

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Analýza průběhů, porovnání metod výpočtu a použití rozptylových funkcí
k popisu interakce elektromagnetické vlny s kapkami deště

Bc. Maria Kovalchuk

Diplomová práce

2019

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Maria Kovalchuk**
Osobní číslo: **I16174**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Komunikační a řídicí technologie**
Název tématu: **Analýza průběhů, porovnání metod výpočtu a použití rozptylových funkcí k popisu interakce elektromagnetické vlny s kapkami deště**
Zadávací katedra: **Katedra elektrotechniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Osvojte si a porovnejte různé metody výpočtů rozptylových funkcí na kapkách deště. Přednostně pro dopředný a zpětný rozptyl, případně pokuste se formulovat vztahy i pro stranový rozptyl. Pro limitní případy (kapky mnohem menší než vlnová délka nebo naopak) zformulujte přibližné zjednodušené vzorce k odhadu rozptylových funkcí. K výpočtu rozptylových funkcí je potřeba znát index lomu vody v kapkách ,najděte proto i vhodné algoritmy pro jeho výpočty pro běžně používané vlnové délky v radarové a radiokomunikační technice (Manabe Liebe model apod.). Určeno pro studenta: Maria Kovalchuk

Rozsah grafických prací: 15
Rozsah pracovní zprávy: 45-80
Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická
Seznam odborné literatury:

Uzunoglu, Evans, Holt: Scattering of electromagnetic radiation by precipitation particles and propagation characteristics of terrestrial and space communication systems, Proc. IEE, 124,417, No.5

O. Fiser: A Simple Generator of Forward Scattering Functions on Spherical Dielectrics https://www.radioeng.cz/fulltexts/1993/93.01_08.pdf

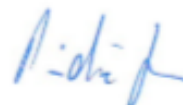
Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Ondřej Fišer, CSc.
AV ČR, Ústav fyziky atmosféry

Datum zadání diplomové práce: 15. října 2018

Termín odevzdání diplomové práce: 17. května 2019



Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.
děkan



Ing. Jan Pídaníř, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2018

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v Univerzitní knihovně a prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 17. 5. 2019

Maria Kovalchuk

PODĚKOVÁNÍ

Rada bych chtěla poděkovat vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Ondřeji Fišerovi za morální podporu, velkou pomoc při jakémkoliv problému a takže chtěla bych poděkovat, že nenechal mě samotnou v práci nad DP a byl vždy ochoten vysvětlit a odpovědět na dotazy.

ANOTACE

Diplomová práce je věnována testování a porovnání metod výpočtů rozptylových funkcí, stanovení kritických hodnot platností Rayleighovského rozptylu. Také byly navrženy opravné funkce, které kompenzují frekvenční závislost ekvivalentního faktoru radarové odrazivosti.

V práci jsou probírány základní pojmy a definovány příslušné vztahy k nim.

KLÍČOVÁ SLOVA

Rozptyl, útlum deštěm, radarová meteorologie, Rayleighův rozptyl, Mieův rozptyl, koeficienty účinnosti, šíření elektromagnetických vln

TITLE

Analysis of properties, comparison of calculation methods and use of scattering functions to describe interaction of electromagnetic wave with rain drops

ANNOTATION

The diploma deals with testing and comparison of scattering function calculations, determination of critical values of Rayleigh scattering. Thus, correction functions have been proposed to compensate the frequency dependence of an equivalent radar reflectivity factor.

In the diploma thesis, the basic concepts were discussed and the relevant relations were defined and described.

KEYWORDS

Scattering functions, rain attenuation, meteorology, Rayleigh scattering, Mie scattering, efficiency coefficients

OBSAH

Seznam obrázků	9
Seznam tabulek	11
Seznam symbolů.....	12
Úvod	13
1 ÚTLUM DEŠTEM.....	14
1.1 Popis kodu Matlab	14
1.2 Tvar dešťových kapek.....	16
1.2.1 Odvození komplexní permitivity.....	18
1.3 Spektrum velikosti dešťových kapek.....	19
1.4 Měrný útlum deštěm	19
1.5 Odrazová plocha dešťové kapky.....	22
1.6 Koeficienty účinnosti	24
1.7 Extinkční paradox	28
1.8 Odvození faktoru radarové odrazivosti.....	28
2 Rozptylové funkce.....	37
2.1 Zpětný rozptyl.....	38
2.1.1 Mieovský algoritmus výpočtu zpětného rozptylu.....	39
2.1.2 Rayleighová aproximace zpětného rozptylu.....	40
2.1.3 Porovnání výpočtu podle teorie Mie a Rayleigh	41
2.2 Dopředný rozptyl	46
2.2.1 Mieovský výpočet dopředného rozptylu.....	46
2.2.2 Rayleighová aproximace dopředného rozptylu	47
2.2.3 Porovnání dopředného rozptylu podle Rayleighovského a Mieovského algoritmu	48
Závěr	53
Použitá literatura	54
Přílohy.....	57

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1: Tvar padající dešťové kapky [7].....	17
Obrázek 2: Fotografie padajících dešťových kapek [7].....	17
Obrázek 3: Měrný útlum pro různé frekvence ν [GHz], vypočítaný z rozptylové funkce ..	20
Obrázek 4: Měrný útlum pro různé frekvence ν [GHz], vypočítaný z koeficientu účinnosti	21
Obrázek 5: Vysvětlení odrazové plochy [převzato [5]]	22
Obrázek 6: Porovnání odrazových ploch pro 12 GHz	23
Obrázek 7 - Porovnání odrazových ploch pro 120 GHz	24
Obrázek 8: Q_{ext} pro železné koule pro 94 GHz.....	26
Obrázek 9: Q_{ext} pro dešťovou kapku pro 20 GHz	26
Obrázek 10: Q_{ext} pro dešťovou kapku pro 94 GHz.....	27
Obrázek 11: Faktor radarové odrazivosti pro 0.5 GHz	30
Obrázek 12: Faktor radarové odrazivosti pro 3 GHz.....	31
Obrázek 13: Faktor radarové odrazivosti pro 35 GHz.....	31
Obrázek 14: Rozdíly hodnot faktoru odrazivosti podle přibližného a přesného řešení pro různé intenzity deště	32
Obrázek 15: ekvivalentní faktor radarové odrazivosti podle definice (1.37).....	32
Obrázek 16: Opravná funkce	33
Obrázek 17: Aproximace opravné funkce polynomem pátého stupně	34
Obrázek 18: Kompenzovaný ekvivalentní faktor radarové odrazivosti pro 20 mm/h.....	35
Obrázek 19: Průběhy opravných funkcí pro 35 GHz. Spodní graf odpovídá [dBZ]	36
Obrázek 20: průběhy opravných funkcí pro 9.5 GHz. Spodní graf odpovídá [dBZ]	36
Obrázek 21 - Interakce elektromagnetické vlny s kulovou kapkou deště.....	37
Obrázek 22: Zpětný rozptyl (imaginární části rozptylových funkcí f) podle Mie pro různé frekvence.....	40
Obrázek 23: Zpětný rozptyl podle Rayleigh pro různé frekvence	41
Obrázek 24 - Porovnání zpětného rozptylu podle Mieovy a Rayleighovy teorie	44
Obrázek 25: Závislost Q_{ext} od frekvence, odpovídající x_{krit}	45
Obrázek 26: Závislost x_{krit} kritické od frekvence.....	46
Obrázek 27: Průběhy dopředných rozptylových funkcí pro různé frekvenci podle Mieovské teorii (z definice Uzunoglu)	47

Obrázek 28: Průběhy dopředných rozptylových funkcí pro různé frekvence podle Rayleighovské teorie	48
Obrázek 29: Porovnání dopředného rozptylu podle Mie a Rayleigh pro 10 GHz	49
Obrázek 30: Porovnání dopředného rozptylu podle Mie a Rayleigh pro 10 GHz	49
Obrázek 31: Porovnání dopředného rozptylu podle Mie a Rayleigh pro 100 GHz	50
Obrázek 32: Porovnání dopředného rozptylu podle Mie a Rayleigh pro 100 GHz	50
Obrázek 33: Závislost extinkčního koeficientu od frekvence	52

SEZNAM TABULEK

Tabulka 1: Ověření správnosti fungování algoritmu Mie	14
Tabulka 2: Koeficienty polynomu opravné funkce pro frekvence do 200 GHz	34
Tabulka 3: Výpočet zpětného rozptylu	42
Tabulka 4: Hodnoty extinkčního koeficientu pro různé frekvence, odpovídající x_{krit}	44
Tabulka 5: Hodnoty extinkčního koeficientu pro různé frekvence	51

SEZNAM SYMBOLŮ

a – ekvivalentní poloměr kapky

r – vzdálenost rozptýlené intenzity elektrického pole od středu kapky

D – ekvivalentní průměr kapky

H – intenzita magnetického pole

E – intenzita elektrického pole

J_0 – hustota vodivého proudu

ζ – měrná vodivost prostředí

ε – permitivita

\hat{m} – komplexní index lomu

λ – vlnová délka

A – měrný útlum deštěm

$N(D)$ – spectrum dešťových kapek

\hat{f} – komplexní rozptylová funkce podle Morrison-Cross

k – vlnové číslo

η – efektivní index lomu

\hat{S} – komplexní rozptylová funkce podle Uzunoglu

Q – koeficient účinnosti

R – je průměrná, obvykle jednominutová intenzita srážek

σ, C – odrazová plocha

W – hustota výkonu

G – velikost průřezu kapky

x – velikostní parametr

\hat{a}_n, \hat{b}_n – Mieovské koeficienty

n – počet iterací pro Mieovský algoritmus

z – faktor radarové odrazivosti

P – opravná funkce

ÚVOD

Šíření vln je ovlivněno stavem prostředí, jako mlha, sníh, déšť. V České Republice nejvýznamnějším je vliv deště, který způsobí útlum signálu, proto je důležité umět ho spočítat.

Pro popis interakce elektromagnetických vln s dešťovou kapkou byly vyvinuty algoritmy výpočtu útlumu. V dané diplomové práci jsem popsala základní algoritmy podle Mieovské a Rayleighovské teorie.

Hlavním cílem diplomové práce bylo udělat souhrn možných metod výpočtu rozptylových funkcí a upřesnění podmínek používání známých algoritmů.

Diplomová práce obsahuje 2 hlavní kapitoly. První kapitola má za účel vysvětlit základní pojmy, které se týkají útlumu deště - jako jsou odrazové plochy, koeficienty účinnosti atd. Druhá kapitola má svým cílem popsat výpočty rozptylových funkcí podle Mieovského a Rayleighovského algoritmu a porovnat je.

V spolupráci s vedoucím Ondřejem Fišerem jsem vyvinula script v prostředí Matlab, který dovoluje spočítat příslušné hodnoty, potřebné pro zjišťování útlumu deštěm. Výpis kodu v jazyce Matlab je přiložen na konci této diplomové práce.

1 ÚTLUM DEŠTEM

1.1 Popis kodu Matlab

Pro výpočty rozptylových funkcí, útlumu, odrazných ploch a radarové odrazivosti byl použit kód podle algoritmů Mie [1] a Rayleigh [4] rozpracovaný v prostředí Matlab. Je popsán např. v [2] nebo [3]. Daný kód dělá výpočty pro délku vlny v dešťové kapce.

Bylo potřeba ověřit správnost kódu, proto jsem udělala výpočet útlumu, který se porovnává s útlumem vypočítaným podle doporučení ITU-R [19]. V tabulce 1 jsou shrnuty výsledky pro různé frekvence a intenzity deště, kde f je frekvence v GHz, rr je intenzita srážek, x je velikostní parametr, A je měrný útlum v [dB/km] a A_{ITU} je měrný útlum podle aproximace ITU-R, Z_e je ekvivalentní faktor radarové odrazivosti a Z_{mp} je faktor radarové odrazivosti podle Marshall-Palmerovy aproximace.

Tabulka 1: Ověření správnosti fungování algoritmu Mie

F [GHz]	rr[mm/h]	x	A [dB/km]	A_{ITU} [dB/km]	Z_e [dBZ]	Z_{mp} [dBZ]
10	1.0	0.73	0.02	0.01	24.4	23.0
10	5.0	0.73	0.16	0.09	35.2	34.2
10	10.0	0.73	0.37	0.22	40.0	39.0
10	20.0	0.73	0.89	0.53	45.0	43.8
10	50.0	0.73	2.69	1.66	51.3	50.2
10	100.0	0.73	5.95	3.98	55.8	55.0
12	1.0	0.88	0.04	0.02	24.6	23.0
12	5.0	0.88	0.26	0.16	35.7	34.2
12	10.0	0.88	0.62	0.36	40.6	39.0
12	20.0	0.88	1.41	0.82	45.4	43.8
12	50.0	0.88	4.03	2.44	51.5	50.2
12	100.0	0.88	8.57	5.53	55.8	55.0
15	1.0	1.10	0.07	0.04	25.0	23.0
15	5.0	1.10	0.47	0.27	36.2	34.2
15	10.0	1.10	1.05	0.60	41.0	39.0
15	20.0	1.10	2.30	1.30	45.6	43.8
15	50.0	1.10	6.26	3.63	51.3	50.2
15	100.0	1.10	12.91	7.91	55.4	55.0
19	1.0	1.39	0.13	0.08	25.5	23.0

19	5.0	1.39	0.80	0.45	36.5	34.2
19	10.0	1.39	1.73	0.95	41.0	39.0
19	20.0	1.39	3.69	1.99	45.2	43.8
19	50.0	1.39	9.68	5.30	50.5	50.2
19	100.0	1.39	19.50	11.11	54.2	55.0
30	1.0	2.20	0.36	0.24	25.9	23.0
30	5.0	2.20	2.07	1.11	35.6	34.2
30	10.0	2.20	4.29	2.13	39.4	39.0
30	20.0	2.20	8.63	4.12	42.9	43.8
30	50.0	2.20	20.77	9.82	47.0	50.2
30	100.0	2.20	38.88	18.96	49.8	55.0
35	1.0	2.57	0.50	0.34	25.7	23.0
35	5.0	2.57	2.81	1.45	34.8	34.2
35	10.0	2.57	5.67	2.71	38.3	39.0
35	20.0	2.57	11.10	5.07	41.5	43.8
35	50.0	2.57	25.66	11.62	45.2	50.2
35	100.0	2.57	46.58	21.75	47.8	55.0
39	1.0	2.86	0.64	0.42	25.4	23.0
39	5.0	2.86	3.44	1.72	34.1	34.2
39	10.0	2.86	6.80	3.16	37.3	39.0
39	20.0	2.86	13.02	5.78	40.3	43.8
39	50.0	2.86	29.22	12.89	43.8	50.2
39	100.0	2.86	51.92	23.63	46.2	55.0
50	1.0	3.67	1.06	0.66	24.1	23.0
50	5.0	3.67	5.18	2.42	31.7	34.2
50	10.0	3.67	9.73	4.25	34.5	39.0
50	20.0	3.67	17.66	7.44	37.0	43.8
50	50.0	3.67	37.11	15.60	40.0	50.2
50	100.0	3.67	63.04	27.31	42.0	55.0
94	1.0	6.89	2.72	1.32	17.2	23.0
94	5.0	6.89	9.81	3.99	22.3	34.2
94	10.0	6.89	16.35	6.44	24.2	39.0
94	20.0	6.89	26.71	10.38	26.0	43.8
94	50.0	6.89	49.84	19.50	28.2	50.2
94	100.0	6.89	78.66	31.44	29.9	55.0

100	1.0	7.33	2.89	1.37	16.3	23.0
100	5.0	7.33	10.15	4.09	21.2	34.2
100	10.0	7.33	16.78	6.57	23.1	39.0
100	20.0	7.33	27.21	10.53	24.8	43.8
100	50.0	7.33	50.40	19.66	27.0	50.2
100	100.0	7.33	79.20	31.54	28.6	55.0
120	1.0	8.80	3.33	1.49	13.3	23.0
120	5.0	8.80	10.97	4.33	17.8	34.2
120	10.0	8.80	17.75	6.86	19.5	39.0
120	20.0	8.80	28.29	10.87	21.2	43.8
120	50.0	8.80	51.46	19.97	23.3	50.2
120	100.0	8.80	80.03	31.64	24.9	55.0

Jak můžeme posoudit z tabulky, kód funguje správně, samozřejmě se nedala očekávat naprostá shoda s výsledky podle aproximace ITU-R, kde jsem zvolila výpočetní konstanty pro horizontální polarizaci, kdežto Mie-ův kód je pro kulové kapky, kde je útlum přibližně stejný, jako pro kruhovou polarizaci. Pro větší frekvence a intenzity deště rozdíl mezi vypočteným měrným útlumem (tj. pro kruhovou polarizaci) a útlumem podle ITU-R (tj. pro horizontální polarizaci) se zvětšuje, takže se zvětšuje nepřesnost našeho porovnání, které slouží jen k rychlému potvrzení, že námi připravený kód funguje správně.

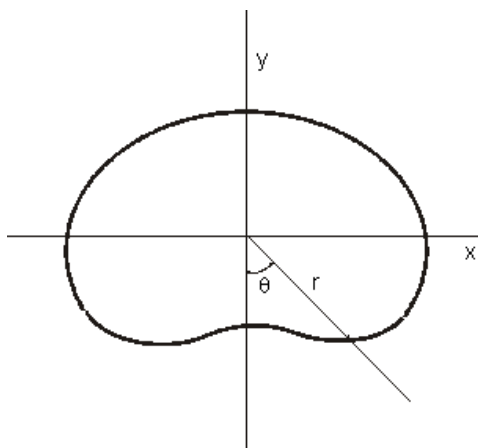
Takže z tabulky je také vidět, že ekvivalentní faktor radarové odrazivosti, používaný v praxi (poslední sloupec) a faktor, vypočtený podle Marshal-Palmerovy aproximace, nejvíce se liší při velkých intenzitách deště a s růstem frekvencí. Při vyšších kmitočtech totiž dešťové kapky nejsou v Rayleigho oblasti, pro kterou byla Marshall-Palmerova Z-R relace navržena.

1.2 Tvar dešťových kapek

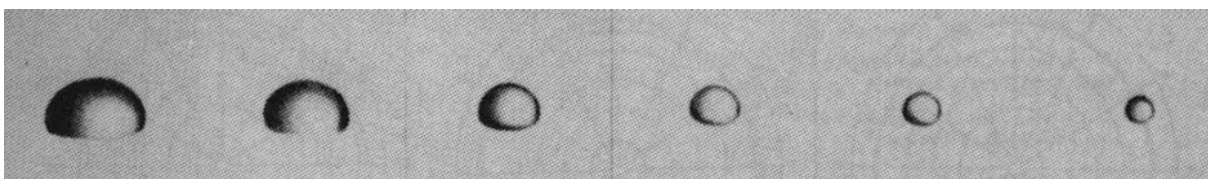
Tvar kapek je velmi důležitý z pohledu výpočtu rozptylu. Při malých velikostech kapek v prvním přiblížení tvar kapky je kulový, průměr kapky je kolem 0.2 mm. V tomto případě, nepotřebujeme řešit polarizaci. Na obrázku 1 a 2 jsou tvary padajících dešťových kapek [7].

Mám zmínit, že ekvivalentní průměry dešťových kapek jsou v rozmezí 0.2 a 7 mm. Pod pojmem ekvivalentní průměr rozumíme průměr koule o stejného objemu, který má dešťová kapka.

Větší kapky jsou nestabilní a modelem pro jejich tvar slouží zploštělý sféroid "Pruppacher-Pitter", nazvaný podle autorů [7]. Kvůli své větší velikosti kapky se tříští a někdy zesponu prohýbají směrem dovnitř kvůli tlaku protisměrného proudění vzduchu. Samotné tříštění se vzniká ve srážkách kapek, nebo ve vibracích – tzv. objemových kmitech dešťové kapky, ke kterým dochází během jejího pádu [7].



Obrázek 1: Tvar padající dešťové kapky [7]



Obrázek 2: Fotografie padajících dešťových kapek [7]

Tvar dešťové kapky se dá pospat analytickou rovnicí:

$$r = a_0 \left(1 + \sum_{n=0}^9 c_n \cos n\theta \right) \quad (1.1)$$

kde r - je vzdálenost povrchu kapky od jejího středu (Obr.1)

a_0 - je ekvivalentní poloměr kapky (poloměr koule o stejném objemu jako je objem skutečné dešťové kapky)

c_n - jsou deformační koeficienty, viz [7]

Zajímavou zmínkou bude, že rychlost pádu kapek je úměrná $D^{0.67}$, kde D je průměr kapky. Kapky se vůči šířící elektromagnetické vlny jeví jako nehybné objekty [9].

1.2.1 Odvození komplexní permitivity

V dalších částech diplomové práce budu pracovat s komplexní permitivitou, proto jsem zařadila kapitolu, kde je její odvození. Elektromagnetická vlna má interakci s dešťovou kapkou [13].

Z Maxwellových rovnic v diferenciálním tvaru máme vztah:

$$\operatorname{rot}\hat{H} = J_0 + \frac{\partial\hat{D}}{\partial t} \quad (1.2)$$

kde H – je intenzita magnetického pole

První složka J_0 v dané rovnici je hustota vodivého proudu, druhá složka je hustota posuvného proudu. Platí:

$$J_0 = \varsigma \cdot E \quad (1.3)$$

ς – měrná vodivost prostředí

E – intenzita elektrického pole

Z materiálových vztahu je známé, že $D = \varepsilon \cdot E$, kde ε – je permitivita

$$\operatorname{rot}\hat{H} = \varsigma \cdot \hat{E} + \varepsilon \cdot \frac{\partial\hat{E}}{\partial t} \quad (1.4)$$

A ve formě pro fázory jen pro harmonické průběhy dostáváme:

$$\operatorname{rot}\hat{H} = \varsigma \cdot \hat{E} + j \cdot \omega \cdot \varepsilon \cdot \hat{E} \quad (1.5)$$

Což můžeme upravit:

$$\operatorname{rot}\hat{H} = \hat{E} \cdot (\varsigma + j \cdot \omega \cdot \varepsilon)$$

$$\operatorname{rot}\hat{H} = j \cdot \omega \left(\varepsilon + \frac{\varsigma}{j \cdot \omega} \right) \cdot \hat{E}$$

$$\operatorname{rot}\hat{H} = j \cdot \omega \left(\varepsilon - j \frac{\varsigma}{\omega} \right) \cdot \hat{E} \quad (1.6)$$

Víme, že můžeme zavést

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon - j \frac{\varsigma}{\omega} \quad (1.7)$$

a zároveň $\hat{\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot \hat{\varepsilon}_r$, kde $\hat{\varepsilon}_r$ – je komplexní relativní permitivita, ε_0 – je permitivita vakua.

Index lomu je možné vyjádřit:

$$\hat{m} = \sqrt{\hat{\varepsilon}_r} \quad (1.8)$$

Při výpočtu interakce elektromagnetické vlny s dešťovou kapkou nás zajímá vlnová délka v kapce, která nyní bude rovna:

$$\lambda_{dešt} = \frac{\lambda_0}{m} \quad (1.9)$$

kde λ_0 – vlnová délka ve vakuu.

Můžeme přepsat poslední rovnici:

$$\lambda_{dešt} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{Re(\hat{\epsilon}_r)}} \quad (1.10)$$

V literatuře se objevuje i následující vztah:

$$\lambda_{dešt} = \frac{\lambda_0}{|\hat{m}|} \quad (1.11a)$$

1.3 Spektrum velikosti dešťových kapek

Pod spektrem kapek N rozumíme hustotu pravděpodobnosti velikosti kapek, vyskytujících se v jednotce objemu. Jinými slovy se udává počet kapek o poloměru D až $D+dD$ v jednotce objemu. Rozměry používané pro $N(D)$ jsou $[m^{-3}mm^{-1}]$ [11].

Velikost kapek je ekvivalentní, což znamená, že máme průměry hypotetických kulových kapek, které by měly stejný objem vody jako kapky skutečné.

1.4 Měrný útlum deštěm

Měrný útlum deštěm vyjadřuje kolikrát se zmenší výkon elektromagnetické vlny, procházející deštěm na jednotku délky spoje. Útlum se udává v dB/km, viz [1], [2]:

$$A_{h,v} = 8.686 \cdot 10^3 \cdot \frac{2\pi}{k} \cdot Im \int_0^7 \hat{f}_{h,v}(D) \cdot N(D) \cdot dD \quad (1.12)$$

kde

$\hat{f}_{h,v}$ - je komplexní rozptylová funkce dešťové kapky, udávající vztah mezi dopadající a rozptýlenou elmag. vlnou

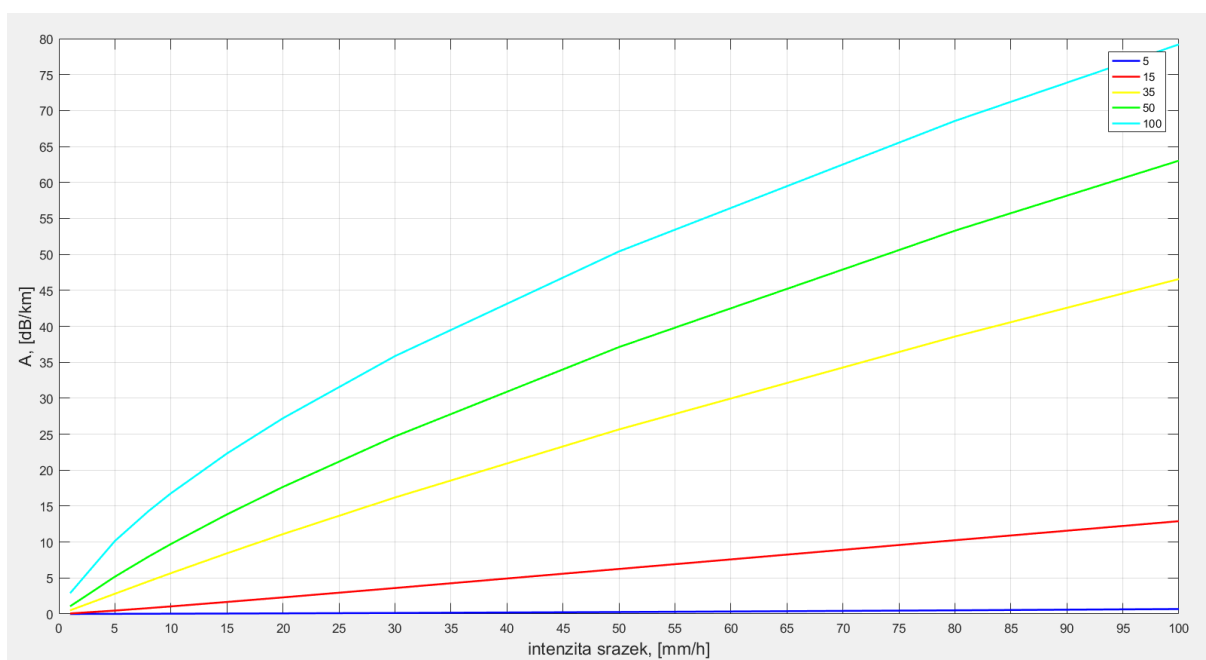
D - je efektivní průměr dešťové kapky [mm] ;

k - je vlnové číslo $[m^{-1}]$

Integrujeme podle velikosti kapek, takže můžeme napsat integrál od 0 do 7 mm, větší kapky neexistují.

Aby bylo možné vypočítat měrný útlum, potřebujeme znát spektrum dešťových kapek $N(D)$, které je v podstatě hustota pravděpodobnosti velikosti kapek v jednotce objemu. V praxi součin $N(D)dD$ znamená počet kapek o ekvivalentních průměrech v intervalu D až $D+dD$ v jednotce objemu.

Na obrázku 3 jsem nakreslila měrný útlum v [dB/km] pro různé frekvence [GHz], podle intenzity deště [mm/h]. Rozptylové funkce jsou počítané dle algoritmu Mie [2], tedy pro kulovou aproximaci kapek. Polarizace se tudíž nerozlišuje a výsledky se blíží útlumu pro kruhovou polarizaci.



Obrázek 3: Měrný útlum pro různé frekvence v [GHz], vypočítaný z rozptylové funkce

Jiný způsob vyjádření měrného útlumu pomocí extinkčního koeficientu. Je známé, že měrný útlum v dB/jednotku vzdálenosti je roven [18]:

$$A = 20 \cdot k \cdot \frac{\text{Im}(\eta)}{\ln 10} \quad (1.13)$$

Kde $k = 2\pi/\lambda$ je vlnové číslo.

Daný vztah obsahuje ztráty jak absorpci tak i rozptylem. Pak pro efektivní index lomu kombinace vzduchu a dešťových kapek platí v [2] vztah:

$$\eta = 1 - j \frac{2\pi}{k^3} \cdot \int_0^\infty \hat{S}(0, D) \cdot N(D) dD \quad (1.14)$$

Kde $\hat{S}(0, D)$ - je dopředná rozptýlená amplituda,

$N(D)$ - je spektrum dešťových kapek.

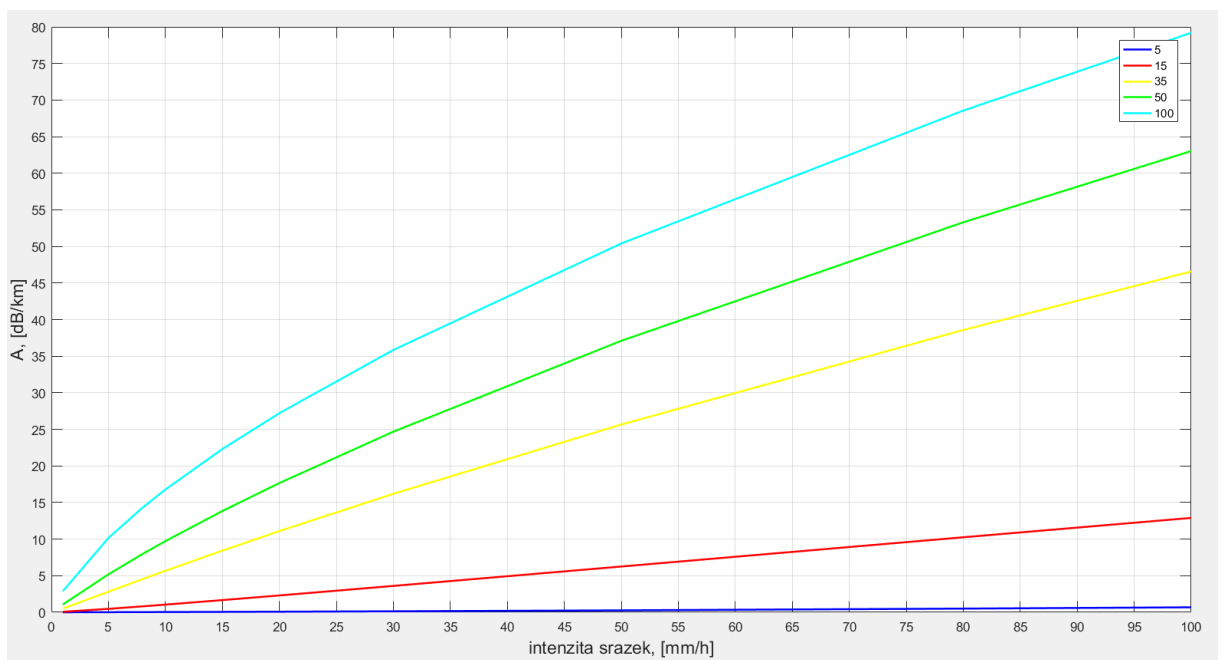
Mezi extinkčním koeficientem a rozptylovou funkcí $\hat{S}(0, D)$ existuje vztah [18]:

$$Q_{ext}(D) = \frac{4\pi}{k^2} \cdot Re[\hat{S}(0, D)] \quad (1.15)$$

Substitucí v rovnici pro útlum i uvažováním vztahu pro extinkční koeficient dostaneme [18]:

$$A = 4.343 \cdot 10^3 \int_0^{\infty} Q_{ext}(D) \cdot N(D) dD \quad (1.16)$$

Na obrázku 4 je měrný útlum, vypočítaný z extinkčního koeficientu.



Obrázek 4: Měrný útlum pro různé frekvence v [GHz], vypočítaný z koeficientu účinnosti

Z obrázků 3 a 4 jsem dospěla k závěru, že výpočet měrného útlumu z rozptylové funkce (1.11) a extinkčního koeficientu (1.15) dává stejné výsledky.

Dále, spektrum kapek lze aproximovat Marshall-Palmerovým vztahem s parametrem intenzity deště R v [mm/h] [11]:

$$N(D, R) = 8000 \cdot e^{-\frac{4.1 \cdot D}{R^{0.21}}} \quad (1.17)$$

Z Marshall-Palmerova spektra kapek vychází i aproximace pro měrný útlum:

$$A = a \cdot R^b \quad (1.18)$$

kde $\{a, b\}$ jsou konstanty závislé na kmitočtu, polarizaci, teplotě a bývají tabelovány [19].

R – je průměrná, obvykle jednodominutová intenzita srážek [mm/h].

1.5 Odrazová plocha dešťové kapky

V obecném smyslu odrazová plocha cíle je plocha, která zachycuje takový výkon, který kdyby byl rozptýlen rovnoměrně ve všech směrech, produkoval by echo v radaru, které se rovná odrazu od cíle. Definice odrazové plochy cíle je [12]:

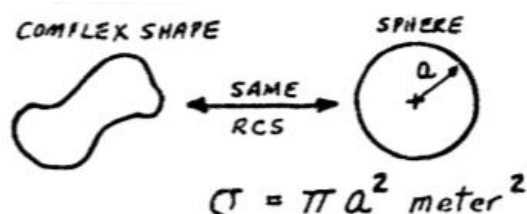
$$\sigma \approx \frac{\text{odražená energie směrem k zdroji} / \text{jednotkový úhel}}{\text{hustota dopadající energie} / 4\pi} = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \left| \frac{E_r}{E_i} \right|^2 \quad (1.19)$$

Kde R – je vzdálenost mezi radarem a cílem

\widehat{E}_r – intenzita odraženého elektrického pole

\widehat{E}_i - intenzita dopadajícího elektrického pole

Jinými slovy, odrazová plocha se profiluje jako schopnost kapky odrážet signál zpátky směrem k vysílači a je to poměr výkonu zpětného rozptylu k hustotě výkonu, který je zachycen cílem. Danou plochu nazýváme ekvivalentní kvůli tomu, že ji počítáme jako kouli (viz Obrázek 5) [5].



Obrázek 5: Vysvětlení odrazové plochy (převzato z [5])

Velikost odrazové plochy závisí na tvaru objektu. Při platnosti Mieovské teorie, dešťová kapku lze (přibližně) předpokládat jako kulovou, tedy jako jistou aproximaci.

Dále uvádím vzorečky pro výpočet odrazové plochy [8].

Dopředná rozptylová plocha:

$$\sigma_s = \frac{2\pi}{k_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) \cdot (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (1.20)$$

Extinkční rozptylová plocha:

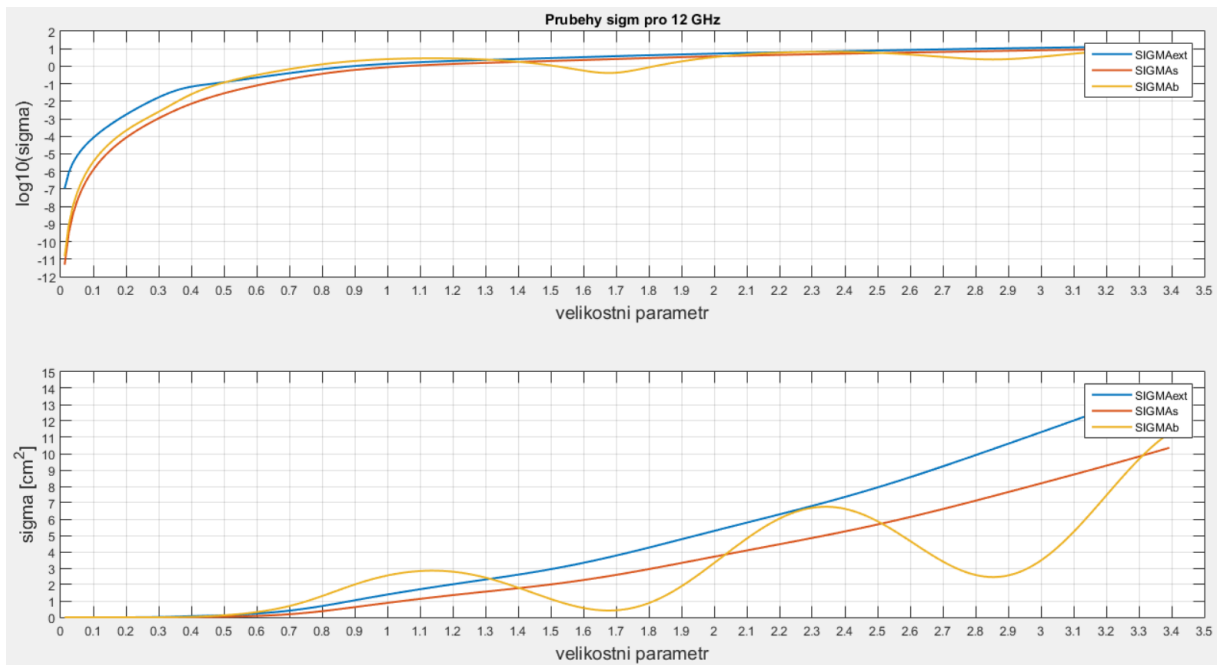
$$\sigma_{ext} = \frac{2\pi}{k_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) \cdot \text{Re}\{a_n + b_n\} \quad (1.21)$$

Zpětná odrazová plocha:

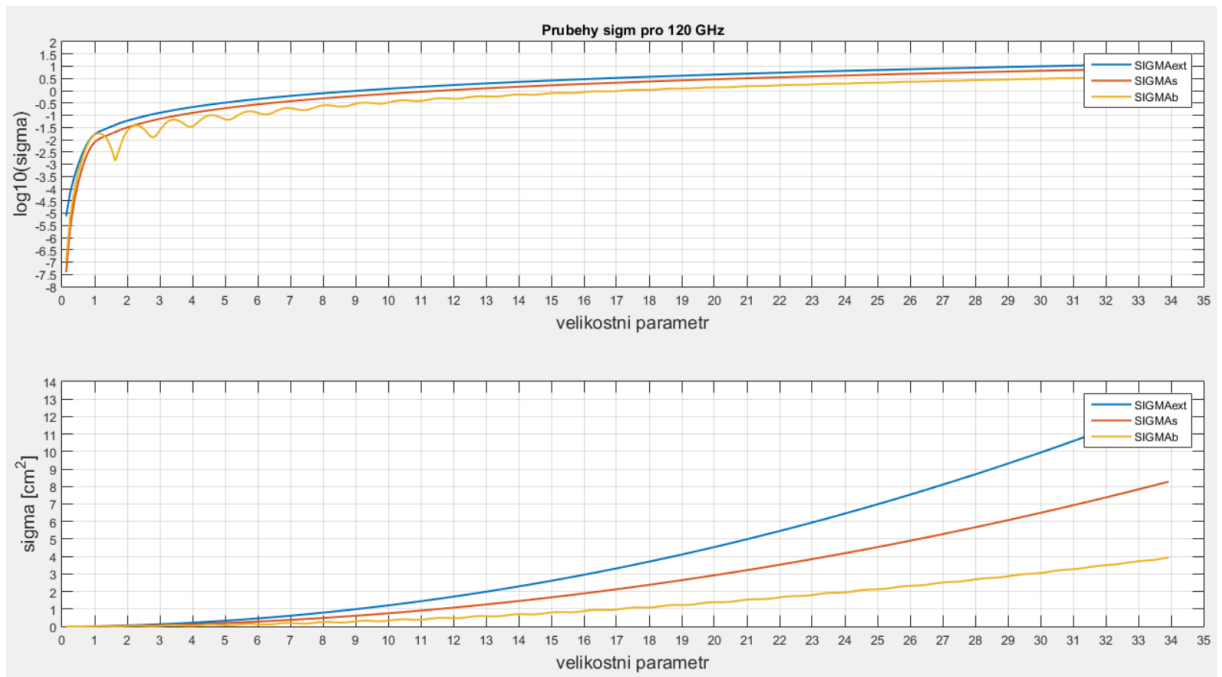
$$\sigma_b = \frac{2\pi}{k_0^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (2n + 1) \cdot (a_n - b_n) \right|^2 \quad (1.22)$$

kde \hat{a}_n a \hat{b}_n jsou tzv. komplexní Mieovy koeficienty, viz [1] a [2]. Jsou funkcí kmitočtu, teploty (tedy indexu lomu dešťové kapky) a velikosti kapky, nebo spíše velikostního poměru x .

Zajímavé bude prozkoumat průběhy σ , vypočtených podle Mieovské teorie ze vztahu (1.19-1.21) pro frekvence se lišící desetkrát, například pro 12 GHz a 120 GHz.



Obrázek 6: Porovnání odrazových ploch pro 12 GHz



Obrázek 7 - Porovnání odrazových ploch pro 120 GHz

Na obrázcích 6-7 je vidět, že na vyšších frekvencích zpětná odrazová plocha přestává oscilovat, na nižších frekvencích převládá zpětný rozptyl.

1.6 Koeficienty účinnosti

Když elektromagnetická vlna se projde skrz dešťovou kapku, tato energie začíná oscilovat uvnitř kapky. Část energie se absorbuje kapkou a přemění se v teplo, jiná část energie se odrazí, což je rozptýlené elektromagnetické pole. Celková hustota výkonu zachyceného kapkou je [3]:

$$W_{ext} = W_s + W_a \quad (1.23)$$

Kde W_s – hustota výkonu odraženého kapkou,

W_a – hustota výkonu absorbovaného kapkou.

Když I_i je dopadající ozáření (často se nazývá intenzita a jde o energii na jednotku plochy a času), dostaneme jinou formulaci:

$$C_{ext} = C_s + C_a \quad (1.24)$$

Kde C_{ext} , C_s , C_a jsou extinkční, rozptylová a absorbční plocha, které jsou definovány jako (což v podstatě je totéž co je napsané v 1.19-1.21 a označené jako σ):

$$C_{ext} = \frac{W_{ext}}{I_i}, C_a = \frac{W_a}{I_i}, C_s = \frac{W_s}{I_i} \quad (1.25)$$

Z toho plynou koeficienty účinnosti Q : extinkční, rozptylový a absorbční.

$$Q_{ext} = \frac{C_{ext}}{G}, Q_s = \frac{C_s}{G}, Q_a = \frac{C_a}{G} \quad (1.26)$$

kde $G = \pi \cdot r^2$ je velikost průřezu kapky (r je poloměr kapky).

Pro zjednodušení porovnání interakce objektů různých velikostí se používají koeficienty absorpce, rozptylu a extinkční, které se vztahují k odrazové ploše.

Extinkční koeficient vyjadřuje ztráty absorbcí i rozptylem a při aproximaci tvaru kapky koulí se počítá z Mieovské teorie jako [3]:

$$Q_{ext} = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) \cdot Re\{a_n + b_n\} \quad (1.27)$$

Co se týká rozptylu, koeficient účinnosti se vyjadřuje takto:

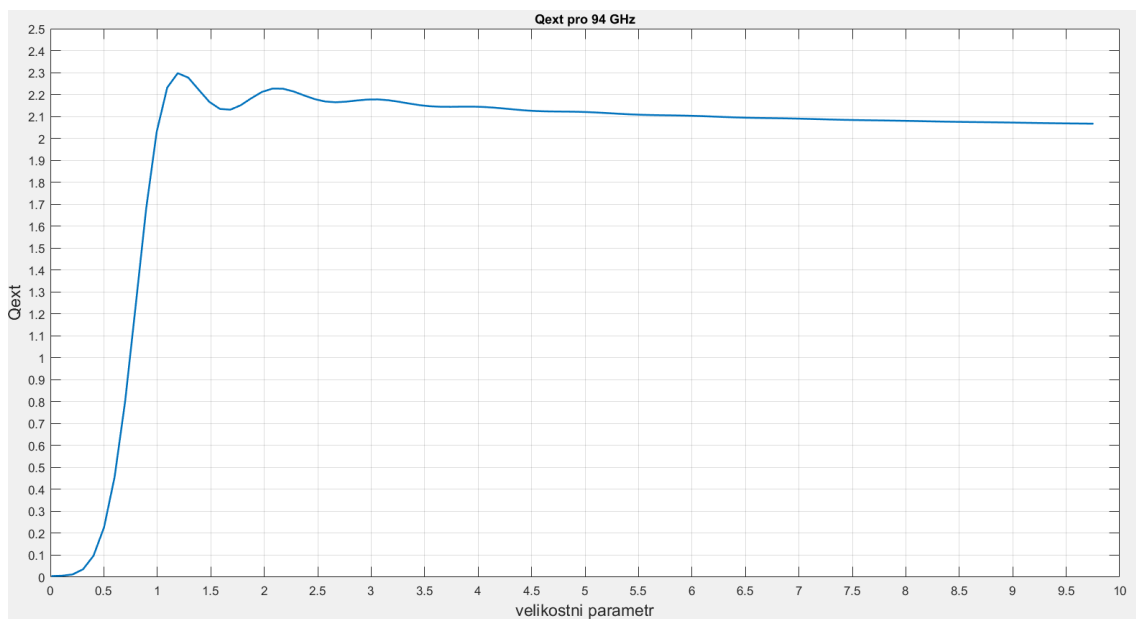
$$Q_s = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) \cdot (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (1.28)$$

kde \hat{a}_n a \hat{b}_n jsou Mieovské koeficienty [2], x je důležitý velikostní parametr ($x = 2\pi \cdot r/\lambda$).

Koeficienty \hat{a}_n a \hat{b}_n představují amplitudy, n je doporučený počet iterací pro výpočet \hat{a}_n a \hat{b}_n místo nekonečna. Čím je n větší, tím je výpočet přesnější. Doporučuje se [16]:

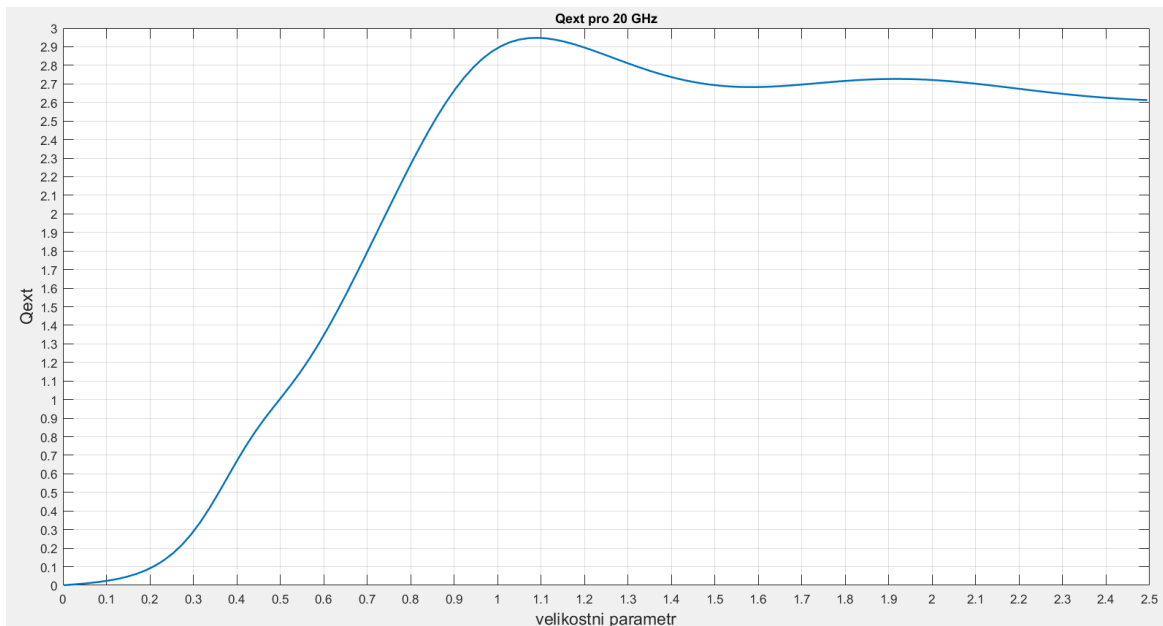
$$n = x + 4x^{1/3} + 2 \quad (1.29)$$

Na obrázku 8 je závislost Q_{ext} na velikostním parametru x . V limitě pro železné koule (index lomu je pro ideální železo v limitě nekonečný) vypočtený extinkční koeficient se blíží k hodnotě 2.1, což potvrzuje existenci extinkčního paradoxu.

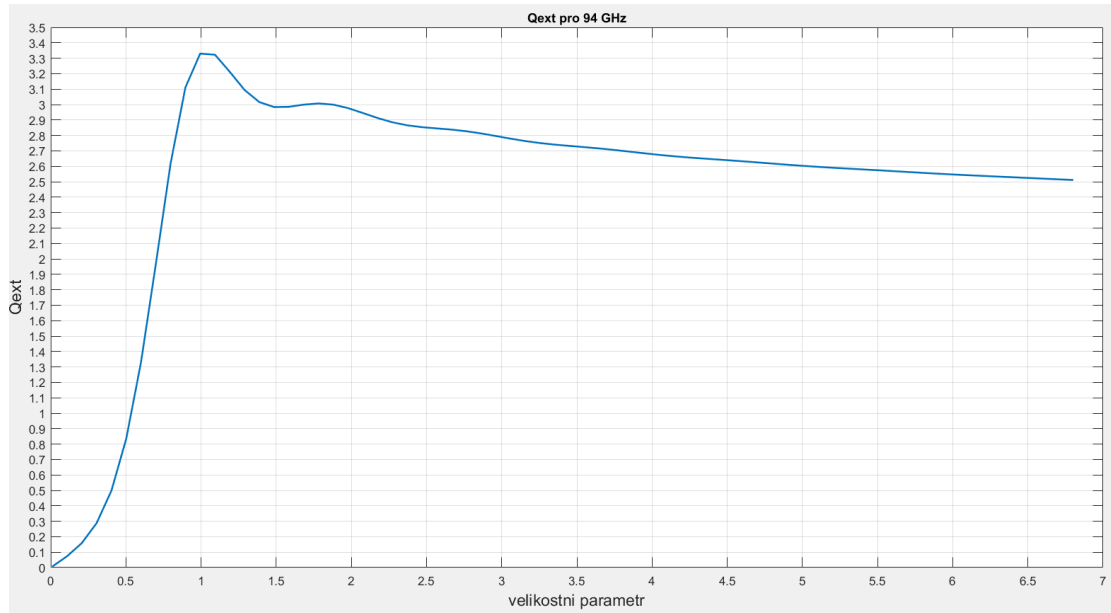


Obrázek 8: Q_{ext} pro železné koule pro 94 GHz

Pro výpočet koeficientu účinnosti pro dešťovou kapku se používá Mieovský algoritmus. Pak jsem udělala závislost Q_{ext} podle velikostního parametru pro frekvence 20 GHz a 94 GHz a jsou na obrázcích 9-10.



Obrázek 9: Q_{ext} pro dešťovou kapku pro 20 GHz



Obrázek 10: Q_{ext} pro dešťovou kapku pro 94 GHz

Jak si můžeme všimnout, Q_{ext} pro frekvence 20 GHz a 95 GHz se blíží k hodnotě 2.6. Z grafů se dá usoudit, že hodnota extinkčního koeficientu pro dešťovou kapku a velká x je 2.6 na rozdíl od hodnoty pro železné koule, kde je limitní hodnotou číslo 2.1.

Kromě toho, v radarové meteorologii se používá zpětná odrazová plocha σ . Při malém průměru kapky a v porovnání s délkou vlny λ je dostatečně přesné počítat jenom s prvním přiblížením \hat{b}_1 . Tak se dostaneme Rayleighovou aproximací pro zpětnou odrazovou plochu:

$$\sigma_s = \frac{\lambda^2}{\pi} \cdot x^6 \cdot \left| \frac{\hat{m}^2 - 1}{\hat{m}^2 + 2} \right|^2 \quad (1.30)$$

Substitucí $x = 2\pi \cdot r/\lambda$ a $r=D/2$ pak bude:

$$\sigma_s = \frac{\pi^5 \cdot D^6}{\lambda^4} \cdot \left| \frac{\hat{m}^2 - 1}{\hat{m}^2 + 2} \right|^2 \quad (1.31)$$

kde \hat{m} – je komplexní index lomu vody v dešťové kapce (závisí na kmitočtu a teplotě).

Ze vzorečků pro výpočet koeficientů účinnosti a odrazových ploch plyne, že Q_{ext} je poměr ztrátové plochy k velikosti průřezu objektu, v našem případě průřezu kapky:

$$Q_{\text{ext}} = \frac{\sigma_{\text{ext}}}{\pi \cdot r^2} \quad (1.32)$$

1.7 Extinkční paradox

Jedním z nejzajímavějších jevů je extinkční paradox, který se spočívá v tom, že v limitním případě odrazová plocha částici C_{ext} má být rovna geometrické ploše C_{geom} , ale ve výsledcích je dvakrát větší a máme, že $C_{\text{ext}} = 2C_{\text{geom}}$.

Vysvětlení tohoto jevu se opírá na nových výzkumech M.J. Berg a dalších a je založené na difrakci a teorii elektromagnetického pole.

Předpokládá se, že částice je mnohem větší než vlnová délka dopadajícího záření. Na vlnu se můžeme dívat jako na nekonečné počty rovnoběžných paprsků, které se šíří dopředu a které lze rozdělit na dvě skupiny: ty, které zachycují geometricky osvětlenou plochu částice a ty, které ji nemají. Oddělení mezi těmito skupinami dochází ve stínu částic hranicí, což je kontura oddělující osvětlené a stínované strany. Paprsky, které byly zachyceny, se mohou lámat, odrážet se nebo se absorbovat příčnou oblastí částic, která se rovná C_{geom} .

Zbývající paprsky, tj. ty, které nejsou zachyceny částicemi, představují částečnou vlnoplochu ve stínu s oblastí C_{geo} . Jinými slovy, zbývající vlnoplocha pak přispívá k C_{ext} , proto ve výsledku máme $C_{\text{ext}} = 2C_{\text{geom}}$ [14].

1.8 Odvození faktoru radarové odrazivosti

Je známo, že radarová odrazivost v případě deště se vypočítá podle definice jako:

$$\eta = \int_0^{\infty} \sigma(D) \cdot N(D) \cdot dD \quad (1.33)$$

kde $N(D)$ – je rozložení velikosti kapek (spektrum kapek),

D - je průměr dešťové kapky.

Kvůli tomu, že radary měří na různých frekvencích a radarová odrazivost tedy je závislá na kmitočtu, meteorologové zavedli faktor radarové odrazivosti, který není závislý na kmitočtu a je definován vztahem [16]:

$$z = \int_0^{\infty} D^6 \cdot N(D) \cdot dD \quad (1.34)$$

Na začátku rozvoje radarové techniky, radary pracovali na nízkých kmitočtech, nacházejících se z hlediska velikosti kapek v Rayleighovské oblasti, která je dána:

$$\frac{\pi \cdot D}{\lambda} \ll 1 \quad (1.35)$$

Pro Rayleighovskou oblast Johnem Williamem Struttem (později získal šlechtický titul lord Rayleigh) byl odvozen vztah pro zpětnou odrazovou plochu:

$$\sigma(D) = \frac{\pi^5 \cdot |\hat{K}|^2}{\lambda^4} \cdot D^6 \quad (1.36)$$

Kde \hat{K} je pomocný faktor, definovaný jako:

$$\hat{K} = \frac{\hat{m}^2 - 1}{\hat{m}^2 + 2} \quad (1.37)$$

kde \hat{m} je komplexní index lomu vody kapky.

Pak byl zaveden ekvivalentní faktor radarové odrazivosti, který platí přesně jenom pro Rayleighovskou oblast a je roven:

$$z_e \approx \frac{\lambda^4}{\pi^5 \cdot |K|^2} \cdot \eta \quad (1.38)$$

Přesto se tento vztah používá i mimo Rayleighovskou oblast. Zjistila jsem ale, že pro kmitočty vyšší než cca 19 GHz je nepřijatelná odchylka mezi z_e podle rovnice (1.37) a z_e dle rovnice (1.33). Proto mnou byla navržena funkce, která kompenzuje danou závislost pro vyšší frekvence.

Jde o to, že „kmitočtové narovnání“ (1.37) není pro vyšší kmitočty přesné a nedostaneme přesnou hodnotu, kterou je jediná hodnota podle definice a to je (1.33). Na obrázku 11 jsou rozdíly v dB/km mezi přesnou hodnotou podle definice (1.33) a přibližným vztahem z rovnice (1.37) pro různé intenzity srážek.

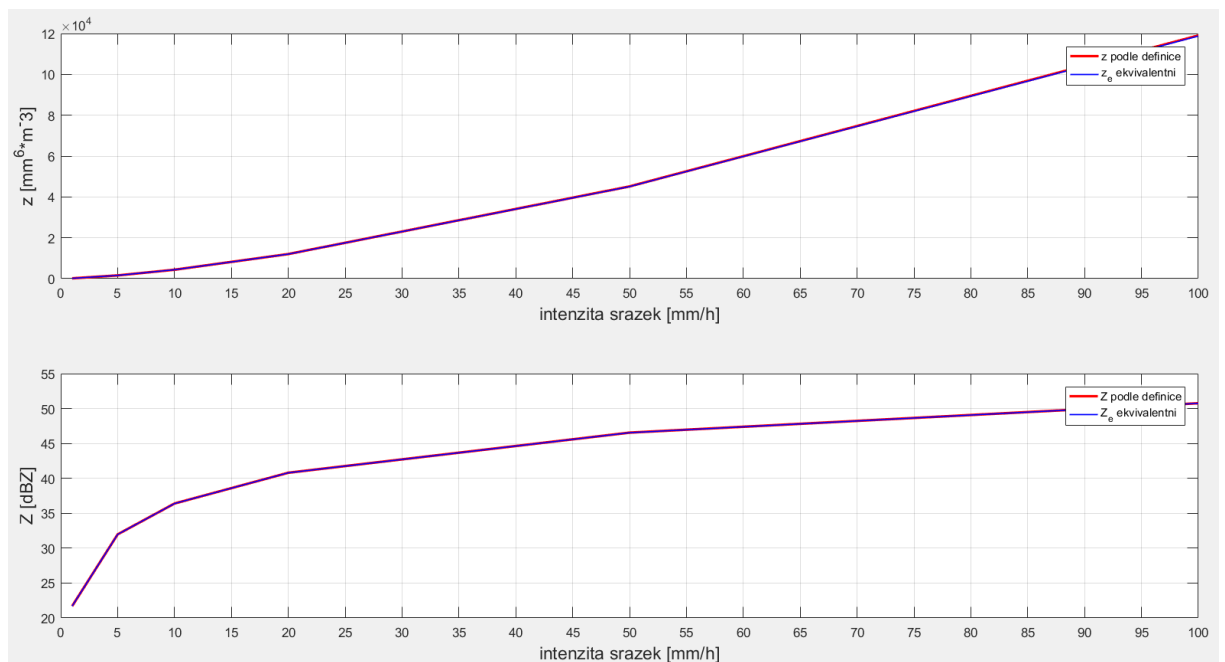
Podle literatury jsem se domnívala, že „dešťové“ meteorologické radary pracují v „Rayleighově oblasti“ která má být do cca 5.5 GHz. Zjistila jsem však, že to není úplně pravda. Uvedu příklad:

Nechť z_3 je faktor odrazivosti radaru pro Rayleighovskou oblast (např. pro 3 GHz), z_{e35} je faktor odrazivosti například pro frekvenci 35 GHz. Tyto hodnoty by naměřil radar, v mém případě jsou simulovány programem pro rozptylové funkce, spektrum kapek a zpětnou odrazovou plochu dešťových kapek. Hodnoty pro stejné spektrum kapek (v případě použití Marshall-Palmerovy aproximace spektra kapek to platí i pro stejnou intenzitu srážek, pro ilustraci jsem vybrala typickou intenzitu srážek 20 mm/h) jsou postupně $z_{e3}=40.5$ dBZ a $z_{e35} = 38.5$ dBZ. Správná hodnota podle definice (1.33) je však 40.8 dBZ. Zkusila jsem pak spočítat z_e pro 0.5 GHz (rovnice 1.37). Hodnota byla 40.79 dBZ. Čili prakticky stejná, jako hodnota po-

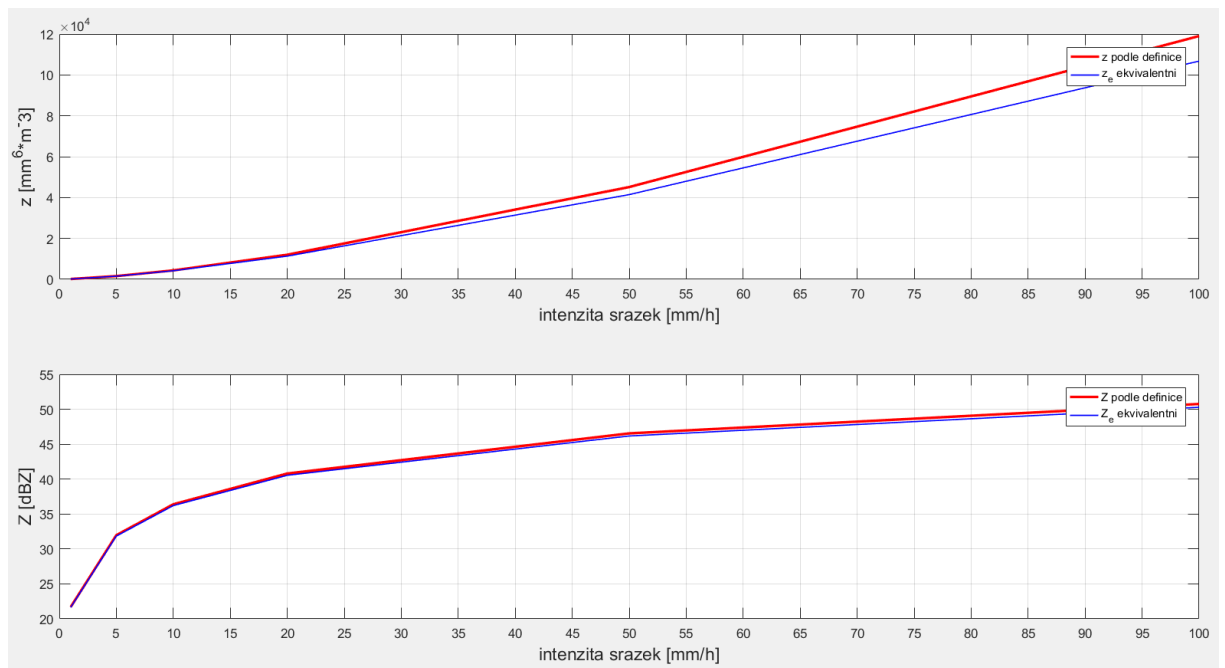
dle definice. To znamená, že při kmitočty 0.5 GHz všechny velikosti dešťových kapek splňují podmínku pro Rayleighovu oblast. Překvapivě, pro 3 GHz tomu už tak „trošku“ není.

Lze to zjistit i tak, že spočteme velikostní parametr x pro největší možnou velikost dešťové kapky a to je $D=7$ mm. Vyjde $x=0.21$. V části 2.1.3 jsem spočítala x kritické, které pro 3 GHz nabývá hodnoty 0.066. I z tohoto plyne, že déšť pro 3 GHz radar není v Rayleighově oblasti.

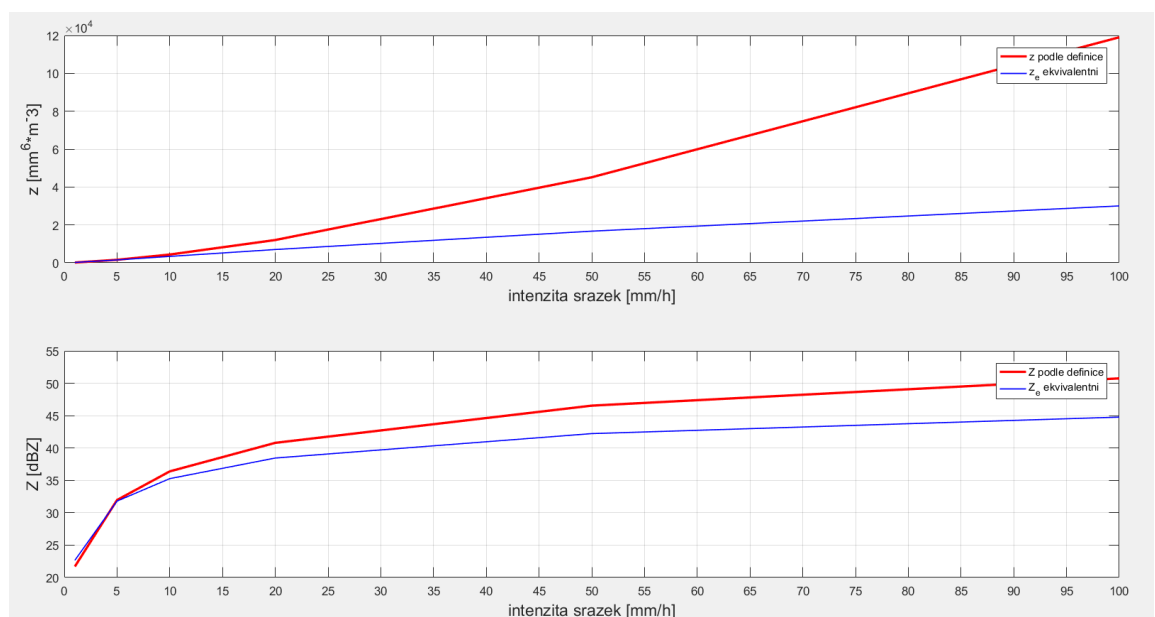
Dále uvádím grafy faktorů odrazivosti pro příslušné frekvence 0.5, 3 a 35 GHz na obrázcích 11-13.



Obrázek 11: Faktor radarové odrazivosti pro 0.5 GHz



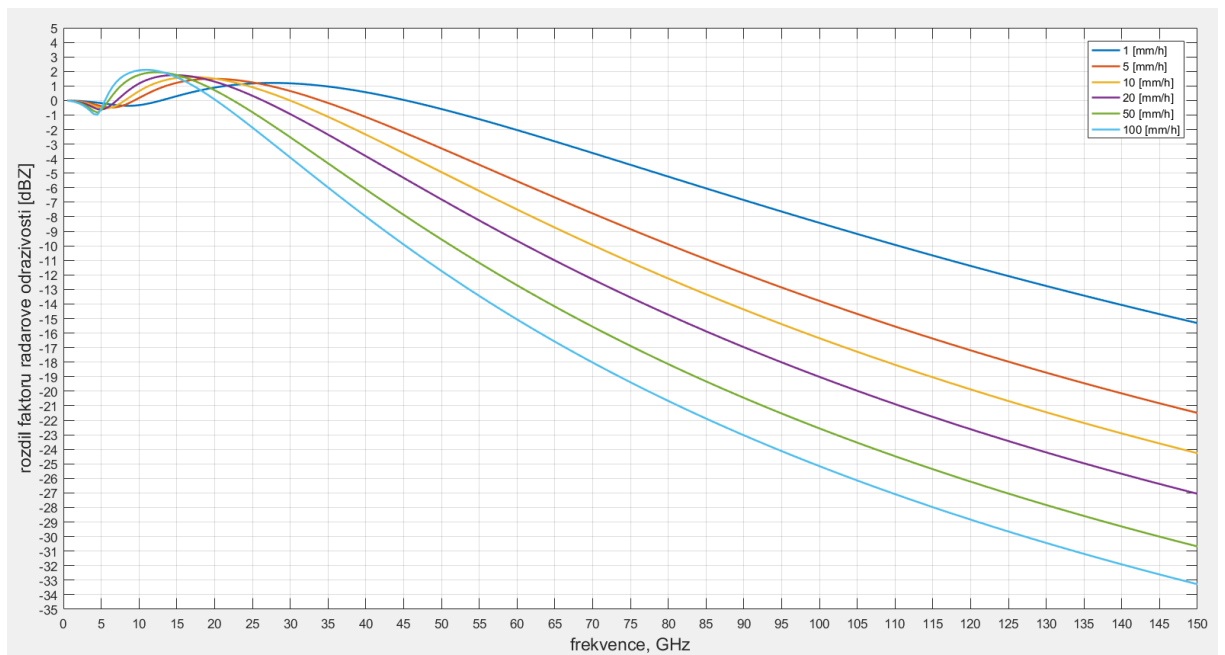
Obrázek 12: Faktor radarové odrazivosti pro 3 GHz



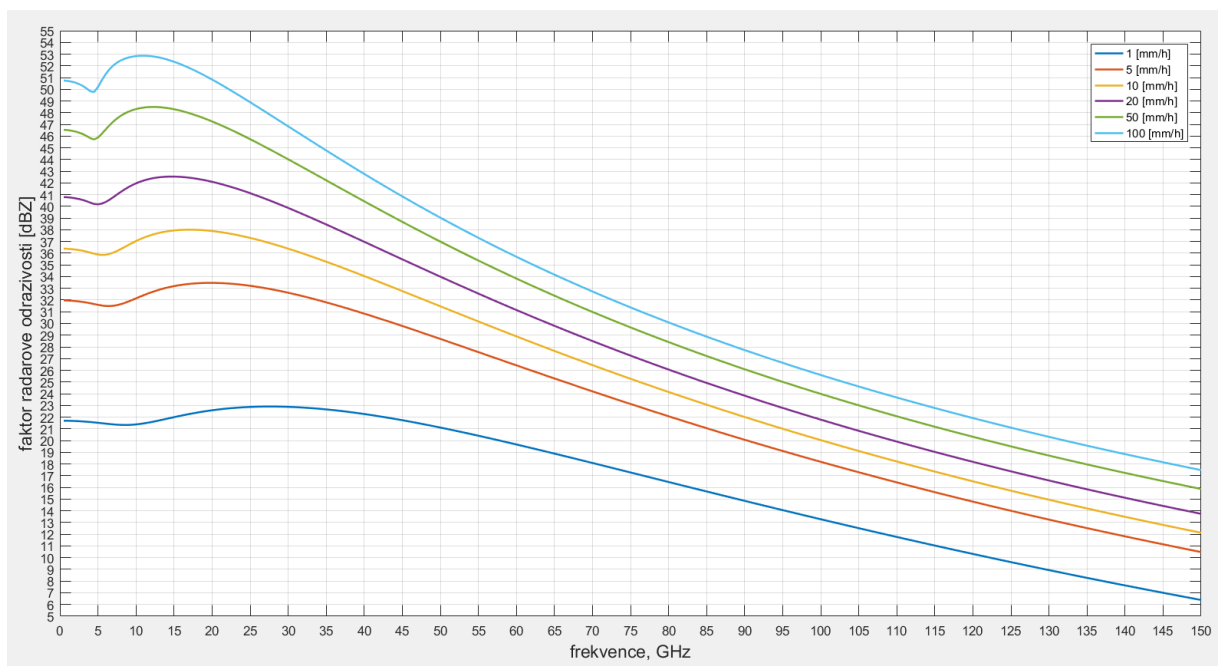
Obrázek 13: Faktor radarové odrazivosti pro 35 GHz

Grafy jasně ilustrují neshodu faktoru radarové odrazivosti a ekvivalentního faktoru odrazivosti mimo Rayleighovskou oblast.

Na obrázku 14 jsem udělala průběhy rozdílu ve výpočtech mezi přibližným a přesným řešením podle různých intenzit deště. Na obrázku 15 je jenom ekvivalentní faktor radarové odrazivosti pro různé intenzity deště.



Obrázek 14: Rozdíly hodnot faktoru odrazivosti podle přibližného a přesného řešení pro různé intenzity deště



Obrázek 15: ekvivalentní faktor radarové odrazivosti podle definice (1.37)

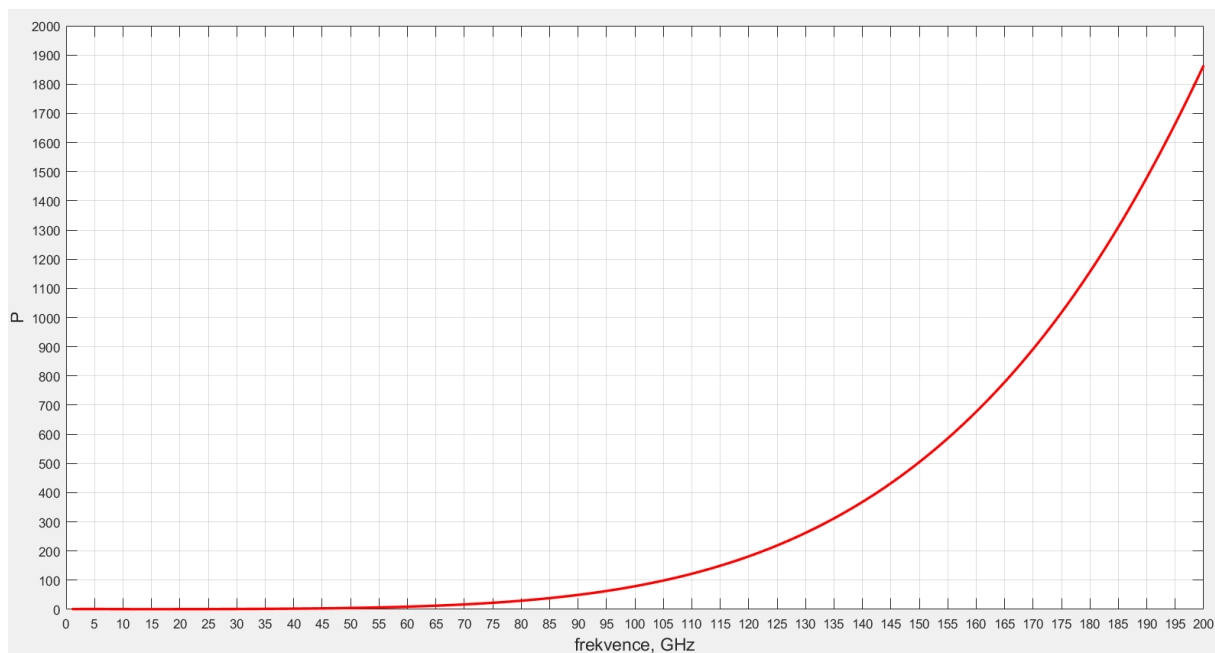
Abychom kompenzovali frekvenční závislost ekvivalentního faktoru odrazivosti, vynásobím z_e opravnou funkcí P :

$$z = P \cdot z_e$$

Tedy opravná funkce se najde jako podíl:

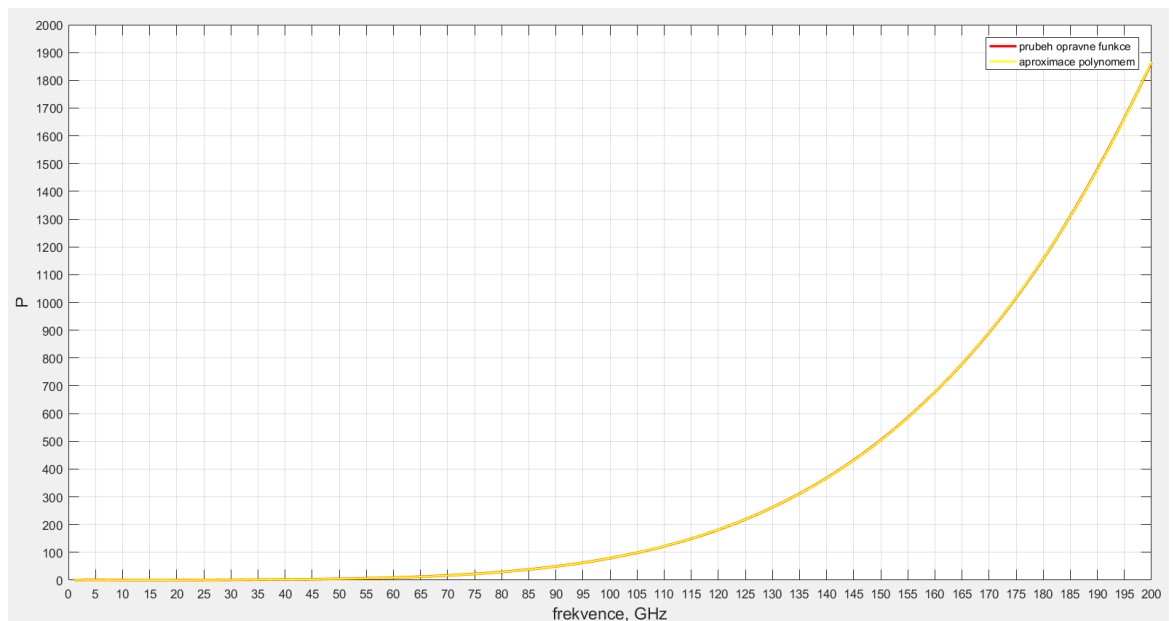
$$P = \frac{Z}{Z_e}$$

Po formulaci příslušného kódu jsem tuto opravnou funkci „P“ vykreslila v obrázku 16, kde je její průběh. Tato opravná funkce byla mnou navržena pro intenzitu deště 20 mm/h.



Obrázek 16: Opravná funkce

Pro nalezení aproximace dané funkce jsem použila aproximaci polynomem 5. stupně, který nejlépe aproximuje opravnou funkci. Na obrázku 17 jsem nakreslila průběhy aproximace polynomem a opravnou funkci.



Obrázek 17: Aproximace opravné funkce polynomem pátého stupně

Dál uvádím navržený polynom pátého stupně P:

$$P = 1,2071 \cdot 10^{-9} \cdot f^5 + 1,4434 \cdot 10^{-6} \cdot f^4 - 0,00013 \cdot 10^{-4} \cdot f^3 + 0,0071 \cdot f^2 - 0,13749 \cdot f + 1,4821$$

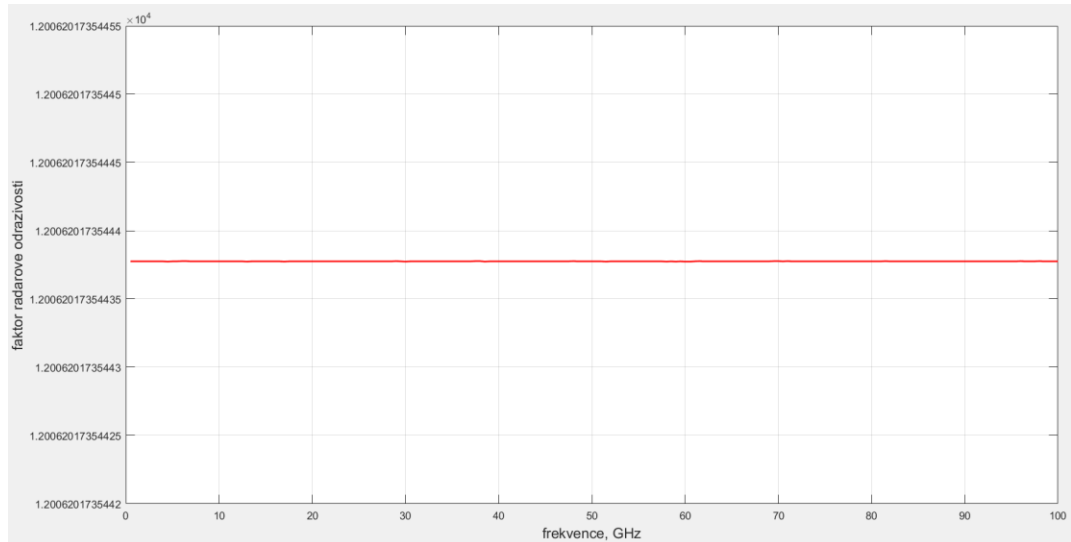
kde f je kmitočet v GHz.

V tabulce 2 shrnuji koeficienty polynomu aproximace opravné funkce pro různé intenzity deště.

Tabulka 2: Koeficienty polynomu opravné funkce pro frekvence do 200 GHz

Intenzita deště mm/h	f^6	f^5	f^4	f^3	f^2	f^1	f^0
1	-	-	$1,3544e^{-7}$	$-2,0423e^{-5}$	0,0019	-0,0664	1,4409
5	-	-	$6,0397e^{-7}$	$-8,355e^{-5}$	0,0062	-0,1789	2,0859
10	-	-	$1,1234e^{-6}$	-0,00014	0,01008	-0,26751	2,5829
20	-	$1,2071e^{-9}$	$1,4434e^{-6}$	-0,00013	0,0071	-0,13749	1,4821
50	-	$1,1237e^{-9}$	$3,787e^{-6}$	-0,00034	0,0156	-0,2598	1,8401
100	$1,258e^{-11}$	$-7,575e^{-9}$	$9,066e^{-6}$	-0,00085	0,03617	-0,60043	3,2121

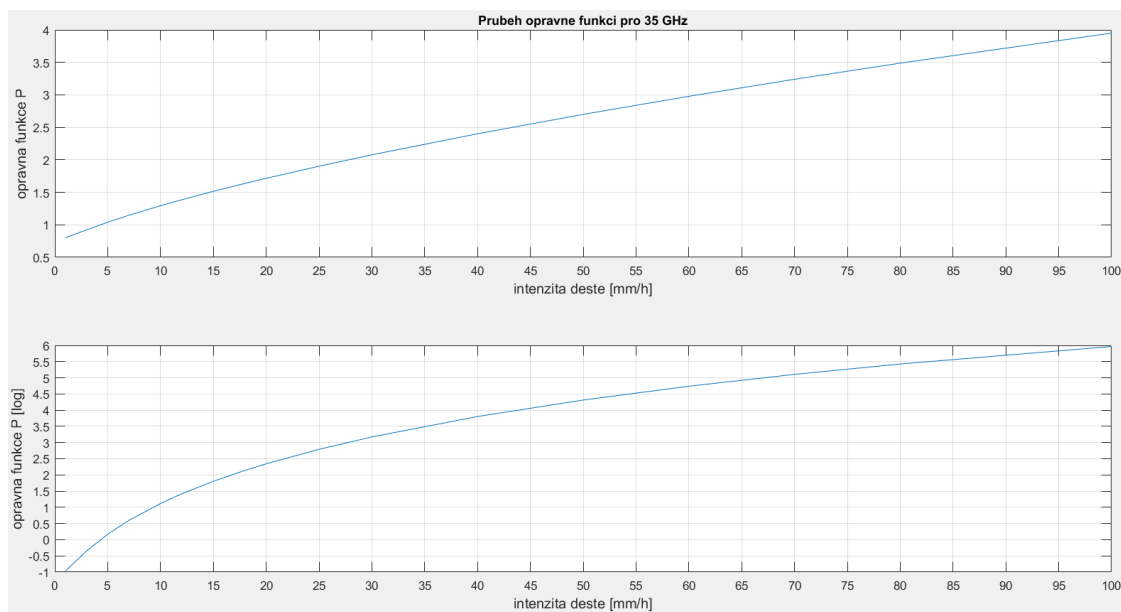
Dál ověřím správnost opravné funkce: vynásobím ekvivalentní faktor odrazivosti opravnou funkcí, abych kompenzovala jeho frekvenční závislost. Na obrázku 18 je znázorněn kompenzovaný ekvivalentní faktor radarové odrazivosti pro intenzitu deště 20 mm/h.



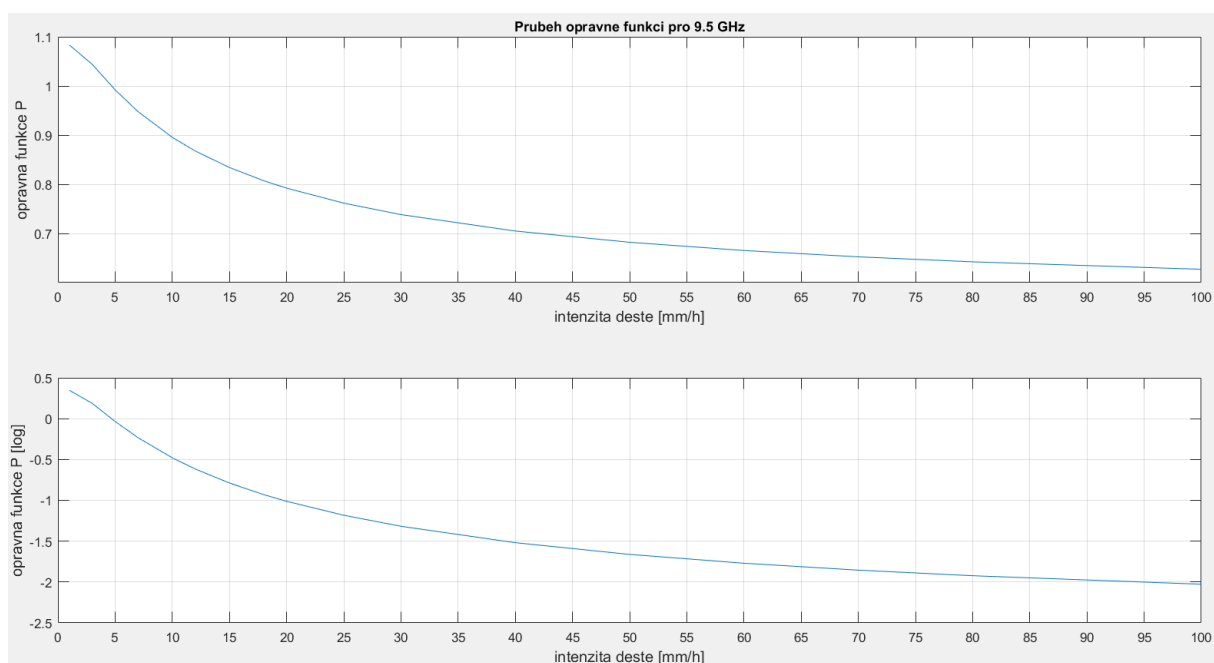
Obrázek 18: Kompenzovaný ekvivalentní faktor radarové odrazivosti pro 20 mm/h

Ve výsledku je konstantní hodnota ekvivalentního faktoru radarové odrazivosti na všech frekvencích, což jasně ukazuje, že nyní ekvivalentní faktor není závislý na frekvenci, což odpovídá jeho definici. Hodnota kompenzovaného ekvivalentního faktoru radarové odrazivosti pro 20 mm/h je rovna 1.2006.

Dále pro zajímavost na obrázcích 19-20 uvádím průběhy opravných funkcí (a to je i v logaritmických jednotkách) v závislosti na intenzitě deště pro 35 GHz (to je kmitočet radaru UFA) a pro 9.5 GHz (tento kmitočet je z pásma „X“ pro meteorologické radary).



Obrázek 19: Průběhy opravných funkcí pro 35 GHz. Spodní graf odpovídá [dBZ]



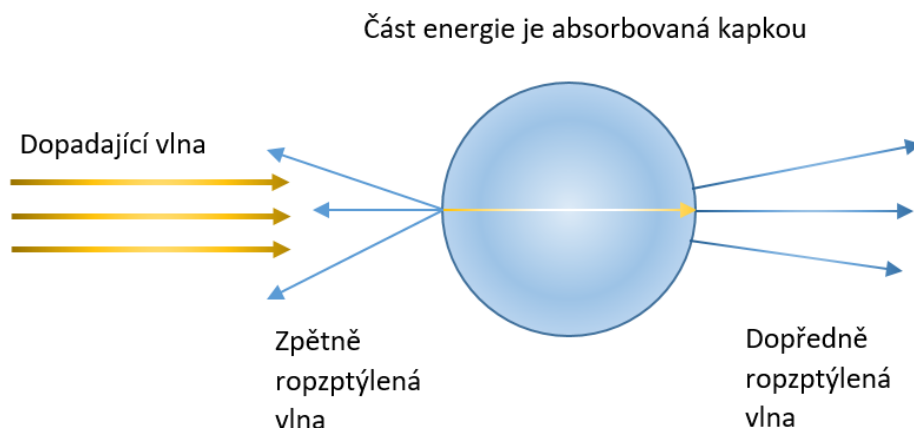
Obrázek 20: průběhy opravných funkcí pro 9.5 GHz. Spodní graf odpovídá [dBZ]

Z obrázků 19-20 plyne, že podle očekávání na nižších kmitočtech potřeba kompenzovat frekvenční závislost je menší, než na vyšších.

2 ROZPTYLOVÉ FUNKCE

Z hlediska šířící elektromagnetické vlny se hydrometeory chovají jako ztrátová dielektrika. Tak energie šířící se vlny je absorbována vodní kapkou (transformuje se v jalové teplo), jiná část energie je rozptýlena nežádoucími směry.

Pro názornost jsem udělala obrázek 21, kde je uvedena interakce vlny s kulovou dešťovou kapkou.



Obrázek 21 - Interakce elektromagnetické vlny s kulovou kapkou deště

Rozlišuje se dopředný rozptyl, který počítá jak s absorpcí tak i se samotným rozptylem. A zpětný rozptyl, v kterém je jenom rozptyl (zpětný rozptyl, odraz).

Interakce elektromagnetické vlny s dešťovou kapkou popisuje rozptylová funkce. Přesněji směrové amplitudové komplexní rozptylové funkce \hat{f} (podle Uzunoglu) nebo \hat{S} (podle Morrison-Crossová). Je to matematický popis vztahu mezi fázorem dopadající a od kapky rozptýlené intenzity elektrického pole. Rozptylová funkce je závislá na směru šíření dopadající a rozptýlené elektromagnetické vlny, velikosti a tvaru kapek, polarizaci dopadající vlny vůči kapece a na indexu lomu kapky [15].

Pro určení rozptylové funkce existuje vztah (pro různé polarizace a definice):

$$\hat{E}^s = \hat{E}^i \cdot \hat{f}(K_1, K_2) \cdot (r)^{-1} \cdot e^{(jk_0 r)} \quad (2.1)$$

$$\hat{E}^s = \hat{E}^i \cdot \hat{S}(K_1, K_2) \cdot (jk_0 r)^{-1} \cdot e^{(-jk_0 r)} \quad (2.2)$$

kde

\hat{E}^s - je fázor intenzity rozptýleného elektrického pole [V/m]

\vec{E}^i - je fázor intenzity dopadajícího elektrického pole [V/m]

$\hat{f}(\vec{K}_1, \vec{K}_2)$ komplexní rozptylová funkce kapky [m] pro směr dopadu K_1 a směr rozptylu K_2

$\hat{S}(\vec{K}_1, \vec{K}_2)$ - jde o jinou, také používanou definici rozptylové funkce, je bezrozměrná a často se nazývá „Morrison-Cross.“

\vec{K}_1 - je směr dopadající vlny

\vec{K}_2 - je směr rozptýlené vlny D - je ekvivalentní průměr kapky ($D=2a$)

r - je vzdálenost rozptýlené intenzity elektrického pole od středu kapky

k_0 - je vlnové číslo vakua [m^{-1}]

Zvláštní případy:

a. $\vec{K}_1 = \vec{K}_2$, jde o dopředný rozptyl, řeší se při výpočtu útlumu komunikačního signálu v dešti (mlze, oblacích)

b. $\vec{K}_1 = -\vec{K}_2$, jde o zpětný rozptyl, řeší se v radarové technice a v radarové meteorologii

c. ostatní případy - jde o "stranový" rozptyl (bi-static scattering) - hraje roli při výpočtech rušení (EMC).

Také se rozptylové funkce rozlišují podle polarizace (např. \hat{S}_h - je rozptylová funkce pro horizontální polarizaci). Toto ale v případě kulového tvaru kapek (Mie) neplatí.

Výpočet rozptylových funkcí závisí na tvaru kapek, velikostí (průměru), komplexní permittivitě vody a na frekvenci šířící se vlny.

Dál budu probírat postup výpočtu rozptylu podle Mie-ovy a Rayleigh-ovy aproximace.

Mám upozornit, že rozptylová funkce je komplexní číslo. Nás především zajímá imaginární část rozptylové funkce - pracuji s definicí rozptylové funkce „ \hat{f} “ podle Uzunoglu, naopak u definice \hat{S} (definice dle „Morrison-Crossové“) by nás zajímala reálná část. Imaginární část f ve skutečnosti vyjadřuje násobek útlumu rozptylem. Reálná část v případě používání definice dle „Uzunoglu“ nemá fyzikální význam, ale určuje spolu s imaginární částí fázi odražené vlny [1].

2.1 Zpětný rozptyl

Zpětný rozptyl se počítá jednodušeji než dopředný rozptyl kvůli tomu, že obsahuje jenom vlastně rozptyl (a nikoliv absorpci) [4].

Široké využití zpětného rozptylu je v radarové technice, kdy s jeho pomocí dokážeme vyhodnotit faktor odrazivosti radaru, který je velkým předmětem zájmu meteorologů. Lze z něj odhadnout na dálku například intenzitu dešťových srážek nebo úhrn srážek.

2.1.1 Mieovský algoritmus výpočtu zpětného rozptylu

Mieovský algoritmus byl vyvinut panem Mie pro zjednodušení výpočtu rozptylu. Pan Mie odvodil vztahy ve formě řady pro rozptyl na kouli se známým komplexním indexem lomu.

My předpokládáme, že kapky mají kulový tvar, což je pro dešťové kapky malých velikostí pravdou (do ekvivalentního poloměru cca 0.2 cm). Daná aproximace dovoluje prostudovat závislost dešťového útlumu na frekvenci a teplotě, ale nikdy depolarizační jevy nebo závislost na polarizaci, která se uplatňuje pouze u nekulových (větších) kapek.

Mieovský algoritmus představuje nekonečnou řadu s pomocí Mieovských koeficientů \hat{a}_n a \hat{b}_n . Pro rozptyl na kulovém objektu nepotřebujeme počítat s polarizací díky rotační symetrii koule [1].

Zpětná rozptylová funkce „ \hat{S}_b “ dle Morrison-Cross se podle Mie počítá jako:

$$\hat{S}_b = \frac{-j \cdot \lambda^3}{\pi^3 \cdot D^2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot (2n + 1) \cdot (a_n - b_n) \right] \quad (2.3)$$

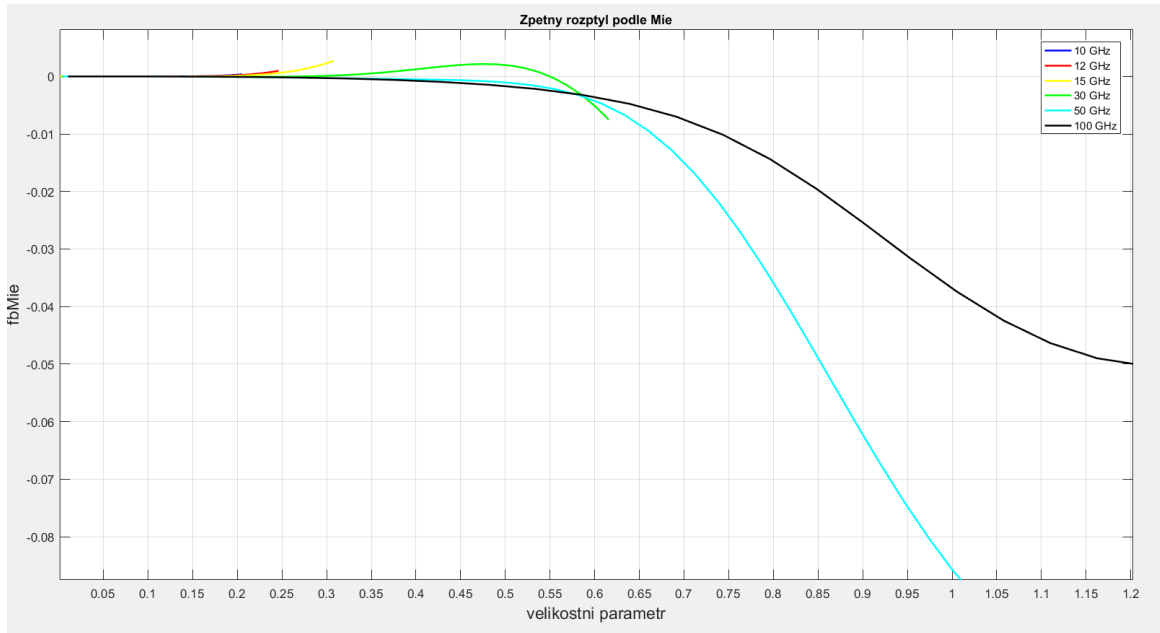
kde D – je průměr kapky

λ – je vlnová délka

Abychom dostali definici podle Uzunoglu (podle které dělám výpočty v této diplomové práci) je dostatečné vynásobit funkci komplexně sdruženou k \hat{S}_b činitelem $(-j \cdot \frac{\lambda}{2\pi})$.

Při testování v Matlabu jsem měnila počet iterací Mieovského algoritmu a ve výsledcích se prokázalo, že při počtu iterací nad 10 se výsledky téměř neliší. Takže pro výpočet bude dostatečné mít 10-20 iterací neboli členů Mieovské řady.

Na obrázku 22 jsou vypočteny rozptyly pro různé frekvence podle velikostního parametru.



Obrázek 22: Zpětný rozptyl (imaginární části rozptylových funkcí f) podle Mie pro různé frekvence

2.1.2 Rayleighová aproximace zpětného rozptylu

Aby bylo možné použít danou aproximaci, musí platit podmínka, že ekvivalentní poloměr kapky má být mnohem menší než vlnová délka nebo přesněji velikostní parametr x má být mnohem menší než 1 [6]:

$$x = \frac{2 \cdot \pi \cdot a}{\lambda_0} \quad (2.4)$$

kde a – je poloměr kapky,

λ_0 – je vlnová délka ve vakuu .

A zároveň má být malý fázový posun po průchodu elektromagnetické vlny neboli

$(2\pi \cdot |\hat{m}| \cdot a/\lambda \ll 1)$ [17].

Za těchto podmínek můžeme vypočítat zpětnou rozptylovou funkci:

$$\hat{f}_{bRay} \approx \frac{\pi^2 \cdot \hat{K}}{2 \cdot \lambda^2} \cdot D^3 \quad (2.5)$$

Kde D – je poloměr kapky

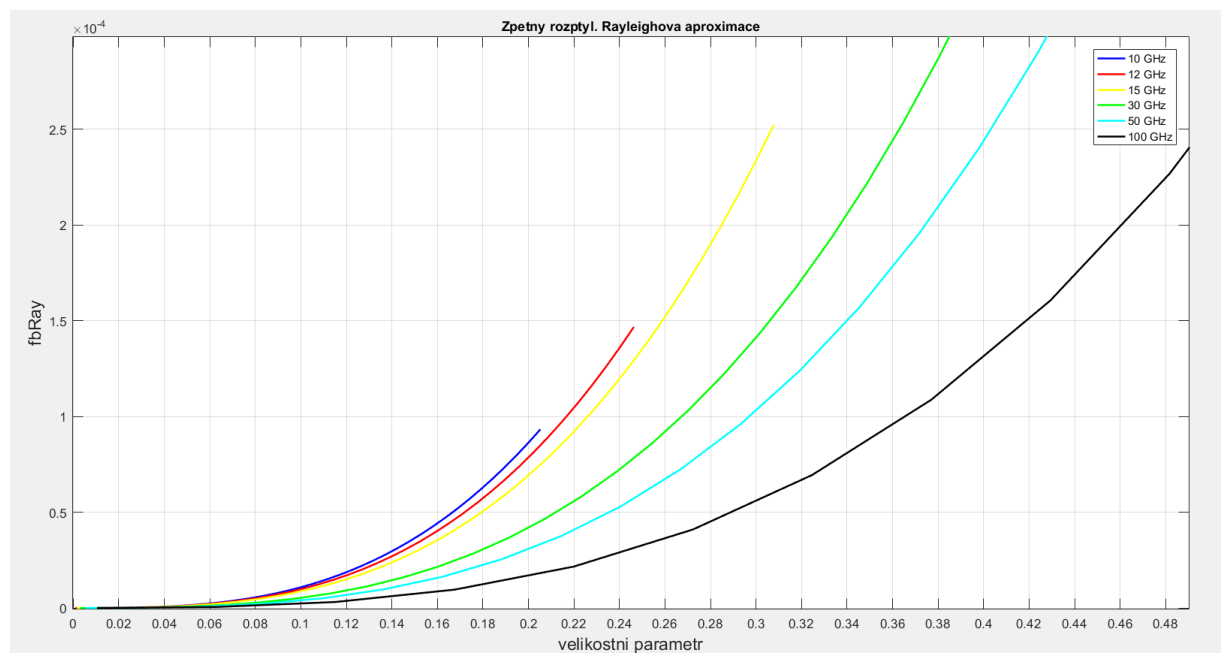
\hat{K} – je pomocný faktor, pro který platí:

$$\hat{K} = \frac{\hat{m}^2 - 1}{\hat{m}^2 + 2} = \frac{\hat{\epsilon}_r - 1}{\hat{\epsilon}_r + 2} \quad (2.6)$$

Kde \hat{m} – je komplexní index lomu vody kapky,

$\hat{\epsilon}_r$ – je relativní komplexní permitivita vody kapky.

Na obrázku 23 jsou vypočteny rozptylové funkce (imaginární části) podle Rayleighovy aproximace pro různé frekvence.



Obrázek 23: Zpětný rozptyl podle Rayleigha pro různé frekvence

Mám poznamenat, že Rayleighův rozptyl dovoluje prostudovat frekvenční a teplotní vlastnosti útlumu na nízkých frekvencích.

2.1.3 Porovnání výpočtu podle teorie Mie a Rayleigh

Problémem výpočtu rozptylu podle Mieovy teorie je, že původně vzorečky byly odvozeny pro výpočet efektivní odrazové plochy anteny, což znamená, že při odvození vzorců pro výpočet rozptylu můžeme si být jistí jen v amplitudě, ale ne co do fáze. Proto pomocí Matlabu byl udělán výpočet zpětného rozptylu pro frekvenci 10 GHz podle Mieovy a Rayleighovy teorie. Pro rozptyl podle Rayleigha byly udělány dva výpočty s komplexním \hat{K} ve vzorečku a absolutní hodnotou \hat{K} .

Vzoreček, použitý pro Rayleighovu aproximaci rozptylu:

$$\hat{f}_{bRay} \approx \frac{\pi^2 \cdot \hat{R}}{2 \cdot \lambda^2} \cdot D^3 \quad (2.7)$$

Vzoreček, použitý pro rozptylovou funkcií podle Mie:

$$\hat{f}_{bMie} = -\frac{j \cdot \lambda^3}{\pi^3 \cdot D^2} \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot (2n+1) \cdot (a_n - b_n) \right]^* \quad (2.8)$$

Výsledky jsou shrnuty ve tabulce 3.

Tabulka 3: Výpočet zpětného rozptylu

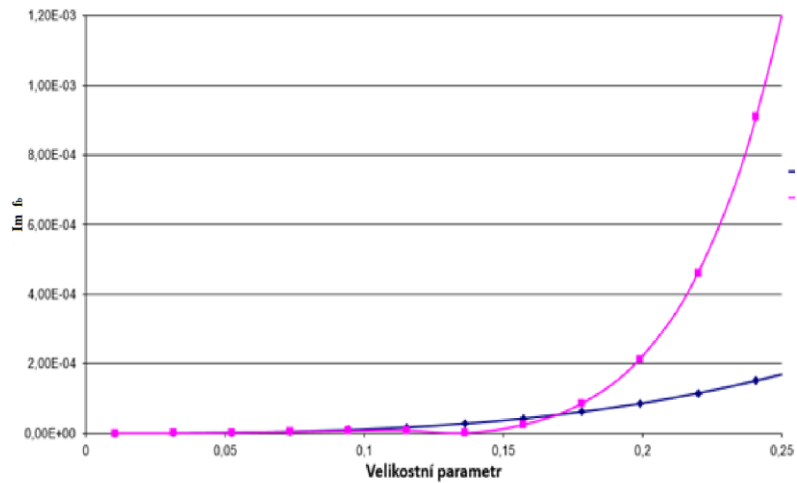
Průměr kapky, cm	velikostní parametr x	$\hat{f}_{bRay} \cdot \hat{R} $	$Im(\hat{f}_{bRay}) \cdot \hat{R}$	$Im(\hat{f}_{bMie})$
0.1	0.010471976	5.20E-07	1.24E-08	1.23168E-08
0.3	0.031415927	1.41E-05	3.34E-07	3.23558E-07
0.5	0.052359878	6.51E-05	1.55E-06	1.48915E-06
0.7	0.073303829	0.00017852	4.25E-06	3.78313E-06
0.9	0.09424778	0.000379421	9.03E-06	6.54606E-06
1.1	0.115191731	0.000692742	1.65E-05	7.33719E-06
1.3	0.136135682	0.001143466	2.72E-05	7.03703E-07
1.5	0.157079633	0.001756577	4.18E-05	2.37E-05
1.7	0.178023584	0.002557055	6.09E-05	8.43E-05
1.9	0.198967535	0.003569884	8.50E-05	2.12E-04
2.1	0.219911486	0.004820046	0.000114717	4.59E-04
2.3	0.240855437	0.006332524	0.000150714	9.09E-04
2.5	0.261799388	0.008132299	0.000193549	1.69E-03
2.7	0.282743339	0.010244354	0.000243816	2.98E-03
2.9	0.30368729	0.012693673	0.00030211	5.01E-03
3.1	0.324631241	0.015505236	0.000369025	7.92E-03
3.3	0.345575192	0.018704027	0.000445156	1.16E-02
3.5	0.366519143	0.022315028	0.000531098	1.56E-02
3.7	0.387463094	0.026363221	0.000627445	1.89E-02
3.9	0.408407045	0.030873589	0.000734792	2.08E-02
4.1	0.429350996	0.035871115	0.000853733	2.10E-02
4.3	0.450294947	0.04138078	0.000984863	1.94E-02
4.5	0.471238898	0.047427567	0.001128777	1.63E-02
4.7	0.492182849	0.054036458	0.001286068	1.18E-02
4.9	0.5131268	0.061232437	0.001457333	6.22E-03

5.1	0.534070751	0.069040485	0.001643164	-1.33E-04
5.3	0.555014702	0.077485584	0.001844158	-6.99E-03
5.5	0.575958653	0.086592718	0.002060907	-1.41E-02
5.7	0.596902604	0.096386868	0.002294008	-2.15E-02
5.9	0.617846555	0.106893018	0.002544055	-2.90E-02
6.1	0.638790506	0.118136148	0.002811641	-3.70E-02
6.3	0.659734457	0.130141243	0.003097363	-4.57E-02
6.5	0.680678408	0.142933284	0.003401813	-5.54E-02
6.7	0.701622359	0.156537254	0.003725588	-6.65E-02
6.9	0.72256631	0.170978135	0.004069281	-7.92E-02

Z výsledku se dá posoudit, že opravdu pro velikostní parametr mnohem menší než 1, Mie-ova a Rayleighova teorie poskytují podobné hodnoty pro imaginární části zpětné rozptylové funkce, co potvrzuje i graf na obrázku 24.

Můžeme usoudit, že ve vzorečku pro výpočet Rayleighova rozptylu má být komplexní hodnota \hat{K} . I když jsem to v literatuře nenalezla, porovnáním výrazu pro Rayleighovský rozptyl (2.7) s ověřeným algoritmem podle Mie jsem zjistila, že aproximace (2.7) je v Rayleighovské oblasti platná (pro reálnou i imaginární část).

Na obrázku 24 jsou nakresleny průběhy zpětného rozptylu podle Mievského a Rayleighovského algoritmu.



Obrázek 24 - Porovnání zpětného rozptylu podle Mieovy a Rayleighovy teorie (modrá křivka je podle Rayleigha, růžová podle Mie-ho)

Na grafu lze vidět, že pro velikostní parametr $x < 0.1$, což se nazývá Rayleighova oblast, výpočet rozptylových funkcí podle Mieho a Rayleigha jsou shodné. Daný fakt také potvrzuje, že Rayleighová aproximace je specifický případ Mieovského algoritmu.

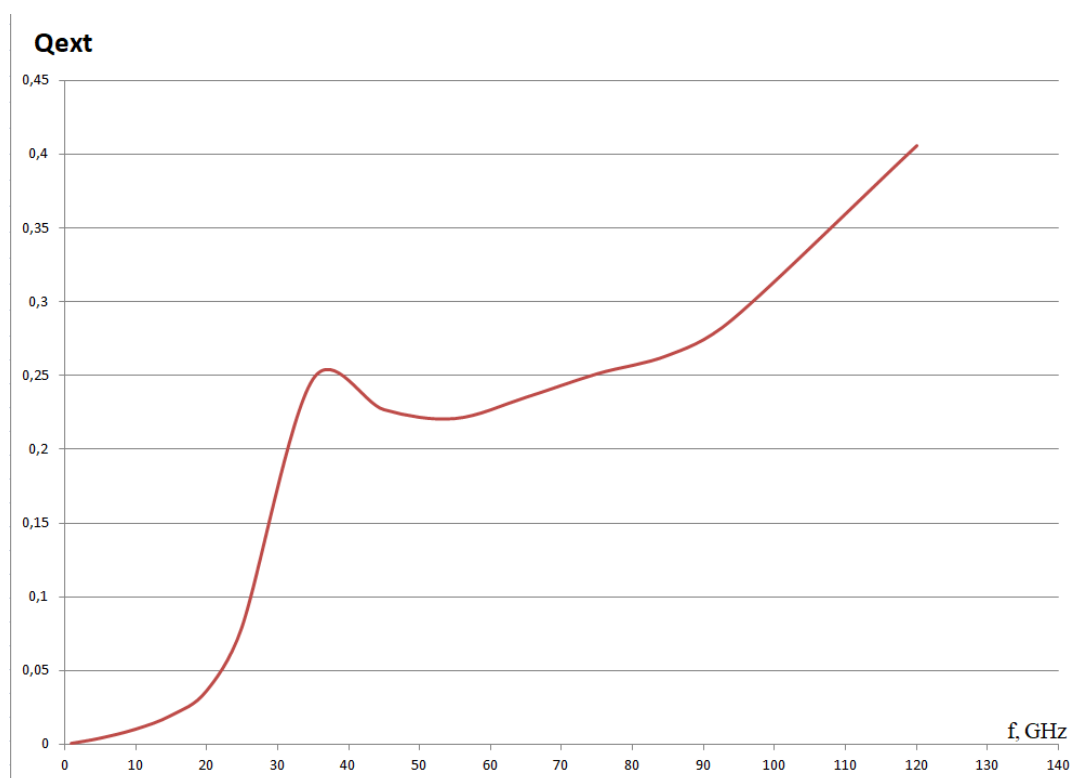
Dále zajímavým bude porovnání hodnot extinkčního koeficientu podle frekvence na hranici Rayleighovské a Mieovské oblasti. Proto v tabulce 4 jsou dány hodnoty x_{krit} , které jsou kritickou hodnotou pro platnost Rayleighovské aproximace pro výpočty rozptylových funkcí. Kritickou hodnotu velikostního parametru jsem zvolila pro 2%-rozdíl mezi křivkami pro Rayleighovský a Mieovský rozptyl.

Tabulka 4: Hodnoty extinkčního koeficientu pro různé frekvence, odpovídající x_{krit}

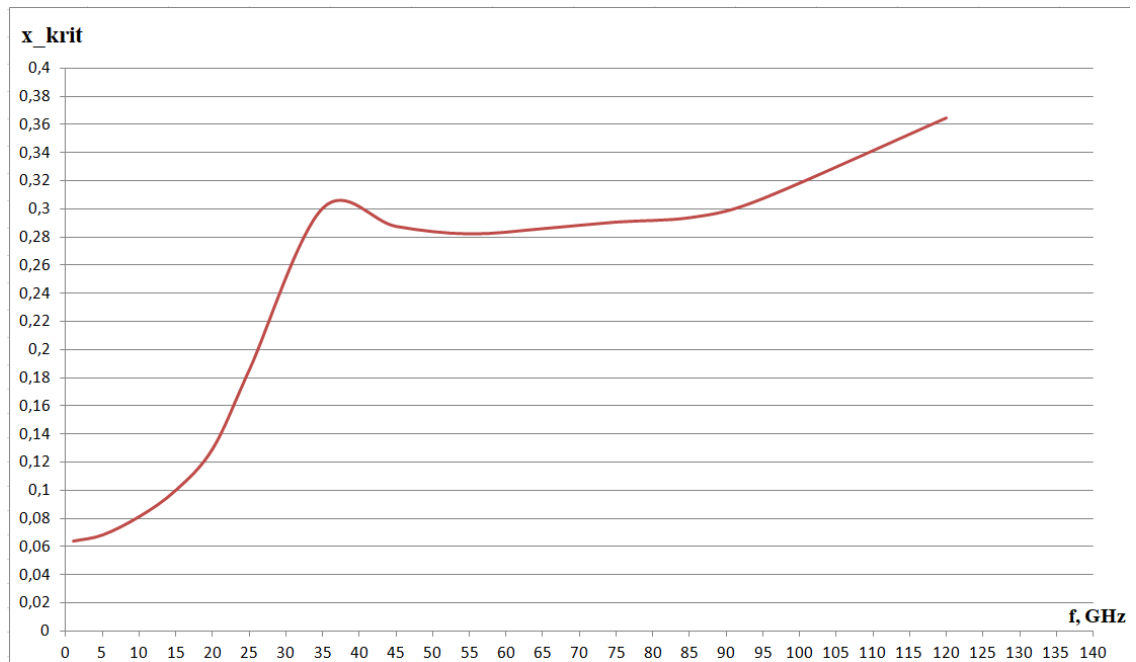
Frekvence, GHz	x_{krit}	Q_{ext}
1	0.0642	0.0008288
5	0.0686	0.004284
10	0.0817	0.01038
15	0.1005	0.01966
20	0.1299	0.03623
25	0.1859	0.07938
35	0.3005	0.2476
45	0.2875	0.227

55	0.2822	0.221
65	0.2859	0.2354
75	0.2906	0.2513
85	0.2937	0.2639
94	0.3052	0.288
120	0.3644	0.4059

Na obrázku 25 je závislosti koeficientů účinnosti podle frekvence, vypočítané pro hraniční hodnotu x_{krit} (tak zvanou kritickou), za kterou pro vyšší hodnoty začíná «Mieovská oblast». Na vodorovné ose jsou frekvence v GHz, na svislé ose jsou koeficienty účinnosti (1.25) a (1.26). Na obrázku 26 jsem nakreslila průběh x_{krit} kritické v závislosti na frekvenci.



Obrázek 25: Závislost Q_{ext} od frekvence, odpovídající x_{krit}



Obrázek 26: Závislost x_{krit} kritické od frekvence

Z grafů se dá vidět, že průběhy x_{krit} kritické a Q_{ext} mají stejný charakter.

2.2 Dopředný rozptyl

Dopředný rozptyl se používá hlavně pro zjištění útlumu deštěm.

2.2.1 Mieovský výpočet dopředného rozptylu

Mieovský rozptyl platí jenom pro kulové objekty [15].

Pro dopředný rozptyl platí vztah podle Morisson-Crossové [20]:

$$\hat{S}_{dopr} = \frac{-j \cdot \lambda^3}{\pi^3 \cdot D^2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) \cdot (a_n + b_n) \right]^* \quad (2.9)$$

Kde D – je průměr kapky

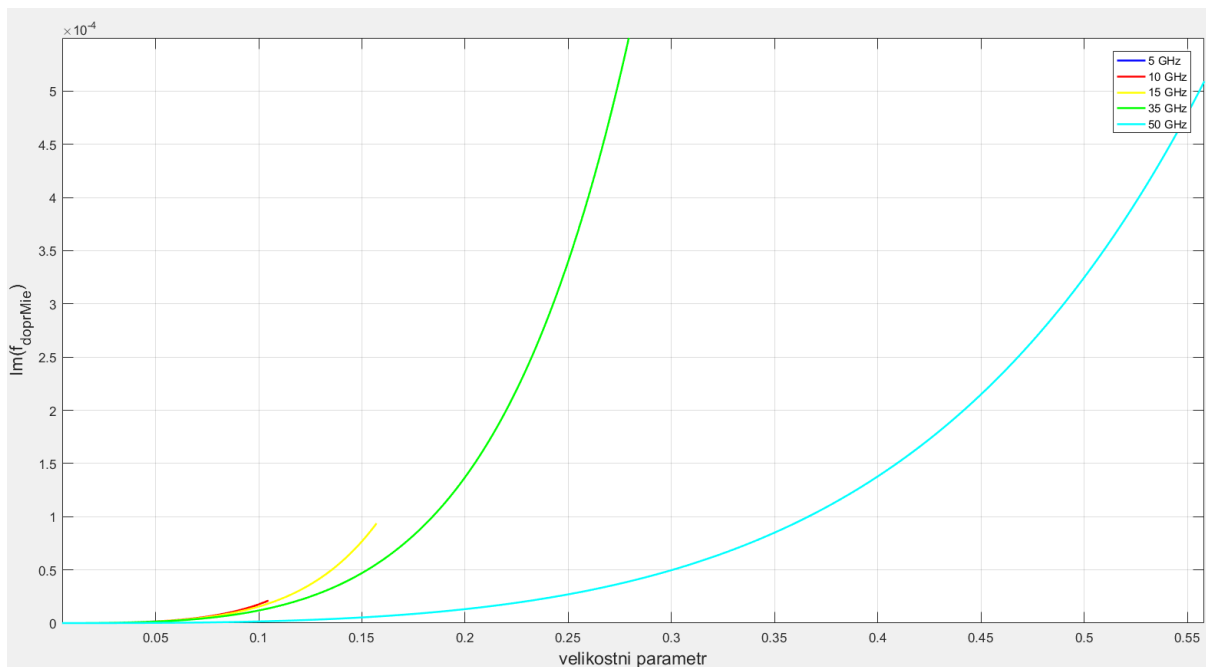
λ – je vlnová délka

Během testování jsem zjistila, že vyvinutý kod podle daných vztahů funguje pro délky vln kratší 1.2 cm (25 GHz), což odpovídá velikostnímu parametru $x \approx 0.1$, který je mezí pro Mieovský a Rayleighův algoritmus.

Jiné vyjádření je podle Uzunoglu. Vztah pro přepočet je:

$$\hat{f}_{dopr} = -j \cdot \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \hat{S}^* \quad (2.10)$$

Na obrázku 27 jsem nakreslila průběhy dopředných rozptylových funkcí podle definice Uzunoglu.



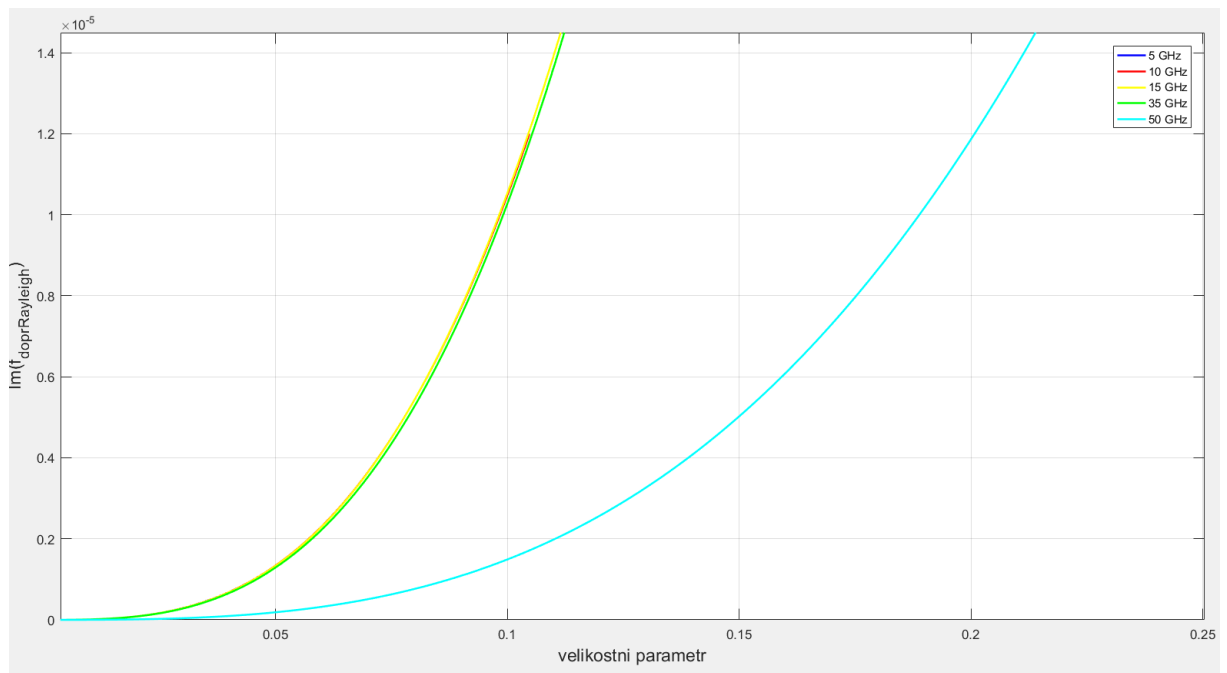
Obrázek 27: Průběhy imaginárních částí dopředných rozptylových funkcí pro různé frekvence podle Mieovské teorii (z definice Uzunoglu)

Z grafů plyne, že průběhy rozptylových funkcí na nižších frekvencích jsou strmější, než pro vyšší frekvence.

2.2.2 Rayleighová aproximace dopředného rozptylu

Pro dopředný rozptyl platí přibližný vztah, který jsem nakreslila na obrázku 28 [6]:

$$\hat{f}_{fRay} \approx \frac{-j \cdot \lambda}{2\pi} \cdot \left[j \cdot \left(\frac{\pi}{\lambda} \right)^3 8 \cdot \hat{K} \cdot r^3 + \frac{128}{3} \left(\frac{\pi}{\lambda} \right)^6 \cdot \hat{K}^2 \cdot r^6 \right]^* \quad (2.11)$$

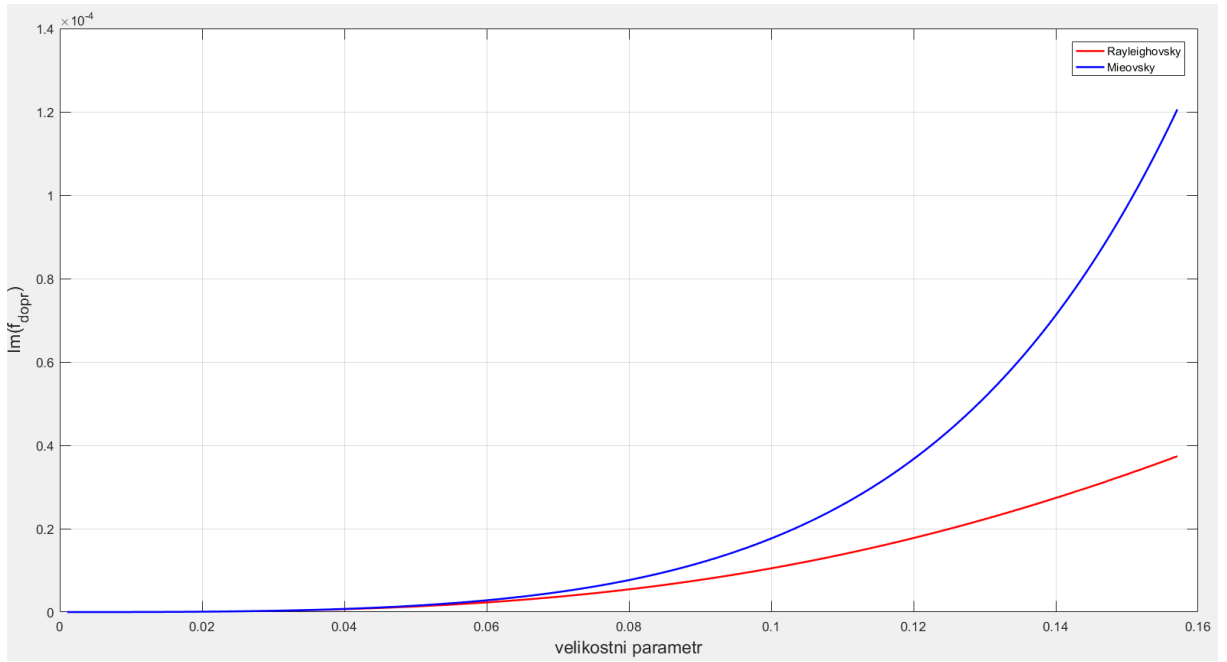


Obrázek 28: Průběhy dopředných rozptylových funkcí pro různé frekvenci podle Rayleighovské teorii

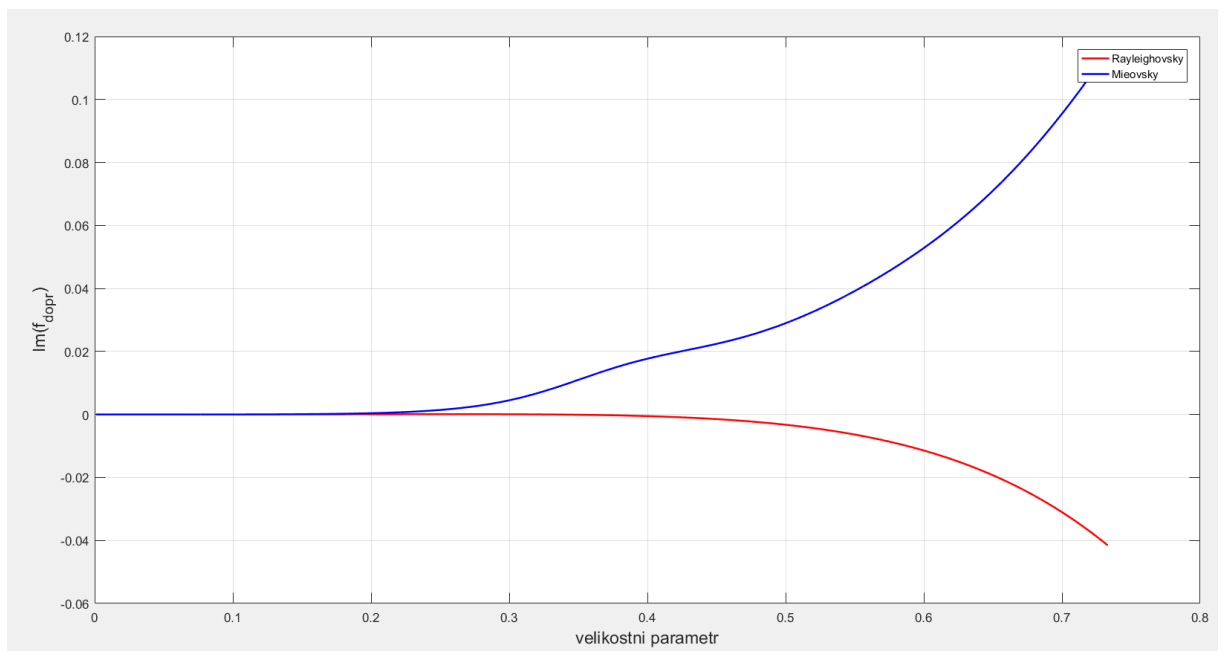
2.2.3 Porovnání dopředného rozptylu podle Rayleighovského a Mieovského algoritmu

Na následujících obrázcích jsou dány průběhy dopředného rozptylu. Na obrázcích 29 a 31 jsou hodnoty imaginárních částí rozptylových funkcí vypočteny pro velikosti kapek od 0.1 do 1.5 mm pro lepší názornění chování Mieovského a Rayleighovského rozptylu.

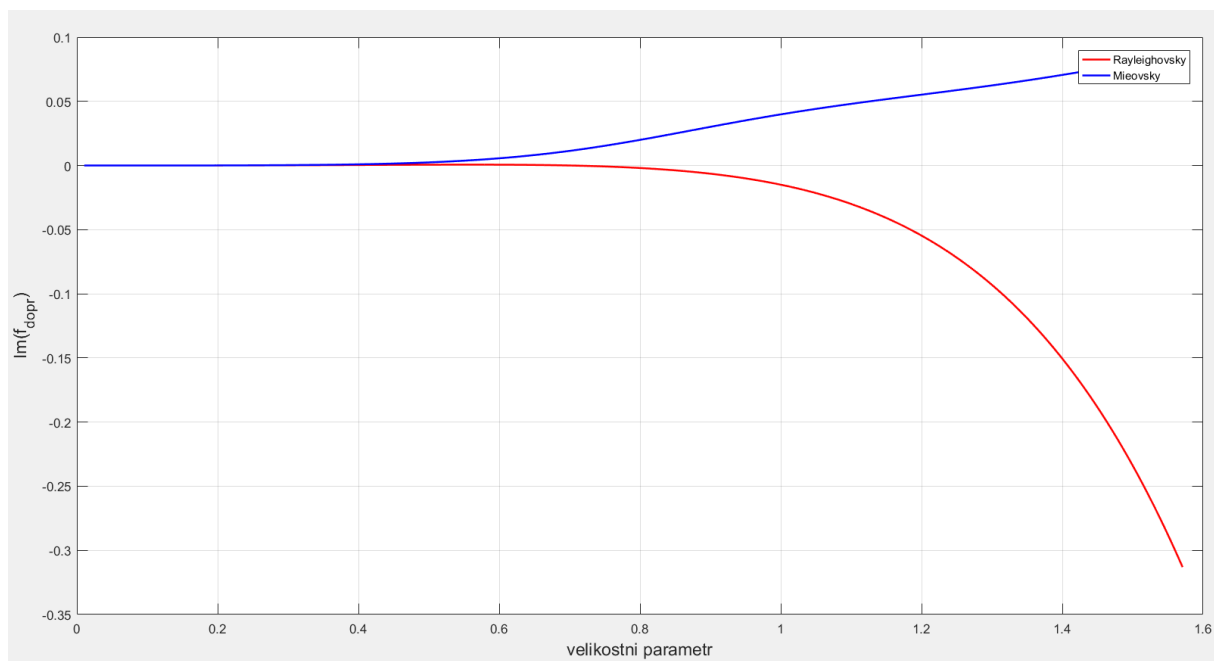
Na obrázcích 30 a 32 výpočet byl proveden pro ekvivalentní průměr kapek 0.1-7mm.



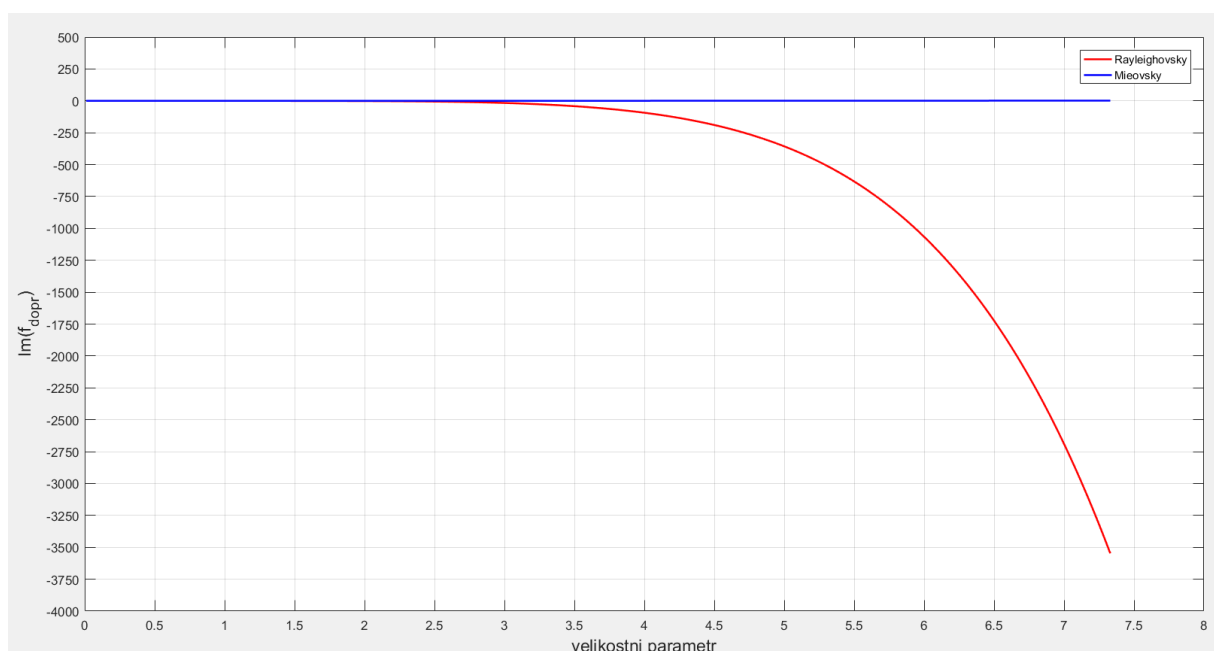
Obrázek 29: Porovnání dopředného rozptylu podle Mie a Rayleigh pro 10 GHz



Obrázek 30: Porovnání dopředného rozptylu podle Mie a Rayleigh pro 10 GHz



Obrázek 31: Porovnání dopředného rozptylu podle Mie a Rayleigh pro 100 GHz



Obrázek 32: Porovnání dopředného rozptylu podle Mie a Rayleigh pro 100 GHz

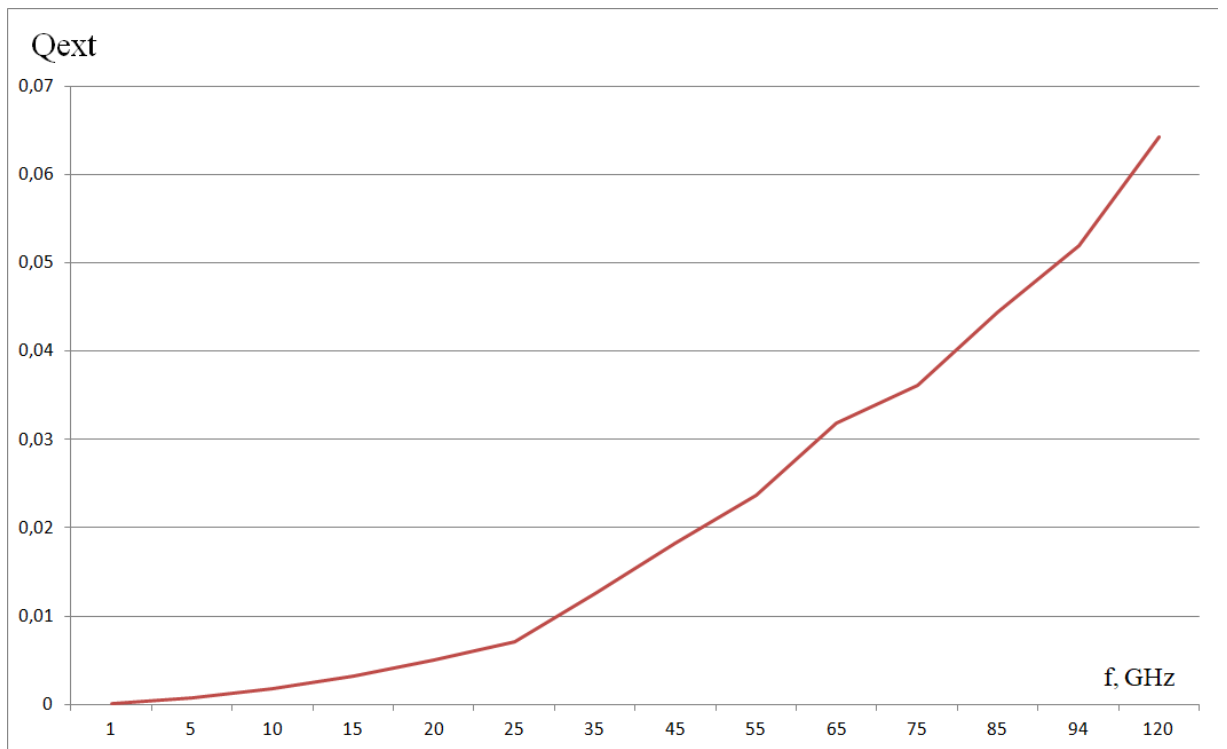
Průběhy rozptylových funkcí z obrázků 29-32 dokazují, že nad kritickou hodnotou x_{krit} Mieovské a Rayleighovské rozptyly již nejsou totožné. Proto pro přesnost výpočtu máme dávat pozor na dodržování podmínek platnosti Rayleighovského rozptylu a v opačném případě dělat výpočty podle Mieovské teorie.

V tabulce 5 jsem proto shrnula analogicky (jako pro zpětný rozptyl) x_{krit} pro rozptyl dopředný. Kritická hodnota velikostního parametru je pro 2%-rozdíl mezi hodnotami pro Rayleighův a Mieův rozptyl. Pro výpočet x_{krit} jsem zhotovila speciální kod.

Tabulka 5: Hodnoty x_{krit} a extinkčního koeficientu pro různé frekvence

Frekvence, GHz	x_{krit}	Q_{ext}
1	0.0151	0.0001404
5	0.0168	0.00077
10	0.0199	0.001837
15	0.0236	0.00325
20	0.0272	0.004973
25	0.0314	0.007114
35	0.0403	0.01252
45	0.0471	0.01829
55	0.0518	0.02374
65	0.0613	0.0319
75	0.0628	0.03615
85	0.0712	0.04439
94	0.0787	0.05199
120	0.0880	0.06428

Na obrázku 33 můžeme vidět průběh extinkčního koeficientu podle frekvence. Jak si můžeme všimnout, s růstem frekvence extinkční koeficient se zvětšuje, což znamená, že se zvětšují ztráty na vyšších frekvencích.



Obrázek 33: Závislost extinkčního koeficientu od frekvence

ZÁVĚR

V průběhu diplomové práce jsem rozvíjela kod v prostředí Matlab, který nyní umí pro jakékoliv kulové objekty, u nichž známe komplexní index lomu nebo komplexní permitivitu, vypočítat rozptylové funkce podle Rayleighovského a Mieovského algoritmu, efektivní odrazové plochy, koeficienty účinnosti a také faktory radarové odrazivosti významné v radarové meteorologii.

Zjistila jsem, že na vyšších kmitočtech a při velkých intenzitách deště se začíná projevovat frekvenční závislost ekvivalentního faktoru radarové odrazivosti (která se však obecně nepředpokládala), proto jsem navrhla opravnou funkci, která dokáže tuto frekvenční závislost kompenzovat. Opravná funkce je v diplomové práci otestována a je navržena její výhodná polynomiální aproximace (polynomem pátého stupně). To se jistě dá uplatnit v radarové meteorologii, která stále více využívá radiolokátory pracující na vyšších kmitočtech, při kterých jsou velikosti dešťových kapek mimo Rayleighovskou oblast. Zjistila jsem, že dosavadní běžně používaný způsob výpočtu faktoru radarové odrazivosti vyhovuje pro kmitočty pouze do cca 19 GHz. Pro meteorologické radary pracující na vyšších kmitočtech tedy doporučuji používat mnou navrženou opravnou funkci, jejímiž vstupními parametry jsou kmitočet a intenzita srážek.

Také jsem stanovila kritické hodnoty velikostního parametru (to jsou hodnoty, při kterých je rozdíl mezi Rayleighovským a Mieovským rozptylem právě 2%, pro vyšší hodnoty velikostního parametru ($x > x_{\text{krit}}$) je rozdíl mezi Rayleighovským a Mieovským rozptylem již nad 2%) a tedy už neplatí Rayleighovská aproximace, ale pouze Mieovská. Tyto kritické hodnoty velikostního parametru x_{krit} jsem určila jak pro zpětný rozptyl, tak i pro dopředný rozptyl a mám poznamenat, že pro zpětný rozptyl kritické hodnoty x_{krit} jsou větší v porovnání s hodnotami x_{krit} pro dopředný rozptyl.

Nyní bude tedy možné stanovit přesněji, za jakých podmínek je možné použití jednodušší Rayleighovské aproximace oproti aproximaci Mie-ovské.

V práci jsem se nezabývala tzv. optickou oblastí, kde se rozptyl (útlum, odraz) mění jen s velikostí kapek determinovaným způsobem, nezávisí od frekvence. Je např. známo, že u železné koule pro $x \gg x_{\text{krit}}$ je zpětný koeficient účinnosti jednoduše $Q_b \sim \pi a^2$, kde a je poloměr dané koule. Uvedenému problému bych se chtěla věnovat i v budoucnosti.

Podle mého názoru jsem zadání diplomové práce splnila.

POUŽITÁ LITERATURA

- [1] Mie, G., 1908 „Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen“, Annalen der Physik, Vierte Folge, 25(3), pp. 377-445
- [2] Fiser, O., 1993: A simple generator of forward scattering functions on spherical dielectrics. Radioengineering, 2(1), 21-22
- [3] Mätzler, Ch., “MATLAB Functions for Mie Scattering and Absorption.” Available at: http://arrc.ou.edu/~rockee/NRA_2007_website/Mie-scattering-Matlab.pdf, 2002, [cit. 2011-05-27].
- [4] Strutt, J. W., 1871: On the Light from Sky, its Polarization and Colour (I). Philosophical Magazine, Series 4, 41(241), 107-120. Dostupné: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14786447108640479>
- [5] Allen E. Fuhs, 1982: Radar cross section lectures, Department of Aeronautics Naval Postgraduate School Monteezy, CA 93940, s. 9.
- [6] Strutt, J. W., 1871: On the Light from Sky, its Polarization and Colour (II). Philosophical Magazine, Series 4, 41(243), 274-279 Dostupné: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14786447108640452>
- [7] Pruppacher, Pitter 1971: A semi-empirical determination of the shape of clouds and raindrops. J. Atmos, Sci., 28, 86
- [8] Oguchi, T., 1973: “Scattering Properties of Oblate Raindrops And Cross Polarization of Radio Waves Due To Rain: Calculations at 19.3 and 34.8 GHz”, J. Radio Research Labs, 20(102), pp. 79-119 Dostupné: https://www.researchgate.net/publication/228876369_Electromagnetic_scattering_by_rain_in_drops
- [9] Gunn, R., Kinzer, D. G. “The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air“, Journal of Meteorology, 1949, no. 6, 243-248
- [10] Fiser, O., 1986, ”Interaction of Electromagnetic Field with Rain Medium with Respect to Satellite Links Rain Attenuation Prediction in Frequency Range above 10 GHz”, Dissertation, CTU Prague

- [11] Marshall, Palmer, 1948: The distribution of raindrops with size. *Journal Meteorol.*, 5, 165. Dostupné: <https://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0469%281948%29005<0165%3ATDORWS>2.0.CO%3B2>
- [12] SKOLNIK, Merrill Ivan. *Introduction to radar systems*. 2d ed. New York: McGraw-Hill, c1980. ISBN 0070579091.
- [13] HAŇKA, Ladislav. *Teorie elektromagnetického pole: učebnice pro elektrotechn. fakulty*. Praha: SNTL, 1975. Teoretická knižnice inženýra.
- [14] M.J. Berg, C.M. Sorensen, A. Chakrabarti, „A new explanation of the extinction paradox“, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, Volume 112, Issue 7, May 2011, Pages 1170-1181.
- [15] Uzunoglu, Evans, Holt, 1977: Scattering of electromagnetic radiation by precipitation particles and propagation characteristics of terrestrial and space communication systems. *Proc IEE*,124,417
- [16] A Alonge, TJ Afullo, “Rainfall drop-size estimators for weibull probability distribution using method of moments technique”, *SAIEE Africa Research Journal* 103 (2), 83-93. Dostupné: https://www.researchgate.net/publication/283085737_Rainfall_Drop-Size_Estimators_for_Weibull_Probability_Distribution_Using_Method_of_Moments_Technique
- [17] PECHAČ, Pavel a Stanislav ZVÁNOVEC. *Základy šíření vln pro plánování pozemních rádiových spojů*. Praha: BEN - technická literatura, 2007. ISBN 978-80-7300-223-7.
- [18] R. L. Olsen, D. V. Rodgers and D. B. Hodge, The aR^b relation in the calculation of rain attenuation, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. AP-26, pp. 318-328, Mar. 1978. Dostupné: https://www.researchgate.net/publication/3014733_The_aRb_Relation_in_the_Calculation_of_Rain_Attenuation
- [19] Rec. ITU-R P.838-3 "Specific attenuation model for rain for use in prediction methods". 03/2005. Dostupné: <https://www.itu.int/rec/R-REC-P.838/en>

- [20] Morrison, J. A., and M. J. Cross (1974), Scattering of a plane electromagnetic wave by axisymmetric raindrops, Bell Syst. Tech. d., 53, 955-1019. Dostupné: <https://archive.org/details/bstj53-6-955>
- [21] Ray (1972): Broadband complex refractive indices of ice and water. Applied Optics, 11, 1836, č. 8. Dostupné: <https://www.osapublishing.org/ao/abstract.cfm?uri=ao-11-8-1836>

PŘÍLOHY

Příloha A – Hlavní kod Matlab	58
-------------------------------------	----

PŘÍLOHA A – HLAVNÍ KOD MATLAB

```
clear all;
close all;
freq=[5 10 12 15 19 30 35 39 50 94 100 120];%GHz
kh=[0.0002162 0.01217 0.02386 0.04481 0.08084 0.2403 0.3374
0.4215 0.6600 1.3179 1.3671 1.4866];
ah=[1.6969 1.2571 1.1825 1.1233 1.0691 0.9485 0.9047 0.8743
0.8084 0.6888 0.6815 0.6640];
rate=[1 5 8 10 15 20 30 50 80 100];
T=15; % temperature in Celsius degree
je=1; j=1i; poradi=0;
fprintf('f3[GHz] rr[mm/h] x m.u. ITU m.u. Z[dBZ]
Zmp[dBZ]\n' );
%f3=-1;
for i=1:length(freq) % Cyklus pro kmitocet
    f3=freq(i);
    kmit(i)=f3;
    lambda=30/f3; % cm
    k=2*pi/lambda;
    f=f3; la=30/f; % lambda in cm
    % Volani ppgm pro index lomu v oblasti mikrovln (cca
1GHz az 100 GHz)
    back=ppgm_index(T,la);
    m=back(1);
    K=back(2); eps=back(3); er=real(eps); K2=(abs(K))^2;
    eps=m^2; er=real(eps); % Oprava komplexni permitivity a její
realne casti
for jj=1:length(rate) %jj=4:4%jj=3:3 CYKLUS pro int.
srůhek rr
    rr=rate(jj); ratep(jj)=rr;
    s=0; sback=0; gralutlum(i,jj)=0; gral=0+0i; gralsig=0;
ika=0; iQt=0; iQ2t=0;
    koef=0.01; % da je 0.1 mm, tj. 0.01 cm
for dddd=0.1:0.1:7 %6.9 % steps for Diam in mm dest chodi
0.2:0.2:7
    ra=dddd/20; % ra polomer v cm
    x=2.*pi*ra/la; % size parameter
y=x*m; oo=sin(x)-j*cos(x); ooo=cos(x)+j*sin(x); ao=cot(y);
rf=ppgm_mie(y,ao,oo,ooo,la,ra,x,m); % VOLANI ppgm rozpt. fce
    ika=ika+1;
    % NABIRANI
    Qs(ika)=real(rf(4)); Qext(ika)=real(rf(5));
Qb(ika)=real(rf(6)); S=rf(7);
    fu=rf(1); fup(i,ika)=fu; fback=rf(2); fa-
backp(ika)=abs(fback)/ra/ra; fangup(ika)=57*angle(fback);
    fbackp(ika)=fback; % (ra*ra*ra);
    Sp(i,ika)=S;
    sigma=real(rf(3)); % sigma= 4*pi*abs(f)^2
    sigmanorm(ika)=sigma/(pi*(ra)^2); xp(i,ika)=x; %/1.29
```

```

dg=koef*fu*0.16*exp(-82.*ra/(rr^0.21));%prispevek D=diam k
utlumu INT
gral=gral+dg; % ***** integrace prispevku k utlumu deste
INT
dsig=koef*sigma*0.16*exp(-82.*ra/(rr^0.21)); % v cm^-1
gralsig=gralsig+dsig; % integrace prispevku k eta
kk=2*pi/la;
Q2t(ika)=4*pi*(real(S))/(kk*kk); %Qext z RODERIC a OLSEN
iQt=iQt+Qext(ika)*0.16*exp(-82.*ra/(rr^0.21));
iQ2t=iQ2t+Q2t(ika)*0.16*exp(-82.*ra/(rr^0.21));
% Aproximace
% sigma back
sigmaR(ika)=( (2^6)*(pi^(5))*K2*ra^6)/la^4; % OK mm^2 K2
je abs K na druhou % sigmaR=( (2^6)*(pi^(5))*K2*ra^6)/la^4;
sigmaRc=( (2^6)*(pi^(5))*K*K*ra^6)/la^4; % nesmysl
sigmaRnorm(ika)=sigmaR(ika)/(pi*(ra)^2); % OK
bezrozmerne, pro zelezo a velka x to je 1
% aproximace fbackR
fbackRp(ika)=sqrt(sigmaR(ika)/(4*pi)); % srovnavat s
faup
fANGbackRp(ika)= 57*angle(sqrt(sigmaRc/(4*pi)));
fbackRdir(ika)=(4*pi*pi*K*ra*ra*ra/(la*la)); % stejne
jako pro Mie az na znamenko realne casti
aaa=1;
% Dopredny Rayleigh stary
a1=-j*2*pi/la/la;
r1(ika)=a1*conj(j*K*ra*ra*ra+(16/3)*K*K*(ra^6)*(pi/la)^3); %
(1/(ra))
% Rayleigh forward xxxx=2*ra*pi/la;
z=((eps-1)/(eps+2));
alpha=z*ra*ra*ra; beta=2*pi/la; be-
ta3=beta*beta*beta;%pomr=2.3094*PI*PI*z*(PI^0.5)/la/la;
Sit=j*beta3*alpha+2*beta3*beta3*alpha*alpha/3;
strutF(i,ika)=-j*(la/2/pi)*conj(Sit);
% konec Aproximaci
end %next ra [v cm]
gralutlum(i,jj)=la*imag(gral)*868590; % ***** m.utlum v
dB/km pro rate (rr) mm/h a f3 GHz !!!
eta=100*gralsig*1000000/2;% prevod jednotek na mm^2 m^-3 de-
lim 2-na mm, dela to koef
UQt(i,jj)=4.343*iQt;
UQ2t(i,jj)=1000*4.343*iQ2t; % Rogers Olsen clanek rov.6 a nad
ni
% VYROVNAVANI
poradi=poradi+1;
P(poradi)=log10(((10*la)^4)*(pi^(-5))/K2);
KE(poradi)=1/K2;
kmit(poradi)=f;
etap(poradi)=eta;
aa=kh(i); bb=ah(i);% jen pro kontrolu ar^b

```

```

zz (poradi) = ((10*1a)^4) * (pi^(-5)) * eta / K2;
if (f3==5) z1=zz (poradi); z1dB=10*log10(z1);
end
Z (poradi) = 10*log10 (zz (poradi));
% PR (poradi) = z1/zz (poradi);
% PRdB (poradi) = z1dB/Z (poradi);
% PRdBroz (poradi) = z1dB-Z (poradi);
ZdBmp = 10*log10 (200*rr^1.6); %mm^6 m-3
%fprintf('%6.2f\t%5.1f\t%6.2f\t%7.2f\t%7.2f\t Z
%5.1f\t%5.1f\n', f3, rr, x, galutlum, aa*rr^bb, Z, ZdBmp);
end % end rr
end % end frequence

```