vyskytují dopravní a nákladní letadla, která se téměř veškerý čas pohybují ve stejné výšce kolem 10 km. Pokud se omezíme na horizontální vzdálenosti do 100 km, můžeme plochu o konstantní výšce považovat přibližně za rovinu. Díky tomu lze úlohu řešit pouze ve dvou souřadnicích  $x$  a  $y$ , což zjednoduší budoucí výpočty.

Geometrické místo bodů s konstantní bistatickou vzdáleností má nyní tvar elipsy s ohnisky v bodech vysílače a přijímače. Ukázky těchto elips s různými hodnotami parametru  $R_B$  jsou uvedeny na obrázku 4.





Obr. 4 Elipsy s konstantními bistatickými vzdálenostmi v km

Jelikož předpokládáme koherentní radar, tak kromě bistatické vzdálenosti radar zpracovává i Dopplerův posun kmitočtu  $f_D$ . Ten je dán následujícím vztahem [1], [3]:

$$f_D = -\frac{f_0 \cdot v}{c}, \quad (1.3)$$

kde  $f_0$  je frekvence nosné,  
 $c$  je rychlost světla ( $c=3 \cdot 10^8$  m/s),  
 $v$  je bistatická rychlost cíle (m/s).

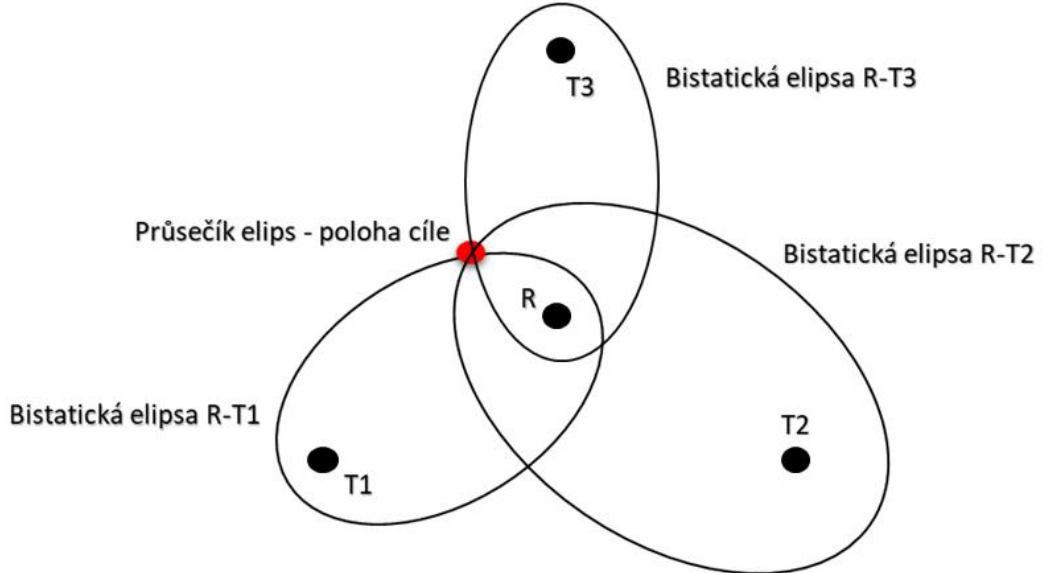
Bistatická rychlost cíle se skládá z komponent  $v_T$  a  $v_R$ , což jsou rychlosti cíle vůči vysílači a přijímači.

Existují i jiné systémy [4], které určují polohu cíle jinými způsoby než pomocí TDOA. Například směroměrné systémy, ty určují polohu cíle pomocí směrových vlastností antén a anténních soustav.

### 1.3 Zjištění polohy cíle

Pokud bistatický radar (T/R pár, neboli pár vysílač/přijímač) vyhodnocuje pouze bistatickou vzdálenost a Dopplerův posun kmitočtu, tak pro nalezení horizontální polohy cíle (poloha v souřadnicích X a Y) je zapotřebí alespoň tří T/R párů. Poloha cíle se určí jako průsečík elips [1].

Následující obrázek 5 popisuje zjištění polohy jednoho cíle s využitím tří vysílačů a jednoho přijímače. Každý T/R pár vytváří jednu elipsu, která znázorňuje potenciální polohu cíle z pohledu konkrétního T/R páru. Reálná poloha cíle leží v průsečíku všech tří elips.



Obr. 5 Detekce polohy cíle (3 vysílače, 1 přijímač)

Je zde nutno zmínit, že už při samotném měření každého bistatického radaru (T/R pár) vzniká celá řada problémů. Objevují se zde například falešné cíle a výpadky detekce. Tyto problémy lze eliminovat pomocí sledování měření (dat) bistatického radaru. To znamená, že každé nové měření se přiřadí ke konkrétnímu cíli. Tato problematika bude podrobněji popsána v následujících kapitolách. Také je ještě důležité říci, že s rostoucím počtem cílů roste i počet chyb ve sledování měření. Je to z důvodu existence šumu a zmenšování rozdílů mezi jednotlivými měřeními (velikostmi bistatických vzdáleností a Dopplerova posunu frekvence).

Po eliminaci výše zmiňovaných chyb se musí měření z jednotlivých bistatických radarů k sobě správně přiřadit. Tento proces se nazývá asociace dat. Rovnice pro bistatické vzdálenosti a Dopplerovy kmitočty jednoho cíle v horizontální rovině mají následující tvar [3]:

$$R_{Bn}(k) = \sqrt{[x(k) - x_p]^2 + [y(k) - y_p]^2 + h^2} + \sqrt{[x(k) - x_n]^2 + [y(k) - y_n]^2 + h^2} \quad (1.4)$$

$$f_{Dn}(k) \equiv -\frac{f_0}{c} v(k) = -\frac{f_0}{c} \frac{\partial R_{Bn}(k)}{\partial t} = \quad (1.5)$$

$$= -\frac{f_0}{c} \left\{ \frac{[x(k) - x_p]v_x(k) + [y(k) - y_p]v_y(k)}{\sqrt{[x(k) - x_p]^2 + [y(k) - y_p]^2 + h^2}} + \frac{[x(k) - x_n]v_x(k) + [y(k) - y_n]v_y(k)}{\sqrt{[x(k) - x_n]^2 + [y(k) - y_n]^2 + h^2}} \right\}$$

pro všechny radary  $n = 1$  až  $3$ ,

kde  $R_{Bn}(k)$  je bistatická vzdálenost naměřená  $n$ -tým radarem v okamžiku  $k$ ,  
 $f_{Dn}(k)$  je Dopplerův kmitočet naměřený  $n$ -tým radarem v okamžiku  $k$ ,  
 $x$  a  $y$  jsou horizontální souřadnice cíle,  
 $x_P$  a  $y_P$  jsou horizontální souřadnice přijímače,  
 $x_n$  a  $y_n$  představují souřadnice  $n$ -tého vysílače,  
 $v_x$  a  $v_y$  jsou složky rychlosti cíle vůči osám souřadnicového systému,  
 $h$  je výška cíle.

## 1.2 Dosah radaru

Každý radar je omezen svým dosahem [4]. Kvůli dosažení požadované kvality detekce, která je charakterizována pravděpodobností detekce ( $P_d$ ) a pravděpodobností falešného poplachu ( $P_{fa}$ ) je zapotřebí dosáhnout určitého odstupu výkonu přijatého užitečného signálu od konkurenčního signálu. Konkurenčním signálem může být šum, odrazy od terénu a deště nebo také rušení.

Pro následující výpočty budeme předpokládat, že je dosah omezen pouze šumem, který je v elektronických obvodech přítomen stále. To znamená, že, pokud by byly přítomny i další konkurenční signály, byl by dosah kratší.

### 1.2.1 Dosah bistatického radaru

Radiokomunikační rovnice bistatického radaru má následující tvar [1], [3], [4]:

$$P_P = EIRP \cdot G_P \frac{\sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 R_T^2 R_R^2 L_{at}}, \quad (1.6)$$

kde  $EIRP$  je efektivní izotropicky vyzářený výkon vysílače,  
 $P_P$  je přijatý výkon,  
 $G_P$  je zisk antény přijímače,  
 $\sigma$  je efektivní odrazná plocha letadla,  
 $\lambda$  je vlnová délka vysílaného signálu,  
 $L_{at}$  jsou ztráty v atmosféře.

Dosah je pak omezen podmínkou [4]:  $P_P \geq P_{\min}$ , (1.7)

kde  $P_{\min}$  je minimální přijatý výkon k zajištění detekce s požadovanými parametry a vypočte se vynásobením požadovaného odstupu signálu od šumu (S/N) a výkonu šumu ( $P_N$ ):

$$P_{\min} = \left(\frac{S}{N}\right)_{\min} \cdot P_N. \quad (1.8)$$

Předpokládáme, že šum má normální (Gaussovo) rozdělení pravděpodobnosti a je bílý, neboli má konstantní spektrální výkonovou hustotu. Za těchto předpokladů lze vyjádřit výkon šumu jako [4]:

$$P_N = kT_S B, \quad (1.9)$$

kde  $k$  je Boltzmannova konstanta,  
 $T_S$  je šumová teplota systému,  
 $B$  je šířka pásma.

Pro poměr signál-šum platí [4]:

$$S/N = D_1 \frac{L_i L_p L_s}{G_i}, \quad (1.10)$$

kde  $D_1$  je detekovatelnost cíle SW1, neboli požadovaná hodnota odstupu signálu od šumu,  
 $L_s$  jsou skenovací ztráty,  
 $L_p$  jsou ztráty zpracování,  
 $L_i$  jsou integrační ztráty,  
 $G_i$  je zisk integrace a vypočte se jako  $G_i = B \cdot T_i$ ,  
 $T_i$  je doba integrace.

Po dosazení rovnic (1.9) a (1.10) do (1.8) lze napsat:

$$P_{\min} = D_1 \frac{L_i L_p L_s}{G_i} kT_S B. \quad (1.11)$$

Pro radar využívající vysílač FM rozhlasu lze použít následující hodnoty:

$EIRP = 10 \text{ kW} \approx$	40 dBW <sup>1</sup>
$G_p =$	11 dB [5]
$\sigma = 15 \text{ m}^2 \approx$	11,76 dBsm (efekt. odraz. plocha středního letadla [1])
$\lambda = 3 \text{ m (100 MHz)} \approx$	4,75 dBmetr
$(4\pi)^3 = 1980 \approx$	33 dB
$L_{at} =$	0 dB [4]

---

<sup>1</sup> V ČR je v okruhu 100 km vždy několik vysílačů FM rozhlasu s  $EIRP \geq 10 \text{ kW}$ . Např. v okolí Pardubic jsou to vysílače: Krásné, Černá hora, Ještěd [20].

$D_1 =$	18 dB [4]
$L_i L_p L_s =$	5 dB [5]
$T_i = 50 \text{ ms}$	-13 dBsec <sup>3</sup> [1]
$G_i =$	35 dB
$T_s = 1000 \text{ K} \approx$	30 dB [5]
$B = 60 \text{ kHz} \approx$	48 dBHz [1]
$k = 1,34 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \approx$	-228,5 dBJ/K

Po dosažení těchto hodnot obdržíme pro minimální přijatý výkon:

$$P_{\text{pmin}} = 18 + 5 - 35 - 228,6 + 30 + 48 = -162,6 \text{ dBW}$$

a pro rovnici dosahu bistatického radaru (po substituci:  $R_T R_R = R_0^2$ ) tedy:

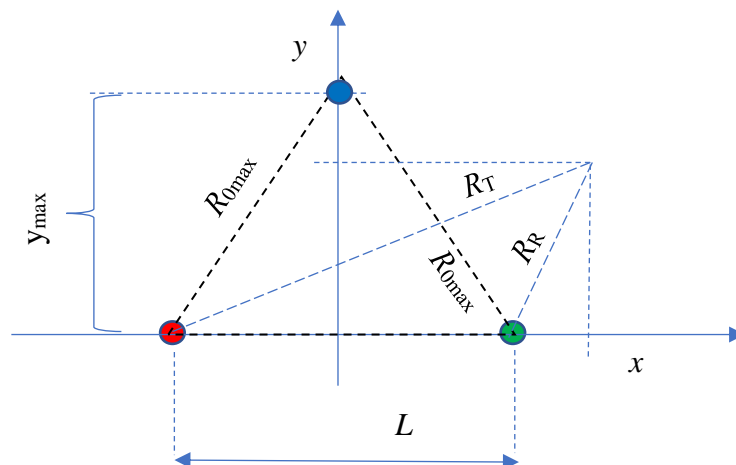
$$40 + 11 + 11,76 + 9,5 - 33 - 40 \cdot \log(R_0) \geq -162,6.$$

Nyní už stačí z rovnice pouze vyjádřit  $R_0$ :

$$40 \cdot \log(R_0) \leq 201,9 \Rightarrow R_0 \leq 10^{5,04} = 109,6 \text{ km} \Rightarrow \text{lze počítat s } R_{0\text{max}} \approx 100 \text{ km}.$$

**Hranice dosahu bistatického radaru** (prostor krytí) je tedy dána podmínkou [6]:

$$R_T R_R = (R_{0\text{max}})^2. \quad (1.12)$$



Obr. 6 Geometrie bistatického radaru II.

Z přiloženého obrázku 6 a za pomoci Pythagorovy věty lze odvodit:

$$R_T^2 = \left(x + \frac{L}{2}\right)^2 + y^2, \quad (1.13)$$

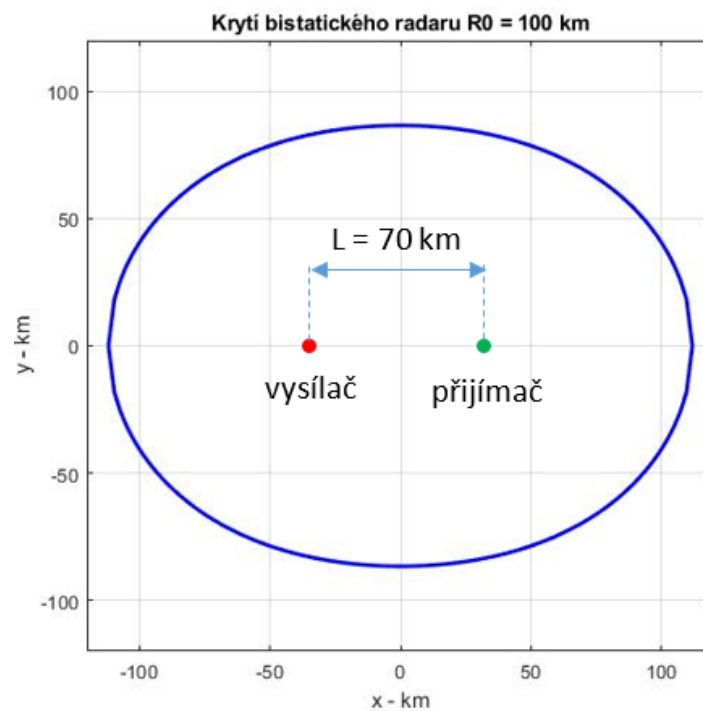
$$R_R^2 = \left(x - \frac{L}{2}\right)^2 + y^2, \quad (1.14)$$

$$R_T^2 R_R^2 = \left[\left(x + \frac{L}{2}\right)^2 + y^2\right] \left[\left(x - \frac{L}{2}\right)^2 + y^2\right] = R_{0\max}^4. \quad (1.15)$$

Rovnice pro výpočet  $y(x)$ :

$$y^4 + y^2 \left[\left(x + \frac{L}{2}\right)^2 + \left(x - \frac{L}{2}\right)^2\right] + \left(x - \frac{L}{2}\right)^2 \left(x + \frac{L}{2}\right)^2 - R_{0\max}^4 = 0 \quad (1.16)$$

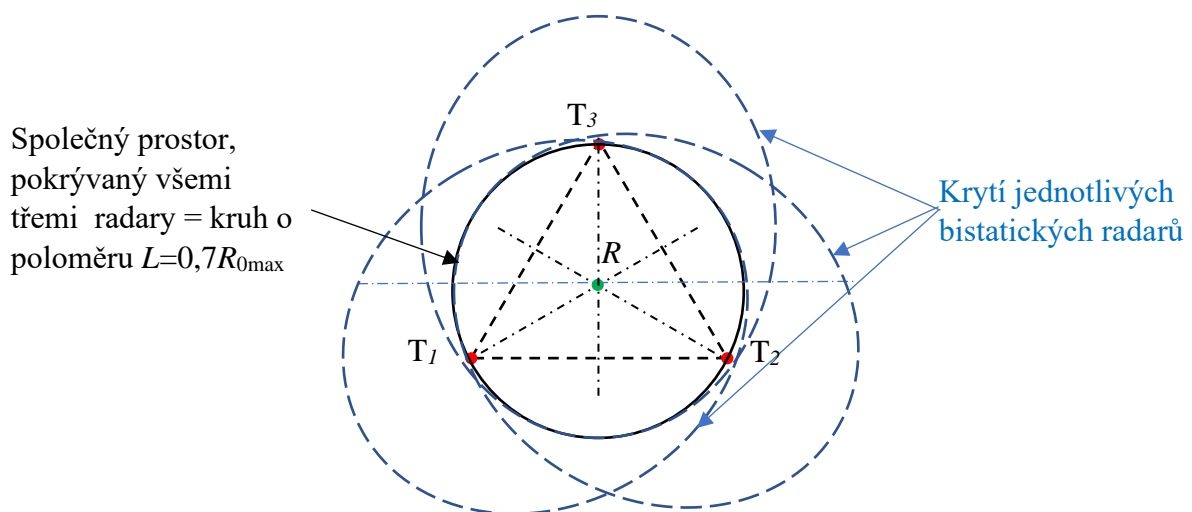
Výsledná křivka  $y(x)$  je 4. stupně. Tvar se sice podobá elipse (obr. 7), ale o elipsu se nejedná. Vzdálenost  $L$  (vzdálenost přijímač – vysílač) je zde stanovena na 70 km.



Obr. 7 Dosah bistatického radaru

### 1.2.2 Krytí radaru se třemi vysílači a jedním přijímačem

Pro tuto práci předpokládáme rozložení vysílačů ve vrcholech rovnostranného trojúhelníku s přijímačem uprostřed, které popisuje následující obrázek.



Obr. 8 Krytí radaru se třemi vysílači a jedním přijímačem

Nyní zbývá odpovědět na otázku, kolik letadel se v tomto námi sledovaném prostoru bude pohybovat? Odpověď na tuto otázku je důležitá z hlediska simulací, které se provádějí v následujících kapitolách.

### 1.2.3 Výpočet hustoty letadel na $\text{km}^2$

Podle evropské organizace pro bezpečnou navigaci ve vzdušném prostoru [7] se v okruhu o poloměru  $r_{max} = 250 \text{ NM}$  nachází 900 letadel (cílů). Jelikož je jedna námořní míle (NM) rovna 1852 metrů, může se napsat  $r_{max} = 463 \text{ km}$ . Plocha kruhu o poloměru 463 km se vypočítá ze známého vztahu:

$$S_{celk} = \pi r^2 = 673460 \text{ km}^2. \quad (1.17)$$

Hustotu letadel na  $1 \text{ km}^2$  dále vypočítáme jako:

$$\rho = \frac{\text{počet cílů}}{\text{plocha}} = \frac{900}{673460} = 1,34 \cdot 10^{-3} \left[ \frac{\text{letadla}}{\text{km}^2} \right]. \quad (1.18)$$

Pokud se uvažuje radar z oddílu 1.2.2, kde společné krytí tří bistatických radarů má tvar kruhu o poloměru 70 km, bude střední počet  $N$  letadel v této oblasti roven:

$$N = S_{r=70\text{km}} \cdot \rho = \pi 70^2 \cdot 1,34 \cdot 10^{-3} = 20. \quad (1.19)$$

Hustota může být ale lokálně (podle [7]) až 4 krát větší. Pro další výpočty a simulace se v této práci bude předpokládat  $N = 20$  až 80 cílů (letadel).

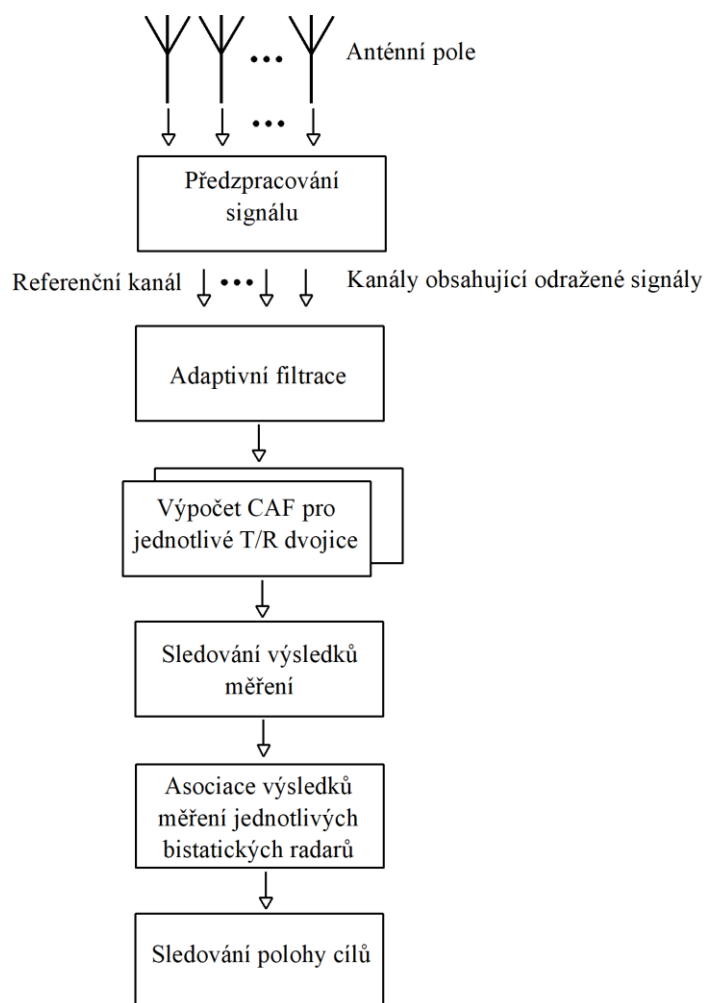
### 1.3 Schéma zpracování signálu

Struktura radaru, který pro tuto práci uvažujeme, už byla ukázána na obrázku 8. Dále budeme předpokládat použití tzv. příležitostných vysílačů (neboli transmitters of opportunity [1]). Pod tímto pojmem se skrývají například FM nebo TV vysílače. To znamená, že tento radarový systém nepotřebuje své vysílače, ale parazituje na již existujícím vysílání (FM, TV apod.). Takovýto typ radarů se nazývá pasivní a z důvodu absence vysílače má nepochybně mnoho výhod. Například nižší cenu, menší rozměry, odpadá zde také nutnost vlastnit oprávnění pro provoz v určitém frekvenčním pásmu, a protože pasivní radary žádný signál nevysílají, ale jen přijímají, tak je není možné detekovat.

Je zde ale nutné zmínit i jejich nevýhodu [8]. Vysílaný signál je v pasivních systémech náhodný proces (vysílá se hudba, řeč, video). To klade mnohem větší nároky na zpracování signálu a na přijímač jako takový. V tomto ohledu mají výhodu radary aktivní, kde si konstruktér může nadefinovat signál pro vysílání podle potřeby.

Na následujícím obrázku 9 je zobrazen blokový popis přijímače v námi předpokládaném systému (multistatický pasivní koherentní časoměrný radar).





Obr. 9 Struktura přijímače [8]. CAF (Cross-Ambiguity Function) je vzájemná funkce neurčitosti, T/R (Transmitter/Receiver) dvojice vysílač/přijímač

Na následujících řádcích budou stručně popsány jednotlivé bloky přijímače [8], [1].

### **Anténní pole**

Anténní pole se skládá z více přijímacích antén dohromady. Děje se tomu tak, aby radar pokryl celou zájmovou oblast. Každá z antén pokrývá určitý prostor, a proto počet potřebných antén bude záviset na velikosti a typu prostoru, který je potřeba pokrýt.

### **Předzpracování signálu**

V tomto bloku se provádí oddělení signálů jednotlivých bistatických radarů (párů vysílač-přijímač) a následná digitalizace všech signálů.

### **Adaptivní filtrace**

Signál přijatý anténním polem obsahuje dohromady přímý signál (též označován jako referenční), dále odražený signál od cíle (letadla) a také clutter (statické odrazy od budov, deště apod.). Adaptivní filtrace má za úkol potlačit clutter a zároveň oddělit odražený signál od

přímého, který je mnohonásobně silnější. Tento blok je velice důležitý. V nejhorším případě při nesprávném nastavení filtrace můžou postranní laloky od přímého signálu překrýt signál odražený od cíle. A díky této události se pravděpodobně ztratí informace o cíli a detekce cíle se znemožní. Ideálně by tedy z tohoto bloku měly vycházet dva signály, signál přímý a signál odražený od cíle.

### **Výpočet CAF pro jednotlivé T/R dvojice**

Vzájemná funkce neurčitosti (Cross Ambiguity Function), zkráceně CAF, je základní stavební kámen přijímače pasivního radarového systému. S její pomocí se totiž počítají odhady bistatické vzdálenosti a Dopplerových posunů kmitočtu. Tato funkce je založena na korelaci mezi odraženým signálem od cíle a přímým (referenčním) signálem. Vzorec pro výpočet vypadá následovně [8]:

$$CAF(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_T(t)S_R^*(t + \tau)\exp(j\omega t)dt, \quad (1.20)$$

kde  $S_R(t)$  je přímý (referenční) signál, který se šíří po spojnici vysílač-přijímač,  
 $S_T(t)$  je signál odražený od cíle (target), který se šíří po spojnici vysílač-cíl-přijímač,  
 $\tau$  je časový posun v signálech,  
 $\omega$  je konkrétní frekvenční posun mezi signály.

Funkce CAF je tedy funkce dvou proměnných ( $\tau$  a  $\omega$ ). Hlavním úkolem je najít maxima absolutní hodnoty této funkce, neboť maxima  $|CAF(\tau, \omega)|$  pro jeden T/R pár leží právě v místech časových zpožděních  $\tau$  a Dopplerovských frekvenčních posunů  $\omega$  jednotlivých cílů v dosahu konkrétního T/R páru (bistatického radaru). Pro každý bistatický radar se funkce CAF vyhodnocuje zvlášť. Výpočet CAF je velice náročný na výpočetní výkon. Více se této problematice věnuje [8].

### **Sledování výsledků měření**

Občas se stane, že cíl (letadlo) se dostane do místa, kde radar nemá pokrytí. V tomto případě dojde k výpadku detekce cíle. Jindy se signál od vysílače může odrazit od nějaké velké železné konstrukce (například mostu) a výsledek se projeví jako falešná detekce cíle. Kromě toho je každé měření zatíženo šumem, který také způsobuje falešné cíle i výpadky detekce. Pro tyto a další případy se pro každý bistatický radar zvlášť provádí sledování výsledků měření. Každé měření bistatického radaru (tj. hodnotě bistatické vzdálenosti a Dopplerova posunu kmitočtu) se přitom přiřadí nějakému cíli. Použitím Kalmanovy filtrace a dalších nástrojů se snažíme

potlačit šum měření, odstranit falešné cíle a výpadky detekce. A právě této problematice se týká praktická část diplomové práce.

### **Asociace výsledků měření jednotlivých bistatických radarů**

Do tohoto bloku vstupují hodnoty měření (dvojice  $R_B$  a  $f_D$ ) z jednotlivých bistatických radarů. Úkolem asociace výsledků měření jednotlivých bistatických radarů je správně přiřadit dvojice  $R_B$  a  $f_D$  ke skutečným cílům. Jakmile jsou správně přiřazeny dvojice  $R_B$  a  $f_D$  z každého bistatického radaru ke konkrétním cílům, vypočítá se v tomto bloku pomocí rovnic (1.4) a (1.5) poloha cíle a jeho rychlost.

### **Sledování polohy cílů**

Jednou z metod pro sledování polohy cílů je rozšířená Kalmanova filtrace (EKF). Tento blok je taktéž podrobněji rozebrán v praktické části této diplomové práce. Posledním krokem (který ale není zahrnut v obr. 9) v celém systému je zobrazení polohy a rychlosti detekovaných cílů a jejich případná identifikace.

## 2. SLEDOVÁNÍ MĚŘENÍ A CÍLŮ

Jak už bylo naznačeno v předchozích kapitolách této diplomové práce, data získávaná radarem jsou zatížena celou řadou chyb. Výsledná měření obsahují šum, falešné cíle i výpadky detekce. K potlačení všech těchto chyb se provádí sledování měření a cílů, a právě o tom bude tato kapitola. Nejprve se zde zaměříme na sledování měření (bistatických vzdáleností a Dopplerových posunů kmitočtu) pro jednotlivé bistatické radary a poté na vlastní sledování cíle (polohy a rychlosti). Pro sledování měření i cíle bude využita Kalmanova filtrace a další algoritmy. Celá tato problematika bude modelována v softwarovém prostředí Matlab [9].

### 2.1 Sledování většího počtu cílů

Je třeba si také uvědomit, že s rostoucím počtem cílů bude pravděpodobně přibývat chyb při detekci cílů. Když se totiž do stejně velkého prostoru vměstná více cílů, budou se rozdíly mezi měřeními (rozdíly mezi bistatickými vzdálenostmi a Dopplerovými posuny kmitočtu) jednotlivých cílů zmenšovat. Tento stav si lze představit jako dvě letící letadla ve stejném směru s protínajícími se drahami letu. Když se navíc k takovýmto datům přičte šum, není potom jednoduché zjistit, která měření patří ke konkrétnímu cíli. V praktické části se tato diplomová práce bude snažit i odpovědět na otázku, kolik cílů (měření) je možno sledovat bez vzniku chyb v detekci.

Hlavní problémy z hlediska sledování cílů zde představují:

- zrození a zánik cílů,
- výpadky detekce,
- falešné cíle,
- clutter – šum,
- velký počet cílů.

#### Zrození a zánik cílů

Pokud uvažujeme prostor zájmu o konečné ploše (v našem případě kruh o poloměru 70 km - obrázek 8), budou do něj letadla vletat i vylétat. To znamená, že některé cíle budou zanikat a jiné budou vznikat. Ke zrození a zániku cílů může docházet i v případě letiště, existujícího v prostoru zájmu. Sledování (tracking) cíle by mělo být započato při vletu letadla do prostoru zájmu a ukončeno při výletu letadla z tohoto prostoru.

#### Ztráta detekce

I v zájmovém prostoru mohou vznikat radarem nepokrytá lokální místa. Pokud do nich letadlo vletí, není pro tento okamžik detekováno. Výpadek detekce může být také způsoben fluktuací

odrazné plochy letadla nebo šumem. V takové situaci je nutný zásah systému pro sledování měření, případně cíle. Pokud letadlo není detekováno, systém musí odhadnout pravděpodobnou hodnotu bistatické vzdálenosti a Dopplerova posunu kmitočtu, případně polohu cíle. V tomto bodě je také velice důležité nastavení, při kolika výpadcích detekce po sobě bude sledování cíle ukončeno.

### **Falešné cíle**

Falešné cíle se objevují například díky šumu, nebo odrazům od velkých kovových konstrukcí (typicky mosty). V tomto případě by měl systém správně odhalit, že se jedná o falešný cíl a takový objekt ze sledování vyřadit.

### **Clutter-šum**

Šum zatěžuje veškerá data z radaru. Jeho existence se začne výrazně projevovat až při velkém počtu cílů, kdy rozdíly mezi jednotlivými cíli (měřeními) jsou velmi malé a následný šum negativně ovlivní správné sledování měření (cíle) tím, že se měření zatížená šumem přiřadí k nesprávným cílům.

## **2.2 Model měření parametrů cílů bistatickými radary**

K tomu, aby se mohla testovat výše zmiňovaná problematika, je nutné v první řadě vytvořit model měření parametrů cílů. Tento model musí generovat hodnoty bistatických vzdáleností a Dopplerových posunů kmitočtů pro každý cíl a každý radar. Model musí také zahrnovat výpadky detekce, falešné cíle a šum měření. Z hlediska testování je rovněž důležité, aby byl model flexibilní. To znamená, aby se daly všechny jeho parametry (počet cílů, falešných cílů a výpadků detekcí, počátky poloh a velikosti rychlostí cílů atd.) dle potřeb měnit. Model je pro případ této práce vytvořen v prostředí Matlab.

### **2.2.1 Výpočet bistatické vzdálenosti a Dopplerova posunu kmitočtu**

Výpočty bistatické vzdálenosti a Dopplerova posunu vycházejí z již uvedených rovnic (1.4) a (1.5). Pro tuto práci zvolíme model rovnoměrného pohybu cílů, protože letadla (dopravní, nákladní), neboli předpokládané cíle, svou rychlost ve vzduchu prudce nemění a v námi pokrývaném prostoru se tedy tato změna příliš neprojeví. K výpočtu bistatické vzdálenosti a Dopplerova kmitočtu cíle tedy musíme znát souřadnice vysílače a přijímače, počáteční souřadnice cíle a rychlost cíle. Měření budeme provádět v časových okamžicích  $t_k = kT_V$ , kde  $T_V$  je perioda měření a  $k$  je přirozené číslo. Pro okamžitou polohu cíle pak dostáváme:

$$x = x_0 + v_x k T_V, \quad (2.1)$$

$$y = y_0 + v_y k T_V. \quad (2.2)$$

V případě měření bistatickým radarem budeme uvažovat praktickou hodnotu  $T_V = 1$  s.

Rovnice (1.4) pak přejde na následující tvar:

$$R_B(k) = \sqrt{[v_x k + x_0 - x_p]^2 + [v_y k + y_0 - y_p]^2 + h^2} + \sqrt{[v_x k + x_0 - x_v]^2 + [v_y k + y_0 - y_v]^2 + h^2}, \quad (2.3)$$

kde  $v_x$  je x-ová složka rychlosti cíle,

$v_y$  je y-ová složka rychlosti cíle,

$x_p$  a  $y_p$  jsou souřadnice přijímače,

$x_v$  a  $y_v$  jsou souřadnice vysílače,

$x_0$  a  $y_0$  jsou počáteční souřadnice cíle,

$h$  je výška cíle,

$k$  je přirozené číslo (1, 2, 3 ... N) označující k-tý okamžik.

První součtový člen z rovnice (2.3) vyjadřuje vzdálenost cíl-přijímač ( $R_R$ ) a druhý součtový člen zase vzdálenost vysílač-cíl ( $R_T$ ):

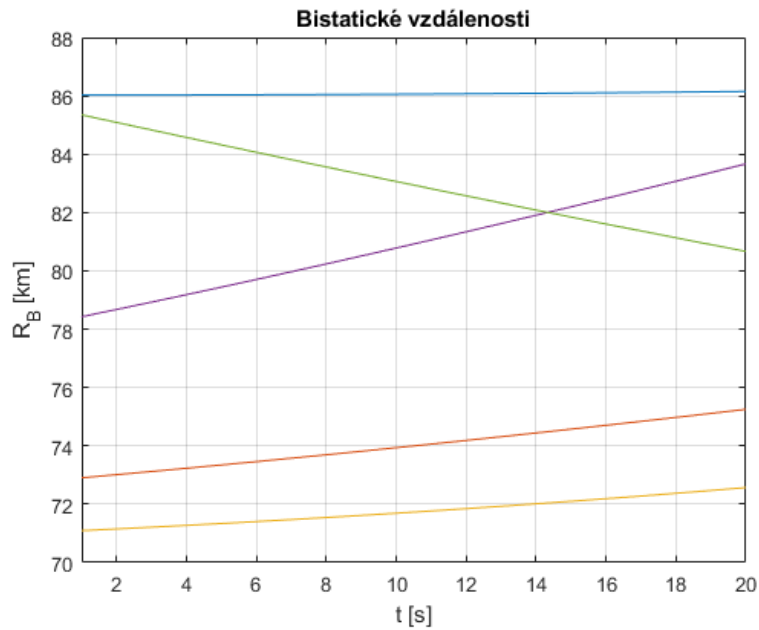
$$R_R(k) = \sqrt{[v_x k + x_0 - x_p]^2 + [v_y k + y_0 - y_p]^2 + h^2}, \quad (2.4)$$

$$R_T(k) = \sqrt{[v_x k + x_0 - x_v]^2 + [v_y k + y_0 - y_v]^2 + h^2}. \quad (2.5)$$

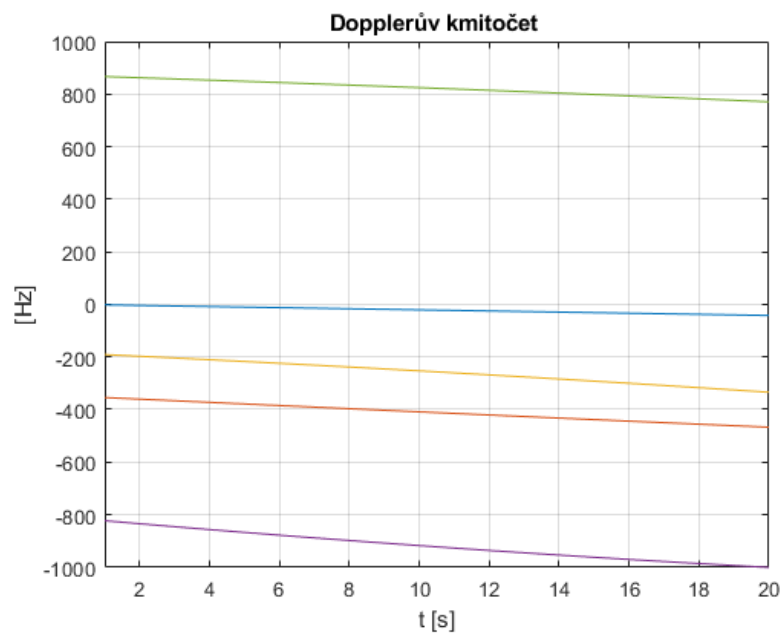
U výpočtu Dopplerova kmitočtu je postup obdobný. Vychází se z rovnice (1.5), která přejde na tvar:

$$f_D(k) = -\frac{f_0}{c} \frac{[v_x k + x_0 - x_p]v_x + [v_y k + y_0 - y_p]v_y}{R_R(k)} + \frac{[v_x k + x_0 - x_v]v_x + [v_y k + y_0 - y_v]v_y}{R_T(k)}. \quad (2.6)$$

Na následujících obrázcích 10 a 11 je příklad bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů z jednoho radaru pro 5 cílů, vygenerovaných na základě výše uvedených vztahů.



Obr. 10 Bistatické vzdálenosti pro 5 cílů



Obr. 11 Dopplerův kmitočet pro 5 cílů

### 2.2.2 Šum měření

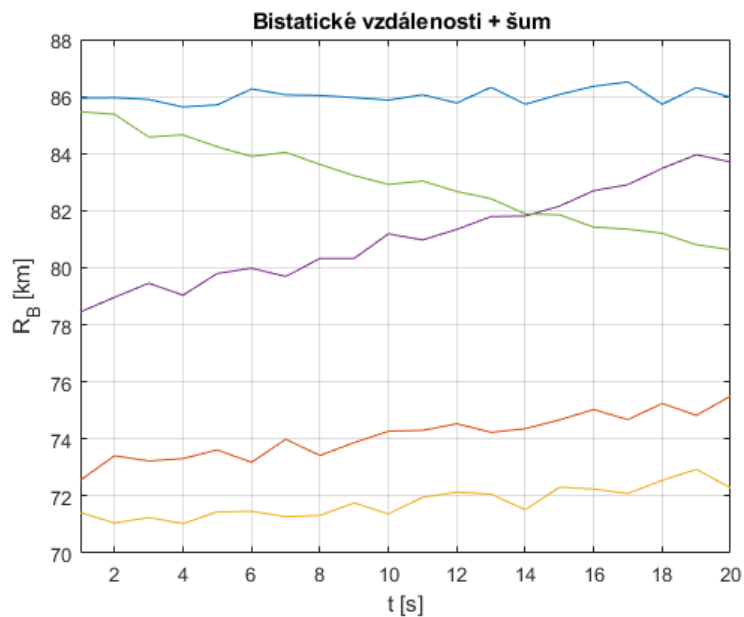
V dalším kroku se provede přidání šumu k bistatickým vzdálenostem a Dopplerovu kmitočtu. V programu se tento úkon provádí následovně:

$$R_{Bn}(k) = R_B(k) + \sigma_{R_B} \text{randn}(k), \quad (2.7)$$

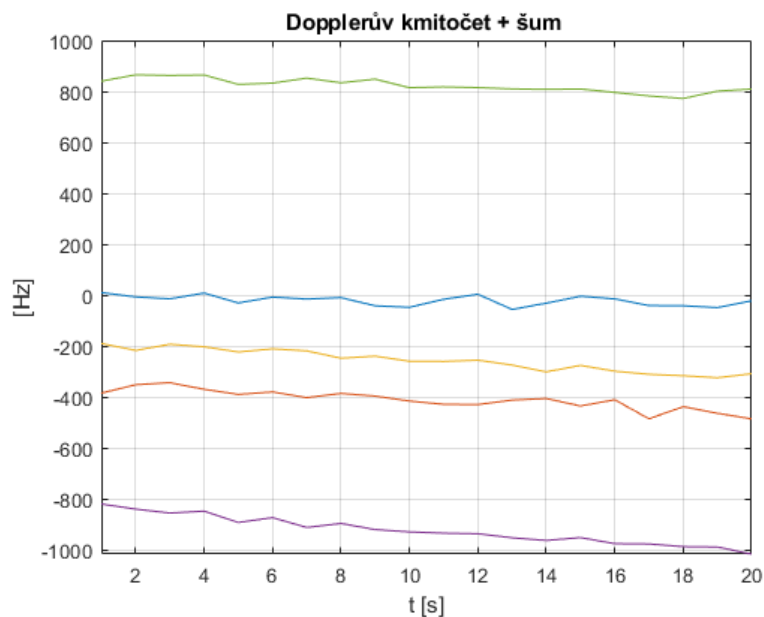
$$f_{Dn}(k) = f_D(k) + \sigma_{f_D} \text{randn}(k). \quad (2.8)$$

kde  $R_{Bn}(k)$  je bistatická vzdálenost s přidaným šumem,  
 $f_{Dn}(k)$  je Dopplerův kmitočet s přidaným šumem,  
 $\sigma_{R_B}$  je směrodatná odchylka měření bistatické vzdálenosti,  
 $\sigma_{f_D}$  je směrodatná odchylka měření Dopplerova kmitočtu,  
 randn je generátor náhodných čísel s Gausovým rozložením.

Například při  $\sigma_{R_B} = 0.25$  km a  $\sigma_{f_D} = 15$  Hz se hodnoty měření z předchozího kroku změní následovně (obrázek 12, 13).



Obr. 12 Bistatické vzdálenosti s šumem pro 5 cílů



Obr. 13 Dopplerův kmitočet s šumem pro 5 cílů



### Rozsah možných hodnot $\sigma_{R_B}$ a $\sigma_{f_D}$

Pro směřodatné odchylky chyby  $\sigma_{R_B}$  měření bistatické vzdálenosti  $R_B$  a chyby měření Dopplerovy frekvence  $\sigma_{f_D}$  v důsledku šumu při větším odstupu signál/šum ( $S/N \geq 6$  dB) lze podle [4] použít následující vztahy:

$$\sigma_{R_B} = \frac{\Delta_{R_B}}{\kappa_{R_B} \sqrt{2(S/N)}}, \sigma_{f_D} = \frac{\Delta_{f_D}}{2\sqrt{3}} \quad (2.9)$$

kde:  $\Delta_{R_B}$  je rozlišovací schopnost měření bistatické vzdálenosti  $\Delta_{R_B} = c \cdot \Delta_T = \frac{c}{B}$ ,

$\Delta_{f_D}$  je rozlišovací schopnost měření Dopplerova kmitočtu  $\Delta_{f_D} = \frac{1}{2T_i}$ ,

$\kappa_D$  je konstanta v rozmezí 1 – 2, závisující na konkrétním tvaru autokorelační funkce signálu,

$S/N$  je poměr výkonů signálu k šumu v místě měření,

$c$  je rychlost světla,

$B$  je šířka pásma signálu,

$T_i$  je integrační doba.

Použijeme-li hodnoty parametrů (oddíl 1.2.1):  $B = 60$  kHz,  $T_i = 50$  ms,  $S/N = 18$  dB a konstantu  $\kappa_{R_B}$  zvolíme:  $\kappa_{R_B} = 1.4$ , dostáváme:

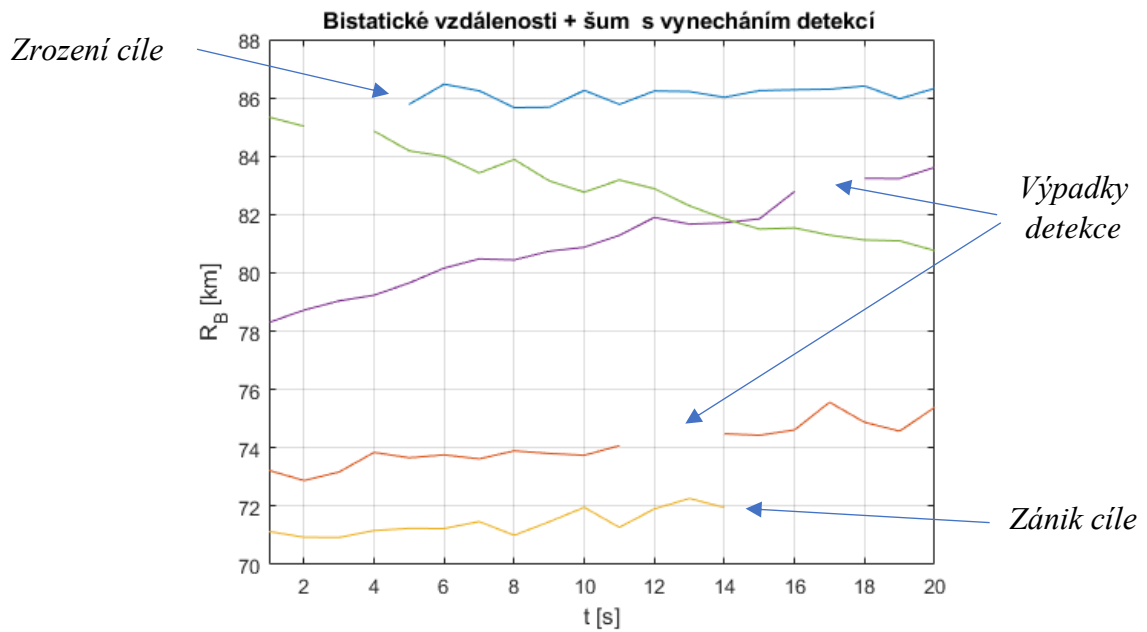
$$\sigma_{R_{B\max}} = 324 \text{ m}, \quad \sigma_{f_{D\max}} = 3 \text{ Hz}.$$

To jsou vypočtené hodnoty chyb pro maximální vzdálenost (na hraně dosahu). Ve vzdálenosti poloviny maximálního dosahu bude poměr signál/šum o 12 dB lepší, takže lze počítat s průměrnými hodnotami chyb:

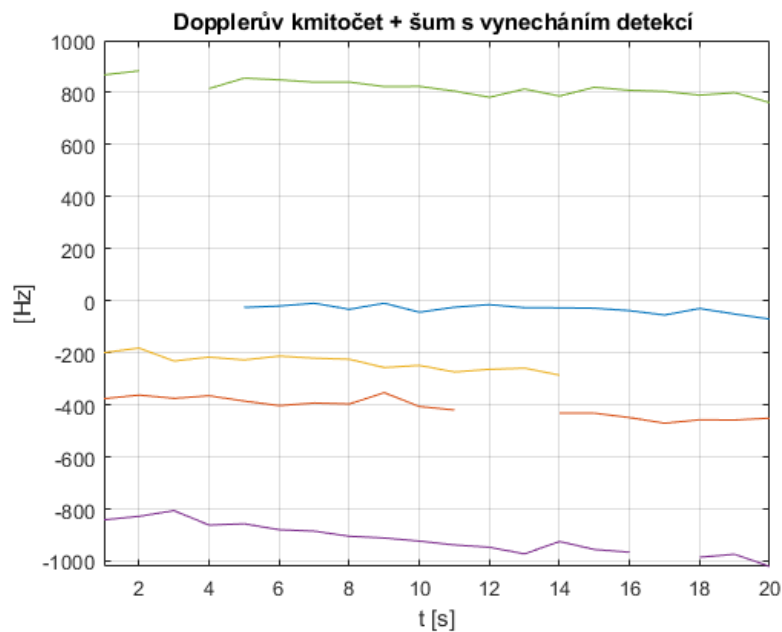
$$\sigma_{R_B} \cong 81 \text{ m}, \quad \sigma_{f_{D\max}} \cong 3 \text{ Hz}.$$

### 2.2.3 Zahájení, vypuštění a ukončení měření

V této části programu se měření doplní o výpadky detekce. To znamená, že se data z měření pro konkrétní cíl v daném okamžiku vypustí. Dále tato část simuluje zrození a zánik cílů. Vše je zachyceno na obrázcích 14 a 15.



Obr. 14 Bistatické vzdálenosti s šumem a výpadky detekce pro 5 cílů



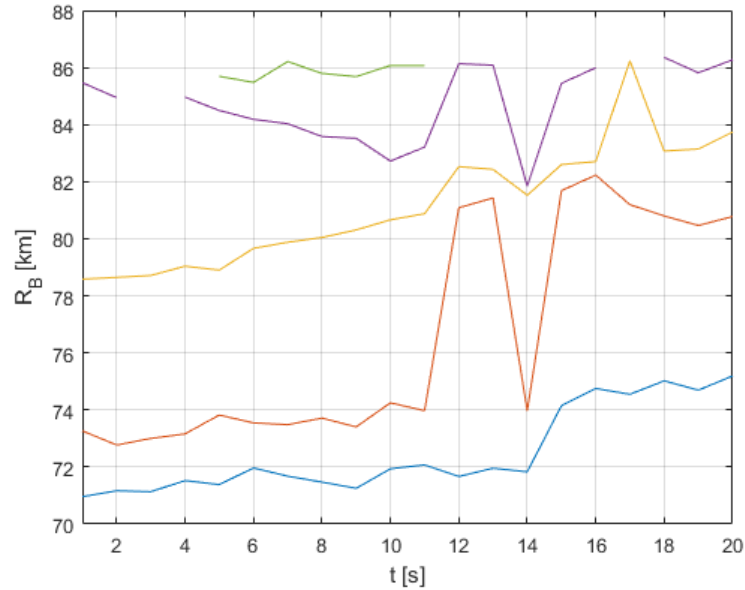
Obr. 15 Dopplerův kmitočet s šumem a výpadky detekce pro 5 sílů

Na předchozích obrázcích jsou zachyceny všechny potřebné situace. Například zrození cílů je simulováno na cíli, který je označen modrou barvou. U tohoto cíle bylo měření zahájeno (zrození cíle) v okamžiku  $k = 5$ . Zánik cíle je prezentován na cíli s žlutou barvou, tento cíl zaniká v okamžiku  $k = 14$ . Na ostatních cílech (zelená, fialová a červená barva) je simulován výpadek detekce. Na cílech označených zelenou a fialovou barvou je tento jev pouze v jednom časovém okamžiku. U červeného cíle jsou to okamžiky dva ( $k = 12$ ,  $k = 13$ ).

### 2.2.3 Změna pořadí dat

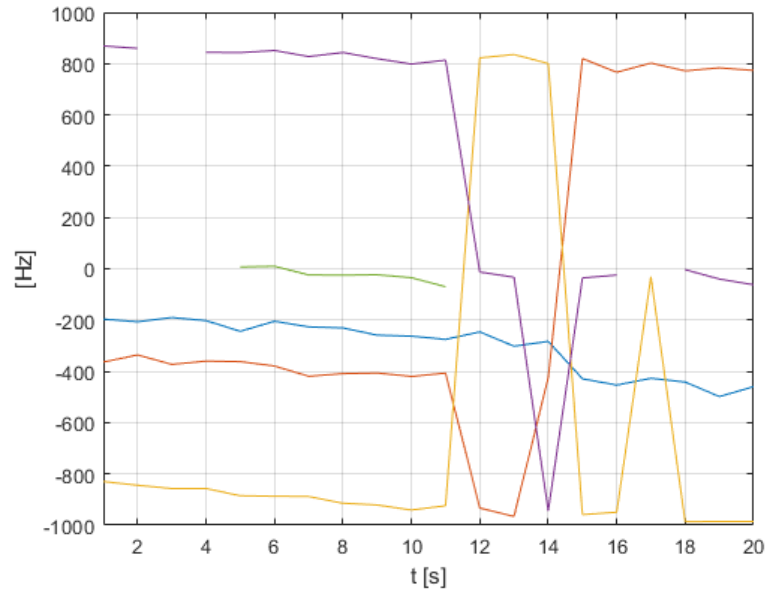
Posledním úkolem generátoru hodnot měření (hodnoty  $R_B$  a  $f_D$  z bistatického radaru) je seřazení dat. Radar v tomto okamžiku neví, se kterým cílem je spojeno konkrétní měření, a tak posílá data dál v pořadí, ve kterém signály na přijímací anténu doputovaly. Data jsou tedy seřazena vzestupně podle hodnoty bistatické vzdálenosti. Obrázky 16 a 17 znázorňují výsledná data z jednoho bistatického radaru.

Bistatické vzdálenosti + šum s vynecháním detekcí - srovnání dat podle  $R_B$



Obr. 16 Data z bistatického radaru ( $R_B$ ) pro 5 cílů (srovnání dat podle  $R_B$ )

Dopplerův kmitočt + šum s vynecháním detekcí - srovnání dat podle  $R_B$



Obr. 17 Data z bistatického radaru ( $f_D$ ) pro 5 cílů (srovnání dat podle  $R_B$ )

Tato bistatickým radarem při každém měření znovu seřazená data je nyní nutno přiřadit v každém okamžiku  $k$  ke stejným cílům.

## 2.3 Sledování výsledků měření jednoho bistatického radaru

V dalším kroku je potřeba potlačit šum měření a hodnoty  $R_B$  a  $f_D$  v každém okamžiku správně přiřadit k jednotlivým cílům. V této práci je pro tyto účely použita Kalmanova filtrace a další nástroje, které budou nyní postupně popsány.

### 2.3.1 Obecný popis Kalmanovy filtrace

Tato filtrace nese jméno po svém autorovi, Rudolfovi Kalmanovi, který ji prvně publikoval roku 1960 [10], [11]. Všechny filtry mají stejný cíl. Mají za úkol některá data propouštět a jiná naopak zadržet. Například filtr dolní propust propouští dolní frekvence a vyšší frekvence naopak tlumí. Stejně tak si lze představit i funkci Kalmanova filtru. Na vstup tohoto filtru jsou přiváděna data (signál), která obsahují chyby (šum). Hlavním úkolem Kalmanova filtru je převzít tyto data zatížena šumem, vytáhnout z nich užitečnou část a potlačit chyby (šum).

Kalmanův filtr to provádí tak, že odhadne okamžité hodnoty stavu (v tomto případě hodnoty bistatické vzdálenosti a Dopplerovy frekvence) za pomoci výsledků z měření, známého lineárního modelu měření a známého lineárního modelu stavu. Další důležitá informace říká, že Kalmanův filtr byl vytvořen pro lineární systémy a funguje jen pro ně. Pro nelineární systémy se používají různé modifikace (například EKF – Extended Kalman Filter). Tato problematika je rozebrána v oddílu 2.4, kde se EKF použije pro sledování pohybu cíle.

Následující rovnice (2.10) popisuje systém s lineárním modelem stavu a rov. (2.11) s lineárním modelem měření [11], [10], [12]:

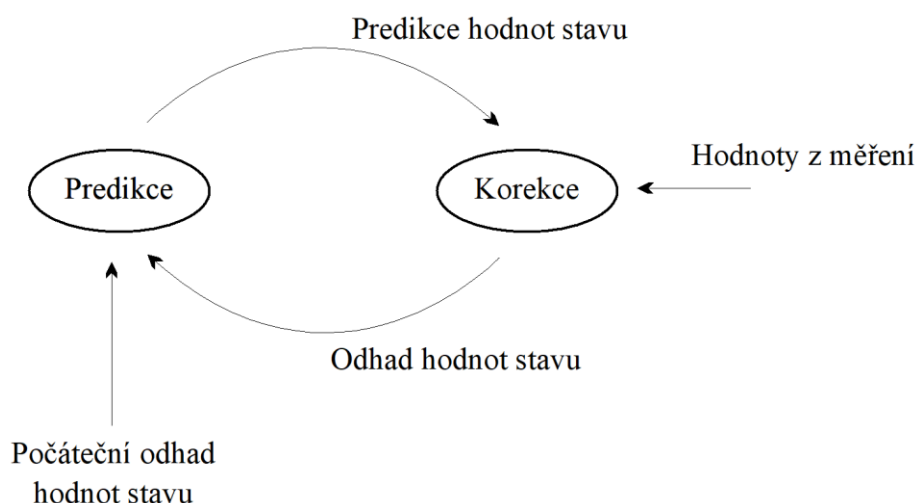
$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(k-1)\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}(k-1)\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{q}(k-1), \quad (2.10)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k). \quad (2.11)$$

kde  $\mathbf{x}(k)$  je vektor stavů o  $n$  prvcích v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{y}(k)$  je vektor výstupů o  $m$  prvcích v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{u}(k-1)$  je vektor systémových vstupů o  $p$  prvcích v okamžiku  $(k-1)$ ,  
 $\mathbf{A}(k-1)$  je přechodová matice o rozměru  $n \times n$  v okamžiku  $(k-1)$ ,  
 $\mathbf{B}(k-1)$  je matice systémových vstupů o rozměru  $n \times p$  v okamžiku  $(k-1)$ ,  
 $\mathbf{H}(k)$  je matice měření o rozměru  $m \times n$  v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{q}(k-1)$  je vektor procesního šumu v okamžiku  $(k-1)$ ,  
 $\mathbf{w}(k)$  je vektor šumu měření v okamžiku  $k$ .

Důležitý předpoklad pro správnou funkci Kalmanova filtru říká, že procesní šum vystihující náhodnost změny charakteru inovace hodnot stavu má Gaussovo rozložení s nulovou střední hodnotou a rovněž šum měření má Gaussovo rozložení s nulovou střední hodnotou.

Kalmanova filtrace pracuje ve dvou krocích. V prvním kroku se pomocí stavového modelu systému vypočítá odhad, jak budou vypadat hodnoty stavu (výpočet predikce) a v dalším kroku se tyto hodnoty porovnají se skutečnými naměřenými hodnotami a podle nich se doupraví (výpočet korekce). Následující obrázek 18 znázorňuje funkci Kalmanovy filtrace.



Obr. 18 Algoritmus Kalmanovy filtrace I.

### Algoritmus výpočtu Kalmanovy filtrace

V bloku predikce se provedou dva výpočty [11], [10], [12]:

$$\hat{\mathbf{x}}_e(k) = \mathbf{A}(k-1)\hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{B}(k-1)\mathbf{u}(k-1), \quad (2.12)$$

$$\mathbf{S}_e(k) = \mathbf{A}(k-1)\mathbf{S}(k-1)\mathbf{A}(k-1)^T + \mathbf{Q}(k-1), \quad (2.13)$$

- kde  $\hat{\mathbf{x}}_e(k)$  je vektor predikce stavů o  $n$  prvcích v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{S}_e(k)$  je varianční matice chyby predikce  $\hat{\mathbf{x}}_e(k)$  v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{Q}(k-1)$  je varianční matice šumu procesu v okamžiku  $(k-1)$ ,  
 $\hat{\mathbf{x}}(k-1)$  je vektor odhadu stavu o  $n$  prvcích v okamžiku  $(k-1)$ ,  
 $\mathbf{S}(k-1)$  je varianční matice chyby odhadu  $\hat{\mathbf{x}}$  v okamžiku  $(k-1)$ .

Vektor predikce stavu se označuje  $\hat{\mathbf{x}}_e(k)$ , protože se rovněž nazývá extrapolovaný odhad.

V bloku korekce se provedou tři hlavní výpočty. Nejprve se vypočítá matice zesílení  $\mathbf{K}(k)$  (také označována jako Kalmanův zisk) a poté se provede výpočet odhadu stavu  $\hat{\mathbf{x}}(k)$  a výpočet varianční matice jeho chyby  $\mathbf{S}(k)$  [11], [10], [12]:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{S}_e(k) \mathbf{H}^T(k) [\mathbf{H}(k) \mathbf{S}_e(k) \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{W}(k)]^{-1}, \quad (2.14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}_e(k) + \mathbf{K}(k) [\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{x}}_e(k)], \quad (2.15)$$

$$\mathbf{S}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}(k)] \mathbf{S}_e(k), \quad (2.16)$$

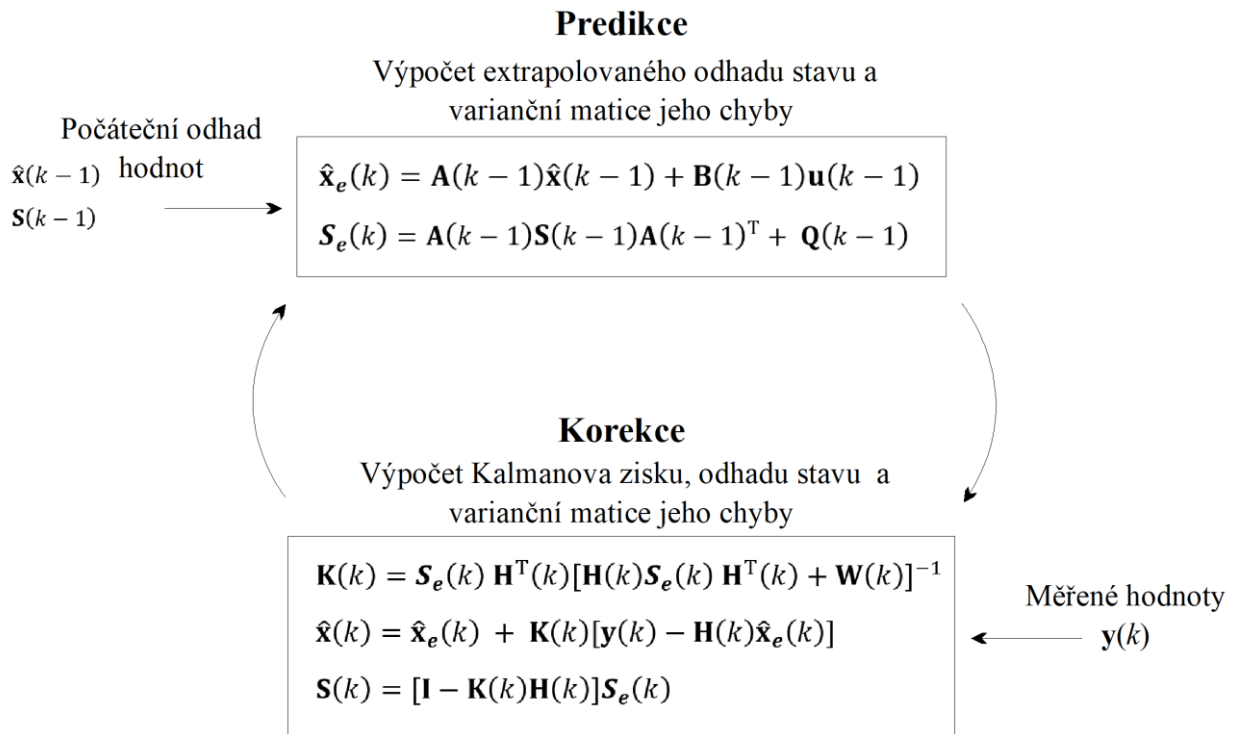
kde  $\mathbf{K}(k)$  je Kalmanův zisk v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{W}(k)$  je varianční matice šumu měření v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{I}$  je jednotková matice.

Finální odhad stavu  $\hat{\mathbf{x}}(k)$ , jehož výpočet zachycuje rovnice (2.15), se skládá z lineární kombinace extrapolovaného odhadu  $\hat{\mathbf{x}}_e(k)$  a váženého rozdílu mezi aktuálními naměřenými hodnotami  $\mathbf{y}(k)$  a predikcí měření  $\mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{x}}_e(k)$ . Tato predikce se často označuje jako extrapolovaný odhad měření:

$$\hat{\mathbf{y}}_e(k) = \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{x}}_e(k). \quad (2.17)$$

Rozdíl  $[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k) \hat{\mathbf{x}}_e(k)]$  z rovnice (2.15) odráží nesoulad mezi aktuálními naměřenými hodnotami a predikovanými hodnotami měření (extrapolovaným odhadem měření). Pokud je tento rozdíl nulový, znamená to, že hodnoty predikce a hodnoty aktuální měření jsou shodné. Výsledný odhad stavu z rovnice (2.15) by se v této situaci rovnal hodnotám predikce stavu (extrapolovanému odhadu stavu)  $\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}_e(k)$ .

Matice  $\mathbf{K}(k)$ , jejíž výpočet je zachycen rovnicí (2.14), se nazývá Kalmanův zisk a má rozměry  $n \times m$ . Kde  $n$  je počet prvků vektoru stavu  $\mathbf{x}(k)$  a  $m$  je počet prvků vektoru měření  $\mathbf{y}(k)$ . Hlavním úkolem Kalmanovy filtrace je optimalizovat Kalmanův zisk tak, aby byla varianční matice  $\mathbf{S}(k)$  odhadu stavu minimální. Obrázek 19 znázorňuje detailnější popis funkce Kalmanovy filtrace.



Obr. 19 Algoritmus Kalmanovy filtrace II.

Pokud bude varianční matice šumu měření  $\mathbf{W}(k)$  větší než varianční matice extrapolovaného odhadu stavu  $\mathbf{S}_e(k)$ , tak se bude hodnota Kalmanova zisku blížit k nule a to znamená, že odhad stavu se bude rovnat extrapolovanému odhadu stavu  $\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}_e(k)$ . Naopak když se bude varianční matice odhadu stavu  $\mathbf{S}(k)$  svou hodnotou přibližovat k rozptylu měření  $\mathbf{W}(k)$ , tak se Kalmanův zisk bude blížit  $\mathbf{H}^T(k)$  a v návaznosti na to se odhad stavu bude rovnat hodnotám z aktuálního měření.

### 2.3.2 Popis Kalmanovy filtrace $R_B$ a $f_D$ pro jeden cíl

Před samotným použitím algoritmu Kalmanovy filtrace je nejprve nutné stanovit rovnice popisující stavový model a model měření.

#### Stavové rovnice

Lineární model stavu popisují dvě následující rovnice:

$$R_B(k) = R_B(k-1) + v(k-1)T_V + q_{R_B}(k-1), \quad (2.18)$$

$$v(k) = 0. R_B(k-1) + v(k-1) + q_v(k-1), \quad (2.19)$$

kde  $q_{R_B}(k-1)$  a  $q_v(k-1)$  jsou složky vektoru procesního šumu s normálním rozložením.

Rovnice (2.18) popisuje první stavovou proměnnou neboli bistatickou vzdálenost a rovnice (2.19) popisuje druhou stavovou proměnnou neboli rychlost cíle. Vztah mezi rychlostí cíle a Dopplerovým kmitočtem  $f_D$  už byl ukázán v rovnici (1.3). Maticový tvar těchto rovnic vypadá následovně:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{q}(k-1), \quad (2.20)$$

$$\text{kde } \mathbf{x}(k) = \begin{Bmatrix} R_B(k) \\ v(k) \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{Bmatrix} 1 & T_V \\ 0 & 1 \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{q}(k-1) = \begin{Bmatrix} q_{R_B}(k-1) \\ q_v(k-1) \end{Bmatrix}.$$

Maticový tvar stavové rovnice se pro tento případ liší od rovnice obecné (2.10) z důvodů absence systémových vstupů, a proto odpadá celý člen  $\mathbf{B}(k-1)\mathbf{u}(k-1)$ .

K budoucím výpočtům je potřeba stanovit varianční matici procesního šumu [13]:

$$\mathbf{Q}(k-1) \equiv \text{var}[\mathbf{q}(k-1)] = \begin{Bmatrix} Q_{R_B} & Q_{R_B v} \\ Q_{R_B v} & Q_v \end{Bmatrix}, \quad (2.21)$$

$$\text{kde } Q_{R_B} = \sigma_a^2 \cdot \frac{T_V^3}{3},$$

$$Q_v = \sigma_a^2 \cdot T_V,$$

$$Q_{R_B v} = \sigma_a^2 \cdot \frac{T_V^2}{2},$$

$\sigma_a$  je směrodatná odchylka šumu zrychlení.

### Rovnice měření

Uvažujeme, že bistatický radar poskytuje měření hodnot bistatické vzdálenosti v kilometrech a Dopplerova posunu kmitočtu v jednotkách Hz. Lineární model měření je popsán těmito dvěma rovnicemi:

$$R_B(k)[km] = 0,001 \cdot R_B(k)[m] + 0 \cdot v(k) + w_{R_B}(k), \quad (2.22)$$

$$f_D(k) = 0 \cdot R_B(k) + \left[-\frac{f_0}{c} v(k)\right] + w_{f_D}(k), \quad (2.23)$$

kde  $w_{R_B}(k)$  a  $w_{f_D}(k)$  jsou složky vektoru šumu měření s normálním rozložením.

Tvar maticového zápisu rovnic (2.22) a (2.23) je shodný s maticovým zápisem pro obecnou rovnici měření (2.11):



$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k).$$

Vektor měření (výstupů), matice měření a vektor šumu měření pro tento případ vypadají takto:

$$\mathbf{y}(k) = \begin{Bmatrix} R_B(k) \\ f_D(k) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{Bmatrix} 0.001 & 0 \\ 0 & -\frac{f_0}{c} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{w}(k) = \begin{Bmatrix} w_{R_B}(k) \\ w_{f_D}(k) \end{Bmatrix}. \quad (2.24)$$

I zde je z hlediska budoucích výpočtů důležité stanovit varianční matici šumu měření:

$$\mathbf{W}(k) = \begin{Bmatrix} \sigma_{R_B}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{f_D}^2 \end{Bmatrix}, \quad (2.25)$$

kde  $\sigma_{R_B}^2$  je rozptyl měření bistatické vzdálenosti,

$\sigma_{f_D}^2$  je rozptyl měření Dopplerova kmitočtu.

Nyní je možno vytvořit ze stavové rovnice a rovnice měření algoritmus výpočtu Kalmanovy filtrace. Algoritmus bude podobný jako v oddílu 2.3.1. a bude obsahovat jen menší změny. Ve výpočtu predikce odpadne člen  $\mathbf{B}(k-1)\mathbf{u}(k-1)$ . Dále si můžeme všimnout, že pro náš případ je matice přechodu  $\mathbf{A}$  a matice měření  $\mathbf{H}$  konstantní. V této práci budeme rovněž uvažovat i neměnnou varianční matici šumu měření  $\mathbf{W}$  a varianční matici procesního šumu  $\mathbf{Q}$ . Výpočet predikce bude tedy v tomto případě vypadat následovně:

$$\hat{\mathbf{x}}_e(k) = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}(k-1), \quad (2.26)$$

$$\mathbf{S}_e(k) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}(k-1)\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}. \quad (2.27)$$

Matice  $\mathbf{K}$  neboli Kalmanův zisk se vyjádří takto:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{S}_e(k) \mathbf{H}^T [\mathbf{H} \cdot \mathbf{S}_e(k) \mathbf{H}^T + \mathbf{W}]^{-1}. \quad (2.28)$$

A odhad stavu a jeho rozptylová matice vypadá následovně:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}_e(k) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_e(k)], \quad (2.29)$$

$$\mathbf{S}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}]\mathbf{S}_e(k). \quad (2.30)$$

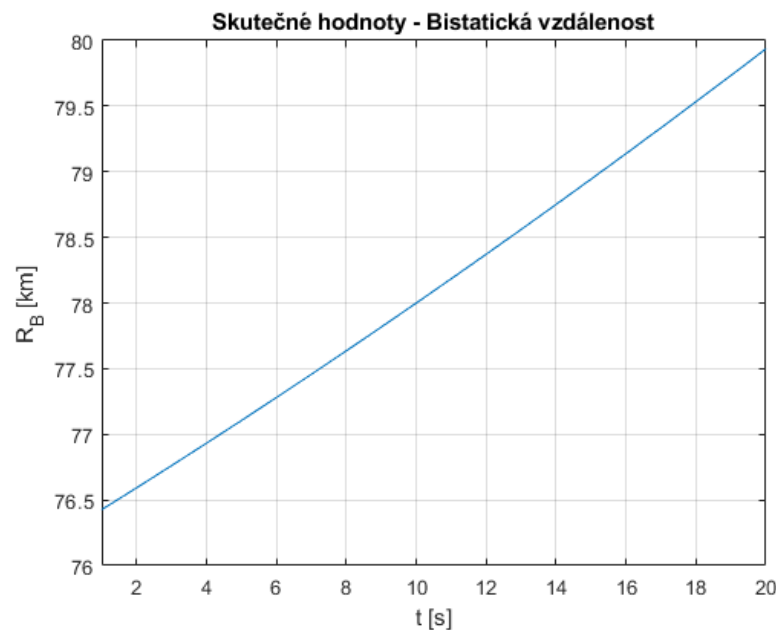
Před odzkoušením správné funkce Kalmanovy filtrace zbývá ještě nastavit počáteční odhad hodnot  $\hat{\mathbf{x}}(k-1)$  a  $\mathbf{S}(k-1)$  v okamžiku  $k=1$ . Podle toho, jak se nastaví tyto počáteční hodnoty, se odvíjí rychlost „přichycení“ Kalmanova filtru k hodnotám měření. A právě proto je nejvhodnější použít jako počáteční odhad  $\hat{\mathbf{x}}(k-1)$  v okamžiku  $k=1$  naměřené hodnoty  $\mathbf{y}(k)$ :

$$\hat{\mathbf{x}}(0) = \begin{Bmatrix} 1000 \cdot R_B(1) \\ -\frac{c}{f_0} f_D(1) \end{Bmatrix}. \quad (2.31)$$

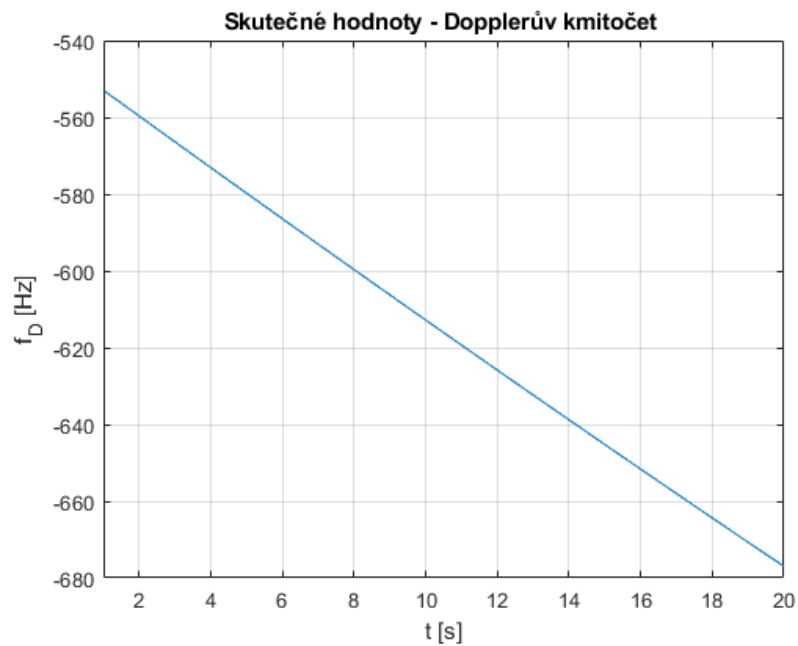
Dále zvolíme počáteční hodnotu varianční matice  $\mathbf{S}(k-1)$  v okamžiku  $k=1$  tak, aby se podobala varianční matici šumu měření  $\mathbf{W}$ . Matice ale zcela totožné nebudou, protože se v matici (2.32) musí zohlednit úpravy, které zajišťují korektnost v jednotkách. Za těchto podmínek se Kalmanův zisk bude blížit  $\mathbf{H}^T$  a v návaznosti na to se odhad stavu bude rovnat hodnotám z aktuálního měření.

$$\mathbf{S}(0) = \begin{Bmatrix} 10^6 \sigma_{R_B}^2 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{c}{f_0}\right)^2 \sigma_{f_D}^2 \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

Ukázka funkce Kalmanova filtru při sledování měření jednoho cíle z jednoho bistatického radaru je zobrazena na následujících obrázcích. Algoritmus Kalmanova filtru je vytvořen z výše uvedených rovnic a realizován v prostředí Matlab. Model cíle je generovaný s hodnotami  $\sigma_{R_B} = 0.5 \text{ km}$  a  $\sigma_{f_D} = 5 \text{ Hz}$ . Na obrázcích 20 a 21 jsou zachyceny skutečné hodnoty cíle (bistatická vzdálenost a Dopplerův posun kmitočtu).

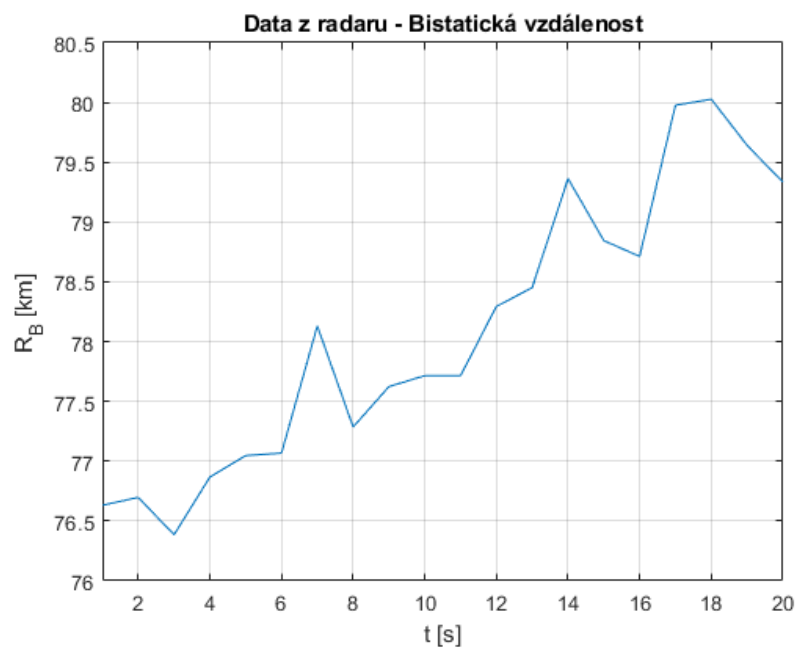


Obr. 20 Skutečná hodnota bistatické vzdálenosti

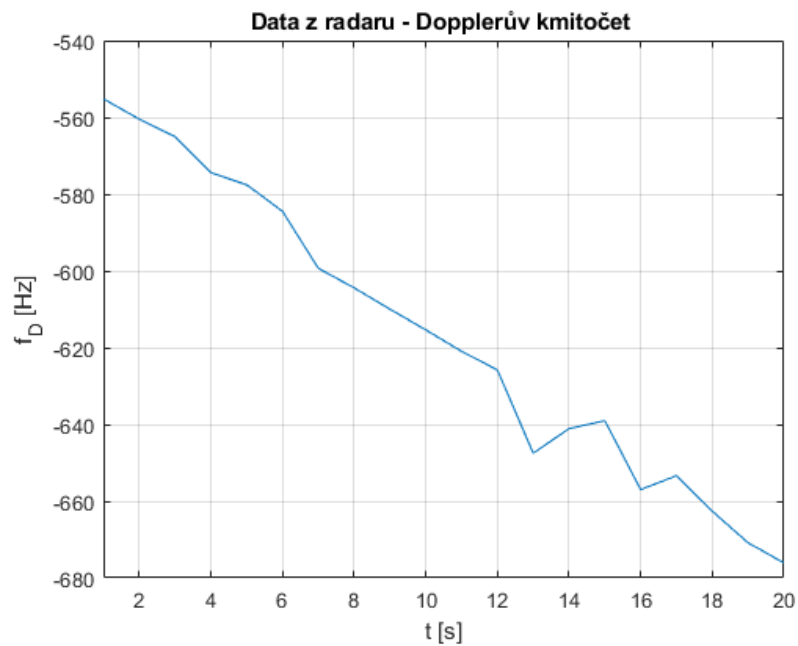


Obr. 21 Skutečná hodnota Dopplerova kmitočtu

Obrázky 22 a 23 zobrazují data z radaru. Tyto šumem zatížená data vstupují do Kalmanova filtru.

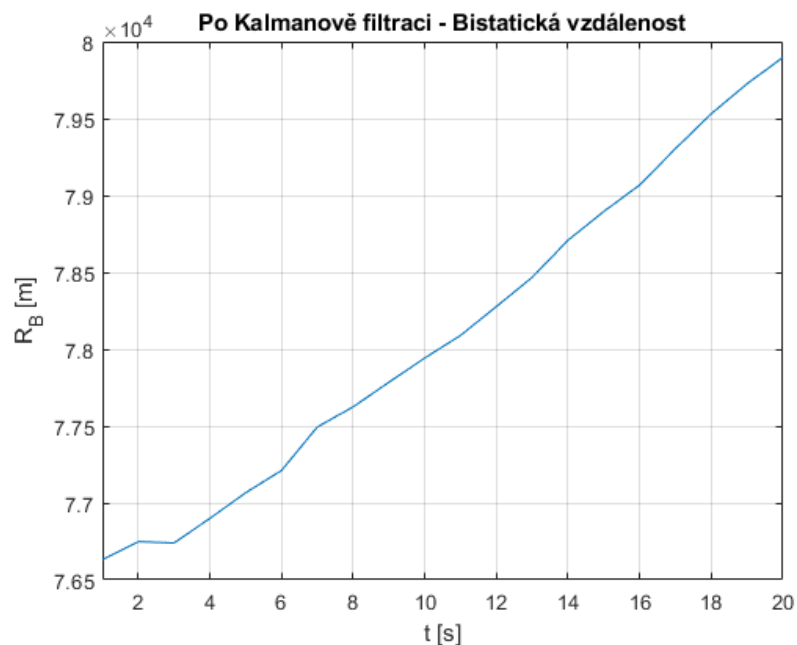


Obr. 22 Bistatická vzdálenost s šumem

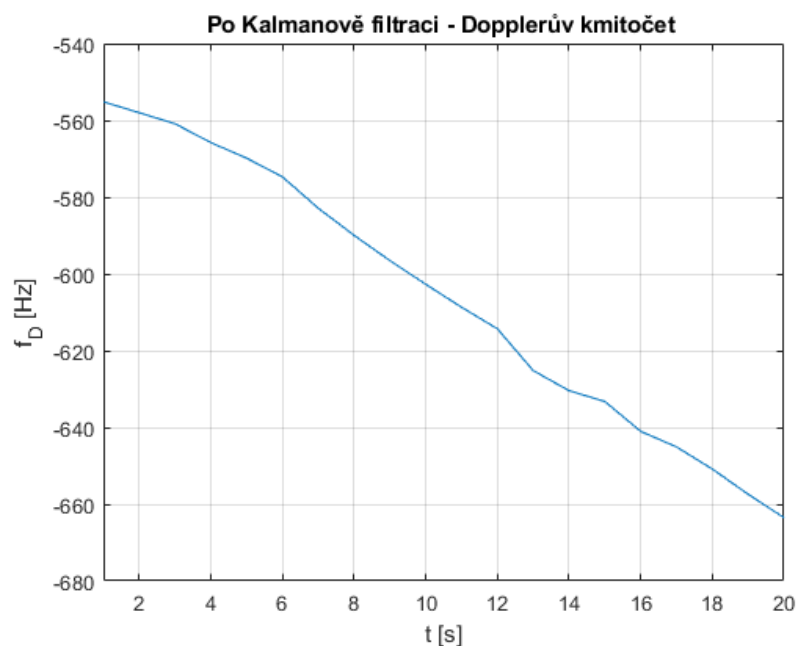


Obr. 23 Dopplerův kmitočet s šumem

Na dalších dvou obrázcích (obrázek 24 a 25) z této ukázky funkce Kalmanova filtru je zachycen finální odhad hodnot bistatické vzdálenosti a Dopplerova posunu kmitočtu. Těchto hodnot bylo dosaženo při nastavení Kalmanovy filtrace:  $\sigma_{R_B} = 0.5$  km,  $\sigma_{f_D} = 5$  Hz,  $\sigma_a = 0.5$ .



Obr. 24 Bistatická vzdálenost po Kalmanově filtraci



Obr. 25 Dopplerův kmitočet po Kalmanově filtraci

Z obrázků 24 a 25 je patrné, že Kalmanův filtr pracuje správně, neboť odhadnuté průběhy bistatické vzdálenosti a Dopplerova kmitočtu pomocí Kalmanova filtru se téměř shodují se skutečnými hodnotami (obrázky 20 a 21).

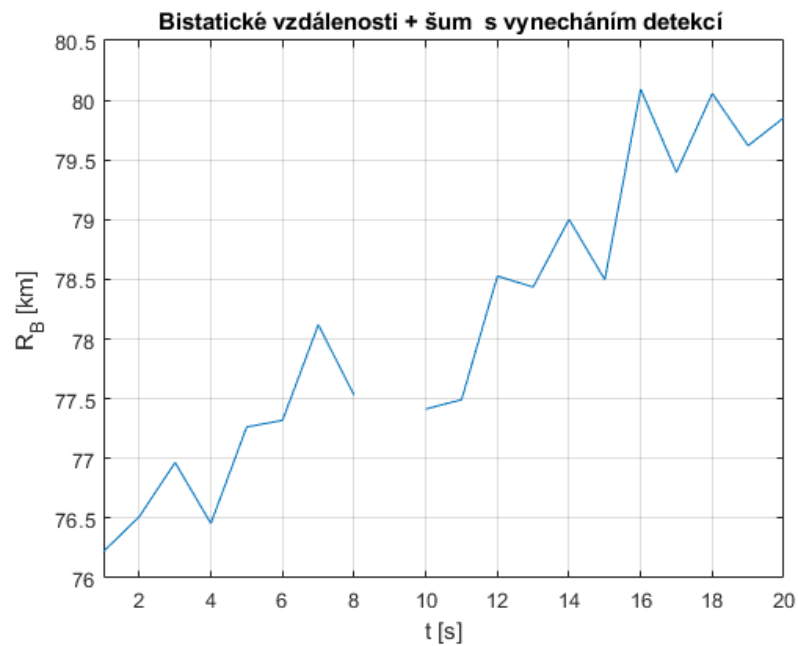
V předchozím případě se neuvažovaly výpadky detekce. K tomu, aby mohla Kalmanova filtrace pracovat i s výpadky detekce, se musí její výpočetní algoritmus upravit. V případě, kdy nebude žádné měření k dispozici se žádné výpočty nezmění až na odhad stavu (2.29) a jeho varianční matici (2.30). Tyto hodnoty se za těchto podmínek nahradí pouze hodnotami predikcí:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}_e(k), \quad (2.33)$$

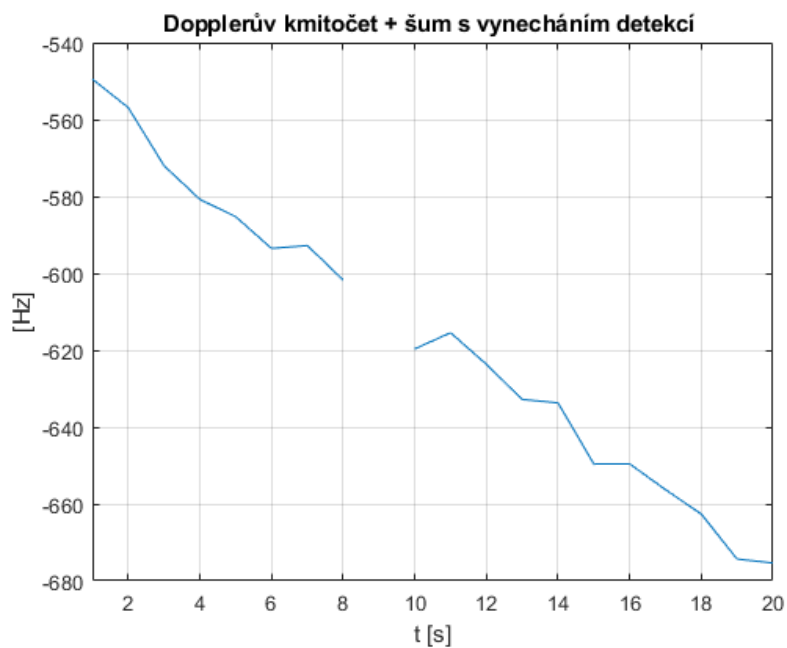
$$\mathbf{S}(k) = \mathbf{S}_e(k). \quad (2.34)$$

Pravděpodobnost detekce typicky nabývá hodnoty kolem  $P_D = 0,9$  [4]. Pravděpodobnost, že nastane jeden výpadek je tedy  $(1 - P_D) = 0,1$ . Pravděpodobnost, že se objeví dva výpadky za sebou činí  $(1 - P_D) \cdot (1 - P_D) = 0,01$  a šance na tři výpadky v řadě s hodnotou pravděpodobnosti 0,001 už je opravdu velmi mizivá. Do finálního algoritmu se navíc z tohoto hlediska může připsat podmínka, která v případě tří výpadků detekcí v řadě za sebou zastaví u konkrétního cíle sledování.

Na obrázku 26 a 27 je předveden výpadek detekce v okamžiku  $k = 9$ . Data jsou stejná jako v předchozí ukázce až na hodnoty šumu, který se generuje náhodně.

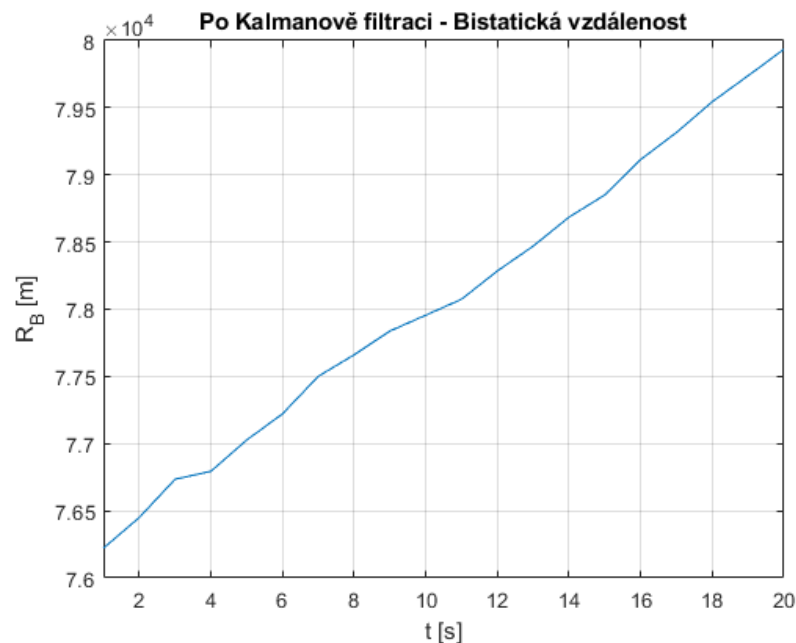


Obr. 26 Bistatická vzdálenost s výpadkem detekce

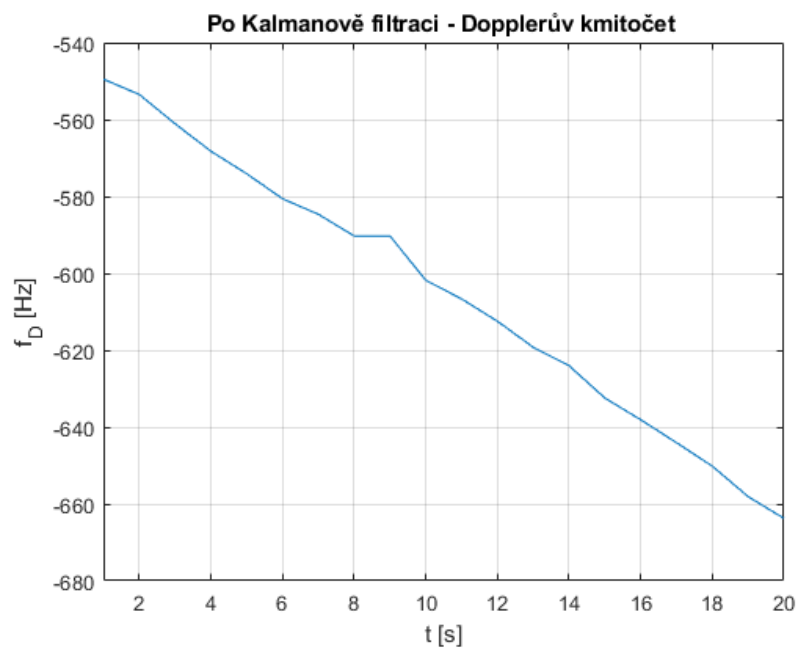


Obr. 27 Dopplerův kmitočet s výpadkem detekce

Obrázek 28 a 29 zachycují nahrazení odhadu stavu hodnotami predikce v místě výpadku detekce.



Obr. 28 Bistatická vzdálenost po Kalmanově filtraci



Obr. 29 Dopplerův kmitočet po Kalmanově filtraci

U průběhu hodnot bistatické vzdálenosti (obrázek 28) si nelze všimnout výpadku detekce, ale u průběhu hodnot Dopplerova kmitočtu (obrázek 29) můžeme vidět v okamžiku  $k = 9$  hrbolek. Ze stavové rovnice (2.19) plyne, že predikce rychlosti cíle v okamžiku  $k$  je rovna rychlosti cíle v okamžiku  $(k-1)$ .

Vytvořený kód, který byl použit v této ukázce funkce Kalmanova filtru, je umístěn v příloze A.

### 2.3.3 Popis Kalmanovy filtrace $R_B$ a $f_D$ pro více cílů

V každém okamžiku  $k$  obdržíme od radaru  $M_2(k)$  výsledků měření (dvojice-bistatická vzdálenost a Dopplerův kmitočet). V každém okamžiku tedy od radaru přijmeme vektory výsledků měření ve tvaru:

$$\mathbf{y}_{m_2}(k) = \begin{Bmatrix} R_{B_{m_2}}(k) \\ f_{D_{m_2}}(k) \end{Bmatrix}, \quad (2.35)$$

kde  $m_2 = 1, 2, \dots, M_2(k)$ .

Hodnota  $M_2(k)$  se v každém okamžiku může měnit, a to z důvodů již uvedených v oddílu 2.1. Pro sledování měření je nutné si stanovit další proměnnou  $M_1(k)$ , která nás informuje o počtu tracků (počet sledovaných měření) z minulosti. Hodnota  $M_1(k)$  se také mění s časem ( $k$ ) a zároveň bude vždy platit následující podmínka:

$$M_1(k) \geq M_2(k). \quad (2.36)$$

Každé měření musí být totiž přiřazené k nějakému tracku a v určitém okamžiku může být dokonce počet tracků větší než počet samotných měření. Tato situace může například nastat v případě výpadku detekce. Z radaru neobdržíme měření, ale track pokračuje. Dále je důležité zmínit, že na začátku sledování je počet tracků roven počtu měření neboli  $M_1(0) = M_2(0)$ .

Hlavním úkolem zde bude nalézt algoritmus, který přiřadí všech  $M_2(k)$  nových výsledků měření k  $M_1(k)$  již existujícím trackům. Není to zcela jednoduchý úkol, protože výsledky měření z radaru jsou seřazeny podle hodnoty bistatické vzdálenosti a navíc jsou zde také výpadky detekce a falešné cíle. Díky těmto skutečnostem nebude pořadí uskutečněných měření odpovídat pořadí tracků.

Způsobů (metod), jak přiřadit výsledky měření k již existujícím trackům, je více. Pro tuto práci byla zvolena metoda přiřazení podle nejmenší vzdálenosti výsledků měření  $\mathbf{y}_{m_2}(k)$  od predikované hodnoty měření  $\hat{\mathbf{y}}_{em_1}(k) = \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k)$ . V této práci použijeme k určení vzdálenosti mezi dvěma vektory  $\mathbf{y}_{m_2}(k)$  a  $\hat{\mathbf{y}}_{em_1}(k)$  tzv. Mahalanobisovu vzdálenost, která se v obecném případě dvou vektorů  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  vypočte takto [14]:

$$\rho_{\mathbf{a},\mathbf{b}} = \sqrt{(\mathbf{a} - \mathbf{b})^T \cdot [\mathbf{R}(\mathbf{a} - \mathbf{b})]^{-1} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b})}, \quad (2.37)$$

kde  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  jsou vektory,

$\mathbf{R}[\mathbf{a} - \mathbf{b}]$  je varianční matice vektoru  $(\mathbf{a} - \mathbf{b})$ .



Rozdíly mezi predikcemi  $\hat{\mathbf{y}}_{em_1}(k)$  a příslušnými měřeními  $\mathbf{y}_{m_2}(k)$  jsou způsobeny šumem a mají proto normální rozložení, takže jejich pravděpodobnosti budou úměrné  $\exp(-\rho_{a,b}^2)$  [15], [16]. To znamená, že nejmenší vzdálenost bude nejpravděpodobnější.

Každému tracku tedy přiřadíme to měření, které dosahuje s daným trackem nejmenší hodnoty Mahalanobisovy vzdálenosti. Na druhé straně rozdíly s příliš velkými vzdálenostmi jsou málo pravděpodobné. Proto v tomto kroku ještě aplikujeme podmínku, která vyloučí přiřazení, u nichž by hodnota Mahalanobisovy vzdálenosti přesahovala zvolenou hodnotu.

Může však nastat situace, že u konkrétního měření budou vzdálenosti ke všem trackům větší než zvolená hodnota. V takovém případě se konkrétní měření nepřihodí k žádnému tracku a k takovému měření je nutno zavést nový track.

Naopak může nastat situace, kdy k některému tracku není přiřazeno žádné měření, například z důvodu výpadku detekce. V takovém případě track pokračuje pomocí rovnic (2.33) a (2.34). Track se ukončí, až se nashromáždí zvolený počet výpadků detekce za sebou. Jak už bylo řečeno v oddílu 2.3.2, v této práci se ukončí konkrétní track (sledování měření) při existenci tří výpadků detekce v řadě za sebou.

### Algoritmus výpočtu

Nyní bude popsán algoritmus výpočtu Kalmanovy filtrace pro sledování měření více cílů a další nutné úpravy postupu, které zajistí nejvěrnější a nejrobustnější sledování měření.

Na začátku sledování (v okamžiku  $k = 1$ ) se určí počet uskutečněných měření  $M_2(k)$ . Každému měření se přiřadí track s počátečními hodnotami odhadu stavu  $\hat{\mathbf{x}}_{m_1}(k - 1)$  a varianční matice jeho chyby  $\mathbf{S}(k - 1)$  podle vztahů (2.31) a (2.32).

Následně se provede výpočet varianční matice chyby predikce  $\mathbf{S}_e(k)$  dle rovnice (2.27). Poté se pro každý sledovaný track  $m_1$  vypočte predikce jeho stavu (extrapolovaný odhad stavu)  $\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k)$  podle rovnice (2.26), která bude mít následující tvar:

$$\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k) = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{m_1}(k - 1), \quad (2.38)$$

kde  $m_1 = 1, 2, \dots, M_1(k)$  je počet aktuálních („přeživších“) tracků.

Z každého takto predikovaného stavu je nyní nutné provést výpočet extrapolovaného odhadu měření  $\hat{\mathbf{y}}_{em_1}(k)$  podle rovnice (2.17):

$$\hat{\mathbf{y}}_{em_1}(k) = \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k). \quad (2.39)$$

V dalším kroku je potřeba určit odchylky  $\Delta_{m_1, m_2}(k)$  všech uskutečněných měření  $\mathbf{y}_{m_2}(k)$  od všech extrapolovaných odhadů měření  $\hat{\mathbf{y}}_{em_1}(k)$ :

$$\Delta_{m_1, m_2}(k) = \mathbf{y}_{m_2}(k) - \hat{\mathbf{y}}_{em_1}(k) = \mathbf{y}_{m_2}(k) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k). \quad (2.40)$$

Jakmile jsou vypočteny všechny odchylky  $\Delta_{m_1, m_2}(k)$ , je na čase určit jejich normy  $\|\Delta_{m_1, m_2}(k)\|$ . Ke každému tracku  $m_1$  se poté vybere právě takové měření  $m_2$ , které má od něj minimální vzdálenost  $\|\Delta_{m_1, m_2}(k)\|$ . Jak už bylo výše uvedeno, v této práci se pro výpočet norem  $\|\Delta_{m_1, m_2}(k)\|$  použije tzv. Mahalanobisova vzdálenost (2.37). V našem případě:

$$\rho_{m_1, m_2} = \sqrt{(\Delta_{m_1, m_2}(k))^T \cdot [\mathbf{R}(\Delta_{m_1, m_2}(k))]^{-1} \cdot (\Delta_{m_1, m_2}(k))}, \quad (2.41)$$

kde  $[\mathbf{R}(\Delta_{m_1, m_2}(k))]$  je varianční matice, která se vypočte následovně [17]:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}[\Delta_{m_1, m_2}(k)] &= \mathbf{E}[\Delta_{m_1, m_2}(k) \cdot \Delta_{m_1, m_2}(k)^T] = \\ &= \mathbf{E}[(\mathbf{y}_{m_2}(k) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k)) \cdot (\mathbf{y}_{m_2}(k) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k))^T] = \\ &= \mathbf{E}[\mathbf{y}_{m_2}(k)[\mathbf{y}_{m_2}(k)]^T + \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k) \cdot [\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k)]^T \cdot \mathbf{H}^T - \\ &\quad - \mathbf{y}_{m_2}(k)[\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k)]^T \cdot \mathbf{H}^T - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k) \cdot [\mathbf{y}_{m_2}(k)]^T] = \\ &= \mathbf{E}[\mathbf{y}_{m_2}(k)[\mathbf{y}_{m_2}(k)]^T] + \mathbf{H} \cdot \mathbf{E}[\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k) \cdot [\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k)]^T] \cdot \mathbf{H}^T - \\ &\quad - \mathbf{E}[\mathbf{y}_{m_2}(k)[\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k)]^T] \cdot \mathbf{H}^T - \mathbf{H} \cdot \mathbf{E}[\hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k) \cdot [\mathbf{y}_{m_2}(k)]^T] \cdot \mathbf{H}^T] = \\ &= \mathbf{W} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{S}_e(k) \cdot \mathbf{H}^T \end{aligned}$$

Po těchto výpočtech se pro každý track  $m_1$  vybere takové měření  $m_2(m_1)$ , při kterém hodnota  $\rho_{m_1, m_2}$  dosahuje minima:

$$m_2(m_1) = \arg [\min_m (\rho_{m_1, m})]. \quad (2.42)$$

Ke každému tracku (přesněji k jeho predikci měření) však bude vždy nějaké měření nejbližší. Z vybraných měření tedy vyloučíme měření, příliš vzdálená od extrapolovaného odhadu měření  $\hat{\mathbf{y}}_{em_1}(k)$ , která mají malou pravděpodobnost. Docílíme toho podmínkou:

$$\rho_{m_1, m_2(m_1)} \leq \rho_{\max}, \quad (2.43)$$

kde  $\rho_{m_1, m_2(m_1)}$  je hodnota Mahalanobisovy vzdálenosti, kterou dosahuje track  $m_1$  s nejbližším měřením,

$\rho_{\max}$  je mezní hodnota hodnoty Mahalanobisovy vzdálenosti.

Pokud není podmínka (2.43) splněna, nebude tracku  $m_1$  v okamžiku  $k$  přiřazeno žádné měření. Mezní hodnota  $\rho_{\max}$  ovšem nemůže být stanovena jednoznačně. Finální algoritmus je nutno určitý čas testovat a zjistit obvyklé hodnoty  $\rho_{m_1, m_2}$  a z nich pak odhadnout mezní hodnotu  $\rho_{\max}$ .

Stejně, jako při sledování měření jednoho cíle (oddíl 2.3.2), i zde je nutno ošetřit více výpadků detekce za sebou. Z těchto důvodů se vytvoří další podmínka: pokud tracku  $m_1$  nebude přiřazeno žádné měření třikrát za sebou v řadě, track se ukončí.

V dalším kroku algoritmu se vypočte matice  $\mathbf{K}$  neboli Kalmanův zisk pomocí rovnice (2.28) a varianční matice chyby odhadu stavu  $\mathbf{S}(k)$  pomocí rovnice (2.30). Následně se pro každý track  $m_1$ , kterému bylo přiřazeno nějaké měření  $m_2$  v okamžiku  $k$ , provede výpočet odhadu stavu  $\hat{\mathbf{x}}_{m_1}(k)$ . Vyjde se z rovnice (2.29), která vede k následujícímu vztahu:

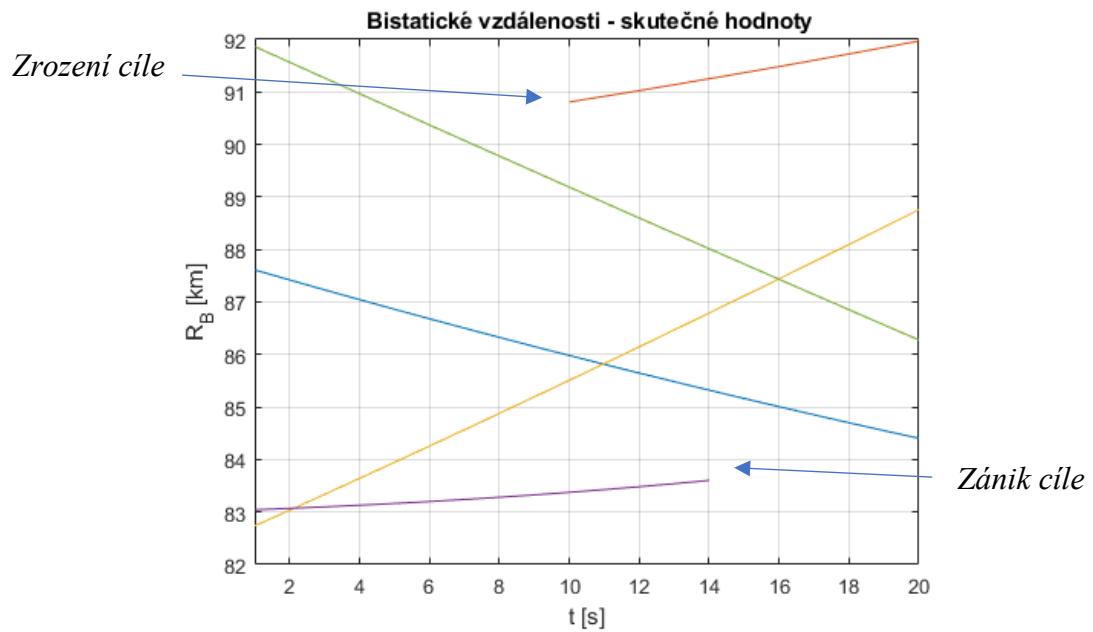
$$\hat{\mathbf{x}}_{m_1}(k) = \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k) + \mathbf{K}(k)[\mathbf{y}_{m_2}(k) - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k)]. \quad (2.44)$$

V případě, kdy k tracku  $m_1$  nebylo přiřazeno žádné měření  $m_2$ , se vypočte odhad stavu  $\hat{\mathbf{x}}_{m_1}(k)$  pomocí již vypočtené predikce. Vychází se z rovnice (2.33), která dává:

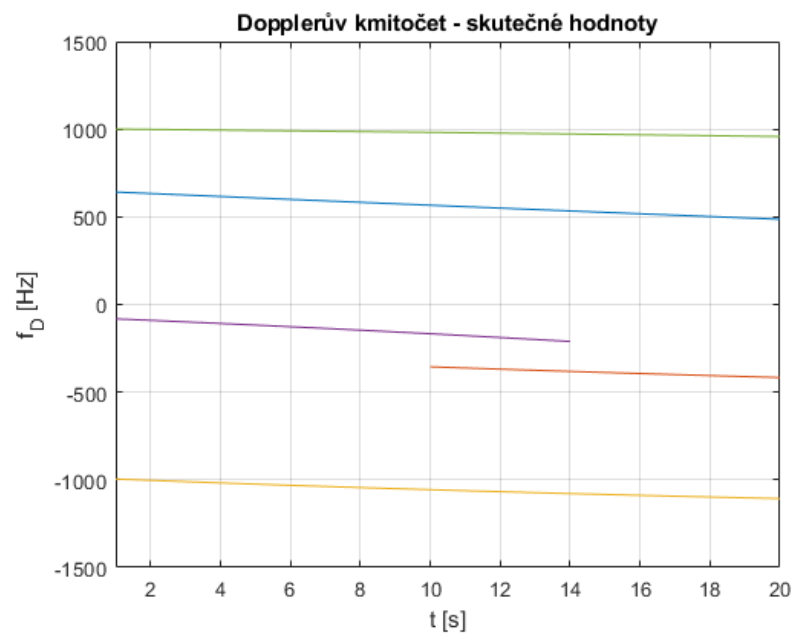
$$\hat{\mathbf{x}}_{m_1}(k) = \hat{\mathbf{x}}_{em_1}(k). \quad (2.45)$$

Posledním úkolem tohoto algoritmu je kontrola, zda byla všechna měření přiřazena k trackům. Pokud v okamžiku  $k$  existuje takové měření, které nebylo k žádnému tracku přiřazeno, vytvoří se track nový a jeho počáteční hodnota odhadu stavu  $\hat{\mathbf{x}}_{m_1}(k-1)$  se vypočte podle vztahu (2.31).

Pomocí výše uvedených rovnic a podmínek byl vytvořen kód v prostředí Matlab a na následujících obrázcích bude popsána jeho funkce. Nejprve ukážeme skutečné hodnoty bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů sledovaných cílů (obrázek 30 a 31), neboť to jsou hodnoty, ke kterým se snažíme pomocí Kalmanovy filtrace přiblížit. Pro lepší názornost byly nejprve vygenerovány hodnoty bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů pouze pro 5 cílů. Můžeme si všimnout, že data obsahují jak zrození, tak i zánik cíle. Zrození cíle reprezentuje červený průběh a zánik cíle průběh fialový.

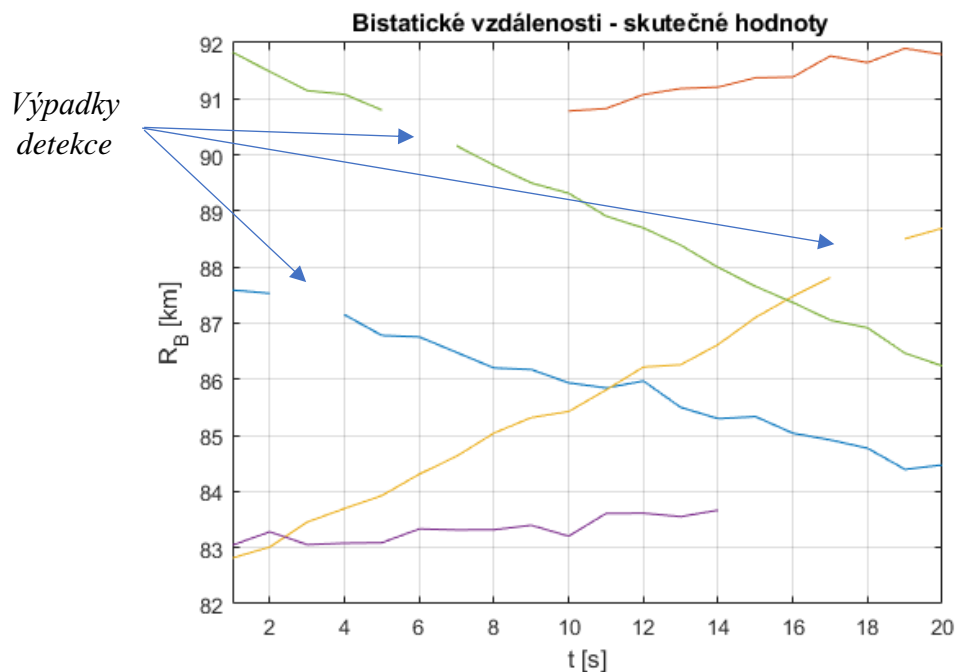


Obr. 30 Skutečné hodnoty bistatických vzdáleností pro 5 cílů

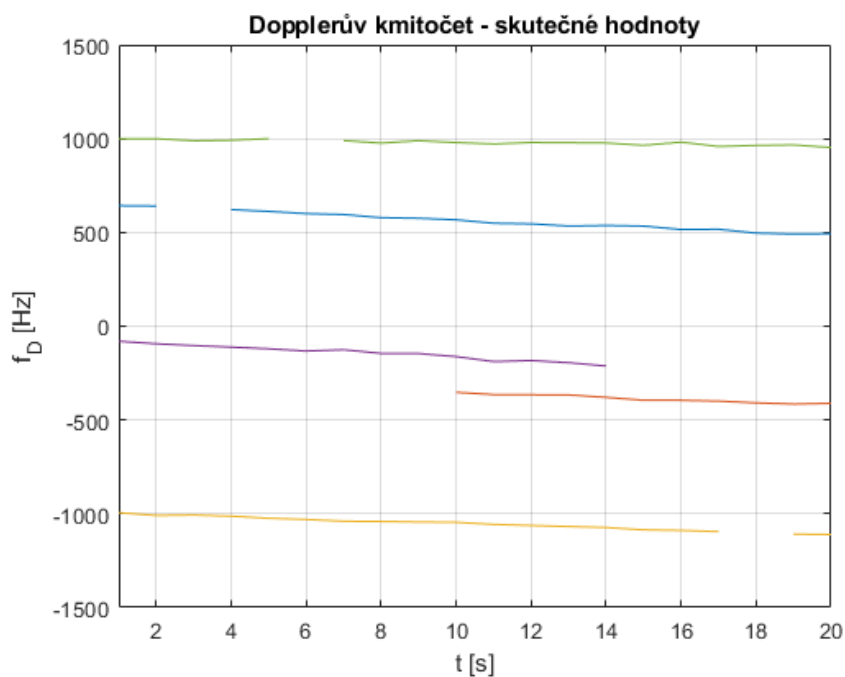


Obr. 31 Skutečné hodnoty Dopplerových kmitočetů pro 5 cílů

Následně generátor přidá k těmto skutečným („čistým“) hodnotám šum a výpadky detekce. Obrázky 32 a 33 zachycují tuto situaci. Šum byl generován s parametry  $\sigma_{R_B} = 0.1$  km a  $\sigma_{f_D} = 5$  Hz (viz oddíl 2.2.2). Výpadky detekce zachycují žlutý, modrý a zelený průběh.

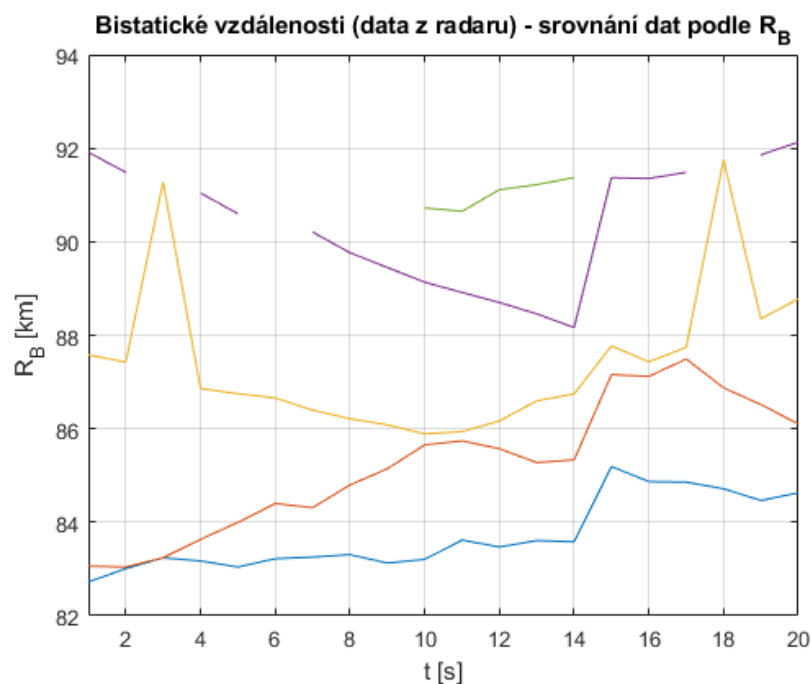


Obr. 32 Bistatické vzdálenosti s šumem a výpadky detekce pro 5 cílů

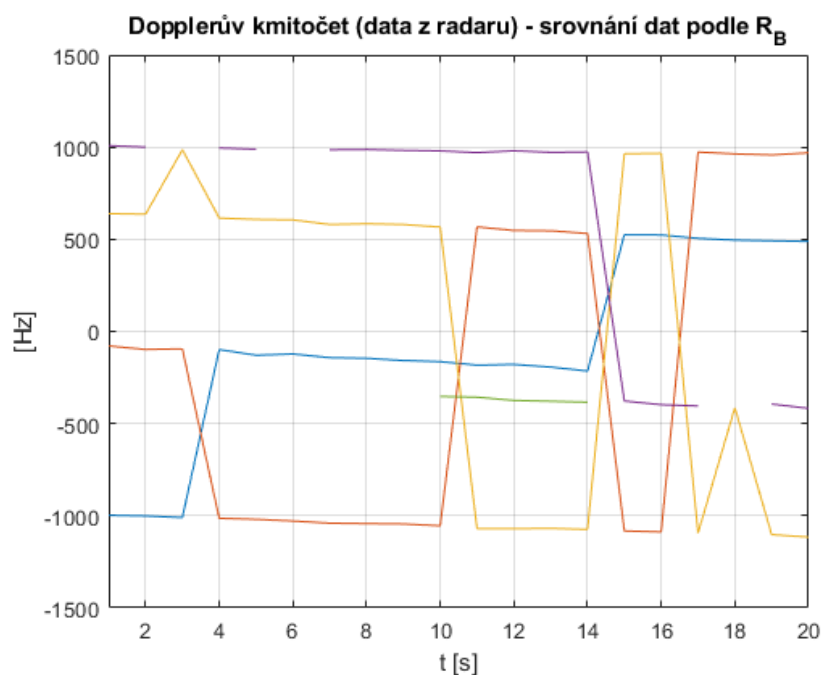


Obr. 33 Dopplerův kmitočet s šumem a výpadky detekce pro 5 cílů

Před vstupem do Kalmanova filtru se ještě data z radaru seřadí vzestupně podle hodnot bistatických vzdáleností. Radar totiž v okamžiku měření  $k$  neví, které hodnoty měření náležejí ke kterým cílům, a tak je posílá dál v pořadí, ve kterém k němu signály doputovaly. Na obrázcích 34 a 35 jsou takové průběhy dat (hodnot  $R_B$  a  $f_D$ ) zobrazeny.

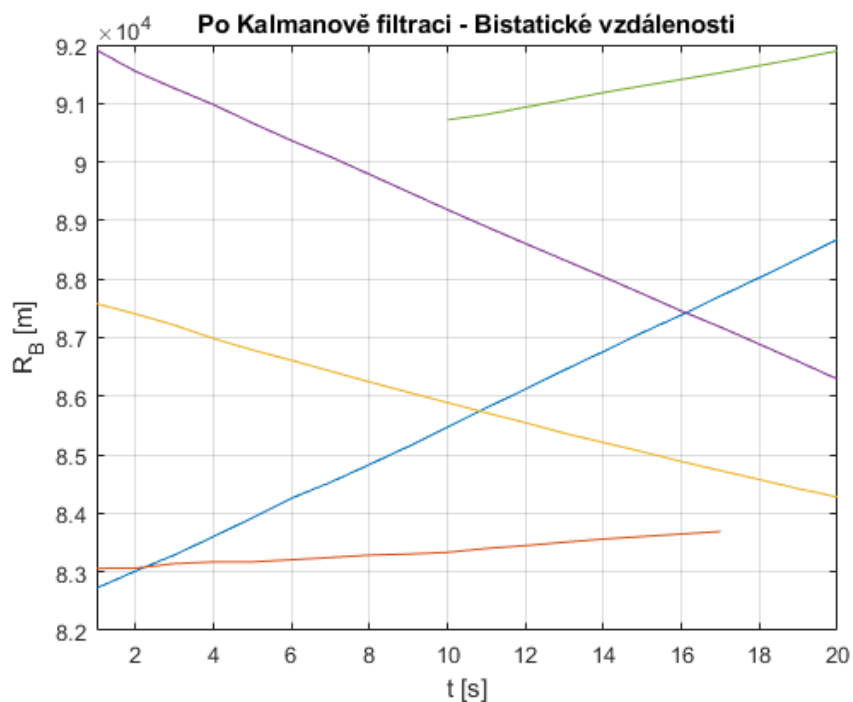


Obr. 34 Bistatické vzdálenosti, data z radaru pro 5 cílů

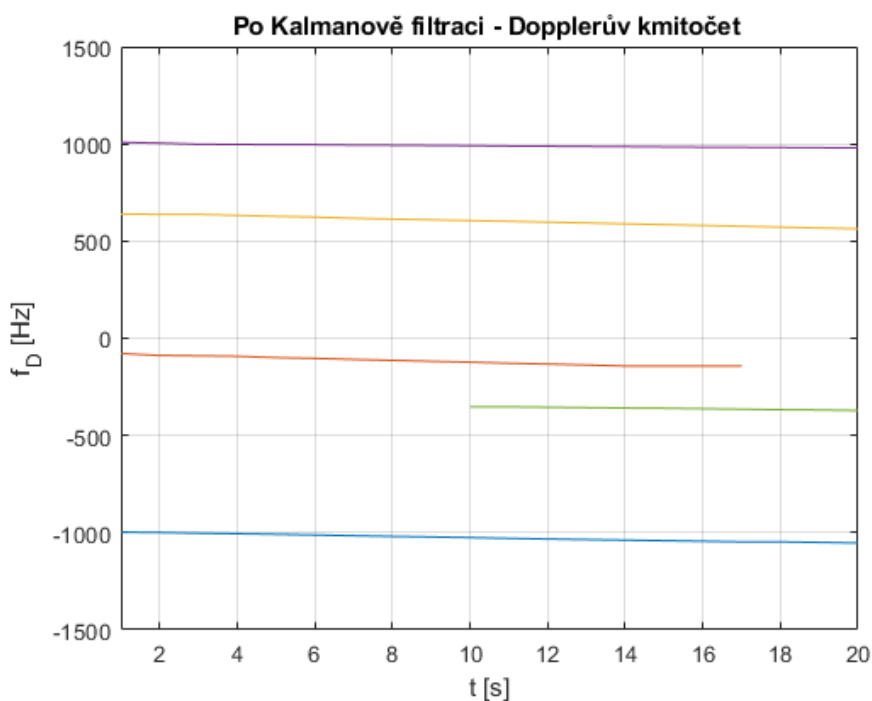


Obr. 35 Dopplerovy kmitočty, data z radaru pro 5 cílů

Už na první pohled je jasné, že z takto seřazených dat není možno bez jakéhokoliv algoritmu (metody) přiřadit naměřené hodnoty bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů ke správným cílům. Pokud na tato data aplikujeme Kalmanův filtr, který byl popsán výše, výsledkem budou průběhy zaznamenané na obrázcích 36 a 37.



Obr. 36 Bistatická vzdálenost po Kalmanově filtraci pro 5 cílů

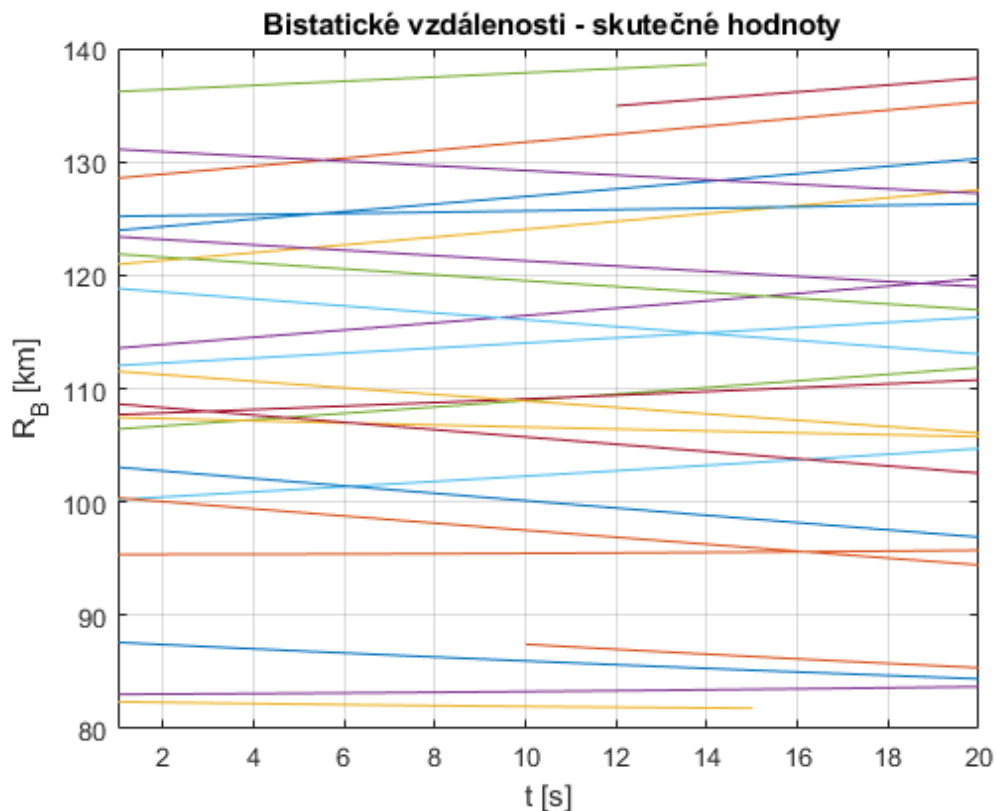


Obr. 37 Dopplerovy kmitočty po Kalmanově filtraci pro 5 cílů

Lze prohlásit, že Kalmanova filtrace rozšířená o všechny přidané nástroje a podmínky (viz příloha B) zafungovala správně, neboť průběhy skutečných hodnot bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů (obrázek 30 a 31) jsou téměř shodné s průběhy získanými na výstupu Kalmanova filtru (obrázek 36 a 37). Liší se pouze nepatrně v jednom z průběhů. Na obrázcích

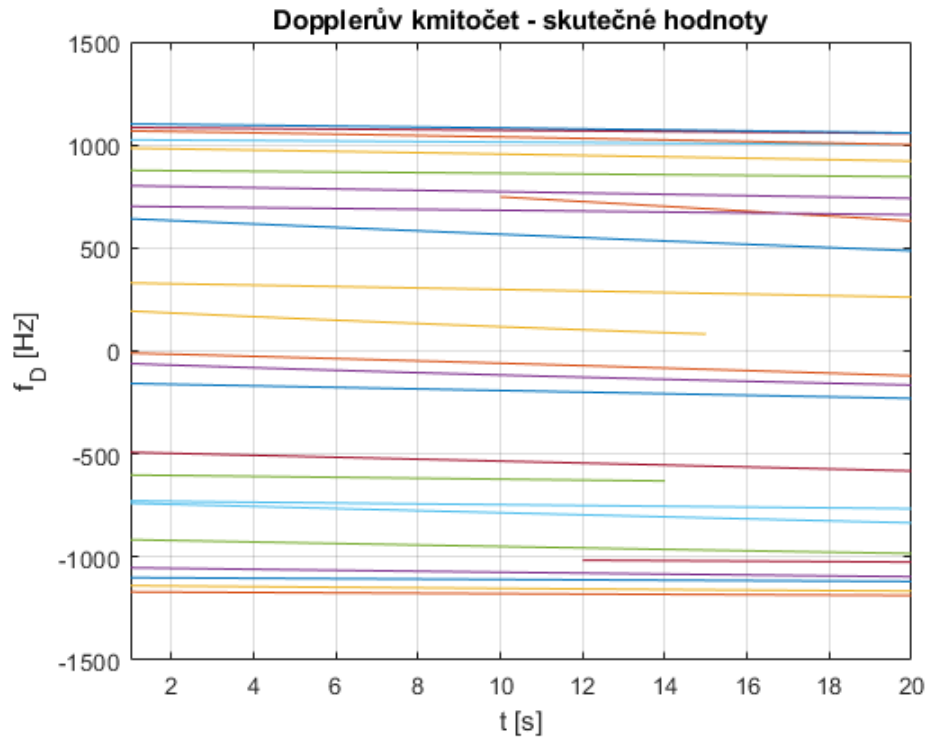
30 a 31 fialový průběh demonstruje zánik cíle v okamžiku  $k = 14$ . V našich výstupních datech na obrázcích 36 a 37 je stejný track znázorněn červenou barvou a zaniká až v okamžiku  $k = 17$ . Je to z důvodu existence podmínky říkající, že sledování (track) se ukončí až po třech výpadcích detekce v řadě za sebou. Do té doby se stav konkrétního tracku počítá pouze z predikce neboli z extrapolovaného odhadu stavu. Z výše uvedených poznatků lze říci, že takto vytvořený algoritmus s parametrem  $\sigma_a = 0.01$  provádí správné odhady hodnot stavů a zároveň je schopen řešit problémy, jakýmiž například jsou výpadky detekce a zánik a zrození cílů, pokud jsou směrodatné odchylky chyby měření  $\sigma_{R_B} = 0.1$  km,  $\sigma_{f_D} = 5$  Hz. Toto vše bylo ověřeno na datech pro 5 cílů.

Nyní je potřeba odpovědět na otázku, jaký je maximální počet cílů, při kterém bude ještě tento algoritmus pracovat bez chyb. Je zde nutné zmínit, že stále uvažujeme stejný prostor zájmu, což je v této práci kruh o poloměru 70 km. V oddílu 1.2.3 bylo uvedeno, že se v tomto prostoru může vyskytovat 20 až 80 letadel. Na následujících obrázcích bude předvedena funkčnost Kalmanovi filtrace pro 25 cílů. Na obrázku 38 a 39 jsou zachyceny skutečné hodnoty bistatických vzdáleností a Dopplerovských kmitočtů pro 25 cílů. Data obsahují 2 zrození cíle a také 2 zániky cíle.



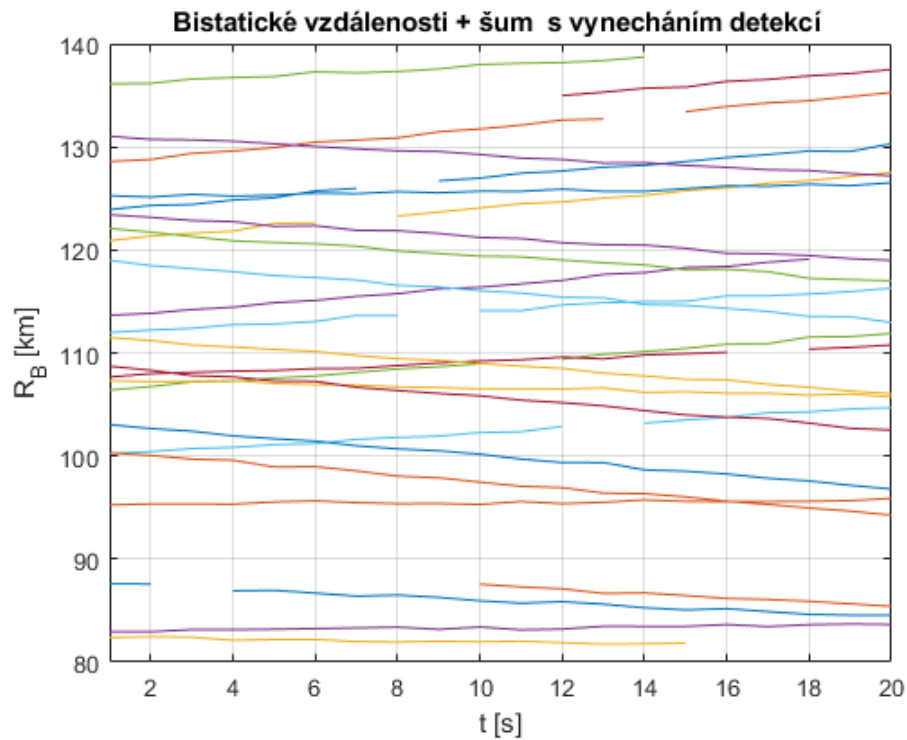
Obr. 38 Skutečné hodnoty bistatických vzdáleností pro 25 cílů



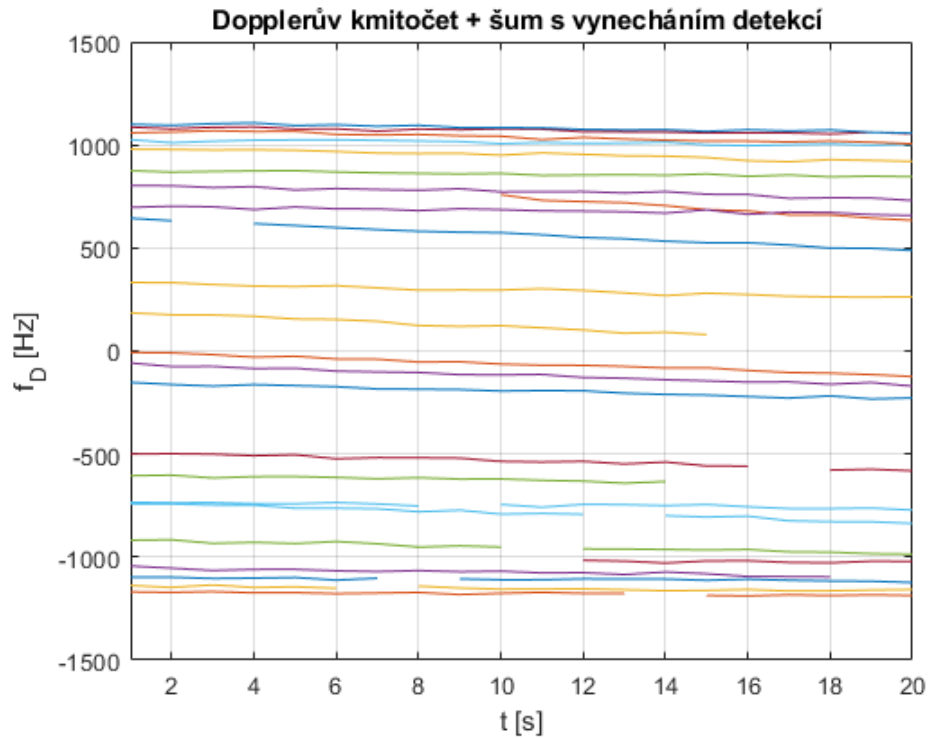


Obr. 39 Skutečné hodnoty Dopplerových kmitočtů pro 25 cílů

Po přidání šumu a výpadků detekce vypadají hodnoty následovně (obrázek 40 a 41). Šum byl opět generován s parametry  $\sigma_{R_B} = 0.1$  km a  $\sigma_{f_D} = 5$  Hz jako v případě ukázky 5 cílů. Do měření bylo náhodně vloženo celkem 10 výpadků detekce.



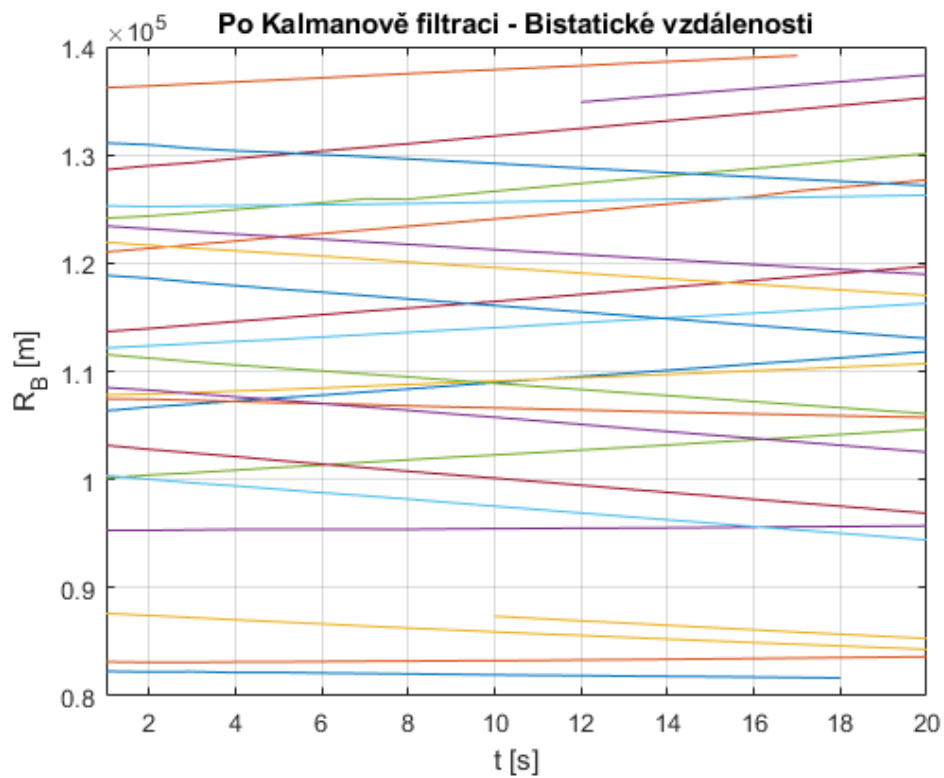
Obr. 40 Bistatické vzdálenosti s šumem a výpadky detekce pro 25 cílů



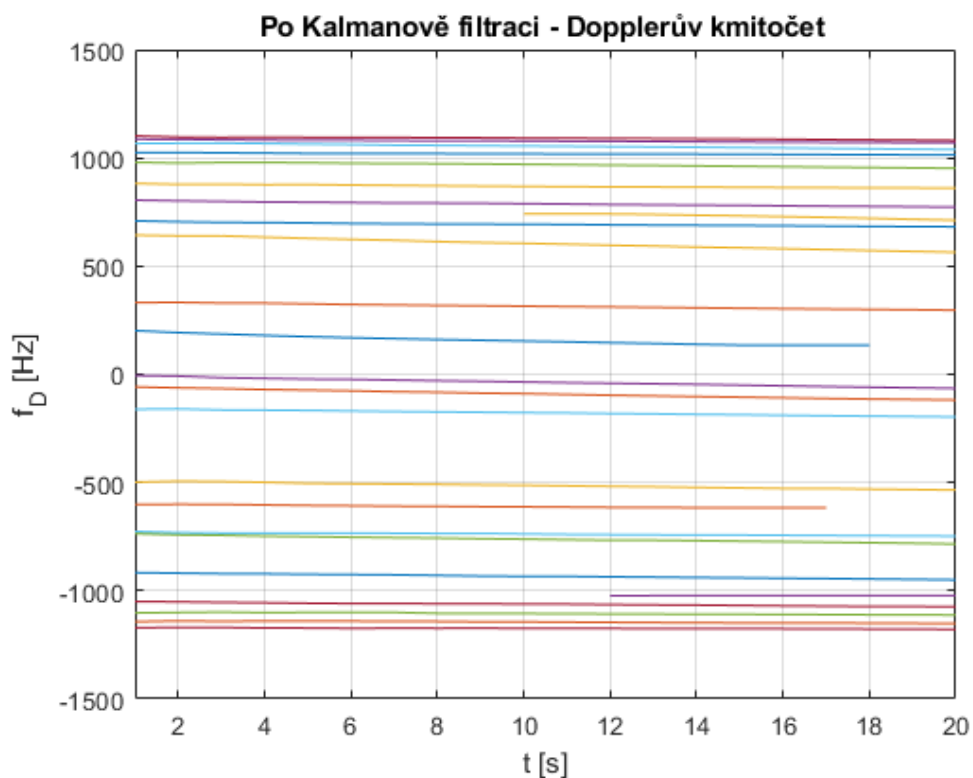
Obr. 41 Dopplerovy kmitočty s šumem a výpadky detekce pro 25 cílů

Obrázky simulující data z radaru ( $R_B$  a  $f_D$ ), srovnaná podle bistatických vzdáleností, zde nejsou umístěny, protože neposkytují žádnou přidanou hodnotu. Při tomto počtu cílů má algoritmus nelehký úkol. Nejenže jsou data zatížena šumem a výpadky detekce, ale naměřené hodnoty se čím dál tím více k sobě přibližují a jak je vidět, tak se v určitých okamžicích  $k$  překrývají současně i ve větším počtu. V tomto případě se i hodnoty Mahalanobisových vzdáleností daného tracku  $m_1$  k různým měřením  $m_2$  přibližují. Pokud nastane situace, kdy se k některému měření přičte šum s takovou hodnotou, že vzdálenost k tomuto měření bude menší než vzdálenost k měření, které k danému tracku skutečně náleží, vznikne chyba.

Tato šumem zatížená data ( $\sigma_{R_B} = 0.1$  km,  $\sigma_{f_D} = 5$  Hz), ke kterým jsou přidány i výpadky detekce, byla zpracována popsáním algoritmem s parametrem  $\sigma_a = 0.01$ . Výsledek lze vidět na snímcích 42 a 43.



Obr. 42 Bistatické vzdálenosti po Kalmanově filtraci pro 25 cílů



Obr. 43 Dopplerovy kmitočty po Kalmanově filtraci pro 25 cílů

Při tomto počtu cílů algoritmus ještě stále pracoval správně, bez chyb. Průběhy skutečných hodnot bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů (obrázek 38 a 39) jsou téměř shodné

s průběhy získanými na výstupu Kalmanova filtru (obrázek 42 a 43). Liší se opět pouze v průbězích zániku cílů z důvodů, které už byly vysvětleny. S přibývajícím počtem cílů se počet ojedinělých chyb začíná zvětšovat a přibližně při 50 cílech algoritmus s výše uvedenými parametry naprosto ztrácí svou funkčnost. Je zde důležité znovu zdůraznit, že šum měření byl generován s parametry  $\sigma_{R_B} = 0.1 \text{ km}$  a  $\sigma_{f_D} = 5 \text{ Hz}$ . Pokud se hodnoty směrodatných odchylek šumu  $\sigma_{R_B}$  a  $\sigma_{f_D}$  zvětší, chyby ve sledování měření nastanou už při menším počtu cílů.

## 2.4 Sledování pohybu cíle

Tato kapitola popisuje sledování pohybu cíle pomocí rozšířené Kalmanovy filtrace (EKF). Nejprve se specifikuje generátor dat pro jednotlivé bistatické radary a poté se popíše realizace Kalmanova filtru pro tento konkrétní případ.

### 2.4.1 Model cílů pro 3 bistatické radary

K určení polohy letadla v horizontálních souřadnicích je zapotřebí minimálně tří bistatických radarů. Rozmístění vysílačů a přijímače je zvoleno podle obrázku 8. Nejprve je nutné zvolit nějaký pohyb cíle. Pro lepší názornost funkce Kalmanova filtru se opustí od rovnoměrného přímočarého pohybu a bude se předpokládat pohyb cíle po kruhové dráze. Hodnoty souřadnic  $x(k)$ ,  $y(k)$  cíle se vypočtou pomocí vztahů:

$$x(k) = x_0 + R \cdot \sin(\alpha(k)), \quad (2.46)$$

$$y(k) = y_0 - R + R \cdot \cos(\alpha(k)), \quad (2.47)$$

kde  $x(k)$  a  $y(k)$  jsou souřadnice cíle v okamžiku  $k$ ,  
 $x_0$  a  $y_0$  jsou počáteční souřadnice cíle,  
 $R$  je poloměr dráhy,  
 $\alpha(k)$  je úhel v okamžiku  $k$ .

Poloměr dráhy  $R$  se určí podle vzorce:

$$R = v^2/a, \quad (2.48)$$

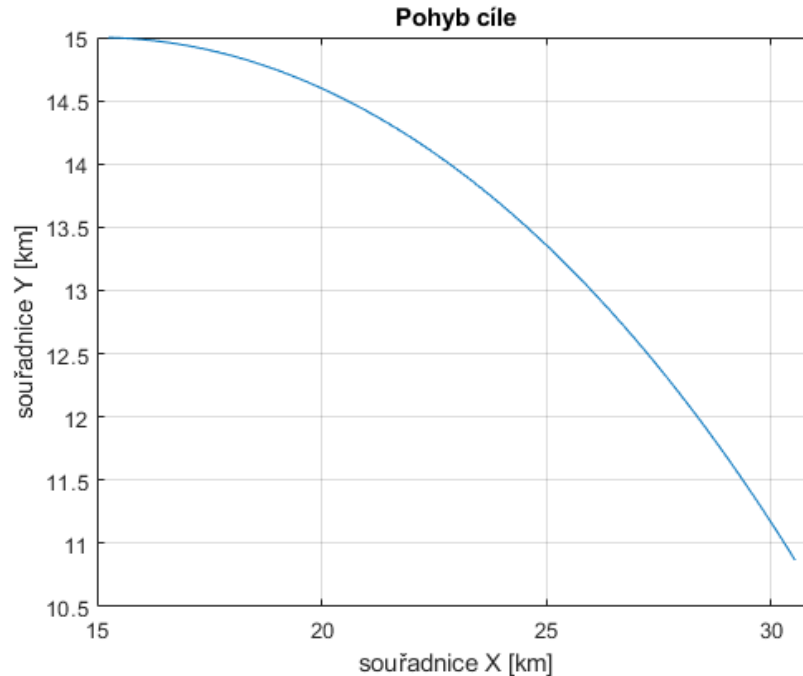
kde  $a$  je zrychlení,  
 $v$  je obvodová rychlost.

Pro tuto práci se zvolí  $v = 250 \text{ m/s}$  a  $a = 2 \text{ m/s}^2$  [18]. Dále je zapotřebí vypočítat úhel  $\alpha(k)$  pro každý okamžik  $k$ :

$$\alpha(k) = v \cdot k \cdot T_V/R, \quad (2.49)$$

kde  $T_V$  je perioda měření.

Pokud se také zvolí počáteční souřadnice cíle  $x_0 = 15$  km a  $y_0 = 15$  km a délka měření 65 s, bude pohyb letadla vypadat následovně (obrázek 44):



Obr. 44 Pohyb cíle, skutečné hodnoty

V momentě, kdy už jsou vypočítány souřadnicové hodnoty  $(x, y)$  cíle, může se přejít na výpočet bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů pro jednotlivé radary. Bude se zde vycházet z rovnic (2.3) a (2.6). Rovnice pro výpočet bistatické vzdálenosti (2.3) se upraví na tvar:

$$R_{Bn}(k) = \sqrt{[x(k) - x_p]^2 + [y(k) - y_p]^2 + h^2} + \sqrt{[x(k) - x_{vn}]^2 + [y(k) - y_{vn}]^2 + h^2}, \quad (2.50)$$

kde  $x(k)$  a  $y(k)$  jsou aktuální souřadnice cíle v okamžiku  $k$ ,  
 $x_p$  a  $y_p$  jsou souřadnice přijímače,  
 $x_{vn}$  a  $y_{vn}$  jsou souřadnice  $n$ -tého vysílače,  
 $h$  je výška letadla.

Bistatickou vzdálenost  $R_{Bn}(k)$  pro každý bistatický radar v okamžiku  $k$  lze rozložit na vzdálenost cíl-přijímač označenou  $R_R(k)$  a vzdálenost  $n$ -tý vysílač-cíl  $R_{Tn}(k)$ :

$$R_R(k) = \sqrt{[x(k) - x_p]^2 + [y(k) - y_p]^2 + h^2}, \quad (2.51)$$

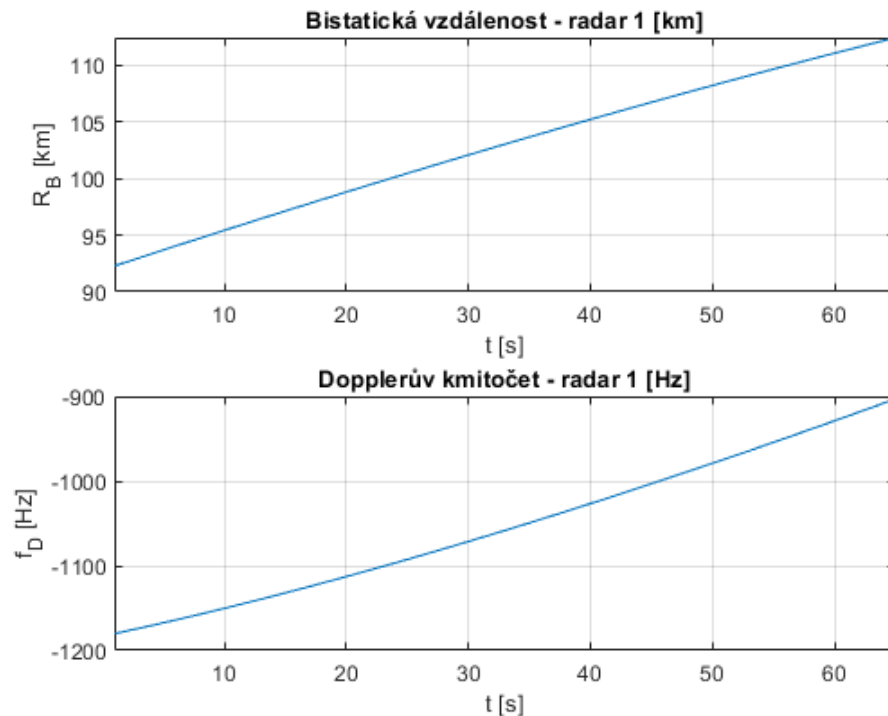
$$R_{Tn}(k) = \sqrt{[x(k) - x_{vn}]^2 + [y(k) - y_{vn}]^2 + h^2}, \quad (2.52)$$

Pro výpočet Dopplerova kmitočtu pro  $n$ -tý radar je nutné upravit rovnici (2.6) do následujícího tvaru:

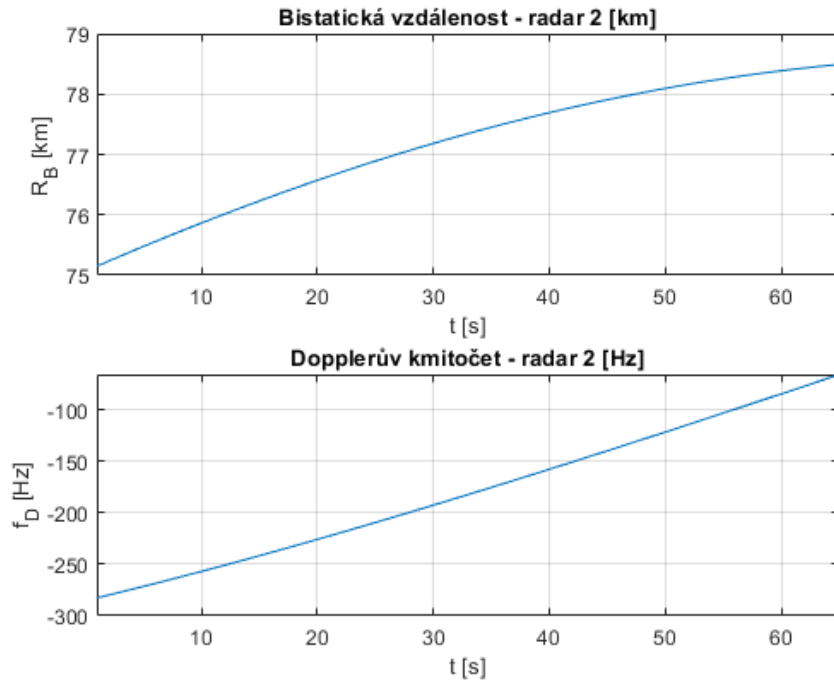
$$f_{Dn}(k) = -\frac{f_0}{c} \left\{ \frac{[x(k)-x_P]v_x(k)+[y(k)+y_0-y_P]v_y(k)}{R_R(k)} + \frac{[x(k)-x_{vN}]v_x(k)+[y(k)-y_{vN}]v_y(k)}{R_T(k)} \right\}, \quad (2.53)$$

kde  $f_{Dn}(k)$  je Dopplerův posun kmitočtu vůči cíli pro  $n$ -tý bistatický radar v okamžiku  $k$ .

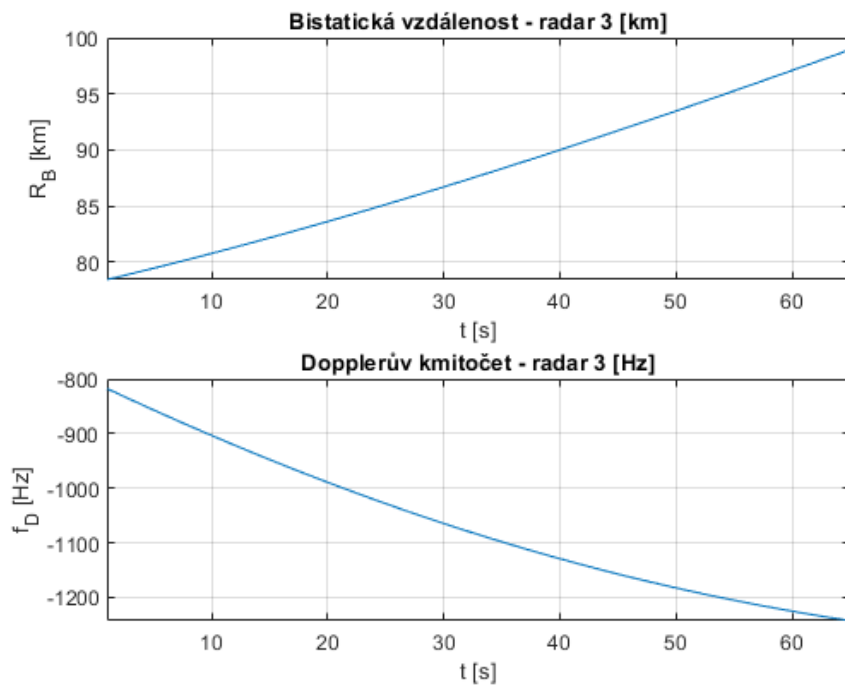
Na obrázcích 45, 46 a 47 jsou zobrazeny skutečné hodnoty bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů pro všechny tři bistatické radary a jeden cíl. Tyto hodnoty jsou vypočítané pomocí rovnic (2.50) a (2.53).



Obr. 45 Skutečné hodnoty  $R_B$  a  $f_D$ , radar 1



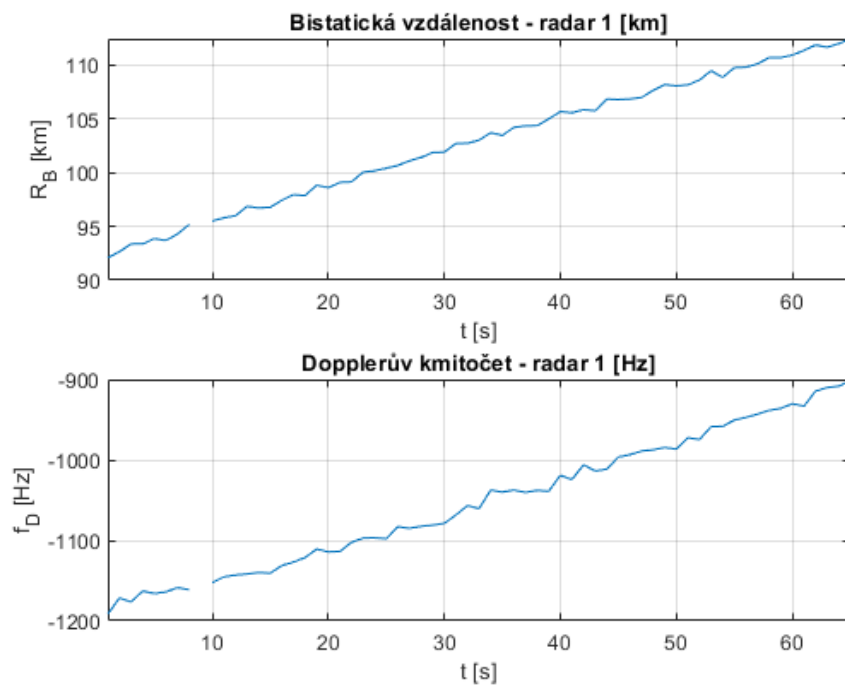
Obr. 46 Skutečné hodnoty  $R_B$  a  $f_D$ , radar 2



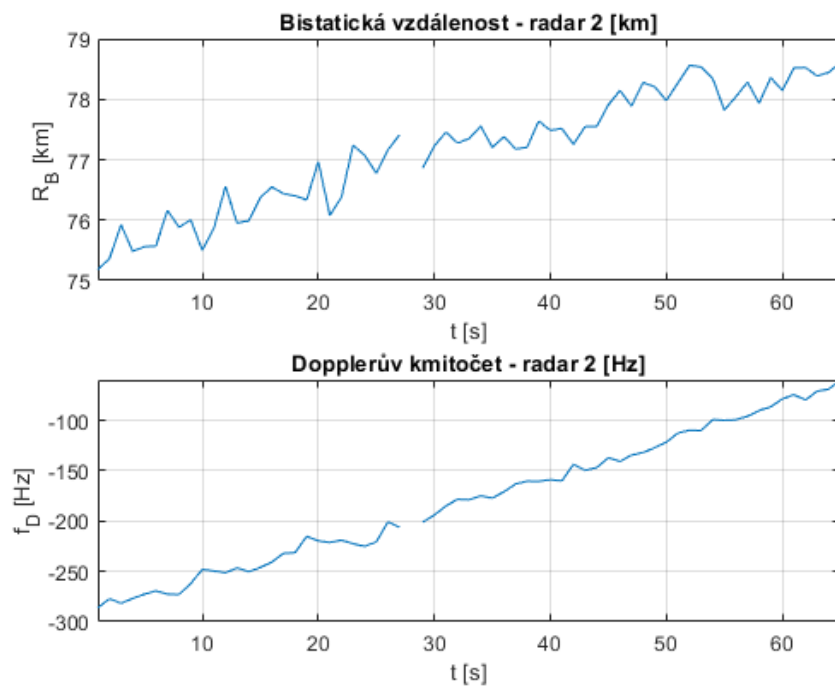
Obr. 47 Skutečné hodnoty  $R_B$  a  $f_D$ , radar 3

Z jednotlivých radarů ale takto přesná data nikdy neobdržíme. K vypočítaným hodnotám z obrázků 45, 46 a 47 se přidá šum a výpadky detekce, abychom pracovali s co nejvíce reálnými hodnotami. Důvody, proč se v datech vyskytuje právě šum a výpadky detekce, už byly vysvětleny v předchozích oddílech tohoto textu. Snímky 48, 49 a 50 znázorňují bistatické

vzdálenosti a Dopplerovy kmitočty zatížené šumem ( $\sigma_{R_B} = 0.25$  km,  $\sigma_{f_D} = 5$  Hz) a výpadky detekce.

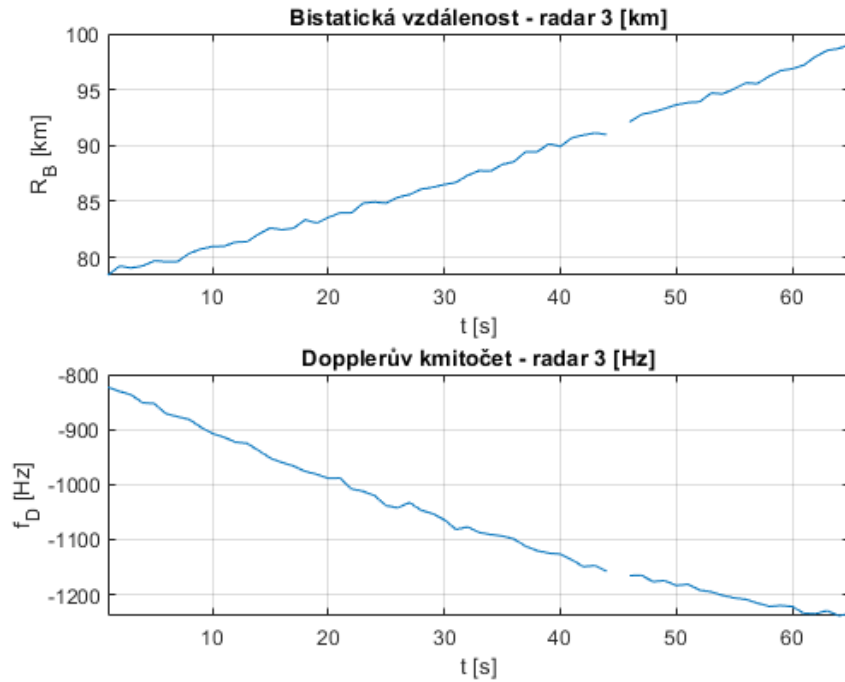


Obr. 48  $R_B$  a  $f_D$  s šumem a výpadky detekce, radar 1



Obr. 49  $R_B$  a  $f_D$  s šumem a výpadky detekce, radar 2

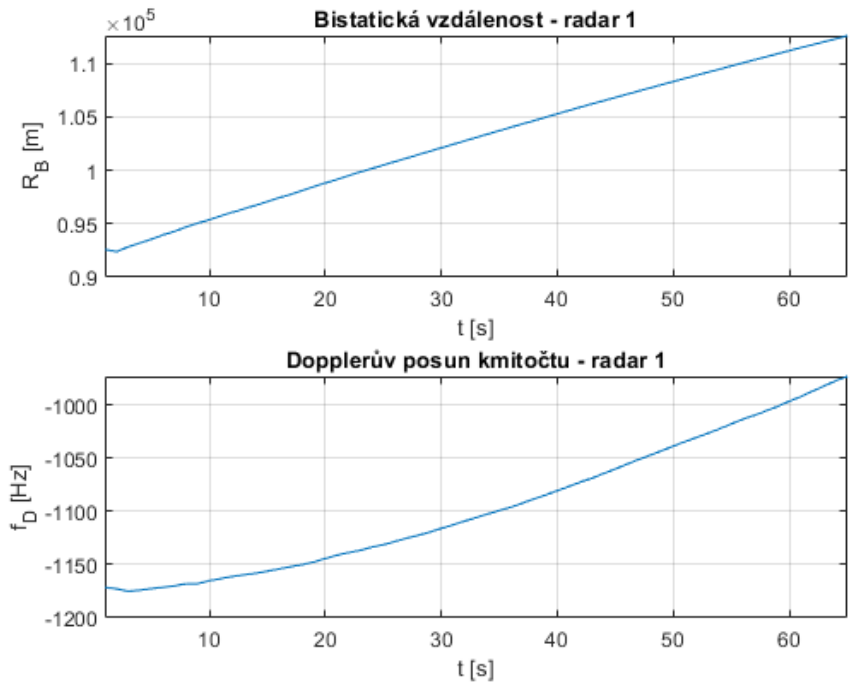




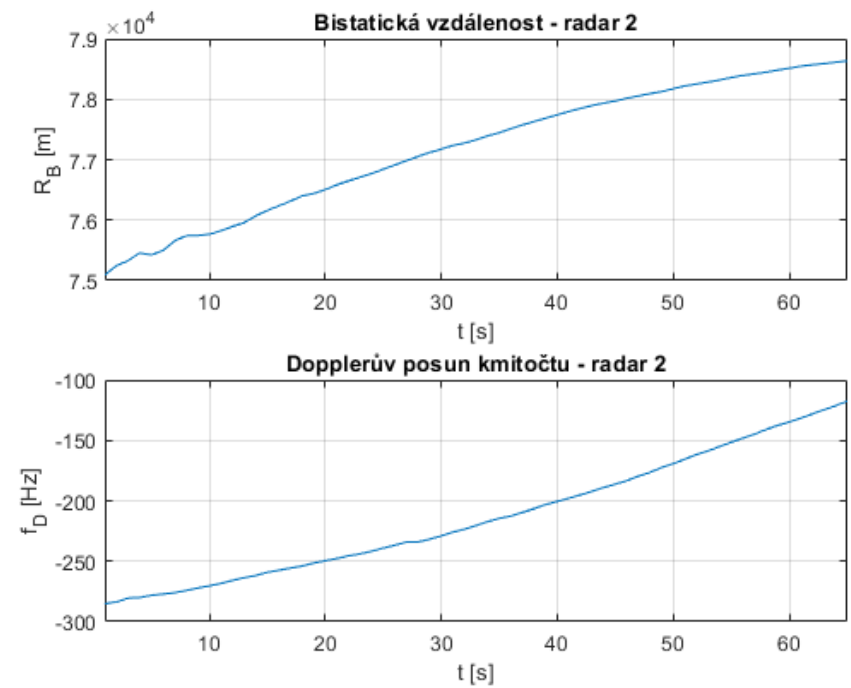
Obr. 50  $R_B$  a  $f_D$  s šumem a výpadky detekce, radar 3

### 2.4.2 Kalmanova filtrace výsledků měření u jednotlivých bistat. radarů

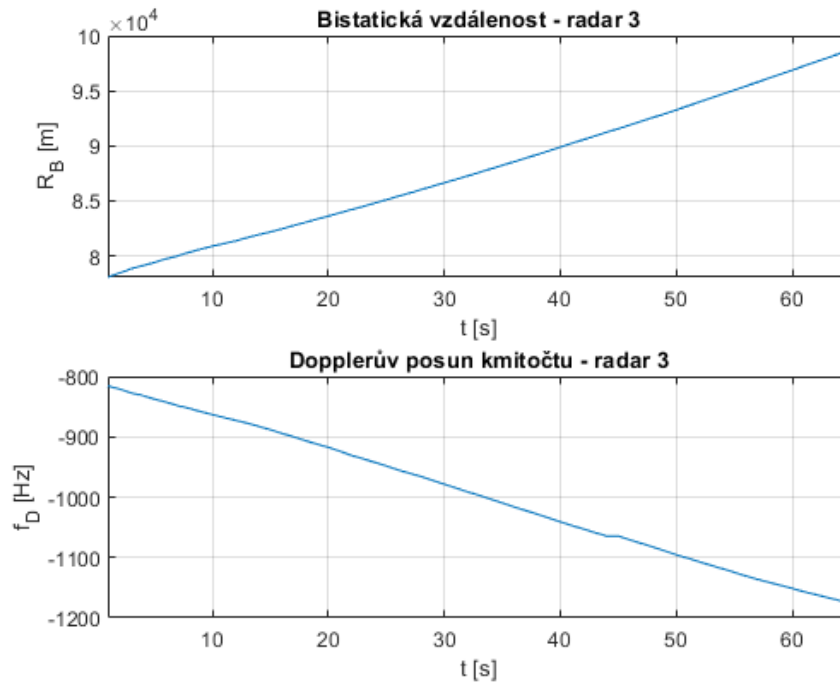
Než se přejde k samotnému sledování pohybu cíle, provede se nejprve Kalmanova filtrace výsledků měření u jednotlivých bistatických radarů. Výstupní data (naměřené hodnoty), které poskytuje každý radar (obrázky 48, 49 a 50) jsou zatíženy šumem a výpadky detekcí, a právě proto se zde aplikuje Kalmanův filtr, který má za úkol šum a výpadky detekce potlačit. Jedná se zde o tutéž úlohu, která byla popsána v oddílu 2.3.2. Kalmanův filtr, který byl v tomto oddílu popsán a vytvořen se použije na data z jednotlivých radarů zvlášť. Výsledky zachycují obrázky 51, 52 a 53. Kalmanův filtr byl pro tento případ použit s parametry  $\sigma_{R_B} = 0.25$  km,  $\sigma_{f_D} = 5$  Hz a  $\sigma_a = 0.1$ .



Obr. 51  $R_B$  a  $f_D$  po KF, radar 1



Obr. 52  $R_B$  a  $f_D$  po KF, radar 2



Obr. 53  $R_B$  a  $f_D$  po KF, radar 3

S takto připravenými hodnotami bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů lze nyní postoupit k asociaci dat z jednotlivých radarů ke konkrétním cílům.

### 2.4.3 Popis Kalmanovy filtrace pohybu cíle

Na následujících řádcích bude popsán Kalmanův filtr pro sledování pohybu jednoho cíle. Asociace dat, naměřených jednotlivými radary, je velmi komplikovaný proces (např. [19]) a tato práce se této problematice nevěnuje. Zde předpokládáme, že asociace výsledků měření z jednotlivých bistatických radarů už proběhla. Díky tomu známe polohu a rychlost cíle v okamžiku  $k = 0$ , neboli na samém počátku trackingu. Před vytvořením algoritmu Kalmanovy filtrace je opět nutné stanovit stavovou rovnici a rovnici měření.

#### Stavová rovnice

Budeme chtít sledovat souřadnice polohy cíle  $x(k)$  a  $y(k)$  a také složky jeho rychlosti  $v_x(k)$  a  $v_y(k)$ . Stavový vektor bude tedy pro tento případ vypadat následovně:

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ v_x(k) \\ y(k) \\ v_y(k) \end{bmatrix}. \quad (2.54)$$

Celková stavová rovnice v maticovém zápisu pak bude mít tvar:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{A}(k-1) \cdot \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{q}(k-1), \quad (2.55)$$

kde  $\mathbf{x}(k)$  je vektor stavů o  $n$  prvcích v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{A}(k-1)$  je přechodová matice o rozměru  $n \times n$  v okamžiku  $(k-1)$ ,  
 $\mathbf{q}(k-1)$  je vektor procesního šumu v okamžiku  $(k-1)$ .

Přechodová matice a vektor procesního šumu budou mít v tomto případě tvar:

$$\mathbf{q}(k-1) = \begin{Bmatrix} q_x(k) \\ q_{vx}(k) \\ q_y(k) \\ q_{vy}(k) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A}(k-1) = \begin{Bmatrix} 1 & T_V & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_V \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}. \quad (2.56)$$

Pro budoucí výpočty je potřebné stanovit varianční matici procesního šumu. Ta se vypočte následovně [13]:

$$\mathbf{Q}(k-1) = \mathbf{var}[\mathbf{q}(k-1)] = \begin{Bmatrix} Q_x & Q_{xv_x} & 0 & 0 \\ Q_{xv_x} & Q_{v_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_y & Q_{yv_y} \\ 0 & 0 & Q_{yv_x} & Q_{v_y} \end{Bmatrix}, \quad (2.57)$$

kde  $Q_x = Q_y = \sigma_a^2 \cdot \frac{T_V^3}{3}$ ,

$$Q_{v_x} = Q_{v_y} = \sigma_a^2 \cdot T_V,$$

$$Q_{xv_x} = Q_{yv_y} = \sigma_a^2 \cdot \frac{T_V^2}{2},$$

$\sigma_a$  je směrodatná odchylka šumu zrychlení.

### Rovnice měření

Naměřené hodnoty představují v tomto případě již asociované hodnoty ( $R_{B1}, f_{D1}, R_{B2}, f_{D2}, R_{B3}, f_{D3}$ ) získané z primárního sledování (Kalmanovou filtrací) výsledků měření jednotlivých radarů.

Vektor měření  $\mathbf{y}$  tedy bude vypadat takto:

$$\mathbf{y}(k) = \begin{Bmatrix} R_{B1}(k) \\ f_{D1}(k) \\ R_{B2}(k) \\ f_{D2}(k) \\ R_{B3}(k) \\ f_{D3}(k) \end{Bmatrix}. \quad (2.58)$$

Hodnoty bistatických vzdáleností a Dopplerových kmitočtů od jednotlivých radarů se vypočítají pomocí již zmiňovaných rovnic (2.50) a (2.53), které představují rovnice měření. Tyto rovnice jsou slabě nelineární a pro Kalmanův filtr je nutné je linearizovat. Kalmanův filtr

se tedy v tomto případě upravuje (rozšiřuje), a proto se po těchto úpravách nazývá Extended Kalman Filter [10], [12], [11]. V okolí okamžité polohy se nahradí rovnice (2.50) a (2.53) lineárními vztahy:

$$R_{Bn}(k) \cong R_{Bn}(k-1) + \frac{\partial R_{Bn}(k-1)}{\partial x} \Delta x(k) + \frac{\partial R_{Bn}(k-1)}{\partial y} \Delta y(k), \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} f_{Dn}(k) \cong f_{Dn}(k-1) + \frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial x} \Delta x(k) + \frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial v_x} \Delta v_x(k) + \\ + \frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial v_y} \Delta v_y(k) + \frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial y} \Delta y(k) + \frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial v_y} \Delta v_y(k), \end{aligned} \quad (2.60)$$

kde:

$$\frac{\partial R_{Bn}(k-1)}{\partial x} = \frac{[x(k-1) - x_p]}{R_R(k-1)} + \frac{[x(k-1) - x_{vn}]}{R_{Tn}(k-1)},$$

$$\frac{\partial R_{Bn}(k-1)}{\partial y} = \frac{[y(k-1) - y_p]}{R_R(k-1)} + \frac{[y(k-1) - y_{vn}]}{R_{Tn}(k-1)},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial x} = -\frac{f_0}{c} \left\{ \frac{1}{R_R(k-1)} - \frac{[x(k-1) - x_p]^2}{R_R^3(k-1)} \right\} v_x(k-1) - \\ - \frac{f_0}{c} \left\{ \frac{1}{R_{Tn}(k-1)} - \frac{[x(k-1) - x_{vn}]^2}{R_{Tn}^3(k-1)} \right\} v_x(k-1), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial y} = -\frac{f_0}{c} \left\{ \frac{1}{R_R(k-1)} - \frac{[y(k-1) - y_p]^2}{R_R^3(k-1)} \right\} v_y(k-1) - \\ - \frac{f_0}{c} \left\{ \frac{1}{R_{Tn}(k-1)} - \frac{[y(k-1) - y_{vn}]^2}{R_{Tn}^3(k-1)} \right\} v_y(k-1), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial v_x} = -\frac{f_0}{c} \left\{ \frac{x(k-1) - x_p}{R_R(k)} + \frac{x(k-1) - x_{vn}}{R_{Tn}(k)} \right\},$$

$$\frac{\partial f_{Dn}(k-1)}{\partial v_y} = -\frac{f_0}{c} \left\{ \frac{y(k-1) - y_p}{R_R(k)} + \frac{y(k-1) - y_{vn}}{R_{Tn}(k)} \right\},$$

$n$  značí  $n$ -tý radar.

Linearizovaná rovnice měření bude pak mít následující tvar:

$$\Delta \mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k) \cdot \Delta \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k), \quad (2.61)$$

kde  $\Delta \mathbf{x}(k)$  je rozdíl mezi vektorem predikce stavu  $\hat{\mathbf{x}}_e(k)$  a odhadem stavu  $\hat{\mathbf{x}}(k-1)$ ,

- $\Delta \mathbf{y}(k)$  je rozdíl dvou po sobě jdoucích vektorů výstupů o  $m$  prvcích,  
 $\mathbf{H}(k)$  je matice měření o rozměru  $m \times n$  v okamžiku  $k$ ,  
 $\mathbf{w}(k)$  je vektor šumu měření v okamžiku  $k$ .

Výpočty rozdílu ve dvou po sobě jdoucích vektorů výstupů a rozdílu mezi vektorem predikce stavu v okamžiku  $k$  a vektorem odhadu stavu v okamžiku  $(k-1)$  se provedou tímto způsobem:

$$\Delta \mathbf{y}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}(k-1), \quad \Delta \mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_e(k) - \hat{\mathbf{x}}(k-1). \quad (2.62)$$

Matice měření  $\mathbf{H}(k)$  bude v tomto případě mít rozměr  $6 \times 4$ , neboť vektor měření má 6 prvků a vektor stavu obsahuje prvky 4. Vztahy pro matici  $\mathbf{H}(k)$  a její jednotlivé prvky budou mít v okamžiku  $k$  v tomto případě následující tvar:

$$\mathbf{H}(k) \equiv \|\|H_{mn}(k)\|\|. \quad (2.63)$$

Kde:

$$H_{11}(k) = \frac{\partial R_{B1}(k-1)}{\partial x}; \quad H_{12}(k) = 0; \quad H_{13}(k) = \frac{\partial R_{B1}(k-1)}{\partial y}; \quad H_{14}(k) = 0;$$

$$H_{21}(k) = \frac{\partial f_{D1}(k-1)}{\partial x}; \quad H_{22}(k) = \frac{\partial f_{D1}(k-1)}{\partial v_x}; \quad H_{23}(k) = \frac{\partial f_{D1}(k-1)}{\partial y}; \quad H_{24}(k) = \frac{\partial f_{D1}(k-1)}{\partial v_y};$$

$$H_{31}(k) = \frac{\partial R_{B2}(k-1)}{\partial x}; \quad H_{32}(k) = 0; \quad H_{33}(k) = \frac{\partial R_{B2}(k-1)}{\partial y}; \quad H_{34}(k) = 0;$$

$$H_{41}(k) = \frac{\partial f_{D2}(k-1)}{\partial x}; \quad H_{42}(k) = \frac{\partial f_{D2}(k-1)}{\partial v_x}; \quad H_{43}(k) = \frac{\partial f_{D2}(k-1)}{\partial y}; \quad H_{44}(k) = \frac{\partial f_{D2}(k-1)}{\partial v_y};$$

$$H_{51}(k) = \frac{\partial R_{B3}(k-1)}{\partial x}; \quad H_{52}(k) = 0; \quad H_{53}(k) = \frac{\partial R_{B3}(k-1)}{\partial y}; \quad H_{54}(k) = 0;$$

$$H_{61}(k) = \frac{\partial f_{D3}(k-1)}{\partial x}; \quad H_{62}(k) = \frac{\partial f_{D3}(k-1)}{\partial v_x}; \quad H_{63}(k) = \frac{\partial f_{D3}(k-1)}{\partial y}; \quad H_{64}(k) = \frac{\partial f_{D3}(k-1)}{\partial v_y}.$$

Pro následující výpočty je rovněž potřebné stanovit varianční matici šumu měření. Ta se vypočte následovně:

$$\mathbf{W}(k) = \|\|W_{mn}\|\| = \left\| \begin{array}{cccccc} \sigma_{R_B}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{f_D}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{R_B}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{f_D}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{R_B}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{f_D}^2 \end{array} \right\|, \quad (2.64)$$

kde  $\sigma_{R_B}^2$  je rozptyl měření bistatické vzdálenosti,

$\sigma_{f_D}^2$  je rozptyl měření Dopplerova kmitočtu.

### Algoritmus EKF

Ze stavové rovnice a rovnice měření se nyní sestrojí algoritmus výpočtu Kalmanovy filtrace [12], [11], [10]. Matice přechodu  $\mathbf{A}$  zůstane po celou dobu sledování konstantní. Varianční matice šumu měření  $\mathbf{W}$  a varianční matice procesního šumu  $\mathbf{Q}$  zůstanou též konstantní.

Nejprve se provede predikce odchylky stavového vektoru:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_e(k) = \mathbf{A} \cdot \Delta \hat{\mathbf{x}}(k-1), \quad (2.65)$$

Varianční matice jeho chyby se vypočte pomocí rovnice (2.27). Matice měření  $\mathbf{H}(k)$  zde není konstantní jako v předcházejících případech, ale v každém okamžiku  $k$  se musí provést její aktualizace podle výše uvedených vztahů. Po tomto kroku lze pokračovat k výpočtu matice  $\mathbf{K}$  neboli Kalmanovu zisku. Vyjde se z rovnice (2.28), která se upraví do této podoby:

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{S}_e(k) \mathbf{H}^T(k) [\mathbf{H}(k) \cdot \mathbf{S}_e(k) \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{W}]^{-1}. \quad (2.66)$$

Následně se provede odhad odchylky stavového vektoru. Rovnice (2.29) se upraví do tvaru:

$$\Delta \mathbf{x}(k) = \Delta \hat{\mathbf{x}}_e(k) + \mathbf{K}(k) [\Delta \mathbf{y}(k) - \mathbf{H} \cdot \Delta \hat{\mathbf{x}}_e(k)]. \quad (2.67)$$

Tento vztah lze ještě dosazením rovnice (2.62) upravit do finálního tvaru:

$$\Delta \mathbf{x}(k) = \Delta \hat{\mathbf{x}}_e(k) + \mathbf{K}(k) \{ [\mathbf{y}(k) - \mathbf{y}(k-1)] - \mathbf{H} \cdot \Delta \hat{\mathbf{x}}_e(k) \}. \quad (2.68)$$

Výpočet varianční matice chyby odhadu stavu bude vycházet z rovnice (2.30) a upraví se do podoby:

$$\mathbf{S}(k) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}(k)] \mathbf{S}_e(k). \quad (2.69)$$

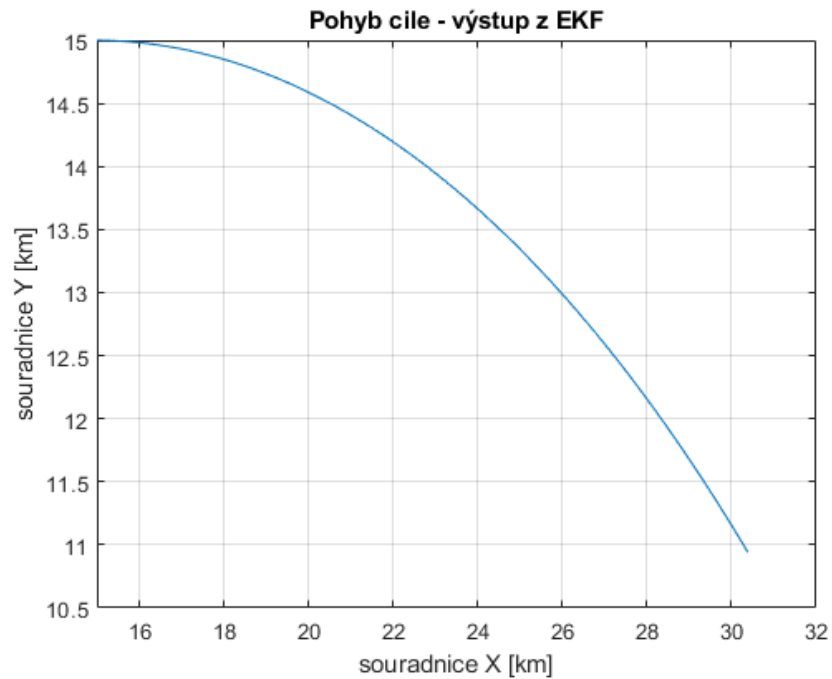
Na závěr se dopočítá odhad stavu:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}(k-1) + \Delta \mathbf{x}(k). \quad (2.70)$$

Před odzkoušením správné funkce EKF zbývá ještě nastavit počáteční odhad hodnot  $\hat{\mathbf{x}}(k-1)$  v okamžiku  $k=1$ . Předpokládáme, že už proběhla asociace výsledků měření z jednotlivých bistatických radarů. Díky této skutečnosti známe na počátku sledování pohybu cíle souřadnice jeho polohy a jeho rychlost. Vektor odhadu stavu bude v okamžiku  $k=0$  pro tento případ vypadat takto:

$$\hat{\mathbf{x}}(0) = \begin{Bmatrix} 15 \text{ [km]} \\ 0.25 \text{ [km/s]} \\ 15 \text{ [km]} \\ 0 \text{ [km/s]} \end{Bmatrix}. \quad (2.71)$$

Algoritmus EKF byl podle výše uvedených rovnic realizován v prostředí Matlab. Data, která vstupují do vytvořeného filtru, jsou na obrázcích 51, 52 a 53. Výstup z EKF, přesněji odhad hodnot souřadnic polohy cíle, je zobrazen na obrázku 54.



Obr. 54 Pohyb cíle, výstup z EKF

Průběh odhadnutých hodnot souřadnic polohy cíle (obrázek 54) je téměř naprosto shodný s vygenerovaným pohybem cíle (obrázek 44). Lze tedy prohlásit, že takto vytvořený EKF (viz příloha C) pracuje správně.



## ZÁVĚR

Cílem diplomové práce bylo navrhnout Kalmanův filtr v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření bistatického radaru. Hlavní nároky byly především kladeny na maximální počet sledovaných měření a na robustnost celého systému. U všech vytvořených algoritmů měla být zároveň ověřena správná funkčnost na datech generovaných dodanými modely.

V práci byl předpokládán multistatistický radar složený ze tří bistatických radarů se společným přijímačem. Vysílače byly umístěny do vrcholů rovnostranného trojúhelníku a přijímač do jeho středu. Prostor krytí uvažovaného radarového systému tvořil kružnici opsanou zmiňovanému trojúhelníku, jejíž poloměr byl pro tuto práci stanoven na 70 km. V takto nadefinovaném prostoru zájmu se podle provedených výpočtů může vyskytovat 20 až 80 cílů (letadel). Čtenář se zde také mohl dočíst o generátoru dat, která simulovala výstup z bistatického radaru.

Po obecném popisu Kalmanovy filtrace a její funkce byl vytvořen Kalmanův filtr pro sledování výsledků měření bistatického radaru. Nejprve byl sestrojen algoritmus pro sledování výsledků měření pro jeden cíl. K tomu, aby bylo možné sledovat výsledky měření pro více cílů, se musely provést ve vytvořeném algoritmu určité změny a přidat další podpůrné nástroje jako například přiřazování měření k trackům podle Mahalanobisovy vzdálenosti. Po provedených úpravách bylo možno v předpokládaném prostoru zájmu správně sledovat výsledky měření až pro 25 cílů, což bylo také v této práci ověřeno na datech vygenerovaných modelem. Se zvyšujícím se počtem cílů se začaly objevovat ojedinělé chyby a při přibližně 50 cílech Kalmanův filtr ztratil svou funkčnost. Je zde důležité zmínit, že v tomto případě vstupní data byla zatížena šumem s parametry  $\sigma_{R_B} = 0.1$  km a  $\sigma_{f_D} = 5$  Hz. Pokud se hodnoty směrodatných odchylek šumu  $\sigma_{R_B}$  a  $\sigma_{f_D}$  zvětší, chyby ve sledování měření nastanou už při menším počtu cílů. A naopak pokud se tyto směrodatné odchylky zmenší, dokáže Kalmanův filtr správně sledovat výsledky měření pro více cílů.

V poslední části této diplomové práce se úspěšně podařilo realizovat a na vygenerovaných datech ověřit správnou funkčnost rozšířeného Kalmanova filtru (anglicky Extended Kalman Filter – EKF), který je určen pro nelineární systémy. V tomto případě se použil pro sledování polohy cíle v horizontálních souřadnicích.

Práci by bylo možné stále rozšiřovat. Například o testování Kalmanova filtru pro jiné pohyby cíle, než zde byly uvedeny. Další pokračování práce vidím také ve zdokonalování vytvořeného algoritmu tak, aby Kalmanova filtrace pracovala správně pro větší počet cílů.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BEZOUŠEK, Pavel a Vladimír SCHEJBAL. Bistatic and Multistatic Radar Systems. *Radioengineering* [online]. , 53-59 [cit. 2020-04-26]. Dostupné z: [https://www.researchgate.net/publication/26539588\\_Bistatic\\_and\\_Multistatic\\_Radar\\_Systems](https://www.researchgate.net/publication/26539588_Bistatic_and_Multistatic_Radar_Systems)
- [2] YAVARI, Ehsan, Olga BORIC-LUBECKE a Shuhei YAMADA. Radar Principles. *Doppler Radar Physiological Sensing* [online]. Hoboken, NJ, USA, 2016, , 21-38 [cit. 2020-04-26]. DOI: 10.1002/9781119078418.ch2. ISBN 9781119078418. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1002/9781119078418.ch2>
- [3] MALANOWSKI, Mateusz. *Signal Processing for Passive Bistatic Radar*. 685 Canton Street Norwood, MA 02062: ARTECH HOUSE, 2019. ISBN 9781630816629.
- [4] BEZOUŠEK, Pavel a Pavel ŠEDIVÝ. *Radarová technika*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004. ISBN 80-010-3036-9.
- [5] *Sdělení vedoucího diplomové práce*.
- [6] WILLIS, Nicholas J. *Bistatic Radar*. 2nd ed. Raleigh, NC: SciTech Publishing, 2004. ISBN 978-1-61353-131-0.
- [7] European Mode S Station Functional Specification. <https://www.eurocontrol.int/eurocontrol> [online]. 2005 [cit. 2020-04-27]. Dostupné z: <https://www.eurocontrol.int/sites/default/files/2019-04/surveillance-mode-s-european-mode-s-functional-specification-20050509.pdf>
- [8] PIDANIČ, Jan. *METODY PRO VÝPOČET VZÁJEMNÉ FUNKCE NEURČITOSTI*. Pardubice, 2012.. Disertační práce. UNIVERZITA PARDUBICE.
- [9] *The MathWorks* [online]. 1 Apple Hill Drive Natick, MA 01760-2098, 2020 [cit. 2020-05-06]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/>
- [10] WELCH, Greg a Gary BISHOP. *An Introduction to the Kalman Filter* [online]. Chapel Hill, NC 27599-3175, 2004, , 1-16 [cit. 2020-05-10]. Dostupné z: [https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman\\_intro.pdf](https://www.cs.unc.edu/~welch/media/pdf/kalman_intro.pdf)
- [11] RHUDY, Matthew, Roger SALGUERO a Keaton HOLAPPA. A KALMAN FILTERING TUTORIAL FOR UNDERGRADUATE STUDENTS. *International Journal of Computer Science & Engineering Survey*. PA, 19610, USA, 2017, , 1-18.
- [12] GREWAL, MOHINDER a ANGUS ANDREWS. *KALMAN FILTERING Theory and Practice*. Fourth Edition. Hoboken, New Jersey: WILEY, 2015. ISBN 978-1-118-85121-0.
- [13] HRDINA, Z., P. PÁNEK a F. VEJRAŽKA. *Rádiové určování polohy*. Praha: vyd. ČVUT, 1996. ISBN 80-01-01386-3.

- [14] DE MAESSCHALCK, R., D. JOUAN-RIMBAUD a D.L. MASSART. The Mahalanobis distance. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 2000, **50**(1), 1-18. DOI: 10.1016/S0169-7439(99)00047-7. ISSN 01697439. Dostupné z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0169743999000477>
- [15] Multivariate normal distribution. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001 [cit. 2020-05-22]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Multivariate\\_normal\\_distribution](https://en.wikipedia.org/wiki/Multivariate_normal_distribution)
- [16] *The Multivariate Normal Distribution: Lectures on Statistics* [online]. Dept. of Mathematics University of Illinois [cit. 2020-05-26]. Dostupné z: <https://faculty.math.illinois.edu/~r-ash/Stat/StatLec21-25.pdf>
- [17] Covariance matrix. *StatLect: "Lectures on probability and statistics"* [online]. [cit. 2020-05-22]. Dostupné z: <https://www.statlect.com/fundamentals-of-probability/covariance-matrix>
- [18] HOW FAST DO COMMERCIAL AIRLINERS FLY?. *Flightdeckfriend* [online]. [cit. 2020-05-20]. Dostupné z: <https://www.flightdeckfriend.com/how-fast-do-commercial-aeroplanes-fly>
- [19] BEZOUŠEK, Pavel, Jan PIDANIČ a Martin HÁJEK. Analýza metody asociace dat v multistatickém radarovém systému. *Slaboproudý obzor*. 2009, **65**(3), 9-17. ISSN 0037-668X.
- [20] Seznam rozhlasových vysílačů v ČR. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001 [cit. 2020-05-07]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Seznam\\_%C4%8Desk%C3%BDch\\_rozhlasov%C3%BDch\\_vys%C3%ADla%C4%8D%C5%AF](https://cs.wikipedia.org/wiki/Seznam_%C4%8Desk%C3%BDch_rozhlasov%C3%BDch_vys%C3%ADla%C4%8D%C5%AF)

## **PŘÍLOHY**

Příloha A – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření z jednoho bistatického radaru (jeden cíl)

Příloha B – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření z jednoho bistatického radaru (více cílů)

Příloha C – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování pohybu cíle v horizontálních souřadnicích pomocí asociovaných výsledků měření ze tří bistatických radarů (jeden cíl)

# PŘÍLOHA A – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření z jednoho bistatického radaru (jeden cíl)

```

%% nastavení počátečních hodnot:
counter=0;
data1=load('data2');%načtení dat z generátoru
y=[data1.Dlmn; data1.fldmn];%výsledky měření
S=zeros(2,2,length(data1.Dlmn));%alokace rozptylové matice chyby stavu
S_e=zeros(2,2,length(data1.Dlmn));%alokace rozptylové matice chyby extrapo.stavu
K=zeros(2,2,length(data1.Dlmn));%alokace matice Kalmanova zisku
s_RB=0.5;s_f=5;%směrodatné odchytky měření bist.vzdál. a Dopplerova kmitočtu
s_a=0.1;%směrodatná odchytka stavového šumu - šum zrychlení
Tv=1;%vzorkovací perioda
c=3*10^8;%rychlost světla
f0=1e9;%frekvence nosné
%% výpočet kovarianční matice stavového šumu
Qs=(s_a^2)*((Tv^3)/3); Qv=(s_a^2)*Tv; Qsv=(s_a^2)*((Tv^2)/2); Q=[Qs Qsv; Qsv Qv];
%% výpočet matic A, H, W
A=[1 Tv;0 1];%pomocná matice A (ze stavové rovnice)
H=[0.001 0; 0 -f0/c];%pomocná matice H (z rovnice měření)
W=[s_RB^2 0;0 s_f^2];%kovarianční matice W pro šum měření
%% stanovení hodnot v prvním kroku sledování měření:
x(1,1)=1000*y(1,1); x(2,1)=-c/f0*y(2,1);
S(1,1,1)=[(10^6)*s_RB^2];
S(1,2,1)=[0];
S(2,1,1)=[0];
S(2,2,1)=[((c/f0)^2)*s_f^2];
%% Jádru výpočtu:
for k=2:length(data1.Dlmn)
    % výpočet predikce:
    x_e(:,k)=A*x(:,k-1);%extrapolovaný odhad stavu
    S_e(:, :, k)=A*S(:, :, k-1)*A'+Q;%rozptylová matice jeho chyby
    % výpočet matice zesílení K (neboli Kalmanův zisk):
    K(:, :, k)=S_e(:, :, k)*H'*inv(H*S_e(:, :, k)*H'+W);
    % výpočet korekce (odhadu stavu a rozptylové matice):
    if (isnan(y(1,k)) || isnan(y(2,k))) %pokud chybí naměřené hodnoty
        if counter<3%pokud chybí data (naměřené hodnoty) 1x nebo 2x
            x(:,k)=x_e(:,k);
            S(:, :, k)=S_e(:, :, k);
            counter=counter+1;
        else%pokud chybí naměřené hodnoty 3x a více za sebou
            x(:,k)=nan;
            S(:, :, k)=nan;
        end
    else %pokud jsou naměřené hodnoty k dispozici
        x(:,k)=x_e(:,k)+K(:, :, k)*(y(:,k)-H*x_e(:,k));%odhad stavu
        S(:, :, k)=(eye(2)- K(:, :, k)*H)*S_e(:, :, k);%jeho rozpt. matice
        counter=0;
    end
end
%% grafy:
figure;
plot(1:length(data1.Dlmn),x(1,:));title("Po Kalmanově filtraci - Bistatická vzdálenost");
xlabel('t [s]'); ylabel('R_B [m]');xlim([1 length(data1.Dlmn)]); grid on;
figure;
d_x(1,:)=-f0*x(2,)/c; plot(1:length(data1.Dlmn),d_x(1,:));
title('Po Kalmanově filtraci - Dopplerův kmitočet '); xlabel('t [s]'); ylabel('f_D [Hz]');
xlim([1 length(data1.Dlmn)]); grid on;
figure;
plot((1:length(data1.Dlmn)),data1.Dlmn(:,1:length(data1.Dlmn))); ylabel('R_B [km]');
title('Data z radaru - Bistatická vzdálenost'); xlim([1 length(data1.Dlmn)]); grid on;
xlabel('t [s]');
figure;
plot((1:length(data1.Dlmn)),data1.fldmn(:,1:length(data1.Dlmn))); ylabel('f_D [Hz]');
title('Data z radaru - Dopplerův kmitočet ');xlim([1 length(data1.Dlmn)]);
grid on; xlabel('t [s]');
figure;
plot((1:length(data1.Dlmn)),data1.Dm(:,1:length(data1.Dlmn))); ylabel('R_B [km]');
title('Skutečné hodnoty - Bistatická vzdálenost'); grid on; xlabel('t [s]');
xlim([1 length(data1.Dlmn)]); grid on;
figure;
plot((1:length(data1.Dlmn)),data1.fdm(:,1:length(data1.Dlmn)));xlabel('t [s]');
ylabel('f_D [Hz]');title('Skutečné hodnoty - Dopplerův kmitočet ');
xlim([1 length(data1.Dlmn)]); grid on;

```

## PŘÍLOHA B – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování výsledků měření z jednoho bistatického radaru (více cílů)

```

%% nastavení počátečních hodnot:
data1=load('data4');%načtení dat z generátoru
size_data1=size(data1.Dm);
S=zeros(2,2,20);%alokace rozptylové matice stavu
s_RB=0.10;s_f=5;%směrodatné odchytky měření bist. vzdálenosti a Dopp. kmitočtu
s_a=0.1;%směrodatná odchytka stavového šumu - šum zrychlení
Tv=1;%vzorkovací perioda
c=3*10^8;%rychlost světla
f0=1e9;%frekvence nosné
counter_array=cell(1,size_data1(1));
counter_array(:)={0};
%% výpočet kovarianční matice stavového šumu
Qs=(s_a^2)*((Tv^3)/3);
Qv=(s_a^2)*Tv;
Qsv=(s_a^2)*((Tv^2)/2);
Q=[Qs Qsv; Qsv Qv];
%% výpočet matic A, H, W
A=[1 Tv;0 1];%pomocná matice A (ze stavové rovnice)
H=[0.001 0; 0 -f0/c];%pomocná matice H (z rovnice měření)
W=[s_RB^2 0;0 s_f^2];%kovarianční matice W pro šum měření
%% určení počtu tracků na začátku sledování
pocet_tracku=0;
for i=1:size_data1(1)
    if (not(isnan(data1.D2mn(i,1))))
        pocet_tracku=pocet_tracku+1;
    end
end
%% data z radaru (výsledky měření):
for i=1:size_data1(1)
    y(1,:,i)=data1.D2mn(i,:);%bistatická vzdálenost
    y(2,:,i)=data1.f2dmn(i,:);%Dopplerův kmitočet
end
x=nan(size(y));%alokace odhadu stavu
%% výpočet hodnot v prvním kroku sledování měření:
for i=1:pocet_tracku
    x(1,1,i)=1000*y(1,1,i);
    x(2,1,i)=-c/f0*y(2,1,i);
end
S(1,1,1)=[(10^6)*s_RB^2];
S(1,2,1)=[0];
S(2,1,1)=[0];
S(2,2,1)=[((c/f0)^2)*s_f^2];
%% Jádro výpočtu:
for k=2:size_data1(2)
    % zjištění aktuálního počtu měření:
    pocet_mereni=0;
    for i=1:size_data1(1)
        if (not(isnan(data1.D2mn(i,k,1))))
            pocet_mereni=pocet_mereni+1;
        end
    end
    % výpočet predikce:
    S_e(:, :, k)=A*S(:, :, k-1)*A'+Q;%predikce rozptylové matice chyby extrapol. odhadu
    for i=1:pocet_tracku
        x_e(:, k, i)=A*x(:, k-1, i);%predikce extrapolovaného odhadu stavu
        y_e(:, k, i)=H*x_e(:, k, i);%predikce měření
    end
    % stanovení odchylek měření od predikce měření:
    for i=1:pocet_tracku
        for m=1:size_data1(1)
            delta(:, m, i)=y(:, k, m)-y_e(:, k, i);
        end
    end
    % výpočet Mahalanobisovy vzdálenosti
    R=W+H*S_e(:, :, k)*H';%kovarianční matice vektoru odchylky
    for i=1:pocet_tracku
        for m=1:size_data1(1)
            RO(m, i)=sqrt(delta(:, m, i)'*inv(R)*delta(:, m, i));%Mahalanobisova vzdálenost
        end
        [M(i), e(i)]=min(RO(:, i));%nalezení minima R0
    end
end

```

```

% výpočet matice zesílení (neboli Kalmanova zisku):
K(:, :, k)=S_e(:, :, k)*H'*inv(H*S_e(:, :, k)*H'+W);
% výpočet odhadu stavu a jeho rozptylové matice:
for i=1:pocet_tracku
if M(i)>30%track se nepřidá k žádnému měření
    if counter_array{i}<3%pokud chybí data (naměřené hodnoty) 1x nebo 2x
        counter_array{i}=counter_array{i}+1;
        x(:, k, i)=x_e(:, k, i);
        else%pokud chybí naměřené hodnoty 3x a více za sebou
            x(:, k, i)=nan;
        end
    else%pokud je k tracku přiřazeno měření
        counter_array{i}=0;
        x(:, k, i)=x_e(:, k, i)+K(:, :, k)*(y(:, k, e(i))-H*x_e(:, k, i));
    end
end
S(:, :, k)=(eye(2)- K(:, :, k)*H)*S_e(:, :, k);%výpočet matice rozptylu chyby odhadu stavu
% pokud je počet měření větší než počet aktuálně sledovaných tracků:
if(pocet_mereni>pocet_tracku)
    for w=1:pocet_mereni
        if not(any(e(:) == w))
            break;
        end
    end
    %zavedení nového tracku:
    x(1, k, pocet_mereni)=1000*y(1, k, w);
    x(2, k, pocet_mereni)=-c/f0*y(2, k, w);
    pocet_tracku=pocet_mereni;
end
end
%% grafy:
cas_usek=size_data1(2);
%po KF:
figure;
bn=nan(size_data1(2), size_data1(1));bn(:)=x(1, 1:cas_usek, :);grid on;
plot(1:cas_usek, bn(1:cas_usek, :));xlabel('t [s]'); ylabel('R_B [m]');
title('Po Kalmanově filtraci - Bistatické vzdálenosti');xlim([1 cas_usek]);
figure;
bn1=nan(size_data1(2), size_data1(1));bn1(:)=(c^(-1)).*(-f0.*x(2, 1:cas_usek, :));
plot(1:cas_usek, bn1(1:cas_usek, :));xlabel('t [s]'); ylabel('f_D [Hz]');
title('Po Kalmanově filtraci - Dopplerův kmitočet ');grid on;xlim([1 cas_usek]);
% před KF - skutečná data + šum + výpadky detekce
figure;
plot(1:cas_usek, data1.D1mn(:, 1:cas_usek));xlim([1, cas_usek]);xlabel('t [s]');
title("R_B - skutečná data + šum + výpadky detekce");ylabel("[km]");
figure;
plot(1:cas_usek, data1.f1dmn(:, 1:cas_usek));xlim([1, cas_usek]);xlabel('t [s]');
title("f_D - skutečná data + šum + výpadky detekce");ylabel("[Hz]");
%před KF - skutečná data
figure;
plot(1:cas_usek, data1.Dm(:, 1:cas_usek));xlim([1, cas_usek]);
title("R_B - před KF - skutečná data");ylabel("[km]");xlabel('t [s]');
figure;
plot(1:cas_usek, data1.fdm(:, 1:cas_usek));xlim([1, cas_usek]);
title("f_D - před KF - skutečná data");ylabel("[Hz]");xlabel('t [s]');

```

## PŘÍLOHA C – Kód vytvořený v prostředí Matlab pro sledování pohybu cíle v horizontálních souřadnicích pomocí asociovaných výsledků ze tří bistatických radarů (jeden cíl)

```

%% konstanty:
Tv=1;%vzorkovací perioda
c=3*10^8;%rychlost světla
f0=1e9;%frekvence nosné
h_0=10;%výška letadla v km
L=70;%vzdálenost přijímač - vysílač v km
pos_x_p=0;% x-ová souřadnice přijímače v km
pos_y_p=0;% y-ová souřadnice přijímače v km
pos_x_1=-L/2;% x-ová souřadnice vysílače 1 v km
pos_y_1=-L/2;% y-ová souřadnice vysílače 1 v km
pos_x_2= L/2;% x-ová souřadnice vysílače 2 v km
pos_y_2= -L/2;% y-ová souřadnice vysílače 2 v km
pos_x_3= 0;% x-ová souřadnice vysílače 3 v km
pos_y_3= L;% y-ová souřadnice vysílače 3 v km
s_D=0.1;s_f=0.1;%směrodatné odchylky měření bist.vzdál. a Dopplerova kmitočtu
s_a=1;%směrodatná odchylka stavového šumu - šum zrychlení
%% nastavení počátečních hodnot:
data=load('data_po_lKF');%data z primárního sledování měření (po KF)
d1=data.data_po_lKF(1,:);%RB od prvního radaru
f1=data.data_po_lKF(2,:);%fD od prvního radaru
d2=data.data_po_lKF(3,:);
f2=data.data_po_lKF(4,:);
d3=data.data_po_lKF(5,:);
f3=data.data_po_lKF(6,:);
y=data.data_po_lKF;
y(:)=y(:)/1000;%převod z metrů na kilometry
size_y=size(y);
S=nan(4,4,size_y(2));%alokace rozptylové matice chyby odhadu
%% výpočet kovarianční matice stavového šumu
Qs=(s_a^2)*((Tv^3)/3);
Qv=(s_a^2)*Tv;
Qsv=(s_a^2)*(Tv^2)/2);
Q=[Qs Qsv 0 0; Qsv Qv 0 0; 0 0 Qs Qsv;0 0 Qsv Qv];
%% výpočet pomocné matice A (ze stavové rovnice) a kovarianční matice W šumu měření
A=[1 Tv 0 0;0 1 0 0;0 0 1 Tv;0 0 0 1];
W=[s_D^2 0 0 0 0;0 s_f^2 0 0 0; 0 0 s_D^2 0 0 0;0 0 0 s_f^2 0 0; 0 0 0 0 s_D^2 0;0 0 0 0 0 s_f^2];
%% výpočet hodnot v prvním kroku sledování pohybu cíle:
x(1,1)=15;% x(k)
x(2,1)=0.250;% vx(k)
x(3,1)=15;% y(k)
x(4,1)=-0.00001;% vy(k)
S(:,1)=zeros(4,1);
d_x(1,1)=0;% změna v x-ové souřadnici
d_x(2,1)=0;% změna v rychlosti v_x
d_x(3,1)=0;% změna v y-ové souřadnici
d_x(4,1)=0;% změna v rychlosti v_y
%% Jádro výpočtu:
delka_mereni=size_y(2);
for k=2:delka_mereni
% pomocné výpočty:
R_R(k-1)=sqrt(((x(1,k-1)-pos_x_p)^2)+((x(3,k-1)-pos_y_p)^2)+h_0^2);
R_T1(k-1)=sqrt(((x(1,k-1)-pos_x_1)^2)+((x(3,k-1)-pos_y_1)^2)+h_0^2);
R_T2(k-1)=sqrt(((x(1,k-1)-pos_x_2)^2)+((x(3,k-1)-pos_y_2)^2)+h_0^2);
R_T3(k-1)=sqrt(((x(1,k-1)-pos_x_3)^2)+((x(3,k-1)-pos_y_3)^2)+h_0^2);
% výpočet predikce:
x_e(:,k)=A*d_x(:,k-1);%predikce změn v hodnotách stavu
S_e(:,k)=A*S(:,k-1)*A'+Q;%rozptylová matice chyby x_e
% pomocná matice H z rovnice měření:
H(1,1,k)=((x(1,k-1)-pos_x_p)/R_R(k-1))+((x(1,k-1)-pos_x_1)/R_T1(k-1));
H(1,3,k)=((x(3,k-1)-pos_y_p)/R_R(k-1))+((x(3,k-1)-pos_y_1)/R_T1(k-1));
H(2,1,k)=(-f0/c)*((1/(R_R(k-1)))-(((x(1,k-1)-pos_x_p)^2)/(R_R(k-1)^3)))*x(2,k-1)-(-f0/c)*((1/(R_T1(k-1)))-(((x(1,k-1)-pos_x_1)^2)/(R_T1(k-1)^3)))*x(2,k-1);
H(2,2,k)=(-f0/c)*(((x(1,k-1)-pos_x_p)/R_R(k-1))+((x(1,k-1)-pos_x_1)/R_T1(k-1)));
H(2,3,k)=(-f0/c)*((1/(R_R(k-1)))-(((x(3,k-1)-pos_y_p)^2)/(R_R(k-1)^3)))*x(4,k-1)-(-f0/c)*((1/(R_T1(k-1)))-(((x(3,k-1)-pos_y_1)^2)/(R_T1(k-1)^3)))*x(4,k-1);
H(2,4,k)=(-f0/c)*(((x(3,k-1)-pos_y_p)/R_R(k-1))+((x(3,k-1)-pos_y_1)/R_T1(k-1)));
H(3,1,k)=((x(1,k-1)-pos_x_p)/R_R(k-1))+((x(1,k-1)-pos_x_2)/R_T2(k-1));
H(3,3,k)=((x(3,k-1)-pos_y_p)/R_R(k-1))+((x(3,k-1)-pos_y_2)/R_T2(k-1));

```



```

H(4,1,k)=(-f0/c)*((1/(R_R(k-1)))-(((x(1,k-1)-pos_x_p)^2)/(R_R(k-1)^3)))*x(2,k-1)-(-
f0/c)*((1/(R_T2(k-1)))-(((x(1,k-1)-pos_x_2)^2)/(R_T2(k-1)^3)))*x(2,k-1);
H(4,2,k)=(-f0/c)*(((x(1,k-1)-pos_x_p)/R_R(k-1))+((x(1,k-1)-pos_x_2)/(R_T2(k-1))));
H(4,3,k)=(-f0/c)*((1/(R_R(k-1)))-(((x(3,k-1)-pos_y_p)^2)/(R_R(k-1)^3)))*x(4,k-1)-(-
f0/c)*((1/(R_T2(k-1)))-(((x(3,k-1)-pos_y_2)^2)/(R_T2(k-1)^3)))*x(4,k-1);
H(4,4,k)=(-f0/c)*(((x(3,k-1)-pos_y_p)/R_R(k-1))+((x(3,k-1)-pos_y_2)/(R_T2(k-1))));
H(5,1,k)=((x(1,k-1)-pos_x_p)/R_R(k-1))+((x(1,k-1)-pos_x_3)/R_T3(k-1));
H(5,3,k)=((x(3,k-1)-pos_y_p)/R_R(k-1))+((x(3,k-1)-pos_y_3)/R_T3(k-1));
H(6,1,k)=(-f0/c)*((1/(R_R(k-1)))-(((x(1,k-1)-pos_x_p)^2)/(R_R(k-1)^3)))*x(2,k-1)-(-
f0/c)*((1/(R_T3(k-1)))-(((x(1,k-1)-pos_x_2)^2)/(R_T3(k-1)^3)))*x(2,k-1);
H(6,2,k)=(-f0/c)*(((x(1,k-1)-pos_x_p)/R_R(k-1))+((x(1,k-1)-pos_x_3)/(R_T3(k-1))));
H(6,3,k)=(-f0/c)*((1/(R_R(k-1)))-(((x(3,k-1)-pos_y_p)^2)/(R_R(k-1)^3)))*x(4,k-1)-(-
f0/c)*((1/(R_T3(k-1)))-(((x(3,k-1)-pos_y_2)^2)/(R_T3(k-1)^3)))*x(4,k-1);
H(6,4,k)=(-f0/c)*(((x(3,k-1)-pos_y_p)/(R_R(k-1)))+(x(3,k-1)-pos_y_3)/(R_T3(k-1))));
% výpočet matice zesílení K (neboli Kalmanův zisk):
K(:, :, k)=S_e(:, :, k)*H(:, :, k)'*inv(H(:, :, k)*S_e(:, :, k)*H(:, :, k)+W);
% výpočet korekce (odhadu stavu a rozptylové matice):
d_y(:, k)=y(:, k)-y(:, k-1); %delta y - rozdíl ve dvou po sobě jdoucích měřeních
d_x(:, k)=x_e(:, k)+K(:, :, k)*(d_y(:, k)-H(:, :, k)*x_e(:, k)); %odhad změn v hodnotách stavu
S(:, :, k)=(eye(4)- K(:, :, k)*H(:, :, k))*S_e(:, :, k); % rozptylová matice chyby odhadu
x(:, k)=x(:, k-1)+d_x(:, k); %dopočet odhadu stavu
end
%% grafy:
rozsah=1:delka_mereni;
data_cil=load('data_cil'); %skutečná data o cíli
pos_X=data_cil.pos_X; pos_Y=data_cil.pos_Y; vel_X=data_cil.v_x; vel_Y=data_cil.v_y;
figure('name', 'Po Kalmanově filtraci');
subplot(2,1,1)
plot(rozsah, x(1, rozsah)); title("souřadnice - X"); ylabel("[km]"); xlabel("vzorek");
subplot(2,1,2)
plot(rozsah, x(3, rozsah)); title("souřadnice - Y"); ylabel("[km]"); xlabel("vzorek");
figure('Name', 'Po Kalmanově filtraci');
subplot(2,1,1)
plot(rozsah, x(2, rozsah)); title("Vx"); ylabel("[km/s]"); xlabel("t [s]");
subplot(2,1,2)
plot(rozsah, x(4, rozsah)); title("Vy"); ylabel("[km/s]"); xlabel("t [s]");
figure('Name', 'Skutečné hodnoty cíle - poloha');
subplot(2,1,1)
plot(rozsah, pos_X(:)); title("souřadnice x"); ylabel("[km]"); xlabel("t [s]");
subplot(2,1,2)
plot(rozsah, pos_Y(:)); title("souřadnice y"); ylabel("[km]"); xlabel("t [s]");
figure('Name', 'Skutečné hodnoty cíle - rychlost');
subplot(2,1,1)
plot(rozsah, vel_X(:)); title("Vx"); ylabel("[km/s]"); xlabel("t [s]");
subplot(2,1,2)
plot(rozsah, vel_Y(:)); title("Vy"); ylabel("[km/s]"); xlabel("t [s]");
figure('Name', 'Sledování cíle');
plot(pos_X, pos_Y);
title("Poloha cíle - data z generátoru "); xlabel("souřadnice X [km]");
ylabel("souřadnice Y [km]");
figure;
plot(x(1, rozsah), x(3, rozsah));
title("Pohyb cíle - výstup z EKF"); xlabel("souřadnice X [km]");
ylabel("souřadnice Y [km]"); grid on; xlim([15 32]);

```