

UNIVERZITA PARDUBICE
DOPRAVNÍ FAKULTA JANA PERNERA

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2018

Radek Městecký

Univerzita Pardubice

Dopravní fakulta Jana Pernera

Pravděpodobnostní analýza železobetonového mostu

Radek Městecký

Bakalářská práce

2018

Univerzita Pardubice
Dopravní fakulta Jana Pernera
Akademický rok: 2016/2017

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Radek Městecký**
Osobní číslo: **D12272**
Studijní program: **B3607 Stavební inženýrství**
Studijní obor: **Dopravní stavitelství**
Název tématu: **Pravděpodobnostní analýza železobetonového mostu**
Zadávající katedra: **Katedra dopravního stavitelství**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Studium nelineárního modelu mostu č. 2-2043-15 E4 Kristineberg ve Stockholmu, pochopení základních principů nelineárního modelování jakož i detailů příslušných studovanému mostu. Možnost dílčích parametrických studií. Vytvoření stochastického modelu mostu (s využitím simulační metody LHS) a jeho analýza. Podrobnější rozbor vybraných výsledků (např. průhyby, šířky trhlin atd.), diskuse problematiky s využitím získaných poznatků.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná**

Seznam odborné literatury: **viz příloha**

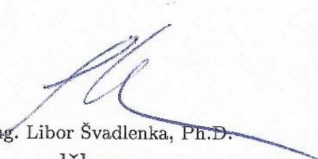
Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Ladislav Řoutil, Ph.D.

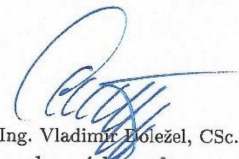
Katedra dopravního stavitelství

Datum zadání bakalářské práce: **20. prosince 2016**

Termín odevzdání bakalářské práce: **26. května 2017**


doc. Ing. Libor Švadlenka, Ph.D.
děkan

L.S.


doc. Ing. Vladimír Doležal, CSc.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 3. ledna 2017

Příloha zadání bakalářské práce

Seznam odborné literatury:

- Červenka et al. 2014. ATENA Program Documentation, Part 1 - Theory. Červenka Consulting s.r.o., Praha.
- Červenka et al. 2014. ATENA Program Documentation, Part 2-2 - User's Manual for Atena 3D. Červenka Consulting s.r.o., Praha.
- Krejcha, M., Konečný, P. 2011. Spolehlivost a bezpečnost staveb, VŠB-TU Ostrava.
- Novák, D., Vořechovský, M., Teplý, B. 2014. FReET: Software for the statistical and reliability analysis of engineering problems and FReET-D: Degradation module. Advances in Engineering Software, Vol. 72, pp. 179-192.
- Novák, D., Vořechovský, M., Rusina, R. 2015. FReET v.1.5 - program documentation. User's and Theory Guides. Brno/Červenka Consulting, Czech Republic, <http://www.freet.cz>.
- Sadílek, V., Vořechovský, M., Doležel, J. 2010. Řešené úlohy z oblasti spolehlivosti stavebních konstrukcí, VUT v Brně.
- Šeda, P. 2015. Nelineární analýza mostu č. 2-2043-15, E4 Kristineberg, Stockholm. Diplomová práce. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera, Katedra dopravního stavitelství, Pardubice, 2015, 70 s.
- Šeda, P., Řoutil, L. 2015. Nelineární analýza mechanické odezvy mostu č. 2-2043-15, E4 Kristineberg, Stockholm, Sborník vědeckých prací Vysoké školy báňské - Technické univerzity Ostrava, řada stavební, 15/2, 2015, Ostrava, p. 171-180. Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, ISSN 1213-1962.
- Teplý, B., Novák, D. 2004. Spolehlivost stavebních konstrukcí, CERM Brno 2004, ISBN 80-214-2577-6.

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v Univerzitní knihovně a prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

Tato bakalářská práce byla realizována s využitím technologií Výukového a výzkumného centra v dopravě.

V Pardubicích dne 24.8.2018

Radek Městecký

Poděkování

Rád bych poděkoval panu Ing. Ladislavu Řoutilovi, Ph.D. za odborné vedení, trpělivost a ochotu, kterou mi v průběhu zpracování bakalářské práce věnoval.

ANOTACE

Tato práce se zabývá pravděpodobnostní analýzou železobetonového mostu. V teoretické části jsou popsány základy pro pochopení spolehlivostní problematiky. Praktická část se zabývá analýzou 3D modelu a srovnání výsledků (průhybů a šířek trhlin) se skutečnou konstrukcí.

KLÍČOVÁ SLOVA

spolehlivost, metoda LHS, ATENA 3D, pravděpodobnost poruchy

TITLE

Probabilistic analysis of reinforced concrete bridge

ANNOTATION

This thesis deals with probabilistic analysis of reinforced concrete bridge. In the theoretical part is described basics for understanding problematics of reliability. Practical part deals with analysis of 3D model and results comparison with real construction.

KEYWORDS

reliability, LHS method, ATENA 3D, failure probability

	Obsah	
0	ÚVOD.....	12
1	Základy teorie pravděpodobnosti	13
1.1	Náhodný pokus.....	13
1.2	Náhodný jev	13
1.3	Pravděpodobnost jevu	13
1.3.1	Klasická definice pravděpodobnosti.....	13
1.3.2	Geometrická definice pravděpodobnosti	13
1.3.3	Statistická definice pravděpodobnosti	13
1.3.4	Axiomatická definice pravděpodobnosti	14
1.4	Náhodná veličina.....	14
1.4.1	Diskrétní náhodná veličina	14
1.4.2	Spojité náhodná veličina	15
1.4.3	Charakteristiky náhodné veličiny	15
1.5	Rozdělení pravděpodobnosti diskrétních náhodných veličin.....	16
1.5.1	Alternativní rozdělení pravděpodobnosti $A(p)$	16
1.5.2	Binomické rozdělení pravděpodobnosti $B_i(n, p)$	16
1.5.3	Rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti $R(a, b)$	17
1.5.4	Normální rozdělení pravděpodobnosti $N(\mu, \sigma^2)$	17
1.5.5	Logaritmicko-normální rozdělení pravděpodobnosti $LN((\mu, \sigma^2))$	18
2	Spolehlivost konstrukcí	19
2.1	Význam teorie spolehlivosti.....	19
2.1.1	Celkové náklady stavebního objektu	19
2.2	Účinek zatížení.....	20
2.2.1	Druhy zatížení:.....	20
2.3	Odolnost konstrukce.....	21
2.4	Podmínka spolehlivosti	21
2.5	Pravděpodobnost poruchy	22
2.5.1	Návrhová pravděpodobnost poruchy	23
2.6	Cornellův index spolehlivosti	23
3	Metody navrhování konstrukcí.....	26
3.1	Metoda dovolených namáhání	26
3.2	Metoda stupně bezpečnosti	27
3.3	Metoda mezních stavů.....	27
3.3.1	Mezní stav únosnosti	27

3.3.2	Mezní stav použitelnosti	28
4	Analyzovaná konstrukce a její model.....	28
4.1	Popis konstrukce	29
4.2	Model mostu.....	30
4.3	Atena	31
4.3.1	Modelování konstrukce.....	31
5	Metody pro řešení úloh spolehlivosti	33
5.1	Metoda Monte Carlo	33
5.1.1	Historie.....	33
5.1.2	Využití metody	34
5.2	Metoda LHS.....	35
	PRAKTICKÁ ČÁST	39
6	Stanovení vstupních hodnot	39
6.1	Vstupní data	40
6.2	Vyhodnocení dat	42
7	Závěr.....	46
8	POUŽITÁ LITERATURA	47

Seznam obrázků a grafů

Graf 1 - Hustota pravděpodobnosti normálního rozdělení	18
Graf 2 - Distribuční funkce normálního rozdělení.....	18
Graf 3- Simulace pí.....	35
Obrázek 1 - Odolnost konstrukce R a účinek zatížení E jako náhodné veličiny [9]	21
Obrázek 2 - Stanovení indexu spolehlivosti β [1].....	24
Obrázek 3 - Mapa Essingeleden [11].....	29
Obrázek 4 - Půdorys mostu [18]	30
Obrázek 5 - Makroprvky.....	31
Obrázek 6 - Rozdělení definičního oboru distribuční funkce [1]	36
Obrázek 7 - Výběr vzorků metodou LHS median [16]	37
Obrázek 8 - Výběr vzorků metodou LHS mean [16].....	37
Obrázek 9- Simulované vlastnosti betonu desky	41
Obrázek 10 - Sledované body na konstrukci	43
Obrázek 11 - Detail trhlin nad pilířem modelu č. 28 v 2. zatěžovacím stavu.....	45
Obrázek 12 - Průhyb mostu 500x zvětšený, model č. 25 2. zatěžovací stav	45

Seznam tabulek

Tabulka 1 - Vztah pravděpodobnosti poruchy a indexu spolehlivosti.....	25
Tabulka 2 - Doporučené hodnoty indexu spolehlivosti a pravděpodobnosti poruchy pro mezní stav únosnosti [17].....	25
Tabulka 3 - Doporučené min. hodnoty indexu spolehlivosti a návrhové pravděpodobnosti pro mezní stav použitelnosti [17].....	25
Tabulka 4 - Definice tříd následků [17].....	26
Tabulka 5 - Vypočítané π pro různý počet simulací.....	35
Tabulka 6 - Tabulka náhodných permutací	38
Tabulka 7 - Vlastnosti betonu a výztuže.....	39
Tabulka 8 - Vlastnosti betonových částí konstrukce	40
Tabulka 9 - Posuny bodů pro 1. zatěžovací stav.....	42
Tabulka 10 - Posuny bodů pro 2. zatěžovací stav.....	43
Tabulka 11 - Srovnání hodnot posunů.....	44
Tabulka 12 - Srovnání hodnot maximálních šířek trhlin	44

0 ÚVOD

Spolehlivost konstrukcí jde ruku v ruce se stavitelstvím odjakživa. Ještě před zavedením teorie spolehlivosti se každý projektant i stavitel se snažil o to, aby jeho konstrukce byla bezpečná a plnila svůj účel. Z počátku návrh konstrukcí vycházel z pocitů a zkušeností projektanta, vývoj pokračoval k metodám využívající teorii spolehlivosti a v současné době k plně pravděpodobnostním postupům.

V této práci se zabývám analýzou zadaného modelu spolehlivostní metodou. Model je vytvořen v programu ATENA 3D od firmy Červenka Consulting, který konstrukci analyzuje metodou konečných prvků. Po dokončení analýzy program umožňuje na modelu zobrazit posuny sledovaných bodů, šířky trhlin, průběhy napětí a další chování konstrukce. Cílem práce je porovnat hodnoty zjištěné při zatěžovací zkoušce a při deterministické analýze.

1 Základy teorie pravděpodobnosti

1.1 Náhodný pokus

Náhodný pokus (experiment) je činnost, která při opakovaném provádění dává různé výsledky. Tento pokus není jednoznačně určen jeho počátečními podmínkami. V tomto se liší od pokusu deterministického, který lze při znalosti počátečních podmínek jednoznačně určit a při opakování dává pokaždé stejný výsledek. Náhodnost pokusu může vycházet z nedostatečné znalosti počátečních podmínek nebo z nemožnosti je při každém pokusu opakovat. [1]

1.2 Náhodný jev

Výsledkem provedeného náhodného pokusu je náhodný jev, o kterém lze říci, jestli nastal nebo ne. Všechny jevy, které mohou nastat patří do množiny Ω nazývané základní prostor nebo také množina elementárních jevů. Elementární jevy jsou nejjednodušší výsledky náhodného pokusu, které nelze rozložit na jiné jevy. Náhodné jevy se velkými písmeny latinské abecedy A, B, ..., elementární jevy se obvykle značí E_1, E_2, \dots ; $\Omega = \{E_1, E_2, \dots\}$. [1, 2]

1.3 Pravděpodobnost jevu

1.3.1 Klasická definice pravděpodobnosti

Základní prostor Ω obsahuje konečný počet n elementárních jevů E_1, E_2, \dots, E_n , které jsou všechny stejně možné. Náhodný jev A je tvořen sjednocením m elementárních jevů z prostoru Ω . Pak je pravděpodobnost jevu A rovna:

$$P(A) = \frac{m}{n} \quad [3]$$

1.3.2 Geometrická definice pravděpodobnosti

Používá se v případech, kdy je v základním prostoru Ω nekonečné množství elementárních jevů. Geometrickou pravděpodobnost lze graficky znázornit na přímce, v rovině nebo prostoru, kde geometrické míry jako délka, plocha a objem tvoří míru μ . Množina elementárních jevů tvoří uzavřenou oblast a mírou této oblasti je konečné kladné číslo $\mu(\Omega)$. Náhodný jev A, který tvoří podmnožinu množiny Ω , má míru $\mu(A)$. Pravděpodobnost jevu A je rovna:

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)} \quad [3]$$

1.3.3 Statistická definice pravděpodobnosti

Náhodný pokus je proveden n -krát a z toho náhodný jev A nastane m -krát, relativní četnost jevu A je rovna m/n . Pokud se při dalším opakování pokusu relativní četnost stále přibližuje

k nějakému číslu, lze toto číslo považovat za pravděpodobnost jevu A. Statistická pravděpodobnost je definována vztahem:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{m}{n} \quad [3]$$

1.3.4 Axiomatická definice pravděpodobnosti

Podle této definice je pravděpodobnost jevu A reálné číslo $P(A)$, které splňuje následující axiomy:

1. $P(A) \geq 0$ (pravděpodobnost je nezáporná)
2. $P(I) = 1$ (pravděpodobnost jevu jistého se rovná jedné)
3. $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$ (pravděpodobnost sjednocení neslučitelných jevů je rovna součtu jejich pravděpodobností) [4]

1.4 Náhodná veličina

Náhodná veličina je funkce, která každému náhodnému jevu přiřazuje reálné číslo. Tato čísla tvoří obor hodnot M proměnné. Náhodná veličina se značí velkými písmeny nejčastěji z konce latinské abecedy (X, Y, Z) a jejich konkrétní hodnoty se značí malými písmeny, např. $X = x_i$. Podle oboru hodnot M rozlišujeme dva druhy náhodných veličin:

- a) Diskrétní náhodná veličina, kdy obor hodnot M tvoří konečná nebo nekonečná posloupnost čísel.
- b) Spojitá náhodná veličina, kdy obor hodnot M tvoří otevřený nebo uzavřený interval. [1, 4]

1.4.1 Diskrétní náhodná veličina

K popisu diskrétní náhodné veličiny se používá pravděpodobnostní funkce, která každé hodnotě x_i přiřadí hodnotu pravděpodobnosti p_i , neboli každému reálnému číslu x_i přiřadí pravděpodobnost, že náhodná veličina nabude této hodnoty $P(x) = P(X = x)$. Vlastnosti pravděpodobnostní funkce:

- $P(x) \geq 0$, pravděpodobnost je vždy nezáporná
- $\sum_i P(x_i) = 1$, součet všech hodnot pravděpodobností funkce je roven jedné

Další možností, jak popisovat diskrétní náhodnou veličinu je distribuční funkce označovaná $F(x)$. Distribuční funkce přiřazuje každé hodnotě x_i náhodné veličiny X pravděpodobnost, že náhodná veličina bude menší nebo rovna hodnotě x_i : $F(x) = P(X \leq x)$. Vlastnosti distribuční funkce:

- Je definována na oboru všech reálných čísel $x \in (-\infty, \infty)$
- Nabývá hodnot z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$
- Funkce je neklesající a spojitá zprava
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$, nebo $F(-\infty) = 0, F(\infty) = 1$ [1, 4, 5]

1.4.2 Spojitá náhodná veličina

U spojitých náhodných veličin se neurčuje pravděpodobnost jednotlivých hodnot x_i , jelikož se pravděpodobnost $P(X = x)$ blíží nule. Místo toho se určuje pravděpodobnost, že náhodná veličina X bude mít hodnotu z intervalu $\langle a, b \rangle$. K tomu slouží funkce nazývaná hustota pravděpodobnosti $f(x)$. Pro hustotu pravděpodobnosti platí:

- Pro každé $x \in R$ platí $f(x) \geq 0$,
- Integrál přes všechny hodnoty je roven jedné $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Podobně jako u diskrétní náhodné veličiny se i u spojitě používá distribuční funkce $F(x)$, definovaná stejným vztahem $F(x) = P(X \leq x)$ a má stejné vlastnosti.

Mezi hustotou pravděpodobnosti $f(x)$ a distribuční funkcí $F(x)$ platí vztah: $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$. [4, 6]

1.4.3 Charakteristiky náhodné veličiny

Tyto veličiny se používají, pokud nepotřebujeme tak detailní popis náhodné veličiny, jaký nabízejí pravděpodobnosti nebo distribuční funkce, nebo pokud je jejich určení složité. Někdy se také označují jako statistické momenty. Jsou to číselné hodnoty, které charakterizují vlastnosti náhodné veličiny X a umožňují porovnávání různých náhodných veličin.

- 1) Střední hodnota je základní charakteristika, pomocí které se definují další charakteristiky. Její hodnota odpovídá x-ové souřadnici těžiště obrazce grafu rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny. Označuje se $E(X)$, nebo $\mu(X)$. Střední hodnota je dána vztahem:

$$\text{pro diskrétní náhodnou veličinu } E(X) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x_i \cdot P(x_i)$$

$$\text{pro spojitou náhodnou veličinu } E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

- 3) Rozptyl udává, jak se liší jednotlivé hodnoty náhodné veličiny od střední hodnoty. Značí se $D(X)$, nebo σ^2 a je udáván v kvadrátu jednotky měřené náhodné veličiny. Lze ho určit ze vztahů:

$$\text{pro diskretní náhodnou veličinu } D(X) = \sum_i [x_i - E(X)]^2 \cdot P(x_i)$$

$$\text{pro spojitou náhodnou veličinu } D(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [x - E(X)]^2 \cdot f(x) dx$$

U diskretní náhodné veličiny lze rozptyl vypočítat také jako:

$$D(X) = E(X^2) - [E(X)]^2; \text{ kde } E(X^2) = \sum_i x_i^2 \cdot P(x_i)$$

- 4) Směrodatná odchylka určuje vzdálenost hodnot od střední hodnoty v jednotkách měřené veličiny:

$$\sigma = \sqrt{D(X)}$$

[4, 5, 6]

1.5 Rozdělení pravděpodobnosti diskretních náhodných veličin

1.5.1 Alternativní rozdělení pravděpodobnosti A(p)

Alternativní rozdělení se používá, pokud náhodný pokus má jen dva možné výsledky – úspěch nebo neúspěch. V případě úspěšného pokusu nabývá náhodná veličina hodnotu 1 a hodnotu 0 v neúspěšném pokusu. Alternativní rozdělení má parametr p , což je pravděpodobnost úspěšného pokusu. [4, 7]

$$P(x) = \begin{cases} p^x \cdot (1-p)^{1-x}, & x = 0; 1 \\ 0 & , \text{jinak} \end{cases}$$

$$E(X) = p, D(X) = p \cdot (1-p)$$

1.5.2 Binomické rozdělení pravděpodobnosti Bi(n, p)

Binomické rozdělení se používá, pokud provádíme n náhodných pokusů a pravděpodobnost nastoupení sledovaných jevů je p , tedy je vždy stejná. Náhodná veličina nabývá hodnoty $x = 1; 2; \dots; n$. Binomické rozdělení má parametry n – počet náhodných pokusů a p – pravděpodobnost úspěšného pokusu. Alternativní rozdělení je zvláštní případ binomického pro $n = 1$. [4, 7]

$$P(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}, & x = 0; 1; \dots; n \\ 0 & , \text{jinak} \end{cases}$$

$$E(X) = n \cdot p, D(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

1.5.3 Rovnoměrné rozdělení pravděpodobnosti $R(a, b)$

Při rovnoměrném rozdělení mají všechny hodnoty náhodné veličiny v intervalu $\langle a, b \rangle$ stejnou pravděpodobnost a mimo interval pravděpodobnost nulovou. [4, 7]

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{jinak} \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{a+b}{2}; D(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

1.5.4 Normální rozdělení pravděpodobnosti $N(\mu, \sigma^2)$

Normální, nebo také Gaussovo rozdělení pravděpodobnosti, je nejčastěji používané rozdělení náhodné veličiny. Používá se v případech, kdy náhodná veličina nabývá svých hodnot díky působení velkého množství různých nepatrných vlivů, které na sobě nejsou závislé. Normálním rozdělením se řídí například fyzikální vlastnosti jednotlivých vzorků (pevnost betonu), chyby při měřeních atd.

Tvar hustoty pravděpodobnosti je dán tzv. Gaussovou křivkou, jejíž tvar je dán střední hodnotou a rozptylem.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

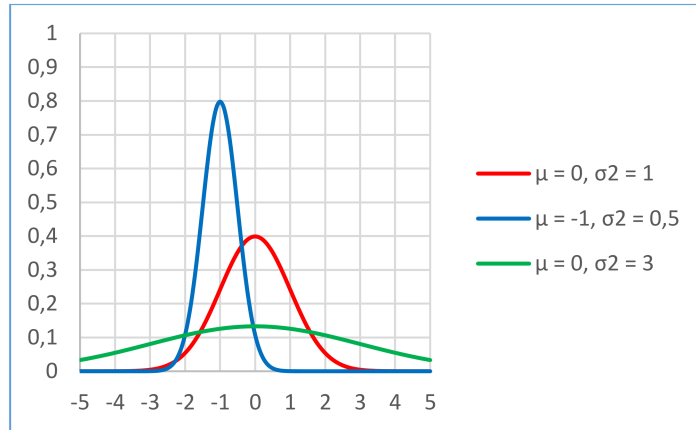
$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

$$E(X) = \mu; D(X) = \sigma^2$$

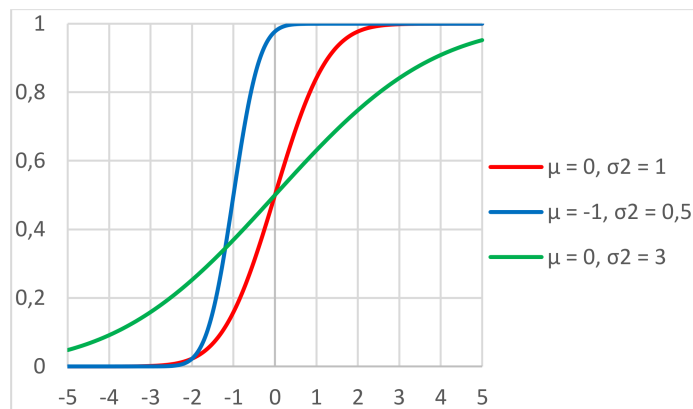
Z důvodu složitého výpočtu funkčních hodnot hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce, pro různé střední hodnoty a rozptyly, bylo zavedeno normované normální rozdělení pravděpodobnosti $N(0;1)$, které má parametry $\mu = 0$ a $\sigma^2 = 1$. Pro toto rozdělení se často používá označení u nebo z , pro hustotu pravděpodobnosti $\varphi(u)$ a pro distribuční funkci $\Phi(u)$. Hodnoty pro hustotu pravděpodobnosti a distribuční funkci normovaného normálního rozdělení

jsou uvedeny ve statistických tabulkách. Hodnoty hustoty pravděpodobnosti a distribuční funkce pro jiné hodnoty μ a σ se získají normováním náhodné veličiny vztahem:

$$u = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad [4, 7]$$



Graf 1 - Hustota pravděpodobnosti normálního rozdělení



Graf 2 - Distribuční funkce normálního rozdělení

1.5.5 Logaritmicke-normální rozdělení pravděpodobnosti LN((μ, σ^2))

Podobně jako hodnoty normálního rozdělení, nabývají hodnoty lognormálního rozdělení působením velkého množství vlivů. Hodnoty ovšem nemohou nabývat záporných hodnot. Pokud má náhodná veličina X lognormální rozdělení, pak má náhodná veličina $Y = \ln X$ normální rozdělení. [7, 8]

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}; x > 0$$

$$E(X) = e^{\mu + \sigma^2/2}$$

$$D(X) = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$$

2 Spolehlivost konstrukcí

Spolehlivost je definována jako schopnost konstrukce plnit požadované funkce (nosnost, provozuschopnost atd.) za určených podmínek během navrhované životnosti, které jsou určeny normovými předpisy. Jde především o bezpečnost, hospodárnost a trvanlivost prvků a celé konstrukce. Veličiny vstupující do výpočtů se váží na řadu nahodilostí a nejistot. Za zdroje nahodilostí lze považovat:

1. Vlastnosti konstrukce:
 - a. Vlastnosti materiálu
 - b. Geometrické nepřesnosti (výrobní, montážní)
2. Zatížení:
 - a. Stálé zatížení (tíha vlastní konstrukce, tlaky působících hornin a zemin, předpětí)
 - b. Nahodilé zatížení (užitné, klimatické, deformační)
 - c. Mimořádné zatížení (zemětřesení, nárazy)

Tyto zdroje nahodilostí vyplývají z fyzikálních vlastností. Kromě fyzikálních nejistot mají vliv na výslednou spolehlivost i nejistoty vznikající následkem použití nepřesného výpočtového modelu konstrukce, dále lidským faktorem ovlivňující návrh, výstavbu a používání konstrukce. [1, 9]

2.1 Význam teorie spolehlivosti

V teorii spolehlivosti nejsou zahrnuty nejistoty následkem lidské činnosti, což jsou například chyby při výstavbě (nedodržení pracovních postupů, použití nesprávného materiálu atd.). Poruchám v důsledku těchto chyb je možné se vyhnout důkladnými a pravidelnými kontrolami při projektování, výstavbě a provozu konstrukce. Ostatními vlivy na poruchu konstrukce se zabývá právě teorie spolehlivosti. [9]

2.1.1 Celkové náklady stavebního objektu

$$C = C_O + C_P + C_{PR} + C_D + C_f p_f$$

C_O – cena projektu

C_P – cena provedení stavby

C_{PR} – náklady na provoz

C_D – náklady na demolici

C_f – očekávaná škoda při poruše s pravděpodobností vzniku p_f

Hodnota C_f nemusí být vyjádřena jen na finančními škodami, ale i jinými škodami, které by vznikly v důsledku poruchy (například počet zraněných lidí). Takto vyjádřené náklady na stavbu vedou k řešení úloh minimalizace celkových nákladů – snižování očekávané škody při poruše a její pravděpodobnosti znamená zvyšující se náklady na projekt a stavbu konstrukce. [9]

2.2 Účinek zatížení

Zatížení, které působí na zkoumanou konstrukci, má na spolehlivost význačný dopad, proto je nutné věnovat dostatečnou pozornost na jednotlivé druhy a jejich případné kombinace. Při určování zatížení je nutno brát v úvahu jeho zdroj, způsob působení, intenzitu, směr a dobu trvání. Účinek zatížení E (nebo také S) není jen zatížení od mechanických vlivů, ale také od vlivů prostředí jako jsou změny teploty a další fyzikální vlivy. Kromě přímého zatížení silou se také za zatížení považují deformace a kmitání způsobené vnějšími vlivy jako je nerovnoměrné sedání, změny teploty a další fyzikální vlivy. [1,9]

2.2.1 Druhy zatížení:

Podle proměnlivosti v čase:

- Stálé zatížení (G) působící po celou dobu životnosti konstrukce. Jeho poloha i směr jsou v čase neměnné nebo zanedbatelné. Jde o vlastní tíhu konstrukcí a jejich pevných částí;
- Nahodilé zatížení (Q), které nemusí působit na konstrukci po celou dobu její životnosti. Velikost i poloha se může měnit. Jedná se o užitná zatížení vyplývající z užívání a provozu konstrukce;
- Mimořádné zatížení (A) působí krátce a jen ve výjimečných případech jako je zemětřesení, výbuchy atd.

Podle proměnlivosti v prostoru:

- Pevné zatížení, jehož velikost, směr i poloha se nemění, například vlastní tíha konstrukce;
- Volné zatížení, jehož poloha se může měnit, například zatížení tlakem kol vozidel.

Podle odezvy v konstrukci:

- Statické zatížení, které má pomalou změnu velikosti a jeho změna má zanedbatelné zrychlení;

- Dynamické zatížení, které mění svou polohu i velikost. Vyvolané zrychlení nelze zanedbat. Někdy lze vliv dynamického zatížení určit jako tzv. kvazistálé zatížení, což je zvýšení stálého zatížení. [9]

2.3 Odolnost konstrukce

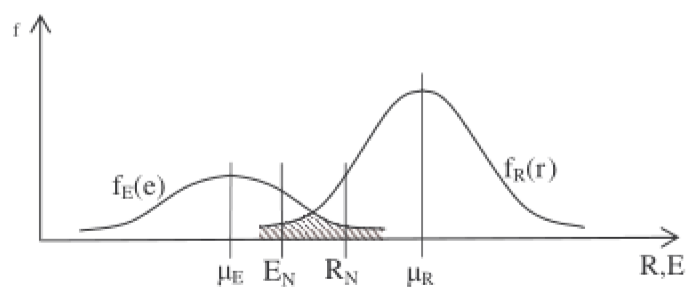
Odolnost konstrukce R se může definovat různě v závislosti na druhu sledovaného mezního stavu.

U mezního stavu únosnosti jde o únosnost prvku nebo celé konstrukce a je závislá na výpočtovém modelu, vlastnostech materiálu a rozměrech konstrukce. Tyto veličiny podléhají svým nejistotám a většina z nich je náhodného charakteru, a proto odolnost konstrukce R je také náhodná veličina.

Naopak u mezního stavu použitelnosti má odolnost konstrukce význam bariéry, která představuje určitou hodnotu. Tato hodnota bývá dána v normách pro stavební konstrukce nebo je zadána od investora. Jedná se například o maximální průhyby, maximální šířky trhlin apod. [9]

2.4 Podmínka spolehlivosti

Navržená konstrukce i její jednotlivé části musí splňovat podmínky spolehlivosti. To znamená, že navržená odolnost konstrukce R musí být vyšší než účinek zatížení E . Jak už bylo zmíněno, výchozí veličiny podléhají nejistotám a náhodnostem, a proto je nutno účinek zatížení E i odolnost konstrukce R považovat za náhodné veličiny.



Obrázek 1 - Odolnost konstrukce R a účinek zatížení E jako náhodné veličiny [9]

Podmínka spolehlivosti je definovaná vztahem:

$$R - E = G \geq 0$$

Kde G (někdy Z) je rezerva spolehlivosti (nebo funkce poruchy). Při nesplnění nerovnosti, tedy pokud bude účinek zatížení větší E než odolnost konstrukce R , z pohledu spolehlivosti nastane nepříznivý stav, kdy je překročen mezní stav nebo může v konstrukci nastat porucha.

Matematické vyjádření rezervy spolehlivosti lze uvést jako funkci náhodných veličin $\mathbf{X} = X_1, X_2, \dots, X_n$

$$G = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Kde $g(\mathbf{X})$ je funkce představující funkční závislost mezi složkami vektoru \mathbf{X} , které představují geometrické a materiálové charakteristiky, zatížení a vlivy dalších faktorů. Konstrukce nebo prvek se považuje za spolehlivý, pokud je splněna podmínka spolehlivosti:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0 \quad [9]$$

2.5 Pravděpodobnost poruchy

Z oblasti překrývajících se částí hustot pravděpodobnosti účinku zatížení E a odolnosti konstrukce R je možné určit pravděpodobnost, že nastane mezní stav (nebo porucha).

$$p_f = P(R - E < 0) = P(G < 0)$$

Kde p_f označuje teoretickou pravděpodobnost poruchy, tedy pravděpodobnost, že rezerva spolehlivosti G bude záporná. Velikost překrývajících se částí hustot závisí na:

- Relativní poloze křivek hustot pravděpodobnosti. Čím větší je vzdálenost středních hodnot μ_R a μ_E , tím je pravděpodobnost poruchy menší.
- Rozptylu veličin E, R . Při malém rozptylu jsou křivky rozloženy na úzkém intervalu – menší plocha překrývajících se částí
- Tvaru křivek, který je určen funkcemi hustot pravděpodobnosti.

Pro výpočet pravděpodobnosti poruchy je nejdříve nutné určit pravděpodobnost, že odolnost R je menší než daná hodnota x . Což je možné určit z distribuční funkce odolnosti konstrukce $F_R(x)$:

$$P(R \leq x) = F_R(x)$$

Dále je nutné určit pravděpodobnost, že účinek zatížení E bude v intervalu $\langle x - dx; x + dx \rangle$:

$$P\left(x - \frac{dx}{x} \leq E \leq x + \frac{dx}{x}\right) = f_E(x) dx$$

Pravděpodobnost, že budou platit oba dva výrazy najednou je dána součinem $dp_f = f_E(x) \cdot F_R(x)dx$. Jelikož může x nabývat jakoukoliv hodnotu z intervalu $(-\infty; \infty)$, je pravděpodobnost poruchy dána konvolučním integrálem:

$$p_f = \int_{-\infty}^{\infty} dp_f = \int_{-\infty}^{\infty} f_E(x) \cdot F_R(x)dx$$

Vyřešení tohoto integrálu v uzavřené podobě je možné jen pro velmi jednoduché úlohy. Pro složitější úlohy je nutné použití numerické integrace. Funkce $f_E(x)$ i $F_R(x)$ mohou být zastoupeny složitějším algoritmem (MKP výpočet).

Ve vztahu k obecné podmínce spolehlivosti, je pravděpodobnost poruchy definována vztahem:

$$p_f = \int_{D_f} f(X_1, X_2, \dots, X_n) dX_1, dX_2, \dots, dX_n$$

Kde D_f představuje oblast poruchy ($g(\mathbf{X}) < 0$) a $f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ je funkce sdružené hustoty pravděpodobnosti náhodných veličin $\mathbf{X} = X_1, X_2, \dots, X_n$. [1, 9]

2.5.1 Návrhová pravděpodobnost poruchy

Pro určení spolehlivosti konstrukce se používá tzv. mezní („přípustná“ nebo „přijatelná“) hodnota pravděpodobnosti poruchy p_d (někdy p_0), nebo index spolehlivosti β . Konstrukce splňuje podmínku spolehlivosti, pokud platí:

$$p_f < p_d \text{ nebo } \beta_d < \beta$$

Zvolená úroveň spolehlivosti konstrukce je ovlivněna:

- příčinou překročení mezního stavu,
- důsledky při poruše vztažené
- společenskou závažností poruchy
- náklady které vedou ke snížení pravděpodobnosti poruchy [1]

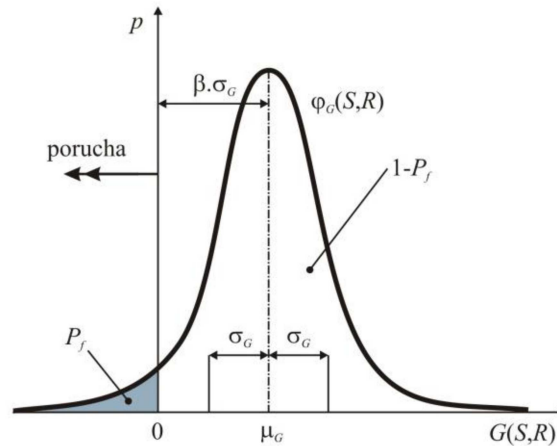
2.6 Cornellův index spolehlivosti

Jestliže jsou odolnost konstrukce a účinek zatížení náhodné veličiny s normálním rozdělením, má i rezerva spolehlivosti normální rozdělení. Potom mohou být tyto náhodné veličiny popsány středními hodnotami a směrodatnými odchylkami. Střední hodnota a směrodatná odchylka rezervy spolehlivosti se určí ze vztahů:

$$\begin{aligned}\mu_G &= \mu_R - \mu_E \\ \sigma_G^2 &= \sigma_R^2 + \sigma_E^2\end{aligned}$$

Cornellův index je určen vztahem:

$$\beta_c = \frac{\mu_G}{\sigma_G}$$



Obrázek 2 - Stanovení indexu spolehlivosti β [1]

Z obrázku 2 je patrné, že index β_c udává, kolikrát je možné umístit směrodatnou odchylku rezervy spolehlivosti mezi nulu a střední hodnotu rezervy spolehlivosti. Pravděpodobnost poruchy odpovídá pravděpodobnosti, že rezerva spolehlivosti je záporná. Jelikož je Cornellův index spolehlivosti definován jen pro rezervu spolehlivosti s normálním rozdělením pravděpodobnosti, není přesnější než pravděpodobnost poruchy, ale pouze ji vyjadřuje v představitelnějších hodnotách (například pro pravděpodobnost poruchy $p_f = 10^{-6}$ je hodnota indexu spolehlivosti rovna $\beta_c = 4,75$). Tuto nevýhodu odstraňuje metoda FORM (popř. SORM) vypočítáním indexu podle Hasofer – Linda. Pravděpodobnost poruchy se z Cornellova indexu určí vztahem:

$$p_f = \Phi(-\beta_c)$$

Kde Φ je distribuční funkce normovaného normálního rozdělení ($\mu_N = 0; \sigma_N = 1$) a naopak:

$$\beta_c = -\Phi^{-1}(p_f)$$

Kde Φ^{-1} je inverzní distribuční funkce normovaného normálního rozdělení.

Tabulka 1 - Vztah pravděpodobnosti poruchy a indexu spolehlivosti

p_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
β	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

V ČSN EN 1990 jsou uvedeny doporučené minimální hodnoty indexu β a návrhové pravděpodobnosti p_d pro oba mezní stavy. Hodnoty jsou odvozeny pro návrhovou životnost konstrukce (referenční dobu) a třídu spolehlivosti (reliability class). K rozlišení spolehlivosti byly dále zavedeny třídy následků (consequence class). [9]

Tabulka 2 - Doporučené hodnoty indexu spolehlivosti a pravděpodobnosti poruchy pro mezní stav únosnosti [17]

Třída spolehlivosti	Minimální hodnoty β		p_d
	Referenční doba 1 rok	Referenční doba 50 let	
RC3 (velké důsledky)	5,2	4,3	$8,4 \cdot 10^{-6}$
RC2 (střední důsledky)	4,7	3,8	$7,2 \cdot 10^{-5}$
RC1 (malé důsledky)	4,2	3,3	$4,8 \cdot 10^{-4}$

Tabulka 3 - Doporučené min. hodnoty indexu spolehlivosti a návrhové pravděpodobnosti pro mezní stav použitelnosti [17]

Třída spolehlivosti	Minimální hodnoty β		p_d
	Referenční doba 1 rok	Referenční doba 50 let	
RC2	2,9	1,5	$6,7 \cdot 10^{-2}$

Tabulka 4 - Definice tříd následků [17]

Třídy následků	Popis	Příklady staveb
CC3	Velké následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo velmi významné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Stadiony, budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy vysoké (např. koncertní sály)
CC2	Střední následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo značné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Obytné a administrativní budovy určené pro veřejnost, kde jsou následky poruchy středně závažné (např. kancelářské budovy)
CC1	Malé následky s ohledem na ztráty lidských životů nebo/zanedbatelné následky ekonomické, sociální nebo pro prostředí	Zemědělské budovy, kam lidé běžně nevstupují (např. budovy pro skladovací účely, skleníky)

3 Metody navrhování konstrukcí

Před zavedením norem pro návrh a posouzení spolehlivosti stavebních konstrukcí se vycházelo jen ze zkušeností a znalostí projektanta, který měl k dispozici jen zjednodušené informace o zatížení konstrukce a vlastnostech materiálu. Způsob zjišťování spolehlivosti konstrukcí se vyvíjel společně s rozvojem experimentálních i teoretických znalostí v oblasti stavební mechaniky, matematické statistiky a teorii pravděpodobnosti. Ve 20. století se vývoj různých metod navrhování ustálil na třech metodách, které se částečně využívají v normách dodnes. [9]

3.1 Metoda dovolených namáhání

Tato první celosvětově rozšířená metoda byla založena jen jediným součinitelem k a používala se do poloviny 50. let 20. století. Součinitel k byl stanoven s ohledem na nejistoty při stanovení lokálního účinku zatížení σ_{max} a odolnosti materiálu σ_{krit} , takže by měl dostatečně zajistit spolehlivost celé konstrukce.

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_{krit}}{k}$$

Nevýhodou této metody je ověřování spolehlivosti pouze v elastické oblasti a nemožnost individuálního přihlídnutí k nejistotám jednotlivých veličin a výpočtového modelu pro určení

účinku zatížení i odolnosti konstrukce. Výslednou spolehlivost bylo možné ovlivnit jen součinitelem k (1,5 pro ocel, 3-8 pro beton). [9, 10]

3.2 Metoda stupně bezpečnosti

Druhá celosvětově rozšířená metoda pro navrhování a posuzování stavebních konstrukcí, vycházela z podmínky:

$$s = \frac{X_R}{X_E} > s_0$$

Kde s je stupeň bezpečnosti, X_R odolnost konstrukce, X_E účinek zatížení a s_0 předepsaný stupeň bezpečnosti. Tato metoda se lépe vystihovala chování prvků a jejich průřezů vyjádřených odolností konstrukce X_R a účinkem zatížení X_E . Stejně jako u metody dovolených namáhání není možné přihlídnout k nejistotám a spolehlivost je také možné ovlivnit jen jednou veličinou, stupněm bezpečnosti s . [10]

3.3 Metoda mezních stavů

Metoda je také nazývána metodou parciálních (dílčích) součinitelů a v současné době ji využívají evropské technické normy pro návrh a posouzení stavebních konstrukcí (Eurokódy). Používá přibližně se od poloviny 20. století, v ČR od počátku 60. let, kdy se jí zabýval prof. K. Hruban. Posouzení spolehlivosti se vztahuje ke dvěma mezním stavům: mezní stav únosnosti a mezní stav použitelnosti. Změnou oproti předchozím metodám je přístup k jednotlivým veličinám účinku zatížení a odolnosti konstrukce jako k náhodným veličinám. Metoda vychází z podmínky spolehlivosti:

$$\gamma_F \cdot E_k \leq \frac{R_k}{\gamma_M}$$

Kde γ_F a γ_M jsou dílčí součinitele, E_k je charakteristická hodnota účinku zatížení a R_k charakteristická hodnota odolnosti konstrukce. I když jsou dílčí součinitele stanoveny na základě statistiky a teorii pravděpodobnosti, nejedná se o plně pravděpodobnostní metodu. Při navrhování se jako u předchozích metod pracuje s deterministickými hodnotami, nejistoty jsou zahrnuty v dílčích součinitelích. Pro snížení pravděpodobnosti překročení se při návrhu zvyšují hodnoty zatížení a pevnosti materiálu se snižují. [10]

3.3.1 Mezní stav únosnosti

Překročení mezního stavu únosnosti souvisí s částečným nebo úplným kolapsem konstrukce.

- EQU = ztráta statické rovnováhy konstrukce nebo její části uvažované jako tuhé těleso (např. převrácení)
- STR = vnitřní porucha nebo nadměrná deformace konstrukce (např. překročení pevnosti materiálu, přetvoření)
- GEO = porucha nebo nadměrná deformace základové půdy
- FAT = porucha únavou

Podmínka spolehlivosti je vyjádřena nerovností:

$$E_d \leq R_d$$

Kde E_d je návrhová hodnota účinku zatížení (vnitřní síla, moment atd.) a R_d je návrhová odolnost konstrukce (např. moment na mezi únosnosti, pevnost betonu). [10]

3.3.2 Mezní stav použitelnosti

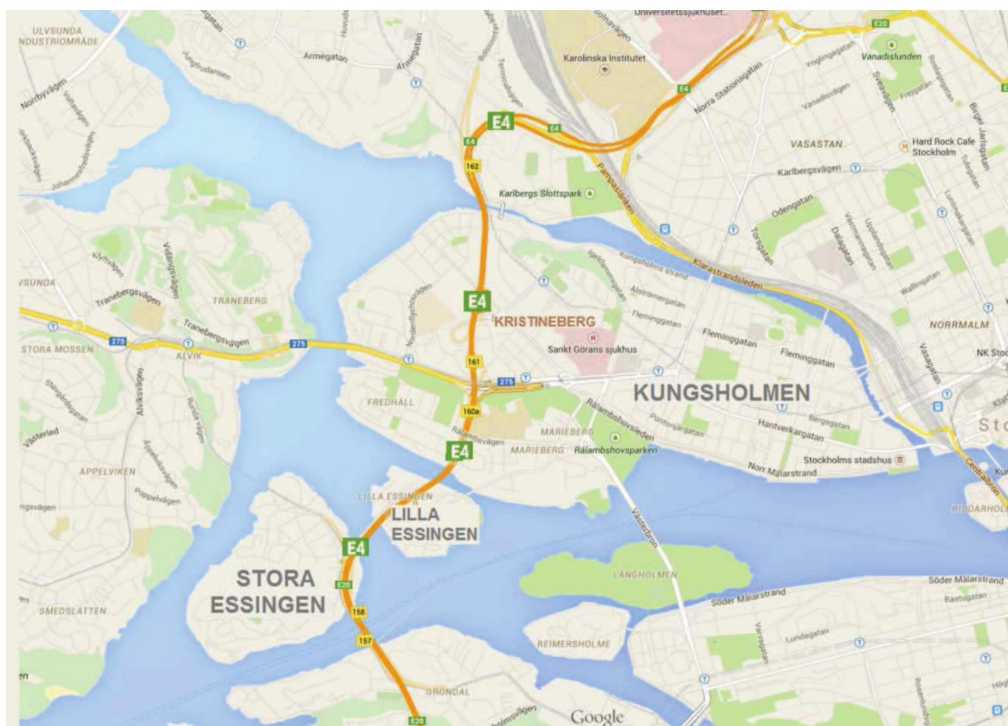
Při překročení mezního stavu únosnosti dojde k porušení provozních požadavků na konstrukci nebo její části, jako jsou deformace a posuvy, které ovlivní vzhled nebo účinné využití konstrukce, popřípadě způsobí nepohodlí osob. Podmínka spolehlivosti je dána vztahem:

$$E_d \leq C_d$$

Kde E_d je návrhová hodnota účinku zatížení a C_d je nominální hodnota vlastností konstrukce (např. průhyb, šířka trhliny). [10]

4 Analyzovaná konstrukce a její model

Mostní konstrukce č. 2-2043-15 je součástí mimoúrovňové křižovatky na švédské dálnici E4, exit 161, s místním názvem Trafikplats Kristineerg ve Stockholmu, která slouží jako hlavní dopravní uzel pro ostrov Kungsholmen. Dálnice E4 je hlavní spojnicí mezi severní a jižní částí Švédska. [11]

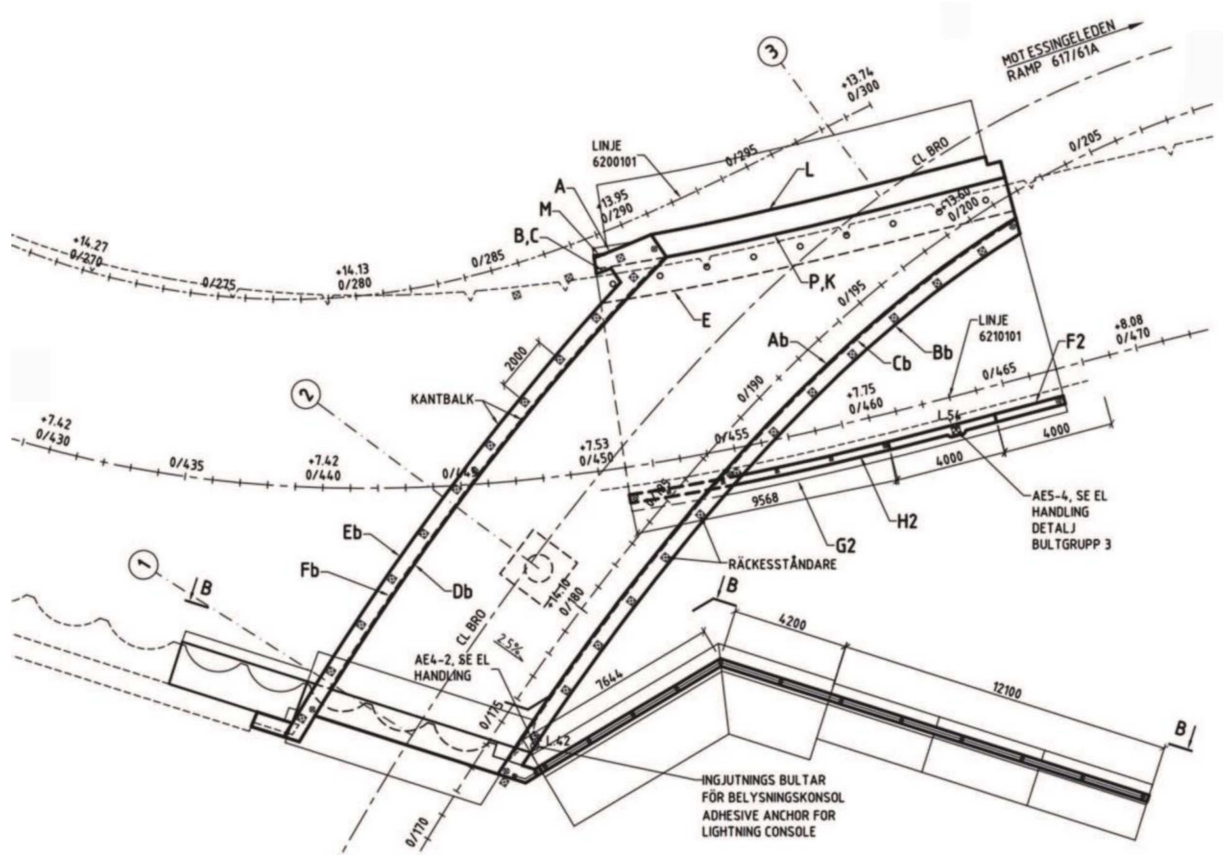


Obrázek 3 - Mapa Essingeleden [11]

4.1 Popis konstrukce

Mostní objekt je tvořen železobetonovou rámovou konstrukcí o dvou polích. Délka přemostění v ose komunikace je 26,0 metrů a volná šířka na mostě je minimálně 7,0 metrů. Mostovka má příčný i podélný sklon 2,5 %. Spodní stavba je tvořena dvěma krajními opěrami a jedním mezilehlým pilířem. Opěry je od sebe liší velikostí i tvarem. Jižní opěra má výšku 3,5 metru a je provedena jako tenká profilovaná stěna se základovým pasem uloženým na skalním podkladu. Zatím co severní opěra je založena na základové desce, která je uložena drenážní vrstvě štěrku, která odvádí vodu do přečerpávací stanice. Opěra je 5,0 metru vysoká, 0,9 metru široká a 15,0 metru dlouhá stěna svírající s mostovkou úhel 152°. Základová deska opěry z části slouží jako silniční komunikace vedoucí pod mostem. Mezilehlý pilíř má průměr 1,2 metru a nosnou konstrukci podepírá ve 1/3 rozpětí mimo osu mostu. Mostovka je tvořena deskou o

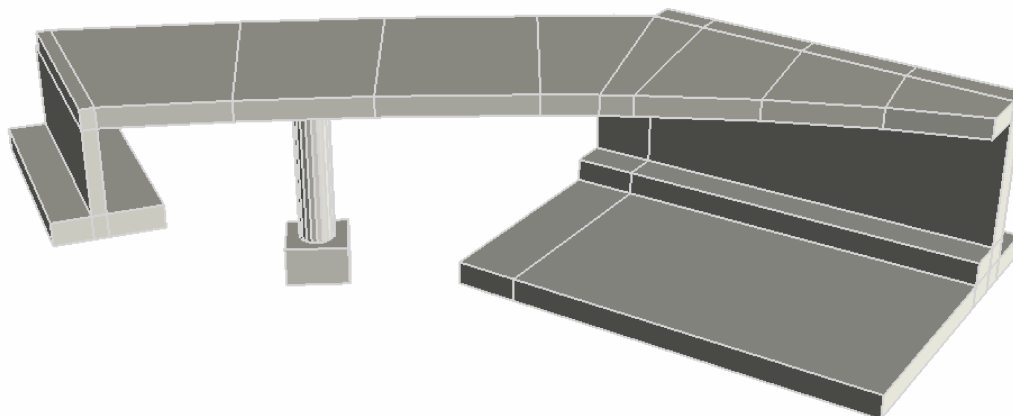
výšce 0,7 metru a šířkou 7,0 metrů na začátku a 12,0 metrů na konci mostu. [11]



Obrázek 4 - Půdorys mostu [18]

4.2 Model mostu

Model mostu vytvořil Ing. P. Šeda jako součást své diplomové práce [11]. Jejíž částí je analýza modelu vytvořeném v programu ATENA 3D a porovnání výsledků výpočtu s reálnou konstrukcí. Geometrie modelu je tvořena 37 makroprvky. Beton je definován materiálovým modelem CC3DNonLinCementitious2 a jeho hodnoty jsou odvozeny z laboratorních zkoušek provedených na zkušebních tělesech, které byly vyrobeny při betonáži jednotlivých částí konstrukce. Pro ocel je použit materiálový model CCReinforcement, se skutečnými hodnotami na mezi kluzu, mezi pevností a přetvořením na mezi kluzu, definovanými na základě certifikátu jakosti od výrobce pro betonářskou ocel třídy B500B. Nosná výztuž je umístěna podle výkresu výztuže a odpovídá realitě, rozdělovací výztuž je zanedbána a smyková výztuž je definována jako rozptýlená výztuž. Model obsahuje 1635 prutů o průměru 16-32 mm. Sít MKP je tvořena prvky typu brick (kvádr) se zahuštěním sítě v místech styku desky s podpěrami. Prvky sítě mají rozměry $h=0,175$ m, $a=0,525$ m, $b=0,525$ m a celkem jich bylo vygenerováno 11351. [11]



Obrázek 5 - Makroprvky

4.3 Atena

ATENA (Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis) je počítačový program vyvinutý firmou Červenka Consulting. Program slouží k numerické analýze betonových a železobetonových konstrukcí. Program je založen na deformační metodě konečných prvků a lomové mechanice za použití nelineárních modelů materiálu, což umožňuje simulování reálného chování konstrukce, a to vzniku trhlin, drcení betonu a tečení výztuže. Konstrukci je možné modelovat ve 2D nebo 3D části programu. [12]

ATENA 3D je navržena pro 3D nelineární analýzu pevných látek s nástroji pro vyztužený beton. Ovšem i konstrukce z jiných materiálů jako například zeminy nebo kovy mohou být analyzovány. Program má 3 hlavní části:

- 1) Preprocesor, ve kterém se definují geometrické vlastnosti konstrukce, zatěžovací stavy a okrajové podmínky, parametry výpočtu a generování sítě.
- 2) Výpočet, při kterém je možné v reálném čase sledovat výsledky.
- 3) Postprocesor, ve kterém je možné zobrazit grafické i číselné výsledky výpočtu z každého kroku. [13]

4.3.1 Modelování konstrukce

V geometrickém modelu se definují rozměry, vlastnosti a zatížení. Skládá se z makroprvků vzájemně propojenými kontakty. Každý makroprvek je nezávislý objekt definovaný styčníky, liniemi a plochami. Spolupůsobení mezi jednotlivými makroprvky zajišťují kontakty. Výztuž může být modelována jako jednotlivé pruty, vložené v pevném objektu, nebo jako rozptýlená, definovaná jako kompozitní materiál. Po definování zatěžovacích stavů, historii zatěžování a konstrukčních stavů je geometrický model hotový. výsledek metody konečných prvků, která

má za následek diskretizaci úlohy. Síť metody konečných prvků je v programu vytvářena automaticky pro pevné objekty i výztuž.

Před zahájením výpočtu je nutné každému makroprvku přiřadit materiálové vlastnosti. Přidání nového materiálu může být provedeno třemi způsoby: přímé zadání, načtení ze souboru a výběr z katalogu. Při přímém zadání se druh materiál vybírá z nabídky dostupných materiálů, přičemž výchozí parametry materiálu se vygenerují automaticky. Tyto parametry je ovšem možné pozměnit podle vlastních potřeb. Pro definování vlastností betonu se používá 3D Nonlinear Cementitious 2, kde se zadá krychelná pevnost betonu a ostatní parametry se dopočítají, popřípadě se dají změnit (např. na základě laboratorních zkoušek) aby se chování modelu blížilo chování skutečné konstrukce. Pro výztuž program používá CCreinforcement, kde se vybere typ diagramu a zadá modul pružnosti. V případě bilineárního diagramu se navíc zadává mez kluzu a u bilineárního se zpevněním se přidá mez pevnosti a přetvoření na mezi kluzu.

Zatěžovací stavy slouží k definování vnějšího zatížení na konstrukci. Nejdříve je ovšem nutné definovat geometrii a materiálové vlastnosti modelu. Jeden zatěžovací stav slouží pouze k definování jednoho typu zatížení (vlastní tíha, vnější síla, podpory, předepsané deformace, teplota, smrštění, předpětí). Každý typ zatížení může být přidělen pouze určitým geometrickým objektům, například vnější síla může být přidělena ke styčnům, liniím a plochám, vlastní tíha, stejně jako teplota a smrštění, může být přiděleny jen k makroprvkům. Předpětí lze přiřadit jen prutové výztuži.

Síť konečný prvků je generována automaticky na základě zadaných parametrů pro generování sítě. [13]

5 Metody pro řešení úloh spolehlivosti

Metody k výpočtu pravděpodobnosti poruchy se dělí na tři základní skupiny: simulační metody založené na metodě Monte Carlo, která spočívá v opakovaných realizací funkcí poruchy, aproximační metody a numerické metody. Aproximační metody aproximují funkci poruchy jednoduchou aproximační funkcí. Numerické metody integrál pro výpočet pravděpodobnosti poruchy řeší přímo. [9]

Přehled metod

1. Simulační metody
 - a. Prostá simulace Monte Carlo
 - b. Stratifikované simulační techniky
 - Latin Hypercube Sampling (LHS)
 - Stratified Sampling (SS)
 - c. Pokročilé simulační metody
 - Importance Sampling (IS)
 - Adaptive Sampling (AS)
 - Directional Sampling (DS)
 - Line Sampling (LS)
2. Aproximační metody
 - a. Cornelův index spolehlivosti
 - b. First Order Reliability Method (FORM)
 - c. Second Order Reliability Method (SORM)
 - d. Response Surface
 - e. Pertubační techniky
3. Numerické metody
 - a. Přímý optimalizovaný pravděpodobnostní výpočet (POPV)

5.1 Metoda Monte Carlo

Tato metoda vychází z generování pseudonáhodných čísel, které vyjadřují chování náhodné veličiny. Má využití v simulaci experimentů nebo se také dá použít k řešení diferenciálních rovnic. [9]

5.1.1 Historie

Za první využití metody s použitelnými výsledky je považována práce na projektu Manhattan z roku 1930. Italský fyzik Enrico Fermi ji použil ke generování

pseudonáhodných čísel, které byly potřebné k výpočtu vlastností neutronu, který byl v té době objeven. Společně s americkým vědcem Robertem Oppenheimerem provedli v roce 1942 řetězovou reakci štěpení jader uranu. Výsledkem jejich práce byli první jaderné pokusy, jež vedly k sestrojení pum a jejich shoení na japonská města Hirošima a Nagasaki v roce 1945, což vedlo k ukončení 2. světové války. Současné s Fermim a Oppenheimerem pracovali na projektu také polský matematik Stanislaw Ulam a rakousko-uherský matematik János Neumann (později John von Neumann), kteří metodu Monte Carlo používali k modelování živostnosti neutronu při průchodu různými materiály. Byl to také Ulam, kdo dal této metodě název Monte Carlo podle kasina v Monaku. Princip metody je shodný s hraním rulety, kde kolo rulety představuje generátor náhodných čísel. Na dalším vývoji metody se podílel Neumann a také Nicholas Metropolis, kteří sepsali jednu z prvních publikací věnovaných metodě Monte Carlo. [1, 14]

5.1.2 Využití metody

- Buffonova jehla

V roce 1777 se francouzský matematik Georges Louis Leclerc de Buffon pokusil určit přibližnou hodnotu π . Úloha spočívala ve vrhání jehly na papír, na kterém byly nakresleny rovnoběžné, stejně vzdálené linky. Přičemž délka jehly byla stejná jako vzdálenost mezi jednotlivými linkami, takže jehla mohla protnout jen jednu linku. Cílem jeho snažení bylo zjistit s jakou pravděpodobností vržená jehla protne některou linku. Pravděpodobnost tohoto jevu je rovna:

$$p = \frac{2}{\pi}$$

Po úpravě dostaneme:

$$\pi = \frac{2}{p} \rightarrow \pi = \frac{2 \cdot n}{m}$$

Kde m je počet vrhů jehlou a n počet jehel, které protnuly některou linku. [1, 15]

- Určení π v programu Excel

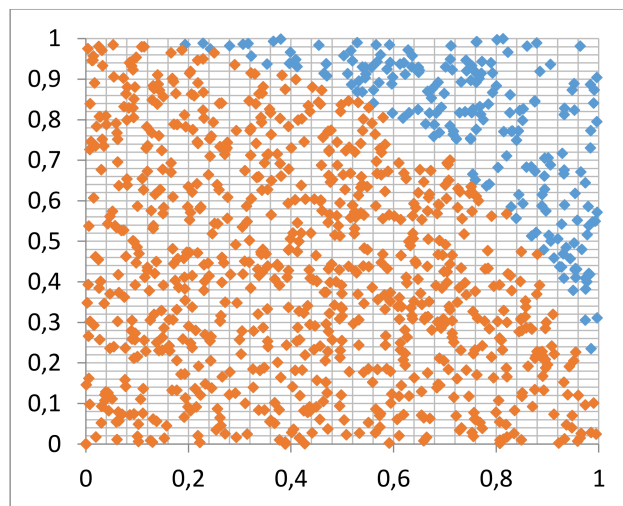
Pro určení hodnoty π použijeme první kvadrant souřadnicového systému s kruhovou výsečí se středem v počátku a poloměrem 1. Pomocí funkce NÁHČÍSLO() vygenerujeme dvojici náhodných čísel z intervalu $\langle 0,1 \rangle$. Tato čísla poslouží jako x-ová a y-ová souřadnice bodu v rovině. Z těchto souřadnic určíme, jestli bod leží v kruhové výseči, která má rovnici:

$x^2 + y^2 \leq 1$. Pravděpodobnost, že náhodně vybraný bod leží v kruhové výseči je dána z geometrické pravděpodobnosti, na základě poměru obsahů čtverce a kruhové výseče.

$$\frac{S_{\text{výseč}}}{S_{\text{kruh}}} = \frac{\pi \cdot r^2}{4r^2} \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

Provedeme sérii náhodných pokusů, které spočívají ve výběru náhodných bodů ze čtverce a určíme, jestli se nacházejí v kruhové výseči. Poté určíme pravděpodobnost z klasické definice pravděpodobnosti $p_f = \frac{N_f}{N_{\text{sim}}}$, kde N_{sim} je počet všech bodů a N_f počet bodů v kruhové výseči. Z čehož vyplývá:

$$\frac{N_f}{N_{\text{sim}}} = \frac{\pi}{4} \rightarrow \pi = 4 \cdot \frac{N_f}{N_{\text{sim}}}$$



Graf 3- Simulace π

Tabulka 5 - Vypočítané π pro různý počet simulací

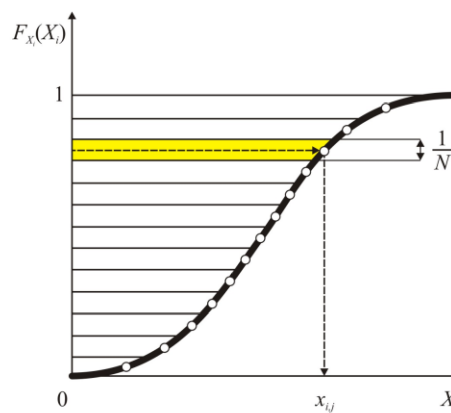
Počet simulací	Vypočtené π	Odchylka
100	2,85148	11,28 %
1000	3,03696	3,57 %
5000	3,17137	1,60 %

5.2 Metoda LHS

Metoda LHS (Latin Hypercube Sampling) spadá do kategorie stratifikovaných simulačních metod a vychází z metody Monte Carlo. Podobně jako u metody Monte Carlo je odhad pravděpodobnosti poruchy p_f získán opakovanou realizací funkce poruchy $g(X)$. Ovšem na

rozdíl od metody Monte Carlo je vhodná pro odhad pravděpodobnosti poruchy při malém počtu simulací N , se zachováním významnosti odhadu.

Definiční obor distribuční funkce $F(X_i)$ náhodné veličiny X_i je rozdělen na N intervalů se stejnou pravděpodobností $1/N$. Reprezentativní hodnoty veličiny jsou při simulaci vybírány náhodně za základě náhodných permutací celých čísel $i = 1, 2, \dots, N$. Při výpočtu rezervy spolehlivosti je provedeno N simulací a každý interval je vybrán jen jednou. Z každého intervalu je vybrána hodnota, které reprezentuje celý interval. Reprezentativní hodnoty veličiny se získají pomocí inverzní transformací distribuční funkce. Výběr hodnot z jednotlivých intervalů je možné provést více způsoby. [9]



Obrázek 6 - Rozdělení definičního oboru distribuční funkce [1]

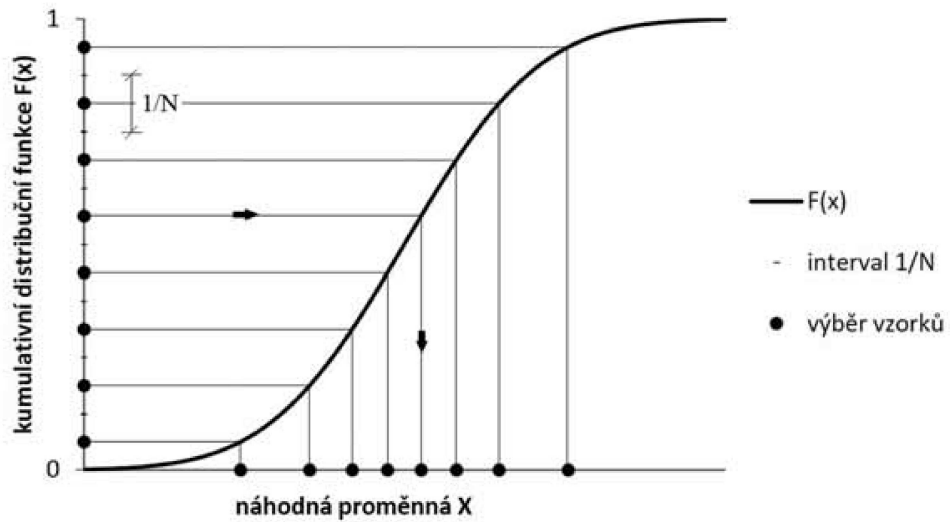
- 1) LHS random: Jednou z možností je generování N náhodných čísel n z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, pak se pomocí inverzní transformace distribuční funkce stanoví hodnoty proměnné X_i .

$$x_{i,k} = F_i^{-1} \left(\frac{n + (k - 1)}{N} \right)$$

Kde k je k -tý interval i -té náhodné proměnné X_i , F_i^{-1} je inverzní distribuční funkce, n je generované náhodné číslo z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$ a N je počet intervalů a zároveň počet simulací. [16]

- 2) LHS median: Tímto způsobem se generování reprezentativních hodnot náhodné veličiny provádí také inverzní transformací, ovšem s výběrem hodnoty ze středu intervalu $1/N$. [16]

$$x_{i,k} = F_i^{-1}\left(\frac{k - 0,5}{N}\right)$$

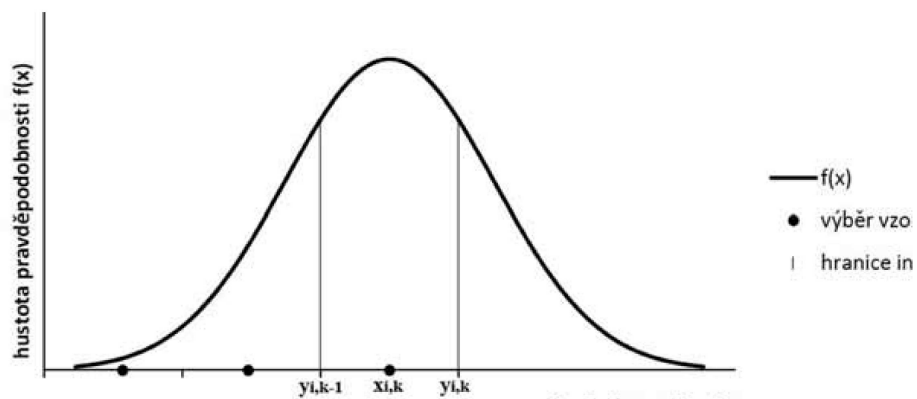


Obrázek 7 - Výběr vzorků metodou LHS median [16]

- 3) LHS mean: Tato metoda odstraňuje nevýhodu LHS median, týkající se krajních intervalů, které ovlivňují hodnotu rozptylu. [16]

$$x_{i,k} = N \int_{y_{i,k-1}}^{y_{i,k}} xf(x) dx$$

$$y_{i,k} = F_i^{-1}\left(\frac{k}{N}\right)$$



Obrázek 8 - Výběr vzorků metodou LHS mean [16]

Při použití metody LHS je možné sestavit tzv. tabulku náhodných permutací, která obsahuje náhodné permutace celých čísel $1, 2, \dots, N$ pro každou náhodnou veličinu. Kde řádek tabulky označuje příslušnou simulaci ($1, 2, \dots, N$) a sloupec koresponduje s jednou náhodnou veličinou ($1, 2, \dots, M$).

Tabulka 6 - Tabulka náhodných permutací

N	M			
	1	2	3	4
1	2	3	6	4
2	5	4	4	6
3	4	5	2	5
4	3	2	1	1
5	1	1	5	3
6	6	6	3	2

Pokud jsou vstupní náhodné veličiny mezi sebou statisticky závislé, je možné jejich závislost v metodě LHS zohlednit. Používá se k tomu Spearmanův koeficient korelace, který je definovaný vztahem:

$$r^s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n-1)(n+1)}$$

Kde d_i je rozdíl pořadí prvků v uspořádaných souborech a n je rozsah statistických souborů.
[9, 16]

PRAKTICKÁ ČÁST

6 Stanovení vstupních hodnot

Pro simulaci jsem použil model, který vytvořil Ing. Šeda, s pevnostmi betonů zjištěných při laboratorních zkouškách vzorků jednotlivých částí konstrukce a vlastnostmi betonářské výztuže na základě certifikátu jakosti od výrobce. Tyto hodnoty posloužily jako střední hodnoty pro určení rozptylu a následnému vygenerování vlastností pro pravděpodobnostní výpočet metodou LHS. Vlastnosti betonu a oceli, které byly předmětem pravděpodobnostního výpočtu jsou uvedeny v tabulce s hodnotou variačního koeficientu a příslušným rozdělením hodnot.

Tabulka 7 - Vlastnosti betonu a výztuže

	Střední hodnota	Jednotky	COV	Rozdělení
Beton C35/45				
Modul pružnosti	Hodnoty pro každou část konstrukce uvedeny v tabulce 8		0,1	Lognormální
Pevnost v tahu			0,2	Lognormální
Pevnost v tlaku			0,15	Lognormální
Lomová energie			0,25	Normální
Hustota	2300	Kg/m ³	0,05	Normální
Ocel B505B				
Modul pružnosti	200	GPa	0,07	Lognormální
Mez kluzu	552	MPa	0,07	Lognormální
Mez pevnosti	621	MPa	0,07	Lognormální
Limitní napětí	0,05	-	0,07	Normální

Tabulka 8 - Vlastnosti betonových částí konstrukce

	Modul pružnosti [MPa]	Pevnost v tahu [MPa]	Pevnost v tlaku [MPa]	Lomová energie [MN/mm]
Deska	33360	2,713	34,99	0,00006782
Opěra 1	38030	3,445	46,23	0,00008613
Opěra 3	38700	3,568	48,71	0,00008919
Pilíř	34250	2,839	34,58	0,00007097
Základ opěry 1	39410	3,705	51,56	0,00009263
Základ opěry 3	40060	3,840	54,40	0,00009600
Základ pilíře	40350	3,902	55,73	0,00009755

6.1 Vstupní data

Vstupní data pro MKP výpočet jsem simuloval metodou LHS – median v celkovém počtu 30 modelů pro MKP výpočet. Pro simulování vstupních dat byl použit program Excel. Vstupní data jednotlivých vlastností betonu a oceli se vypočítali inverzní funkcí příslušného rozdělení. Pro inverzní funkci normální rozdělení slouží příkaz =NORM.INV(x, μ, σ) kde x je pravděpodobnost, parametr μ odpovídá střední hodnotě E(X) a parametr σ směrodatné odchylce $\sqrt{D(X)}$. Pro inverzní funkci lognormálního rozdělení slouží příkaz =LOGNORM.INV(x, μ, σ), kde x je pravděpodobnost, ovšem parametry μ, σ bylo nutné vypočítat ze vzorců:

$$\mu = \ln \left(\frac{E(X)^2}{\sqrt{\sqrt{D(X)} + E(X)^2}} \right)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln \left(1 + \frac{\sqrt{D(X)}}{E(X)^2} \right)}$$

Dále bylo nutné vygenerovat náhodné permutace čísel od 1 do 30 pro každou náhodnou veličinu. K tomu jsem použil v Excelu příkaz =NÁHČÍSLO(), který vygeneruje náhodné číslo z intervalu <0,1). Takto vygenerovaných 30 náhodných čísel jsem společně s čísly 1 až 30 seřadil podle velikosti.

Tato čísla znázorňují interval pravděpodobnosti, ze které se pomocí inverzní funkce určí reprezentativní hodnota náhodné veličiny. Tento postup se opakoval pro každou náhodnou veličinu, určující vlastnosti betonu a výztuže, pro všechny části konstrukce.

Vlastnosti výztuže a betonu byly brány v pořadí v jakém byly vygenerovány v Excelu. To znamená, že hodnoty v prvním řádku byly použity do prvního modelu, hodnoty ve druhém řádku do druhého a tak dále, v celkovém množství 30 modelů pro MKP výpočet. Na obrázku 9 jsou ukázány simulované vlastnosti betonu jedné části konstrukce s příslušným intervalem ze kterého je počítána pravděpodobnost.

	Modul pružnosti		Pevnost v Tahu		Pevnost v tlaku		Lomová energie		Hustota
6	30335,95	8	2,33	25	39,59	1	3,17E-05	16	2304,81
19	34191,68	30	4,05	18	35,71	3	4,44E-05	26	2419,19
21	34812,20	2	1,92	10	32,23	13	6,43E-05	22	2365,89
27	37384,93	18	2,77	28	42,53	23	7,93E-05	19	2334,12
26	36809,94	1	1,75	22	37,69	25	8,31E-05	1	2055,27
2	28171,37	10	2,42	27	41,34	20	7,44E-05	17	2314,45
23	35504,65	11	2,46	4	28,97	30	1,04E-04	20	2344,31
28	38104,71	13	2,55	23	38,27	9	5,81E-05	25	2403,81
10	31651,86	19	2,82	14	33,96	19	7,29E-05	3	2140,96
17	33613,15	20	2,87	29	44,23	26	8,54E-05	9	2234,11
14	32780,95	7	2,28	16	34,82	28	9,13E-05	13	2275,80
7	30698,91	14	2,59	17	35,26	2	3,99E-05	10	2245,14
4	29473,66	3	2,02	19	36,17	11	6,13E-05	14	2285,55
20	34495,15	15	2,64	11	32,67	8	5,64E-05	4	2162,94
1	26845,74	26	3,27	30	47,53	24	8,11E-05	11	2255,69
5	29934,05	12	2,51	8	31,29	21	7,59E-05	18	2324,20
11	31942,78	23	3,04	3	28,15	5	5,02E-05	6	2196,19
24	35892,83	22	2,98	1	25,19	27	8,8E-05	7	2209,90
8	31034,55	29	3,68	6	30,24	29	9,57E-05	29	2489,16
18	33898,57	21	2,92	9	31,77	14	6,57E-05	2	2110,84
29	39113,15	25	3,18	12	33,10	22	7,75E-05	24	2390,10
22	35146,91	4	2,10	7	30,79	15	6,71E-05	21	2354,86
12	32226,28	9	2,37	24	38,89	6	5,25E-05	15	2295,19
25	36322,28	24	3,11	2	27,07	16	6,85E-05	27	2437,06
15	33056,36	16	2,68	21	37,15	4	4,76E-05	12	2265,88
16	33333,10	17	2,73	20	36,65	17	7E-05	5	2180,81
30	41044,54	5	2,17	15	34,39	10	5,97E-05	30	2544,73
9	31350,43	27	3,37	26	40,39	12	6,28E-05	23	2377,57
3	28916,92	6	2,22	5	29,65	7	5,45E-05	8	2222,43
13	32504,93	28	3,50	13	33,53	18	7,14E-05	28	2459,04

Obrázek 9- Simulované vlastnosti betonu desky

6.2 Vyhodnocení dat

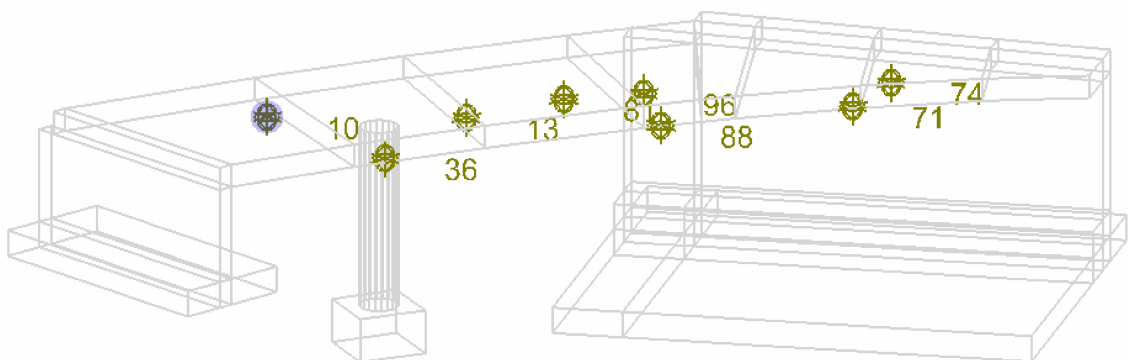
Samotný výpočet proběhl v programu ATENA 3D. Sledovanými výstupy byli posuny monitorovacích bodů 74, 71, 88, 81, 13, 10, 36, 96 a maximální šířka trhlin v konstrukci. Jednotlivé hodnoty pro každý model jsou uvedeny v tabulce 9 a 10.

Tabulka 9 - Posuny bodů pro 1. zatěžovací stav

1. zatěžovací stav								
	74	71	88	81	13	10	36	96
1	1,598	4,041	6,937	3,781	2,070	-0,067	0,525	4,177
2	1,315	3,255	5,259	3,018	1,688	-0,054	0,502	3,272
3	1,544	3,906	6,799	3,988	2,158	-0,076	0,509	4,274
4	1,192	2,964	4,886	2,840	1,631	-0,038	0,497	3,048
5	1,144	2,883	4,832	2,743	1,522	-0,053	0,422	2,980
6	1,413	3,653	6,151	3,506	1,902	-0,038	0,502	3,825
7	1,491	3,645	5,833	3,346	1,917	-0,064	0,556	3,636
8	1,352	3,368	5,454	3,114	1,744	-0,044	0,469	3,402
9	1,199	3,098	5,061	2,895	1,600	-0,057	0,449	3,134
10	1,213	3,048	5,038	2,902	1,636	-0,045	0,485	3,128
11	1,247	3,188	5,341	3,060	1,687	-0,033	0,465	3,325
12	1,367	3,523	5,871	3,349	1,838	-0,047	0,481	3,660
13	1,578	4,025	6,940	3,993	2,146	-0,063	0,492	4,280
14	1,264	3,115	5,048	2,891	1,623	-0,070	0,473	3,140
15	1,353	3,477	5,782	3,272	1,730	-0,044	0,447	3,575
16	1,435	3,652	6,064	3,470	1,925	-0,045	0,535	3,774
17	1,244	3,133	5,175	2,968	1,646	-0,051	0,474	3,219
18	1,179	2,926	4,760	2,728	1,530	-0,062	0,450	2,954
19	1,300	3,323	5,540	3,184	1,735	-0,024	0,479	3,446
20	1,222	3,017	4,855	2,755	1,518	-0,080	0,429	3,008
21	1,116	2,792	4,603	2,667	1,508	-0,030	0,451	2,872
22	1,404	3,495	5,821	3,309	1,807	-0,057	0,464	3,607
23	1,424	3,561	5,776	3,286	1,823	-0,051	0,511	3,596
24	1,274	3,166	5,202	3,020	1,710	-0,045	0,500	3,259
25	1,414	3,511	5,616	3,158	1,712	-0,065	0,459	3,484
26	1,190	3,013	5,035	2,895	1,613	-0,042	0,464	3,128
27	1,473	3,655	6,370	3,769	2,031	-0,063	0,466	4,058
28	1,358	3,376	5,455	3,112	1,708	-0,057	0,483	3,391
29	1,526	1,526	6,337	3,591	1,966	-0,060	0,507	3,937
30	1,271	3,209	5,262	3,005	1,625	-0,036	0,444	3,273

Tabulka 10 - Posuny bodů pro 2. zatěžovací stav

2. zatěžovací stav								
	74	71	88	81	13	10	36	96
1	2,210	5,615	9,983	6,187	3,095	-0,177	0,445	6,755
2	1,439	3,559	5,888	3,657	2,005	-0,071	0,436	3,915
3	1,984	5,224	9,530	6,073	3,061	-0,153	0,422	4,668
4	1,452	3,622	6,130	3,769	2,105	-0,056	0,463	4,045
5	1,373	3,513	6,375	4,012	2,077	-0,092	0,346	4,260
6	1,633	4,222	7,504	4,633	2,410	-0,072	0,429	4,968
7	1,797	4,456	7,976	5,024	2,649	-0,132	0,453	5,417
8	1,618	4,079	7,452	4,670	2,392	-0,103	0,382	5,015
9	1,440	3,653	6,168	3,791	2,053	-0,077	0,416	4,087
10	1,360	3,420	5,817	3,614	2,007	-0,046	0,447	3,846
11	1,442	3,688	6,540	4,057	2,135	-0,063	0,402	4,336
12	1,601	4,117	7,157	4,421	2,326	-0,081	0,412	4,807
13	2,018	5,270	9,492	5,942	2,990	-0,143	0,406	6,402
14	1,535	3,783	6,183	3,775	2,073	-0,090	0,432	4,085
15	1,497	3,849	6,604	4,058	2,120	-0,059	0,400	4,369
16	1,651	4,206	7,324	4,505	2,406	-0,070	0,464	4,882
17	-1,460	3,671	6,130	3,758	2,047	-0,069	0,440	4,048
18	1,299	3,220	-5,384	3,338	1,842	-0,065	0,406	3,561
19	1,423	3,637	6,226	3,867	2,072	-0,037	0,421	4,133
20	1,353	3,339	5,525	3,400	1,844	-0,086	0,385	3,656
21	1,233	3,086	5,229	3,260	1,815	-0,032	0,414	3,467
22	1,669	4,216	7,536	4,731	2,434	-0,108	0,378	5,034
23	1,661	4,178	7,303	4,506	2,358	-0,088	0,435	4,942
24	1,515	3,756	6,195	3,802	2,133	-0,062	0,470	4,084
25	1,640	4,091	6,887	4,209	2,188	-0,097	0,393	4,616
26	1,462	3,692	6,192	3,797	2,068	-0,065	0,428	4,095
27	1,936	4,986	8,981	5,729	2,879	-0,131	0,398	6,131
28	1,491	3,703	6,135	3,783	2,041	-0,067	0,428	4,068
29	1,926	1,926	8,840	5,514	2,795	-0,135	0,407	5,909
30	1,394	3,518	5,923	3,656	1,947	-0,047	0,392	3,928



Obrázek 10 - Sledované body na konstrukci

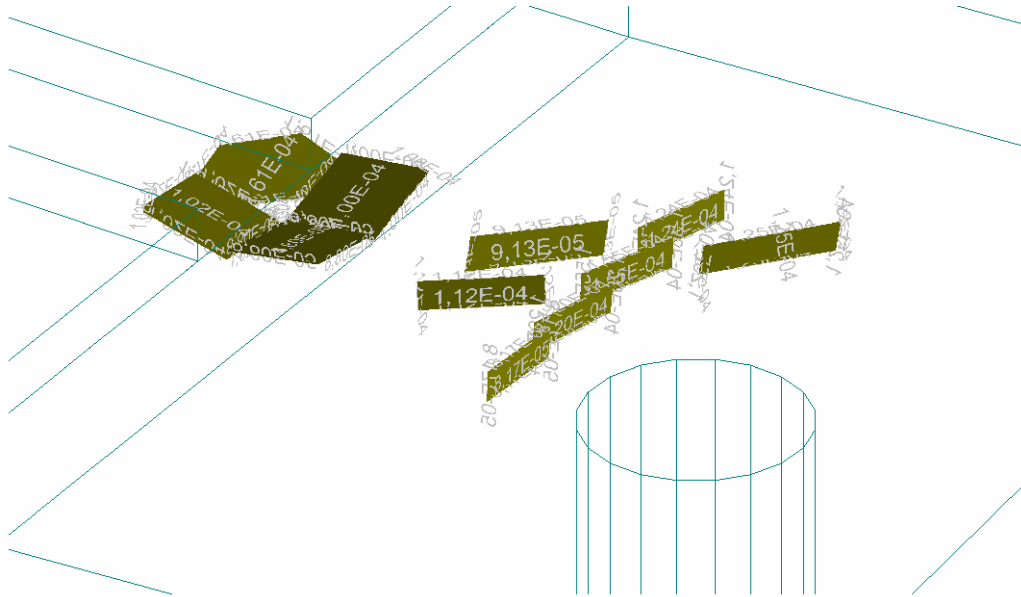
Výsledné hodnoty posunů každého modelu se dále zprůměrovali a porovnali s posuny naměřenými při zatěžovací zkoušce provedené při dokončení skutečné konstrukce a s výsledky MKP výpočtu provedeného Ing. Šedou. Šířka trhlin se porovнала jen s původním modelem. Výsledky jsou uvedeny v tabulce 11 a 12.

Tabulka 11 - Srovnání hodnot posunů

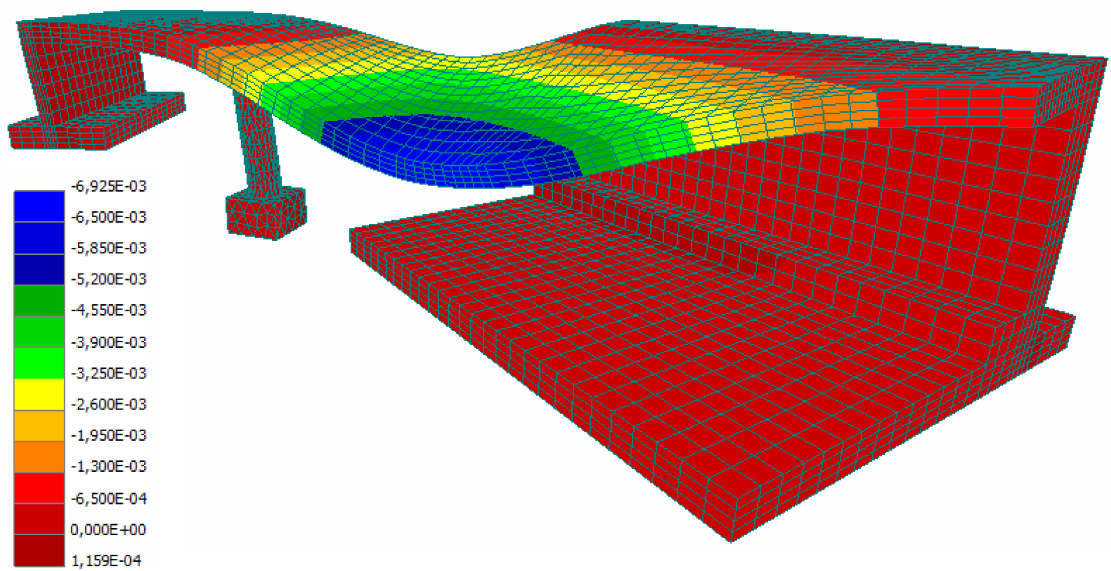
Monitor	Zatěžovací stav	Naměřené hodnoty	Deterministicky simulované hodnoty	Stochasticky simulované hodnoty	
				Střední hodnota	COV
74	1	0,50	0,35	1,34	0,10
	2	0,61	0,67	1,49	0,41
71	1	1,37	0,99	3,28	0,14
	2	1,56	1,71	3,91	0,18
88	1	1,46	1,74	5,57	0,12
	2	2,24	2,24	6,59	0,39
81	1	0,72	0,85	3,19	0,12
	2	1,40	1,79	4,32	0,19
13	1	0,60	0,49	1,76	0,10
	2	0,86	0,98	2,28	0,16
10	1	-0,44	-0,19	-0,05	-0,26
	2	-0,64	-0,21	-0,09	-0,42
36	1	0,50	0,17	0,48	0,06
	2	0,45	0,13	0,42	0,07
96	1	1,36	0,96	3,46	0,12
	2	1,89	1,96	4,58	0,18

Tabulka 12 - Srovnání hodnot maximálních šířek trhlin

	Deterministicky simulované hodnoty	Stochasticky simulované hodnoty	
		Střední hodnota	COV
1. zatěžovací stav	0,185	0,180	0,31
2. zatěžovací stav	0,277	0,341	0,50



Obrázek 11 - Detail trhlin nad pilířem modelu č. 28 v 2. zatěžovacím stavu



Obrázek 12 - Průhyb mostu 500x zvětšený, model č. 25 2. zatěžovací stav

7 Závěr

Cílem této práce bylo provést pravděpodobnostní analýzu na vybrané železobetonové konstrukci pomocí MKP výpočtu. V teoretické části jsem se zabýval základy teorie pravděpodobnosti, které vysvětlují vlastnosti náhodné veličiny k pochopení samotné teorie spolehlivosti. Dále jsem se věnoval vývoji metod pro návrh konstrukcí, popisu mostní konstrukce, na které se provedla samotná analýza a popisu programu ve kterém byl vytvořen 3D model konstrukce. Na konci teoretické části jsem popsal použitou pravděpodobnostní metodu pro získání dat k samotnému výpočtu. V praktické části jsem se věnoval spolehlivostní analýze modelu. To zahrnovalo využití pravděpodobnostní metody LHS pro vygenerování vlastností, které jsem pak použil ve 3D modelu konstrukce. Celkem jsem analyzoval 30 modelů s různými vlastnostmi betonu a výztuže. Výsledkem byly průměrné hodnoty posunů vybraných bodů na konstrukci a maximální šířky trhlin ze všech 30 modelů. Průměrné hodnoty jsem uvedl v tabulce společně s hodnotami průhybů naměřených při zatěžovací zkoušce a s hodnotami získaných při deterministickém výpočtu.

Při porovnání hodnot posunů, ke kterým jsem došel s výsledky získanými při zkoušce a deterministickém výpočtu, lze pozorovat výrazný rozdíl. Tento rozdíl může být způsoben tím, že simulovaná vstupní data nejsou vzájemně závislá. Pro zpřesnění výsledků by se v další výzkumu mohla použít data, která jsou vzájemně korelovaná.

8 POUŽITÁ LITERATURA

- [1] KREJSA, Martin a Petr KONEČNÝ. *Spolehlivost a bezpečnost staveb*. VŠB-TU Ostrava, 2011
- [2] ZÁHOROVÁ, Věra. *Náhodný jev* [přednáška]. Pardubice: Dopravní fakulta Jana Pernera, 2016
- [3] ZÁHOROVÁ, Věra. *Pravděpodobnost náhodného jevu* [přednáška]. Pardubice: Dopravní fakulta Jana Pernera, 2016
- [4] DOLEŽALOVÁ, Jarmila a Lubomír PAVELKA. *Pravděpodobnost a statistika: matematika V*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2005. ISBN 80-248-0948-6.
- [5] ZÁHOROVÁ, Věra. *Diskrétní náhodná veličina a její charakteristiky* [přednáška]. Pardubice: Dopravní fakulta Jana Pernera, 2016
- [6] ZÁHOROVÁ, Věra. *Spojité náhodné veličiny a jejich charakteristiky* [přednáška]. Pardubice: Dopravní fakulta Jana Pernera, 2016
- [7] ZÁHOROVÁ, Věra. *Často používaná rozdělení pravděpodobnosti náhodných veličin* [přednáška]. Pardubice: Dopravní fakulta Jana Pernera, 2016
- [8] *Wikipedie: Otevřená encyklopedie: Logaritmicko-normální rozdělení* [online]. c2018 [citováno 22. 05. 2018]. Dostupný z WWW: https://cs.wikipedia.org/w/index.php?title=Logaritmicko-norm%C3%A1ln%C3%AD_rozd%C4%9Blen%C3%AD&oldid=16206291
- [9] TEPLÝ, Břetislav a Drahomír NOVÁK. *Spolehlivost stavebních konstrukcí: teorie, numerické metody, navrhování, software*. Brno: CERM, 1999. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-1149-x.
- [10] PEŠEK, Ondřej. *Výpočtové metody ve stavebnictví*. In: fce.vutbr.cz [online]. [cit. 13.4.2018]. Dostupné z: <https://www.fce.vutbr.cz/KDK/pesek.o/BO01/meznistavy.pdf>
- [11] ŠEDA, Pavel. *Nelineární analýza mostu č. 2-2043-15 E4 Kristineberg, Stockholm*. Pardubice, 2015. Diplomová práce. Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta Jana Pernera. Vedoucí práce Ing. Ladislav Řoutil, Ph.D.

- [12] ČERVENKA CONSULTING. O společnosti. *Cervenka.cz* [online]. [cit. 27.2.2018].
Dostupný z: <https://www.cervenka.cz/cz/spolecnost/>
- [13] ČERVENKA, Vladimír and Jan ČERVENKA. *ATENA program documentation part 2-2*. Červenka Consulting s.r.o., Prague 2017
- [14] KREJSA, Martin. *Metoda Monte Carlo*. In: *fast.vsb.cz* [online]. [cit. 18.5.2018].
Dostupné z: http://fast10.vsb.cz/krejsa/studium/ppk_tema03.pdf
- [15] HRNČIAROVÁ, Zuzana. *Metoda Monte Carlo a její realizace*. Brno, 2015.
Bakalářská práce. Masarykova univerzita, Přírodovědecká fakulta. Vedoucí práce
RNDr. Martin Kolář, Ph.D.
- [16] SVOBODA, Tomáš a Matouš HILAR. *Pravděpodobnostní analýza metodou Latin Hypercube Sampling* [online]. 2012, **21**(4) [cit. 2018-04-14]. Dostupné z:
https://www.ita-aites.cz/files/tunel/2012/4/tunel_4_12-13.pdf
- [17] ČSN EN 1990. *Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí*. Praha: Český normalizační institut, 2004.
- [18] Projektová dokumentace stavby – Trafikplats Kristineberg, Stockholm, M. Pekár,
Valbek s.r.o., 2014