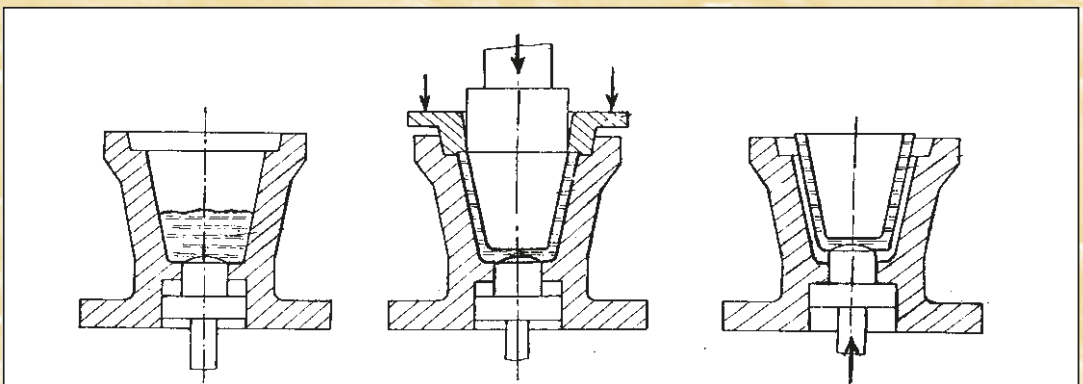


Jaroslav Menčík

Teoretické základy procesů tvarování skla



Tato publikace neprošla jazykovou korekturou.

Recenzenti:

Doc. Ing. František Novotný, CSc.

Prof. Dr. Ing. Libor Beneš

© prof. Ing. Jaroslav Menčík, CSc., 2019

ISBN 978-80-7560-270-1 (tisk)

ISBN 978-80-7560-271-8 (e-kniha)

Kniha je volně přístupná přes <https://e-shop.upce.cz> a "e-publikace zdarma".

Teoretické základy procesů tvarování skla

Tato stručná kniha se zabývá fyzikálními základy procesů tvarování skla. První kapitola podává přehled tvarovacích technologií. Ve druhé kapitole následují vlastnosti skla důležité pro tvarování. Přesnější informace o tvarování se získávají modelováním, zejména počítačovým, což je tématem třetí kapitoly. Čtvrtá kapitola se zabývá viskoelastickou odezvou. Kapitoly 5 – 8 pojednávají o tvarování plochého skla, tyčí, trubic a skleněných vláken, a o tvarování ve formách, včetně otázek odvodu tepla a optimalizace procesu. Devátá kapitola se zabývá jevy, které zhoršují jakost výroby: drsnost povrchu, lepení skloviny na formu a vznik trhlinek na povrchu. Desátá kapitola je věnována fyzikální podobnosti a obecným otázkám modelování. Text je doplněn četnými obrázky, odkazy na literaturu a rejstříkem.

Ke knize je volný přístup přes <https://e-shop.upce.cz> a „e-publikace zdarma“.

Theoretical principles of glass forming processes

This concise book deals with physical principles of glass forming processes. The first chapter gives an overview of glass forming technologies. The next chapter summarises the glass properties important for forming. More accurate information on forming is provided by modelling, done mostly on computers. This is the topic of the third chapter. Chapter 4 explains the viscoelastic response. Chapters 5 – 8 deal with the forming of flat glass, rods, tubes and glass fibres, and with the glass forming in moulds, including the problems of heat transfer and process optimisation. Chapter 9 is devoted to the unwanted phenomena, such as worse quality of the surface, sticking of the hot glass to the mould, and creation of surface cracks. The last chapter is devoted to the physical similarity and general questions of modelling. The text is accompanied by numerous figures and references.

The book is freely accessible via <https://e-shop.upce.cz> and „e-publikace zdarma“.

OBSAH

1	Procesy tvarování skla	9
1.1	Strojní výroba plochého skla	9
1.2	Strojní výroba trubic a vláken	11
1.3	Lisování a foukání	13
1.4	Další technologie tvarování	16
2	Vlastnosti skla důležité pro tvarování	18
2.1	Viskozita	18
2.2	Viskoelastičita	20
2.3	Teplotní roztažnost	21
2.4	Tepelná a teplotní vodivost	22
2.5	Měrné teplo	24
2.6	Tepelná akumulační schopnost	24
2.7	Hustota	25
2.8	Povrchové napětí	25
3	Modelování tvarovacích procesů	27
3.1	Základní rovnice pro tvarování žhavé skloviny	27
3.2	Počítačové modelování tvarovacích procesů	30
4	Viskoelastická odezva na zatížení	35
4.1	Pružné deformace	35
4.2	Deformování při nižších viskozitách – visko-elastická analogie	36
4.3	Viskoelastická odezva při vyšších viskozitách	39
5	Tvarování plochého skla	44
5.1	Základní rovnice pro tažení pásu skloviny	44
5.2	Tažení skla směrem vzhůru	47
5.3	Tažení skla směrem dolů	47
5.4	Výroba plochého skla stékáním po rozplavovacím klínu	47
5.5	Plavené sklo (Float)	50
6	Tvarování tyčí a trubic	56
6.1	Tvorba proužku skloviny	56
6.2	Tažení tyčí	58

6.3	Síly a deformace při tažení trubic	60
6.4	Stékání po válcovém povrchu (Danner)	61
6.5	Ohýbání tyčí, trubic a plochého skla	62
7	Výroba skleněných vláken	66
7.1	Úvod	66
7.2	Poměry při tažení	68
8	Tvarování skla ve formách	73
8.1	Tečení skloviny při lisování	73
8.2	Vstřikovací lisování a mačkání	75
8.3	Vytlačování (extruze)	77
8.4	Tečení skloviny při vyfukování baňky	79
8.5	Teplota skloviny při styku s formou	81
8.6	Znovuohřev skla vnitřním teplem (reheat)	89
8.7	Situace při lisování předmětů s hranami	93
8.8	Kolísání teplot ve formě	97
8.9	Vliv rychlosti odvodu tepla na uspořádání lahvářenských strojů	98
9	Povrchové jevy při tvarování	108
9.1	Vyhlazování povrchu	108
9.2	Vznik vln na povrchu skla v místě dopadu dávky do formy	109
9.3	Lepení skloviny na formu	109
9.4	Vznik trhlinek na povrchu	110
10	Rozměrová analýza a teorie podobnosti	112
10.1	Rozměrová analýza	112
10.2	Podobnost	114
10.3	Doporučení pro tvorbu bezrozměrových veličin	116
10.4	Omezení principu podobnosti	117
10.5	Příklady bezrozměrových veličin	118
	Rejstřík	120

Předmluva

Sklo patří mezi důležité technické materiály zejména kvůli svým vlastnostem optickým a díky chemické odolnosti. Velkou část výroby představuje sklo na okna, a to nejen pro budovy, ale i pro dopravní prostředky: automobily, vlaky a letadla. Sklo se používá též na svítidla – a i tímto případě také pro dopravu.

Většina skleněných výrobků je ze skel anorganických – silikátových. V dnešní době se v řadě případů používají také skla organická (polymerní). U nich ale dochází k pomalé degradaci vlastností ultrafialovým zářením, a mají i menší odolnost vůči otěru při běžném používání. Proto tam, kde se vyžaduje dlouhá životnost, jsou nenahraditelná skla silikátová. Oba druhy skel jsou si podobné v tom, že jejich struktura je amorfni, a že přecházejí z roztaveného do pevného stavu plynulým nárůstem viskozity. Proto jsou podobné i technologie jejich tvarování. Tato knížka si klade za úkol stručně shrnout základní rysy tvarování, ukázat příslušné vlastnosti, a všimnout si hlavních procesů, které probíhají při různých způsobech výroby. Popisy procesů v této knize se týkají skel silikátových; většina zákonitostí a rovnic však platí i pro skla organická.

Knih je rozdělena do deseti kapitol. První kapitola podává stručný přehled tvarovacích technologií. Následuje přehled fyzikálních vlastností, které se uplatňují při tvarování. U jednotlivých technologií jsou uvedeny jednoduché vzorce, které dávají představu o vlivu hlavních činitelů. Skutečnost bývá zpravidla složitější a přesnější informace se získávají modelováním, dnes zejména počítačovým. Třetí kapitola je proto věnována modelování, včetně programů vhodných pro modelování tvarovacích procesů. Protože chování žhavé skloviny má složku elastickou i složku viskózní, zabývá se čtvrtá kapitola viskoelastickou odezvou. Mimo jiné ukazuje, jak lze aplikovat znalosti o chování pružných těles na tělesa viskózní nebo viskoelastická.

Následují kapitoly věnované jednotlivým technologiím: tvarování plochého skla (kap. 5), tyčí a tubic (kap. 6), skleněných vláken (kap. 7), a tvarování ve formách (kap. 8), včetně otázek odvodu tepla a optimalizace procesu. Devátá kapitola se zabývá jevy, které někdy limitují podmínky výroby: nerovnosti povrchu, lepení skloviny na formu a vznik trhlinek na povrchu. Poslední kapitola je věnována

fyzikální podobnosti a obecným otázkám modelování, jejichž znalost může ušetřit dost práce při výzkumu a vývoji.

Kniha je psána stručně, ale autor doufá, že srozumitelně. Je doplněna četnými obrázky, řešenými příklady a odkazy na literaturu.

Pardubice, listopad 2019

Jaroslav Menčík

Není na světě nic praktičtějšího, než dobrá teorie.

Ludwig Boltzmann

Poděkování

Autor přišel poprvé do styku se sklem ve Výzkumném ústavu skla a bižuterie v Jablonci nad Nisou, kam nastoupil v roce 1971 po absolvování Vysoké školy strojní a textilní v Liberci. Chce proto nejprve poděkovat všem, kteří v té době usměrňovali jeho kroky a vysvětlovali mu taje sklářských technologií, anebo s ním spolupracovali v oblasti tvarování skla. Zejména to byli Ing. Ladislav Petříček, Ing. Josef Koudelka, Ing. Miroslav Mašín a oddělení TEI, Ing. Miroslav Matušek, CSc., Jiří Medek, Ing. Pavel Strnad, CSc., i další kolegové.

Později, na VŠST v Liberci (dnes Technická univerzita), to byli zejména Ing. Jan Cibulka, CSc., doc. Ing. Vladimír Klebsa, CSc., doc. Ing. František Novotný, CSc., Ing. Ivo Matoušek, PhD., a doc. Ing. Jaroslav Belda, CSc., dále profesor Günther Nölle a Dipl. Ing. Jürgen Schäfer z Bergakademie Freiberg, a také odborníci z různých skláren doma i v zahraničí, kteří dělali autorovi průvodce při exkurzích.

Jim všem patří dík za informace, rady a poskytnutí různých materiálů.

Autor také děkuje oběma recenzentům za pečlivé pročtení rukopisu a odhalení různých přehlédnutí a dalších nedostatků.

1. Procesy tvarování skla

Technologie tvarování skla lze dělit podle různých hledisek. V první řadě rozlišujeme procesy kontinuální a diskontinuální. Do první skupiny patří výroba plochého skla, tyčí, trubic a vláken. Druhou skupinu tvoří procesy, kde se každý výrobek tvaruje ze samostatné dávky.

Jiné členění vychází z převládajícího tvaru a rozměru výrobku:

- a) jednorozměrné objekty: tyče, trubice a vlákna,
- b) dvojrozměrné objekty: ploché sklo tažené, válcované a plavené (tzv. Float),
- c) trojrozměrné předměty masivní nebo tenkostěnné (drobné výlisky, nádoby).

Podle způsobu tvarování rozlišujeme tažení, válcování, lití, lisování, ohýbání, vyfukování, odstředivé lití, vstřikování a extruze. Další tvarovací technologie jsou: přetvarování polotovarů ohýbáním nebo vyfukováním z trubic, zakulacování účinkem povrchového napětí.

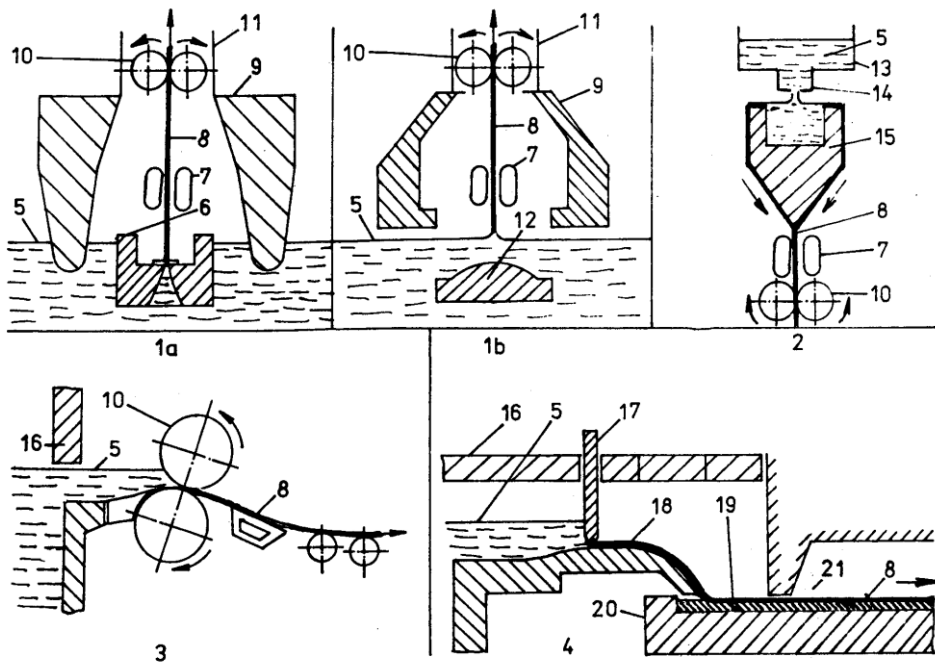
V dalším stručně shrneme základní charakteristiky strojních tvarovacích procesů.

1.1 Strojní výroba plochého skla

Principy hlavních způsobů výroby plochého skla jsou naznačeny na obr. 1.1:

A - Vertikální tažení s výtlačnicí, tzv. Fourcaultův způsob (obr. 1/1a). Ve sklovině pod tažnou šachtou je ponořena tzv. výtlačnice. Hydrostatickým tlakem z ní vytéká žhavá sklovina ve tvaru pásu a je tažena směrem vzhůru kolem vodních chladiců do tažné šachty. V ní pás skloviny postupně chladne. Když jeho teplota klesne pod transformační interval a viskozita dostatečně vzroste, jsou z něj po nařiznutí odlamovány jednotlivé tabule. Poznámka. V tomto a v podobných případech přechází teplo ze žhavé skloviny do chladiců především zářením.

B - Vertikální tažení vzhůru bez výtlačnice, způsob Pittsburgh (obr. 1/1b). V místech, odkud se z hladiny bude táhnout pás, je ve sklovině ponořen speciálně tvarovaný blok, který napomáhá lepšímu proudění. Nad hladinou je situace podobná jako u Fourcaultova způsobu. U systému podle Colburna se v malé výšce nad hladinou žhavý pás ohýbá o 90° a pokračuje vodorovně.



Obr. 1.1. Hlavní způsoby výroby plochého skla [1].

C - Tažení směrem dolů: sklovina vytéká úzkou štěrbinou. Používá se pro menší výkony, a speciální skla, např. signální.

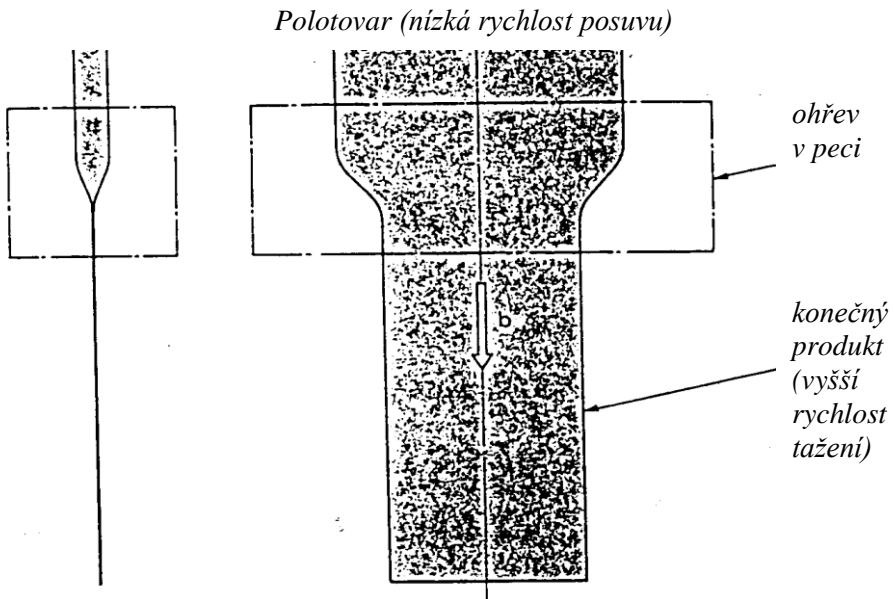
D - Tažení dolů přes tzv. rozplavovací klín (obr. 1/2). Sklovina vytéká z vany do dávkovacího žlabu a z něj přetéká z obou stran na zmíněný klín, stéká po něm a spojuje se do jednoho pásu. Ve vhodné vzdálenosti se z něj odřezávají jednotlivé tabule. Výhodou je, že jejich povrch nepřišel do styku s žádným předmětem. Jsou tedy pevné a perfektně hladké. Tento proces se užívá pro menší výkony.

E - Válcování. Z vany vytéká sklovina mezi dva otáčející se válce chlazené vodou (obr. 1/3). Štěrbina mezi válci odpovídá základní tloušťce tabule. Tento způsob se také používá pro výrobu skla se vzorovaným povrchem nebo s drátěnou vložkou pro zvýšení bezpečnosti tabule při rozbití.

F - Plavené sklo (obr. 1/4). Z vany natéká sklovina na lázeň roztaveného cínu. Protože sklo má menší hustotu, plave na cínové lázni. Účinkem povrchového napětí se snaží získat tzv. rovnovážnou tloušťku. Odlišné tloušťky lze dosáhnout

tahem pásu skloviny, popřípadě pomocí válečků přitlačovaných k němu shora na okrajích. Při posouvání po lázni skleněný pás pomalu chladne, ve vhodném místě je zdvižen nad okraj vany a pokračuje do chladicí tunelové pece. Výhodou procesu je výborná rovinnost a perfektně hladký povrch. Dnes se tímto způsobem vyrábí převážná většina skla okenního a nábytkového a autoskel.

G - Přetvarování (obr. 1.2). Velmi tenká skla se vyrábějí přetvarováním – tažením z tlustší desky. Takto se získávají výrobky o tloušťkách až 0,1 mm, například pro výrobu displejů s kapalnými krystaly.



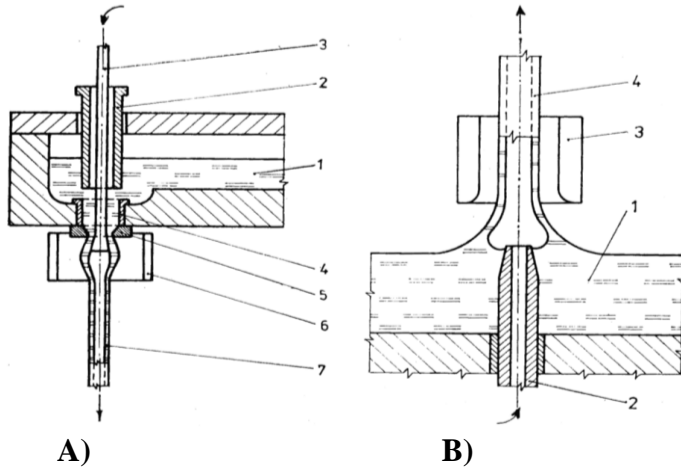
Obr. 1.2. Výroba tenkého plochého skla přetvarováním [2]. Šipka ukazuje směr tažení.

Otázkám tvarování plochého skla se budeme věnovat podrobněji ještě v kapitole 5.

1.2 Strojní výroba tyčí, trubic a vláken

Základní způsoby jsou schematicky znázorněny na obr. 1.3 a 1.4:

A – Tažení tyčí a trubic shora dolů (obr. 1.3A). Profil průřezu je dán tvarem výtokového otvoru z pece. V určité vzdálenosti se směr tažení mění na vodorovný a tyč pokračuje po tažné dráze. V místech, kde je sklo již ztuhlé, následuje oddělování tyčí o požadované délce. Jedná se o nejčastější způsob výroby tyčí.

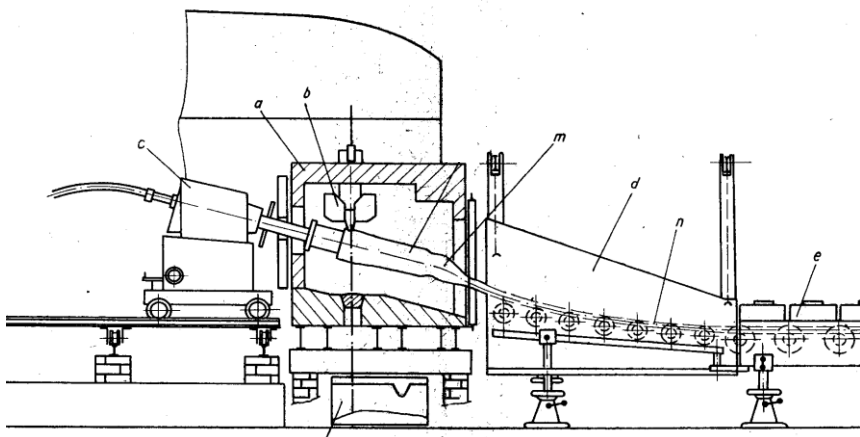


Obr. 1.3. Výroba skleněných trubic tažením: A) shora dolů, B) vzhůru [3].

U trubic je uprostřed výtoku z dávkovače trn (č. 3 na obr. 1.3A), a sklovina na něj natéká štěrbinou ve tvaru mezikruží. Trn je dutý a vhání se do něj vzduch; jinak by při zmenšování průměru trubice při tažení mohlo dojít až k vymizení dutiny. Konečná geometrie průřezu se ustaví v závislosti na geometrii otvoru a trnu, podmínkách tažení a tlaku vzduchu v dutině.

B – Tažení trubic směrem vzhůru (obr. 1.3B). Užívá se pro průměry 25 – 250 mm.

C – Způsob Danner (obr. 1.4). Z vany vytéká proužek skloviny na rotující skloněnou keramickou píšťalu, nabaluje se na ni a jako celek pomalu stéká k jejímu



Obr. 1.4. Výroba trubic způsobem Danner [4].

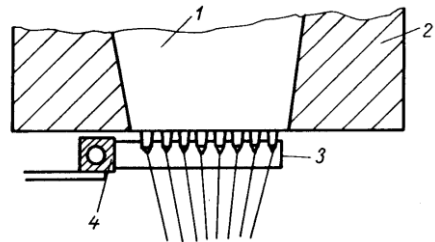
konci. Viskózním tečením se jednotlivé závity postupně vyhlazují, takže píš'alu opouští „rukáv“ ze skloviny, který dále pokračuje po vodorovné tažné dráze.

D – Výroba tyčí nebo trubic menších průměrů tažením z masivnějšího polotovaru. Takto se vyrábějí také některá vlákna, mimo jiné i světlovodná. Výhodou je, že složení skla se může napříč průřezem měnit. Toho se využívá u světlovodů nebo ozdobných výrobků (viz kap. 6, obr. 6.6).

E – Výroba vláken z roztavené skloviny (obr. 1.5). Hydrostatický tlak vytlačuje sklovinu z vaničky mnoha tryskami, a vznikající vlákna jsou velkou rychlostí navijena na cívky. Někdy se vlákna vyrábějí podobně jako u odstředivého lití (viz dále), nebo rozfukováním rychlým proudem vzduchu.

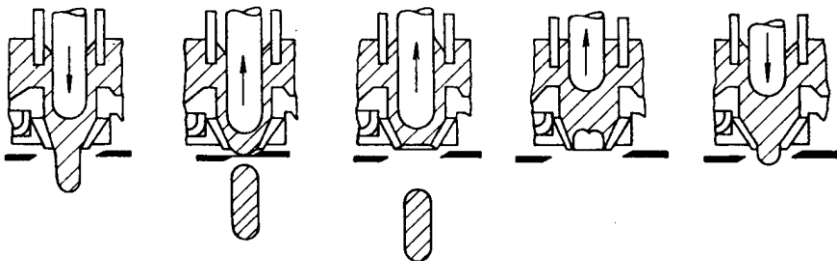
Tvarování u některých technologiích bude probráno podrobněji dále.

Obr. 1.5. Tažení vláken z vaničky [5].
1,2 - pec, 3,4 - žebro a těleso chladiče

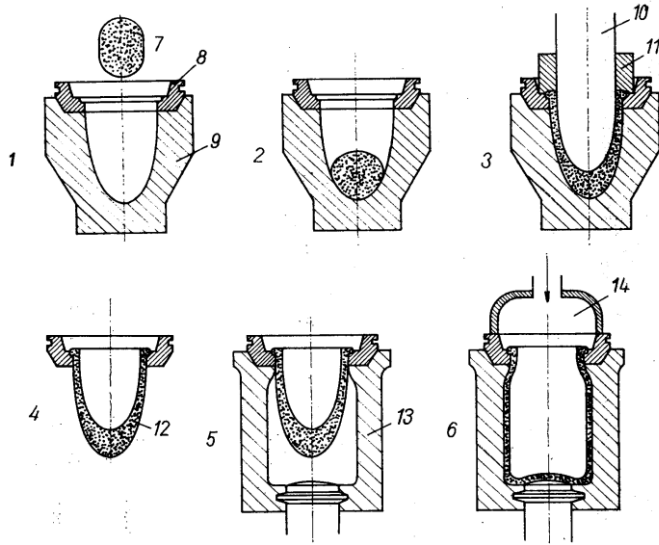


1.3 Lisování a foukání

Z feedru vany vytéká proužek skloviny, ze kterého jsou periodicky odštíhovány jednotlivé dávky (obr. 1.6). Tvar dávky je částečně ovlivňován řízeným pohybem plunžru. Dávka spadne do formy buď přímo, nebo je do ní navedena skluzem. Do dávky ležící na dně formy je vtlačován razník, který nutí sklovinu vyplnit předepsanou dutinu. Proces lisování je znázorněn v hořejší části obr. 1.7 (poz. 1,2,3).



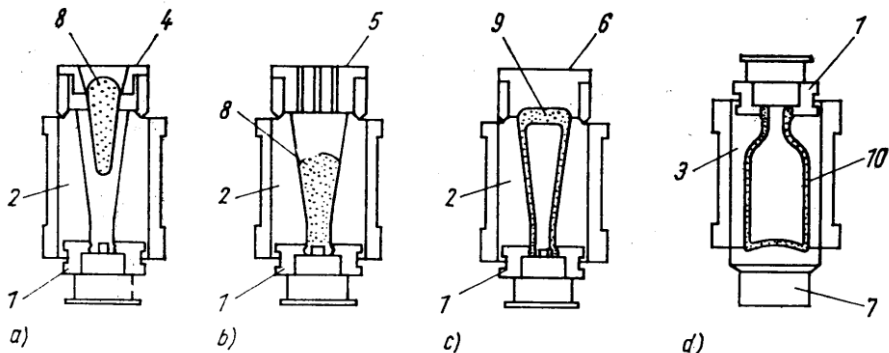
Obr. 1.6. Vytváření kapek v mechanickém dávkovači pohybem plunžru [6].



Obr. 1.7. Lisofování. Obrázky 1, 2, 3 odpovídají lisování, 4, 5 – prodleva na prohřátí, 6 – dofouknutí v konečné formě [6].

Chladnější forma odnímá sklovině teplo. Když povrchová vrstva dostatečně ztuhne, je výlisek z formy vyjmut a přenesen do chladicí pece, kde prodělá proces řízeného pomalého chlazení pro odstranění vnitřního pnutí, vzniklého z nehomogenního rozdělení teplot během tvarování.

Skleněné obaly (láhve, sklenice) se vyrábějí způsobem dvakrátfovacím (FF) nebo lisofovacím (LF); v obou případech vždy ve dvou formách: přední a konečné. U dvakrátfovacího způsobu (obr. 1.8) dávka dopadne v přední formě na ústník,

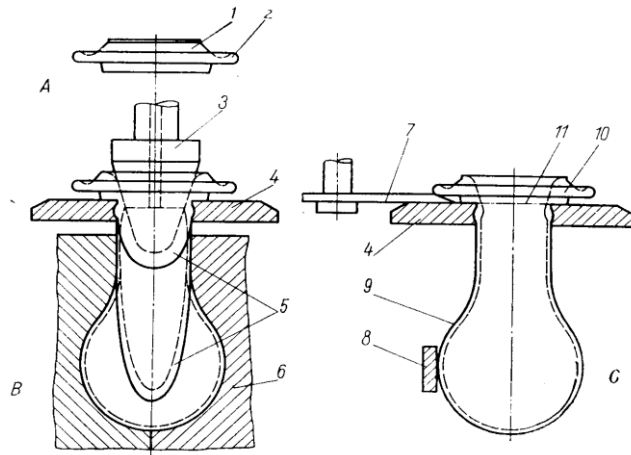


Obr. 1.8. Výroba lahví dvakrátfovacím (FF) způsobem. a, b, c - vytvoření předního tvaru, d - vytvoření láhve v konečné formě [7].

který v ní vytvoří malou dutinku. Tlak vzduchu potom přetvoří dávku na tzv. přední tvar. Ten je přenesen do konečné formy a po změknutí tužší povrchové vrstvy ohřevem vlastním teplem z vnitřku skloviny (tzv. reheat) je dofouknut na požadovaný tvar, vyjmut a přenesen do chladicí pece, kde je zbaven vnitřního pnutí. Lisofoukací způsob (obr. 1.7) se liší od dvakrát foukacího tím, že již v přední formě vytvoří razník baňku s relativně větší dutinou.

Lisovaný polotovár je přesnější, takže tento způsob umožňuje vyrábět obaly s tenčí stěnou. Stroje pro výrobu skleněných obalů jsou buď rotační, nebo řadové s více sekcemi. V každé sekci je často několik dutin (forem), takže celková produktivita např. lahvárenského stroje je velmi vysoká (až jedna láhev za sekundu).

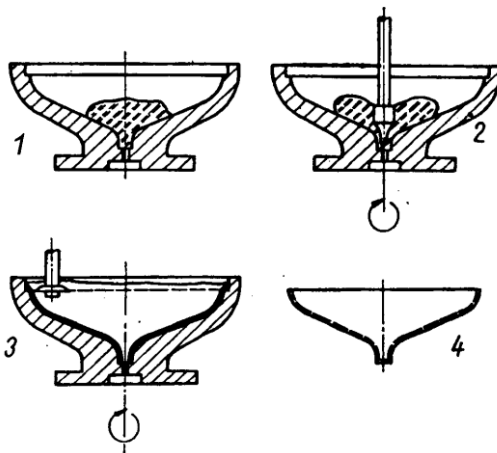
Určitým nedostatkem lisovaných výrobků je malá stopa na povrchu v místech, kde se stýkaly části formy. Například formy pro obalové sklo mají zpravidla svislou dělicí rovinu, aby výrobek bylo možno snadno vyjmout. U nápojového skla nebo žárovkových baněk, kde se vyžaduje hladký povrch, se proto užívá foukání za rotace v tzv. vymazávaných formách (obr. 1.9). Baňka rotuje ve formě z vhodného materiálu, který je schopen do sebe přijmout malé množství vody. Ta se při styku se žhavým sklem vypařuje, takže výrobek klouže na tenkém polštářku z páry a jeho povrch zůstává hladký. Když sklo dostatečně ztuhne, oddělí se baňka od přelisku, který se spolu se střepy znovu roztaví a zpracuje.



Obr. 1.9. Výroba tenkostěnné baňky za rotace [3]. A – vylisování polotovaru, B, C – přenesení polotovaru do formy, jeho prohřátí a dofouknutí za rotace.

1.4 Další technologie tvarování

Mezi další technologie patří odstředivé lití (obr. 1.10), kde dávka žhavé skloviny padne do formy, která se s ní roztočí. Účinkem odstředivé síly se sklo snaží dostat co nejdále od osy rotace a přizpůsobuje se tvaru vnitřního povrchu formy. (Takto se vyrábějí např. Fresnelovy čočky reflektorů majáků.) Dále je to vstřikování a vytlačování. V prvním případě píst vytlačí žhavou sklovinu o nízké viskozitě z komory otvorem do kovové formy, ve druhém případě (extruze) je sklovina o nižší teplotě a vyšší viskozitě protlačována otvorem vhodného průřezu (blíže viz kapitolu 8.3). Další technologií je ohýbání ohřátých polotovárů, užívané například



Obr. 1.10. Tvarování skla ve formě odstředivým litím [8].

pro přetvarování okenních skel automobilů. Často se při tom využívá gravitace: žhavá tabule se nechá spadnout do jednoduché formy. Ohýbáním se vytvářejí i některé druhy profilového skla pro stavební účely. Některé výrobky, jako např. ampulky na léky, laboratorní sklo nebo vánoční ozdoby, se vyrábějí z trubic, kde se rozžhavená část umístí do formy a po přivedení stlačeného vzduchu se přetvaruje podle tvaru dutiny. Při použití vhodného nástroje lze také zmenšovat průměr trubice v ohřátém místě. Zvláštní technologií je leštění povrchu nebo kulacení v žáru účinkem povrchového napětí. Takto se např. zaoblují plamenem okraje u nápojového skla po odříznutí polotovaru, nebo se vyrábí balotina, kdy drobná skleněná drť prolétá proudem žhavých spalin a mění se na malinké kuličky. V zásypu v peci se také kulatí skleněné perličky pro rokajlovou bižuterii.

Síly, které působí při tvarování, jsou zejména tah nebo tlak, povrchové napětí, odstředivá síla, tření mezi sklovinou a formou, ale i tření vyvozené proudem

vzduchu při tažení vláken, tlak vzduchu při výrobě trubic nebo jiných dutých polotovarů, teplotní roztažnost při změně teploty (ohřev nebo ochlazování). Síla může být vyvozena vlastní tíhou nebo působením nástroje. Proudění skloviny může být vyvoláno také tlakem působícím na sklovinu mezi navzájem se přibližujícími částmi formy.

Jednotlivých tvarovacích technologií si všimneme podrobněji v samostatných kapitolách. Pro rychlé seznámení s technologií výroby skla, včetně tvarování, doporučujeme čtenáři především skripta [1] a [9], učebnici [3] a knihy [4 – 8, 10].

Literatura ke kapitole 1.

1. Belda, J.: Sklářské a keramické stroje I. VŠST, Liberec, 1991. 285 s.
2. Wada, Masamichi: New Glass Products by New Forming Technologies. Proc. 1st Int. Symp on New Glass. Josui Kaikan, Tokyo, 1987. s. 65 – 70.
3. Petrášová, H. a kol.: Technologie skla. SNTL, 1984. 240 s.
4. Kolektiv: Tvarování zvláštních výrobků. SNTL, Praha, 1971. 208 s.
5. Loewenstein, K. L.: The Manufacturing Technology of Continuous Glass Fibres. 2nd ed. Elsevier, Amsterdam, 1983. 354 s.
6. Staněk, J.: Foukání a lisofoukání skla. SNTL, Praha, 1971. 228 s.
7. Nölle, G.: Technik der Glasherstellung. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1977, 200 s.
8. Hlaváček, J.: Sklářské stroje. SNTL, Praha, 1982. 184 s.
9. Hotař, V., Klebsa, V., Matoušek, I.: Technologie automatické výroby skla. Technická univerzita v Liberci, Liberec, 2015. 318 s.
10. Popovič, Š.: Výroba a zpracování plochého skla. Grada, Praha, 2009. 256 s. Tištěná i elektronická verze.

2. Vlastnosti důležité pro tvarování

Při výrobě skleněných předmětů tvarováním se uplatňují následující vlastnosti: viskozita, popř. viskoelasticitu, teplotní roztažnost, tepelná i teplotní vodivost, měrné teplo, hustota, povrchové napětí.

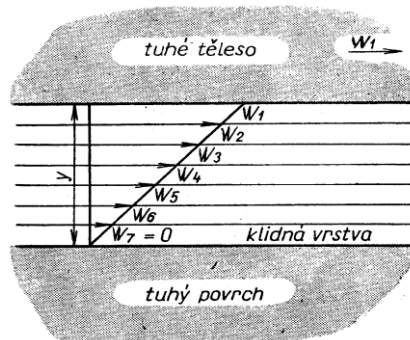
2.1 Viskozita

Pevné sklo vzniká z taveniny plynulým nárůstem viskozity během chladnutí. Viskozita proto patří mezi nejdůležitější technologické vlastnosti skla. Obecně viskozita charakterizuje vnitřní tření v materiálu a tedy odpor vůči tečení nebo časové změně tvaru. Je mimořádně důležitá pro tvarování skla. Zpravidla se slovem viskozita rozumí tzv. **dynamická viskozita** η , a platí

$$\tau = \eta \frac{dw}{dy} ; \quad (2.1)$$

τ je smykové napětí a w je rychlost; dw/dy vyjadřuje rychlostní spád napříč směru tečení (obr. 2.1). Jednotkou viskozity je Pas (Pascalsekunda).

Obr. 2.1. Rozložení rychlostí ve viskózní kapalině [1].



Rovnice (2.1) je analogická Hookeovu zákonu pro deformování elastických těles:

$$\sigma = E \varepsilon , \quad \text{resp.} \quad \tau = G \gamma ; \quad (2.2)$$

ε ($= \Delta l/l$) je poměrné prodloužení, σ je normálové napětí, a E je modul pružnosti v tahu (Youngův modul), G je modul pružnosti ve smyku a γ je tzv. zkos (změna úhlu dvou kolmých přímek). U viskózních látek můžeme zase vyjádřit závislost mezi normálovým napětím a rychlostí poměrného prodloužování $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt$ jako:

$$\dot{\varepsilon} = \sigma / \lambda, \quad (2.3)$$

kde λ je tzv. viskozita v tahu, vázaná s viskozitou ve smyku η vztahem $\lambda = 3\eta$, který vyplývá z relace

$$E = 2(1 + \mu) G \quad (2.4)$$

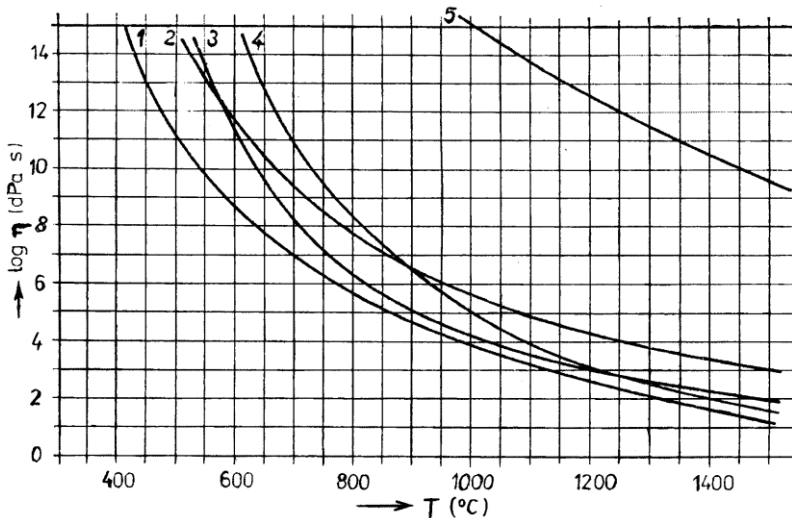
pro nestlačitelný elastický materiál, pro který je Poissonovo číslo μ rovno 1/2. Existuje tedy analogie mezi deformováním pružných látek a rychlostí deformování viskózních látek. Tato analogie umožňuje přebírat pro deformování viskózních těles řešení a vzorce odvozené pro pružná tělesa s tím, že místo modulu pružnosti (v tahu nebo ve smyku) bude odpovídající viskozita a místo celkové deformace bude rychlost deformování. Bližší viz kapitolu 4 a [2, 3].

Kromě dynamické viskozity η se pro některé účely užívá kinematická viskozita ν , definovaná jako

$$\nu = \eta / \rho, \quad (2.5)$$

kde ρ je hustota látky.

Viskozita skla velmi výrazně závisí na teplotě. Na obr. 2.2 jsou znázorněny viskozitní křivky pěti silikátových skel. Závislost na teplotě (v určitém rozmezí)



Obr. 2.2. Závislost viskozity různých skel na teplotě [4]. 1 – sklo olovnaté (24% PbO), 2 - sklo Simax, 3 - bílé obalové sklo, 4 - E-sklo pro vlákna, 5 - křemenné sklo. Sklo č. 3 je „kratší“ než sklo č. 2.

se zpravidla vyjadřuje exponenciální rovnicí. Pro teploty nad transformační teplotou se velmi často užívá tzv. VFT rovnice (podle jmen Vogel – Fulcher – Tammann),

$$\eta = \eta_0 \exp\left(\frac{B}{T - T_0}\right), \text{ popř. } \log \eta = A + \frac{B}{T - T_0}, \quad (2.6)$$

kde T značí teplotu a η_0 , B , T_0 , resp. A , B a T_0 jsou konstanty, zjišťované experimentálně; \log značí dekadický logaritmus.

Viskozitu skla můžeme charakterizovat viskozitní křivkou, ze které lze vypočítat její hodnotu při libovolné teplotě, anebo pomocí vybraných teplot pro určité viskozity, tzv. vztažných bodů. Z hlediska tvarování jsou důležité tyto body:

- bod zpracování (10^3 Pas) – sklo je schopno udržet po krátkou dobu svůj tvar,
- bod tečení (10^4 Pas) – teplota tažení trubic způsobem Danner nebo Vello,
- bod měknutí podle Littletona ($10^{6,65}$ Pas) – sklo lze ohýbat (v rukou),
- deformační teplota M_g (cca 10^{10} Pas) – zřetelný ohyb na dilatační křivce,
- horní chladicí teplota (10^{12} Pas) – pnutí ve skle zmizí během 15 minut,
- dolní chladicí teplota ($10^{13,5}$ Pas) – pnutí ve skle klesne během 15 hodin na 15%,
- transformační teplota T_g (cca $10^{12,3}$ Pas) – leží uprostřed transformačního intervalu; u polymerů se říká teplota skelného přechodu; proto index g (= glass).

Metody určování viskozitních bodů a viskozitních křivek jsou popsány v [1, 5].

Ve sklářské terminologii se rozlišují skla krátká a dlouhá. Krátká skla jsou taková, která mají viskozitní křivku strmější, tj. s užším intervalem teplot, ve kterém lze sklovinu tvarovat. Naopak dlouhá skla mají širší teplotní interval pro zpracování (porovnej křivky 2 (sklo dlouhé) a 3 (sklo krátké) na obr. 2.2).

Pod transformační teplotou se sklo prakticky chová jako pevná pružná látka. Nad touto teplotou se již uplatňuje viskózní složka deformace, a hovoříme pak spíše o sklovině.

2.2 Viskoelastická

Při tvarování skla se někdy uplatňují jeho viskózní i elastické vlastnosti. Pro popis chování se užívají různé viskoelastické modely, znázorňované schematicky jako kombinace pružin a tlumičů, kde pružina vyjadřuje okamžitou elastickou část deformace, a tlumič vyjadřuje postupné deformování s časem. Jako příklad

můžeme uvést Maxwellův model (pružina v sérii s tlumičem), který je vhodný pro modelování creepu a relaxace napětí. Kelvinovo-Voigtovo těleso (pružina paralelně s tlumičem) je zase vhodné pro modelování zpožděného vratného deformování (dopružování). Pro popis odezvy reálných materiálů, včetně skel, se užívají i složitější modely, například standardní lineární těleso SLS a další [2]. Viskoelastické odezvy si všimneme blíže v samostatné kapitole 4.

2.3 Teplotní roztažnost

Má význam pro změnu rozměrů nebo tvaru skleněného předmětu při změně teploty, a také pro vznik mechanických napětí, jestliže skleněný předmět nemůže při změně teploty volně dilatovat. Souvisí také s odolností předmětu vůči náhlé změně teploty. Rozlišujeme roztažnost délkovou a objemovou.

Teplotní součinitel délkové roztažnosti vyjadřuje relativní změnu délky při jednotkové změně teploty:

$$\alpha = \Delta L / (L \Delta T) . \quad [\text{K}^{-1}] \quad (2.7)$$

Délková teplotní roztažnost se zjišťuje z dilatační křivky, měřené vhodným dilatometrem, jako je např. Chevenardův, Leitzův nebo Scholesův [1, 5].

Prostřednictvím roztažnosti se také určuje transformační teplota daného skla, popřípadě i některé vztažné body skloviny [1, 5]; viz též obr. 2.3 na str. 22.

Teplotní součinitel objemové roztažnosti vyjadřuje relativní změnu objemu při jednotkové změně teploty:

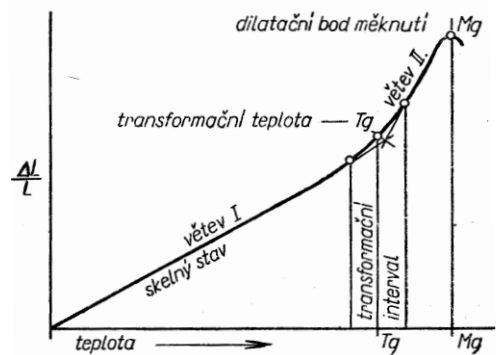
$$\beta = \Delta V / (V \Delta T) , \quad [\text{K}^{-1}] \quad (2.8)$$

Objemová roztažnost je důležitá například pro stanovení velikosti vtaženin (propadlin) vznikajících někdy při výrobě výlisků s hranami na plochách mezi nimi. (O nich pojednáme v kapitole 8.7.) Mezi součinitelem objemové a délkové teplotní roztažnosti platí jednoduchý vztah:

$$\beta = 3\alpha . \quad (2.9)$$

Roztažnost se udává buď jako střední (v určitém teplotním intervalu), nebo pravá, vyjadřující okamžitou hodnotu při jisté teplotě. Pro skla je typická značná změna teplotní roztažnosti při přechodu přes transformační teplotu (obr. 2.3). Teplotní roztažnost závisí na složení daného skla a lze ji počítat pomocí různých přibližných vzorců; blíže viz např. [1, 6].

Obr. 2.3. Změna teplotní roztažnosti při přechodu přes transformační teplotu [1].



S roztažností úzce souvisí tepelná odolnost skleněných předmětů, která vyjadřuje, jak velkou náhlou změnu teploty skleněný předmět ještě snese bez poškození. Při náhlé změně teploty povrchu o ΔT na něm vznikne napětí

$$\sigma = \alpha \Delta T E . \quad (2.10)$$

Pro zjišťování odolnosti proti náhlým změnám teploty existují standardizované postupy [1].

2.4 Tepelná a teplotní vodivost

Tepelná vodivost je schopnost hmoty přenášet teplo. Uplatňuje se všude, kde se těleso stýká s prostředím o různých teplotách. Značí se λ a vyjadřuje množství tepla Q , které projde za jednotku času t jednotkovou plochou rovinné stěny při jednotkové tloušťce h a jednotkovém rozdílu teplot ΔT protilehlých povrchů:

$$\lambda = \frac{Qh}{S\Delta T t} ; \quad (2.11)$$

S je plocha stěny kolmá ke směru toku tepla. Základní rozměr tepelné vodivosti λ je $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$. (Nezaměňovat toto λ s viskozitou ν tahu!)

Obecně se teplo přenáší vedením (kondukcí), prouděním (konvekci) a zářením (radiací) [8 – 10]. Výsledná efektivní tepelná vodivost se někdy vyjadřuje jako součet vodivostí charakterizujících jednotlivé mechanismy:

$$\lambda = \lambda_{\text{kond}} + \lambda_{\text{konv}} + \lambda_{\text{rad}} . \quad (2.12)$$

V pevných látkách je přenos tepla prouděním zanedbatelný, ale v látkách kapalných nebo viskózních se může uplatňovat. V látkách neprůteplivých se uplatňuje pouze přenos vedením a množství přenášeného tepla je přímo úměrné rozdílu teplot obou povrchů, $T_1 - T_2$,

$$Q_{kond} = \frac{\lambda_{kond}(T_1 - T_2)S}{h} t . \quad (2.13)$$

U látek průteplivých, kam sklo patří, hraje roli i záření. Množství tepla přenášeného radiací závisí na rozdílu čtvrtých mocnin absolutních teplot těles, mezi kterými k výměně tepla dochází:

$$Q_{rad} = C_{12} (T_1^4 - T_2^4) S t , \quad (2.14)$$

kde C_{12} je tzv. součinitel sálání mezi oběma tělesy; teploty T_1, T_2 jsou absolutní.

Pro charakterizování přenosu tepla je užitečný tepelný tok q (Wm^{-2}), definovaný jako množství tepla, které projde jednotkou plochy za jednotku času,

$$q = Q / (S t) . \quad (2.15)$$

Výměna tepla mezi dvěma tělesy nebo mezi tělesem a okolím se často charakterizuje pomocí součinitele přestupu tepla α ($\text{Wm}^{-2} \text{K}^{-1}$), a platí:

$$q = \alpha (T_1 - T_2) . \quad (2.16)$$

Přestup tepla z tělesa do okolí (a naopak) sestává z kondukční, konvekční a radiační složky. Formálně můžeme psát

$$\alpha = \alpha_{kond} + \alpha_{konv} + \alpha_{rad} . \quad (2.17)$$

Aby bylo možno ve vztahu (2.16) zahrnout do celkového tepelného toku i radiační složku, vyjadřuje se někdy součinitel přestupu tepla pro sálání jako

$$\alpha_{rad} = C \varepsilon (T_1^2 + T_2^2) \times (T_1 + T_2) ; \quad (2.18)$$

C je konstanta sálavosti černého tělesa ($5,78 \times 10^{-8} \text{Wm}^{-2} \text{K}^{-4}$), ε je poměrná sálavost (stupeň černosti) uvažovaného tělesa, a T_1, T_2 jsou teploty povrchu tělesa a okolí ve stupních Kelvina.

Poznámka. Při lisování skloviny existuje velký spád teplot ve výrobku, takže přenos tepla se uskutečňuje hlavně vedením.

Způsoby měření tepelné vodivosti skel jsou popsány např. v [1, 5].

Teplotní vodivost

Teplotní vodivost se uplatňuje u procesů ustáleného přenosu tepla. Naproti tomu u procesů dynamických, kdy dochází ke změnám teploty s časem, se uplatňuje tzv. teplotní vodivost materiálu, definovaná jako

$$a = \frac{\lambda}{c\rho} \quad (\text{m}^2 \text{s}^{-1}), \quad (2.19)$$

kde λ je tepelná vodivost, c měrné teplo, a ρ hustota materiálu.

2.6 Měrné teplo

Představuje množství tepla, nutné k ohřevu 1 kg látky o 1 K; rozměr je $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$. Uplatňuje se při tepelných bilancích: umožňuje zjistit obsah energie v tělese při určité teplotě. Rozlišujeme tzv. pravé měrné teplo,

$$c_p = \frac{dQ}{m dT}, \quad (2.20)$$

a střední měrné teplo, $c_{p,m}$ což je střední hodnota měrného tepla v určitém teplotním intervalu,

$$c_{p,m} = \frac{Q_{1,2}}{m(T_2 - T_1)}. \quad (2.21)$$

Měrné teplo skel mírně roste s teplotou a má určitý anomální průběh v oblasti transformačního intervalu. Lze je měřit anebo počítat z chemického složení skla. Blíže viz např. [1, 5].

2.7 Tepelná akumulační schopnost

Při styku dvou těles o různých teplotách nebo u těles periodicky ohříváných a ochlazovaných (viz kap. 8.5) se uplatňuje tzv. tepelná akumulační schopnost, definovaná vztahem [11]:

$$E_i = \sqrt{\lambda_i \rho_i c_i} = \lambda_i / \sqrt{a_i}; \quad (2.22)$$

index $i = 1$ přísluší sklovině, index 2 formě; λ je tepelná vodivost, ρ je hustota, c je měrné teplo, a je teplotní vodivost. Tepelná akumulační schopnost se uplatňuje

například při výpočtu tzv. limitní teploty kontaktu, ke které se postupně blíží jejich povrchové teploty (kap. 8.5), nebo při střídavém ohřevu a ochlazování [8 – 11].

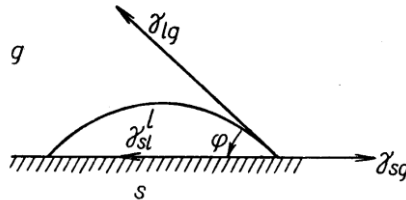
2.8 Hustota

Hustota určité látky ρ udává hmotnost na jednotku objemu (kg / m^3). Uplatňuje se všude, kde hraje roli tíha předmětu nebo odstředivá síla, například při tažení plochého skla nebo trubic, při výrobě předmětů odstředivým litím, ale i u skleněných vláken. Má také vliv na rovnovážnou tloušťku skloviny při výrobě plaveného skla Float.

Hustotu skla lze zjišťovat měřením [7]. Protože sklo je v podstatě tuhý roztok různých oxidů, je možno počítat jeho hustotu pomocí různých aditivních vzorců; viz např. [5 – 7]. V malé míře závisí na teplotě – s rostoucí teplotou klesá.

2.9 Povrchové napětí

Povrchové napětí vzniká v důsledku toho, že atomy na rozhraní dvou fází jsou přitahovány do každého prostředí jinou silou (obr. 2.4). Například u kapky vody jsou atomy povrchové vrstvičky přitahovány větší silou dovnitř kapky a menší



Obr. 2.4. Působení povrchového napětí γ při styku pevné látky (s), plynu (g) a kapaliny (l). Indexy u γ vyjadřují, mezi kterými fázemi povrchové napětí působí.

silou do okolního vzduchu. Výsledkem je typický zaoblený tvar, usilující o co nejmenší povrch. U skloviny je situace podobná. Díky povrchovému napětí je možné leštění skleněných předmětů ohněm, zaoblování hran anebo jejich úplné zakulacování jako u skleněných perliček nebo balotiny. Povrchové napětí má také vliv na rovnovážnou tloušťku skla Float, jak uvidíme později.

Povrchové napětí γ je definováno jako tečná síla působící v rovině povrchu, vztážená na jednotku jeho šířky; má rozměr N/m. Odpovídá také práci, kterou je potřeba vykonat pro zvětšení povrchu o jednotku plochy (Nm / m^2).

Existuje řada metod pro měření povrchového napětí skel, v závislosti na teplotě. Povrchové napětí lze také počítat pomocí různých vzorců. Blíže viz např. [1, 5].

Literatura ke kapitole 2

1. Volf, M. B. a kolektiv: Tepelné vlastnosti skel. Hutní sklářská příručka. SNTL, Praha, 1968, 204 s.
2. Menčík, J.: Aplikovaná mechanika materiálů. Univerzita Pardubice, 2019. 196 s. Kniha je volně dostupná na <https://e-shop.upce.cz> a „e-publikace zdarma“.
3. Menčík, J.: Viskoelastická analogie a její užití. Sklář a keramik, 29 (1979), č. 12, s. 364 – 367.
4. Petrášová, H. a kol.: Technologie skla. SNTL, 1984. 240 s.
5. Šašek, L. a kol.: Laboratorní metody v oboru silikátů. SNTL, Praha, 1981. 328 s.
6. Volf, M. B.: Sklo ve výpočtech. SNTL, Praha, 1984. 332 s.
7. Volf, M. B.: Chemická odolnost, hustota a mechanické vlastnosti skel. SNTL, Praha, 1967. 190 s.
8. Šorin, S. N.: Sdílení tepla. SNTL, Praha, 1968. 400 s.
9. Hottel, H. C., Sarofim, A. S.: Přenos tepla zářením. SNTL, Praha, 1979. 504 s.
10. Gröber, H., Erk, s., Grigull, U.: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. Springer Verlag, Berlin, 1955. Ruský překlad: Osnovy učeníja o teploobmene. Izdatělestvo inostranoj literatury. Moskva, 1958. 567 s.
11. Smrček, A.: Strojní tvarování skla. SNTL, Praha, 1981. 328 s.

3. Modelování tvarovacích procesů

V této knize jsou u jednotlivých procesů tvarování skla uváděny pouze jednoduché vzorce, aby si běžný čtenář mohl snadno udělat základní představu. Skutečné vztahy bývají často mnohem složitější. Přesnější informace lze získat prostřednictvím přesnějších modelů. Dříve se užívaly fyzikální modely, kdy se například chování roztaveného skla v peci nebo tvarování předmětů odstředivým litím zkoumalo za pokojové teploty s použitím modelových kapalin, například syntetických pryskyřic nebo chlorovaných parafinů. Nástup počítačů vedl postupně k tvorbě různých počítačových modelů, které dnes již jsou schopny věrně popisovat procesy deformování těles z viskoelastických látek, mezi které žhavá sklovina patří. Matematické modely mohou zároveň přihlížet k postupně se měnícímu rozložení teplot i viskozit v tělese při různých podmínkách jeho styku s okolím, ať již to je vzduch anebo kovová forma. Počítačové modelování při vývoji nových výrobků a technologií výrazně šetří čas a náklady, které zejména při zkoušení nebo experimentování přímo ve sklárně bývají velmi vysoké.

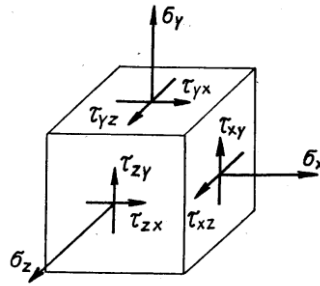
V této kapitole stručně shrneme hlavní rovnice, které se uplatňují při tvarování žhavé skloviny, a potom se zmíníme o počítačových programech pro modelování tvarovacích procesů.

3.1 Základní rovnice pro tvarování žhavé skloviny

Při tvorbě matematických modelů tvarování skloviny se vychází z rovnic rovnováhy sil, působících na vyšetřované těleso, dále ze vztahů mezi silami a napětími v tělese, ze vztahů mezi napětím a přetvořením nebo rychlostí přetváření při uvažování viskoelastického chování, a ze vztahů mezi charakteristickou deformací daného tělesa a přetvořením. U kontinuálních procesů (ploché sklo, trubice) se uplatňuje i rovnice kontinuity. Ve všech případech je třeba uvažovat také přenos tepla v tvarovaném tělese a výměnu tepla mezi ním a okolím.

Sklovinu v tvarovacím intervalu můžeme s dostatečnou přesností považovat za izotropní nestlačitelnou lineárně viskózní (newtonskou) kapalinu, pro kterou platí přímá úměrnost mezi působícími napětími a rychlostmi přetváření [1, 2], obecně

$$\hat{\sigma} = \eta \hat{\varepsilon}, \quad (3.1)$$



Obr. 3.1. Trojosá napjatost. Souřadný systém a složky napětí.

kde $\hat{\sigma}$ je tzv. deviator symetrického tenzoru napětí 3×3 , $\hat{\epsilon}$ je deviator symetrického tenzoru rychlostí poměrných deformací, a η je dynamická viskozita. V kartézském souřadném systému x, y, z podle obr. 3.1 lze výraz (3.1) rozepsat do složek [1, 2]:

$$\begin{aligned} \sigma_x - \sigma &= 2\eta \dot{\epsilon}_x, \quad \sigma_y - \sigma = 2\eta \dot{\epsilon}_y, \quad \sigma_z - \sigma = 2\eta \dot{\epsilon}_z, \\ \tau_{xy} &= \eta \dot{\gamma}_{xy}, \quad \tau_{yz} = \eta \dot{\gamma}_{yz}, \quad \tau_{zx} = \eta \dot{\gamma}_{zx}; \end{aligned} \quad (3.2)$$

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ jsou normálová napětí, $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ jsou smyková napětí, $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y, \dot{\epsilon}_z$ jsou okamžité rychlosti poměrného prodlužování, a $\dot{\gamma}_{xy}, \dot{\gamma}_{yz}, \dot{\gamma}_{zx}$ jsou rychlosti úhlových přetvoření; tečka označuje parciální derivaci podle času. Tyto rychlosti souvisí s rychlostmi přemísťování jednotlivých částic podle vztahů [1, 2]

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_x &= \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x}, \quad \dot{\epsilon}_y = \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y}, \quad \dot{\epsilon}_z = \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z}, \\ \dot{\gamma}_{xy} &= \left(\frac{\partial \dot{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial x} \right), \quad \dot{\gamma}_{yz} = \left(\frac{\partial \dot{u}_y}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial y} \right), \quad \dot{\gamma}_{zx} = \left(\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

u_x, u_y, u_z značí posuvy částice ve směrech x, y, z .

Ve vztahu (3.2) člen

$$\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (3.4)$$

představuje tzv. střední (hydrostatické) napětí v daném místě. S ohledem na nestlačitelnost platí dále rovnice kontinuity

$$\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y + \dot{\epsilon}_z = 0. \quad (3.5)$$

Podmínky rovnováhy sil, působících na element o rozměrech dx , dy , dz můžeme zapsat ve tvaru [1, 2]

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X - \rho \frac{D\dot{u}_x}{Dt} = 0, \quad (3.6a)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + Y - \rho \frac{D\dot{u}_y}{Dt} = 0, \quad (3.6b)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + Z - \rho \frac{D\dot{u}_z}{Dt} = 0, \quad (3.6c)$$

kde X , Y , Z jsou složky objemových sil (tíha, odstředivá síla) a $\rho D\dot{u}_x/Dt, \dots$ jsou složky doplňkových setrvačných sil; ρ je hustota skloviny a $D\dot{u}/Dt$ zrychlení v jednotlivých směrech. Protože vyšetřujeme chování částice v pohybujícím se prostředí (tekoucí sklovina), je nutno počítat složky zrychlení jako substanciální derivace příslušných složek rychlosti podle času [1, 2],

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \dot{u}_x \frac{\partial}{\partial x} + \dot{u}_y \frac{\partial}{\partial y} + \dot{u}_z \frac{\partial}{\partial z}. \quad (3.7)$$

Poznámka 1. Do jiných ortogonálních souřadnic (válcových, kulových) lze jednotlivé vztahy převést formálními operacemi.

Poznámka 2. Rozepíšeme-li v rovnicích (3.6a – c) normálová napětí do tvaru $\sigma_x = (\sigma_x + p) - p$, atd., kde $p = -\sigma$ je tzv. hydrostatický tlak, a vyjádříme-li v souladu s (3.2) a (3.4) jednotlivé složky napětí prostřednictvím rychlostí \dot{u}_x , \dot{u}_y , \dot{u}_z , dostaneme po úpravě tzv. Navierovy-Stokesovy rovnice pro nestlačitelnou viskózní kapalinu [1, 2].

U skloviny závisí viskozita velmi silně na teplotě. V tvarovacím intervalu se viskozita aproximuje různými vztahy; zde se omezíme na tvar (2.6) podle Vogela-Fulchera-Tammanna. Je tedy vždy nutno znát rozložení teplot v tělese.

Teplu se ve sklovině přenáší vedením, prouděním a sáláním. Analýza přestupu tepla sáláním v částečně průteplivé sklovině představuje sama o sobě značný problém [4 – 10]. Proto se do výpočtů často zavádí tzv. efektivní tepelná vodivost, charakterizující souhrnně přenos tepla vedením i sáláním, a zjišťovaná experimentálně [9, 10]. Označíme-li tuto vodivost λ , přičemž obecně je $\lambda = \lambda(T)$,

můžeme rovnici vedení tepla v pohybující se sklovině zapsat (při zanedbání změn hustoty ρ a měrného tepla c s teplotou) zapsat ve tvaru [1, 2]

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \Phi, \quad (3.8)$$

kde

$$\Phi = \sigma_x \dot{\epsilon}_x + \sigma_y \dot{\epsilon}_y + \sigma_z \dot{\epsilon}_z + \tau_{xy} \dot{\gamma}_{xy} + \tau_{yz} \dot{\gamma}_{yz} + \tau_{zx} \dot{\gamma}_{zx} \quad (3.9)$$

vyjadřuje množství tepla vznikajícího za jednotku času v objemové jednotce skloviny viskózním třením při tvarování (tzv. disipační výkon).

K základním vztahům (3.1) – (3.9) přistupují v konkrétním případě ještě okrajové podmínky charakterizující tvar a rozměry tělesa, rozložení rychlostí a teplot v určitém okamžiku, časový průběh všech zatěžujících sil, popřípadě i průběhy rychlostí vybraných částí povrchu, a podmínky pro výměnu tepla s okolím.

Úlohy, které je zpravidla zapotřebí řešit, jsou dvojího druhu:

A. Je dáno požadované průtočné množství a průřez proudu vystupujícího kontinuálně z tvarovacího zařízení, a máme určit potřebné poměry na vstupu do zařízení (průtočné průřezy, rychlosti, teploty), popř. i parametry celého zařízení (rozměry, velikosti a rozložení vnějších sil a teplot) nutné pro zajištění ustáleného chodu.

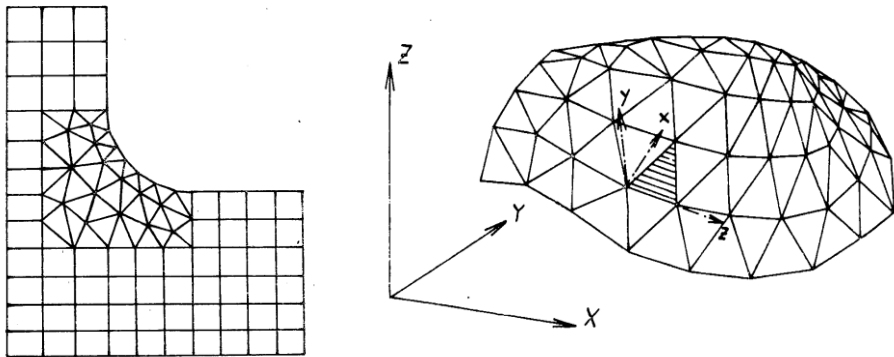
B. Je dán časový průběh zatížení a máme určit odpovídající průběh deformování, popřípadě celkovou změnu tvaru tělesa (u procesů diskontinuálních), nebo naopak k zadanému časovému průběhu změny rozměrů stanovit potřebný průběh sil.

V řadě případů se rovnice, uvedené výše, mohou výrazně zjednodušit, jak uvidíme v kapitolách věnovaných jednotlivým způsobům tvarování.

3.2 Počítačové modelování tvarovacích procesů

V současné době lze procesy tvarování žhavé skloviny efektivně modelovat na počítači, a existuje řada komerčních programů, které se k tomu hodí. Příslušné programy jsou založeny na tzv. metodě konečných prvků, MKP [11]. Při ní je celé těleso rozděleno myšlenou sítí na velké množství částí jednoduchého tvaru, konečných prvků, které jsou navzájem spojeny ve svých vrcholech, tzv. uzlech (obr. 3.2). Deformace uvnitř prvků jsou popsány prostřednictvím polynomů, a to pomocí posuvů uzlových bodů. Řešení (například) elastických deformací je

založeno na tom, že při stabilní rovnováze pružného tělesa je minimální celková energie soustavy, která je rovna součtu energie napjatosti tělesa a úbytku potenciální energie zatěžujících sil. Při řešení se hledají takové hodnoty konstant v jednotlivých polynomech, kterým bude odpovídat celková minimální energie soustavy. Prakticky se jedná se o řešení soustav lineárních rovnic, které mají několik set až několik set tisíc neznámých. K tomuto účelu byly vyvinuty speciální numerické metody. Na podobném principu je také založeno řešení odezvy viskózních i viskoelastických těles.



Obr. 3.2. Metoda konečných prvků - ukázky jednoduchých sítí [3].

Úlohy s tvarováním skloviny jsou obecně nelineární. Tam, kde se tvar tělesa mění s časem, probíhá řešení po krocích. Přitom se mohou měnit i podmínky přenosu tepla a často je také nutno postupně měnit síť prvků s ohledem na její deformování v jednotlivých krocích. Lepší programové balíky to dělají automaticky.

Každý program metody konečných prvků (MKP) má tři části:

- 1) preprocessor, který slouží pro zadání geometrie řešeného tělesa, typů prvků, materiálových vlastností (materiálový model, zákony deformování) a okrajových podmínek, a vytvoření sítě prvků,
- 2) processor neboli řešič, který řeší odpovídající rozsáhlou soustavu rovnic, a
- 3) postprocessor, který zpracovává kvanta vypočtených hodnot, počítá posuvy uzlů, rychlosti pohybu, přetvoření, síly a napětí v různých bodech. Pro větší názornost může znázorňovat jejich pole barevně.

Mezi hlavní komerční programy, které lze použít nebo adaptovat pro modelování tvarování skloviny, včetně teplotních polí, patří ANSYS Polyflow, MSC MARC nebo APEGG. Více podrobností je možno najít na příslušných webových stránkách, například:

ANSYS Polyflow

https://www.youtube.com/results?search_query=ansys+polyflow&sp=mAEB ,

MARC MSC

<https://www.mssoftware.com/application/nonlinear-analysis> ,

APEGG

<https://www.youtube.com/watch?v=Alhg05dzOAw> .

Poznámka. Úspěšné modelování procesů tvarování skla vyžaduje hluboké zkušenosti s používáním příslušného programu. Určitou představu o tom, co se dnes řeší modelováním v oblasti tvarování skla, lze získat například v publikacích [12 – 35].

Literatura ke kapitole 3

1. Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N.: Přenosové jevy. Academia, Praha, 1968. 800 s.
2. Míka, V.: Základy chemického inženýrství. SNTL, Praha, 1981. 872 s.
3. Menčík, J.: Aplikovaná mechanika materiálů. Univerzita Pardubice, 2019. 196 s. Kniha je volně dostupná na <https://e-shop.upce.cz> a „e-publikace zdarma“.
4. Hottel, H. C., Sarofim, A. S.: Přenos tepla zářením. SNTL, Praha, 1979.
5. Gardon, R.: A Review of Radiant Heat Transfer in Glass. J. Amer. Ceram. Soc. 44 (1961), No. 7, 305 – 312.
6. Gardon, R.: Some heat transfer problems in glass technology. In: Proc. 8th Int. Congress on Glass, London, 1968, pp. 85 – 95.
7. Gardon, R.: Calculation of Temperature Distribution in Glass Plates Undergoing Heat-Treatment. J.Amer.Ceram.Soc., 41 (1958), No. 6, 200 – 209.
8. Chui, G. K., Gardon, R.: Interaction of Radiation and Conduction in Glass. J. Amer. Ceram. Soc. 52 (1969), No. 10, 548 – 553.
9. Gröber, H., Erk, s., Grigull, U.: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. Springer Verlag, Berlin, 1955. Ruský překlad: Osnovy učeníja o teploobmene. Izdatělestvo inostrannoj literatury. Moskva, 1958. 567 s.

10. Šorin, S. N.: Sdílení tepla. SNTL, Praha, 1968. 400 s.
11. Kolář, V., Němec, I., Kanický, V.: FEM principy a praxe metody konečných prvků. Computer Press, 2001. 401 s.
12. Matoušek, I.: Počítačové modelování v automatizované výrobě lisovaného skla. Disertační práce, Technická univerzita v Liberci, Fakulta strojní, 2005. 127 s.
13. Matoušek, I.: The Virtual Modeling of Glass Forming Cycle. In: Proc. Conf. Glass in the New millenium: Challenges and break-through technologies. Amsterdam, NCNG, 2000.
14. Matoušek, I.: Approach to the optimisation of glass pressing cycle. In: Proc. 1st Slovak Glass Conference, Trenčín, June 29 – July 1, 2000. Trenčín University, pp. 86 – 95.
15. Matoušek, I.: Numerical simulation and optimisation of glass forming cycle. Proc. Colloquium on Modelling of Glass Forming and Tempering. Valenciennes, LAMIH Univ. Valenciennes, 2002.
16. Matoušek, I.: Numerická simulace procesu tvarování skloviny. Sborník IX. Mezinár. konference Sklářské stroje, září 1996, Liberec. Česká sklářská společnost + Technická univerzita v Liberci + DT Ústí, str. 34 – 41.
17. Matoušek, I.: Numerická simulace procesu tvarování skloviny a optimalizace tvarovacích nástrojů. Sborník XI. Mezinár. konference Sklářské stroje, 16. a 17. září 2003, Liberec. Česká sklářská společnost + Technická univerzita v Liberci, KSK, str. 27 – 34.
18. Matoušek, I.: Numerická simulace procesu lisování - nástroj optimalizace konstrukce sklářských forem. X. konf. Sklářské stroje, září 1999, Liberec. Česká sklářská společnost + Technická univerzita v Liberci + DT Ústí, str. 73 – 81.
19. Matoušek, I.: Numerická simulace – efektivní nástroj optimalizace cyklu lisování skloviny. Sklář a keramik, 53 (2003), č. 7 – 8.
20. Matoušek, I.: Virtual modeling of dynamic loading of glass mould. In: 9th ESG Conference, June 22-26, 2008, Trenčín. Advanced Materials Research, Vol. 39-40, pp. 535 – 540.
21. Menčík, J.: Matematické modelování tepelných procesů při výrobě skleněných výlisků. Sklář a keramik, 31 (1981), No. 3, s. 64 – 71.
22. Menčík, J.: Matematické modelování procesů tvarování skla. Sborník prací VŠST v Liberci, 1983. s. 321 – 328.

23. Popovič, Š., Novotný, F.: Metody počítačové simulace v procesech výroby a zpracování plochého skla. *Sklář a keramik*, 56 (2006), č. 9, s. 168 – 172.
24. Rawson, H.: Mathematical and physical models of glass-making processes. In: *Glass '89. Proc. XV Int. Congress on Glass*, Leningrad, 1989, pp. 376 – 39.
25. Rekhson, S., Lu, Z-H., Day, C., Wang, Y., Rekhson, M.: Computer Modelling of Glass Processing. *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, 13 (1992) No. 3 – 4, pp. 65 – 81.
26. Rekhson, S., Wang, Y., Wang, H. P.: Computer Modelling of Glass Flow in Ribbon Process. *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, 11 (1990) No. 1 – 2, pp. 196 – 204.
27. Starý, M.: Numerické a experimentální modelování gravitačního tvarování plochého skla. *Sklář a keramik*, 55C (2006), s. 135 – 138.
28. Starý, M.: Numerické a experimentální modelování gravitačního modelování plochého skla. Česká a slovenská konference o skle, Luhačovice 10. – 11. listopadu 2005. *Sklář a keramik*, 55C, s. 137 – 138.
29. Steklý, J.: Numerical simulation of glass blowing proces. In: *Proc. 1st Slovak Glass Conference*, Trenčín, June 29 – July 1, 2000. Trenčín University, pp. 96 – 102.
30. Steklý, J.: Možnosti uplatnění numerické simulace pro tvarování užitkového skla lisováním. Česká a slovenská konference o skle, Luhačovice 10. – 11. listopadu 2005. *Sklář a keramik*, 55C, s. 139 – 142.
31. Steklý, J.: Možnosti uplatnění numerické simulace pro tvarování užitkového skla lisofoukáním. *Sklář a keramik*, 55C (2006), s. 139 – 142.
32. Vavro, K., Péner, G.: Simulácia tvarovania a chladenia sklenených rúr při vertikálním priamočiarom ťahaní smerom nadol. *Sklář a keramik*, 26 (1976), č. 12, s. 341 – 349.
33. Vrábel, P., Zhang, L., Cúth, V.: Modelovanie tvarovania užitkového skla. Česká a slovenská konference o skle, Luhačovice 10 – 11 listopadu 2005. *Sklář a keramik*, 55C, s. 166 – 171.
34. Bonacina, C., Strada, M., Gottardi, V.: Finite element analysis of the temperature fields in glass moulds. *Glass Technology*, Vol. 23 (1982), No. 4, pp. 172 – 176.
35. Brown, M.: A review of research in numerical simulation for the glass-pressing process. *Proc. IMechE, Part B: J. Engineering Manufacture*, 221(9) 2007. s. 1377–1386.
35. Groot, J.A.W.M., Mattheij, R.M.M., Laevsky, K.Y.: Mathematical Modelling of Glass Forming Processes. In: *Lecture Notes in Mathematics* (Springer), November 2010, s. 1 – 56.

4. Viskoelastická odezva na zatížení

Žhavá sklovina je látka viskoelastická: deformace vyvolané zatížením mají obecně složku pružnou, která po jeho pomnutí vymizí, a složku viskózní, která je nevratná a s trváním zatížení narůstá. Podíly obou složek, a tedy i charakter odezvy, závisí na viskozitě a teplotě. Při nízkých viskozitách ($10^3 - 10^4$ Pas) a nepříliš vysokých rychlostech deformování lze zanedbat elastickou složku deformace, a uvažovat pouze deformace viskózní. V tomto případě získáme řešení řady úloh snadno tak, že adaptujeme již známá řešení odvozená pro pružné deformace pevných těles. Existuje totiž podobnost mezi deformacemi pružnými a viskózními, jak ukážeme dále. Nejprve ale zopakujeme základní pojmy z nauky o pružnosti [1 – 6].

4.1 Pružné deformace

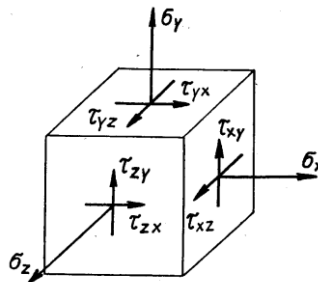
U běžných pružných látek je malé přetvoření přímo úměrné napětí (tzv. Hookeův zákon). Podle něj jsou poměrná prodloužení v souřadném systému x, y, z (obr. 4.1)

$$\varepsilon_x = [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]/E, \quad (4.1a)$$

$$\varepsilon_y = [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)]/E, \quad (4.1b)$$

$$\varepsilon_z = [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]/E; \quad (4.1c)$$

σ_x, σ_y a σ_z jsou napětí (síla na jednotku plochy, např. $\sigma_x = F_x/S$), E je modul pružnosti v tahu (Youngův modul) a μ je tzv. součinitel příčné kontrakce (Poissonovo číslo). Modul pružnosti v tahu odpovídá napětí, které by způsobilo prodloužení vzorku na dvojnásobek původní délky (tzn. $\varepsilon = 1$); zpravidla ale dojde



Obr. 4.1. Souřadný systém x, y, z a složky napětí.

k porušení při mnohem nižším napětí. Poissonovo číslo udává poměr poměrného prodloužení v příčném směru a ve směru zatížení, například

$$\mu = -\varepsilon_y / \varepsilon_x . \quad (4.2)$$

U pružných látek je hodnota μ obvykle mezi 0,2 a 0,3. Změny rozměrů mají za následek i změnu objemu. Při malých deformacích platí pro poměrnou změnu objemu

$$\Delta V/V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z . \quad (4.3)$$

Pokud je $\mu = 0,5$, nedochází k žádné změně objemu.

Smyková napětí působí smyková přetvoření. Hookeův zákon v tomto případě je

$$\gamma_{xy} = \tau_{xy} / G , \quad (4.4a)$$

$$\gamma_{yz} = \tau_{yz} / G , \quad (4.4b)$$

$$\gamma_{zx} = \tau_{zx} / G ; \quad (4.4c)$$

γ neboli zkoso je změna pravého úhlu dvou navzájem kolmých přímek; indexy označují jejich směry, τ je smykové napětí (první index značí směr normály k vyšetřované ploše, druhý index značí směr smykového napětí), a G je modul pružnosti ve smyku. Mezi ním a Youngovým modulem platí

$$E = 2(1 + \mu) G . \quad (4.5)$$

4.2 Viskózní deformace při nižších viskozitách – viskoelastická analogie

U běžných viskózních materiálů existuje přímá úměrnost mezi napětím a rychlostí přetváření, tzv. Newtonův zákon [6 – 8],

$$\dot{\gamma} = d\gamma/dt = \tau / \eta , \quad (4.6)$$

kde $\dot{\gamma}$ je rychlost zkoso, τ je smykové napětí a η je tzv. dynamická viskozita. Její rozměr je Pas (Pascalsekunda). Dříve se udávala v poisech (P), přičemž platí 1 Pas = 10 P, resp. 1 P = 0,1 Pas = 1 dPas. Tečka nad symbolem značí derivaci podle času. Vztah (4.6) je formálně podobný Hookeovu zákonu (4.4) pro zatížení smykem s tím rozdílem, že místo modulu pružnosti ve smyku G je dynamická viskozita η a místo zkoso γ rychlost zkoso $\dot{\gamma}$. Podobně Hookeův zákon pro prostý

tah (4.1) lze přepsat pro viskózní deformování v tahu, jestliže místo modulu pružnosti v tahu E uijeme tzv. viskozitu v tahu

$$\lambda = 3\eta . \quad (4.7)$$

Vztah (4.7) vyplynul ze vztahu (4.5), do kterého jsme za modul pružnosti ve smyku G dosadili dynamickou viskozitu η , a $1/2$ za Poissonovo číslo μ pro nestlačitelný materiál. **Analogie Hookeova zákona (4.1, 4.4) pro viskózní tělesa** má tedy tvar:

$$\dot{\epsilon}_x = [\sigma_x - 1/2 (\sigma_y + \sigma_z)] / (3\eta) = \sigma_x / 3\eta - \sigma_y / 6\eta - \sigma_z / 6\eta , \quad (4.8a)$$

$$\dot{\epsilon}_y = [\sigma_y - 1/2 (\sigma_z + \sigma_x)] / (3\eta) = \sigma_y / 3\eta - \sigma_z / 6\eta - \sigma_x / 6\eta , \quad (4.8b)$$

$$\dot{\epsilon}_z = [\sigma_z - 1/2 (\sigma_x + \sigma_y)] / (3\eta) = \sigma_z / 3\eta - \sigma_x / 6\eta - \sigma_y / 6\eta . \quad (4.8c)$$

$$\dot{\gamma}_{xy} = \tau_{xy} / \eta , \quad (4.8d)$$

$$\dot{\gamma}_{yz} = \tau_{yz} / \eta , \quad (4.8e)$$

$$\dot{\gamma}_{zx} = \tau_{zx} / \eta . \quad (4.8f)$$

Viskoelastická analogie umožňuje při řešení úloh o viskózním tečení užívat výsledků odvozených pro pružná tělesa, jsou-li splněny následující podmínky [9]:

1) Deformace tělesa v průběhu zatěžování nesmějí mít za následek změnu rozložení nebo charakteru působících sil; změna tvaru tělesa musí být zanedbatelná.

2) Těleso musí mít takový tvar a rozměry, aby lokální deformace v místech působení vnějšího zatížení a podepření byly zanedbatelné vůči celkové deformaci.

Při jejich splnění platí obecný vztah mezi zatížením a deformací pružného tělesa:

$$F = k G u , \quad (4.9)$$

kde F je zatížení (síla nebo soustava sil, vlastní tíha, krouticí moment apod.), k je konstanta charakterizující tvar a rozměry tělesa a způsob zatížení, G je modul pružnosti (ve smyku nebo v tahu, podle způsobu namáhání) a u je deformace (prodloužení, průhyb, pootočení atd.).

Jestliže u viskózního tělesa je viskozita v celém objemu konstantní a deformování probíhá tak pomalu, že proudění lze považovat za laminární, přejde vzorec (4.9) na odpovídající výraz pro viskózní deformování:

$$F = k\eta w . \quad (4.10)$$

Dostaneme jej tak, že ve vztahu (4.9) zaměníme modul pružnosti G , resp. E , koeficientem viskozity η , resp. λ , a deformaci u nahradíme její rychlostí $w = du/dt$. Jinak všechny geometrické veličiny, zahrnuté v konstantě k , zůstávají beze změny.

Viskoelastickou analogii můžeme použít v celé řadě případů, například při určování deformace žhavých předmětů zatížených vlastní tíhou nebo vnějšími silami, při měření viskozity nebo při zjišťování různých technologických parametrů. V úvahu přicházejí zejména u viskozit $10^5 - 10^{14}$ Pas. Na obr. 6.6 a – g v kapitole 6 jsou nakresleny některé příklady. Jedná se o tyče různého průřezu (kruhového, obdélníkového, trubice, popř. desky), zatížené osovou silou, vlastní tíhou nebo příčným zatížením osamělou silou apod., a sledujeme rychlost prodlužování, prohýbání nebo zkrucování. Tvar tělesa může být i složitější a může se také jednat o kombinaci různých zatížení.

Vzorce pro výpočty pružných deformací různých těles lze najít v různých příručkách a učebnicích [1 – 5]. Před využíváním viskoelastické analogie doporučujeme čtenáři přečíst si kapitolu 10 o rozměrové analýze a teorii podobnosti. Včasné provedení kontroly rozměrů při odvozování různých vztahů může ušetřit pozdější zklamání.

Příklad.

Použití viskoelastické analogie ukážeme na praktické úloze podle [9]. Je třeba určovat viskozitu řady různých skel, a jako vzorky jsou k dispozici tlustostěnné trubičky malých průměrů. Trubičky pro měření jsou v pícce upevněny jedním koncem ve vodorovné poloze a zatíženy vlastní tíhou. Teplotu v průběhu zkoušky bude možno považovat za konstantní.

Podle [2 – 5] je průhyb Δu konce vetknuté pružné trubice, způsobený vlastní tíhou, roven

$$\Delta u = \frac{ql^4}{8EJ} ; \quad (4.11)$$

$q = \rho S g$ je zatížení vlastní tíhou na jednotku délky trubičky, $S = \pi(D^2 - d^2)/4$ je plocha průřezu, kde D , resp. d je vnější, resp. vnitřní průměr, ρ je hustota skla, g je tíhové zrychlení, l je délka volné části trubice, $J = \pi(D^4 - d^4)/64$ je tzv. moment setrvačnosti trubice v ohybu a E je modul pružnosti v tahu.

Vzorec pro výpočet viskozity dostaneme, jestliže ve vztahu (4.11) nahradíme průhyb Δu rychlostí w prohýbání konce trubice, $w = du/dt$, resp. $\Delta u/\Delta t$, a modul pružnosti v tahu E zaměníme součinitelem viskozity v tahu λ . S přihlédnutím, že $\lambda = 3\eta$, obdržíme po úpravě výsledný vztah pro dynamickou viskozitu

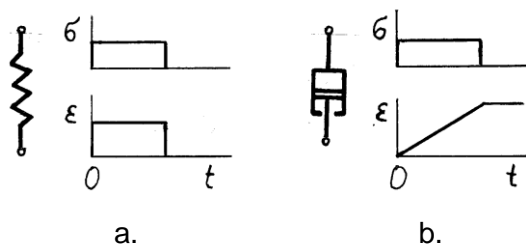
$$\eta = \frac{ql^4}{24J} \frac{\Delta t}{\Delta u} \quad (4.12)$$

Podobně postupujeme i v jiných případech. K použití viskoelastické analogie se ještě vrátíme v kapitole 6, kde jsou uvedeny i vztahy pro další konfigurace.

Poznámka. Při aplikaci poznatků z pružnosti na deformování viskoelastických těles nesmíme zapomenout, že u tenkostěnných výrobků může dojít při ohybu nebo kroucení k lokální ztrátě stability, které se projeví prolomením nebo zborcením stěny. Každý z nás již jistě pozoroval podobný jev při ohýbání nebo zkrucování pryžové hadice.

4.3 Viskoelastická odezva při vyšších viskozitách

Při vyšších viskozitách ($\eta > 10^5$ Pas) je nutno uvažovat jak viskózní, tak pružnou složku deformace. Pro popis odezvy se užívají modely, které se obvykle znázorňují pomocí kombinace prvků pružných a prvků viskózních (obr. 4.2). Prvky elastické charakterizují okamžitou pružnou odezvu, prvky viskózní charakterizují časově závislé složky deformací. Viskoelastické modely lze použít pro popis relaxace napětí a creepu. Takzvaná lineární viskoelastická řešení řeší případy, kdy okamžitý účinek je přímo úměrný napětí [6, 7, 12]. Elastické prvky se znázorňují pružinou (obr. 4.2a) a platí pro ně Hookeův zákon (vzorce 4.1 a 4.4), prvky viskózní se znázorňují jako tlumič (obr. 4.2b) a platí pro ně Newtonův zákon (vzorce 4.8a – f).



Obr. 4.2. (a) Ideálně elastický prvek, (b) Ideálně viskózní prvek.

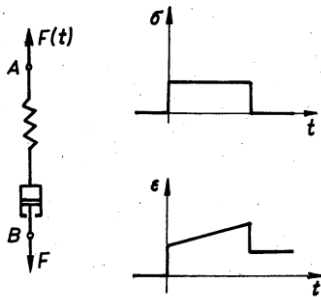
Pro modelování odezvy žhavé skloviny s viskozitou v rozmezí $10^5 - 10^{13}$ Pas je vhodné zejména **Maxwellovo těleso** (obr. 4.3), což je pružina a tlumič v sérii. V obou prvcích působí stejná síla a jejich deformace se sčítají. Pro napětí a přetvoření platí:

$$\sigma = \sigma_H = \sigma_N, \quad \varepsilon = \varepsilon_H + \varepsilon_N; \quad (4.13a,b)$$

index H znamená hookeovský, index N znamená newtonský. Výsledné přetvoření v tomto případě nelze počítat přímo, neboť napětí u viskózního prvku je přímo úměrné nikoliv přetvoření, ale jeho rychlosti. Základem pro řešení je proto výraz pro tuto rychlost,

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_H + \dot{\varepsilon}_N = \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (4.14)$$

Dále ukážeme odezvu Maxwellova tělesa pro creep a relaxaci napětí.



Obr. 4.3. Maxwellovo těleso. Creep při konstantním zatížení a po odlehčení.

1) Creep při $\sigma = \sigma_0 = \text{konst}$

Základní případ creepu při konstantním napětí je znázorněn na obr. 4.3 vpravo. V čase $t = 0$ je hmotný bod zavěšen na Maxwellovo těleso. Působí na ně silou F a vyvolá v něm napětí σ_0 . Pružina se okamžitě natáhne na délku odpovídající napětí σ_0 , a postupně se začne posouvat píst ve válci tlumiče. V čase t_0 bude působení síly náhle ukončeno. Časový průběh síly, resp. napětí je na obrázku znázorněn nahoře, a průběh deformování dole. Nárůst síly je okamžitý, podobně i její pokles na nulu po odlehčení. Deformace následující po okamžitém elastickém prodloužení narůstá přímo úměrně s časem, tím rychleji, čím vyšší je působící síla. Po pomnutí zatížení pomine elastická složka deformace, ale maximální trvalá složka zůstává beze změny. V tomto případě platí $d\sigma/dt = 0$, takže velikost relativního přetvoření, plynoucí ze vztahů (4.13) a (4.14) bude

$$\varepsilon(t) = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon(t)} d\varepsilon = \int_{t_0}^t \left(0 + \frac{\sigma_0}{\eta} \right) dt = \varepsilon_0 + \frac{1}{\eta} \sigma_0 (t - t_0), \quad (4.15)$$

což lze také zapsat jako

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[\frac{1}{E} + \frac{1}{\eta} (t - t_0) \right]. \quad (4.16)$$

Tento nárůst prodloužení v čase můžeme obecně vyjádřit jako:

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 J(t), \quad (4.17)$$

kde $J(t)$ je tzv. **creepová funkce**, která vyjadřuje časový průběh odezvy na jednotkové zatížení, $J(t) = \varepsilon(t)/\sigma_0$; je to např. výraz v hranaté závorce v (4.16).

2) Relaxace sil a napětí při $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{konst}$

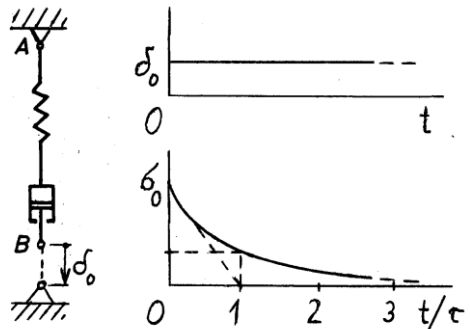
Situace je znázorněna na obr. 4.4. V čase 0 je volný konec pružiny posunut o δ_0 a upevněn. V prvním okamžiku zareaguje pouze pružina, takže se v tělese objeví síla F_0 a napětí σ_0 . Tlumič na skokový nárůst deformace nezareagoval, ale v důsledku působící síly jím kapalina začne protékat a jeho píst se začne pomalu posouvat. Tím se ale postupně zmenšuje roztahení pružiny a tedy i působící síla. Protože celková deformace zůstává konstantní, platí $d\varepsilon/dt = 0$. Po dosazení do diferenciální rovnice (4.14) dostaneme výraz

$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma = 0, \quad (4.18)$$

který po separaci proměnných přejde na tvar

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = - \frac{E}{\eta} dt. \quad (4.19)$$

Obr. 4.4. Maxwellovo těleso. Vpravo je průběh relaxace sil a napětí při konstantní (vnucené) deformaci [6].



Integrovaní tohoto výrazu v mezích 0, t , a σ_0 , $\sigma(t)$ dá

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = -\frac{E}{\eta} t . \quad (4.20)$$

Po odlogaritmování dostaneme

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E}{\eta} t\right) . \quad (4.21)$$

Argument u exponenciální funkce musí být bezrozměrový. A skutečně, rozměr podílu E/η je $\text{Nm}^{-2}/\text{Pa}\cdot\text{s} = \text{Pa}/\text{Pa}\cdot\text{s} = 1/\text{s}$, takže součin $t \times E/\eta$ je bezrozměrový. Převrácený výraz η/E má rozměr času a bývá označován jako **relaxační doba τ** . Vztah (4.21) můžeme proto také napsat ve tvaru

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-t/\tau) = \varepsilon_0 E \exp(-t/\tau) . \quad (4.22)$$

U Maxwellova tělesa tedy při vnucené deformaci relaxují síly a napětí podle exponenciální funkce (obr. 4.4 vpravo dole). Následující tabulka ukazuje jejich relativní pokles s časem.

Tabulka 4.1. Relaxace napětí u Maxwellova prvku při konstantní deformaci.

t/τ	σ/σ_0	$1 - \sigma/\sigma_0$
0	1	0
1	0,3685	0,6315
2	0,1353	0,8647
3	0,0499	0,9501
4	0,0183	0,9817
5	0,0067	0,9933

Po uplynutí doby, odpovídající relaxačnímu času τ (tj. $t = \tau$), poklesne síla (a napětí) na necelých 37% své původní hodnoty, v čase 2τ poklesne na necelých 14%, v čase 4τ je již nižší než 2% atd. Z praktických důvodů se někdy předpokládá, že po době delší než cca 4 až 5τ již viskoelastické efekty dozněly.

Relaxační doba τ se dá snadno měřit z rychlosti poklesu síly nebo napětí. Je proto užitečná pro praktické charakterizování viskoelastických látek, zejména u modelů složitějších, kde pojmy jako modul pružnosti a viskozita ztrácejí smysl.

Pokles napětí v čase, vzorec (4.21), můžeme obecně vyjádřit jako

$$\sigma(t) = \varepsilon_0 Y(t), \quad (4.23)$$

kde $Y(t)$ je tzv. **relaxační funkce**, která vyjadřuje časový průběh poklesu napětí, odpovídající jednotkovému přetvoření; $Y(t) = \sigma(t)/\varepsilon_0$.

K relaxaci napětí dochází při tzv. chlazení skla, které spočívá v ohřevu skla na určitou teplotu, výdrži na této teplotě až do zrelaxování podstatné část napětí, a poté pomalém ochlazení. Tímto způsobem jsou definovány také dva vztažné body na viskozitní křivce [10], zmíněné v kapitole 2:

Horní chladicí teplota (10^{12} Pas) je teplota, při níž vnitřní pnutí ve skle úplně zmizí v 15 minutách. Dolní chladicí teplota ($10^{13,5}$ Pas) je teplota, při níž se pnutí zmenší v 15 hodinách na 10%, tj. prakticky úplně. Pod dolní chladicí teplotou nelze sklo spolehlivě vychladit, tj. zbavit pnutí.

Literatura ke kapitole 4.

1. Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL, Praha, 1989. 600 s.
2. Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojnictví. SNTL, Praha, 1971. 376 s.
3. Černochoch, S.: Strojně technická příručka 1. SNTL, Praha, 1968. 1183 s.
4. Krutina, J.: Sbírká vzorců z pružnosti a pevnosti. SNTL, Praha, 1965. 240 s.
5. Young, W. C.: Roark's Formulas for Stress and Strain. McGraw-Hill, New York, 1989. 763 s.
6. Menčík, J.: Aplikovaná mechanika materiálů. Univerzita Pardubice, 2019, 196 s. Volně dostupné přes <https://e-shop.upce.cz/> a „e-publikace zdarma“.
7. Haddad, Y. M.: Viscoelasticity of engineering materials. Chapman and Hall, London, 1995. 378 pp.
8. Maštovský, O. Hydromechanika. SNTL, Praha, 1964. 320 s.
9. Menčík, J.: Viskoelastická analogie a její užití. Sklář a keramik, 29 (1979), č. 12, s. 364 – 367.
10. Volf, M. B.: Tepelné vlastnosti skel. SNTL, Praha, 1968, 204 s.
11. Mills, J. J., The viscoelastic response of glass during forming. Glass Technology, Vol. 14 (1973) No. 4, pp. 101 – 105.
12. Vítová, M.: Proces tvarování a reologické vlastnosti skla. Sklář a keramik, 55C (2006), s. 162 – 165.

5. Tvarování plochého skla

Hlavní technologie pro výrobu plochého skla (tažení, válcování a plavení) byly popsány v kapitole 1. Zde si všimneme teoretických základů jednotlivých tvarovacích procesů. Obecné rovnice tvarování viskózní skloviny byly popsány v kapitole 4. U konkrétních technologií se často zjednoduší. Zde nejprve uvedeme rovnice pro tažení pásu skloviny a ukážeme zajímavé souvislosti, jež z nich vyplývají. Ukážeme i výrobu plochého skla stékáním po rozplavovacím klínu a podrobněji si všimneme výroby plaveného skla Float. Situaci při válcování plochého skla popíšeme blíže v kapitole 7 o tvarování skla ve formách, protože jak tečení, tak i teplotní poměry jsou u obou procesů velmi podobné.

5.1 Základní rovnice pro tažení pásu skloviny

Žhavá sklovina je látka viskoelastická, kde deformace vyvolané zatížením mají obecně složku pružnou, která po jeho pomnutí vymizí, a složku viskózní, která je nevratná a s trváním zatížení narůstá. Při nižší viskozitě a nepřilíš vysokých rychlostech deformování můžeme složku elastickou zanedbat a uvažovat pouze deformace viskózní. I v tomto případě lze využít znalosti o chování pružných látek, neboť mezi odezvou obou druhů látek existuje podobnost (kap. 4). Při zkoumání deformování viskózního pásu při tažení můžeme vyjít z řešení odvozeného pro podobný pružný pás, s tím, že místo Youngova modulu pružnosti v tahu E použijeme tzv. viskozitu v tahu 3η , místo Poissonova čísla μ dosadíme hodnotu $1/2$. Místo poměrných prodloužení tak dostaneme rychlosti poměrného prodloužování. Analogie Hookeova zákona (4.1a – c) pro viskózní tělesa má potom tvar

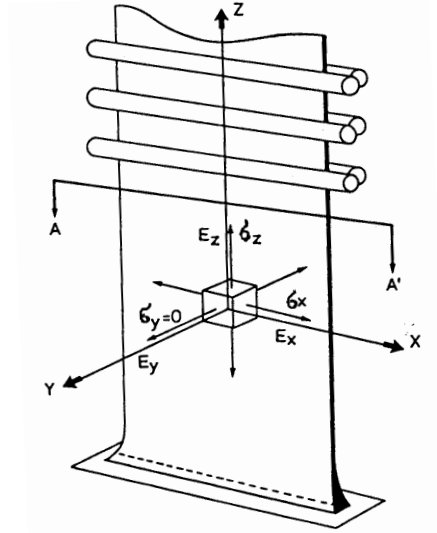
$$\dot{\varepsilon}_x = [\sigma_x - 1/2(\sigma_y + \sigma_z)]/(3\eta) = \sigma_x/3\eta - \sigma_y/6\eta - \sigma_z/6\eta, \quad (5.1a)$$

$$\dot{\varepsilon}_y = [\sigma_y - 1/2(\sigma_z + \sigma_x)]/(3\eta) = \sigma_y/3\eta - \sigma_z/6\eta - \sigma_x/6\eta, \quad (5.1b)$$

$$\dot{\varepsilon}_z = [\sigma_z - 1/2(\sigma_x + \sigma_y)]/(3\eta) = \sigma_z/3\eta - \sigma_x/6\eta - \sigma_y/6\eta. \quad (5.1c)$$

Zde se podíváme na hlavní případy, které se vyskytují při tažení pásu plochého skla, a to nejen při prvovýrobě, ale i při výrobě speciálních formátů přetvarováním plochého polotovaru. Obrázek 5.1 znázorňuje souřadný systém při vertikálním tažení; lze jej však užít i v případě, kdy skleněná tabule je vodorovná (např. Float).

Obr. 5.1. Souřadný systém x, y, z při tažení plochého skla vzhůru; normálová napětí $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$, a poměrná prodloužení $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ [1].



A) Tažná síla působí ve směru z , deformování v příčných směrech není ničím omezeno

Působí napětí σ_z , zatímco $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = 0$. Rovnice (5.1a) – (5.1c) přejdou na tvar

$$\dot{\varepsilon}_z = \sigma_z / (3\eta) \quad , \quad (5.2a)$$

$$\dot{\varepsilon}_x = \dot{\varepsilon}_y = -\sigma_z / (6\eta) \quad . \quad (5.2b)$$

Pás se prodlužuje ve směru z a současně se zužuje v obou příčných směrech (x, y). Relativní rychlosti zužování jsou poloviční než relativní rychlost prodlužování.

Poznámka. Je-li cílem tažení zmenšení tloušťky pásu, může být nepříjemné jeho současné zužování. Tomuto zužování se zpravidla brání přidržováním okrajů pásu.

B) Tažná síla působí ve směru z , deformování ve směru tloušťky (x) není ničím omezeno, ale v příčném směru y je znemožněno

Působí napětí σ_z , a dále platí $\sigma_y = 0$, $\dot{\varepsilon}_x = 0$. Pro tyto hodnoty přejdou rovnice (5.1a) – (5.1c) po úpravě na tvar

$$\dot{\varepsilon}_z = \sigma_z / (4\eta) \quad , \quad \dot{\varepsilon}_y = -\dot{\varepsilon}_z = -\sigma_z / (4\eta) \quad , \quad (5.3a, b)$$

$$\sigma_x = \frac{1}{2} \sigma_z \quad . \quad (5.3c)$$

To znamená: jsou-li drženy boční okraje, aby se zabránilo zužování taženého pásu, dochází ke zmenšování jeho tloušťky (viz $-\dot{\epsilon}_x$), a ve směru kolmém k okrajům (obr. 5.1) působí tahové napětí o poloviční velikosti než napětí σ_z , které způsobuje prodlužování pásu.

Poznámka. Přidržování okrajů pohybujícího se pásu žhavé skloviny lze docílit několika způsoby:

1. Je možno vytvořit chladnější okraje, které budou v důsledku vyšší viskozity dostatečně tuhé a budou bránit zužování pásu.
2. Na okraj pásu mohou působit kladky (z obou stran nebo přitlačované shora na pás skla Float), které svým vhodným natočením vyvozují sílu i kolmo ke směru jeho pohybu.
3. Jsou-li okraje skloviny dostatečně tekuté, mohou ulpět na bočních stěnách kanálu, ve kterém se pás pohybuje. Šířka pásu zde tedy bude konstantní.

Při zmenšování tloušťky skla jeho dodatečným protahováním je důležité, že se zmenšuje i kolísání tloušťky, a to ve stejném poměru, jako se zmenšila tloušťka.

Důsledky kolísání viskozity

Může jít o dva případy: kolísání viskozity podél taženého pásu a napříč jeho šířkou. V prvním případě bude kolísat tloušťka i šířka v souladu se vztahy (5.2) a (5.3); tloušťka v určitém místě z ale bude konstantní. Druhého případu si všimneme blíže.

Kolísání viskozity, způsobené nerovnoměrným rozložením teplot napříč šířkou pásu, tj. ve směru x , bude mít za následek kolísání tloušťky pásu ve směru y (obr. 5.1). Podle vztahu (5.3) je rychlost tečení v určitém místě přímo úměrná napětí a nepřímo úměrná viskozitě skla v tomto místě. Je-li celková šířka pásu skloviny udržována konstantní, pak po šířce působí stejná tahová síla a napětí. V místě s nižší viskozitou poteče ve směru x sklovina více. Ze vztahu (5.3b) vyplývá

$$\dot{\epsilon}_y = -\sigma_z / 4\eta \quad . \quad (5.4)$$

Poteče zde tedy více i ve směru tloušťky pásu, což se v něm projeví jako pruhy o menších tloušťkách. Je proto třeba vždy usilovat o homogenní rozložení teploty napříč šířkou pásu.

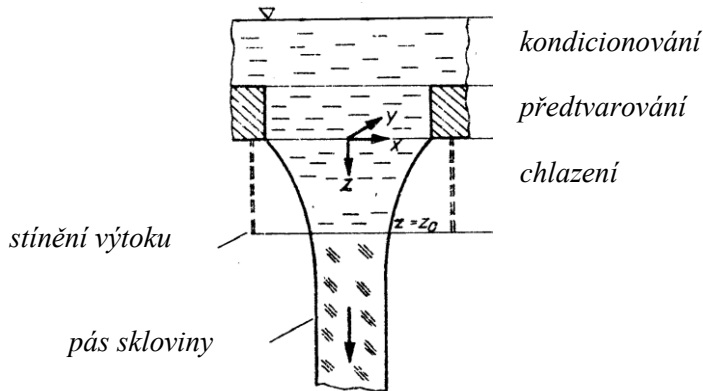
Nyní si všimneme poměrů u jednotlivých technologií.

5.2 Tažení skla směrem vzhůru

Situace je znázorněna na obr. 5.1. Síla ve směru tažení je rovna tíze skloviny pod vyšetřovaným místem, a lze použít rovnice (5.1a – c). Více lze najít v [1 – 7].

5.3 Tažení skla směrem dolů

Situace je na obr. 5.2. Síla působící v pásu ve směru tažení je rovna tíze příslušné části pásu pod vyšetřovaným místem [8]. Opět lze užít vztahy (5.1a – c).



Obr. 5.2. Výtok skloviny a vznik pásu při tažení dolů.

5.4 Výroba plochého skla stékáním po rozplavovacím klínu

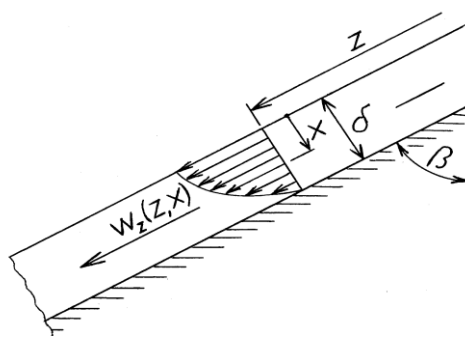
V řadě případů dochází ke stékání žhavé skloviny po stěně. Je tomu tak například při výrobě plochého skla stékáním po rozplavovacím klínu dle obr. 1d [1, 2, 9]. Sklovina ale stéká i po válcové píšťale při výrobě trubíc procesem Danner, anebo po kuželovém trnu či vnitřním povrchu trubky u některých dalších technologií pro výrobu trubíc, ale i po palicovém naběračku. Základní představu dostaneme z rovnic pro ustálené stékání vrstvy viskózní kapaliny po rovné stěně [11]. Předpokládáme, že kapalina je homogenní a izotropní a lpí na stěně, která může obecně být šikmá.

Stékání po šikmé stěně

Situace je znázorněná na obr. 5.3. Platí-li Newtonův zákon mezi smykovým napětím a rychlostí w_z tečení ve směru z :

$$\tau_{xz} = \eta \frac{dw_z}{dx}, \quad (5.5)$$

Obr. 5.3. Stékání po šikmé stěně.



bude rozložení rychlostí napříč vrstvou (tj. ve směru x) při ustáleném laminárním tečení parabolické [11]:

$$w_z = \frac{\rho g \delta^2 \cos \beta}{2\eta} \left[1 - \left(\frac{x}{\delta} \right)^2 \right]; \quad (5.6)$$

η je dynamická viskozita a ρ je hustota kapaliny, g – tíhové zrychlení, δ – tloušťka vrstvy, x je hloubka vyšetřovaného místa pod povrchem, a β je úhel mezi stěnou a svislicí. Maximální rychlost na povrchu ($x = 0$), je

$$w_{z, \max} = \frac{\rho g \delta^2 \cos \beta}{2\eta} . \quad (5.7)$$

Průměrná rychlost je rovna dvěma třetinám rychlosti maximální. Průtokové množství (za jednotku času) při šířce vrstvy b je

$$Q = \frac{\rho g b \delta^3 \cos \beta}{3\eta} . \quad (5.8)$$

Maximální rychlosti a průtok jsou při $\beta = 0$, tj. při svislé stěně. Tloušťka vrstvy, odpovídající průtočnému množství Q , je

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3\eta Q}{\rho g b \cos \beta}} . \quad (5.9)$$

Závisí-li viskozita na teplotě a je-li teplota proměnlivá napříč vrstvou, jsou výpočty složitější a je nutné numerické řešení.

Ještě si všimneme případu, kdy stěna, na které lpí sklovina, je náhle uvedena do pohybu. Situace odpovídá vzdáleně začátku činnosti některých dávkovačů, například palicového naběráku. I když tento dávkovač rotuje, vzniká mezi jeho obvodem a sklovinou tečné napětí, které uvádí dosud klidnou sklovinu do pohybu.

Pro pohyb viskózní kapaliny ve směru z tečny ke stěně platí diferenciální rovnice

$$\frac{\partial w_z}{\partial t} = \nu_\eta \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2}, \quad (5.10)$$

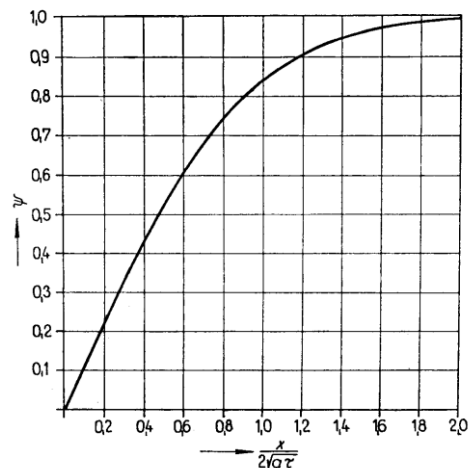
kde $\nu_\eta = \eta/\rho$ je kinematická viskozita (m^2/s). Počáteční a okrajové podmínky jsou následující: pro $t \leq 0$ je $w_z = 0$ pro všechna x , a pro $t \geq 0$ je rychlost stěny $w_z(x=0) = w_0$. Ve veliké vzdálenosti od stěny se kapalina nepohybuje, $w_z(x \rightarrow \infty) = 0$. Pro tyto podmínky má rovnice (5.10) řešení

$$\frac{w_z}{w_0} = 1 - \operatorname{erf} \frac{x}{\sqrt{4\nu_\eta t}}, \quad (5.11)$$

kde erf je tzv. chybová funkce (Gaussův integrál chyb, obr. 5.4), která je dostupná v běžných univerzálních programech. Je-li směr pohybu z svislý, takže na sklovinu působí ještě gravitace, je výsledné řešení [12]:

$$w_z = w_0 \left(1 - \operatorname{erf} \frac{x}{\sqrt{4\nu_\eta t}} \right) - \frac{1}{2} \frac{g}{\nu_\eta} x^2. \quad (5.12)$$

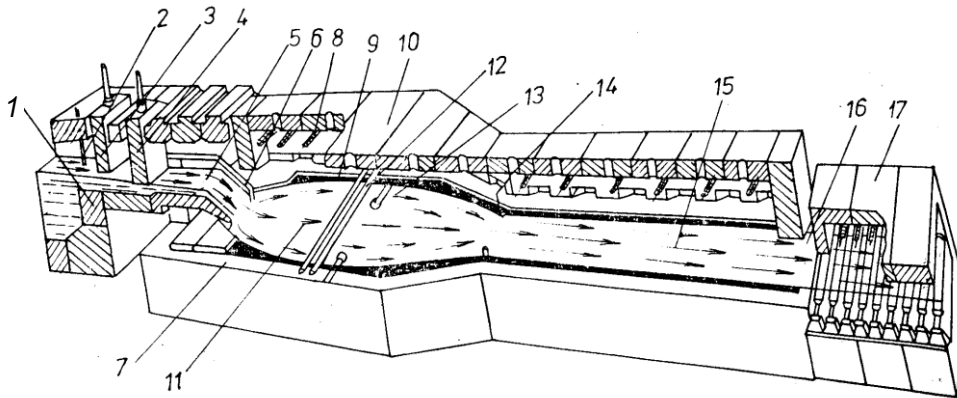
Obr. 5.4. Chybová funkce $\psi = \operatorname{erf}(y)$; [13].



5.5 Plavené sklo (Float)

Převážná většina plochého skla se dnes vyrábí způsobem Float neboli plavením [14 – 17]. Tato technologie, která zajišťuje velmi vysokou rovinnost a kvalitu povrchu skleněného pásu, spočívá v tom, že roztavená sklovina natéká nepřetržitě z vany na lázeň roztaveného cínu, plave na ní a pomalu se pohybuje jako pás (obr. 5.5 a obr. 1.1/4). Po získání požadované tloušťky a správné tuhosti je skleněný pás mírně zdvihnut nad okraj vany s cínem a po válečkové dráze je veden do chladicí pece. Po jejím opuštění je řezán na požadované rozměry.

Protože hladina cínové lázně je perfektně rovinná, je rovný a hladký i spodní povrch skloviny (a také hořejší). Tím odpadl proces broušení, které bylo nákladné a



Obr. 5.5. Výroba plaveného skla Float [3]: č. 5 – nátok skloviny na cínovou lázeň, č. 12 – příhřev skloviny, č. 13 – kladky pro vyvození tahu v pásu.

zvyšovalo odpad. Kvalita běžného okenního skla float je mnohem lepší než u dřívější výroby Fourcaultovým způsobem. Protože ale technologie plavení je velmi náročná z hlediska použitých materiálů a regulace, byla realizována až v druhé polovině dvacátého století. V současné době se ve světě používají její dvě varianty: podle firmy Pilkington Brothers (PB) a podle firmy Pittsburgh Plate Glass (PPG). Obou případů si všimneme blíže.

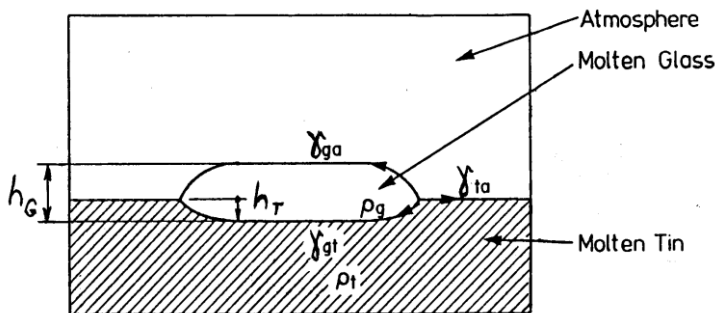
Výroba podle patentu Pilkington Brothers

Roztavená sklovina natéká na cínovou lázeň přes speciální nátokový kámen (obr. 5.5, pozice 5, a obr. 1.1/4). U plaveného skla je základním pojmem tzv. **rovnovážná tloušťka**. Sklo má menší hustotu než cín, takže na lázni plave. Pokud

nepůsobí vnější síly, sklovina se rozlije na hladině cínu a vytvoří zde „kaluž“, která bude mít určitou, tzv. rovnovážnou tloušťku. Kdybychom přilili více skloviny, kaluž by se zvětšila, ale její tloušťka by se nezměnila. Rovnovážná tloušťka je výslednicí působení sil gravitačních a sil povrchového napětí.

Situace je znázorněna na obr. 5.6, kde je naznačen příčný řez pásem skla s působícími silami. Hydrostatický tlak ve sklovině vyvozuje ve vodorovném směru sílu $F_G = \frac{1}{2} g \rho_G h_G b h_G$, kde g je tíhové zrychlení, ρ_G je hustota skla, b je šířka pásu a h_G jeho rovnovážná tloušťka. (Tlak roste lineárně s hloubkou pod hořejším povrchem; jeho průměrná hodnota je $\frac{1}{2} g \rho_G h_G$ a působí na plochu $b h_G$.) V opačném směru působí tlak cínové lázně na ponořenou část skleněného pásu o výšce h_T . Odpovídající síla je $F_T = \frac{1}{2} g \rho_T h_T b h_T$. (Index T je první písmeno slova tin (cín), index G je ze slova glass (sklo).) Podle Archimedova zákona je těleso ponořené do kapaliny nadlehčováno silou rovnající se tíze kapaliny tělesem vytlačené, takže mezi tloušťkou pásu a hloubkou ponoření platí relace $h_G \rho_G = h_T \rho_T$. Hloubku ponoru můžeme vyjádřit jako $h_T = h_G (\rho_G / \rho_T)$. Rozdíl sil F_G a F_T se snaží o rozšiřování (roztékání) pásu. Proti tomu působí výslednice sil povrchových napětí. V našem případě působí povrchové napětí mezi sklem a atmosférou v peci, γ_{GA} , a mezi sklem a cínovou lázní, γ_{GT} , a v opačném směru působí povrchové napětí mezi lázní a atmosférou v peci, γ_{TA} . Všechna tato napětí působí v šířce pásu b , takže jejich výslednice je $b(\gamma_{GA} + \gamma_{GT} - \gamma_{TA})$. Při rovnováze platí [1, 14]

$$b(\gamma_{GA} + \gamma_{GT} - \gamma_{TA}) - \frac{g \rho_G h_G}{2} b h_G + \frac{g \rho_T h_T}{2} b h_T = 0 \quad (5.16)$$



Obr. 5.6. Rovnovážná tloušťka h_G skla Float; působení povrchových napětí γ ; indexy vyjadřují stýkající se prostředí: g - sklo, t - cín, a - atmosféra nad lázní

Vyjádříme-li hloubku ponoru pásu skloviny do cínové lázně jako $h_T = h_G(\rho_G/\rho_T)$, můžeme rovnici (5.16) upravit na tvar

$$(\gamma_{GA} + \gamma_{GT} - \gamma_{TA}) - \frac{g}{2} h_E^2 \left(\rho_G - \rho_T \frac{\rho_G^2}{\rho_T^2} \right) = 0. \quad (5.17)$$

Z této rovnice po úpravě dostaneme vztah pro rovnovážnou tloušťku pásu skloviny:

$$h_E = \sqrt{\frac{2(\gamma_{GA} + \gamma_{GT} - \gamma_{TA})}{g \rho_G \left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_T} \right)}}. \quad (5.18)$$

Pro sodnovápenaté sklo Float jsou jednotlivé hodnoty při výrobních teplotách přibližně [5]: $\rho_G = 2350 \text{ kg/m}^3$, $\rho_T = 6500 \text{ kg/m}^3$, $\gamma_{GA} = 0,35 \text{ N/m}$, $\gamma_{GT} = 0,5 \text{ N/m}$, $\gamma_{TA} = 0,35 \text{ N/m}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Po jejich dosazení do rovnice (5.18) dostaneme, že odpovídající rovnovážná tloušťka pásu je $h_G = 0,006896 \text{ m} \approx 6,9 \text{ mm}$.

Stavebnictví, automobilový průmysl i další odvětví ale často potřebují ploché sklo jiných tlouštěk. Skla běžných oken mají tloušťku okolo 3 mm, výkladní skříně jsou naopak tlustší. Technologii Float se vyrábějí skla o tloušťkách zhruba od 2 do 20 mm (šířky pásu bývají do cca 3 m). Tenčí skla se získávají tak, že pomalu se posouvající pás skla v cínové lázni je po dosažení rovnovážné tloušťky znovu přihrát, aby jeho viskozita klesla a bylo možno jej protahovat. To se uskutečňuje pomocí řady kladek přitlačovaných shora na okraje pásu (obr. 5.5, pozice 13). Obvodová rychlost těchto kladek musí být vyšší než rychlost pohybu pásu v místě rovnovážné tloušťky, a musí být přizpůsobena tomu, jak se rychlost pásu postupně zvyšuje s jeho klesající tloušťkou. Účinkem tažné síly se zmenšuje tloušťka pásu, a pokud by nebylo učiněno žádné opatření, zmenšovala by se i jeho šířka. Kvůli zachování konstantní šířky bývají osy kladek poněkud natočené (obr. 5.5), aby vyvodily i tahovou sílu v příčném směru.

Pro výpočet změn rychlosti, resp. délky ve směru tažení a v příčných směrech lze použít rovnice (5.1) – (5.3).

Skla o větší tloušťce než je rovnovážná je možné vyrábět podobným způsobem s tím, že pomocné kladky nyní pás skloviny brzdí; takže jejich obvodová rychlost je nyní menší než rychlost tažení. Jinou možností je použití bočních hradítek u nátoku skloviny, které zabrání, aby se její proud roztekl na šířku odpovídající rovnovážné tloušťce.

Poznámka. Jedním zdrojem zejména optických vad skel jsou zrnka písku nebo kaménky, které se do skloviny mohou dostat z vyzdívky sklářské pece. U patentu firmy Pilkington Brothers (PB) proto roztavená sklovina natéká na cínovou lázeň přes speciální nátokový kámen (obr. 1.1/4), tvarovaný tak, aby proudění skla v těchto místech unášelo případné nečistoty a nehomogenity k okrajům pásu, které se pak odřezávají. Tvar nátoky je výsledkem dlouhé řady zkoušek. Vývoj procesu Float začal kolem roku 1950, ale až v roce 1958 začala pokusná pec dávat sklo vyhovující kvality. Firma PB tehdy uveřejnila v novinách celostránkový inzerát, informující o tomto úspěchu britské vědy a techniky. Následně udělali generální opravu pece, protože vyzděné části již byly ve špatném stavu. Jaké ale bylo jejich zklamání, když sklo z opravené pece bylo opět špatné, s nečistotami. Při mnohých předchozích úpravách došlo totiž k určitému zborcení nátoky, které bylo náhodou tak příznivé, že usměrňovalo proudění nečistot k okrajům pásu. Nové vyzdění nátoky ale odstranilo toto příznivé zborcení a skláři měli stejné problémy jako dříve. Bylo nutno učinit ještě mnoho pokusů; tenkrát s modelovými kapalinami, protože počítačové modelování v té době ještě nebylo možné. Problémy byly definitivně vyřešeny až v roce 1960, a pak již následovalo vítězné tažení této technologie světem.

Výroba podle patentu Pittsburgh Plate Glass

U systému PPG vytéká sklovina ze sklářské vany na cínovou lázeň štěrbinou v hradítku o stejné šířce, jako má požadovaný pás. Tvarování zde tedy neprobíhá ve dvou stupních (vytvoření kaluže o rovnovážné tloušťce a následující protahování pro získání požadované tloušťky), ale pouze v jednom. To je umožněno tím, že jsou použity vysoce kvalitní žáruvzdorné materiály, ze kterých se žádné kamínky neuvolňují.

Výhodou je, že laminární tok skloviny byl vytvořen již v kondicionéru pece, a že šířka pásu je po celé délce stejná, takže nedochází k žádnému proudění v příčném směru, které by mohlo narušovat optickou kvalitu pásu. Výška štěrbin, kterou natéká sklovina na cínovou lázeň, je mnohem menší než u systému PB. Je proto nezbytná důkladná kontrola nastavení hradítka.

I u této technologie platí pro pás skloviny rovnice z kapitoly 5.1.

U obou technologií, PB i PPG, je důležité zabránit oxidaci cínové lázně. To je zajištěno použitím atmosféry tvořené směsí dusíku a vodíku.

K dalšímu studiu problematiky výroby a použití plochého skla doporučujeme kromě již citovaných prací také [18 – 27].

Poznámka. Při využívání viskoelastické analogie doporučujeme čtenáři přečíst si kapitolu 10 o využití teorie podobnosti. Včasné provedení kontroly rozměrů při odvozování různých vztahů může ušetřit pozdější zklamání.

Literatura ke kapitole 5

1. Hynd, W. C.: Flat Glass Manufacturing Processes. Chapter 2 (pp. 46 – 106) v: Uhlmann, D. R. and Kreidl, N. J.: Glass Science and Technology, Vol. 2: Processing I. Academic Press, Inc., London, 1984.
2. Belda, J.: Sklářské a keramické stroje I. VŠST, Liberec, 1991. 285 s.
3. Petrášová, H. a kol.: Technologie skla. SNTL, 1984. 240 s.
4. Kolektiv: Tvarování plochého skla. SNTL, Praha, 1974. 312 s.
5. Hlaváček, J.: Sklářské stroje. SNTL, Praha, 1982. 183 s + 24 stran příloh.
6. Gelder, D.: The basis of upward sheet drawing. Glass Technology, 18 (1977) No. 6, pp. 178 – 180.
7. Goerk, H.: Tažení plochého skla. SNTL, Praha, 1966, 448s.
8. Kučera, J., Schovanka, F., Baloun, J.: Down drawing of flat glasses. In: Glass 89. XV Int. Congress on Glass, Leningrad, 1989, Vol. 3b, pp. 155 – 160.
9. Huey-Jiuan Lin, Fu-Yueng Hsu, Wei-Kuo Chang: Effect of Isopipe Temperature on the Glass Sheet Forming for Overflow Fusion Process by Numerical Simulation. Advanced Materials Research, Vols. 39 – 40 (2008) pp. 517 – 522.
10. Nölle, G.: Technik der Glasherstellung. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1977, 200 s.
11. Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N.: Přenosové jevy. Academia, Praha, 1968. 800 s.
12. Mrkva, F.: Množství skloviny nabratelné kulovým naběrákem. Sklář a keramik, 28 (1978), s. 269 – 271.
13. Smrček, A.: Strojní tvarování skla. SNTL, Praha, 1981, 328 s.
14. Pilkington, L. A. B.: The float glass proces. Review Lecture. Proc. Roy. Soc. Lond. A 314 (1969), 1 – 25.
15. Nascimento, M. L. F.: Brief history of the flat glass patent – Sixty years of the float proces. World Patent Information 38 (2014) 50 – 56.

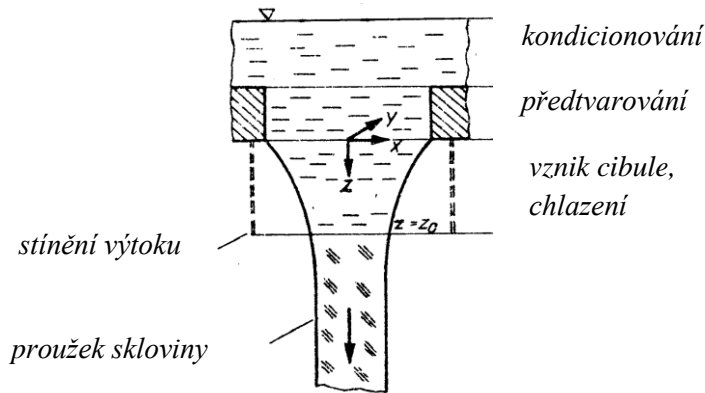
16. Narayanaswamy, O. S.: A One-Dimensional Model of Stretching Float Glass. *J. Amer. Ceram. Soc.*, Vol. 60 (1977), No. 1 - 2, pp. 1 – 5.
17. Narayanaswamy, O. S.: Computer Simulation of Float Glass Stretching. *J. Amer. Ceram. Soc.* 64 (1981), No. 11, pp. 666 – 670.
18. Popovič, Š.: Výroba a zpracování plochého skla. Grada, Praha, 2009, 2012. Existuje verze tištěná i elektronická (PDF). 256 s.
19. Bourne, D. E., Marshall, E. A.: „Roll-out“ mechanics of glass sheet manufacture - I. Computational solutions for the elasto-viscous régime. *Int. J. Engng Sci.*, 24 (1986) No. 1, pp. 119 – 134.
20. Rekhson, S., Wang, Y., Wang, H. P.: Computer Modelling of Glass Flow in Ribbon Process. *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, 11 (1990) No. 1 – 2, pp. 196 – 204.
21. Worsdell, W. J.: World lamp manufacturers can now make their own 'ribbon' bulbs. *Glass International*, 55 (1979), No. 9, pp. 6 – 7.
22. Mrkva, F.: Chlazení pásu válcovaného skla s předtvarovanými polotovary. *Sklář a keramik*, 31 (1981), s. 161 – 164.
23. Novotný, F., Matoušek, I.: Porovnání výsledků měření a numerické simulace během gravitačního tvarování plochého skla. XV. Mezinár. věd. symposium TU Liberec - TU Dresden, 13. - 15. 9. 2005, s. 43.
24. Popovič, Š., Novotný, F.: Metody počítačové simulace v procesech výroby a zpracování plochého skla. *Sklář a keramik*, 56 (2006), č. 9, s. 168 – 172.
25. Starý, M.: Numerické a experimentální modelování gravitačního modelování plochého skla. Česká a slovenská konference o skle, Luhačovice 10. – 11. listopadu 2005. *Sklář a keramik*, 55C, s. 137 – 138.
26. Williams, J. H.: The numerical modelling of glass forming processes. *Collected papers. XIV Int. Congr. on Glass*, New Delhi, 1986. pp. 138 – 145.
27. Groot, J.A.W.M., Mattheij, R.M.M., Laevsky, K.Y.: Mathematical Modelling of Glass Forming Processes. In: *Lecture Notes in Mathematics (Springer)*, November 2010, pp. 1 – 56.

6. Tvarování tyčí a trubic

Technologie tažení tyčí a trubic byly stručně popsány v kapitole 1.2. Nyní si všimneme blíže mechanických procesů při jejich tvarování. Pro zjednodušení se omezíme na situaci při konstantní teplotě.

6.1 Tvorba proužku skloviny

Situace u výtoku z dávkovače při tažení dolů je znázorněna na obr. 6.1. Po opuštění výtokového otvoru se proud skloviny zužuje a tvoří tzv. cibuli. Ve vzdálenosti z_0 od výtoku jsou již rozměry průřezu ustálené a rychlost napříč průřezem stejná.



Obr. 6.1. Výtok skloviny a vznik proužku.

Zde ukážeme, jak se mění průřez cibule se vzdáleností od výtoku až k z_0 . Působící osovou silou v řezu $0 < z < z_0$ je tíha části cibule pod vyšetřovaným místem,

$$G(z) = \rho g \int_z^{z_0} A(z) dz, \quad (6.1)$$

kde ρ je hustota skloviny (kg/m^3), g je tíhové zrychlení, a $A(z)$ je plocha příčného řezu (m^2) v místě z . Průtočné množství \dot{m} (kg/s) je dáno vztahem

$$\dot{m} = \rho A(z) w_{\text{stř}}(z); \quad (6.2)$$

$w_{\text{stř}}(z)$ je střední rychlost skloviny (m/s) v místě z . Na základě rovnice kontinuity

odvodil Schmöcker [1, 2] obecný výraz pro průřez:

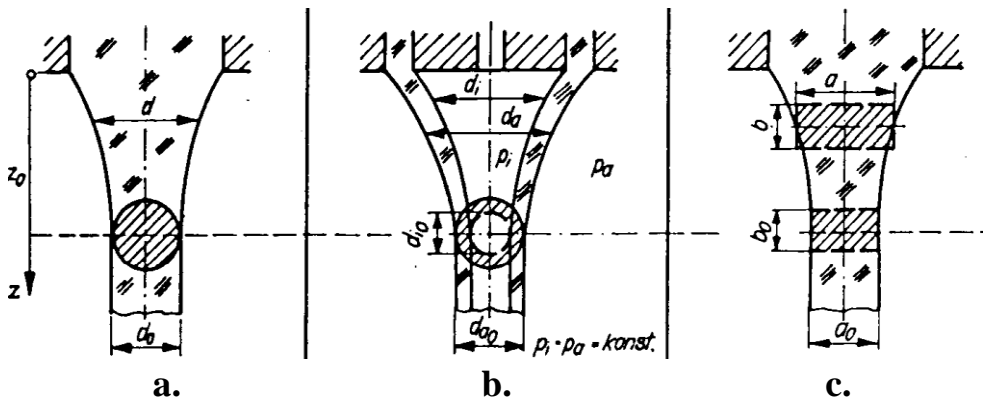
$$A(z) = \frac{\rho g \int_z^{z_0} A(z) dz}{3\eta \frac{dw}{dz}} \quad (6.3)$$

Řešení této integrodiferenciální rovnice je [1, 2]

$$A(z) = \frac{A_0}{\cos^2 \left[\rho \sqrt{\frac{g A_0}{6 \dot{m} \eta}} (z_0 - z) \right]} \quad (6.4)$$

a platí pro $0 \leq z \leq z_0$ a pro výraz v hranaté závorce menší než $\pi/2$.

Pro proužek kruhového průřezu o průměru $d(z)$ platí $A(z) = \pi d(z)^2/4$. S výjimkou blízkého okolí výtoku ($0 \leq z \leq 0,15 d_D$), se průběh průměru proužku dobře shoduje s průběhem zjištěným pomocí modelové kapaliny [1, 2]; d_D je průměr výtokového otvoru.



Obr. 6.2. Výtok skloviny pro průřez: a) kruhový, b) trubice, c) obdélníkový

Na obr. 6.2 a,b,c jsou znázorněny proužky skloviny pro tři různé tvary: kruh, mezikruží a obdélník. Vztahy pro průměr nebo šířku jsou následující [1, 2]:

a) Kruhový průřez:

$$d(z) = \frac{d_0}{\cos \left[\rho d_0 \sqrt{\frac{g \pi}{24 \dot{m} \eta}} (z_0 - z) \right]} \quad (6.5)$$

b) Mezikruhový průřez:
$$d_e(z) = \frac{\sqrt{(d_e^2 - d_i^2)_0}}{\sqrt{1-s} \cos \left[\sqrt{\frac{\rho^2 g \pi (d_e^2 - d_i^2)_0}{24 \dot{m} \eta}} (z_0 - z) \right]}, \quad (6.6)$$

$$d_i(z) = \frac{\sqrt{s(d_e^2 - d_i^2)_0}}{\sqrt{1-s} \cos \left[\sqrt{\frac{\rho^2 g \pi (d_e^2 - d_i^2)_0}{24 \dot{m} \eta}} (z_0 - z) \right]}, \quad s = \left(\frac{d_i}{d_e} \right)^2 = \text{const.}$$

c) Obdélníkový průřez:
$$a(z) = \frac{B \sqrt{a_0 b_0}}{\cos \left[\rho \sqrt{\frac{g a_0 b_0}{6 \dot{m} \eta}} (z_0 - z) \right]}, \quad (6.7)$$

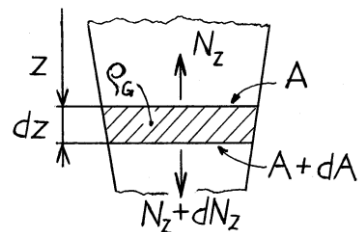
$$b(z) = \frac{\sqrt{a_0 b_0}}{B \cos \left[\rho \sqrt{\frac{g a_0 b_0}{6 \dot{m} \eta}} (z_0 - z) \right]}, \quad B^2 = \frac{a}{b} = \text{const.}$$

Nyní se zaměříme na poměry při tažení tyčí a trubic ve vzdálenosti větší než z_0 .

6.2 Tažení tyčí

Na obr. 6.3 je znázorněn krátký element tyče a síly, které na něj působí. V řezu „ z “ to je osová síla N_z , v řezu „ $z + dz$ “ působí síla $N_z + dN_z$. Dále se může uplatňovat vlastní tíha elementu, $\rho_G g Adz$, kde ρ_G je hustota materiálu tyče a A je plocha jejího průřezu. Pokud se průměr tyče výrazněji mění, má řez „ z “ plochu A a řez „ $z + dz$ “ plochu $A + dA$. (Při tažení vzhůru je situace obdobná).

Obr. 6.3. Element tyče a působící síly; $dN_z = \rho g Adz$.



Nejprve uvažujeme pouze osovou tahovou sílu F a konstantní viskozitu η v celém průřezu. V tomto nejjednodušším případě je rychlost poměrného prodlužování tyče v osovém směru z rovna

$$\dot{\epsilon}_z = F/(3\eta A) = \sigma_z / 3\eta = \sigma_z / \lambda ; \quad (6.8)$$

Pro nestlačitelnou sklovinu bylo užito Poissonovo číslo $\mu = 1/2$; viz vztahy (4.5) a (4.7). S prodlužováním se současně zvětšuje průměr tyče relativní rychlostí

$$\dot{\epsilon}_r = -\sigma_z / 6\eta . \quad (6.9)$$

Znaménko mínus říká, že se průměr tyče zmenšuje, a to poloviční relativní rychlostí, než se zvětšuje její délka. Například tyč o délce $L = 1\text{ m}$, průměru $D = 20\text{ mm}$ ($A = 314 \times 10^{-6}\text{ m}^2$) a viskozitě $\eta = 10^7\text{ Pas}$ se při zatížení silou $F = 1000\text{ N}$ bude prodlužovat relativní rychlostí

$$\dot{\epsilon}_x = 1000/(314 \cdot 10^{-6} \times 3 \times 10^7) = 0,106157\text{ s}^{-1},$$

takže rychlost celkového prodlužování bude $v = L \dot{\epsilon}_z = 1 \times 0,10657 = 0,106\text{ m/s}$, což je 106 mm/s . V příčném směru se bude zužovat relativní rychlostí $\dot{\epsilon}_r = \dot{\epsilon}_z/2 = -0,05308\text{ s}^{-1}$, čemuž odpovídá rychlost zmenšování průměru $1,06\text{ mm/s}$.

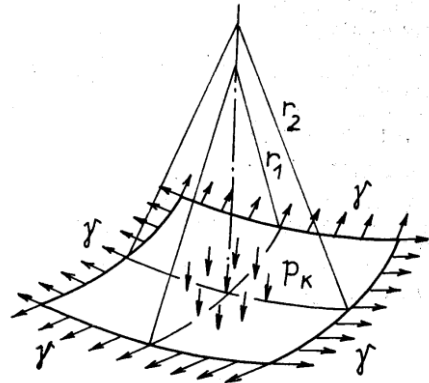
Pokud by se tyč prodlužovala pouze účinkem vlastní tíhy, bude rychlost jejího prodlužování

$$\dot{L} = \frac{1}{2} \frac{\rho g L}{3\eta} = \frac{2350 \times 9,81 \times 1}{2 \times 3 \times 10^7} = 0,0003842\text{ m.s}^{-1} = 0,384\text{ mm/s} . \quad (6.10)$$

Někdy je nutno uvažovat i síly povrchového napětí γ_{GA} (obr. 6.4). Ty působí jednak ve směru osovém i obvodovém. U oblých tvarů vyvolávají kromě toho ve směru kolmém k povrchu kapilární tlak p_k , pro který platí tzv. Laplaceova rovnice [3]:

$$p_k = \gamma_{GA} (1/r_1 + 1/r_2) ; \quad (6.11)$$

r_1 a r_2 jsou poloměry křivosti povrchu tyče ve vyšetřovaném místě ve směru



Obr. 6.4. Rovnováha sil povrchového napětí γ a kapilárního tlaku p_k .

obvodovém (r_1) a osovém (r_2). Pro válcovou tyč o poloměru $R = D/2$ je $1/r_2 = 0$, a kapilární tlak je $p_k = \gamma_{GA} / R$.

Působí-li současně vlastní tíha a další osová tahová síla, je výsledná rychlost deformování rovna součtu rychlostí od jednotlivých zatížení, a celková deformace je rovna součtu obou deformací.

6.3 Síly a deformace při tažení trubic

Nepůsobí-li na vnitřní nebo vnější povrch trubice žádný tlak, tzn. jestliže působí pouze síly v osovém směru, jsou poměry, týkající se prodlužování a změny průměru, stejné jako při tažení tyčí. U tenkostěnné trubice se vnitřní průměr při tažení zmenšuje ve stejném poměru jako průměr vnější, a podobně se zmenšuje i tloušťka stěny.

Působí-li uvnitř trubice přetlak vůči okolnímu tlaku, dochází navíc ke zvětšování jejího průměru a zmenšování tloušťky stěny. Při relativně malých tloušťkách stěny vzhledem k průměru lze vypočítat střední obvodové napětí podle vztahu [3]:

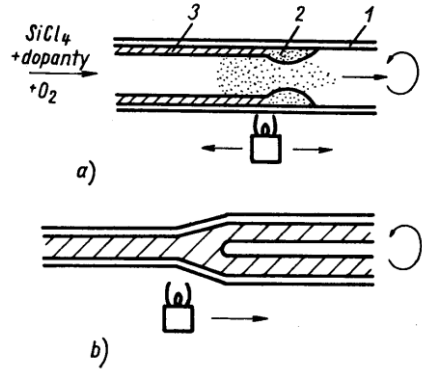
$$\sigma_i = pR/t, \text{ resp. } \sigma_i = (p_i r_i - p_e r_e) / (r_e - r_i); \quad (6.12)$$

index i označuje vnitřní a index e vnější povrch trubice. Je-li tlak uvnitř menší než vně, působí ve stěně tlakové napětí, a průměr trubice se bude zmenšovat.

Nyní se všimneme zvláštního případu, kdy trubice je ohřáta, ale nepůsobí v ní ani osová síla ani vnitřní přetlak. Účinkem povrchového napětí se začne průměr zmenšovat, a za extrémních podmínek dutina úplně vymizí; dochází k tzv. **kolapsu** trubice [5, 6]. Tohoto jevu se využívá při výrobě světlovodných vláken. Pro zajištění co nejmenších ztrát při přenosu záření musí mít vlákno z křemenného skla přesný obsah dopujících prvků a jeho složení se musí v radiálním směru měnit předepsaným způsobem. Vyrábí se tak, že nejprve se na vnitřní povrch trubice z křemenného skla (průměr cca 30 mm) nanáší procesem CVD velice tenké vrstvy speciálních materiálů, zaručujících požadované chemické složení (obr. 6.5). Po získání potřebné vrstvy se tato trubice uvede do rotace a velmi pomalu se posouvá podél lokálního zdroje tepla. V ohřáté oblasti se její průměr zmenšuje (obr. 6.5 dole). Po několikerém proběhnutí smršťovacího cyklu dutina úplně vymizí. Vznikne tak tyčovitý ingot (preforma), ze kterého se následně vytahuje kontinuální světlovodné vlákno (viz též kap. 7).

Obr. 6.5. Výroba světlovodných vláken.

- a) Vytváření vrstev na vnitřním povrchu trubice z SiO₂ procesem CVD.
 b) přeměna trubice na tyčinku [5].



Poznámka. Podobná technologie, tažení trubiček z ingotů vytvořených navrstvením několika žhavých skel různých barev, se již velice dlouho používá při výrobě některých bižuterních perliček, tzv. rokajlu.

6.4 Stékání po válcovém povrchu

Při výrobě trubic způsobem Danner (obr. 1d) se na válcové píšťale, skloněné od vvislice o úhel β (podobná situace je na obr. 5.3) a rotující vhodnou rychlostí kolem své osy, vytvoří přibližně rotačně symetrická vrstva viskózní skloviny, která pomalu stéká podél osy válce [4, 7]. Pro průtočné množství platí vztah [7]

$$Q = \frac{\pi \rho^2 g R^4 \cos \beta}{8\eta} \left\{ \mp 1 \pm 4 \left(1 \pm \frac{\delta}{R} \right)^2 \pm 4 \left(1 \pm \frac{\delta}{R} \right)^2 \left[\ln \left(1 \pm \frac{\delta}{R} \right) - \frac{3}{4} \right] \right\}. \quad (6.13)$$

Hořejší znaménka platí pro vnější vrstvu (způsob Danner), dolní by platila pro vrstvu uvnitř válce. Je-li tloušťka vrstvy δ malá proti poloměru válce R , platí přibližně [7]

$$Q = \frac{2\pi \rho^2 g R^4 \cos \beta}{3\eta} \left(\frac{\delta}{R} \right)^3. \quad (6.14)$$

Při daném poloměru válce R a průtočném množství Q je tloušťka vrstvy δ tím větší, čím vyšší je viskozita a čím větší je sklon osy válce:

$$\delta = R^3 \sqrt[3]{\frac{3Q\eta}{2\pi \rho^2 g R^4 \cos \beta}}. \quad (6.15)$$

Vrstva stékající po kuželovém povrchu

Na pevné kuželové ploše, jejíž osa je odkloněná od svislice o úhel β , se také může vytvořit stabilní stékající vrstva. U ní se plynule mění poměr δ/R . Tento případ se vyskytuje u výroby trubic systémem Vello, kde platí $\beta = 0$ (obr. 1.3A). Pro místo o poloměru R platí přibližně rovnice (5.14) a (5.15); pro svislý výtok platí $\beta = 0$.

6.5 Ohýbání tyčí, trubic a plochého skla

U některých skleněných výrobků se konečný tvar získává přetvarováním polotovaru za tepla. Příkladem je ohýbání tyčí anebo plochého skla například při výrobě autoskel. K posuzování sil a deformací při tvarování lze opět využít viskoelastickou analogii mezi deformováním elastických těles a rychlostí deformování viskózních těles [4]. Například rychlost prohýbání tyče z viskózního materiálu s jedním koncem vetknutým a druhým koncem zatíženým osamělou silou (obr. 6.6d) dostaneme, jestliže ve vztahu pro průhyb podobně zatížené tyče z elastického materiálu [4],

$$y = \frac{Fl^3}{3EJ}, \quad (6.16)$$

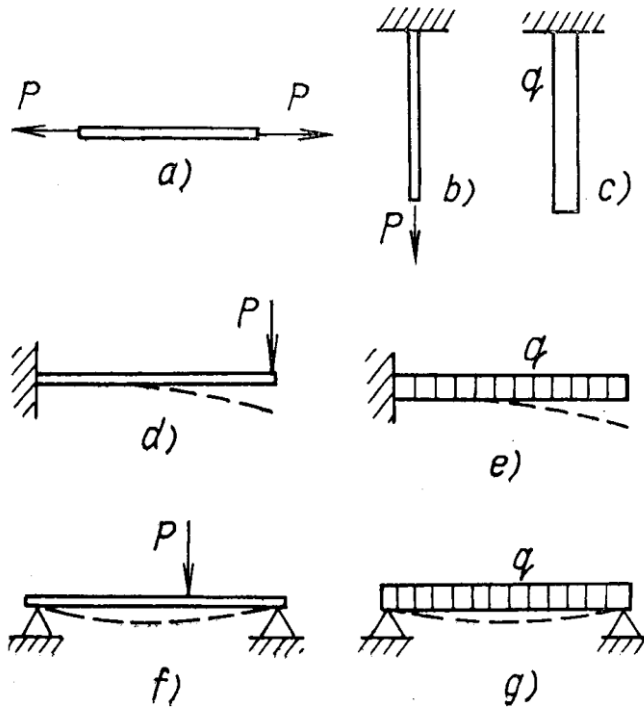
zaměníme modul pružnosti v tahu E součinitelem viskozity v tahu 3η :

$$\dot{y} = \frac{Fl^3}{9\eta J}. \quad (6.17)$$

J je kvadratický moment průřezu k jeho ose. Pro kruhový průřez o průměru D platí $J = \pi D^4/64$, pro trubici je $J = \pi(D^4 - d^4)/64$, kde D je vnější a d vnitřní průměr, a pro obdélníkový průřez o šířce b a výšce ve směru prohýbání h je $J = bh^3/12$. Při ohýbání tabule, kdy šířka je mnohem větší než tloušťka, je zabráněno kontrakci v příčném směru, neboť deska se deformuje do tvaru části válcové plochy. V takovém případě je nutno moment setrvačnosti obdélníka nahradit momentem setrvačnosti široké desky, $J' = bh^3/[12(1 - \mu^2)]$. Pro nestlačitelnou kapalinu je Poissonovo číslo $\mu = 1/2$, takže $J' = bh^3/9$.

Tabulka 6.1 uvádí souhrnně vztahy pro několik případů deformování tyčí nebo desek při zatížení osovou nebo příčnou silou, popřípadě vlastní tíhou podle obr. 6.6. Vždy je uveden vzorec pro velikost pružné deformace a pro rychlost

deformování viskózního tělesa podobného tvaru a zatížení. Vztahy se mohou uplatnit při přetvarování skleněných polotovarů, ale také při zjišťování viskozity různých druhů skel. Působí-li více sil zároveň, deformace nebo rychlosti se sčítají.



Obr. 6.6. Jednoduchá tělesa při různém zatížení (viz Tab. 6.1).

Jestliže během vyšetřovaného procesu dochází k větším změnám průřezu nebo tvaru, je nutno k tomu přihlížet a provádět výpočet po krocích. Rychlosti deformování a přírůstky deformací se v jednotlivých krocích počítají pro skutečnou velikost průřezu.

Poznámka. Pro využívání viskoelastické analogie doporučujeme čtenáři přečíst si kapitolu 10 o podobnosti. Včasné provedení kontroly rozměrů při odvozování různých vztahů může ušetřit pozdější zklamání.

Další informace o tvarování tyčí a trubic lze najít například v [9 – 15].

TABULKA 6.1. Deformace pružných těles a odpovídající rychlosti deformování podobných těles z viskózního materiálu. Uspořádání je na obr. 6.6.

Případ	Elastická deformace	Rychlost deformování
a, b) tyč, trubice, osová síla	$\delta = \frac{Fl}{ES}$	$\dot{\delta} = \frac{Fl}{3\eta S}$
c) tyč, trubice, vlastní tíha	$\delta = \frac{Gl}{2ES}$	$\dot{\delta} = \frac{g\rho l^2}{6\eta}$
d) vetknutý nosník, osamělá síla	$\delta = \frac{Fl^3}{3EJ}$	$\dot{\delta} = \frac{Fl^3}{9\eta J}$
e) vetknutý nosník, vlastní tíha	$\delta = \frac{ql^4}{8EJ}$	$\dot{\delta} = \frac{ql^4}{24\eta J}$
f) nosník, 2 podpory, síla uprostřed	$\delta = \frac{Fl^3}{48EJ}$	$\dot{\delta} = \frac{Fl^3}{144\eta J}$
g) nosník, 2 podpory, vlastní tíha	$\delta = \frac{5ql^4}{384EJ}$	$\dot{\delta} = \frac{5ql^4}{1132\eta J}$
h) kruhová deska, vlastní tíha	$\delta = \frac{pR^4}{64Eh^3/[12(1-\mu^2)]} \frac{5+\mu}{1+\mu}$	$\dot{\delta} = \frac{11pR^4}{64\eta h^3}$

Význam jednotlivých symbolů: δ – maximální prodloužení (průhyb), $\dot{\delta}$ – rychlost prodlužování (průhybu), F – osová nebo příčná síla (N), ρ – hustota tyče ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$), q – tíha na jednotku délky tyče nebo nosníku (N/m), l – délka nosníku nebo vzdálenost mezi podporami (m), S – průřez tyče nebo trubice (m^2), J – moment setrvačnosti tyče nebo trubice v ohybu (m^4); $J = \pi d^4/64$ pro tyč o průměru d (m), $J = \pi(D^4 - d^4)/64$ pro trubici o průměrech D a d , $J = bh^3/12$ pro obdélníkový průřez o šířce b (m) a výšce h (m) ve směru prohýbání, R – poloměr desky, h – tloušťka desky (m), E – modul pružnosti v tahu (Pa , Nm^{-2}), p – tlak nebo tíha na jednotku plochy desky (Nm^{-2}), μ – Poissonovo číslo, η – dynamická viskozita (Pas).

Literatura ke kapitole 6.

1. Schmöcker, F.: Berechnungsgrundlagen des matrizenfreien Glas-Stranggussverfahrens. Doktorská disertace, Bergakademie Freiberg, 1973.
2. Schmöcker, F.: Die Strangbildung beim matrizenfreien Giessprozess. Silikattechnik 25 (1974), No. 9, s. 306 – 310.
3. Menčík, J.: Aplikovaná mechanika materiálů. Univerzita Pardubice, 2019, 196 s. Kniha je volně dostupné na <https://e-shop.upce.cz/> a “e-publikace zdarma”.
4. Kolektiv: Tvarování zvláštních výrobků. SNTL, Praha, 1971. 208 s.
5. Petrášová, H. a kol.: Technologie skla. SNTL, 1984. 240 s.
6. Tichý, P.: Výroba silikátových vláken. SNTL, Praha, 1985, 140 s.
7. Das, S. K., Gandhi, K. S.: A model for thermal collapse of tubes: Application to optical glass fibres. Chemical Engineering Science, 41 (1986) No. 1, pp. 73 – 81.
8. Nölle, G.: Technik der Glasherstellung. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1977, 200 s.
9. Belda, J.: Sklářské a keramické stroje I. VŠST, Liberec, 1991. 285 s.
10. Bělohradský, M.: Výroba trubic a kapilár. Konf. Nové poznatky v technickém skle. Červen 1987, Sklářny Kavalier, Sázava, ČSVTS Praha, 1987, s. 75 – 82.
11. Černotík, V., Res, M.: Moderní způsoby tvarování skleněných trubic. Sklář a keramik, XXII (1972), s. 211 – 212.
12. Vavro, K., Péner, G.: Simulácia tvarovania a chladenia skleněných rúr při vertikálním priamočiarom ťahaní smerom nadol. Sklář a keramik, 26 (1976), č. 12, s. 341 – 343.
13. Wilson, R. W.: Tubing and Rod Manufacture. Chapter 4 (pp. 138 – 147) in [14].
14. Uhlmann, D. R. and Kreidl, N. J.: Glass Science and Technology, Vol. 2: Processing I. Academic Press, Inc., London, 1984.
15. Hotař, V., Klebsa, V., Matoušek, I.: Technologie automatické výroby skla. Technická univerzita v Liberci, Liberec, 2015. 318 s.

7. Výroba skleněných vláken

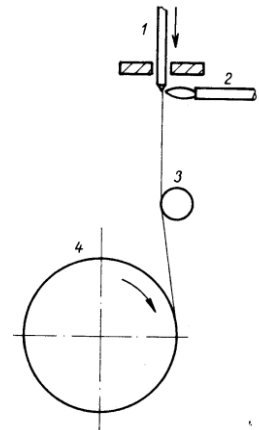
7.1 Úvod

Hlavní způsoby výroby skleněných vláken lze rozdělit do dvou skupin: tažení přetvarováním tyčinek, a tažení roztavené skloviny vytékající z trysky. Specifický je odstředivý způsob a tažení proudem vzduchu, popřípadě jejich kombinace.

Tažení z tyčinek

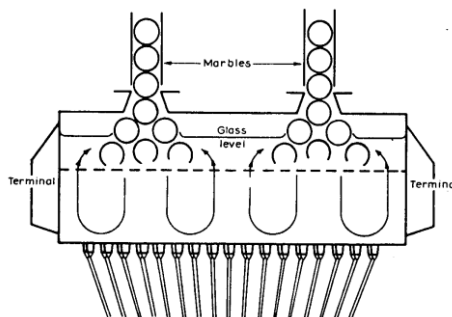
Skleněné tyčinky o průměru 3 – 7 mm se posouvají konstantní rychlostí do tavicí zóny, kde se jejich konce zahřívají plynovými hořáky nebo elektrickými topnými články. Z natavených konců se táhnou jednotlivá vlákna a navíjejí na buben (obr. 7.1). Obvykle se vlákna táhnou současně z několika desítek tyčinek [1, 2].

Obr. 7.1. Tažení skleněných vláken z tyčinek.
1 – tyčinka, 2 – hořák, 3 – lubrikace, 4 - buben

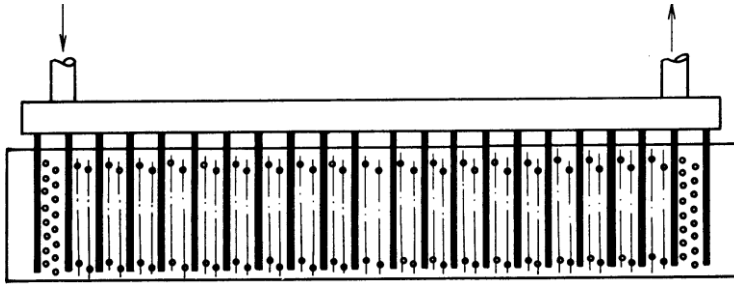


Tažení z trysek

Nekonečná skleněná vlákna (tzv. rajón) pro textilní a technické aplikace se dnes převážně táhnou z vaniček. Existují dvě varianty [1 – 6]. U první je vanička součástí přetavovací pícky, do které se jako polotovar dávkuje skleněné kuličky (obr. 7.2). U druhé varianty je vanička s tryskami součástí pece, kde se sklo taví z výchozích surovin. Roztavená sklovina vytéká z vaničky několika řadami trysek. V každé



Obr. 7.2. Tažení skleněných vláken z roztavených kuliček [2].



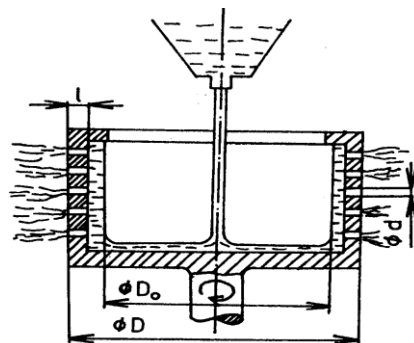
Obr. 7.3. Dno pícky se žebrovým chladičem [6].

řadě je několik desítek trysek a celkový počet trysek v pícce je několik set až několik tisíc, obr. 7.3). Vanička i trysky bývají ze slitiny platiny a rhodia. Trysky jsou krátké trubičky o světlosti 1 – 3 mm, umístěné ve dně vaničky. Tvarování probíhá do vzdálenosti asi 10 – 20 mm od trysky; končí v místech, kde viskozita skloviny dosáhne asi 10^{12} Pas. Tato vzdálenost závisí na intenzitě ochlazování; je kratší při intenzivnějším chlazení v tvarovací oblasti. Průměr proužku skloviny se při tvarování zmenší z 1 – 3 mm na několik μm . Celý proces trvá tisíce sekundy.

Dříve, než přijdou do styku s jiným předmětem, se vlákna lubrikují. Při lubrikaci se na ně nanáší vhodná látka, která snižuje nebezpečí jejich mechanického poškození při jakémkoliv kontaktu a zlepšuje i jejich vlastnosti pro další zpracování. Vlákna se potom navíjejí na buben nebo cívku.

Odstředivý a pneumatický způsob

V prvním případě roztavená sklovina natéká na vnitřní povrch dutého bubnu s mnoha otvory nebo na rozvlákňovací hlavu s mnoha drážkami v radiálním směru. Při pneumatickém způsobu je vznikající vlákno unášeno velmi rychlým proudem vzduchu. Zde se omezíme na rozvlákňování rotačním bubnem (obr. 7.4). Odstředivá síla vytlačuje sklovinu otvory ve stěně bubnu a dále protahuje vlákna.



Obr. 7.4. Výroba skleněných vláken odstředivým způsobem [3].

Proužek skloviny teče na dno bubnu a roztéká se po vnitřním povrchu.

Rotační hlava z žárupevné slitiny (\varnothing 200 až 300 mm) má rychlost 3000 – 5000 otáček za minutu; ve válcové části je několik tisíc otvorů o průměru 0,4 – 0,8 mm. Průměr vláken je do několika desítek μm .

7.2 Poměry při tažení

Silové poměry

Obecně působí následující síly [1]:

$$F_t + F_g + F_a = F_\eta + F_\gamma + F_s + F_h + F_f, \quad (7.1)$$

kde

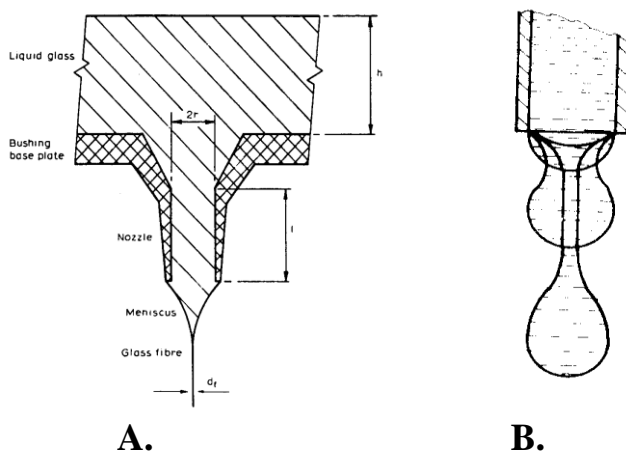
- F_t – tažná vnější síla vyvolaná navíjecím bubnem,
- F_g – tíha části vlákna visící pod vyšetřovaným místem,
- F_a – aerodynamická síla (strhávání vlákna proudem vzduchu),
- F_η – viskózní síla odpovídající protahování dosud žhavého vlákna,
- F_γ – síla vyvozená povrchovým napětím,
- F_s – setrvačná síla,
- F_h – síla způsobená hydrostatickým tlakem v trysce, popřípadě odstředivou silou,
- F_f – síla způsobená třením o části zařízení, s nimiž je vlákno ve styku.

Některé z uvedených složek mohou být v konkrétním případě nebo místě rovny nule. Tíhová síla F_g je zpravidla velmi malá. Aerodynamická síla F_a se uplatňuje při velmi vysokých rychlostech, například při výrobě vláken rozfukováním. Viskózní síla F_η je rozhodující silou v oblasti, kde se proud skloviny přetváří, síla povrchového napětí F_γ má snahu smršťovat proud skloviny, setrvačná síla F_s odpovídá urychlení skloviny z počáteční velmi nízké rychlosti na vysokou rychlost při navíjení. Třecí síla F_f vzniká při smýkání vlákna přes lubrikační válec a rozváděcí mechanismus.

Průtokové poměry

Existují dva druhy výtoku z trysek: volný a nucený. Při volném výtoku je hnací silou pouze gravitace; při nuceném ještě působí tažná síla. Situace na výtoku je schematicky znázorněna na obr. 7.5.

Vlákna se dají táhnout jen při určité kombinaci viskozity, hydrostatického tlaku v trysce a rychlosti tažení. Na obr. 7.6 je dvěma křivkami vymezena oblast, kde je



Obr. 7.5. A. Roztavená sklovina, dno vaničky, tryska, cibulka, vlákno [5]. B. Stadia tvorby kapky při výtoku skloviny z trysky, padající kapka za sebou táhne vlákno, které se pak navíjí na buben [1]

tvarování možné. Například velmi nízký hydrostatický tlak nestačí překonat povrchové napětí skloviny na konci trubičky a sklovina z ní nevytéká, zejména pokud je její viskozita vyšší. Naopak při relativně vysoké teplotě a nízké viskozitě má výtok z trysky nestabilní, pulzující charakter, kdy se periodicky mění průměr proužku. V extrémním případě se vytvoří kapka a po chvíli skápně dolů, znovu se vytvoří kapka, a celý proces se opakuje (obr. 7.5 B). Někdy za sebou kapka táhne vlákno. Jestli na vlákno působí i tahová síla, podporuje to za určitých podmínek výtok skloviny z trysky a stabilizuje proces tažení. Obrázek 7.6 také ukazuje typické tvary proudu skloviny při výtoku z trysky v závislosti na podmínkách tažení. Geometrie ustáleného tvaru proužku je popsána v kapitole 6 Výroba tyčí a trubic.

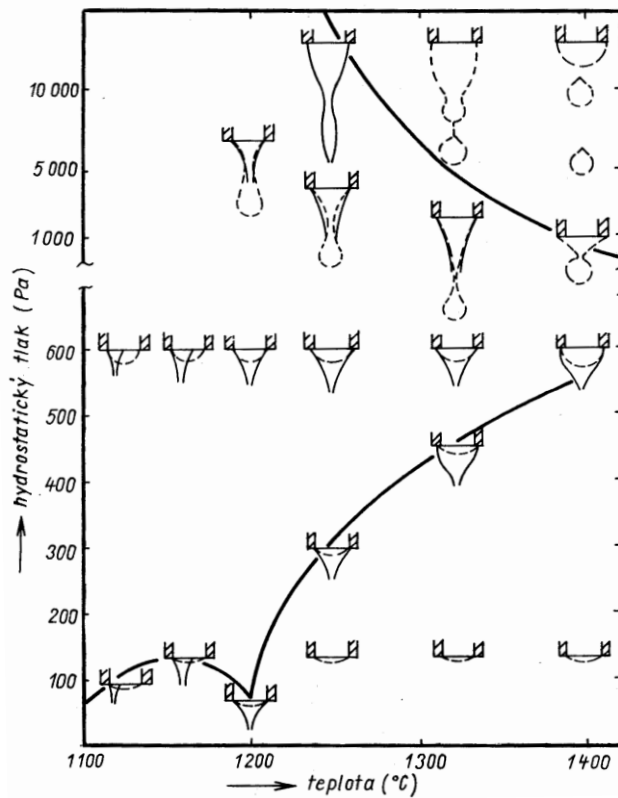
Objem skloviny při volném výtoku je vždy menší než při nuceném výtoku při tažení, kdy tažná síla překonává povrchové napětí.

Poměry ve vaničce, trysce a vznikajícím vlákně jsou znázorněny na obr. 7.5A. Pro jakékoliv místo (1, 2) musí platit rovnice kontinuity:

$$S_1 w_1 = S_2 w_2, \quad (7.2)$$

kde S je průřez proudu a w je jeho střední rychlost.

Mimořádně důležitou veličinou v procesu tvarování vlákna je množství skloviny



Obr. 7.6. Tvary proudu skloviny při výtoku z trysky v závislosti na teplotě a hydrostatickém tlaku [1].

vytékající z trysky za jednotku času. Podle Hagenovy – Poisseuilleovy rovnice je

$$Q = \frac{\pi D^4}{128\eta L} \Delta p ; \quad Q = \frac{\pi \rho D^4}{128\eta L} \Delta p . \quad (7.3)$$

Výraz vlevo udává množství v m^3/s , výraz vpravo je v kg/s . Jednotlivé veličiny značí: D – světlost trysky (m), L – délka trysky (m), η – viskozita skloviny v trysce (Pas), Δp – tlakový spád v trysce (Pa), pro který platí [1]:

$$\Delta p = p_u + \rho gh + \rho gL - p_d ; \quad (7.4)$$

ρ (kg/m^3) je hustota skloviny, h (m) je výška hladiny nad tryskou, L (m) je délka

trysky, g (m^2/s) je tíhové zrychlení, p_u (Pas) je (atmosférický) tlak nad sklovinu a p_d (Pas) je tlak pod tryskou; zpravidla je $p_u \approx p_d$.

Množství skloviny proteklé tryskou za jednotku času (vzorec 7.3 vpravo) je, s ohledem na rovnici kontinuity, stejné jako množství skleněného vlákna vytaženého za stejnou dobu, $w\rho_{vl}\pi d^2/4$. (Jedná se o hmotové množství (kg/s) a platí, že hustota skloviny ρ_s při vysoké teplotě je obecně o něco nižší než hustota vyráběného vlákna ρ_{vl} .) S přihlédnutím k tomu, že spád tlaku na trysce je $\Delta p = \rho gH$, kde $H = h + L$, můžeme napsat

$$\frac{\pi g \rho_s^2 D^4 H}{128 \eta L} = \frac{\pi \rho_{vl} w d^2}{4}, \quad (7.5)$$

odkud po úpravě dostaneme

$$\frac{g \rho_s^2 D^4 H}{32 \eta L} = \rho_{vl} w d^2. \quad (7.6)$$

Při výrobě vláken za rotace je sklovina protlačována tryskami odstředivou silou. V tomto případě je průtočné množství V (m^3/s) z N trysek rovno [3, 5]

$$V = \frac{\pi d^4 N n^2 (D^2 - D_0^2)}{256 \nu l}; \quad (7.7)$$

n (s^{-1}) jsou otáčky hlavy, ν (m^2s^{-1}) je kinematická viskozita skloviny, a D , D_0 , d a l jsou rozměry válcového bubnu dle obr. 7.4.

Z těchto základních rovnic procesu tvarování skleněného vlákna můžeme v kombinaci se vztahy (7.3) a (7.4) vypočítat jakýkoliv technologický parametr, známe-li ostatní veličiny. Příklad podle [1] následuje.

Příklad.

Navrhněte světlost trysek pece (obr. 7.5A) pro tažení skleněných vláken o průměru $d = 6 \mu\text{m}$ při dalších parametrech: výška hladiny skloviny $H = 175 \text{ mm}$, teplota v trysce je 1225°C (odpovídající viskozita skloviny $\eta = 61,7 \text{ Pas}$ a hustota $\rho = 2438 \text{ kg}/\text{m}^3$), rychlost tažení $w = 60 \text{ m}/\text{s}$. Délka trysky $L = 5 \text{ mm}$. Hustota vlákna $\rho_{vl} = 2500 \text{ kg}/\text{m}^3$.

Řešení. Ze vztahu (7.6) dostaneme po úpravě

$$D = \sqrt[4]{\frac{32\eta L d^2 w \rho_{vl}}{g \rho^2 H}} = \sqrt[4]{\frac{32 \times 61,7 \times 0,005 \times 0,000006^2 \times 60 \times 2500}{9,81 \times 2438^2 \times 0,175}} = 0,0015986 \text{ m} = 1,6 \text{ mm}$$

Průtočné množství jedné trysky je

$$Q = v \pi d^2 / 4 = 60 \times \pi \times 0,000006^2 / 4 = 1,6965 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s} = 4,241 \times 10^{-6} \text{ kg/s};$$

údaj vpravo (kg/s) odpovídá hustotě skla 2500 kg/m^3 . Množství za hodinu je vyšší 3600-krát, tj. 15,17 g/h. Výkon pícky s 800 tryskami je 800-krát vyšší, tj. $1,357 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} = 0,00339 \text{ kg/s} = 12,2 \text{ kg/h}$.

Další informace o výrobě skleněných vláken lze najít v [1 – 6]; analýza některých specifických jevů je například v [6 – 13].

Literatura ke kapitole 7.

1. Tichý, P.: Výroba silikátových vláken. SNTL, Praha, 1985, 140 s.
2. Petrášová, H. a kol.: Technologie skla. SNTL, 1984. 240 s.
3. Belda, J.: Sklářské a keramické stroje I. VŠST, Liberec, 1991. 285 s.
4. Hotař, V., Klebsa, V., Matoušek, I.: Technologie automatické výroby skla. Technická univerzita v Liberci, Liberec, 2015. 318 s.
5. Sauer, V.: Jednostupňová výroba nekonečných skleněných vláken. Sklář a keramik, 1978. č. 1, s. 12 – 16.
6. Loewenstein, K. L.: The Manufacturing Technology of Continuous Glass Fibres. 2nd ed. Elsevier, Amsterdam, 1983. 354 s.
7. Lehner, J., Surý, L.: Silikátová vlákna v průmyslu a stavebnictví. SNTL, Praha, 1975. 368 s.
8. Vasiljev, V. N., Naumchic, V. D.: Analysis of the hydrodynamic stability of the glass fibre drawing proces. Glass Technology, 31 (1990) No. 6, 240 – 244.
9. Mhaskar, R. D., Shah, Y.T.: Stability analysis of glass fibre spinning. Glass Technology, 18 (1977) No. 5, pp. 152 – 158.
10. Das, S. K., Gandhi, K. S.: A model for thermal collapse of tubes: Application to optical glass fibres. Chemical Engineering Science, 41 (1986) No. 1, 73 – 81.
11. Brückner, R., Pähler, G., Stockhorst, H.: Heissbruchmechanismen im Grenzbereich des Glasfaserziehvorganges. Glastechn. Ber. 54 (1981), č. 3, s. 65 – 73.
12. Stehle, M., Brückner, R.: Massenstrom, Ziehkraft und Geschwindigkeitsverteilung beim Glasfaserziehvorgang. Glastechn. Ber. 50 (1977), Nr. 12, S. 307 – 318.
13. Šmejc, M.: Nové směry vývoje technologie výroby nekonečných skleněných vláken. Sklář a keramik, 1986. č. 10 - 11, s. 309 – 314.

8. Tvarování skla ve formách

Mnoho skleněných výrobků se vytváří ve formách, například lisováním, ale také válcováním anebo přitlačováním dutého polotovaru k formě tlakem vzduchu při tzv. foukání. Žhavá sklovina je vtlačena do dutiny vhodného tvaru, kde chladne a tuhne. Jakmile dosáhne dostatečně vysoké viskozity, je skleněný předmět z formy vyjmut a popřípadě dále zpracováván. Příkladem je nápojové sklo nebo lisované části automobilových reflektorů. Podobná situace je i při výrobě různých profilů vytlačováním. Formy jsou v převážné většině kovové, ale mohou být i z jiného materiálu, například dřevěné v ruční výrobě, porézní ze spékaných materiálů, popřípadě grafitové, ale také mohou mít speciální vrstvou na pracovním povrchu (např. tzv. formy vymazávané nebo naplátované jiným kovem).

V této kapitole nejprve ukážeme základní rysy tečení žhavé skloviny ve formě účinkem nástroje. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že teplota i viskozita skloviny jsou konstantní, i když to neodpovídá skutečnosti. V další části kapitoly vysvětlíme charakteristické změny teplot v průběhu tvarování, a jejich důsledky.

8.1 Tečení skloviny při lisování

Hlavní rysy ukážeme na případě plochého kotouče a vysoké sklenice.

Lisování nízkého válcového polotovaru mezi dvěma deskami

Situace je znázorněna na obr. 8.1. V místě styku s lisovacími deskami se sklovina nepohybuje; nejrychleji naopak teče v radiálním směru ve střední rovině. Rozdělení rychlostí mezi oběma povrchy zhruba odpovídá mocnině vyššího stupně. Mezi působící silou F a rychlostí stlačování polotovaru w platí přibližné vztahy, které navrhli Kent a Rawson a další výzkumníci [1 – 5]:



Obr. 8.1. Lisování plochého polotovaru. Vpravo: tok skloviny během lisování [4].

$$F = \frac{3wV^2\eta}{2\pi h^5}; \quad (8.1)$$

V je objem vzorku, který závisí na jeho ploše S a výšce h jako $V = S \times h$. Pro kruhový průřez je $V = \pi R^2 h$, a vztah (8.1) lze také zapsat jako

$$F = \frac{3\dot{w}\pi R\eta}{2} \left(\frac{R}{h}\right)^3 = k\dot{w}\pi R\eta \left(\frac{R}{h}\right)^3. \quad (8.2)$$

Je vidět, že pokud má být zachována konstantní rychlost, musí s klesající tloušťkou vzorku h narůstat lisovací síla, aby platilo $F \propto (1/h)^3$. Pro rychlost naopak platí

$$\dot{w} = \frac{2F}{3\pi R\eta} \left(\frac{h}{R}\right)^3. \quad (8.3)$$

V prvních okamžicích probíhá lisování velmi rychle, později se ale pohyb razníku neustále zpomaluje. Proto má původní výška dávky skloviny vliv na průběh lisování jen v prvních okamžicích styku; později je její vliv zanedbatelný.

Doba t potřebná na vylisování plochého výlisku výšky h při konstantní teplotě je

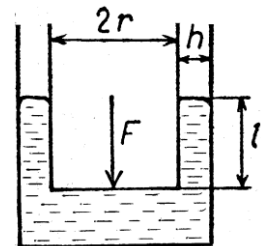
$$t = \frac{3V^2\eta}{h^4 8\pi F} = \frac{3\eta}{8\pi} \frac{S}{h^2} \frac{S}{F}; \quad (8.4)$$

výraz vpravo odpovídá vztahu $V = S h$, kde S je plocha a h je výška výlisku.

Rovnice (8.4) může sloužit jako východisko pro volbu lisovacího tlaku [2]. Ve skutečnosti budou existovat rozdíly hlavně kvůli silnému nárůstu viskozity v chladnějších vrstvách skloviny v blízkosti povrchu formy. Tím se zmenšuje efektivní šířka štěrbiny h a pohyb razníku se zpomaluje, až se po chvíli úplně zastaví. (Teplotních poměrů si všimneme později.)

Lisování dutého válce

Na obr. 8.2 je znázorněn válec s relativně tlustým dnem. S použitím Hagenova-Poiseuilleova zákona lze odvodit



Obr. 8.2. Lisování tlustostěnné sklenice.

následující vztah pro rychlost stoupaní viskózní kapaliny, resp. skloviny v jeho stěně [2]:

$$\dot{w} = \frac{F}{24\pi\eta l} \left(\frac{2h^2}{r^2} + \frac{h^3}{r^3} \right); \quad (8.5)$$

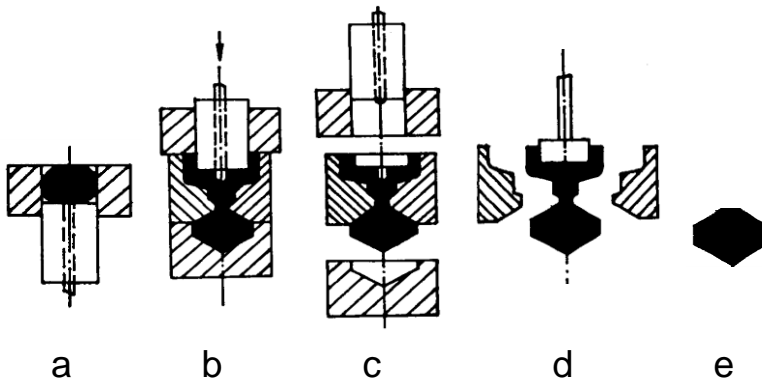
l je výška stěny válce, h – tloušťka stěny, a r – poloměr razníku. Čas potřebný k vytvarování válce o výšce l se zjistí integrací [2]:

$$t = \frac{12\pi\eta l^2}{F \left(\frac{2h^2}{r^2} + \frac{h^3}{r^3} \right)}. \quad (8.6)$$

Ve skutečnosti v místech styku s chladnější formou sklovina tuhne, takže průtočný průřez se tam zmenšuje a odpor narůstá. Přesnější výsledky lze získat pouze numerickým modelováním.

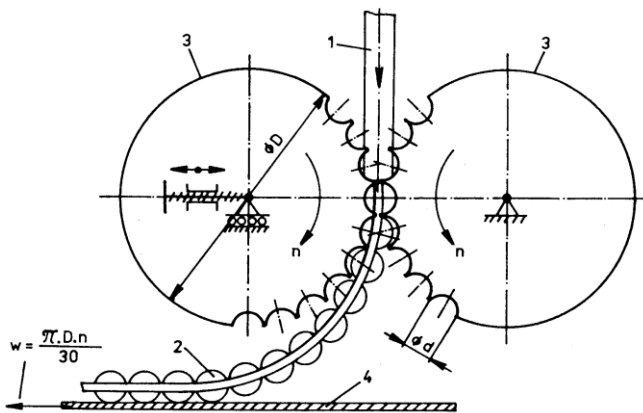
8.2 Vstřikovací lisování a mačkání

Pro hromadnou výrobu menších předmětů se někdy užívá **vstřikování do formy**, označované jako lisovstřík. Postup je na obr. 8.3: *a* – dávka spadne do komory a forma je uzavřena, *b* – razník tlačí na sklovinu, která vyplní dutinu formy, *c*, *d* – forma je rozevřena, *e* – výlisek je vyjmut. Výhodou je dobré zatečení skloviny do všech koutů formy; nedostatkem je přelisek, který jde do střepů a znovu se roztaví a zpracuje, což snižuje účinnost celého procesu a zvyšuje náklady.

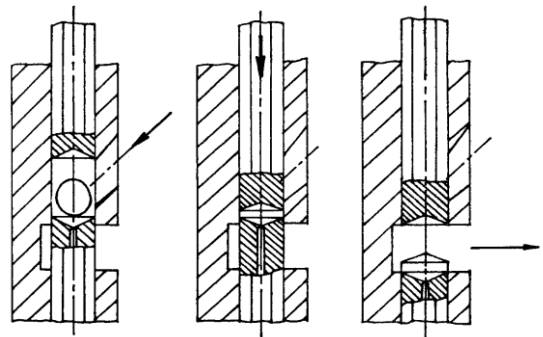


Obr. 8.3. Postup při vstřikovacím lisování [5].

Jinou technologií je tzv. **mačkání z tyčí**, rozšířené dříve v bižuterní malovýrobě. Změklá ohřátá část skleněné tyče byla vložena do rozevřené formy a její půlky byly přitlačeny k sobě. Tím došlo k dobrému vyplnění dutiny a vytvoření výlisku, podobně jako u zápustkového kování. Přebytková část skloviny byla vytlačena ven z formy, kde rychle ztuhla a vytvořila výronek, zvaný brok. Tyč se o kousek posunula a celý proces se opakoval, dokud bylo sklo žhavé. Přelisek byl mechanicky odlamován a znovu zpracován. Na výlisku ale po něm zůstala stopa, která musela být dodatečně odstraněna broušením nebo ohřevem. Tento způsob se později uplatnil i v hromadné výrobě, kde formou procházel přímo proužek roztavené skloviny (obr. 8.4). Protože nutnost nového roztavení a přepracování broku zvyšuje náklady, bylo dalším krokem ve výrobě např. lustrůvých ověšků tzv. **bezbrokové tvarování** (obr. 8.5), kdy z proužku skloviny jsou odštíhovány a do formy dopravovány dávky o velikosti přesně odpovídající objemu výlisku. Tato technologie byla umožněna díky vyšší přesnosti strojů a lepšímu řízení procesu.



Obr. 8.4. Výroba skleněných kuliček rotačním mačkadlem [5, 6].

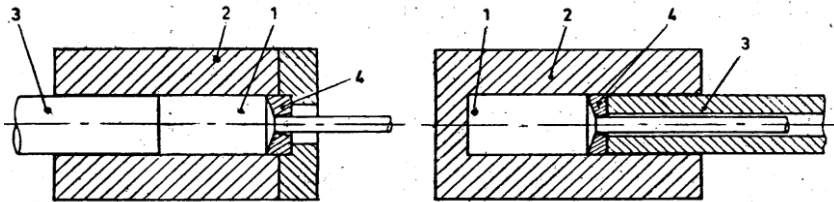


Obr. 8.5. Bezbrokové tvarování [5,6].

8.3 Vytlačování (extruze)

Vytlačování je technologie užívaná k výrobě dlouhých profilů, a to i s poměrně složitým tvarem průřezu. Užívá se především u kovů a plastických hmot, avšak lze ji použít i u skla. V tomto případě je výhodou, že díky vysokým pracovním tlakům je možno zpracovávat sklovinu při vyšších viskozitách, a tedy nižších teplotách.

Existují dva základní způsoby vytlačování: přímé a inverzní [7 – 9]. Při dopředném vytlačování (obr. 8.6 vlevo) píst tlačí na polotovar (ingot) 1 umístěný v komoře 2 nástroje a vytlačuje materiál průvlakem. Píst i vytlačovaný materiál se pohybují ve stejném směru. Při protisměrném (zpětném) procesu (obr. 8.6 vpravo) je materiál protlačován otvorem v dutém razníku proti směru jeho pohybu.



Obr. 8.6. Vytlačování: a) dopředné, b) zpětné.

1 - ingot, 2 - tlaková komora, 3 - razník, 4 - průvlak

Při dopředném vytlačování se posouvá celý polotovar. Je nutno překonávat tření mezi jeho povrchem a stěnou komory, takže je zapotřebí vyšší síla. Při zpětném vytlačování je ingot v klidu a ovlivněna je pouze ta jeho část, která je ve styku s kalibrovacím otvorem.

Extruze se používá u skla ve třech případech:

- 1) pro skla se strmou viskozitní křivkou – tzv. krátká skla, kde úzké rozpětí teplot pro zpracování činí jiné způsoby tvarování velmi obtížnými. Díky tlakům několik desítek MPa je vytlačování možné až do viskozit 10^7 Pas. (U běžných tvarovacích procesů, jako je například tažení, bývají viskozity nižší než 10^6 Pas.)
- 2) pro skla, která mají silnou tendenci k odskelnění (devitifikaci) při relativně vyšších teplotách obvyklých u jiných způsobů tvarování.
- 3) pro skla s velmi vysokými teplotami tavení. Například křemenné sklo může být protlačováno při teplotách okolo 1750°C , což je podstatně méně než 2100°C nutných pro jeho tavení a tažení.

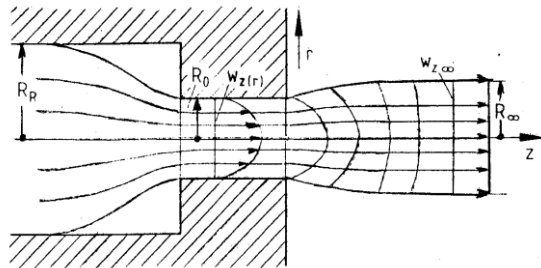
Výhodou nižších teplot u extruze je, že se téměř neuplatňuje povrchové napětí, takže výrobky mohou mít prakticky ostré hrany a lze docílit velmi přesné tvary.

Nyní si všimneme charakteristických rysů tečení skloviny při extruzi. Při vyšších teplotách se sklovina chová podobně jako newtonská kapalina. Rychlosti pohybu jsou nízké, takže proudění je laminární. Je-li například sklovina protlačována potrubím kruhového průřezu a smáčí povrch průtlačnice, a má všude konstantní teplotu, lze tok popsat zákonem Hagenovým-Poiseuilleovým. Rozložení rychlostí napříč průřezem je parabolické (naznačeno v průvlaku na obr. 8.7),

$$w(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2) ; \quad (8.7)$$

Δp je rozdíl tlaků na vstupu a výstupu z potrubí, w je rychlost ve vzdálenosti r od

Obr. 8.7. Rozšíření průřezu a rozložení rychlostí v proudě při vytlačování skloviny [7-9].



osy, R je poloměr otvoru a l jeho délka a η je dynamická viskozita. Při protlačování skloviny je tlak za průtlačnicí mnohem nižší než v komoře, takže se někdy zanedbává. Objem vytlačený za jednotku času je

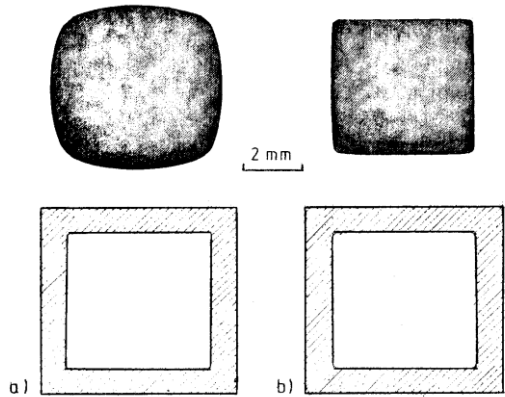
$$V = \frac{\pi \Delta p R^4}{8\eta l} ; \quad \pi R^2 \text{ je plocha průřezu výtlačku.} \quad (8.8)$$

Charakteristickým jevem při extruzi je určité rozšíření („nabobtnání“) proudě po opuštění průtlačnice (obr. 8.7, 8.8). V angličtině je označováno jako *die swell phenomenon*. Souvisí to s parabolickým rozložením rychlostí v potrubí: maximální rychlost uprostřed a nulová v místě styku se smáčeným povrchem. Vytlačovaná sklovina po opuštění průtlačnice rychle tuhne, a proto se v určité vzdálenosti od ní již pohybuje jako jeden celek a rychlost má v celém průřezu stejnou (obr. 8.7 vpravo). Odpovídající poloměr proudě je R_∞ .

V důsledku tohoto rozšiřování proudě dochází u neokružových průřezů k určité

odchylce tvaru skutečného průřezu skleněného profilu od tvaru otvoru v průtlačnici (obr. 8.8). To lze řešit tak, že se provede negativní korekce tvaru otvoru v průvlaku s přihlédnutím k „nabobtnání“ materiálu v různých místech podél obvodu.

Jiným způsobem, kterým se rozšiřování výtlačku předejde, je použití průtlačnice z nesmáčivého materiálu. Pro sklo je to například grafit. Na obr. 8.8 jsou ukázány příčné řezy vzorků, které vznikly protlačením skloviny maticí z chromniklové oceli (a) a z grafitu (b).



Obr. 8.8. Průřez výtlačku (nahore) z průvlaku čtvercového průřezu (dole).
a) materiál průvlaku: ocel Cr-Ni,
b) materiál průvlaku: grafit. [7 – 9].

Bližší informace o vytlačování skla lze najít například v článcích [7 – 9].

8.4. Tečení skloviny při vyfukování baňky

Situace při vyfukování baňky je podobná jako v kapitole 6.3. U rotačně symetrické baňky působí napětí ve směru obvodovém i meridiánovém, a na vnitřní povrch působí přetlak vzduchu. V tenkostěnné nádobě jsou všechna napětí navzájem vázána tzv. Laplacovou rovnicí

$$\frac{\sigma_{\alpha}}{R_{\alpha}} + \frac{\sigma_{\beta}}{R_{\beta}} = \frac{p}{h}, \quad (8.9)$$

kde σ_{α} je napětí meridiánové a σ_{β} napětí obvodové. Situace je jednodušší u válcové nádoby, kde pro meridiánový směr platí $1/R_{\alpha} = 0$ a pro obvodový směr $R_{\beta} = R$, kde R je poloměr nádoby. (U kulové nádoby jsou poloměry křivosti i napětí ve všech směrech stejné.)

Působí-li uvnitř baňky válcového tvaru přetlak vůči okolnímu prostředí, dochází ke

zvětšování jejího průměru a zmenšování tloušťky stěny. Při relativně malých tloušťkách vzhledem k průměru lze vypočítat střední obvodové napětí podle vztahu

$$\sigma_i = pR/t, \text{ resp. } \sigma_i = (p_i r_i - p_e r_e)/(r_e - r_i), \quad (8.10)$$

kde index i označuje vnitřní a index e vnější povrch baňky. Je-li tlak uvnitř menší než vně, působí ve stěně tlakové napětí, a průměr trubice se bude zmenšovat.

Nyní ukážeme, jak se bude měnit průměr a délka uzavřené tenkostěnné válcové nádoby o poloměru R , v jejíž dutině působí přetlak p . (Geometrie nádoby vzdáleně připomíná velmi protáhlou baňku v místech vzdálených od konců; obr. 8.9B.) Ve válcové stěně působí současně obvodové napětí σ_t a napětí osové σ_a , pro která platí

$$\sigma_t = p \frac{R}{t}; \quad \sigma_a = p \frac{R}{2t}. \quad (8.11)$$

Napjatost je dvojosá, a u nádoby z elastického materiálu by vznikla poměrná prodloužení

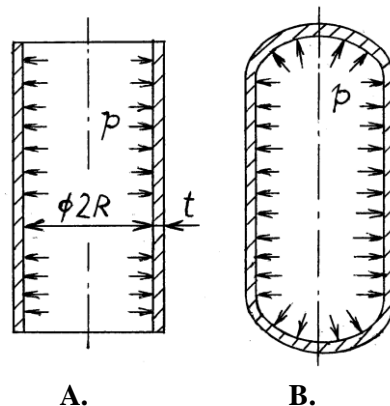
$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}(\sigma_t - \mu\sigma_a); \quad \varepsilon_a = \frac{1}{E}(\sigma_a - \mu\sigma_t). \quad (8.12)$$

Po vyjádření obou napětí prostřednictvím vztahů (8.11) a přihlédnutí, že změna poloměru je rovna $u = R\varepsilon_a$ a změna délky $\Delta L = L\varepsilon_a$, dostaneme po řadě úprav

$$u = p \frac{R^2}{2Et} (2 - \mu); \quad \Delta L = p \frac{RL}{Et} \left(\frac{1}{2} - \mu \right). \quad (8.13)$$

Rychlosti zvětšování poloměru R a délky L podobné nádoby z viskózní látky

Obr. 8.9. Trubice (A) a uzavřená válcová nádoba s přetlakem p (B).



dostaneme, jestliže podle pravidel viskoelastické analogie (kap. 4) nahradíme ve vzorcích (8.13) modul pružnosti E viskozitou v tahu 3η , a za Poissonovo číslo μ dosadíme 0,5 pro nestlačitelný materiál:

$$\dot{R} = \frac{pR^2}{4\eta t} ; \dot{L} = 0 \quad (8.14)$$

U uzavřené válcové nádoby tedy bude vnitřní přetlak zvětšovat pouze její průměr, ale nikoliv délku. Vyplývá to ze členu $(\frac{1}{2} - \mu)$ ve vztahu (8.13) pro $\mu = 0,5$.

U baňky kulového tvaru, vystavené vnitřnímu přetlaku, působí ve stěně ve všech směrech stejné napětí,

$$\sigma = p \frac{R}{2t} , \quad (8.15)$$

takže baňka bude mít tendenci růst stejně ve všech směrech (za předpokladu rovnoměrného rozložení tlouštěk a viskozity). S užitím vztahu pro zvětšení poloměru kulové nádoby z pružného materiálu a s využitím viskoelastické analogie dostaneme pro rychlost zvětšování poloměru kulové viskózní baňky

$$\dot{R} = \dot{\varepsilon} R = p \frac{R^2}{12\eta t} ; \quad (8.16)$$

rychlost zvětšování průměru bude dvojnásobná.

Porovnání vztahu (8.14) a (8.16) ukazuje, že rychlost zvětšování průměru válcové baňky je třikrát vyšší než u baňky kulové. Obecně platí, že baňky jiného tvaru než kulového se účinkem vnitřního přetlaku rozpínají tak, aby se postupně blížily ke tvaru kulovému. Forma ovlivňuje při foukání tvar baňky tím, že jej omezuje v místech kontaktu. Ovlivňuje ale i teploty v těchto místech. Této situace si obecně všimneme dále.

Poměry při tvarování skleněných obalů jsou probírány také v [72, 73, 75, 76].

8.5 Teplotní poměry při styku skloviny s formou

Protože viskozita skloviny velmi výrazně závisí na teplotě, je pro celý proces mimořádně důležité rozložení a časový vývoj teplot ve sklovině a formě. Podrobné informace lze dnes získat pomocí komerčního software, o němž bylo pojednáno

v kapitole 3. Základní představu ale poskytnou i analytická řešení silně zjednodušených úloh [1, 10 – 13].

Při modelování tepelných procesů při lisování skla ve formě je proudění zanedbatelné, a kvůli velkému teplotnímu spádu ve sklovině je v ní zanedbatelný i přenos tepla zářením. Zpravidla se proto vychází z obecné rovnice vedení tepla v pevných látkách. V ortogonálním souřadném systému x, y, z má tato rovnice tvar

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (8.17)$$

kde a je teplotní vodivost a T je teplota v bodě x, y, z v čase t . Situaci v místě styku tělesa s okolím lze často popsat okrajovou podmínkou

$$q = \alpha (T_p - T_e) ; \quad (8.18)$$

q je tepelný tok, α – součinitel přestupu tepla, T_p je teplota povrchu a T_e teplota okolí.

Při relativně krátkých dobách styku skloviny s formou proudí teplo pouze ve směru kolmém ke styčné rovině v daném místě, a rovnice (8.17) se zjednoduší na tvar

$$\frac{dT}{dt} = a \frac{d^2 T}{dx^2} . \quad (8.19)$$

Během krátké doby dojde k tepelnému ovlivnění vrstvy omezené tloušťky, takže pro teploty při styku lze použít analytické řešení odvozené pro kontakt polonekonečných těles [10]. Zde si všimneme případu s dokonalým a s nedokonalým kontaktem. Pro jednoduchost budeme předpokládat, že na počátku má každé těleso v celém objemu stejnou teplotu (T_{10}, T_{20}), a jejich tepelné vlastnosti jsou v uvažovaném rozsahu teplot konstantní. Situaci s nehomogenní teplotou lze řešit pouze s užitím vhodného software.

Dokonalý kontakt dvou polonekonečných těles

Schéma styku je na obr. 8.10. V tomto idealizovaném případě se již v prvním okamžiku kontaktu změní teploty obou těles ve styčné rovině skokem na hodnotu

$$T_K = \frac{E_1 T_{10} + E_2 T_{20}}{E_1 + E_2} , \quad (8.20)$$

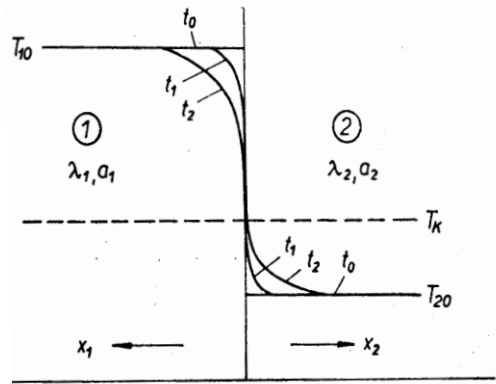
kteřá zůstává nadále konstantní. Ve vztahu (8.20) je

$$E_i = \sqrt{\lambda_i \rho_i c_i} = \lambda_i / \sqrt{a_i} \quad (8.21)$$

tzv. tepelná akumulční schopnost prvního nebo druhého materiálu (index $i = 1$ přísluší sklovině, index 2 formě), λ je tepelná vodivost, ρ hustota, c měrné teplo, a $a = \lambda/(\rho c)$ je teplotní vodivost. Platí také

$$\frac{T_{1,0} - T_K}{T_K - T_{2,0}} = \frac{E_2}{E_1} \quad (8.22)$$

Teplota kontaktu tedy bude vždy blíže k původní teplotě tělesa s vyšší tepelnou akumulční schopností.



Obr. 8.10. Rozložení teplot ve dvou tělesech (1, 2) při vzájemném kontaktu v časech $0 < t_1 < t_2$. Dokonalý styk.

Teploty pod povrchem se postupně blíží k hodnotě T_K podle vztahu [10 – 13]:

$$T_i(x_i, t) = T_K + (T_{i0} - T_K) \operatorname{erf}\left(\frac{x_i}{2\sqrt{a_i t}}\right), \quad (8.23)$$

kde x_i je hloubka pod povrchem, t je čas, a $\operatorname{erf}(z)$ je tzv. chybová funkce, Gaussův integrál chyb (obr. 5.3), definovaný vztahem

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-z^2) dz \quad (8.24)$$

Primitivní funkce k výrazu $\exp(-z^2)$ neexistuje. Integrál (8.24) však lze poměrně přesně počítat v jakémkoliv univerzálním programu (např. v Excelu po zadání příkazu erf), a existují i různé aproximační vztahy; viz např. [14].

Hustota tepelného toku (množství tepla jednotkou plochy za jednotku času) je

$$q_i(x_i, t) = (T_{i0} - T_K) \frac{E_i}{\sqrt{\pi t}} . \quad (8.25)$$

Pro hustotu tepelného toku ve styčné rovině platí

$$q(0, t) = (T_{i0} - T_K) \frac{E_i}{\sqrt{\pi t}} = (T_{10} - T_{20}) \frac{1}{\sqrt{\pi} (E_1^{-1} + E_2^{-1}) \sqrt{t}} . \quad (8.26)$$

Množství tepla předaného (jednotkou plochy) za dobu t z tělesa 1 do tělesa 2 je

$$Q_1(t) = \int_0^t q(0, t) dt = (T_{10} - T_{20}) \frac{2}{\sqrt{\pi} (E_1^{-1} + E_1^{-1})} \sqrt{t} . \quad (8.27)$$

Celkové množství tepla předané styčnou plochou S je

$$Q_C(t) = S Q_1(t) . \quad (8.28)$$

Obecnější výsledky dostaneme, pracujeme-li s tzv. **normovanými veličinami**:

normovaná teplota

$$T_{N,i}(x_i, t) = \frac{T_i(x_i, t) - T_K}{T_{i0} - T_K} , \quad (8.29)$$

normovaný tepelný tok

$$q_N(x_i, t) = \frac{q(t)}{T_{10} - T_{20}} , \quad (8.30)$$

normované množství předaného tepla

$$Q_N(t) = \frac{Q(t)}{T_{10} - T_{20}} . \quad (8.31)$$

Skutečná teplota, tepelný tok a množství předaného tepla se z normovaných veličin vypočítají jako

$$T_i(x_i, t) = T_{N,i}(x_i, t) (T_{i0} - T_K) + T_K , \quad (8.32)$$

$$q(x_i, t) = q_N(x_i, t) (T_{i0} - T_K) . \quad (8.33)$$

Pro situaci na povrchu platí

$$q(0, t) = q_N(t) (T_{10} - T_{20}) , \quad (8.34)$$

$$Q(t) = Q_N(t) (T_{10} - T_{20}) . \quad (8.35)$$

Normovaná teplota při ideálním kontaktu je

$$T_{N,i}(x_i, t) = \operatorname{erf}\left(\frac{x_i}{2\sqrt{a_i t}}\right) . \quad (8.36)$$

Před začátkem kontaktu je rovna 1 a s časem klesá. Průběh je na obr. 5.4.

Nedokonalý kontakt dvou polonekonečných těles

Schéma styku je podobné jako na obr. 8.10, s tím, že mezi tělesy je tenká izolační vrstvička. V praxi se může například jednat o vzduch nebo mazivo. Teploty obou povrchů se mění postupně a blíží se k hodnotě T_K , odpovídající dokonalému kontaktu. Tepelný odpor izolační vrstvičky lze charakterizovat součinitelem přestupu tepla α_{1-2} , jemuž je úměrná hustota tepelného toku mezi oběma tělesy:

$$q(0, t) = \alpha_{1-2} [T_1(0, t) - T_2(0, t)] . \quad (8.37)$$

Je-li schopnost vrstvičky akumulovat teplo zanedbatelná a součinitel přestupu tepla α_{1-2} konstantní, nezávislý na teplotě, je normovaná teplota v libovolném místě tělesa i ($= 1, 2$) podle [10] rovna:

$$T_{N,i}(x_i, t) = \operatorname{erf}\left(\frac{x_i}{2\sqrt{a_i t}}\right) + \exp\left(\alpha(E_1^{-1} + E_2^{-1})\frac{x_i}{\sqrt{a_i}} + \alpha^2(E_1^{-1} + E_2^{-1})^2 t\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x_i}{2\sqrt{a_i t}} + \alpha(E_1^{-1} + E_2^{-1})\sqrt{t}\right) \quad (8.38)$$

kde

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) . \quad (8.39)$$

Pro povrchové teploty se vztah (8.38) zjednoduší na

$$T_N(0, t) = \exp\left[\alpha^2(E_1^{-1} + E_2^{-1})^2 t\right] \cdot \operatorname{erfc}\left[\alpha(E_1^{-1} + E_2^{-1})\sqrt{t}\right] . \quad (8.40)$$

Teploty obou povrchů, vyjádřené v normovaném tvaru, jsou shodné; skutečné teploty, přepočítané z T_N podle vztahu (8.32), se však liší.

Normovaný tepelný tok (8.30) ve styčné rovině je dán vztahem

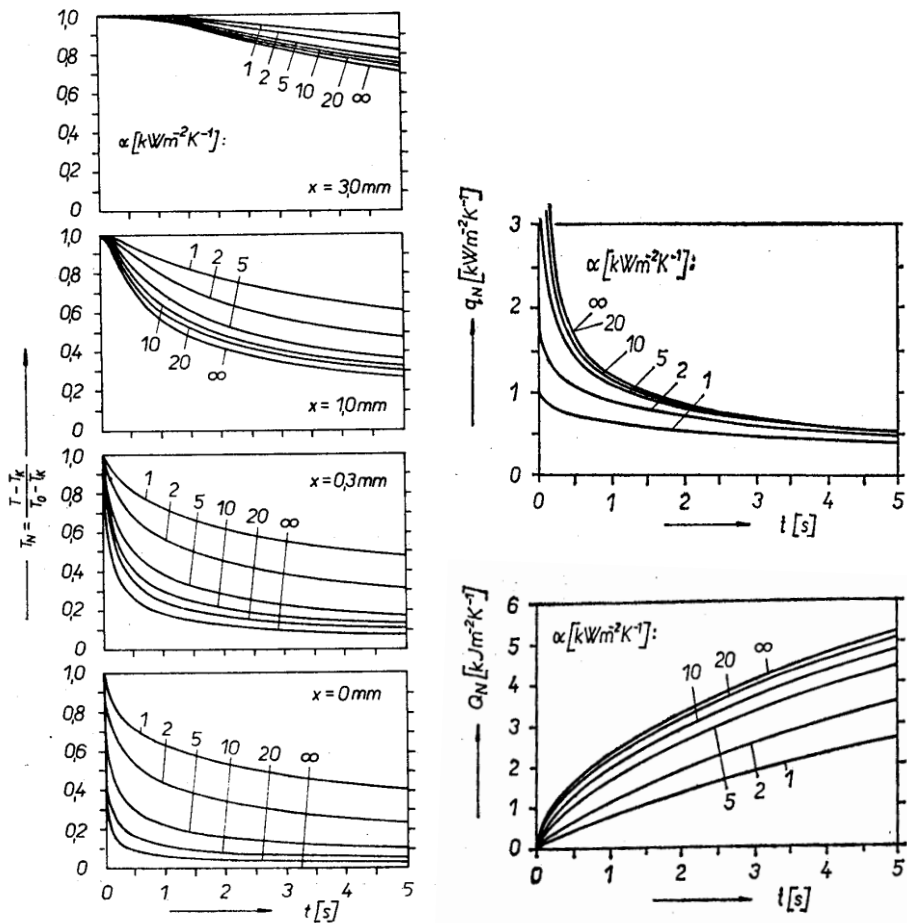
$$q_N(t) = \alpha \exp\left[\alpha^2(E_1^{-1} + E_2^{-1})^2 t\right] \cdot \operatorname{erfc}\left[\alpha(E_1^{-1} + E_2^{-1})\sqrt{t}\right] ; \quad (8.41)$$

je tedy roven součinu koeficientu přestupu tepla a normované povrchové teploty.

Povrchové teploty se blíží k T_K s časem plynule a ne skokem jako při dokonalém kontaktu. Proto i tepelný tok ve styčné rovině má vždy určitou konečnou hodnotu:

$$q(0, t = 0) = \alpha (T_{10} - T_{20}) . \quad (8.42)$$

Celkové množství tepla $Q_N(t)$, sdělené mezi tělesy jednotkou plochy za dobu t , lze vypočítat numerickou integrací tepelného toku $q_N(t)$ v mezích $\langle 0; t \rangle$. K funkci



Obr. 8.11. Časový průběh normované teploty sodnovápenaté skloviny v různých hloubkách při styku s ocelovou formou při různých hodnotách součinitele přestupu tepla. Graf vpravo nahoře: tepelný tok ze skloviny do formy, vpravo dole: množství tepla odvedené ze skloviny do formy [10].

$erf(z)$ neexistuje vzorec pro integrál, ale univerzální programy obsahují proceduru pro dostatečně přesný výpočet; například v Excelu to je funkce $erf.precise(z)$.

Normovaná teplota (8.29) je vztažena k rozdílu počáteční a konečné teploty tělesa. Vyjadřuje, v jaké relativní vzdálenosti od konečné teploty je okamžitá teplota vyšetřovaného místa, a pohybuje se od hodnoty 1 před začátkem kontaktu až k hodnotě 0 pro nekonečně dlouhou dobu kontaktu. Blíží se k nule tím rychleji, čím blíže je vyšetřované místo ke styčnému povrchu a čím vyšší je součinitel přestupu tepla α . Na obr. 8.11 vlevo je to ukázáno pro několik hloubek x a hodnot α . Vpravo jsou průběhy normovaných tepelných toků a množství odvedeného tepla.

Uvedené jednoduché vztahy umožňují rychlé získání jednotlivých hodnot i jejich časových průběhů. Výpočty platí přesně pro styk polonekonečných těles, ale určitými omezeními je lze použít i pro tělesa konečných rozměrů. Tvar tělesa a tloušťka ovlivněného pásma musí být ale takové, aby bylo možno předpokládat vedení tepla pouze ve směru kolmém k povrchu. Kromě toho musí být tloušťka tělesa tak velká, aby byla zanedbatelná změna teploty na protilehlém povrchu, popřípadě ve střední rovině u těles ochlazovaných z obou stran. Při stanovení těchto „mezních“ hodnot lze vyjít ze vztahu (8.36), jak zde ukážeme na několika příkladech.

Příklad 1. Určete dobu, za kterou teplota střední roviny skleněné desky tlusté 10 mm neklesne více než o 5%. Teplotní vodivost desky $a = 0,64151 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Řešení. Argument $y = x_i/[2\sqrt{(at)}]$, odpovídající relativní změně (teploty) o 5%, tzn. poklesu normované teploty na 0,95, je $y = 1,3859$. (Hodnota y byla nalezena aplikací řešitele v Excelu na funkci $erf(y) = 0,95$.) Pro ni a při poloviční tloušťce x rovné 5 mm = 0,005 m dostaneme

$$t = x^2/[4ay^2] = (5 \times 10^{-3})^2/[4 \times 0,64151 \times 10^{-6} \times 1,38592] = t = 5,0724 \text{ s.}$$

Příklad 2. Stanovte hloubku pod povrchem, ve které během 2 s dojde k relativní změně teploty o 10%.

Řešení. Pro $T_N = 0,9$ je argument funkce $erf(y)$ roven $y = 1,1631$. Při stejné teplotní vodivosti jako v předešlém případě bude odpovídající hloubka $x = 2y\sqrt{(at)} = 0,00263 \text{ m} = 2,63 \text{ mm}$.

Příklad 3. Zjistěte, za jakou dobu se ve výlisku vytvoří povrchová vrstva tloušťky $x = 2$ mm, ve které bude její viskozita rovna $\eta = 10^{10}$ Pas nebo vyšší.

Řešení. Teplota T , odpovídající viskozitě η , se získá ze vzorce (2.6), upraveného na tvar

$$T = T_{0,VFT} + \frac{B}{\log \eta - A}, \quad (8.43)$$

kde $T_{0,VFT}$, B , A jsou konstanty ve Vogelově-Fulcherově-Tammannově rovnici (2.6). Tuto teplotu potom dosadíme do vztahu

$$t = \frac{x^2}{4a \operatorname{erf}^{-1}\left(\frac{T - T_K}{T_0 - T_K}\right)}, \quad (8.44)$$

kde a je teplotní vodivost skloviny, erf^{-1} znamená inverzní funkci k funkci erf , T_0 je počáteční teplota skloviny a T_K je teplota kontaktu podle vztahu (8.20).

Vstupní hodnoty jsou následující: konstanty VFT rovnice: $A = -2,9246$, $B = 3834$, $T_{0,VFT} = 668$ °C, $a = 0,8 \times 10^{-6}$ m²/s, E_1 (E_2) = 2500 (12500) Wm⁻²K⁻¹s^{1/2}, $T_{10} = 1000$ °C, $T_{20} = 400$ °C, $T_K = 500$ °C, $x = 2$ mm. Ze vztahu (8.35) dostaneme pro $\eta = 10^{10}$ Pas teplotu $T = 964,6$ °C, a její dosazení do (8.36) dá $t = 0,978$ s.

Příklad 4. Stanovte tloušťku povrchové vrstvy u výlisku z příkladu 3, ve které bude po kontaktu s formou trvajícím 0,978s viskozita rovna 10^{10} Pas.

Řešení. Tloušťku vrstvy dostaneme ze vztahu

$$x_i = 2\sqrt{at} \sqrt{\operatorname{erf}^{-1}\left(\frac{T - T_K}{T_{i0} - T_K}\right)}. \quad (8.45)$$

Pro hodnoty T_{10} a T_K z předchozího příkladu a teplotu $T = 964,6$ °C je výraz v závorce ve vzorci (8.45) roven 0,9292, a platí $\operatorname{erf}^{-1}[(964,6 - 500)/(1000 - 500)] = 1,2776$. Odpovídající tloušťka vrstvy podle vzorce (8.37) pro $a = 0,8 \times 10^{-6}$ m²/s a dobu $t = 0,978$ s je $x = 2,0$ mm. **Poznámka.** Tato hodnota je stejná jako tloušťka vrstvy zadaná v příkladu 3, který je vlastně inverzní k příkladu 4.

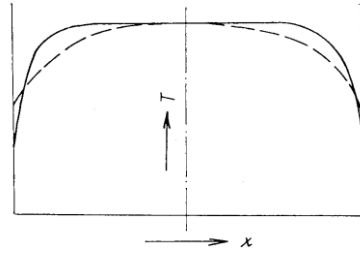
8.6 Znovuohřev povrchu skla vnitřním teplem (reheat)

Při styku žhavé skloviny s chladnějším povrchem proudí teplo z vnitřku předmětu ke styčnému povrchu a ve sklovině se vytvoří spád teplot (obr. 8.12). Při přerušení kontaktu se odvod tepla do okolí výrazně sníží – nyní probíhá pouze zářením a konvekcí. Ve sklovině však dále pokračuje tok tepla směrem k chladnějším povrchu, a platí

$$q(x, t) = -\lambda \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \quad (8.46)$$

Povrchové vrstvy se začnou ohřívat a sklo měkne. Právě tento znovuohřev vnitřním teplem a odpovídající snížení viskozity umožňují vytvoření konečného tvaru lahví

Obr. 8.12. Rozložení teplot (T) ve výlisku ochlazeném z obou stran. Plná čára – kratší doba lisování, vyšší součinitel přestupu tepla α . Přerušovaná čára – delší doba styku, nižší α .



nebo jiných dutých výrobků foukáním při dvoustupňovém procesu. Na druhou stranu, kdyby změknutí výrobku po vyjmutí z formy bylo příliš velké, došlo by k jeho zdeformování vlastní tíhou. Je proto vždy nutné najít optimální podmínky zpracování pro konkrétní výrobní proces.

Na obr. 8.13 jsou ukázány průběhy teplot v masivní skleněné desce, která byla nejprve rychle ochlazována stykem s kovovou deskou, a po určité době volně chladla na vzduchu. Jedná se o výsledky počítačového modelování [16]. Vlastnosti obou materiálů byly zvoleny tak, aby reprezentovaly běžné obalové sklo a litinovou formu, a byly předpokládány konstantní:

Vlastnost		sklovina	forma	
tepelná vodivost	λ :	2,236	43,3	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
měrné teplo	c :	1190	500	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
hustota	ρ :	2650	7200	kg m^{-3}
teplotní vodivost	a :	$0,8 \times 10^{-6}$	$12,0 \times 10^{-6}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$

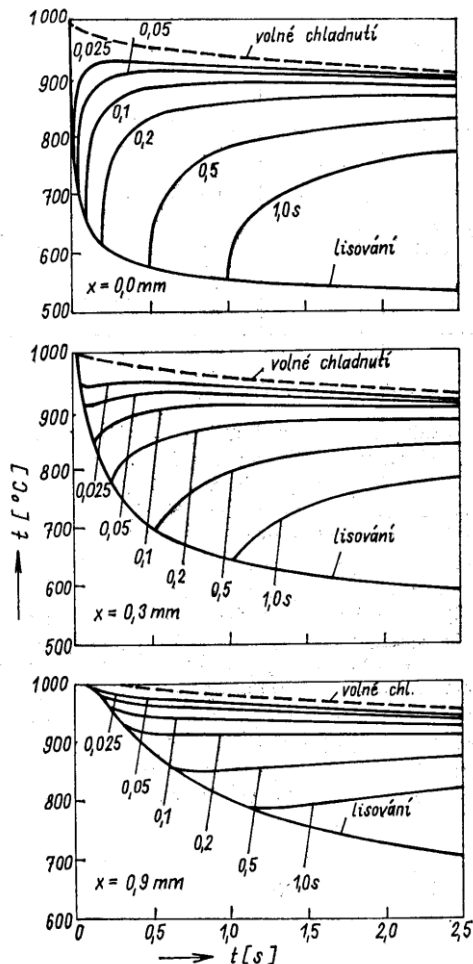
Počáteční teplota skloviny byla uvažována 1000 °C, formy 400 °C, vždy homogenní v celém tělese. Teplota vzduchu byla 30° C. Sklovina byla uvažována

neprůteplivá, součinitel přestup tepla do formy byl $\alpha_{s-f} = 5 - 10 - 20 \text{ kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$. Trvání kontaktu činilo $t_k = 0,025 - 0,05 - 0,1 - 0,2 - 0,5 - 1,0 \text{ s}$, časový krok při výpočtech byl $0,0125 \text{ s}$. Odvod tepla do okolního vzduchu probíhal konvekcí a sáláním, se součinitelem přestupu tepla

$$\alpha = \alpha_{\text{konv}} + \alpha_{\text{sál}}, \quad (8.47)$$

kde $\alpha_{\text{konv}} = 15 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$, a $\alpha_{\text{sál}} = C\varepsilon(T_p^2 + T_e^2)(T_p + T_e)$; C je konstanta sálavosti černého tělesa ($5,78 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$), ε je poměrná sálavost (v tomto případě $\varepsilon = 0,92$), a T_p a T_e jsou teploty povrchu tělesa a okolí ve stupních Kelvina.

Obrázky 8.13 ukazují časové průběhy teplot na povrchu, v hloubce 0,3 a 0,9 mm.



Obr. 8.13. Časový průběh teplot skla při styku s ocelí a následujícím volném chladnutí na vzduchu. Polonekonečná tělesa, počáteční teplota skloviny $1000 \text{ }^\circ\text{C}$, oceli $400 \text{ }^\circ\text{C}$, vzduchu $30 \text{ }^\circ\text{C}$. Koefficient přestupu tepla sklo-kov $\alpha_{s-k} = 10 \text{ kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$, trvání kontaktu $0,025 - 0,05 - 0,1 - 0,2 - 0,5 - 1,0 \text{ s}$. Hloubky: 0 mm (povrch), $0,3 \text{ mm}$ a $0,9 \text{ mm}$ [16].

Výsledky lze shrnout takto:

Během styku s chladnější formou dochází ve sklovině k poklesu teploty, tím většímu a prudšímu, čím je uvažované místo blíže k povrchu, čím delší je kontakt, a čím lepší je přestup tepla ze skloviny do formy. Po přerušení kontaktu se podstatně zmenší odvod tepla ze skloviny do okolí a povrchová vrstva se začne ohřívat teplem z vnitřku tělesa. Teplota vzrůstá zpočátku rychle a postupně stále pomaleji, až dosáhne určitého maxima a opět klesá. Po delší době se průběhy teplot asymptoticky blíží ke křivkám volného chladnutí. Zpětný ohřev je tím výraznější, čím blíže k povrchu je dané místo a čím kratší byla doba kontaktu. Ve velmi tenké povrchové vrstvičce (cca 0,1 mm) dochází k ohřevu ihned po přerušení kontaktu. Hluběji pod povrchem v prvních okamžicích po skončení kontaktu teplota ještě klesá a teprve po určité chvilce (setiny až desetiny sekundy) začne narůstat, dosáhne maxima a opět se snižuje. S rostoucí hloubkou pod povrchem se počáteční prodleva před znovuohřevem prodlužuje a změny teplot jsou povlnnější. Při větších hloubkách (0,8 mm a více) a při krátkých dobách kontaktu již ani nemusí dojít ke zpětnému ohřevu; pouze se zpomalí klesání teplot.

Tloušťka skleněných polotovarů je omezená. S klesající tloušťkou skloviny se zmenšuje její tepelná kapacita, takže se snižuje i možnost ohřevu vnitřním teplem. Má-li následovat další tvarování, musí doba styku s formou být přiměřeně kratší. Možnost znovuohřevu je také nižší, jestliže se teplo odvádí ze skloviny současně více povrchy, například při výrobě lahví lisofoukacím způsobem, kdy se sklovina v přední formě stýká svým vnějším povrchem s formou a vnitřním povrchem s razníkem, na rozdíl od dvakrát foukacího způsobu, kdy dochází pouze ke styku vnějšího povrchu láhve s formou.

Nyní si všimneme, jak se při kontaktu a po něm mění viskozita skloviny. Ta je silně nelineární funkcí teploty, jak o tom bylo pojednáno v kapitole 2. V úloze zaměřené na skleněné obaly [17] byl sledován vývoj teplot v skleněném tělese tvaru desky a z nich byly počítány viskozity η podle rovnice

$$\eta = 10^{A+B/(T-T_0)}, \quad (8.48)$$

kde A , B a T_0 jsou konstanty a T je teplota. Kromě viskozit v různých místech byla stanovena i viskozita střední, jakou by mělo těleso homogenní o stejné výsledné tuhosti, jako těleso skutečné. Například u skleněných obalů se stěnami o relativně

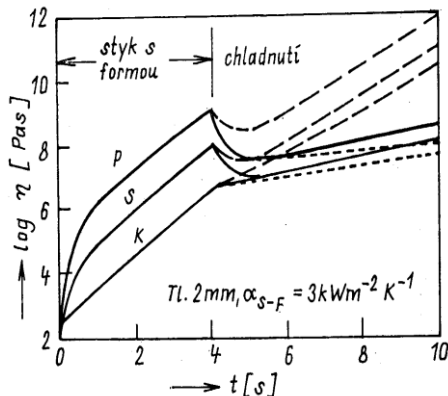
malé tloušťce h a při nepříliš nízkých viskozitách je tato pravá střední viskozita η_s dána vztahem

$$\eta_s = \frac{1}{h} \int_{(h)} \eta(x) dx \cdot \quad (8.49)$$

Za hodnoty $\eta(x)$ je nutno dosazovat viskozitu (nikoliv její logaritmus) v hloubce x .

Kromě pravé střední viskozity se někdy používá kalorimetrická střední viskozita, stanovená tak, že do vztahu (8.48) se dosadí průměrná teplota tělesa, jaká by se dostala např. kalorimetrickým měřením. Tato viskozita ale necharakterizuje tuhost předmětu při tvarování dostatečně.

Na obr. 8.14 je znázorněn časový průběh viskozity skloviny při tvarování ve formě a následujícím chladnutí. (Stupnice je logaritmická, takže změna na ní o jednotku znamená desetinásobné zvýšení nebo snížení viskozity!) Grafy, získané počítačovým modelováním, odpovídají kontaktu dokonalému ($\alpha_{s-f} = \infty$) a nedokonalému ($\alpha_{s-f} = 3 \text{ kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$), a tloušťce skloviny 2 mm. Vidíme počáteční nárůst viskozity během styku skloviny s formou a rychlý pokles po přerušení kontaktu, následovaný po určité době opět jejím nárůstem, který je rychlejší při intenzivnějším chlazení skleněného předmětu například ofukováním.



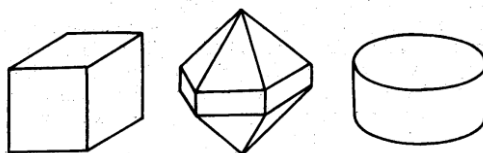
Obr. 8.14. Časový průběh viskozit skloviny při lisování a následujícím chladnutí, vliv intenzity chlazení. Tloušťka skla 2 mm, $\alpha_{s-f} = 3 \text{ kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$, doba styku s formou 4 s, odvod tepla ze skloviny i při chladnutí jedním povrchem. P – viskozita povrchu skloviny, K, S – kalorimetrická a pravá střední viskozita. — styk s formou a volné chladnutí při 20 °C, - - - ofukování vzduchem 20 °C, volné chladnutí ve formě 450 °C [17].

Částečně podobná situace jako při lisování je při stříhání proužku skloviny vytékajícího ze sklářské pece. Výsledky počítačové simulace jsou popsány například v [16]. Při styku skloviny s kovovými nůžkami je styčná plocha

ochlazovaná více, a zejména při delší době stříhu vzniká zde tvrdší povrchová vrstva skla nezanedbatelné tloušťky, která se při následujícím ohřevu teplem z vnitřku dávky ani nemusí dostatečně ohřát a na výrobku zůstane trvalá stopa, někdy ještě zdůrazněná, pokud byly špatně seřízené nůžky. Tento problém se někdy řeší lokálním ohřevem příslušného místa na proužku plamenem.

8.7 Situace při lisování předmětů s hranami

Dosud jsme se zabývali situací, kdy odvod tepla probíhá pouze v jednom směru, například u desky kolmo k její rovině nebo u válcového předmětu v radiálním směru. Existuje však mnoho případů, kdy se teplo odvádí ze skloviny ve více směrech současně. Příkladem jsou skleněné výlisky technického nebo okrasného charakteru (čochky, hranoly, lustrové ověšky). Jejich povrch je tvořen soustavou rovinných nebo zakřivených ploch, které se protínají a vytvářejí hrany (obr. 8.15).



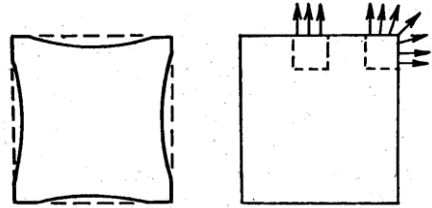
Obr. 8.15. Výlisky s hranami [15].

U těchto výrobků někdy dochází ke vzniku propadlin na jedné nebo více plochách. Při vyšších požadavcích na tvarovou přesnost je nutno takové výlisky brousit, což je nákladná operace. Proto si vzniku propadlin (vtaženin) všimneme blíže.

Vznik propadlin

Na rovinných nebo málo zakřivených plochách u poměrně masivních nebo tlustostěnných výlisků s hranami vznikají propadliny přibližně takto [15]: při lisování a následujícím chladnutí se odvádí teplo z výlisku do okolního prostředí, kterým je forma nebo vzduch. Při tom vzniká spád teplot mezi povrchem a vnitřkem. Z některých míst, jako jsou hrany a rohy, je teplo odváděno intenzivněji. Je to zřejmé z obr. 8.16: rohový element se stýká s chladnějším okolím relativně větší plochou nebo více plochami, než element o stejném objemu mezi hranami. Proto je teplota rohů a hran nižší než teplota mezi nimi, a tento rozdíl se přenáší i do větších hloubek. Při teplotách blízcích se k transformační teplotě dané skloviny, vytvoří chladnější a tužší hrany jakousi kostru výlisku, která je vyplněna teplejší a měkčí sklovinou.

V průběhu volného chladnutí po vyjmutí z formy se odvod tepla do okolí snižuje a dochází k vyrovnávání teplot uvnitř výlisku. Nižší teplota kostry klesá pomaleji než teplota vnitřku (jádra). Jeho smršťování je proto větší než smrštění kostry, což se



Obr. 8.16. Vznik propadlin na výlisku [15].

projeví tvorbou propadlin na původně rovných, dosud nezduhnutých plochách mezi hranami. Kromě toho dochází při přechodu transformační teploty k výraznému snížení teplotní roztažnosti skla (orientačně asi trojnásobnému [2]), dobře patrnému na dilatometrických křivkách. To má za následek, že se teplejší jádro smršťuje dále více než kostra, čímž se propadliny zvětšují. Proces jejich tvorby pokračuje až do ztuhnutí nejteplejších míst povrchu, resp. do vytvoření souvislé povrchové kůry tak tuhé, že ji podtlakové síly, vzniklé smršťováním vnitřku, již nejsou schopny deformovat. Tyto síly potom ve výlisku vytvářejí vnitřní pnutí.

POZNÁMKA. K tvorbě propadlin dochází i u kovových odlitků nebo plastových výrobků vytvářených vstřikováním, jsou-li mezi poměrně tenkými stěnami místa s větší tloušťkou a nahromaděním materiálu. Někdy se to řeší vhodným tvarem napojení jednotlivých oblastí.

Všimněme si nyní, na čem závisí velikost propadlin obecně. Změna objemu tělesa při změně teploty je

$$\Delta V = V \beta \Delta T, \quad (8.50)$$

kde V je objem tělesa, β je součinitel objemové teplotní roztažnosti, a ΔT rozdíl teplot. V případě propadlin na výliscích platí podle (8.50), že jejich objem bude tím větší, čím větší je objem žhavé skloviny, nacházející se ve ztuhlé kostře, dále, čím větší je rozdíl mezi objemovou roztažností skloviny a ztuhlého skla (neboť současně chladne a smršťuje se jak vnitřek, tak i kostra výlisku, a čím větší je rozdíl mezi střední teplotou, kterou má žhavé jádro v okamžiku, kdy vznikne kostra (a začnou se tvořit propadliny), a v okamžiku, kdy se vytvoří souvislá povrchová vrstva tak pevná, že další propadání povrchu již prakticky není možné. Kromě toho

bude objem propadlin tím větší, čím bude v okamžiku vytvoření kostry větší rozdíl mezi teplotami povrchu a jádra a rozdíl mezi teplotami hran a středů stěn povrchové vrstvy, neboť tím rychleji (v prvním případě) nebo déle (ve druhém případě) bude v kritické fázi chladnutí klesat teplota jádra a tím více se sníží proti teplotě kostry.

Velikost vtaženin závisí na více činitelích, jako je velikost a tvar výlisku, teploty skloviny a formy na počátku lisování, podmínky styku sklovina – forma, doba lisování, způsob dalšího chladnutí výlisku, rozměry, tvar a způsob chlazení formy, fyzikální vlastnosti skloviny a formy. Některých vlivů si všimneme blíže.

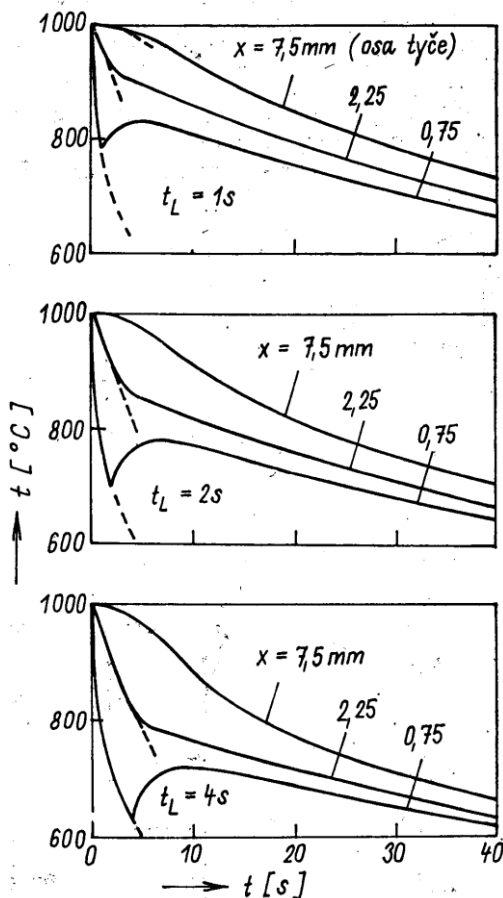
Velikost a tvar výlisku

Úbytek objemu při ochlazování je přímo úměrný celkovému objemu smršťující se skloviny. U geometricky podobných výlisků by hloubka propadlin měla růst přímo úměrně s rozměry výlisku. Ve skutečnosti u větších výlisků, zhotovených za stejných podmínek, je sklon k tvorbě propadlin větší. Tuhnoucí povrchovou vrstvičku skloviny si můžeme představit jako viskózní desku, upevněnou v tužší kostře výlisku. Smršťující se žhavé jádro působí na tuto desku podtlakem a prohýbá ji dovnitř. Rychlost prohýbání povrchové vrstvy je úměrná vyšší mocnině charakteristického rozměru výlisku. (Situace je analogická prohýbání pružné desky s tím rozdílem, že velikosti deformace pružné desky odpovídá rychlost deformace viskózní desky.) Celková deformace, resp. hloubka propadliny, je potom tím větší, čím déle trvá deformování, tzn. čím delší je doba potřebná na to, aby výlisek prošel kritickou fází tuhnutí mezi vznikem kostry a vytvořením celistvé tuhé povrchové kůry. A tato doba, jak vyplývá z teorie regulárního režimu ochlazování [11], roste přibližně se čtvercem charakteristického rozměru tělesa.

Na velikost propadlin má velký vliv i tvar tělesa. U pravidelného tvaru (krychle, pravidelný mnohostěn apod.) se úbytek objemu při symetrických podmínkách ochlazování rozdělí (hypoteticky) pravidelně na všechny plošky. Při nepravidelném tvaru nebo chlazení je toto rozdělení nerovnoměrné. Na větších ploškách vznikají značně hlubší propadliny než na ploškách malých. Roli hrají i úhly, které svírají sousední plošky. Čím je takový úhel ostřejší, tím rychlejší je pokles teplot (větší poměr ochlazovaného povrchu k objemu) a tím dříve se zde bude tvořit kostra, resp. tím zde bude tužší. Navíc může nestejněměrná tuhost nebo složitý, nepravidelný tvar kostry mít za následek i její celkové zdeformování.

Teplota skloviny a formy, doba lisování, přestup tepla sklovina-forma, další ochlazování

Vliv součinitele přestupu tepla mezi sklovinou a formou je podobný jako vliv doby lisování. Matematické modelování ukázalo, že za určitou dobu od začátku kontaktu při vyšší hodnotě součinitele přestupu tepla α_{s-f} byly teploty ve výlisku podobné, jako v případě nižšího součinitele za delší dobu [15]. Vliv mají i podmínky následujícího chladnutí: jestliže výlisek chladnul pomalu v peci, byl sklon k tvorbě propadlin větší než při jeho volném chladnutí na vzduchu. Naopak menší sklon ke vzniku propadlin byl v případě, kdy výlisek po uvolnění z formy byl ofukován vzduchem. To je ilustrováno na obr. 8.17), který ukazuje časový průběh teplot skleněné tyče čtvercového průřezu při lisování a následujícím chladnutí. Různé křivky odpovídají teplotám v malé hloubce pod povrchem a na ose tyče, a to při různých intenzitách chladnutí po opuštění formy.



Obr. 8.17. Průběh teplot skleněné tyče čtvercového průřezu 15x15 mm při lisování a následujícím volném chladnutí [16]. Počáteční teplota skloviny 1000 °C, formy 400 °C a vzduchu 30 °C. Koeficient přestupu tepla sklo-forma $\alpha_{s-f} = 20 \text{ kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$, doby lisování 1 - 2 - 4 s. Teploty ve středu stěny v hloubkách 0,75 - 2,25 - 7,5 mm (osa tyče). Čárkovaně naznačeno pokračující lisování.

Základem pro odstranění nebo zmenšení propadlin je zvládnutí procesu tvarování tak, aby byl dosažen minimální rozptyl teplotních poměrů u jednotlivých výlisků. Na základě měření a modelování pak lze vytvořit formy s negativní propadlostí, tj. s vypouklými plochami. Když dochází k tvorbě propadliny na vypouklé ploše, bude tato vypouklina menší nebo úplně zmizí. Někdy lze soustředit vznik vtaženin do jedné plochy, například tam, kde nebude vidět.

Rozložení teplot ve skleněném výlisku je také ovlivněno rozložením teplot ve formě a jejím tvarem. Na počátku kontaktu nejsou teploty ve formě rozloženy rovnoměrně, ale klesají od styčné plochy se sklovinou směrem k vnějšímu povrchu. Při sériové výrobě, kdy lisování probíhá v taktech, teploty v různých místech stěny formy periodicky kolísají, jak ukážeme dále.

8.8 Kolísání teplot ve formě

Zjednodušenou představu dostaneme na příkladu polonekonečného tělesa, u kterého se teplota povrchu mění podle harmonické funkce. Rozložení teplot v tělese při složitějším průběhu povrchové teploty lze získat rozvojem do trigonometrických (Fourierových) řad.)

Mění-li se teplota povrchu například podle funkce cosinus, mění se i teploty pod povrchem podle kosinové funkce o stejné frekvenci, avšak směrem do hloubky s menšími amplitudami a jsou opožděné proti teplotám povrchu.

Pro okamžitou teplotu v hloubce x platí [2, 11, 12]:

$$\Delta T(x,t) = \Delta T_0 \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi}{at_0}}\right) \cos\left(2\pi \frac{t}{t_0} - x \sqrt{\frac{\pi}{at_0}}\right); \quad (8.51)$$

$\Delta T(x,t)$ je rozdíl mezi teplotou v místě x a čase t a její střední hodnotou, ΔT_0 je rozdíl mezi okamžitou teplotou povrchu a její střední hodnotou, a je teplotní vodivost tělesa, a t_0 je doba jednoho kmitu; mezi ní a frekvencí změn f platí následující vztahy:

$$t_0 = 1/f, \quad \omega = 2\pi f; \quad (8.52)$$

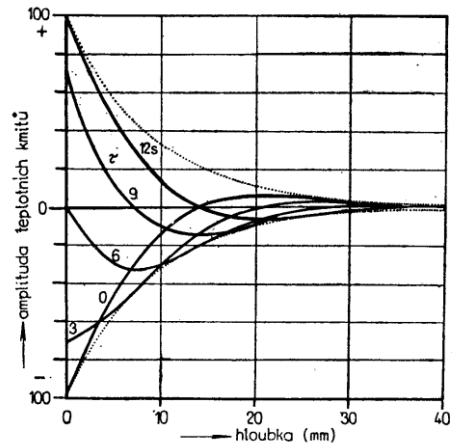
ω je kruhová frekvence (úhlová rychlost) teplotních změn.

Na obr. 8.18 jsou znázorněny křivky rozložení teplot v jednotlivých časových okamžicích. Exponenciální část výrazu (8.51),

$$\Delta T_0 \exp\left(-x \sqrt{\frac{\pi}{at_0}}\right), \quad (8.53)$$

představuje obálku všech vln a vyjadřuje, jak se zmenšuje amplituda teplotních kmitů směrem do hloubky. Pro $x\sqrt{(\pi/at_0)} = 3$ se zmenší na 5% amplitudy na povrchu. Pokles změn teplot do hloubky je tím rychlejší, čím menší je teplotní vodivost materiálu formy a čím kratší je trvání jednoho cyklu, resp. čím vyšší je frekvence. Například u oceli ($a = 12 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) při trvání jednoho cyklu $t_0 = 1 \text{ s}$ poklesne amplituda teplotních kmitů na 5% v hloubce 5,86 mm. Při trvání cyklu 10 s klesne amplituda na 5% v hloubce $\sqrt{10}$ -krát větší, tj. 18,5 mm.

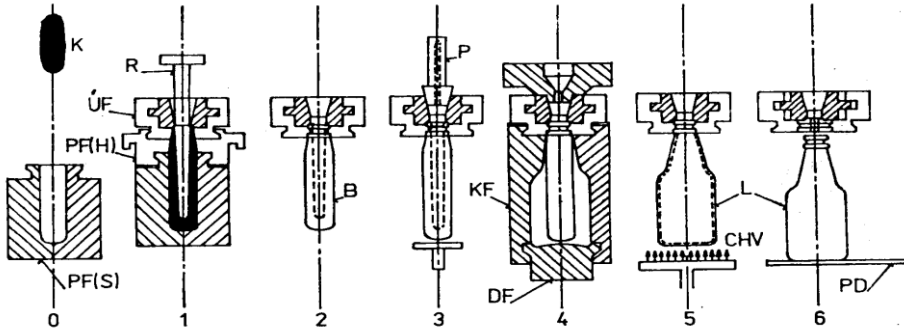
Obr. 8.18. Rozložení (útlum) teplot směrem do hloubky. Čísła u křivek udávají čas (s) od počátku kontaktu. Tečkované křivky vymezují oblast kolísání teplot. Litinová forma [2].



8.9 Vliv rychlosti odvodu tepla na uspořádání lahvárenských strojů

Skleněné láhve s úzkým hrdlem se obvykle vyrábějí dvojstupňovou technologií. Dávka skloviny spadne do přední formy (PF na obr. 8.19), kde se z ní foukáním nebo lisováním vytvoří baňka, tzv. přední tvar (obr. 8.19, č. 1 a 2). Baňka se přenesse (č. 2 a 3) do konečné formy KF (a tam se dofoukne na přesný tvar (obr. 8.19, pozice 4). V přední formě se povrchová vrstva skloviny ochladí a ztuhne natolik, že je možné baňku přenést do konečné formy. Dotvarování v konečné formě je umožněno díky znovuořevu baňky teplem z vnitřku skla (reheat, obr. 8.19, pozice 2 – 4). Pro správný proces musí být sladěny všechny fáze: odebrání tepla v přední formě – prohřátí baňky – odebrání tepla v konečné formě.

Množství tepla odvedené při styku s formou je přibližně úměrně odmocnině z doby styku, velikosti styčné plochy a rozdílu teplot; viz vztahy (8.27) a (8.28). Pro



Obr. 8.19. Lisofoukací způsob výroby lahví (L) s úzkým hrdlem dle firmy Heye [5].
 PF - přední forma, R - razník, B - baňka, KF - konečná forma, CHV - chladičí vzduch

celkové množství tepla, odvedené při dvoustupňovém tvarování láhve, platí přibližně [2]

$$Q = S_p \Delta T_p B \sqrt{t_p} + S_k \Delta T_k B \sqrt{t_k} ; \quad (8.54)$$

S_p a S_k je velikost styčné plochy v přední (p) a konečné (k) formě, ΔT je charakteristický rozdíl teplot skloviny a formy, t_p a t_k jsou časy styku skloviny a příslušné formy, a

$$B = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{E_s} + \frac{1}{E_f} \right)^{-1} \quad (8.55)$$

je konstanta charakterizující složenou tepelnou akumulaci schopnost skloviny a formy; pro jednoduchost se zde předpokládá, že materiál přední i konečné formy má stejné tepelné vlastnosti.

Při hromadné výrobě usilujeme o to, aby potřebné množství tepla bylo ze skloviny odvedeno co nejdříve, tj. aby celkový tvarovací čas,

$$t_c = t_p + t_k , \quad (8.56)$$

byl co nejkratší. Zde ukážeme, při jakém poměru doby tvarování skloviny v přední a konečné formě bude množství odvedeného tepla největší [2].

Vyjádříme-li ve vztahu (8.46) dobu styku s konečnou formou t_k prostřednictvím doby styku s přední formou t_p a celkovou dobou tvarovacího cyklu t_c ,

$$t_k = t_c - t_p, \quad (8.57)$$

dostaneme

$$Q = S_p \Delta T_p B \sqrt{t_p} + S_k \Delta T_k B \sqrt{t_c - t_p}. \quad (8.58)$$

Maximální množství tepla bude ze skloviny odvedeno během tvarovacího cyklu při splnění podmínky extrému funkce $Q(t_p)$, tj.

$$\frac{dQ}{dt_p} = 0. \quad (8.59)$$

Derivujeme-li výraz (8.58) podle t_p a položíme derivaci rovnou nule, dostaneme

$$S_p \Delta T_p B \frac{1}{2\sqrt{t_p}} + S_k \Delta T_k B \frac{1}{2\sqrt{t_c - t_p}} = 0. \quad (8.60)$$

Nyní opět uijeme vztah (8.57) a nalezneme poměr mezi dobou setrvání v přední a konečné formě:

$$\sqrt{\frac{t_p}{t_k}} = \frac{S_p}{S_k} \frac{\Delta T_p}{\Delta T_k}. \quad (8.61)$$

Rovnice (8.61) není zcela přesná, neboť střední teplota předního tvaru, a tedy i ΔT_p , je ovlivněna dobou pobytu v přední formě. Přesto dává určitou představu. Dosadíme-li do ní střední hodnotu obvyklých poměrů $S_p/S_k = 0,56$ a průměrných teplotních rozdílů $\Delta T_p = 670$ K a $\Delta T_k = 530$ K, vychází pro maximální odvod tepla $t_p/t_k = 0,50$.

Nejvíce tepla se tedy ze skloviny odvede, je-li doba styku skla a kovu v konečné formě dvakrát tak dlouhá jako v přední formě. Vliv členu S_p/S_k ukazuje výhodnost předních tvarů s větším přesahem^{*)}. Odvod tepla probíhá v konečné formě vždy

^{*)} Přesah je definován vztahem $P = (V_f - V_s)/V_s$, kde V_f je celkový objem dutiny přední formy a V_s je objem skla při pracovní teplotě. Přesah v podstatě vyjadřuje, o kolik je větší objem dutiny přední formy než objem skloviny. U běžných lahví u dvoustupňového procesu s přední a konečnou formou se zpravidla pohybuje v rozmezí 20 – 60%; vyšší hodnoty odpovídají výrobkům s tenčí stěnou [2].

rychleji vzhledem k většímu styčnému povrchu. Někdy se proto užívá uspořádání forem 1 + 2, to znamená dvě konečné formy na jednu formu přední, jako například u technologie firmy Heye. Důležité jsou ale i další činitele, a proto například řadové stroje na láhve mívají uspořádání 1 + 1.

Tvarování velkoobjemových nádob ve více cyklech

Míra přetváření skleněného polotovaru v nádobu může být charakterizována koeficientem objemové expanze

$$\varepsilon = V_i/V_g, \quad (8.62)$$

kde V_i je celkový objem výrobku a V_g je objem dávky skla. Výroba probíhá bez problémů, je-li koeficient objemové expanze v rozumných mezích. Strojním foukáním v kovových formách lze vytvořit v jediné formě pouze velmi malé nádoby, s hodnotou ε do 2 – 2,2. U dvoustupňového procesu s přední a konečnou formou platí pro celkový koeficient

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \times \varepsilon_2, \quad \text{neboli} \quad V_i/V_g = V_1/V_g \times V_i/V_1; \quad (8.63)$$

ε_1 , resp. ε_2 je koeficient objemové expanze pro přední, resp. konečnou formu. V tomto případě lze při dvakrát-foukacím způsobu dosáhnout hodnoty $\varepsilon = 8 - 9$. Pro vyšší hodnoty ε je již vhodnější třístupňové tvarování, s přední (1), střední (2) a konečnou formou (3), kdy platí

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \times \varepsilon_2 \times \varepsilon_3. \quad (8.64)$$

V [19, 20] je popsána strojní výroba obalů (demižonů) s koeficientem objemové expanze $\varepsilon = 24 - 28$. Obecně platí, že vyšších hodnot ε lze dosáhnout v případě, jestliže se přetvoření dávky skloviny v první formě děje lisováním, neboť to umožňuje získat přesnější polotovar, s rovnoměrněji rozloženou sklovinou.

Pro třístupňové tvarování je nutné, aby polotovar obsahoval dostatečné množství tepla pro umožnění jeho znovuohřevu a změknutí před foukáním ve druhé ale i třetí formě. V opačném případě by byl nutný vnější přihřev.

Existuje velké množství publikovaných prací věnovaných otázkám souvisícím s tvarováním skla ve formách. Zde zmíníme alespoň některé z nich.

Přestupem tepla mezi sklovinou a formou a teplot ve formách se zabývají například články [22 – 27, 74]. Práce [28, 29] se zabývají dvouvrstevnými formami, u kterých

je na pracovním povrchu formy z běžné oceli vytvořena naplátováním výbuchem speciální vrstva například z niklu. Vývoj teplot v tomto případě je analyzován v [30, 31]. Mechanické a teplotní a poměry při tvarování tenkostěnných výrobků za rotace ve vymazávaných formách (obr. 1.9) jsou zkoumány v práci [32]. Formám ze speciálních materiálů (grafit, pěnoform, spékané kovy) jsou věnovány publikace [33 – 37].

Simulací tvarování skla ve formách se zabývají práce [38 – 59]; poslední z nich je věnována odstředivému lití.

Obecné otázky tvarování a reologie jsou probírány v [10 – 63]. O obalovém skle a strojích pro tuto výrobu se lze dočíst například v [64 – 77].

Literatura ke kapitole 8

1. Kent, R., Rawson, H.: An experimental and theoretical investigation of glass pressing. *Glass Technol.*, 12 (1971), str. 117.
2. Smrček, A.: Strojní tvarování skla. SNTL, Praha, 1981, 328 s.
3. Mrkva, F.: Hydrodynamický model procesu lisování skloviny. *Sklář a keramik*, 22 (1972), s. 186 – 188.
4. Schumacher, R.: Thermische und mechanische Vorgänge beim Verpressen einer zähflüssigen Glasschmelze. *Glastechn. Ber.*, 47 (1974), č. 11, s. 239.
5. Belda, J.: Sklářské a keramické stroje I. VŠST, Liberec, 1991. 285 s.
6. Hotař, V., Klebsa, V., Matoušek, I.: Technologie automatické výroby skla. Technická univerzita v Liberci, Liberec, 2015. 318 s.
7. Roeder, E.: Extrusion of glass. *J. Non-Cryst. Solids* 5 (1971), pp. 377 – 388.
8. Roeder, E., Achten, N.: Das Düsenwellphänomen – eine Erscheinung beim Strangpressen von Glasschmelzen. *Glastechn. Ber.* 54 (1981), No. 5, pp. 131 – 135.
9. Egel-Hess, W., Roeder, E.: Extrusion of glass melts - Influence of wall friction effects on the die swell phenomenon. *Glastechn. Ber.*, 62 (1989), č. 8, s. 279 - 284.
10. Menčík, J.: Příspěvek k analýze přestupu tepla mezi sklovinou a formou. *Sklář a keramik*, 29 (1979), No. 5, s. 140 – 144.
11. Šorin, S. N.: Sdílení tepla. SNTL, Praha, 1968. 400 s.

12. Gröber, H., Erk, s., Grigull, U.: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. Springer Verlag, Berlin, 1955. Ruský překlad: Osnovy učeníja o teploobmene. Izdatělstvo inostrannoj literatury. Moskva, 1958. 567 s.
13. Trier, W.: Wärmeabgabe und Rückerhitzung dünnwandiger Gläser beim Press-Blas-Verfahren. *Glastechn. Ber.* 53 (1980), No. 2, s. 42 – 44.
14. Abramowitz, M., Stegun, I.: Handbook of Mathematical Functions. National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 55, June 1964 (May 1968).
15. Menčík, J.: K problematice výroby přesných skleněných výlisků. *Sklář a keramik*, 31 (1981), No. 9, s. 251 – 257.
16. Menčík, J.: Matematické modelování tepelných procesů při výrobě skleněných výlisků. *Sklář a keramik*, 31 (1981), No. 3, s. 64 – 71.
17. Menčík, J.: K teplotním a viskozitním poměrům při tvarování skleněných obalů. *Sklář a keramik*, 33 (1983), No. 10, s. 257 – 262.
18. Hlaváček, J.: Sklářské stroje. SNTL, Praha, 1982. 184 s.
19. Pellecchi, S.: Technological principles of a new fully automatic IMI machine with a three-mould cycle for producing large glass containers. *Glass Technology*, Vol. 23, No. 5. October 1982. pp. 235 – 237.
20. Bettoni, V.: Large container forming machine. *Glass Machinery Plants & Accessories*, 3 (1990), No. 2, pp. 31 - 33.
21. Bonacina, C., Strada, M., Gottardi, V.: Finite element analysis of the temperature fields in glass moulds. *Glass Technology*, Vol. 23 (1982), No. 4, pp. 172 – 176.
22. Costa, P.: Untersuchung der thermischen und geometrischen Kontaktverhältnisse zwischen Glas und Metall bei der Formgebung heissen, zahflüssigen Glases. *Glastechn. Ber.* 45 (1972) Nr. 6, s. 277 – 287.
23. Fellows, S., Shaw, F.: A laboratory investigation of glass to mould heat transfer during pressing. *Glass Technology*, 19 (1978) No. 1, pp. 4 – 9.
24. Mc Graw, D. A.: Transfer of heat in glass during forming. *J. Amer. Ceram. Soc.*, 44 (1961), No. 7, p. 353.
25. Mc Graw, D. A.: Heat transfer at the glass-mould interface. *Glastechn. Ber.* 46 (1973), Nr. 8.
26. Manthuruthill, J., Sikri, T. R., Simmons, G. A.: Simplified Mathematical Model Simulating Heat Transfer in Glass-Forming Molds. *J. Amer. Ceram. Soc.* 57 (1974), No. 8, 345 – 350.
27. Steere, R. C.: Glass surface reheat in pressware formation. *J. Appl. Phys.*, 40 (1969), No. 9, pp. 3884 – 3885.

28. Belda, J.: Sklářské formy z nízkouhlíkaté oceli s výbuchem navařenou vrstvou niklu. *Sklář a keramik*, 33 (1983), No. 9, s. 235 – 240.
29. Belda, J.: Sklářské formy s modifikovaným teplotním polem. Sborník IX. Mezinár. konference Sklářské stroje, září 1996, Liberec. Česká sklářská společnost + Technická univerzita v Liberci + DT Ústí n. L., str. 73 – 76.
30. Menčík, J.: Teoretický rozbor teplotních poměrů při styku skloviny s dvouvrstvou formou. *Sklář a keramik*, 33 (1983), No. 9, s. 240 – 244.
31. Menčík, J.: Možnosti řízení teplot skloviny při tvarování ve formách. *Sklář a keramik*, 37 (1987), č. 2, s. 33 – 39.
32. Novotný, F., Matoušek, I.: K tvarování skloviny v litinové formě s porézni nasávkovou vrstvou. *Sklář a keramik*, 55C (2005), s. 93 – 98.
33. Novotný, F., Horák, M.: K efektivnímu využívání grafitových forem pro výrobu foukaného skla. *Sklář a keramik*, 56 (2006), č. 9, s. 192 – 197.
34. Novotný, F., Horák, M.: Formy z porézního grafitu pro výrobu foukaného sortimentu skla. *Sklář a keramik*, 56C (2006), s. 49 – 56.
35. Kryf, J.: Použití sklářských forem vyrobených z moderního syntetického materiálu pěniform při výrobě skla. Sborník IX. Mezinár. konf. Sklářské stroje, září 1996, Liberec. Česká sklářská společnost + Technická univerzita v Liberci + DT Ústí, str. 77 – 80.
36. Gorbaň, I., Jech, Z.: Tepelně stabilní izotermické formy pro strojní lisování skleněných výrobků. IX. Mezinár. konf. Sklářské stroje, září 1996, Liberec. Česká sklář. Společ. + Technická univerzita v Liberci + DT Ústí, str. 67 – 72.
37. Steingrube, D., Trier, W.: Wärmekontakt zwischen Glasschmelze und offenporigem Sintermetall. *Glastechn. Ber.* 51 (1978) Nr. 5, s. 104 – 110.
38. Novotný, F., Steklý, J.: Užití simulačních metod při vývoji nového výrobku z tenkostěnného skla. XII. mezinárodní konference Sklářské stroje. 19. a 20. 9. 2006, Liberec. Technická univerzita v Liberci, *Sklář a keramik*, s. 29 – 36.
39. Steklý, J.: Možnosti uplatnění numerické simulace pro tvarování užitkového skla lisováním. Česká a slovenská konference o skle, Luhačovice 10. – 11. listopadu 2005. *Sklář a keramik*, 55C, s. 139 – 142.
40. Steklý, J.: Možnosti uplatnění numerické simulace pro tvarování užitkového skla lisofoukáním. *Sklář a keramik*, 55C (2006), s. 139 – 142.
41. Vráběl, P., Zhang, L., Cúth, V.: Modelovanie tvarovania užitkového skla. Česká a slovenská konference o skle, Luhačovice 10 – 11 listopadu 2005. *Sklář a keramik*, 55C, s. 166 – 171.

42. Matoušek, I.: Approach to the optimisation of glass pressing cycle. In: Proc. 1st Slovak Glass Conference, Trenčín, June 29 – July 1, 2000. Trenčín University, pp. 86 – 95.
43. Matoušek, I.: Numerická simulace procesu tvarování skloviny. Sborník IX. Mezinár. konference Sklářské stroje, září 1996, Liberec. Česká sklářská společnost + Technická univerzita v Liberci + DT Ústí, str. 34 – 41.
44. Matoušek, I.: Numerická simulace procesu tvarování skloviny a optimalizace tvarovacích nástrojů. XI. Mezinár. konf. Sklářské stroje, 16. a 17. září 2003, Liberec. Česká sklářská společ. + Technická univerzita v Liberci, s. 27 –34.
45. Matoušek, I.: Numerická simulace procesu lisování - nástroj optimalizace konstrukce sklářských forem. Sborník X. konference Sklářské stroje, 1999, Liberec. Česká sklářská společ. + Technická univerzita v Liberci, s. 73 – 81.
46. Matoušek, I.: Numerická simulace – efektivní nástroj optimalizace cyklu lisování skloviny. Sklář a keramik, 53 (2003), č. 7 – 8.
47. Matoušek, I.: Počítačové modelování v automatizované výrobě lisovaného skla. Disertační práce. Technická univerzita v Liberci, 2005. 2127 s.
48. Matoušek, I.: Virtual modeling of dynamic loading of glass mould. In: 9th ESG Conference, June 22-26, 2008, Trenčín. Advanced Materials Research, Vol. 39-40, pp. 535 – 540.
49. Vrábek, P., Zhang, L., Cúth, V.: Modelovanie tvarovania úžitkového skla. Česká a slovenská konference o skle, Luhačovice 10 – 11 listopadu 2005. Sklář a keramik, 55C, s. 166 – 171.
50. Steklý, J.: Numerical simulation of glass blowing proces. In: Proc. 1st Slovak Glass Conference, Trenčín, June 29 – July 1, 2000. Trenčín University, pp. 96 – 102.
51. Steklý, J.: Možnosti uplatnění numerické simulace pro tvarování užitkového skla lisováním. Česká a slovenská konference o skle, Luhačovice 10. – 11. listopadu 2005. Sklář a keramik, 55C, s. 139 – 142.
52. Steklý, J.: Možnosti uplatnění numerické simulace pro tvarování užitkového skla lisofoukáním. Sklář a keramik, 55C (2006), s. 139 – 142.
53. Leede, de, G., Koch, R., Bouwman, V., Kloosterman, G.: Advanced simulation of 3D glass bottle forming with Abaqus. In: 9th ESG Conference, June, 2008, Trenčín. Advanced Materials Research, Vol. 39-40, pp. 499 – 504.
54. Lochegnies, D., Moreau, P., Guilbaut, R.: A reverse engineering approach to the design of the blank mould for the glass blow and blow process. VII ESG Athens, Greece, April 2004, Glass Technology, 46 (2005) No. 2, p. 116 – 120.

55. Rawson, H.: Mathematical and physical models of glass-making processes. In: Glass '89. Proc. XV Int. Congress on Glass, Leningrad, 1989, pp. 376 – 397.
56. Nölle, G.: Grundprobleme der Formgebung des Glases. Silikattechnik, 27 (1976), No. 8, 263 – 266.
57. Howard, G. E.: Mechanization of the Glass Industry: Glass Containers. Chapter 12 in: Forming in the Glass Industry. (A. G. Pincus, editor), Ashlee Publishing Co., Inc., New York, 1983. pp. 48 – 58.
58. Trier, W.: Forming processes of hot glass. In: Glass '89. Proc. XV Int. Congress on Glass, Leningrad, 1989, pp. 494 – 515.
59. Schmette, E.: Formung von Glaserzeugnissen durch Schleudertechnik. Silikattechnik, 1983, No. 10, s. 296 – 299.
60. Menčík, J.: Matematické modelování procesů tvarování skla. Sborník prací VŠST v Liberci, 1983. s. 321 – 328.
61. Novotný, F, Matoušek, I., Vítová, M.: Reologické vlastnosti skla ve vztahu k tvarování lisováním. XV. Mezinár. věd. sympozium TU Liberec - TU Dresden, 13. - 15. 9. 2005, s. 44.
62. Mills, J. J., The viscoelastic response of glass during forming. Glass Technology, Vol. 14 (1973) No. 4, pp. 101 – 105.
63. Simmons, J. H., Simmons, C. J.: Non-Newtonian viscous flow in glass forming. Bull. Amer. Ceram. Soc., 68 (1989), pp. 1949 – 55.
64. Andrýsek, J. a kol.: Rozbor tvarovacího procesu na strojích AL 106. Sklář a keramik, 33 (1983), č. 5, s. 142 – 148.
65. Foyil, J.: The Heye–Maul 1–2 Machine. The Glass Industry, 58, October 1977, 14 – 18.
66. Giegerich, W., Trier, W.: Glasmaschinen. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 1964.
67. Schupbach, D. E.: Heat transfer and the physical requirements of container forming. Glass Technology, Vol. 11 (1970), No. 4, pp. 100 – 109.
68. Rekhson, S., Wang, Y., Wang, H. P.: Computer Modelling of Glass Flow in Ribbon Process. Ceram. Eng. Sci. Proc., 11 (1990) No. 1 – 2, pp. 196 – 204.
69. Kubát, J., Šubryt, K., Kaplánek, J.: Nové technologie a trendy tvarování užitkového skla. Sborník VIII. konference Sklářské stroje, září 1993, Liberec. Česká sklářská společnost + VŠST Liberec, s. 8 – 16.
70. Groot, J.A.W.M., Mattheij, R.M.M., Laevsky, K.Y.: Mathematical Modelling of Glass Forming Processes. In: Lecture Notes in Mathematics (Springer), November 2010, s. 1 – 56.

71. Brown, M.: A review of research in numerical simulation for the glass-pressing process. *Proc. IMechE, Part B: J. Engineering Manufacture*, 221(9) 2007. s. 1377–1386.
72. Cormeau, A., Cormeau, I., Roose, J.: Numerical simulation of glass-blowing. In: J.F.T. Pittman, O.C. Zienkiewicz, R.D. Wood, J.M. Alexander, editors, *Numerical Analysis of Forming Processes*, Wiley, New York, 1984, s. 219–237.
73. Giannopapa, C. G.: Development of a computer simulation model for blowing glass containers. *J. Manuf. Sci. and Eng.*, 2008, s. 130.
74. Gregoire, S., César de Sá, J.M.A., Moreau, P., Locheignies, D.: Modelling of heat transfer at glass/mould interface in press and blow forming processes. *Computers and Structures*, 85 (2007), 1194–1205.
75. Laevsky, K.: Pressing of Glass in Bottle and Jar Manufacturing: Numerical Analysis and Computation. PhD thesis, Eindhoven University of Technology, 2003.
76. Locheignies, D., Moreau, P., Guilbaut, R.: A reverse engineering approach to the design of the blank mould for the glass blow and blow process. *Glass Technology*, 46(2) 2005. s. 116–120.
77. Op den Camp, O., Hegen, D., Haagh, G., Limpens, M.: TV panel production: Simulation of the forming process. *Ceram. Eng. Sci. Proc.*, 24(1) 2003. s. 1–19.

9. Povrchové jevy při tvarování

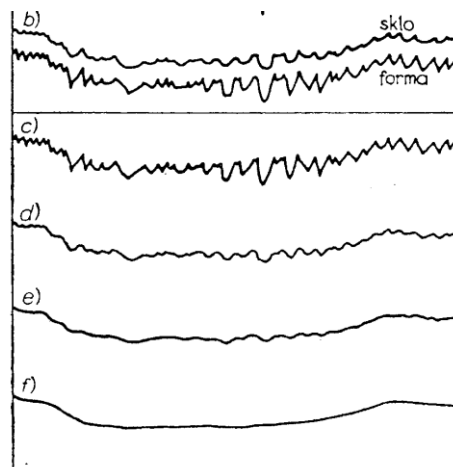
Při tvarování skla ve formách někdy dochází k následujícím jevům:

1. Vyhlazování povrchu měkké skloviny účinkem povrchového napětí,
2. Vznik vln na povrchu skla,
3. Lepení skloviny na formu, a
4. Vznik trhlinek na povrchu skla.

9.1 Vyhlazování povrchu

Je-li sklovina dostatečně měkká, kopíruje nerovnosti povrchu formy, často i mikroskopické. Někdy chceme, aby skleněný výrobek přesně okopíroval reliéf, ale někdy je to naopak nežádoucí. Po ukončení styku s formou se účinkem povrchového napětí měkký žhavý povrch postupně stává hladším (obr. 9.1). K vyhlazování může docházet samovolně, jakmile skleněný předmět opustí formu, někdy ale jeho povrch k tomuto účelu úmyslně zahříváme, například pro vyleštění matného povrchu po broušení (tzv. leštění žárem) nebo pro odstranění stopy po stříhu. Podobně se lokálním ohřevem zaoblují ostré hrany vyfukovaných sklenic po jejich odlomení od baňky.

Vyhlazování povrchu se děje viskózním tečením. Pro kinetiku procesu byly



Obr. 9.1. Otisk mikroreliéfu formy do povrchu skla při lisování a jeho postupné (c-d-e-f) vyhlazování [1].

navrženy různé vztahy [1], například

$$t = K \frac{\eta}{\gamma} \ln \frac{h_0}{h} ; \quad (9.1)$$

t je doba potřebná pro snížení povrchových nerovností z výšky h_0 na výšku h , K je konstanta, η je viskozita skla, a γ je povrchové napětí. Vztah (9.1) říká, že proces vyhlazování se postupně zpomaluje (se zmenšováním nerovností), podobně jako tomu u viskoelastických materiálů bývá i v jiných případech (viz též Kap. 4). Další informace lze získat z knihy [1] a prací [2 – 4].

9.2 Vznik vln na povrchu skla v místě dopadu dávky do formy

U některých výrobků, jako jsou například skleněné mísy nebo televizní obrazovky, se někdy na povrchu v místech, kde dávka skloviny dopadla do formy, objeví řada soustředných vln, které připomínají vlny na hladině vody po dopadu kamene (obr. 9.3). Také mechanismus jejich vzniku je podobný, s tím, že nyní je místo vody sklovina a místo kamene forma. Kdyby sklovina netuhla, dělaly by se na jejím povrchu v okolí prvního dotyku vlny a kruhy. Když se oblá dávka skloviny dotkne poprvé chladnější formy, ztuhne část jejího povrchu v místě prvního styku, v jehož okolí je dosud nedotčená žhavá sklovina, o chvíli později se kolem něj při lokálním kontaktu vytvoří a ztuhne vlna ve tvaru úzkého „prstence“, a celý proces se opakuje, dokud povrchová vrstva skloviny neztuhne natolik, že se v ní již další vlny, resp. prstence netvoří. Tuto úlohu řešil Mrkva [5].

9.3 Lepení skloviny na formu

Když se místo dřevěných forem začaly užívat formy kovové, objevil se vážný problém. Při vysoké teplotě formy se k jejímu povrchu skleněný výrobek přilepí. To znemožňuje jeho snadné vyjmutí (někdy přitom dochází až k jeho poškození), což je při strojní výrobě nepřijatelné. Aby se lepení zabránilo, používají se různá mazadla na formy. Ta se však postupně k formě připékají a kvalita povrchu se zhoršuje, takže je nutno formy čas od času čistit. Provoz bez mazání by byl jednodušší, a proto bylo problému lepení věnováno velké úsilí. Publikované práce shrnul Smrček [1, 6], který sám provedl řadu experimentů a podrobnou analýzu. Většina prací se zaměřovala na stanovení tzv. teploty lepení, což je teplota, od které začíná docházet k lepení. Na základě studia podstaty lepení (vznik chemických vazeb mezi oxidy skla a oxidy materiálu formy) došel Smrček

k závěru, že důležitější než teplota je viskozita, při které se sklovina může přilepit k formě. Různá skla mají různé viskozitní křivky, a zatímco jedna sklovina má při určité teplotě viskozitu relativně nízkou, jiná ji má vysokou. Samotné chemické složení, ani povrchové napětí nemá na teplotu lepení závažný vliv. Ukazuje se, že viskozita při lepení je velmi blízká viskozitě začátku slinování skla a viskozitě termické nivelizace jeho povrchu. Na viskozitu, resp. teplotu lepení má vliv ale také vzájemný tlak a doba styku: klesá s rostoucím tlakem a delší dobou styku. Smrček na základě měření u řady silikátových skel navrhl vztah

$$\log \eta_L = 0,81 \log p + 1,26 \log t + 4,47 \quad , \quad (9.2)$$

kde η_L je viskozita lepení v dPas, p – tlak v Pa, a t je doba styku skla a kovu v sekundách. Rovnice (9.2) platí s přesností asi $\pm 15^\circ\text{C}$ pro všechny běžné skloviny pro tlaky 0,2 až 1000 kPa a doby 5 až 1000 s. Odchytky nastávají jen při použití mazadel nebo u forem s nekompaktním povrchem. K lepení viz též práce [7, 8].

9.4 Vznik trhlinek na povrchu

Na povrchu skleněného výlisku se někdy objeví trhlinky. Příčinou je vysoké tahové napětí, které zde vznikne prudkým ochlazením například při styku s chladnou formou, a popřípadě zvýšené působením mechanických sil při přetváření skloviny. Napětí vzniklé ochlazením může na povrchu nabýt až hodnotu

$$\sigma = \alpha \Delta T E / (1 - \mu) \quad ; \quad (9.3)$$

kde ΔT je náhlá změna teploty povrchu, α je teplotní roztažnost skla, E je jeho modul pružnosti v tahu a μ Poissonovo číslo. Ve větších hloubkách pod povrchem jsou teploty vyšší a viskozita nižší, takže pokud trhlinka na povrchu vznikla, v určité hloubce se zastaví.

Poznámka. Účinek tohoto dočasného tahového napětí je často překryt účinkem tlakového napětí na povrchu po vychladnutí (které je v rovnováze s tahovým napětím uvnitř předmětu).

Vznikem trhlin ve sklovině se zabývala řada badatelů. Coenen [9] hovoří o „lomu v tekutině“, vycházejícím z malé dutinky vzniklé v některém místě vlivem tepelných fluktuací. Kritický poloměr r , při jehož překročení dutinka rychle roste a tavenina se trhá, je funkcí povrchového napětí γ a působícího napětí σ :

$$r = 2 \gamma / \sigma. \quad (9.4)$$

Coenen potom odvodil následující výraz pro pevnost taveniny:

$$\sigma = C \sqrt{\frac{\gamma^3}{T}}, \quad (9.5)$$

kde T je teplota a C konstanta, závisící poněkud na vlastnostech materiálu. Je-li působící napětí vyšší než pevnost skloviny, může dojít k vytvoření trhliny [10].

Při izotermním lisování kotouče ze skloviny mezi dvěma neohraničenými deskami působí nejvyšší napětí na obvodu skloviny, kde někdy vznikají trhliny radiálního směru. (Možná si vzpomeneme na vznik podobných trhlin při válcování placky nepřiliš houževnatého těsta na vánoční cukroví.)

Literatura ke kapitole 9

1. Smrček, A.: Strojní tvarování skla. SNTL, Praha, 1981, 328 s.
2. Hrma, P.: Vyhlazování skleněných povrchů účinkem kapilárních sil. I. Použití teorie podobnosti. Silikáty XVIII (1974), č. 3, s. 239 – 246.
3. Merchant, H. D.: Influence of metal roughness on surface texture of glass. J. Amer. Ceram. Soc. Bull., 44 (1983), No. 2.
4. Mullins, W. W.: Flattening of a Nearly Plane Solid Surface due to Capillarity. J. Appl. Phys., Vol. 30, No. 1, January, 1959, 77 – 83.
5. Mrkva, F.: Příspěvek k problematice pravidelného zvlnění části povrchu tvarované skloviny. Sklář a keramik, 23 (1973), č. 7, s. 208.
6. Smrček, A.: Teplota lepení skla a kovu. Část I. Vliv pevné fáze. Silikáty, 11, 1967, č. 3, s. 267, Část 2, s. 339 – 350, Část 3, s. 351.
7. Hrma, P.: Kinetics of the adhesion of glass to a solid. Glass Technology, 18 (1977), No. 10, s. 117.
8. Coenen, M.: Wärmeübergang und Haftung in der Grenzfläche Glas – Metal. In: Proc. Symp. sur le contact du verre chaud avec le métal. Scheveningen: Union Scientifique Continentale du Verre. 1964.
9. Coenen, M.: Festigkeit von Glasschmelzen. Glastechn. Ber. 51 (1978) Nr. 1, s. 17 – 20.
10. Brückner, R., Pähler, G., Stockhorst, H.: Heissbruchmechanismen im Grenzbereich des Glasfaserziehvorganges. Glastechn. Ber. 54 (1981), Nr. 3, S. 65 – 73.

10. Rozměrová analýza a teorie podobnosti

Rozměrová analýza a teorie podobnosti umožňují zjednodušit experimenty i počítačové modelování, učinit výsledky obecnějšími, přebírat výsledky získané u podobných zařízení, a zkontrolovat neznámé vzorce, než je slepě převzeme. V této kapitole, která vychází z prací [1 – 5], jsou ukázány různé druhy podobnosti a příklady bezrozměrových veličin.

10.1 Rozměrová analýza

Každá fyzikální veličina je popsána číselnou hodnotou a jednotkou. Číselná hodnota říká, kolikrát je vyšetřovaná veličina větší než její jednotka. Příklad délky je 5,3 m, příklad síly je 25 N, příklad času je 15,6 ms. Kromě základních jednotek (metr, kilogram, sekunda...), definovaných v systému SI, se užívají i různé odvozené jednotky a předpony (μ , m, k, M...), které označují řád.

Každá rovnice, která popisuje fyzikální jev, musí být rozměrově homogenní: její levá strana musí mít stejný rozměr jako pravá strana. **Kontrola homogenity rozměrů** by se měla dělat vždy při odvozování a před použitím nového, ještě neověřeného vztahu. Vyšetřujme například vzorec pro výpočet průhybu y pružného prutu zatíženého příčnou silou F . Je známo, že průhyb bude přímo úměrný síle F a nepřímo úměrný ohybové tuhosti nosníku, definované jako $E \times J$, kde E je modul pružnosti materiálu a J je moment setrvačnosti průřezu. Průhyb bude také úměrný určité mocnině s délky prutu L . Představme si nyní, že neznáme exponent s . V takovém případě můžeme napsat základní tvar vzorce:

$$y = C \times F \times L^s / (E \times J); \quad (10.1)$$

C je bezrozměrová konstanta (číslo). Nahradíme-li jednotlivé veličiny ve vztahu (10.1) jejich jednotkami, dostaneme

$$m = 1 \times N \times m^s / (N/m^2 \times m^4).$$

Rozměr pravé strany musí být stejný jako rozměr levé strany, tj. metr. Součin všech členů vpravo, obsahujících m , je $m^s \times m^2 \times m^{-4} = m^{s+2-4} = m^{s-2}$. Tento exponent musí být stejný jako je exponent vlevo. Jejich porovnání dá $1 = s - 2$.

Z toho vyplývá $s = 3$, takže $y = C \times F \times L^3 / (EJ)$, což je vztah dobře známý z pružnosti a pevnosti. Podmínka homogenity rozměrů tedy pomohla najít správný tvar vzorce.

Je-li jedna strana rovnice tvořena součtem několika členů, musí mít všechny stejný rozměr. Například svislá dráha y tělesa padajícího v gravitačním poli je obecně

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 . \quad (10.2)$$

t je čas, y_0 a v_0 jsou poloha a rychlost tělesa v čase $t = 0$, a g je tíhové zrychlení. Podmínka rozměrové homogenity říká, že jednotlivé veličiny nemohou existovat ve fyzikální rovnici nezávisle, ale pouze ve skupinách se stejným rozměrem. Vydělíme-li rovnici (10.2) jedním z členů, např. y_0 , změní se na bezrozměrový tvar

$$y/y_0 = 1 + v_0 t/y_0 + \frac{1}{2} g t^2/y_0 \quad (10.3)$$

s normalizovanými veličinami y/y_0 , $v_0 t/y_0$ and $g t^2/y_0$.

Téměř každou fyzikální rovnici lze přetransformovat na bezrozměrový tvar. Použití normovaných veličin má řadu výhod. Fyzikální rovnice, vyjádřené prostřednictvím bezrozměrových veličin jsou obecnější. Relativní posunutí či dráha, y/y_0 , nezávisí jednotlivě na v_0 , t a y_0 , ale na jejich určitých kombinacích, uvedených v rovnici (10.3). Bezrozměrové veličiny tedy umožňují kombinovat výsledky experimentů vykonaných se vzorky o různé počáteční rychlosti a poloze, kdy jedinou podmínkou je jejich správná kombinace. Pro formulování určité závislosti je pak možno využít více dat a širší rozmezí parametrů. Kromě toho, použití bezrozměrových veličin může ušetřit experimentální práci, protože obvykle platí:

Vztah N veličin, jejichž rozměry lze vyjádřit pomocí D základních rozměrů (dimenzí), je možno nahradit vztahem mezi

$$P = N - D \quad (10.4)$$

bezrozměrovými parametry.

Podle tohoto Buckinghamova pravidla je pro stanovení menšího počtu bezrozměrových parametrů, resp. regresních konstant, potřeba méně experimentů. Redukce experimentální práce je významná zejména pokud vyšetřovaný vztah obsahuje mnoho veličin a počet proměnných N je blízký počtu základních rozměrů D . To lze ilustrovat na předchozím příkladu padajícího tělesa. Rovnice (10.2) představuje vztah 5 veličin: y , y_0 , v_0 , g , a t ; tj. $N = 5$. Tyto veličiny lze vyjádřit pomocí dvou základních rozměrů: metr a sekunda; tedy $D = 2$. Podle rovnice (10.4) by počet bezrozměrových parametrů měl být $P = N - D = 5 - 2 = 3$. A skutečně,

rovnice (10.3) je vztahem pouze tří bezrozměrových parametrů: y/y_0 , $v_0 t/y_0$ a $g t^2/y_0$. Ještě výhodnější bude bezrozměrové vyjádření v následujícím případě. Je-li třeba vyšetřit vliv šesti faktorů, z nichž každý bude na dvou úrovních (nízká a vysoká), potom počet nezbytných pokusů bude $2^6 = 64$. Pokud by bezrozměrové parametry byly pouze 4, počet nutných experimentů klesne na $2^4 = 16$, tj. na jednu čtvrtinu!

Uvedené vývody platí i pro modelování počítačové! I jeho rozsah lze zmenšit, jestliže na začátku provedeme obecnou analýzu a formulujeme, co na čem závisí.

10.2 Podobnost

Použití bezrozměrových veličin je užitečné i při studiu chování reálných objektů pomocí modelů. Stavba velkého zařízení nebo konstrukce bývá provázána mnoha nejistotami, a možné ztráty v důsledku chybného návrhu by byly velmi vysoké. Proto se nejprve zpravidla vytvoří a testuje menší model. Pokud však má adekvátně odpovídat chování skutečného objektu, musí mezi nimi existovat podobnost. Existují různé druhy podobnosti, například:

Geometrická podobnost, tj. shodnost tvaru včetně odpovídajících úhlů a úměrnost odpovídajících rozměrů (tzv. měřítko). Platí následující relace:

$$\text{Rozměr modelu} = \text{Měřítko} \times \text{Rozměr skutečného objektu}$$

Například model budovy v měřítku 1:20 má dvacetkrát menší rozměry než skutečný dům.

Statická podobnost: deformace modelu při konstantním zatížení jsou ve stejném poměru jako odpovídající deformace objektu (díla).

Kinematická podobnost: existuje poměr časové úměrnosti mezi odpovídajícími jevy pro model a pro objekt.

Dynamická podobnost: síly, působící v odpovídajících časech a místech na modelu a objektu jsou ve stejném poměru.

Teorie podobnosti pracuje s takzvanými **podobnostními čísly**. Čtenáři, kteří absolvovali středoškolskou výuku fyziky, znají např. Reynoldsovo číslo (Re), které pomáhá posoudit, jestli proudění kapaliny je laminární nebo turbulentní. Podobnostní čísla jsou bezrozměrová; vlastně každá bezrozměrová veličina může sloužit jako podobnostní číslo.

Bezrozměrové proměnné lze vytvářet různými způsoby. Nejjednodušší je poměr

určité veličiny a její charakteristické hodnoty, např. x/x_0 nebo $\Delta x/x_0$ pro vzdálenost nebo posunutí. V pružnosti a pevnosti je dobře známé poměrné prodloužení ($\varepsilon = \Delta L/L$), Poissonovo číslo μ (poměr relativního zkrácení v příčném směru k relativnímu prodloužení ve směru zatížení), nebo koeficient tření f , definovaný jako poměr síly, potřebné k posouvání tělesa po jiném tělese, a normálové síly, která obě tělesa přitlačuje k sobě. Jiným příkladem je bezrozměrová poloha bodu v tělese, například

$$\xi = (x - x_{\min}) / (x_{\max} - x_{\min}) ; \quad (10.5)$$

x_{\max} a x_{\min} představují krajní hodnoty souřadnic. Podobně lze vyjádřit i čas. Bezrozměrová teplota, $\theta = (T - T_{\infty}) / (T_0 - T_{\infty})$, se užívá pro univerzální popis přenosu tepla (T_0 je počáteční teplota a T_{∞} je konečná teplota); viz též normovanou teplotu v kapitole 8 a v příkladu uvedeném dále. Postupy pro vytváření bezrozměrových parametrů lze najít například v [1 – 5].

Bezrozměrové musí být i argumenty v matematických funkcích typu sin, cos, log nebo exp. V opačném případě by jakákoliv změna jednotek (např. metry místo mm) změnila numerickou hodnotu výsledku. Bezrozměrové jsou také argumenty v rozděleních pravděpodobnosti. Například normální (Gaussovo) rozdělení užívá argument $\{1/2[(x - \mu)/\sigma]^2\}$, kde μ a σ jsou střední hodnota a směrodatná odchylka. Výraz v hranaté závorce ale není nic jiného, než standardizovaná proměnná, která vyjadřuje vzdálenost x od střední hodnoty μ jako násobek směrodatné odchylky σ .

Výhodu bezrozměrového vyjádření ukážeme na následující úloze.

Příklad

Při ideálním kontaktu dvou polonekonečných těles platí pro normovanou teplotu:

$$T_N(x, t) = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}}\right) . \quad (10.6)$$

Stejná normovaná teplota se může vyskytnout u různých těles, z různých materiálů, v různých hloubkách a časech, jestliže mají stejnou hodnotu výrazu $x/\sqrt{(at)}$. Skutečnou teplotu v konkrétním případě dostaneme ze vztahu

$$T(x, t) = T_N(x, t) (T_0 - T_K) + T_K , \quad (10.7)$$

kde T_0 je počáteční teplota daného tělesa a T_K je teplota ve styčné rovině:

$$T_K = \frac{E_1 T_{10} + E_2 T_{20}}{E_1 + E_2} ; \quad (10.8)$$

T_{10} , T_{20} a E_1 , E_2 jsou počáteční teploty a tepelné akumulční schopnosti tělesa 1 a 2. Řešení v bezrozměrovém tvaru je mnohem univerzálnější než řešení jednoho konkrétního případu.

10.3 Doporučení pro tvorbu bezrozměrových veličin

1) Tvar bezrozměrového parametru někdy neodpovídá našim záměrům nebo experimentálním možnostem. Všeobecně lze vytvářet nové parametry nebo podobnostní čísla jako součin nebo poměr původních bezrozměrových parametrů, či použít jejich převrácenou hodnotu nebo mocninu. Protože původní parametry byly bezrozměrové, jsou i takto vzniklé nové veličiny bezrozměrové. Někdy je vhodné zkusit vytvořit více bezrozměrných parametrů a vybrat z nich nejvhodnější, zejména takové, které mají určitý fyzikální smysl.

2) Vyskytuje-li se v úloze několik veličin se stejným rozměrem, lze vytvářet bezrozměrové parametry přímo jako jejich poměry a snížit tak počet argumentů. Ilustrovat to lze na příkladu průhybu nosníku y s obdélníkovým průřezem ($b \times h$) a délkou L , zatíženého osamělou silou F . Modul pružnosti materiálu je E . Proměnné a jejich rozměry jsou: $y(\text{m})$, $w(\text{m})$, $h(\text{m})$, $L(\text{m})$, $F(\text{N})$, $E(\text{Nm}^{-2})$. To je 6 proměnných se dvěma rozměry. Počet bezrozměrových parametrů, potřebných pro popis problému, je $P = N - D = 6 - 2 = 4$. Okamžitě můžeme vytvořit tři parametry $\Pi_1 = y/h$, $\Pi_2 = b/h$ a $\Pi_3 = L/h$. Zbývají dvě veličiny (P a E), které musí být obsaženy ve čtvrtém parametru. S přihlédnutím k jejich rozměrům a k podmínce bezrozměrnosti musí být do Π_4 , zahrnuta také jedna geometrická veličina, například h nebo jeho mocnina. Tak dostaneme tento parametr jako $\Pi_4 = P/(Eh^2)$. Vyšetřovaný vztah lze tedy zapsat v následujícím bezrozměrovém tvaru:

$$y/h = f[P/(Eh^2), L/h, b/h] . \quad (10.9)$$

Vidíme, že pro zkoumání relativního průhybu y/h jsou důležité nikoliv jednotlivé veličiny L nebo P , atd., ale jejich poměry.

3) U některých úloh se vždy vyskytují bezrozměrové veličiny. Příklady jsou: součinitel tření, Poissonovo číslo μ nebo úhel φ (rad). Tyto veličiny se automaticky stávají argumenty v bezrozměrových vztazích.

4) Připravujeme-li určitý experiment, je nutné uvažovat všechny veličiny, které by mohly hrát roli. Jinak bychom mohli dostat nesprávné a zavádějící výsledky. Je méně nebezpečné zahrnout veličinu, jejíž důležitost je nejistá, a později se může ukázat, že ji lze pominout, než vynechat veličinu, která se později ukáže jako důležitá. Použití rozměrové analýzy někdy odhalí závažné nedostatky. Například objeví-li se určitý rozměr jenom u jedné veličiny, potom tato veličina z bezrozměrové rovnice vypadne a nebude zahrnuta do žádného bezrozměrového parametru. Je-li však zřejmě nezbytná pro popis vyšetřovaného jevu, je nutné přidat ještě další veličinu, která bude mít stejný rozměr. Lze to ilustrovat na vyšetřování intenzity opotřebení brzdové destičky. Veličiny, které hrají roli, jsou: rychlost opotřebení w (m/s), rychlost vzájemného pohybu v (m/s) a tlak v kontaktní ploše p (N/m²). Bezrozměrový parametr můžeme hledat v obecném tvaru

$$\Pi = w^{x_1} v^{x_2} p^{x_3} . \quad (10.10)$$

Tento výraz lze přepsat prostřednictvím rozměrů jednotlivých veličin m , s , N jako

$$[m]^0 [s]^0 [N]^0 = [m \times s^{-1}]^{x_1} \times [m \times s^{-1}]^{x_2} \times [N \times m^{-2}]^{x_3} . \quad (10.11)$$

Levá strana odpovídá bezrozměrovému vyjádření. Z podmínky rovnosti exponentů u stejného základu (exponent u určité veličiny na levé straně musí být stejný jako exponent u stejné veličiny vpravo) vyplývá $N^0 = N^{x_3}$, takže $x_3 = 0$. Z experimentů je ale známo, že rychlost opotřebení závisí na kontaktním tlaku p , takže x_3 nemůže být rovno 0. Je tedy nutné přidat ještě nějakou další veličinu, která bude mít také rozměr Nm⁻². Může to být například tvrdost H (Nm⁻²), která charakterizuje odpor materiálu. Obecný tvar bezrozměrového parametru pak bude

$$\Pi = w^{x_1} v^{x_2} p^{x_3} H^{x_4} \quad (10.12)$$

Z tohoto výrazu můžeme snadno formulovat vhodný vztah bezrozměrových parametrů jako $w/v = f(p/H)$, a provést řadu experimentů pro nalezení funkce f .

10. 4 Omezení principu podobnosti

Chceme-li vycházet z vlastností, zjištěných experimentálně na speciálních vzorcích, musí být takovýto vzorek reprezentativní. To znamená, že jeho vlastnosti by měly být stejné jako u součásti, kterou chceme vyrobit. To souvisí i s rozměry. Vzorek může být homogenní nebo nehomogenní, i v závislosti na jeho rozměrech.

Procesy při rychlém deformování materiálu někdy závisí na rychlosti přetváření.

Chceme-li zkoumat účinky rázového zatížení na modelu, který má menší rozměry (L_m) než skutečný objekt (L_p), nesmíme zapomenout, že pro dosažení stejné rychlosti přetváření by měla být rozdílná i rychlost nárazu v_0 , aby platilo

$$v_{0m}/v_{0p} = L_m/L_p ; \quad (10.13)$$

indexy m a p označují model a prototyp.

Je také nutno mít na paměti, že někdy se vyšetřovaná veličina mění se změnami určitého parametru poměrně pomalu, ale při dosažení jeho jisté úrovně se může změnit velmi rychle. Vztah, popisující jisté chování nebo proces, často platí jenom v určitém rozmezí parametrů. Pokud je příslušný proces popsán prostřednictvím bezrozměrových veličin, jsou podmínky pro přechod z jednoho režimu do druhého charakterizovány tzv. **kritickou hodnotou** takovéto veličiny. Známým případem je přechod od laminárního proudění k turbulენტnímu při dosažení kritické hodnoty Reynoldsova čísla. Je tedy nutno vždy nejprve uvažovat všechny možné vlivy, a počet faktorů snížit až po důkladné analýze; popřípadě stanovit, pro jaké rozmezí parametrů bude náš model platit.

10.5 Příklady bezrozměrových veličin

Důležité bezrozměrové veličiny se nazývají čísla a jmenují se po významných vědcích. V mechanice tekutin a při sdílení tepla se například užívají tato čísla:

Biotovo: $Bi = \alpha d / \lambda$; α - součinitel přestupu tepla, d - charakteristický rozměr, λ - tepelná vodivost tělesa

Fourierovo: $Fo = at / d^2$; a - teplotní vodivost, t - čas, d - charakteristický rozměr

Nusseltovo: $Nu = \alpha d / \lambda$; α - součinitel přestupu tepla, d - charakteristický rozměr, λ - tepelná vodivost okolního prostředí

Prandtlovo: $Pr = \eta / (\rho a)$; η - dynamická viskozita, ρ - hustota kapaliny, a - teplotní vodivost

Reynoldsovo: $Re = wd\rho / \eta$; w - charakteristická rychlost, d - charakteristický rozměr, ρ - hustota kapaliny, η - dynamická viskozita

Dále následuje několik příkladů bezrozměrových veličin.

Materiálové vlastnosti

$E_1/E_2, H_1/H_2$	poměr modulů pružnosti nebo tvrdostí; indexy značí součásti nebo fáze,
$E(x)/E_0, H(x)/H_0$	veličiny viz výše; index 0 značí charakteristickou hodnotu,
$H/Y, E/Y, E/H$	poměr tvrdosti a meze kluzu nebo modulu pružnosti,
$\sigma/\sigma_Y, \sigma/\sigma_u$	poměr napětí k mezi kluzu σ_Y nebo pevnosti σ_u

Geometrie

x/d	x – vzdálenost, d – charakteristický rozměr (kontaktní poloměr, délka vzorku, šířka, výška, ...),
Δ/L	poměrné posunutí nebo prodloužení, L – základní délka,
h/R	poměr tloušťky stěny k poloměru trubice nebo baňky

Síly a napětí

F/F_0	poměr zatížení F a charakteristické síly,
σ/σ_m	poměr napětí σ k jmenovitému či střednímu napětí σ_m .

Čas

t/t_0	t_0 – charakteristický čas (nárůstu zatížení, relaxační čas...).
---------	--

Literatura ke kapitole 10.

1. Menčík, J.: Úvod do experimentální analýzy. Univerzita Pardubice, Pardubice, 2017, 142 s. Volně dostupné na: <http://hdl.handle.net/10195/66960> nebo přes <https://e-shop.upce.cz> a „e-publikace zdarma“.
2. Kožešník, J.: Teorie podobnosti a modelování. Academia, Praha, 1983. 216 s.
3. Zlokarnik, M.: Scale-up in Chemical Engineering. 2nd Edition, Wiley, 2006, 296 s.
4. Szirtes, T.: Applied Dimensional Analysis and Modeling, McGraw-Hill, New York, 1997, 2nd Ed. 2007. 856 s.
5. Cheng, Y.T., Cheng, C.M.: Scaling, dimensional analysis, and indentation measurements, Mat. Sci. Eng. R44 (2004), s. 91 – 149.

Rejstřík (číslo v závorce značí kapitolu)

bezrozměrové veličiny	113, 117, 118 (10)
bod měknutí podle Littletona ($10^{6,65}$ Pas)	20 (2)
bod tečení (10^4 Pas)	20 (2)
bod zpracování (10^3 Pas)	20 (2)
Buckinghamovo pravidlo	112 (10)
cibule u výtoku	56 (6)
creep, creepová funkce	40, 41 (4)
dávkovač skloviny (mechanický)	13 (1)
deformace pružné	35 (4)
deformace trubice a válcové baňky	80 (8)
extruze (vytlačování)	77 (8)
foukání za rotace, vymazávané formy	15 (1)
Fourcaultův způsob	9, 10 (1)
Hookeův zákon	35, 36 (4)
horní chladicí teplota (10^{12} Pas)	20 (2)
hustota	25 (2)
hustota tepelného toku	84 (8)
chybová funkce (Gaussův integrál chyb)	49 (5), 83 (8)
prvek ideálně elastický, prvek viskózní	39 (4)
ingot, preforma	60 (6)
kinematická viskozita	19 (2)
kolaps trubice	60 (6)
kolísání teplot ve formě	97 (8)
kontakt polonekonečných těles	82, 85 (8)
kontrola homogenity rozměrů	111 (10)
Laplaceova rovnice	59 (6)
lepení skloviny na formu	108 (9)
lisování	73, 74 (8)
lisování a foukání, lisofoukání	13, 14 (1), 99 (8)
lisování předmětů s hranami	93 (8)
lisovstřík (vstřikovací lisování)	75 (8)
mačkání z tyčí a z proužku	76 (8)
množství odvedeného tepla	99 (8)

Maxwellovo těleso	40, 41 (4)
měrné teplo (měrná tepelná kapacita)	24 (2)
měřítka	113 (10)
metoda konečných prvků, MKP	30 (3)
množství předaného (odvedeného) tepla	84 (8), 99 (8)
modelování	111, 113 (10)
modelování tvarovacích procesů	30 (3)
modul pružnosti v tahu (E) a ve smyku (G)	35, 36 (4)
napjatost trojosá	28 (3)
Newtonův zákon viskózního tečení	36 (4)
normálové napětí	28 (3)
normovaná teplota, normovaný tepelný tok	84 (8)
odstředivé lití	16 (1)
ohýbání tyčí, trubíc, plochého skla	62 (6)
ohřev vnitřním teplem (reheat)	89 (8)
patent Pilkington Brothers (sklo float)	50 (5)
patent Pittsburgh Plate Glass (sklo float)	53 (5)
píčka přetavovací (výroba vláken)	66 (7)
plavené sklo (Float)	10 (1), 50 (5)
ploché sklo	9, 10 (1), 44 (5)
podobnost, podobnostní čísla	113 (10)
Poissonovo číslo μ	35 (4)
poměrné prodloužení ε	28 (3)
povrchové napětí	25 (2), 59 (6)
programy MKP	31 (3)
průřez výtlačku	79 (8)
průtokové množství	48 (5)
průtokové poměry	68 (7)
přenos tepla ve sklovině	29 (3)
reheat (znovuohřev povrchu vnitřním teplem)	89 (8)
relaxace sil a napětí	41 (4)
relaxační doba, relaxační funkce	42, 43 (4)
rovnice Hagenova – Poisseuilleova	70 (7)
rovnice kontinuity	69 (7)
rovnice pro tažení pásu skloviny	44 (5)
rovnice vedení tepla	30 (3), 82 (8)

rovnovážná tloušťka skla Float	50, 51 (5)
rozměrová analýza	111 (10)
rozšíření proudu skloviny (die swell)	78 (8)
rychlost poměrného prodlužování	28 (3)
síly při tažení vláken	68 (7)
skleněná vlákna	66 (7)
skleněné kuličky	66 (7)
sklo dlouhé, krátké	20 (2)
sklo plavené (Float)	10 (1), 50 (5)
smykové napětí	28 (3), 36 (4)
součinitel příčné kontrakce μ	35 (4)
stékání po kuželové ploše	62 (6)
stékání po rozplavovacím klínu	47 (5)
stékání po šikmé stěně	47, 48 (5)
stékání po válcovém povrchu	61 (6)
střední (hydrostatické) napětí	28 (3)
styk skloviny s formou	81 (8)
světlost trysek pro tažení vláken	70 (7)
tažení dolů přes rozplavovací klín	10 (1), 47 (5)
tažení plochého skla	9 (1), 45 (5)
tažení skleněných vláken	66 (7)
tažení směrem dolů	10 (1), 47 (5)
tažení směrem vzhůru (vertikální)	9, 10 (1), 45, 47 (5)
tažení trubic (síly a deformace)	60 (6)
tažení trubic dolů, vzhůru	11, 12 (1)
tažení trubic způsobem Danner	12 (1), 61 (6)
tažení tyčí; silové poměry	58 (6)
tažení tyčí a trubic z masivnějšího polotovaru	13 (1)
tažení vláken, výkon	60 (6), 71, 71 (7)
tečení skloviny při lisování	73 (8)
teorie podobnosti	111 (10)
tepelná akumulární schopnost	24 (2), 83 (8)
teplota deformační M_g (cca 10^{10} Pas)	20 (2)
teplota chladicí (horní, dolní)	20 (2)
teplota kontaktu	82, 83 (8)
teplota lepení	108 (9)

teplota transformační T_g	20, 21 (2)
teplotní roztažnost (délková, objemová)	21 (2)
tvarování bezbrokové	76 (8)
tvarování skloviny, základní rovnice	27 (3)
tvarování ve formách	73 (8)
tvarování velkoobjemových nádob	101 (8)
tvorba kapky	69 (7)
tvorba proužku skloviny	56 (6)
válcování skla	10 (1)
VFT rovnice (Vogel-Fulcher-Tammann)	20 (2)
viskoelastická	20 (2)
viskoelastická analogie	36, 38 (4)
viskozita	18, 19 (2), 36 (4), 44 (5)
viskozita při lepení	109 (9)
viskozitní křivka	19 (2)
vodivost tepelná	22 (2), 29 (3)
vyfukování baňky	79 (8)
vyhlazování povrchu (leštění) žářem	107 (9)
výroba lahví – způsob FF a LF	14 (1)
výroba tenkých skel přetvarováním	11 (1)
výroba tyčí, trubic a vláken	11 (1)
výroba vláken odstředivým způsobem	67 (7)
výroba vláken z roztavené skloviny	13 (1)
vytlačování (extruze)	77 (8)
výtok skloviny pro různé průřezy	57 (6)
vznik propadlin (vtaženin)	93, 94 (8)
vznik trhlin ve sklovině	109 (9)
vznik vln na povrchu skla	108 (9)
vztažné body viskozitní křivky	20 (2)
Youngův modul E	35 (4)

Název: Teoretické základy procesů tvarování skla
Autor: prof. Ing. Jaroslav Menčík, CSc.
Vydavatel: Univerzita Pardubice
Do tisku: listopad 2019
Stran: 124
Náklad: 25
Vydání: první
Tisk: Polygrafické středisko Univerzity Pardubice

Tato publikace neprošla jazykovou korekturou.

ISBN 978-80-7560-270-1 (tisk)

ISBN 978-80-7560-271-8 (e-kniha)

Kniha je volně přístupná přes <https://e-shop.upce.cz> a "e-publikace zdarma".

ISBN 978-80-7560-271-8 (pdf)