

VLIV STRUKTURY ZÁVISLOSTÍ NA PŘESNOST MĚR TRŽNÍHO RIZIKA

EFFECT OF THE DEPENDENCY STRUCTURE ON THE MARKET RISK ACCURACY

Tomáš Jeřábek

Abstract: Knowledge the dependence between risk factors is very importance in risk management. The failure of traditional approaches to market risk measure motivates to investigate the relationship between financial markets. The aim of this paper is to examine the dependence between stock index returns and foreign exchange rate returns for six selected economies. In this context, it is detected evidence of dynamic and asymmetric dependence. It is empirically demonstrated that application of asymmetric dynamic copula improves the Value at Risk as well as Expected Shortfall estimates. Overall, the results show that the dependence structure of international financial markets is more complicated than the structure predicted by the traditional approaches to market risk measure.

Keywords: Value at Risk, Copula, Risk Management, Asymmetric Dependence.

JEL Classification: C13, C32, G11.

Úvod

Riziko lze definovat jako nebezpečí, šanci špatného důsledku, ztrátu nebo vystavení se ztrátám. Zatímco pro mnoho lidí má riziko značně negativní konotaci, může představovat také příležitost. Pokud by ve finančním odvětví neexistovalo riziko, neexistovala by rovněž valná většina subjektů, vytvářející toto odvětví, viz Jorion (2009). Jde o to, že finanční instituce jsou schopny vytvářet produkty a služby, díky kterým svým klientům poskytují větší finanční jistotu, založenou na optimalizaci přítomných rizik. Riziko v bankovníctví se týká potenciální ztráty, ke které může dojít v důsledku dění některých událostí. Riziko vzniká kvůli nejistotě spojené s událostmi, které mohou způsobit ztrátu, přesněji řečeno, konkrétní událost může nebo nemusí nastat, ale pokud k ní dojde, způsobí ztrátu (Berkowitz a O'Brien, 2002).

Neustále rostoucí globalizace ve finančním sektoru nutí finanční instituce k provádění operací na mezinárodních finančních trzích. Neúspěch tradičních metod pro měření rizik a optimalizaci portfolia motivuje k dalšímu výzkumu složitých a dynamických vztahů typických pro tyto trhy. Například Czado et al. (2012) v souvislosti se zmiňovanou krizí upozorňují na asymetrii v rozdělení výnosů na různých typech finančních trhů. Tedy prvořadým cílem současného výzkumu by mělo být hledání nových a vhodnějších modelů, jež dokáží tyto vztahy lépe zachytit.

Z hlediska měření a řízení rizik na mezinárodních finančních trzích je velmi důležité pochopení struktury závislostí na akciovém a měnovém trhu. Cílem této práce je nejprve zkoumat strukturu závislostí na vybraných finančních trzích, a to ve smyslu asymetrické a v čase proměnlivé závislosti. V této souvislosti je dále hledána vhodná metodika pro odhad VaR a ES při aplikaci na jak rozvíjející se, tak rozvinuté finanční trhy.

1 Formulace problematiky

Výzkumné práce zabývající se problematikou asymetrické a dynamické závislosti uvádějí významné důkazy o dvou typech asymetrií ve výnosových rozděleních. První typ asymetrie se vztahuje k jednorozměrným rozdělením jednotlivých aktiv, kde je tato asymetrie řešena aplikací asymetrických modelů podmíněné volatility, jako například GJR-GARCH nebo EGARCH, viz například Brooks (2008). V případě druhého typu jde o asymetrickou závislost mezi jednotlivými rozděleními. Důkazy o existenci asymetrické závislosti mezi výnosy finančních aktiv byly publikovány v několika pracích, jako například Christoffersen, et al. (2012). Tyto práce dále potvrzují skutečnost, že výnosy různých typů finančních aktiv vykazují vyšší závislosti v krizových obdobích než v růstových fázích hospodářského cyklu. Tato skutečnost se projevila i v souvislosti s nedávnou finanční krizí, kdy aktiva, u jejichž výnosů bylo před krizí zaznamenáno vzájemně odlišné chování, najednou v době krize vykazovaly společný vývoj, viz Christoffersen a Langlois (2013). Důvody tohoto chování lze spatřovat ve zvýšené volatilitě finančních výnosů v krizových obdobích, přičemž právě podobný vývoj volatility má za následek zvýšenou závislost mezi těmito výnosy. Tyto jevy nelze v rámci oblasti finančního modelování ignorovat, a to přinejmenším ze dvou důvodů. Za prvé, ignorace asymetrií mezi výnosy aktiv může způsobit podstatné podhodnocení skutečných ztrát. Za druhé, v případě období spojeného s větším tržím rizikem, budou výsledky tradiční diverzifikace portfolia založená na korelacích mezi výnosy jednotlivých aktiv značně zavádějící, viz například Patton (2004) nebo Hong et al. (2007).

Závislosti jsou v tomto článku modelovány primárně pomocí kopul. Hlavní výhodou kopul je schopnost modelovat nelinearitu v závislostech, a to účinnějším způsobem, než nabízí například Spearmanův koeficient pořadové korelace. Ovšem v minulém desetiletí se do popředí zájmu dostala rovněž problematika asymetrie závislostí. Nguyen a Bhatti (2012) nebo Basher et al. (2014) se touto problematikou zabývali podrobněji a na různých datech ukazují přítomnost asymetrické závislosti na chvostech, což naznačuje vyšší společnou pravděpodobnost poklesu nebo vzestupu trhů. Z toho důvodu jsou kromě eliptických kopul v posledních letech uplatňovány rovněž jejich asymetrické verze, konkrétně sešikmená normální a sešikmená Studentova kopule. Za účelem diagnostiky asymetrie v závislostech lze použít několik měr, přičemž k nejpoblárnější patří závislost mezi chvosty rozdělení (tail dependence), viz Patton (2012).

2 Metody a data

V rámci datového souboru uvažujeme denní časové řady měnových kurzů vybraných měn vztažených k euru. Dále pak uvažujeme denní časové řady korespondujících akciových indexů. Všechny časové řady pokrývají období od 2.1.2003 do 31.8.2016. Celkem pracujeme se vzorkem 6 států, do kterého spadá USA, Švýcarsko, Japonsko, a dále pak Brazílie, Indie, Mexiko. Jednotlivé státy byly vybírány tak, aby byly obsaženy rozvinuté i rozvíjející se finanční trhy. Tab. 1 a 2 prezentují základní statistiky sledovaných řad ve formě výnosů. Konkrétně v první tabulce jsou uvedeny data pro rozvinuté finanční trhy, v případě druhé tabulky se jedná o rozvíjející se trhy. Pro výnos $r_{i,t}$ akciového indexu v hodnotě $P_{i,t}$ v čase t , resp. měnového kurzu $S_{i,t}$ v čase t platí

$$r_{i,t}^P = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}, \text{ resp. } r_{i,t}^S = \frac{S_{i,t} - S_{i,t-1}}{S_{i,t-1}} \quad (1)$$

Z Tab. k 1 a 2 je patrné, že u všech řad docházíme k nenulové šikmosti. Konkrétně v případě Mexika lze sledovat kladné sešikmení u obou řad, přičemž z hlediska nižší

hodnoty je možné usuzovat na mírnější převahu extrémně vysokých výnosů oproti extrémně vysokým ztrátám. V případě ostatních ekonomik naopak vidíme záporné sešikmení, jež je nejvíce zřetelné u Švýcarského franku vůči Euru, tedy zde naopak převažuje výskyt extrémně vysokých ztrát. Z tabulky je dále patrná poměrně vysoká špičatost, jež je pro finanční řady typická, a je způsobena přítomností extrémních ztrát, resp. extrémních výnosů. Opět v případě výše zmiňovaného CHF je špičatost nejvýraznější.

Tab. 1: Popisné statistiky jednotlivých výnosů – rozvinuté trhy

Statistika	USA		Japonsko		Švýcarsko	
	USD	SP500	JPY	NKY	CHF	SMI
Střední hodnota	-0,0001	0,0002	0,0000	0,0001	-0,0001	0,0001
Směr. odchylka	0,0063	0,0124	0,0076	0,0154	0,0047	0,0121
Šikmost	-0,107	-0,206	-0,532	-0,455	-7,486	-0,113
Špičatost	2,416	9,354	7,324	6,737	283,420	6,773
JB test	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***
LB Q	0,353	0,00***	0,124	0,378	0,00***	0,00***
ARCH-LM	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***

Zdroj: vlastní zpracování (statistická významnost: *10%, **5%, ***1%)

Tab. 2: Popisné statistiky jednotlivých výnosů – rozvíjející se trhy

Statistika	Indie		Mexiko		Brazílie	
	INR	NIFTY	MXN	MEXBOL	BRL	IBOV
Střední hodnota	0,0002	0,0006	0,0003	0,0005	0,0002	0,0004
Směr. odchylka	0,0070	0,0147	0,0078	0,0124	0,0108	0,0178
Šikmost	-0,130	-0,086	0,379	0,058	-0,166	-0,050
Špičatost	3,960	8,814	6,735	5,899	7,051	4,291
JB test	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***
LB Q	0,00***	0,00***	0,011**	0,00***	0,029**	0,00***
ARCH-LM	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***	0,00***

Zdroj: vlastní zpracování (statistická významnost: *10%, **5%, ***1%)

Na základě výše uvedeného lze předpokládat nesplnění předpokladu normálního rozdělení výnosů, což potvrzují výsledné p-hodnoty Jarque-Bera testu. Pro účely další analýzy byla ve všech použitých časových řadách sledována přítomnost autokorelace, tj. vzájemné závislosti mezi jednotlivými prvky řady a dále heteroskedasticity, jež indikuje nekonstantnost rozptylu časové řady. Aplikace Ljung-Box Q testu řádu 12 potvrdila, že na 5% hladině významnosti přítomnost autokorelace nebyla potvrzena u 3 řad, konkrétně v případě směnných kurzů USD/EUR a JPY/EUR, a dále u japonského indexu Nikkei 225 – viz p-hodnoty uvedené v Tab. 1 a 2. Pro ověření heteroskedasticity byl použit ARCH-LM test. Jak ukazují výsledky p-hodnot, na 5% hladině významnosti potvrzujeme přítomnost heteroskedasticity u všech použitých řad. Podrobný popis použitých testů uvádí například Brooks (2008).

Pro analýzu závislostí mezi akciovým indexem a korespondujícím měnovým kurzem byla použita jednak Personova korelace, jež je schopna odhalit lineární závislosti a dále Spearmanova pořadová korelace indikující rovněž nelineární závislosti. Výsledky jsou uvedeny v Tab. 3.

Tab. 3: Korelační analýza

Korelace	USA	Japonsko	Švýcarsko	Indie	Mexiko	Brazílie
Pearson	-0,102	0,277	-0,176	0,245	0,207	-0,169
Spearman	-0,087	0,227	-0,127	0,208	0,174	-0,102

Zdroj: vlastní zpracování

Z tabulky je patrné, že v případě USA, Švýcarska a Brazílie potvrdily oba přístupy negativní korelaci. Právě negativní korelace mezi výnosy akciového indexu a směnného kurzu je očekávaným výsledkem, jež plyne ze vzájemného vztahu obou veličin. Zde vycházíme ze situace, že akciové indexy a měnové kurzy, mezi nimiž závislost měříme, mají tendenci ke vzájemně opačnému vývoji, tj. pokles hodnoty akciového indexu bývá doprovázen depreciací souvisejícího měnového kurzu. A pro růst akciového indexu je opět charakteristická apreciacie příslušného kurzu. Konkrétně, růst výnosů akciového indexu vyvolá zájem investorů, jež směňují své finanční prostředky do měny akciového indexu za účelem realizace investice do daného indexu. Větší měřítko uvedených operací způsobí apreciaci měnového kurzu vztaženého k požadovanému indexu. Jinými slovy tedy růst akciového trhu v určité zemi je doprovázen poklesem příslušného měnového kurzu.

U zbývajících států docházíme k pozitivní korelaci, jež zřejmě vychází ze skutečnosti použití těchto měn v rámci carry trade obchodování¹. Právě JPY je známým příkladem tohoto typu obchodování – hojně využívaný až do roku 2008. V případě Indie je INR v posledních letech druhou nejstabilnější měnou na rozvíjejících se trzích (po indonéské rupii), viz Bloomberg (2016), což investoři využívají právě v rámci carry trade obchodování. V případě Mexické měny je carry trade obchodování realizováno prostřednictvím vstupu do dlouhé pozice v domácí měně na swapovém trhu, viz BIS (2015).

Vzhledem k přítomnosti autokorelace a heteroskedasticity je pro modelování výnosů použita kombinace autoregresního (AR) modelu a modelu podmíněné volatility. V předcházející části bylo na vybraných akciových indexech a měnových kurzech ukázáno, že rozdělení jejich výnosů neodpovídá normálnímu rozdělení, přičemž jak jejich střední hodnota, tak rozptyl se mění v čase. Za účelem zachycení problému podmíněné střední hodnoty a rozptylu, na každou z použitých řad aplikujeme AR(1)-GJR-GARCH(1,1) model s aplikací Studentova rozdělení, viz Brooks (2008).

2.1 Modelování závislostí

Za účelem ověření, zda se v závislostech mezi výnosy akciového indexu a příslušného měnového kurzu vyskytuje asymetrie, aplikujeme chvostovou závislost, představenou Pattonem (2012). Zmiňovaný koncept měří závislosti mezi stejnými částmi chvostů rozdělení. Praktické aplikace těchto měř představují například Christoffersen et al. (2012) nebo Elkamhi a Stefanova (2014). Při použití pro představená data ovšem vzniká problém, že uvedené míry nebudou schopny indikovat skutečnou přítomnost asymetrické závislosti. Namísto toho by bylo vhodnější měřit závislosti na vzájemně opačných částech chvostů jednotlivých rozdělení. Vzhledem k předpokládané negativní závislosti mezi výnosy akciových indexů a měnových kurzů, případná asymetrie závislostí může říci, zda převažuje závislost mezi dolním chvostem

¹ Jedná se o investiční strategii, jejíž cílem je prodat měnu s nízkou úrokovou sazbou a investovat do měny s vyšším úrokem, viz například Burnside (2011).

rozdělení, vztaženém k akciovému indexu a horním chvostem rozdělení souvisejícího s měnovým kurzem (míru této závislosti označme jako λ_{DH}), anebo naopak je větší síla závislosti mezi horním chvostem akciového indexu a dolním chvostem měnového kurzu (pro míru závislosti označme λ_{HD}).

Tab. 4 pak představuje výsledky chvostové závislosti mezi rozděleními reziduí akciového indexu a příslušného měnového kurzu. Druhý a třetí řádek uvádí hodnoty λ_{DH} a λ_{HD} , Čtvrtý řádek pak představuje jejich rozdíly, přičemž s rostoucí hodnotou rozdílu roste přítomná asymetrie ve sledovaných závislostech. Výsledky ukazují, že ve všech případech dochází k větší či menší formě asymetrie závislostí. Konkrétně u většiny párů akciový index-měna se projevuje silnější závislost na levém chvostu, $\lambda_{DH} > \lambda_{HD}$, tj. současný pokles akciového indexu a depreciace měnového kurzu. Tento výsledek je v souladu například s Patton (2012). Výjimkou je Švýcarsko a Brazílie, kde je vidět naopak silnější závislost na pravém chvostu, tedy silnější závislost při růstu akciového indexu a současné apreciaci švýcarského franku, resp. brazilského realu než závislost při poklesu indexů a současné depreciaci příslušné měny. Tento výsledek lze dát do souvislosti s měnovými intervencemi, které v rámci sledovaného vzorku dat probíhaly v obou státech.

Tab. 4: Závislost mezi chvosty rozdělení akciového indexu a měnového kurzu

	USA	JAP	SWIS	IND	MEX	BRAZ
λ_{DH}	0,029	0,038	0,032	0,097	0,064	0,062
λ_{HD}	0,016	0,031	0,044	0,089	0,059	0,073
$\lambda_{DH} - \lambda_{HD}$	0,013	0,007	-0,012	0,008	0,005	-0,011

Zdroj: vlastní zpracování

2.1.1 Kopule

Nejúčinnější možností, řešící uvedené problémy Pearsonovy korelace, představuje použití kopulí. Jedná se o velmi silný nástroj pro modelování závislostí, protože nepožaduje předpoklad normality jednotlivých rozdělení, viz například Harvey (2013). Kopule je funkce, jež umožňuje propojit odlišná jednorozměrná rozdělení do formy vícerozměrného rozdělení, a to bez ztráty jakékoliv informace. Tento koncept byl představen Sklarem (1973). Vzhledem k přítomnosti asymetrie a dynamiky závislostí pracujeme v rámci modelování závislostí jak se symetrickou, tak asymetrickou a rovněž s dynamickou kopulí. Za účelem kompletní představy o vhodné kopule aplikujeme rovněž dynamickou asymetrickou kopuli. Konkrétně jako symetrickou a v čase konstantní kopuli uvažujeme Studentovu kopuli. Dynamická kopule je dána podmíněnou Studentovou kopulí. Asymetrická kopule je dána sešikmenou Studentovou kopulí. Konečně, dynamická asymetrická kopule je vyjádřena prostřednictvím podmíněné sešikmené Studentovy kopule.

Za účelem odhadu parametrů uvedených kopul lze použít tři základní přístupy, připomeňme, že se jedná o MLE, IFM nebo CML, viz například McNeil et al. (2015). Vzhledem k výsledkům poskytnutým například Kimem et al. (2007), jež ukazují, že CML poskytují z uvedených metod nej přesnější výsledky, aplikujeme zde právě tento semiparametrický přístup. Cílem aplikace uvedených kopul je zjistit, jak jsou schopny přispět k přesnému popisu struktury závislostí mezi akciovým indexem a souvisejícím měnovým kurzem.

3 Rozbor problému

V této části pro výše představených šest dvojic akciový index-měna provádíme odhady měr Value at Risk (VaR) a Expected Shortfall (ES). Cílem je nalézt vhodnou kopuli, jejíž použití zpřesňuje získané odhady. Tyto odhady jsou realizovány prostřednictvím Monte Carlo simulace, jejíž postup je představen níže. Za účelem srovnání aplikujeme rovněž tradiční metody odhadu VaR a ES, konkrétně se jedná o:

- základní parametrický přístup s předpokladem normality rozdělení výnosů obou aktiv (VC),
- modifikaci základního parametrického přístupu představená v RiskMetrics, tj. použitím modelu EWMA pro modelování volatility výnosů (RM),
- neparametrickou historickou simulaci s historickým vzorkem obsahujícím, jak 250 (HS250), tak 500 posledních pozorování (HS500).

Výsledky jsou následně podrobeny zpětnému testování s cílem ověřit robustnost použitých modelů. V případě VaR jsou použity Kupiecův nepodmíněný test (UC) a dále Christofferensův kombinovaný podmíněný test (CC). Pro ES, stejně jako v předcházející kapitole, používáme hodnocení prostřednictvím střední absolutní chyby (MAE).

3.1 Výnosy indexo-měnových párů

Označme výnos i – tého akciového indexu jako r_i^P a výnos ze souvisejícího i -této směnného kurzu jako r_i^S . Připomeňme, že pro r_i^P , resp. r_i^S platí (1).

Předpokládejme, že v čase t investujeme 1 EUR na i -tém akciovém trhu při měnovém kurzu $S_{i,t}$, kde $S_{i,t}$ představuje množství i -té měny získané za 1 EUR v čase t . V případě, že aktuální cena akcie na tomto trhu je $P_{i,t}$ (v i -té měně), pak celkově můžeme získat $\frac{S_{i,t}}{P_{i,t}}$ akcií. Nyní pro hodnotu realizované investice v čase $t + 1$ v i -té měně platí

$$V_{i,t+1} = \left(\frac{S_{i,t}}{P_{i,t}}\right) P_{i,t+1}, \quad (2)$$

kde $P_{i,t+1}$ představuje cenu akcie v čase $t + 1$ na i -tém akciovém trhu. Pro hodnotu investice v domácí měně (EUR) v čase $t + 1$ pak platí

$$V_{t+1}^{EUR} = \left(\frac{S_{i,t}}{P_{i,t}}\right) \frac{P_{i,t+1}}{S_{i,t+1}}. \quad (3)$$

Nyní lze (3) vyjádřit v následujícím tvaru

$$V_{t+1}^{EUR} = \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{S_{i,t+1} - S_{i,t}}{S_{i,t}}\right)} \right] \left[1 + \left(\frac{P_{i,t+1} - P_{i,t}}{P_{i,t}}\right) \right] \quad (4)$$

a dále dosazením vztahů z (1) získáváme

$$V_{t+1}^{EUR} = \frac{1 + r_{i,t+1}^P}{1 + r_{i,t+1}^S}. \quad (5)$$

Všimněme si, že V_{t+1}^{EUR} lze rovněž chápat jako změnu hodnoty investice v čase $t + 1$ oproti času t . Vzhledem k této skutečnosti lze (5) upravit do podoby vztahující se k výnosu zmiňované investice, konkrétně $V_{t+1}^{EUR} = 1 + r_{t+1}^{EUR}$. Nyní logaritmicizací (4) získáváme

$$\ln(1 + r_{t+1}^{EUR}) = \ln(1 + r_{i,t+1}^P) - \ln(1 + r_{i,t+1}^S) \quad (6)$$

a následným zohledněním skutečnosti, že pro malé $x \in R$ platí $\ln(1 + x) \approx x$, pro výnos i -té investice

$$r_{t+1}^{EUR} = r_{i,t+1}^P - r_{i,t+1}^S. \quad (7)$$

3.2 Realizace odhadů

Odhady VaR a ES jsou koncipovány jako jednodenní se spolehlivostí 95% a 99%. Odhady jsou vytvářeny pro období od 2.1.2007 do 31.8.2016, tj. celkem 2400 hodnot. Jako trénovací vzorek volíme prvních 250 hodnot, což odpovídá počtu obchodních dnů v kalendářním roce (pro první realizovaný odhad používáme data za období roku 2006) a tento vzorek rolujeme přes celé sledované období. Pouze připomeňme, že v případě historické simulace pracujeme rovněž vzorkem 500 posledních hodnot.

Pro získání odhadů VaR a ES při aplikaci uvedených kopul postupujeme následovně:

1. Na každou z 12 proměnných (akciových indexů nebo měnových kurzů) aplikujeme AR(1)-GJR-GARCH(1,1) model s jedno-rozměrným Studentovým rozdělením a s cílem získání předpovědi podmíněných středních hodnot a podmíněných rozptylů. Výsledným produktem modelů je pro každou proměnnou řada standardizovaných reziduí $z_{1,t}, \dots, z_{12,t}$

2. Prostřednictvím semiparametrické CML metody odhadujeme parametry Studentovy, sešikmené Studentovy, podmíněné Studentovy a sešikmené podmíněné Studentovy kopule.

3. Prostřednictvím Monte Carlo simulace (zvláště pro každou z kopul) pro i -tý akciový trh ($i = 1, \dots, 6$) a jednotlivá predikční období $t \in [1, 2400]$ generujeme 20 000 jedno-krokových (jednodenních) předpovědí. Pro konkrétní j a t získáváme matici o rozměrech $20\,000 \times 2$, kde první sloupec odpovídá předpovědím indexových výnosů a druhý pak měnovým výnosům pro období $t + 1$.

4. Ze získaných výnosů vytváříme $20\,000 \times 1$ rozměrný vektor, představující předpovědi jedno-denních výnosů j -té cizoměnové investice (pro $t + 1$).

5. Realizace 95%, resp. 99% VaR jako 5%, resp. 1% kvantil vektoru cizoměnových výnosů a následně realizace 95%, resp. 99% ES.

4 Výsledky a diskuze

Za účelem hodnocení získaných výsledků začínáme neformálním zpětným testováním v podobě uvažování podílu $\hat{\alpha}/\alpha$ mezi empirickou a teoretickou pravděpodobností neúspěchu metody, a to ve smyslu podhodnocení skutečné ztráty. V případě teoretické pravděpodobnosti pracujeme s hodnotami odpovídajícími hladinám významnosti jednotlivých odhadů, tj. $\alpha = 0,05$ a $0,01$. Empirická pravděpodobnost je určena jako relativní podíl mezi počtem chybných odhadů vedoucích k podhodnocení skutečné ztráty a počtem všech odhadů. Tab. 5 představuje pozorované poměry pro $\alpha = 0,05$, poměry odhadů odpovídajících 1% hladině významnosti, tedy $\alpha = 0,01$, jsou uvedeny v Tab 6.

Tab. 5: Poměry $\hat{\alpha}/\alpha$ pro 1-denní 95% VaR odhady

Metoda	USA	JAP	SWIS	IND	MEX	BRAZ
AD	1,0979	1,1319	1,1149	1,1319	0,9787	1,0128
A	1,1538	1,1837	1,1896	1,1399	1,0796	1,0960
D	1,1891	1,1795	1,1378	1,1585	1,1299	1,0513
S	1,2785	1,1963	1,0416	1,1677	1,1737	1,1237
RM	1,3191	1,2170	1,2340	1,2255	1,1830	1,0723
VC	1,3872	1,1830	1,0638	1,2085	1,2596	1,0723
HS250	1,3362	1,1660	1,2851	1,2085	1,2170	1,1319
HS500	1,3191	1,1489	1,3277	1,2426	1,0809	0,9857

Zdroj: vlastní zpracování

Tučně vyznačené hodnoty představují odhady, jež dle UC testu poskytují statisticky významně chybné odhady. Tučné orámování pak značí nejpřesnější odhad. Výsledky ukazují, že nejpřesnější výsledky jsou poskytnuty aplikací dynamické sešikmené Studentovy kopule. Ovšem aplikace ostatních kopul přináší rovněž uspokojivé výsledky. U ostatních metod nejsou výsledky napříč všemi sledovanými páry jednoznačné.

Konkrétně v případě 5% hladiny významnosti poskytuje dobré výsledky rovněž RM metoda – založená na parametrickém odhadu s aplikací EWMA pro modelování volatilitu a korelace. Rovněž historická simulace poskytuje v některých případech celkem dobré výsledky.

Tab. 6: Poměry $\hat{\alpha}/\alpha$ pro 1-denní 99% VaR odhady

Metoda	USA	JAP	SWIS	IND	MEX	BRAZ
AD	1,1915	1,1064	1,1489	1,0638	0,9362	1,1064
A	1,2796	1,2369	1,2897	1,1371	1,1298	1,1132
D	1,3977	1,1726	1,1797	1,2914	1,1644	1,1244
S	1,4896	1,3079	1,1554	1,3641	1,2136	1,1992
RM	2,3830	2,1702	2,0426	1,7021	2,1702	1,4894
VC	3,1064	2,3830	2,5106	2,1277	2,8085	2,0426
HS250	2,0000	1,8298	1,9149	1,6596	1,8723	1,9149
HS500	2,4255	1,8298	1,6596	1,4894	1,4468	1,2340

Zdroj: vlastní zpracování

Za účelem komplexnějšího porovnání Tab. 7 pro každý z testovaných modelů prezentuje průměrné hodnoty a směrodatné odchylky sledovaných poměrů. Směrodatná odchylka v tomto případě určuje míru odchýlení daného poměru od hodnoty 1 – viz předcházející kapitola. Z tabulky je patrné, že napříč sledovanými daty jsou metody založené na kopulách výkonnější než ostatní čtyři testované přístupy. Konkrétně nejlepšího výkonu je dosaženo použitím asymetrické dynamické kopule. Průměrný poměr empirické a teoretické pravděpodobnosti je při aplikaci této kopule nejbližší jedné a zároveň zde docházíme k nejnižší průměrné odchylce kolem jednotkového poměru.

Jinými slovy, počet chybných odhadů je přes všechna pozorovaná data podobný, bez výraznějších výkyvů. Mezi výkonem AD Studentovy kopule a ostatními kopulemi je relativně výraznější rozdíl. Nejméně přesná je z uvedených kopul symetrická Studentova kopule, jejíž aplikace v porovnání s ostatními kopulemi poskytuje volatilnější odhady.

Tab. 7: Průměry a odchylky poměrů z Tab. 5 a 6

	0,05		0,01	
	Průměr	SD	Průměr	SD
AD	1,0780	0,2412	1,0922	0,2994
A	1,1404	0,3584	1,1977	0,5164
D	1,1410	0,3628	1,2217	0,5896
S	1,1636	0,4375	1,2883	0,7593
RM	1,2085	0,5416	1,9929	2,5438
VC	1,1957	0,5510	2,4965	3,7763
HS250	1,2241	0,5743	1,8652	2,1351
HS500	1,1858	0,5448	1,6809	1,9104

Zdroj: vlastní zpracování

Ze zbývajících metod podává nejlepší výkon historická simulace, ovšem zde je třeba poukázat na výraznější odchylky v poskytovaných odhadech. Nejhoršího výkonu je dosaženo prostřednictvím základního parametrického přístupu, jehož odhady jsou zatíženy výraznou odchylkou.

Za účelem realizace zpětného testování prostřednictvím formálního přístupu je použit kombinovaný podmíněný (CC) test. Získané výsledky potvrzují zjištění uvedená výše, a sice že modely založené na aplikaci kopul mají výrazně nižší počet zamítnutí CC testu než aplikace ostatních přístupů. Například přesnost odhadů použitím základního parametrického přístupu a historická simulace HS250 jsou zamítnuty pro všechny sledované páry. Tab. 8 pro větší přehlednost uvádí pro jednotlivé přístupy počty zamítnutí UC a CC. Z tabulky jasně vyplývá výrazná preference AD Studentovy kopule. Co do přesnosti je na druhém místě je asymetrická kopule a dále dynamická (symetrická) kopule, jež při 1% hladině významnosti nedosahují rovněž žádného zamítnutí. Jako nejméně přesná se z použitých kopul jeví symetrická Studentova kopule. Na druhou stranu, v porovnání se zbývajícími přístupy, i tak poskytuje tato kopule kvalitní výstupy

Tab. 8: Počty zamítnutí v rámci UC a CC testů

	0,05		0,01	
	UC	CC	UC	CC
AD	0	0	0	0
A	0	1	0	0
D	0	2	0	0
S	1	2	0	1
RM	1	4	5	5
VC	3	6	6	6
HS250	2	6	6	6
HS500	3	6	3	4

Zdroj: vlastní zpracování

Kromě VaR byly výše představené metody použity k odhadu ES. Za účelem hodnocení přesnosti predikovaných ztrát byl použit aparát střední absolutní chyby (MAE), přičemž čím menší hodnota, tj. čím menší chyba, tím vyšší přesnost. Výsledné hodnoty pro jednotlivé modely a použité páry dat jsou v uvedeny v Tab. 9 pro $ES_{0,99}$.

Tab. 9: Zpětné testování 99% ES (hodnoty MAE)

Metoda	USA	JAP	SWIS	IND	MEX	BRAZ
AD	0,0085	0,0145	0,0088	0,0110	0,0094	0,0059
A	0,0102	0,0165	0,0107	0,0116	0,0127	0,0085
D	0,0087	0,0157	0,0092	0,1244	0,0099	0,0076
S	0,0120	0,0159	0,0125	0,0160	0,0141	0,1023
RM	0,0195	0,0272	0,0159	0,0207	0,0165	0,0098
VC	0,0095	0,0159	0,0110	0,0115	0,0082	0,0070
HS250	0,0097	0,0151	0,0098	0,0088	0,0072	0,0053
HS500	0,0005	0,0126	0,0027	0,0011	0,0009	0,0005

Zdroj: vlastní zpracování

Tučně jsou vyznačeny největší chyby, vztahující se k nejméně přesným odhadům, naopak zvýrazněně orámování náleží nejpresnějším odhadům. Pokud nejprve srovnáme výsledky u jednotlivých kopul, pak je z tabulek patrné, že nejvyšší přesnosti dosaženo pro AD Studentovu kopuli. Konkrétně, nepřesnější ES odhady jsou poskytnuty prostřednictvím historické simulace s historickým vzorkem 500 posledních hodnot. Naopak nejméně přesné odhady poskytuje aplikace RiskMetrics přístupu. Pokud ale porovnáváme pouze přístupy založené na kopulích, tak stejně jako v případě VaR, je nejlepšího výkonu dosaženo prostřednictvím AD kopule. Ovšem vzhledem k neilicibilitě ES, viz například Gneiting (2011), je výsledek v Tab. 9 uvažovat pouze jako orientační.

Získané výsledky potvrzují existenci asymetrické a dynamické závislosti na mezinárodních finančních trzích, a to jak rozvinutých, tak rozvíjejících se ekonomik. Tyto skutečnosti způsobují selhání běžně používaných metod, založených na aplikaci lineárních korelací. Dále zohlednění těchto závislostí při předpovídání budoucích ztrát, poskytuje méně volatilní odhady, než při použití tradičních metod.

Celkově zjišťujeme výskyt asymetrické závislosti mezi akciovým indexem a odpovídajícím měnovým kurzem. Konkrétně závislost jejich levých chvostů je ve většině případů vyšší než závislost pravých chvostů, což naznačuje že, současný pokles hodnoty akcií a depreciace odpovídajícího měnového kurzu je častější než opak, tedy růst hodnoty akcií a apreciacie měnového kurzu. Důvod častějšího výskytu uvedené formy asymetrie vyplývá především ze samotného charakteru použitých výnosů, kdy častěji dochází k záporným výnosům (tj. k poklesu cen) – viz záporné šikmosti použitých dat v Tab. 1 a 2. K podobným výsledkům dochází rovněž například Lin (2011). Kromě toho byly také poskytnuty důkazy proti v čase statické závislosti mezi akciovým portfoliem a příslušným měnovým kurzem. Tento výsledek znamená, že závislosti se mění v čase a tedy nacházíme dynamickou strukturu závislostí mezi akciemi a měnovými kurzy. Dynamika ve struktuře závislostí finančních výnosů je v současné době v centru hlavního zájmu výzkumníků, viz například Christoffersen a Langlois (2013) nebo Patton (2012) a je dána výraznější dynamikou ve volatilitě finančních výnosů.

Získané výsledky o dynamické a asymetrické závislosti mají důležité důsledky pro měření a řízení rizik. Výsledky zpětného testování ukazují, že hodnocený model asymetrické dynamické kopule poskytuje lepší předpovědní výkon než jiné široce používané modely, a to jak 95%, tak 99% hladině spolehlivosti.

Závěr

V rámci tohoto článku byla poskytnuta empirická studie vztahující se ke struktuře závislosti na mezinárodních finančních trzích. Celkově zjišťujeme výskyt asymetrické závislosti mezi akciovým indexem a odpovídajícím měnovým kurzem. Konkrétně, závislost jejich levých chvostů je ve většině případů vyšší než závislost pravých chvostů, což naznačuje že, současný pokles hodnoty akcií a depreciace odpovídajícího měnového kurzu je častější než opak, tedy růst hodnoty akcií a apreciacie měnového kurzu. Kromě toho byly také poskytnuty důkazy potvrzující přítomnost dynamické závislosti mezi akciovým portfoliem a příslušným měnovým kurzem. Tento výsledek znamená, že závislosti se mění v čase a tedy nacházíme dynamickou strukturu závislosti mezi akciemi a měnovými kurzy. Za účelem zachycení a zohlednění této asymetrické a dynamické struktury závislosti je navrženo použití podmíněné sešikmené Studentovy kopule, jež kromě zmíněné asymetrie a dynamiky umožňuje zachytit rovněž nelinearitu v závislostech a také přítomnou nenormalitu vícerozměrného rozdělení.

Získané výsledky o dynamické a asymetrické závislosti mají důležité důsledky pro měření a řízení rizik. Za účelem prezentace užitečnosti navrhovaného modelu AD kopule při předpovídání tržního rizika, je provedena jeho aplikace v rámci realizace odhadů VaR a ES. Výsledky zpětného testování ukazují, že hodnocený model poskytuje lepší předpovědní výkon než jiné široce používané modely, a to jak 95%, tak 99% hladině spolehlivosti. Model AD kopule proto může být pro finanční instituce a regulatorní orgány ideální volbou pro zajištění větší robustnosti řízení rizik na mezinárodních finančních trzích. Tedy struktura závislosti na mezinárodních finančních trzích je komplikovanější než struktura, kterou předpokládají klasické přístupy. Tento výsledek lze následně využít při realizaci optimální alokace aktiv na mezinárodních finančních trzích, kdy zohlednění asymetrie a dynamiky závislosti může být ekonomicky důležité.

Poděkování

Tento článek vznikl na Vysoké školy finanční a správní v rámci projektu „Nové možnosti a přístupy pro měření a řízení tržních rizik“ číslo 7427/2017/05 podpořeného z prostředků účelové podpory na specifický vysokoškolský výzkum.

Reference

- Bank for International Settlements. (2015). Currency Carry Trades in Latin America. [online]. *BIS Papers*. Dostupné na: <https://www.bis.org/publ/bppdf/bispp81.pdf>. [cit. 7. 12. 2016].
- Basher, S.A., Nechi, S., Zhu, H. (2014). Dependence patterns across Gulf Arab stock markets: A copula approach. *Journal of Multinational Financial Management*, 25-26(1), s. 30-50.
- Berkowitz, J., O'Brien, J.M. (2002). How accurate are Value-at-Risk models at commercial banks? *Journal of Finance*, 57(1), s. 1093–1112.
- Bloomberg.com. (2016). Rupee Carry Magic Looks Volatility-Proof as Funds Weigh Brexit. [online]. Dostupné na: <https://www.bloomberg.com/news/articles/2016-06-14/carry-trade-success-convinces-funds-rupee-will-ride-coming-storm>. [cit. 5. 12. 2016].
- Brooks, C. (2008). *Introductory econometrics for finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Christoffersen, P. (1998). Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 39(4), s. 841-862.

- Christoffersen, P., Errunza, V.R., Jacobs, K., Langlois, H. (2012). Is the potential for international diversification disappearing? A dynamic copula approach. *Review of Financial Studies*, 25(12), s. 3711-3751.
- Christoffersen, P., Langlois, H. (2013). The joint dynamics of equity market factors. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 48(5), s. 1371-1404.
- Czado, C., Schepsmeier, U., Min, A. (2012). Maximum Likelihood Estimation of Mixed C-Vines with Application to Exchange Rates. *Statistical Modelling*, 12(3), s. 229–255.
- Elkamhi, R., Stefanova, D. (2014). Dynamic hedging and extreme asset co movements. *Review of Financial Studies*, 28(3)
- Gneiting, T. (2011). Making and Evaluating Point Forecasts. *Journal of the American Statistical Association*, 106(494), s. 746–762.
- Harvey, A. C. (2013). *Dynamic Models for Volatility and Heavy Tails: with Applications to Financial and Economic Time Series*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Hong, Y., Tu, J., Zhou, G. (2007). Asymmetries in stock returns: Statistical tests and economic evaluation. *Review of Financial Studies*, 20(5), s. 1547-1581.
- Jorion, P. (2009). *Financial Risk Manager Handbook*. London: John Wiley & Sons.
- Kim, G., Silvapulle, M., Silvapulle, P. (2007). Comparison of semiparametric and parametric methods for estimating copulas. *Computational Statistics and Data Analysis*, 51(6), s. 2836–2850.
- Lin, F. (2011). Tail Dependence between Stock Index Returns and Foreign Exchange Rate Returns – A Copula Approach. [online]. Dostupné z: https://papers.ssrn.com/sol3/Delivery.cfm/SSRN_ID1931726_code732907.pdf?abstractid=1931726&mirid=1. [cit. 21. 12. 2017]
- Mneil, A.J., Embrechts, P., Frey, R. (2015). *Quantitative Risk Management*. New Jersey: Princeton University Press.
- Nguyen, C.C., Bhatti, M.I. (2012) Copula model dependency between oil prices and stock markets: Evidence from China and Vietnam. *Journal of International Financial Markets, Institutions a Money*, 22(4), s. 758–773.
- Patton, A. J. (2004). On the out-of-sample importance of skewness and asymmetric dependence for asset allocation. *Journal of Financial Econometrics*, 2(1), s. 130-168.
- Patton, A. (2012). A review of copula models for economic time series. *Journal of Multivariate Analysis*, 110(1), s. 4-18.
- Sklar, A. (1973). Random variables, joint distribution functions, and copulas. *Kybernetika*, 9(6), s. 449-460.

Kontaktní adresa

Mgr. Tomáš Jeřábek, MBA

Katedra financí, Fakulta ekonomických studií, Vysoká škola finanční a správní
 Estonská 500, 101 00 Praha 10 – Vršovice
 E-mail: jerabek@mail.vsfs.cz

Received: 01. 01. 2018, reviewed: 03. 04. 2018

Approved for publication: 27. 06. 2018