

UNIVERZITA PARDUBICE

Fakulta elektrotechniky a informatiky

Simulační model vytápění rodinného domu

Michal Mrázek

Diplomová práce

2018

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Akademický rok: 2016/2017

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Michal Mrázek**
Osobní číslo: **I15183**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Řízení procesů**
Název tématu: **Simulační model vytápění rodinného domu**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cíl: Vytvořit simulační model vytápění rodinného domu a odsimulovat různé strategie řízení.
Obsah teoretické části: Modelování a simulace, experimentální identifikace, regulace, dvou-polohový regulátor, PID regulátor, prediktivní regulátor.
Obsah implementační části: Vytvoření matematického modelu rodinného domu. Uvažování různé prostorové dispozice domu, různého způsobu vytápění (centrálního vytápění, přímotopů a podlahového topení) a zahrnutí vlivu okolní teploty a slunečního záření. Odhad neznámých parametrů. Verifikace modelu - simulace typických stavů a situací. Simulace různých strategií řízení a zhodnocení výsledků.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

DRÁBEK, O., MACHÁČEK, J. Experimentální identifikace. Vysoká škola chemicko-technologická v Pardubicích, 1987.

MIKLEŠ, J., FIKAR, M. Modelovanie, identifikácia a riadenie procesov 2. Identifikácia a optimálne riadenie. STU v Bratislave, 2004.

BALÁŤE, J. Automatické řízení. 2 vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2004.

DUŠEK, F., HONC, D. Matlab a Simulink, Úvod do používání. skriptum, Univerzita Pardubice, vydání první, Pardubice, 2005.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Daniel Honc, Ph.D.**

Katedra řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **20. října 2016**

Termín odevzdání diplomové práce: **17. května 2017**



Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.
děkan



L.S.



Ing. Daniel Honc, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 15. listopadu 2016

Prohlášení

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Beru na vědomí, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, a směrnicí Univerzity Pardubice č. 9/2012, bude práce zveřejněna v Univerzitní knihovně a prostřednictvím Digitální knihovny Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 3. 6. 2018

Michal Mrázek

Poděkování

Velké poděkování patří především mé rodině za neustávající podporu a důvěru. Dále panu Ing. Danielovi Honcovi, Ph.D. za jeho pomoc při vypracování.

V Pardubicích dne 3. 6. 2018

Michal Mrázek

ANOTACE

Účelem práce je návrh a ověření řízení teploty v rodinném domě pomocí prediktivního regulátoru. Velkou výhodou prediktivního řízení je možnost vzít v úvahu při výpočtu optimálního akčního zásahu vliv různých poruchových veličin, a to dokonce jejich budoucího průběhu. V práci je nejdříve vytvořen simulační model chování teploty v domě v simulačním prostředí Simulink. Na základě tohoto modelu jsou experimentální identifikací nalezeny přenosy topení, slunečního svitu a venkovní teploty pro jednu z místností, konkrétně pro obývací pokoj. Dále jsou na modelu porovnány různé způsoby regulace pomocí dvoupohodového regulátoru, PID regulátoru a prediktivního regulátoru.

KLÍČOVÁ SLOVA

experimentální identifikace, prediktivní regulace, matematické modelování, vytápění

TITLE

SIMULATION MODEL OF A FAMILY HOME HEATING SYSTEM

ANNOTATION

The aim of this work is a design and verification of heating control in a family home using model predictive control mechanisms. Big advantage of the predictive control is the possibility to take into account the influence of different variables on the output value counting with the dynamics. Firstly the simulation model of temperature behaviour in a home is created in Simulink software. Using experimental identification the transfer functions for heating, solar irradiation and outside temperature for the living room are found from the simulation model in Simulink. Then different approaches to control are shown using a relay, PID controller and predictive controller.

KEYWORDS

Experimental identification, Predictive control, Mathematical modelling, Heating systems

OBSAH

Seznam zkratek a značek	10
Seznam symbolů proměnných veličin a funkcí	11
Seznam ilustrací	13
Seznam tabulek	14
ÚVOD	15
1 ZPŮSOBY VYTÁPĚNÍ BUDOV	16
1.1 Kotel.....	16
1.2 Tepelné čerpadlo	16
1.3 Solární panely	16
1.4 Rozvod tepla	17
1.4.1 Radiátory.....	17
1.4.2 Radiační zdroje	17
2 ZPŮSOBY ŘÍZENÍ TEPLoty V DOMĚ	18
2.1 Řízení podle vnitřní teploty.....	18
2.2 Řízení podle venkovní teploty	18
2.2.1 Ekvitermní regulace topné vody	18
2.2.2 Ekvitermní regulace se zpětnou vazbou na vnitřní teplotu	19
2.3 Regulace podle zátěže	19
3 MODELOVÁNÍ A SIMULACE	20
3.1 Definice systému.....	20
3.2 Definice modelů.....	21
3.2.1 Statické a dynamické modely	21
3.2.2 Deterministické a stochastické modely.....	21
3.2.3 Lineární a nelineární modely	22
3.2.4 Modely se soustředěnými a rozloženými parametry.....	22

3.3	Tvorba modelu	22
3.3.1	Matematickofyzikální analýza	23
3.3.2	Experimentální identifikace	23
3.3.3	Diferenciální rovnice.....	24
4	EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE	27
4.1	Rozdělení podle druhu vstupního signálu	27
4.2	Explicitní a implicitní metody.....	27
4.3	Rozdělení podle druhu modelu	28
4.3.1	Diferenciální a diferenční rovnice.....	28
4.3.2	Frekvenční charakteristiky	28
4.3.3	Impulsní charakteristiky.....	29
4.4	Rozdělení podle kritéria shody	29
4.5	Metody pro odhad parametrů.....	31
4.5.1	Metoda nejmenších čtverců	31
5	METODY REGULACE	33
5.1	Prediktivní regulátor	33
5.1.1	Odvození prediktivního regulátoru s poruchovými veličinami	37
6	MODELOVÁNÍ.....	40
6.1	Schéma domu.....	40
6.2	Model topení	41
6.3	Model místnosti.....	44
6.3.1	Výměna tepla s okolím domu	45
6.3.2	Výměna tepla mezi místnostmi.....	46
6.3.3	Výkon topení.....	46
6.3.4	Tepelný výkon lidí	46
6.3.5	Tepelný výkon Slunce.....	46
6.3.6	Chodba	47

6.3.7	Ložnice.....	48
6.3.8	Kuchyň.....	49
6.3.9	Obývací pokoj.....	49
6.3.10	Koupelna.....	50
6.3.11	Záchod.....	51
6.3.12	Komora.....	52
7	VERIFIKACE MODELU.....	53
8	MODEL PRO PREDIKTIVNÍ REGULÁTOR.....	57
8.1	Forma modelu.....	57
8.2	Hledání hodnot parametrů modelu.....	57
8.3	Model vlivu venkovní teploty.....	58
8.4	Model vlivu slunečního záření.....	59
8.5	Model vlivu ventilu.....	60
9	SIMULOVANÉ REGULAČNÍ POCHODY.....	61
9.1	Regulace s dvupolohovým regulátorem.....	62
9.2	Regulace s PID regulátorem.....	63
9.3	Regulace s prediktivním regulátorem.....	66
9.3.1	Prediktivní regulace bez působení poruchových veličin.....	66
9.3.2	Prediktivní regulace s poruchou ve tvaru skokové změny svitu slunce.....	66
9.3.3	Prediktivní regulace s poruchou ve tvaru skokové změny venkovní teploty.....	68
9.3.4	Prediktivní regulace s vlivem slunečního svitu i venkovní teploty.....	69
10	ZÁVĚR.....	71
	POUŽITÁ LITERATURA.....	72
	PŘÍLOHY.....	74

SEZNAM ZKRATEK A ZNAČEK

AFUE annual fuel utilization efficiency, ukazatel účinnosti kotle

IAE integral absolute error kritérium

PID proporcionálně integračně derivační (regulátor)

SEZNAM SYMBOLŮ PROMĚNNÝCH VELIČIN A FUNKCÍ

c	měrná tepelná kapacita, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$,
d	porucha vstupující do soustavy
e	chyba
f	část popisující chování soustavy bez změny akčního zásahu neboli volnou odezvu
g	gradient
GU	součin matic, jehož výsledek popisuje tzv. vnucenou odezvu
H	Hessian
J	kritérium pro prediktivní regulátor
K	koeficient tepelného přenosu, $W \cdot K^{-1}$
K_m	minimalizační kritérium pro nalezení parametrů přenosu
m	hmotnost, kg
M	hmotnostní průtok, $kg \cdot s^{-1}$
m_r	hmotnost vody v radiátoru, kg
N_2	počet predikcí rozdílů měřené a žádané veličiny
N_u	počet predikcí změn akčních zásahů
o_r	otevření ventilu konkrétního radiátoru
p	aktuální zatížení kotle
q	váhový koeficient změn akčních zásahů
Q	matice váhových koeficientů změn akčních zásahů
r	váhový koeficient rozdílů hodnot
R	matice váhových koeficientů rozdílů měřené a žádané
S	kritérium pro Metodu nejmenších čtverců
T	časová konstanta soustavy, s
T_w	žádané teplota v prostoru, $^{\circ}C$
T_{wk}	korigovaná žádaná teplota, $^{\circ}C$
T_x	měřená teplota v místnosti, $^{\circ}C$
τ_{br}	doba chodu hořáku, s
τ_{brz}	spínací interval, s
u	vstup do soustavy
Δu	hodnota změny akčního zásahu
U	matice změn akčních zásahů
w	žádaná hodnota

W	matice budoucích žádaných hodnot
Y	je matice predikcí měřené veličiny
y	výstup ze soustavy
y_m	výstup z modelu
\hat{y}	odhad budoucí hodnoty měřené veličiny
γ_i	odhadované parametry
Z	zesílení soustavy

SEZNAM ILUSTRACÍ

Obrázek 3.1 – Znázornění systému.....	20
Obrázek 4.1 – Chyba výstupu.....	29
Obrázek 4.2 – Chyba vstupu.....	30
Obrázek 4.3 – Chyba rovnice	30
Obrázek 5.1 – Model použitý v prediktivním regulátoru	37
Obrázek 6.1 – Schéma domu	40
Obrázek 6.2 – Schéma topení	41
Obrázek 6.3 – Schéma kotle v Simulinku.....	41
Obrázek 6.4 – Schéma radiátoru v Simulinku	42
Obrázek 6.5 – Schéma děliče v Simulinku	42
Obrázek 6.6 – Schéma směšovače v Simulinku	43
Obrázek 6.7 – Schéma ložnice v Simulinku	45
Obrázek 7.1 – Vliv změny venkovní teploty na teplotu v místnosti.....	53
Obrázek 7.2 – Vliv změny slunečního svitu na teplotu v místnosti	54
Obrázek 7.3 – Vliv změny příkonu kotle na teplotu v místnosti a radiátoru.....	55
Obrázek 7.4 – Vliv otevření ventilu na teplotu radiátoru a teplotu v místnosti.....	56
Obrázek 8.1 – Identifikace pro skokovou změnu okolní teploty.....	58
Obrázek 8.2 – Identifikace pro skokovou změnu slunečního svitu	59
Obrázek 8.3 – Identifikace pro skokovou změnu otevření ventilu	60
Obrázek 9.1 –Průběh regulačního pochodu dvoustavového regulátoru	62
Obrázek 9.2 –Průběh regulačního pochodu PID regulátoru	64
Obrázek 9.3 –Průběh regulačního pochodu prediktivního regulátoru bez okolních vlivů	66
Obrázek 9.4 –Regulační pochod s poruchou ve formě slunečního svitu.....	67
Obrázek 9.5 – Výsledný průběh regulačního pochodu prediktivního regulátoru s vlivem venkovní teploty	68
Obrázek 9.6 – Výsledný průběh regulačního pochodu prediktivního regulátoru s okolními vlivy	69

SEZNAM TABULEK

Tabulka 6.1 – Rozměry ploch s okolními prostory	48
Tabulka 6.2 – Rozměry ploch s okolními prostory	48
Tabulka 6.3 – Rozměry ploch s okolními prostory	49
Tabulka 6.4 – Rozměry ploch s okolními prostory	50
Tabulka 6.5 – Rozměry ploch s okolními prostory	51
Tabulka 6.6 – Rozměry ploch s okolními prostory	51
Tabulka 6.7 – Rozměry s okolními prostory	52
Tabulka 9.1 – Hodnoty kritéria IAE	63
Tabulka 9.2 – Hodnoty sumy akčních zásahů	63
Tabulka 9.3 – Hodnoty kritéria IAE	65
Tabulka 9.4 – Hodnoty sum akčních zásahů	65
Tabulka 9.5 – Hodnoty kritéria IAE	70
Tabulka 9.6 – Hodnoty sum akčních zásahů	70

ÚVOD

Vytápění domů jde ruku v ruce s modernizací stavebních řešení a izolací domů pro jejich menší energetickou náročnost potřebnou k vytopení. Vytápění je totiž jedním z hlavních aspektů ovlivňujících spotřebu domu. Ve chvíli, kdy v domě chceme udržovat určitou teplotu, do něj musíme energii dodat za jakýchkoliv podmínek. V tomto ohledu jsou důležité pokroky v konstrukčních a stavebních řešeních a materiálech, které mohou pomoci snížit ztráty. Pokroky se dějí i na poli energetických zdrojů, především z pohledu účinnosti. Nejpoužívanějšími zdroji jsou různé druhy kotlů a tepelných čerpadel.

Možnosti pro zkvalitnění vytápění se naskýtají v oblasti regulace. Stále jsou ve velkém užívány různé přístupy k regulaci vytápění založené například na ekvitermní regulaci podle venkovní teploty, případně i se vztahem na jednotlivé zónové okruhy. Kvalita této regulace je ovšem závislá na otopné křivce, kterou je zapotřebí dobře definovat, což může být zdoluhavý proces. Teplota v domě je ovlivněna mnoha faktory, především vnitřním vytápěním, venkovní teplotou a slunečním zářením. Zároveň je dynamika změn pomalá a existují předpovědi. A tak se naskýtá možnost aplikace prediktivní regulace za využití prediktivního regulátoru, který dokáže vzít v potaz průběhy venkovní teploty a slunečního záření a jejich předpovědi, a na základě těchto informací upravit vytápění v domě tak, aby se dosáhlo optimálního regulačního pochodu.

Z důvodů nemožnosti testování na reálné budově bylo rozhodnuto vytvořit simulovaný model chování teploty v domě v jednotlivých místnostech se započítáním různých vlivů jako je okolní teplota, sluneční záření nebo vliv vzájemného oteplování nebo ochlazování mezi místnostmi. Intenzita jednotlivých vlivů mezi různými prostředími je dána například druhem materiálu nebo tloušťkou zdi. Na základě těchto modelů, založených na matematicko-fyzikální analýze a bilancování energií, jsou vytvořeny modely ve formě přenosových funkcí pro vliv topení, slunečního záření a venkovní teploty pro jednu z místností. Nalezené přenosové funkce jsou využity pro vytvoření vstupně-výstupního modelu pro prediktivní regulátor. Dále je simulována prediktivní regulace a porovnána s dvupolohovou a PID regulací teploty jedné místnosti, konkrétně obývacího pokoje.

1 ZPŮSOBY VYTÁPĚNÍ BUDOV

Pro vytápění domů se užívá různých principů a různých zdrojů energie. Zdroji tepla pro místnost může být například vzduch nebo voda, jejichž ohřívání probíhá například pomocí kotle, tepelného čerpadla, solárních panelů, nebo elektřiny.

1.1 Kotel

Kotel je jedním z nejběžnějších zdrojů tepla pro celý dům. Kotle ohřívají vodu předáváním energie spalováním různých druhů paliv. Příkladem paliv mohou být paliva tuhá (uhlí, nebo dřevo), kapalná, nebo plynná (zemní plyn). Případně mohou kotle využívat i energie elektrické, která se převádí na teplo. U kotle je důležitá jeho účinnost udávaná procentuálně tzv. ukazatelem AFUE, který udává, kolik procent energie z paliva bylo přeměněno na teplo (Energy.gov, 2015b).

1.2 Tepelné čerpadlo

Principem tepelných čerpadel není tvorba tepla, ale přesun tepla. V zimním období odebírají teplo z okolí a předávají ho do domu a v letním období mohou odebírat teplo z domu a předávat ho okolí (Energy.gov, 2015d).

Tepelné čerpadlo se skládá ze čtyř hlavních částí: kondenzátoru, trysky (expanzního ventilu), výparníku a kompresoru. Ve výparníku dochází k předání tepelné energie chladivu, které se následně vypaří. Tato pára je v kompresoru stlačena na vysoký tlak a pokračuje dále do kondenzátoru, kde předá své teplo. Nakonec průchodem tryskou (expanzním ventilem) se vrací zpět na původní hodnotu tlaku (TZB-Info, 2015).

Druhů tepelných čerpadel je několik. Základní tři typy jsou vzduchová, vodní a zemní tepelná čerpadla. Určuje to, s jakým prostředím se vyměňuje teplo.

1.3 Solární panely

Solární panely využívají sluneční energie k ohřevu vody nebo vzduchu. Ty mohou být dále hned využity k ohřevu místností, nebo v případě vody k ohřevu vody v akumulaci nádrži. Bývají vhodné k dodávání tepla do podlahového topení, které užívá poměrně nízkou teplotu kolem 35 °C. K cirkulaci vody se užívá čerpadlo, které udržuje rychlý průtok kapaliny, což zajistí, že se kapalina ohřeje o 5,6 °C až 11 °C, čímž se sníží ztráty oproti zahřívání na vysoké

teploty. Při ohřívání vzduchu pomocí sluneční energie se získaného tepla může využít pro ohřev vzduchu v rekuperační vzduchotechnické jednotce (Energy.gov, 2015a).

1.4 Rozvod tepla

Při použití vzduchu k ohřívání jednotlivých místností se k proudění vzduchu užívá vzduchotechniky, což vyžaduje mít v domě vzduchotechnické rozvody. Výhodou může být zakomponování chlazení pro letní měsíce.

Při využití vody se v místnostech užívá klasických radiátorů nebo podlahového topení. Dále se při užívání vody jako topného média užívá akumulární nádrže, ve které se teplota vody udržuje na určité hodnotě dostatečné pro pokrytí spotřeby tepla v domě.

1.4.1 Radiátory

Radiátory se dají rozdělit na dva typy, dříve se užívaly velké radiátory využívající páry, dnes se užívají především radiátory na horkou vodu. Mohou ale být i elektrické, kdy se pro rozehrání materiálu radiátoru nevyužívá vody, ale přivedené elektrické energie. Část svého tepla může radiátor do okolí přenášet radiací. Umísťují se často pod okny pro lepší cirkulaci vzduchu (Energy.gov, 2015c).

1.4.2 Radiační zdroje

Radiační princip je založen na infračerveném záření, které neohřívá vzduch jako takový, ale přímo předměty. Tyto zdroje mohou být na zdi nebo stropě. Většinou užívají elektrické energie a jejich výhodou je rychlá reakce (Energy.gov, 2015e).

Mezi radiační zdroje se řadí i podlahové topení, ale u něj je, stejně jako u radiátorů, přenos tepla zajištěn konvekcí.

Podlahové topení může být elektrické nebo vodní. Vodní funguje podobně jako radiátor, ale konstrukce je jiná a používá se nižší teplota do 35 °C. Elektrické je založeno na elektrických kabelech vedených v podlaze. Nevýhodou elektřiny může být její cena, proto je výhodné zabudování topení do materiálu s velkou tepelnou kapacitou. Ten se nahřeje v době, kdy je elektřina levnější a po zbytek času se setrvačností teplota v místnosti udrží. Kvůli setrvačnosti to ovšem nemusí být ideální zdroj pro rychlé změny, a proto se podlahové topení často udržuje na konstantní teplotě (Energy.gov, 2015e).

2 ZPŮSOBY ŘÍZENÍ TEPLoty V DOMĚ

Řízení vytápění v budovách může mít různé podoby. V zásadě se řízení dá rozdělit do části řízení zdroje tepla a části individuální regulace jednotlivých otopných částí. Obojí může být řízeno například podle vnitřní teploty v budově, nebo podle venkovní teploty, tzv. ekvitermní řízení. Dále může být obojí řízeno individuálně, anebo například zavést závislost teploty topné vody na základě potřeby tepla jednotlivých místností. Účelem této práce je navrhnout alternativu k dlouhodobě používaným přístupům a využití modernějšího a komplexnějšího přístupu k řízení vytápění.

2.1 Řízení podle vnitřní teploty

Vnitřní teplota se může užívat ve dvou formách, buď se pro řízení využívá jen teplota referenční místnosti, kterou může být například obývací pokoj, anebo se mohou vzít v potaz i jednotlivé místnosti. Na základě těchto teplot se může regulovat přímo zdroj tepla, nebo se směřováním reguluje topná voda do soustavy a zdroj může být regulován zvlášť. Nevýhodou při užití regulace pouze přes teplotu referenční místnosti je závislost vytápění v ostatních místnostech pouze na této jedné místnosti. Regulátor totiž nemá zpětnou vazbu o chování ostatních místností a nemůže tedy vzít v potaz například jejich oslunění či další vlivy (Bašta, 2007).

2.2 Řízení podle venkovní teploty

2.2.1 Ekvitermní regulace topné vody

Na základě venkovní teploty se reguluje teplota topné vody do soustavy na základě tzv. otopné nebo ekvitermní křivky, která může mít různé zakřivení, které zohlední požadavky konkrétní budovy. Její nastavení je tedy potřeba individualizovat a průběžně optimalizovat podle chování vytápěného objektu. Správné fungování ekvitermní regulace je tedy velmi závislé od nastavení otopné křivky. Další nevýhodou je, že nebere v potaz tepelné zisky z okolí. Tímto způsobem se ale reguluje pouze teplota topné vody do systému, tedy zdroj tepla, nikoliv teplota v místnosti, proto se využívá i spojení s regulací podle vnitřní teploty (Bašta, 2007).

2.2.2 Ekvitermní regulace se zpětnou vazbou na vnitřní teplotu

Regulátor může na základě zpětné vazby na vnitřní teplotu dosáhnout přesnější regulace. Regulace může být dlouhodobého charakteru, kdy se postupně mění vlastnosti otopné křivky jako její strmost či paralelní posun pro optimalizaci na základě dlouhodobějšího chování budovy. Regulace krátkodobého charakteru křivku zanechává stejnou, ale přepočítává tzv. korigovanou žádanou teplotu v prostoru na základě žádané teploty v prostoru tak, aby teplota topné vody regulovaná podle ekvitermní křivky byla dostatečná anebo naopak aby nebyla příliš teplá. Pro regulaci v krátkodobém horizontu se využívá vzorce 2.1 pro výpočet korigované žádané teploty (Bašta, 2007).

$$T_{wk} = T_w + \frac{K}{2}(T_w - T_x), \quad (2.1)$$

kde T_{wk} – je korigovaná žádaná teplota, °C,

T_w – žádaná teplota v prostoru, °C

K – faktor vlivu prostorové teploty,

T_x – měřená teplota v místnosti, °C.

2.3 Regulace podle zátěže

Regulací podle zátěže se rozumí taková regulace, která bere v potaz potřebu dodávaného tepla. Tato potřeba se počítá poměrem spínacích časů hořáku podle vzorce 2.2, který odpovídá aktuálnímu zatížení kotle (Bašta, 2007)

$$p = \frac{\tau_{br}}{\tau_{brz}}, \quad (2.2)$$

kde p – je aktuální zatížení kotle,

τ_{br} – doba chodu hořáku, s

τ_{brz} – spínací interval, s.

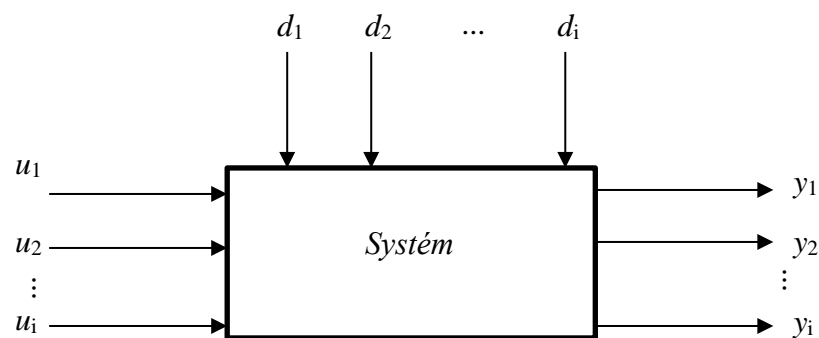
Řízení podle zátěže se dá využít i společně s ekvitermní regulací, kdy se počítá průměr žádané teploty topné vody podle ekvitermní regulace a žádané teploty topné vody vypočítané podle křivky zátěže (Bašta, 2007).

3 MODELOVÁNÍ A SIMULACE

V této kapitole jsou popsány všeobecné přístupy k modelování, které se v praxi mohou využívat. Pro výsledný model domu byl použit přístup bilance energií a dále pro prediktivní regulátor vstupně-výstupní popis systému založený na diferenciálních rovnicích.

3.1 Definice systému

Dalšími slovními spojeními mohou být například proces nebo soustava, které v zásadě označují totéž. Systém je velmi komplexní pojem využívaný v různých vědních oborech. Pod pojmem systém si můžeme představit abstraktní vyjádření, které slouží k popisu části reality. Samotný systém můžeme znázornit jako abstraktní blok, který je ovlivňován vstupy a poruchami z okolí a jeho chování sledujeme pomocí výstupních veličin. Znázornění je na obrázku 4.1 (Mynařík, 2012, str. 11; Drábek, 1987, str. 4).



Obrázek 3.1 – Znázornění systému

Vstupy, poruchy a výstupy se nazývají signály. Pod tímto pojmem si můžeme představit například různé fyzikální veličiny jako teplotu, tlak apod. Veličiny, které systém ovlivňují, může být mnoho, a ne všechny mohou být měřitelné, nebo by měření všeho mohlo být příliš náročné. Proto se měřené veličiny určí podle toho, co nás na systému zajímá a podle toho, které veličiny jsou považované za podstatné pro chování systému (Mynařík, 2012 str. 11; Drábek, 1987, str. 4).

Dále je důležité určení vzájemných vztahů mezi veličinami. Tyto vzájemné vazby určují chování systému. Modelováním nazýváme vyjádření těchto závislostí mezi veličinami pomocí matematického popisu (Mynařík, 2012, str. 11; Drábek, 1987, str. 4).

3.2 Definice modelů

Modelem se rozumí matematická reprezentace reality reálného systému. Model nám pomáhá k analýze chování systému samotného, aniž bychom museli provádět experimenty přímo na reálném systému. Tyto experimenty by mohly být příliš drahé a dlouhé, nebo by mohlo dojít i k jeho zničení ve chvíli, kdy budeme studovat jeho limitní parametry. Analýzou se dá také chápat například predikování budoucího chování systému nebo zkoumání vlivu jednotlivých veličin. Modely lze klasifikovat podle různých kritérií (Murray, 2010, str. 32; Mynařík, 2012, str. 18).

3.2.1 Statické a dynamické modely

Všeobecně systémy mohou být například statické nebo dynamické. Pojem „statický“ vyjadřuje, že výstup systému je určen jednoznačně jeho vstupem bez uvažování vlivu času. U dynamických systémů je výstup ovlivněn i časem. Dynamické systémy jsou nejrozšířenější. Statický model je stavem dynamického systému v tzv. ustáleném stavu (Murray, 2010, str. 32; Mynařík, 2012, str. 19).

Dynamické systémy mohou být dále vnímány ze dvou pohledů, interního anebo externího. Interní pohled se zabývá popisem tzv. stavů systému. Externí pohled se nezajímá o celé vnitřní chování, ale o vazby mezi vstupy a výstupy. Modely postavené na interním pohledu jsou nazývány například stavové nebo tzv. white-box modely. Tyto modely jsou postavené na celkovém popisu chování systému tak, aby bylo zachyceno i chování uvnitř systému samotného. Externí pohled vyjadřuje vztah mezi vstupem a výstupem, nezabývá se vnitřními stavy systému jako takového, ale vazbou, jak konkrétní vstupy ovlivní chování systému na výstupu. Tyto modely mohou být nazývány vstupně-výstupní nebo black-box modely. Třetí možností jsou ještě tzv. grey-box modely, jejichž struktura má základ v teoretickém fungování systému, respektive struktura je založena na fyzikálních zákonech. Ale je zapotřebí experimentu pro nalezení konkrétních hodnot parametrů (Murray, 2010, str. 32).

3.2.2 Deterministické a stochastické modely

Dalším možným rozdělením jsou systémy deterministické a stochastické. Pro deterministické systémy platí, že při stejných podmínkách jsou výsledky stejné. Podmínkami rozumíme všechny vstupy, které v modelu postihujeme. Znamená to, že deterministický systém není ovlivněn rušivými signály. Většina modelů ale nepostihuje veškeré vlivy a chování

reálného systému se pouze blíží. Reálný systém bude vždy ovlivněn ještě něčím, co v modelu nepostihneme. Pro systémy, které obsahují náhodné chování a jsou ovlivněny rušivými signály, používáme označení stochastické (Murray, 2010, str. 32; Mynařík, 2012, str. 19; Drábek, 1987, str. 8).

U deterministických modelů se popisuje přímo konkrétní stav systému, který nastane pro danou kombinaci vstupů. U stochastických modelů se určuje pravděpodobnost, s jakou se daný stav vyskytne za určitých podmínek (Mynařík, 2012, str. 19; Drábek, 1987, str. 8).

3.2.3 Lineární a nelineární modely

Matematické modely jsou často vyjádřené diferenciálními rovnicemi, které vyjadřují vztahy mezi veličinami a mezi proměnnými. Tyto vztahy mohou být lineární nebo nelineární. Nelineárními rozumíme například mocniny a odmocniny stavových veličin, nebo když se v rovnici vyskytuje nelineární funkce jako například sinus (Mynařík, 2012, str. 20; Drábek, 1987, str. 4).

3.2.4 Modely se soustředěnými a rozloženými parametry

Model se soustředěnými parametry vyjadřuje systém, ve kterém je jeho stav konzistentní v celém prostoru, to znamená, že měřený stav není závislý na místě, kde je měřen. Tyto modely jsou popsány obyčejnými diferenciálními rovnicemi, tzv. ODE. Naopak pro systémy s rozloženými parametry tohle neplatí a jejich měřený stav je závislý na místě, kde ho měříme. Příkladem může být měřená teplota v nádobě, kde nedochází k dokonalému promíchávání, a tedy v různých místech nádoby se bude lišit naměřená teplota. Model s rozloženými parametry bude popsán parciálními diferenciálními rovnicemi (Mynařík, 2012, str. 20).

3.3 Tvorba modelu

Při tvorbě modelu se určí procesy, které systém ovlivňují a veličiny, které tyto procesy znázorňují. Vezme se v potaz i důležitost jednotlivých procesů a veličin, aby se zakomponovaly ty, které mají největší vliv, a došlo tím ke zjednodušení modelu. Po analýze těchto procesů přichází na řadu matematická definice chování systému. Pro matematický popis se nejčastěji užívají diferenciální rovnice ať ve formě obyčejných nebo parciálních diferenciálních rovnic, nebo stochastických diferenciálních rovnic obsahujících i náhodnou složku. Následuje

simulace, což je proces zavedení matematického popisu do simulačního programu, který rovnice řeší a poskytuje výsledky. Nakonec dochází k vyhodnocení vhodnosti modelu (Mynařík, 2012 str. 20).

Model můžeme vytvořit v zásadě dvěma způsoby, matematickofyzikální analýzou, nebo experimentální identifikací (Drábek, 1987 str. 4).

3.3.1 Matematickofyzikální analýza

Pro popis systému je základem rozložení chování na jednodušší části, které popisujeme pomocí bilančních rovnic založených na zákonech zachování energie a hmoty. Bilanční rovnice může mít podobu jako v rovnici (Mynařík, 2012, str. 26; Drábek, 1987, str. 4)

$$\text{vstup} + \text{vznik} = \text{výstup} + \text{akumulace}. \quad (3.1)$$

Akumulací rozumíme změnu množství veličiny v systému za časový interval. Akumulace může být kladná nebo záporná, což znamená, že systém může nabývat nebo ztrácet energii. Tato akumulace je ovlivněna energií, která do systému vstupuje a energií, která je ze systému odebírána. Jejich rozdílem získáme akumulaci.

Výhodou matematicko-fyzikální analýzy je, že popis je založen na fyzikálních zákonech, jeho koeficienty tedy mají reálný fyzikální význam. Nevýhodou je potřeba důkladné analýzy a dobré znalosti vnitřního chování systému. K matematicko-fyzikální analýze zpravidla dochází za zjednodušujících předpokladů. Samotný matematický popis je ve formě diferenciálních rovnic (Drábek, 1987 str. 4,5).

3.3.2 Experimentální identifikace

Při experimentální identifikaci nemusí být známé žádné informace o vnitřním chování systému. Je založena na měřených datech, ze kterých se určují jak parametry modelu, tak jeho tvar. Parametry se hledají porovnáváním chování modelu a reálného systému podle zadaného kritéria. Nevýhodou je, že takto získaný model nemá fyzikální základ a jeho parametry nemusí přímo souviset s reálnými parametry systému. Matematicko-fyzikální analýza a experimentální identifikace se mezi sebou mohou kombinovat a může se tak například využít znalostí fyzikálního chování systému pro definování tvaru modelu a experimentální identifikace pro nalezení parametrů modelu.

3.3.3 Diferenciální rovnice

Všeobecně jsou diferenciální rovnice takové rovnice, ve kterých se objevuje derivace funkce. Diferenciální rovnice se dělí na několik různých typů. Nejzákladnějším a nejčastějším jsou obecné diferenciální rovnice označované ODE. Dále existují například parciální diferenciální rovnice nebo stochastické diferenciální rovnice, které v rovnici obsahují člen pro popis tzv. bílého šumu. Rozdělit se dají i na lineární a nelineární diferenciální rovnice.

Příkladem jednoduché obecné diferenciální může být rovnice

$$\frac{df}{dt} = 0. \quad (3.2)$$

Tato základní rovnice vyjadřuje, že derivace funkce f je rovna nule, což znamená, že její změna je nulová, ale neznamená to, že její hodnota musí být také nulová. Jedná se o konstantní signál. Samotnou integrací nezískáme celý výsledek, protože po integraci nám ještě zůstane neznámá konstanta c . Tuto hodnotu určíme z počátečních podmínek diferenciální rovnice (Nykamp, 2017).

Pro řešení diferenciálních rovnic se využívá výpočet určitého integrálu. Od počátečního bodu v čase a , definovaný počátečními podmínkami, až do konečného bodu v čase b . Příklad takové diferenciální rovnice může být 3.3 a následuje výpočet integrálu pomocí vzorce 3.4 (Nykamp, 2017).

$$\frac{df}{dt} = m \sin t, \quad (3.3)$$

$$f(b) - f(a) = \int_a^b \frac{df}{dt} dt = \int_a^b (m \sin t) dt = -m \cos b - (-m \cos a). \quad (3.4)$$

kde m – je konstanta,
 b – koncový bod v čase,
 a – počáteční bod v čase.

Často ale dochází k momentu, kdy se v diferenciální rovnici vyskytuje funkce i na pravé straně rovnice. Příkladem může být rovnice

$$\frac{df}{dt} = af(t) + b, \quad (3.5)$$

kde a – je konstanta,
 b – konstanta.

V tomto případě se využívá převedení všech prvků obsahujících funkci na levou stranu podle vzorce 3.6 a dále se využívá substituce v rovnici podle 3.7 (Nykamp, 2017).

$$\int \frac{\frac{df}{dt} dt}{af(t) + b} = \int 1, \quad (3.6)$$

$$dz = \frac{df}{dt} dt. \quad (3.7)$$

To vede na řešení integrálu podle vzorce

$$\int \frac{\frac{df}{dt} dt}{af(t) + b} = \int \frac{dz}{az + b} = \frac{1}{a} \log|az + b| + C_1 = \frac{1}{a} \log|af(t) + b| + C_1, \quad (3.8)$$

$$\int 1 dt = t + C_2. \quad (3.9)$$

Výsledky rovnic 3.8 a 3.9 se dosadí zpět do rovnosti 3.6 a ze dvou konstant C_1 a C_2 se vytvoří nová konstanta C_3 podle 3.11.

$$\frac{1}{a} \log|af(t) + b| + C_1 = t + C_2, \quad (3.10)$$

$$C_3 = C_2 - C_1, \quad (3.11)$$

Následným řešením rovnice se převedením logaritmu na exponenciálu získá řešení funkce f v čase t podle 3.14.

$$\frac{1}{a} \log|af(t) + b| = t + C_3, \quad (3.12)$$

$$|af(t) + b| = e^{(at + aC_3)}, \quad (3.13)$$

$$f(t) = \pm \frac{1}{a} e^{(at + aC_3)} - \frac{b}{a}. \quad (3.14)$$

Pro popis modelu se využívá například vstupně/výstupní diferenciální rovnice ve tvaru (Mynařík, 2012, str. 29)

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_m u^{(m)}(t) + \dots + b_1 \dot{u}(t) + b_0 u(t). \quad (3.15)$$

kde a_i – jsou konstantní koeficienty pro výstupní veličinu y ,
 b_i – jsou konstantní koeficienty pro vstupní veličinu u ,
 n – nejvyšší řád derivace výstupní veličiny y ,
 m – nejvyšší řád derivace vstupní veličiny u .

Stupeň nejvyšší derivace n určuje tzv. řád systému. Řád pravé strany m , strany vstupů, musí být menší nebo roven řádu levé strany. Jde o podmínku fyzikální realizovatelnosti takového systému (Mynařík, 2012, str. 30).

4 EXPERIMENTÁLNÍ IDENTIFIKACE

Jedná se o postup hledání parametrů modelu, případně i definování jeho struktury, na základě měřených vstupních a výstupních dat ze systému. Parametry modelu se hledají minimalizací rozdílu chování modelu oproti reálnému systému pomocí zvoleného kritéria, které tento rozdíl vyjadřuje (Drábek, 1987, str. 69).

4.1 Rozdělení podle druhu vstupního signálu

Podle druhu vstupního signálu se hovoří o aktivní nebo pasivní analýze systému. Aktivní znamená, že měníme přímo vstupy, které do systému vstupují, a sledujeme reakce na výstupu. Výhodou je možnost zvolení ideálních vstupních signálů podle různých identifikačních metod. Nevýhodou ale může být, že ne u všech systémů je možné je odstavit z normálního provozu. Pasivní vyjadřuje, že sledujeme vliv poruchových veličin (Drábek, 1987, str. 69).

Dalším rozdělením vstupních signálů je jejich tvar. Může se jednat o deterministické signály, které mají přesně definované vlastnosti, nebo o signály náhodné a pseudonáhodné.

Deterministické signály mohou být dále periodické (například sinus), nebo neperiodické. Periodické deterministické signály slouží k vyhodnocení frekvenčních charakteristik systému. Pro získání frekvenčních charakteristik se měření opakuje se vstupním signálem o různých frekvencích. Neperiodické slouží k vyšetření přechodových a impulsních charakteristik. Nevýhodou neperiodických signálů je, že jejich frekvenční spektrum není různorodé a neobsahují příliš vysokých frekvencí, a tudíž u některých systémů může být zhoršena přesnost modelu (Drábek, 1987, str. 70).

Náhodné a pseudonáhodné signály se často užívají pro identifikaci stochastických soustav. Pseudonáhodný signál má statistické vlastnosti jako náhodný signál, ale v zásadě se jedná o deterministický typ signálu. Tím zůstává výhoda reprodukovatelnosti měření (Drábek, 1987, str. 70).

4.2 Explicitní a implicitní metody

Explicitní metoda je založená na principu, kdy identifikace parametrů modelu probíhá po ukončení experimentu, po ukončení měření dat. Mohou se také nazývat nerekurentní nebo nerekurzivní metody (Drábek, 1987, str. 71).

Implicitní metody jsou založeny na zpracovávání signálů postupně. Nalezený model se tedy může neustále měnit v závislosti na chování systému v daném úseku identifikace. Mohou se tedy sledovat změny vlastností soustavy v čase. Implicitní metody se také nazývají rekurentní nebo rekurzivní. Je jimi možno realizovat identifikaci v reálném čase, tzv. on-line identifikaci (Drábek, 1987, str. 71).

4.3 Rozdělení podle druhu modelu

Modely se dají rozdělit na parametrické a neparametrické. Parametrické modely mají určitou strukturu, tím rozumíme například řád diferenciální rovnice, nebo dopravní zpoždění soustavy. Různé systémy budou popsány různou diferenciální rovnicí. Strukturu této diferenciální rovnice můžeme znát již předem, nebo ji můžeme odhadovat společně s parametry. Neparametrické modely struktury nemají (Drábek, 1987, str. 72).

4.3.1 Diferenciální a diferenční rovnice

Diferenciální rovnice slouží k popisu vztahu mezi vstupními a výstupními spojitými signály. Tento tvar se často používá pro modely vytvořené pomocí matematicko-fyzikální analýzy. Identifikace tímto způsobem je založena například na aproximaci přechodové charakteristiky tečnou v inflexním bodě nebo vyhodnocení impulsní charakteristiky používaných v teorii automatické regulace. Tento přístup je vhodný pro systémy, jejichž chování není ovlivněno rušivými signály (Drábek, 1987, str. 72).

Diferenční rovnice popisuje vztah mezi diskrétními hodnotami vstupních a výstupních signálů. Diferenciální rovnice se dají převést na diferenční rovnice nahrazením derivací za minulé diskrétní hodnoty časové funkce. Pro získání hodnot parametrů se užívá statistických metod. Pro verifikaci matematicko-fyzikální analýzy může dojít k převedení na diferenciální rovnice (Drábek, 1987, str. 72).

Samotné diferenciální a diferenční rovnice se pro popis systému mohou použít ve formě přenosové funkce, ať už spojitě nebo diskrétní, anebo ve formě stavového popisu.

4.3.2 Frekvenční charakteristiky

Dalším typem modelu jsou frekvenční charakteristiky popisující chování systému při různých frekvencích signálů. K tomu se používá absolutního poměru výstupu ke vstupu a jejich fázového posunu. K získání frekvenční charakteristiky systému se na vstupní signály přivede

periodický puls například ve formě sinusové vlny. Takový periodický signál ale nemusí být fyzikálně realizovatelný pro některé veličiny. Lze ale získat frekvenční charakteristiku využitím jednodušších typů signálů, například obdélníkového nebo lichoběžníkového. Nevýhodou ale může být obtížný převod na jiný typ modelu (Drábek, 1987, str. 73).

4.3.3 Impulsní charakteristiky

Impulsní charakteristika se získá měřením reakce výstupu na impuls přivedený na vstup. Tento způsob je možno použít pro soustavy, které nejsou ovlivněny šumem. Případně se dá využít korelační analýzy vstupu a výstupu soustavy.

4.4 Rozdělení podle kritéria shody

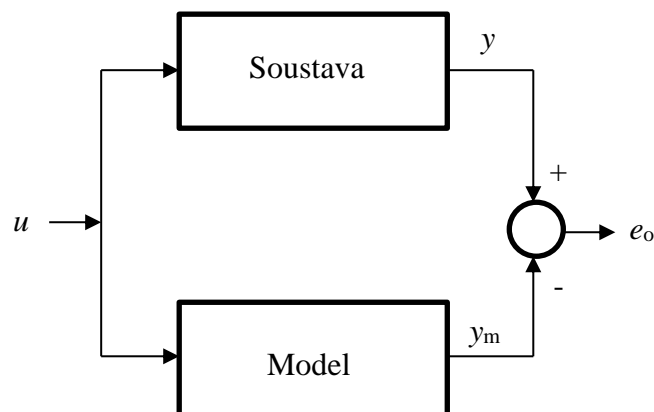
Rozdíl mezi chováním systému a modelu můžeme vyjádřit chybovou funkcí, která může mít různé podoby. Samotná chybová funkce se nejčastěji zapisuje jako integrál kvadrátu chyby podle rovnice 4.1.

$$S = \int_0^T e^2(t) dt, \quad (4.1)$$

kde e – je chyba.

Chyba výstupu, ve které se porovnávají výstupní signály modelu a soustavy, je popsána rovnicí 4.2 a schematicky znázorněna na obrázku 4.1 (Drábek, 1987, str. 74).

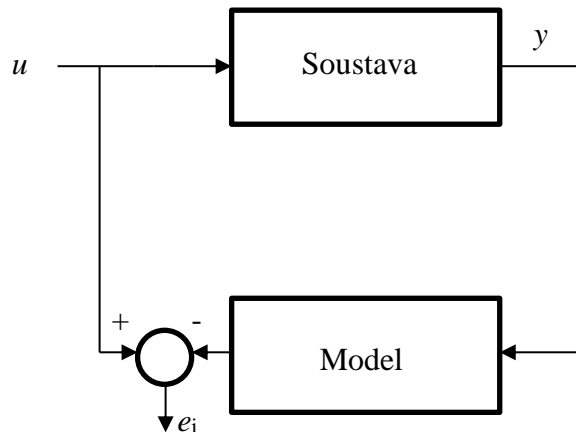
$$e_o = y - M \cdot u. \quad (4.2)$$



Obrázek 4.1 – Chyba výstupu

Chyba vstupu, která vyjadřuje rozdíl vstupu do soustavy a vstupu, který by musel být na vstupu modelu, aby jejich výstupy byly stejné, je popsána rovnicí 4.3 a schematicky znázorněna na obrázku 4.2 (Drábek, 1987, str. 74).

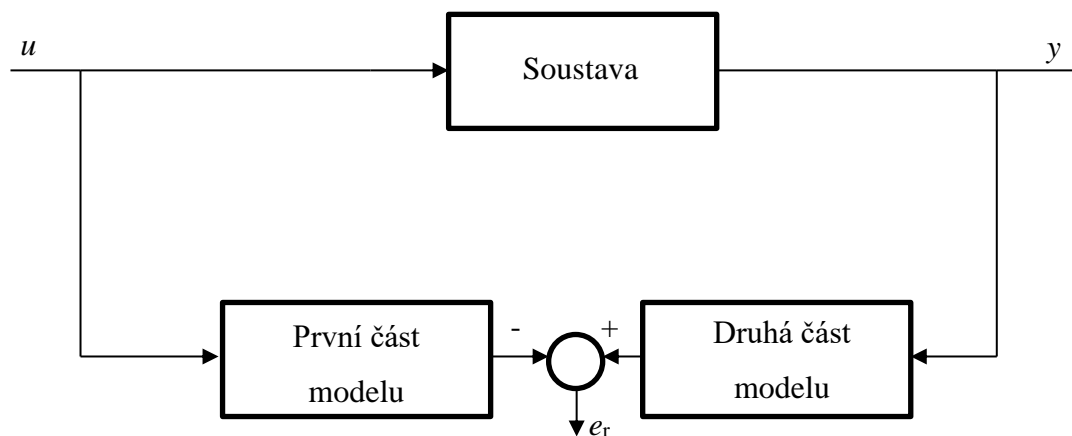
$$e_i = u - M^{-1} \cdot y. \quad (4.3)$$



Obrázek 4.2 – Chyba vstupu

Chyba rovnice, popsaná vzorcem 4.4 a znázorněna na obrázku 4.3, je rozdělena na dvě části modelu a vyjadřuje rozdíl mezi výstupem jedné části a vstupem druhé části. Tato chyba se může použít například u modelů ve formě diferenční rovnice (Drábek, 1987, str. 74)

$$e_r = M_2^{-1} \cdot y - M_1 \cdot u. \quad (4.4)$$



Obrázek 4.3 – Chyba rovnice

4.5 Metody pro odhad parametrů

Obecný tvar modelu, jehož parametry se určují, má podobu podle rovnice 4.5. V této rovnici je zahrnuta i chyba $e(k)$, která vyjadřuje ovlivnění naměřených hodnot šumem. V této chybě může být zahrnut i nesouhlas modelu a reálné soustavy (Drábek, 1987, str. 87).

$$y(k) = \sum_{i=1}^r \gamma_i \cdot f_i(k) + e(k), \quad (4.5)$$

kde γ_i – odhadované parametry,
 f_i – funkční hodnoty,
 e – hodnoty chyb.

Maticově by se výpočet hodnot y dal zapsat jako

$$y = \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{e}. \quad (4.6)$$

Příklad ve formě diferenční rovnice prvního řádu je uveden v rovnici

$$y(k) = b \cdot u(k-1) - a \cdot y(k-1). \quad (4.7)$$

kde b – koeficient určující vliv předchozího akčního zásahu,
 a – koeficient určující vliv předchozí měřené veličiny.

Pro popis vlastností odhadů se užívá několika charakteristik. Například nestrannost, která vyjadřuje, že nalezené odhady nejsou zatíženy systematickou chybou. Dalším je například konzistence odhadu, což znamená, že zvyšováním počtu měření se chyba odhadu bude snižovat.

4.5.1 Metoda nejmenších čtverců

Pro získání hodnot parametrů, respektive jejich odhadů, se užívá minimalizace součtu kvadrátů odchylek, respektive chyby $e(k)$ podle vzorce

$$S = \sum_{k=1}^N e^2(k) = \sum_{k=1}^N \left[y(k) - \sum_{i=1}^r \gamma_i \cdot f_i(k) \right]^2. \quad (4.8)$$

Přepisem vzorce 4.8 do maticového tvaru získáme vzorec

$$S = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\gamma})^T \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{F}\boldsymbol{\gamma}). \quad (4.9)$$

Minimum tohoto kritéria získáme položením parciálních diferenciálních rovnic podle parametrů rovných nule podle vzorce

$$\frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{\gamma}} = 0. \quad (4.10)$$

Maticový zápis kritéria a výsledného výpočtu parametrů se provádí podle rovnice

$$\boldsymbol{\gamma} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y}. \quad (4.11)$$

Metoda nejmenších čtverců je vhodná především pro odhad parametrů statických modelů, nebo pro modely dynamické, které popisují deterministickou soustavu, která není příliš ovlivněná šumem. Výhodou je jednoduchost řešení.

5 METODY REGULACE

Pro řízení se nejčastěji užívají dvoustavové nebo PID regulátory, se kterými jsou za dobu jejich existence rozšířené znalosti, a jejich relativní jednoduchost jim přidává na výhodách pro rychlou implementaci. Jejich schopnosti jsou ovšem omezené, a tak s technologickým vývojem a zvyšováním dostupného výpočetního výkonu se implementují i složitější mechanismy řízení. Mezi složitější přístupy patří prediktivní regulátor, jehož výhodou je, že může vzít v potaz různá omezení, dynamiku soustavy a předpověď budoucího chování. Nevýhodou může být vyšší složitost a potřeba mít dostatečně přesný matematický model soustavy.

5.1 Prediktivní regulátor

Prediktivní regulátor je založen na hledání optimálního řešení určitého kritéria. Optimální řešení bývá často vyjádřeno jako minimum určité funkce, kritéria. Toto kritérium může mít různé podoby podle konkrétních aplikací. V případě automatizace to je kritérium ve tvaru 5.1, které vyjadřuje, že optimum je nulový rozdíl měřené a žádané hodnoty s využitím co možná nejmenšího množství energie.

$$J = \sum_{j=1}^{N_2} r_j (\tilde{y}(k+j) - w(k+j))^2 + \sum_{j=1}^{N_u} q_j \Delta u(k+j-1)^2. \quad (5.1)$$

kde N_2 – je počet predikcí rozdílů měřené a žádané veličiny,

r – váhový koeficient rozdílů hodnot,

\tilde{y} – odhad budoucí hodnoty měřené veličiny,

w – budoucí žádaná hodnota,

N_u – počet predikcí změn akčních zásahů,

q – váhový koeficient změn akčních zásahů,

Δu – hodnota změny akčního zásahu.

Kritérium lze převést do maticové podoby podle vzorce

$$J = (\mathbf{Y} - \mathbf{W})^T \mathbf{R} (\mathbf{Y} - \mathbf{W}) + \mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{U}. \quad (5.2)$$

kde \mathbf{Y} – je matice predikcí měřené veličiny,

\mathbf{W} – matice budoucích žádaných hodnot,

\mathbf{R} – matice váhových koeficientů rozdílů měřené a žádané,

\mathbf{U} – matice změn akčních zásahů,

\mathbf{Q} – matice váhových koeficientů změn akčních zásahů.

Matice \mathbf{Y} je vyplněna podle

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \tilde{y}(k+1) \\ \tilde{y}(k+2) \\ \tilde{y}(k+3) \\ \vdots \\ \tilde{y}(k+N_2) \end{bmatrix}. \quad (5.3)$$

Matice \mathbf{W} je vyplněna podle

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w(k+1) \\ w(k+2) \\ w(k+3) \\ \vdots \\ w(k+N_2) \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Matice \mathbf{U} je vyplněna podle

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \\ \vdots \\ \tilde{y}(k+N_u-1) \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Matice \mathbf{R} je vyplněna podle

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & r_3 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & r_{N_2} \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Matice \mathbf{Q} je vyplněna podle

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & \cdots & 0 \\ & & \vdots & & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & q_{N_u} \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Model užívaný v prediktivním regulátoru může být například ve formě vstupně výstupního popisu pomocí diferenčních rovnic nebo stavového popisu. Pro vstupně výstupní popis je jen pro ilustraci uvedena rovnice predikce soustavy prvního řádu pro tři kroky dopředu 5.8, 5.9, 5.10.

$$\hat{y}(k+1) + \tilde{a}_1 y(k) + \tilde{a}_2 y(k-1) = b_1 \Delta u(k) + c_1 e(k), \quad (5.8)$$

$$\hat{y}(k+2) + \tilde{a}_1 \hat{y}(k+1) + \tilde{a}_2 y(k) = b_1 \Delta u(k+1), \quad (5.9)$$

$$\hat{y}(k+3) + \tilde{a}_1 y(k+2) + \tilde{a}_2 y(k+1) = b_1 \Delta u(k+2), \quad (5.10)$$

kde \tilde{a}_1 – je koeficient vlivu hodnoty měřené veličiny o krok dozadu,

\tilde{a}_2 – koeficient vlivu hodnoty měřené veličiny o dva kroky dozadu,

b_1 – koeficient vlivu změny akčního zásahu v předchozím kroku,

c_1 – koeficient vlivu chyby v předchozím kroku.

Pro využití odchylek akčních zásahů v předchozích rovnicích se musí použít přepisu, kdy dojde k přidání dalšího kroku v levé části rovnice. Tudíž i v soustavě prvního řádu se objeví dva kroky zpět u měřené veličiny. Maticově lze předchozí rovnice přepsat podle vztahu

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_1 & 1 & 0 \\ \tilde{a}_2 & \tilde{a}_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+2) \\ \hat{y}(k+3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{a}_1 & \tilde{a}_2 & 0 \\ \tilde{a}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k) \\ e(k-1) \\ e(k-2) \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

Po vynásobení celé rovnice inverzní maticí \mathbf{A}_p se získá rovnice ve tvaru 5.20.

$$\mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_1 & 1 & 0 \\ \tilde{a}_2 & \tilde{a}_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} \tilde{a}_1 & \tilde{a}_2 & 0 \\ \tilde{a}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.14)$$

$$\mathbf{C}_m = \begin{bmatrix} c_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{B}_p \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \end{bmatrix} + \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \end{bmatrix} + \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{C}_m \begin{bmatrix} e(k) \\ e(k-1) \\ e(k-2) \end{bmatrix}, \quad (5.16)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{B}_p, \quad (5.17)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \end{bmatrix}, \quad (5.18)$$

$$\mathbf{f} = \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{A}_m \begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \end{bmatrix} + \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{C}_m \begin{bmatrix} e(k) \\ e(k-1) \\ e(k-2) \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{f}. \quad (5.20)$$

kde \mathbf{Y} – je matice predikovaných hodnot měřené veličiny,

$\mathbf{G}\mathbf{U}$ – součin matic, který popisuje tzv. vnučenou odezvu,

\mathbf{f} – část popisující chování soustavy bez změny akčního zásahu neboli volnou odezvu.

Po dosazení vzorce 5.20 do rovnice kritéria 5.2 se získá rovnice ve tvaru

$$J = (\mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{f} - \mathbf{W})^T \mathbf{R} (\mathbf{G}\mathbf{U} + \mathbf{f} - \mathbf{W}) + \mathbf{U}^T \mathbf{Q} \mathbf{U}. \quad (5.21)$$

Po roznásobení této rovnice 5.21 se získá tvar podle

$$J = \mathbf{U}^T \mathbf{H} \mathbf{U} + 2\mathbf{g}^T \mathbf{U} + k, \quad (5.22)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{G}^T \mathbf{R} \mathbf{G} + \mathbf{Q}, \quad (5.23)$$

$$\mathbf{g}^T = (\mathbf{f} - \mathbf{W})^T \mathbf{R} \mathbf{G}, \quad (5.24)$$

$$k = (\mathbf{f} - \mathbf{W})^T \mathbf{R} (\mathbf{f} - \mathbf{W}). \quad (5.25)$$

Matice \mathbf{H} se nazývá tzv. Hessián a \mathbf{g} je tzv. gradient. Následně se mohou použít dva způsoby pro získání hodnot akčních zásahů takových, které budou vyhovovat optimu kritéria. Jedním způsobem, jak získat optimální akční zásahy, je derivace kritéria J podle parametru \mathbf{U} podle vzorce 5.26. Dále z rovnice 5.27 vychází výsledný vztah pro optimální akční zásahy 5.28. Tento přístup ovšem nebere v potaz omezení stavů, výstupů soustavy nebo akčních zásahů.

$$\frac{\partial J}{\partial U} = 2HU + 2g, \quad (5.26)$$

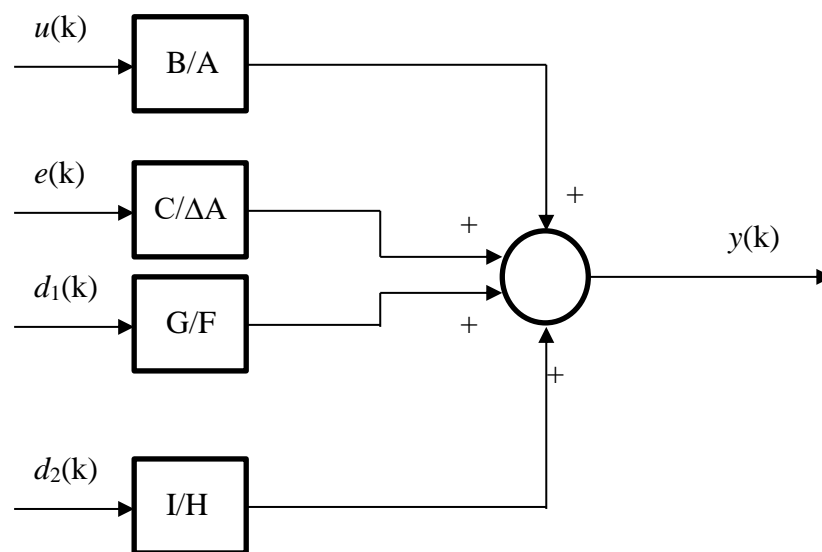
$$2HU + 2g = 0, \quad (5.27)$$

$$U = -H^{-1}g. \quad (5.28)$$

Pro případy, kdy je zapotřebí vzít v potaz i omezení se využívá numerická optimalizace pomocí kvadratického programování.

5.1.1 Odvození prediktivního regulátoru s poruchovými veličinami

Základní popis modelu použitý v prediktivním regulátoru je zobrazen na obrázku 5.1. Veličina $u(k)$ vyjadřuje akční zásah, $e(k)$ chybu predikce, $d_1(k)$ poruchu 1, $d_2(k)$ poruchu 2 a y znázorňuje regulovanou veličinu.



Obrázek 5.1 – Model použitý v prediktivním regulátoru

Rovnice odpovídající blokovému schématu 5.1 je

$$Y(z) = \frac{B}{A} \cdot U(z) + \frac{C}{\Delta A} \cdot E(z) + \frac{G}{F} \cdot D_1(z) + \frac{I}{H} \cdot D_2(z). \quad (5.29)$$

Jednotlivé polynomy mají tvar podle rovnic 5.30 – 5.37.

$$A = 1 + a_1 z^{-1}, \quad (5.30)$$

$$\Delta = 1 - z^{-1}, \quad (5.31)$$

$$B = b_1 z^{-1}, \quad (5.32)$$

$$C = 1 + c_1 z^{-1}, \quad (5.33)$$

$$G = g_1 z^{-1}, \quad (5.34)$$

$$F = 1 + f_1 z^{-1}, \quad (5.35)$$

$$I = i_1 z^{-1}, \quad (5.36)$$

$$H = 1 + h_1 z^{-1}. \quad (5.37)$$

Výsledná rovnice po roznásobení má tvar

$$\begin{aligned} A \cdot \Delta \cdot F \cdot H \cdot Y(z) &= B \cdot F \cdot H \cdot \Delta \cdot U(z) + C \cdot F \cdot H \cdot E(z) + \\ &G \cdot \Delta \cdot A \cdot H \cdot D_1(z) + I \cdot \Delta \cdot A \cdot F \cdot D_2(z). \end{aligned} \quad (5.38)$$

Do rovnice 5.38 jsou dosazeny jednotlivé polynomy 5.30 – 5.37 a výsledná rovnice má tvar

$$\tilde{A} \cdot Y(z) = \tilde{B} \cdot \Delta U(z) + \tilde{C} \cdot E(z) + \tilde{G} \cdot D_1(z) + \tilde{I} \cdot D_2(z). \quad (5.39)$$

Pro uvedení příkladu plnění matic je uvedena rovnice pro pět budoucích výstupů soustavy. Pět kroků bylo vybráno pro ilustraci kompletního naplnění, protože některé polynomy jsou čtvrtého řádu. V maticové podobě pro predikci budoucích pěti hodnot výstupů soustavy vypadá rovnice

$$\begin{aligned} &\overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_2 & \tilde{a}_1 & 1 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_3 & \tilde{a}_2 & \tilde{a}_1 & 1 & 0 \\ \tilde{a}_4 & \tilde{a}_3 & \tilde{a}_2 & \tilde{a}_1 & 1 \end{bmatrix}}^{A_p} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1) \\ \hat{y}(k+2) \\ \hat{y}(k+3) \\ \hat{y}(k+4) \\ \hat{y}(k+5) \end{bmatrix}}^Y = \overbrace{\begin{bmatrix} \tilde{b}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{b}_2 & \tilde{b}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{b}_3 & \tilde{b}_2 & \tilde{b}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{b}_3 & \tilde{b}_2 & \tilde{b}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{b}_3 & \tilde{b}_2 & \tilde{b}_1 \end{bmatrix}}^{B_p} \cdot \\ &\overbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \\ \Delta u(k+3) \\ \Delta u(k+4) \\ \Delta u(k+5) \end{bmatrix}}^U + \overbrace{\begin{bmatrix} \tilde{g}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{g}_2 & \tilde{g}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{g}_3 & \tilde{g}_2 & \tilde{g}_1 & 0 & 0 \\ \tilde{g}_4 & \tilde{g}_3 & \tilde{g}_2 & \tilde{g}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{g}_4 & \tilde{g}_3 & \tilde{g}_2 & \tilde{g}_1 \end{bmatrix}}^{B_{d1p}} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} d_1(k+1) \\ d_1(k+2) \\ d_1(k+3) \\ d_1(k+4) \\ d_1(k+5) \end{bmatrix}}^{D_1} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \overbrace{\begin{bmatrix} \tilde{t}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{t}_2 & \tilde{t}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{t}_3 & \tilde{t}_2 & \tilde{t}_1 & 0 & 0 \\ \tilde{t}_4 & \tilde{t}_3 & \tilde{t}_2 & \tilde{t}_1 & 0 \\ 0 & \tilde{t}_4 & \tilde{t}_3 & \tilde{t}_2 & \tilde{t}_1 \end{bmatrix}}^{B_{d2p}} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} d_2(k+1) \\ d_2(k+2) \\ d_2(k+3) \\ d_2(k+4) \\ d_2(k+5) \end{bmatrix}}^{D_2} + \overbrace{\begin{bmatrix} \tilde{a}_1 & \tilde{a}_2 & \tilde{a}_3 & \tilde{a}_4 \\ \tilde{a}_2 & \tilde{a}_3 & \tilde{a}_4 & 0 \\ \tilde{a}_3 & \tilde{a}_4 & 0 & 0 \\ \tilde{a}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{A_m} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k-1) \\ y(k-2) \\ y(k-3) \\ y(k-4) \end{bmatrix}}^{Y_m} + \\
& \overbrace{\begin{bmatrix} \tilde{b}_2 & \tilde{b}_3 \\ \tilde{b}_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^{B_m} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta u(k-1) \\ \Delta u(k-2) \\ \Delta u(k-3) \\ \Delta u(k-4) \\ \Delta u(k-5) \end{bmatrix}}^{U_m} + \overbrace{\begin{bmatrix} \tilde{g}_2 & \tilde{g}_3 & \tilde{g}_4 \\ \tilde{g}_3 & \tilde{g}_4 & 0 \\ \tilde{g}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{B_{d1m}} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} d_1(k-1) \\ d_1(k-2) \\ d_1(k-3) \\ d_1(k-4) \\ d_1(k-5) \end{bmatrix}}^{D_{1m}} + \\
& \overbrace{\begin{bmatrix} \tilde{t}_2 & \tilde{t}_3 & \tilde{t}_4 \\ \tilde{t}_3 & \tilde{t}_4 & 0 \\ \tilde{t}_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{B_{d2m}} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} d_2(k-1) \\ d_2(k-2) \\ d_2(k-3) \\ d_2(k-4) \\ d_2(k-5) \end{bmatrix}}^{D_{2m}} + \overbrace{\begin{bmatrix} \tilde{c}_1 & \tilde{c}_2 & \tilde{c}_3 \\ \tilde{c}_2 & \tilde{c}_3 & 0 \\ \tilde{c}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{C_m} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} e(k) \\ e(k-1) \\ e(k-2) \\ e(k-3) \\ e(k-4) \end{bmatrix}}^{E_m}. \tag{5.40}
\end{aligned}$$

Vynásobením obou stran rovnice inverzní maticí A_p se získá tvar prediktoru podle

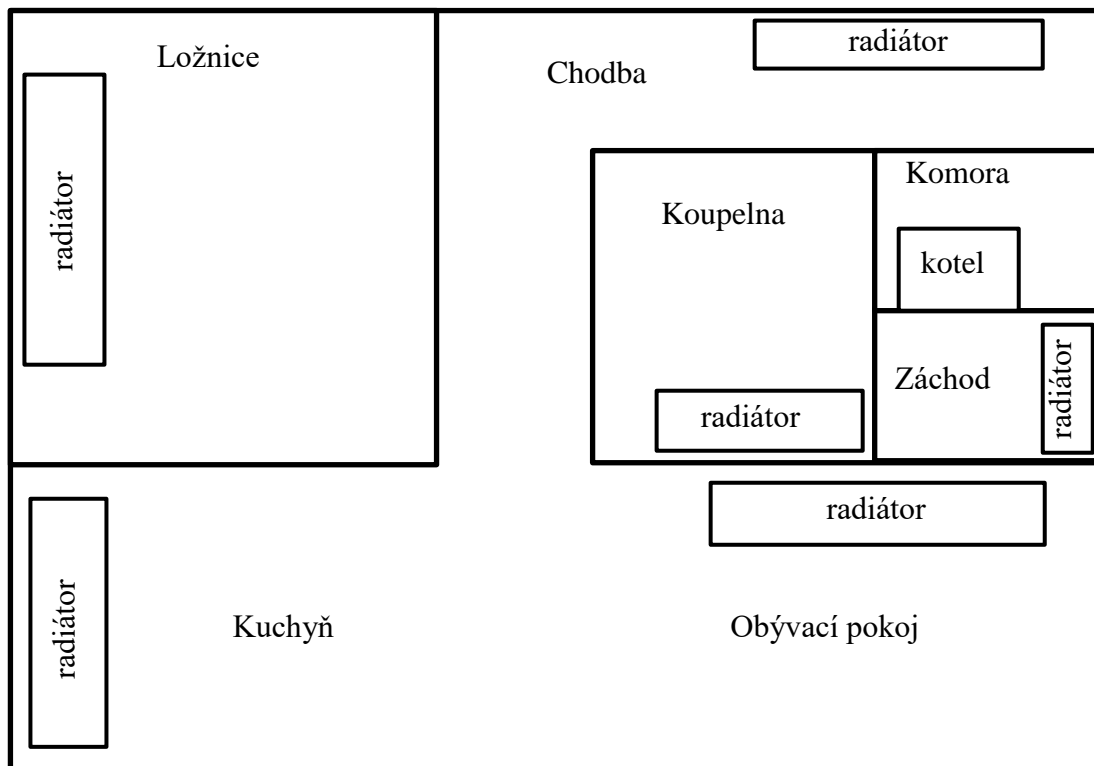
$$\begin{aligned}
Y = & \overbrace{A_p^{-1} B_p}^G \cdot U + \overbrace{A_p^{-1} B_{d1p}}^{G_{d1}} \cdot D_1 + \overbrace{A_p^{-1} B_{d2p}}^{G_{d2}} \cdot D_2 + \overbrace{A_p^{-1} A_m}^{F_y} \cdot Y_m + \\
& \overbrace{A_p^{-1} B_m}^{F_u} \cdot U_m + \overbrace{A_p^{-1} B_{d1m}}^{F_{d1}} \cdot D_{1m} + \overbrace{A_p^{-1} B_{d2m}}^{F_{d2}} \cdot D_{2m} + \overbrace{A_p^{-1} C_m}^{F_e} \cdot E_m. \tag{5.41}
\end{aligned}$$

Rovnici 5.41 lze ještě dále rozdělit na vnučenou odezvu, volnou odezvu a známé budoucí hodnoty poruch d_1 a d_2 , které mohou být zařazeny jako součást volné odezvy podle rovnice

$$\begin{aligned}
Y = & \overbrace{G \hat{U}}^{\text{vnučená odezva}} + \overbrace{G_{d1} D_1}^{\text{predikce } d_1} + \overbrace{G_{d2} D_2}^{\text{predikce } d_2} + \\
& \overbrace{[F_y \quad F_u \quad F_{d1} \quad F_{d2} \quad F_e] \cdot \begin{bmatrix} Y_m \\ U_m \\ D_1 \\ D_2 \\ E_m \end{bmatrix}}^{\text{volná odezva}}. \tag{5.42}
\end{aligned}$$

6 MODELOVÁNÍ

6.1 Schéma domu

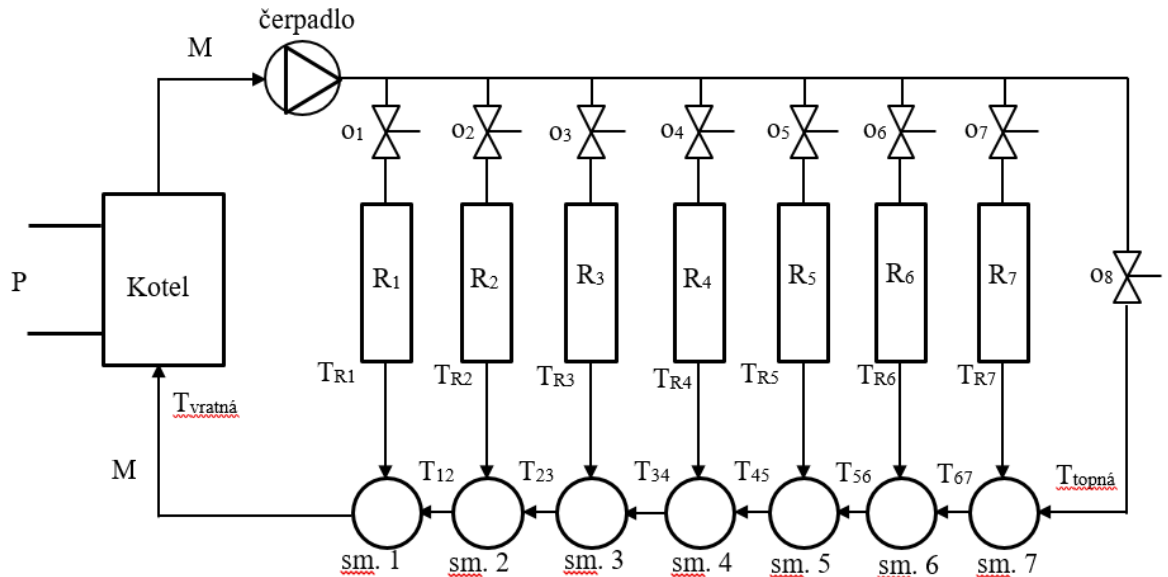


Obrázek 6.1 – Schéma domu

Model byl vypracován na základě energetických bilančních diferenciálních rovnic popisujících změny teplot v jednotlivých místnostech. Teploty jsou ovlivněny různými vlivy, především venkovní teplotou, slunečním zářením a vytápěním. Vytápění bylo popsáno jako celý okruh navzájem se ovlivňujících radiátorů napojených na zdroj tepla z kotle ohřívajícího vodu.

6.2 Model topení

Schematické znázornění topení je na obrázku 6.2. Kotel je popsán rovnicí 6.1 a je vyobrazen na obrázku 6.3.



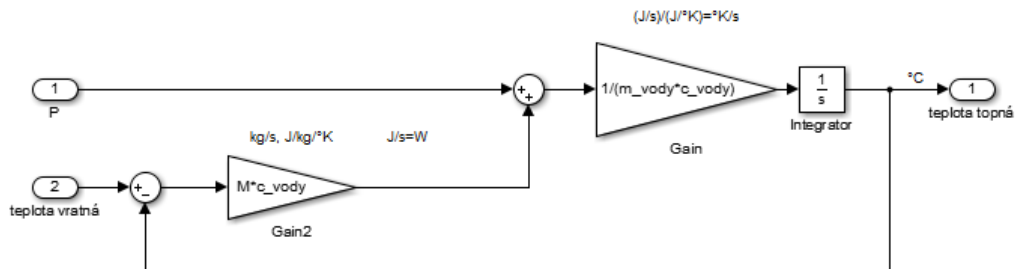
Obrázek 6.2 – Schéma topení

$$P + M \cdot c_{vody} \cdot T_{vratná} = M \cdot c_{vody} \cdot T_{topná} + m \cdot c_{vody} \cdot \frac{dT_{kotel}}{dt}, \quad (6.1)$$

kde M – je hmotnostní průtok, $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$,

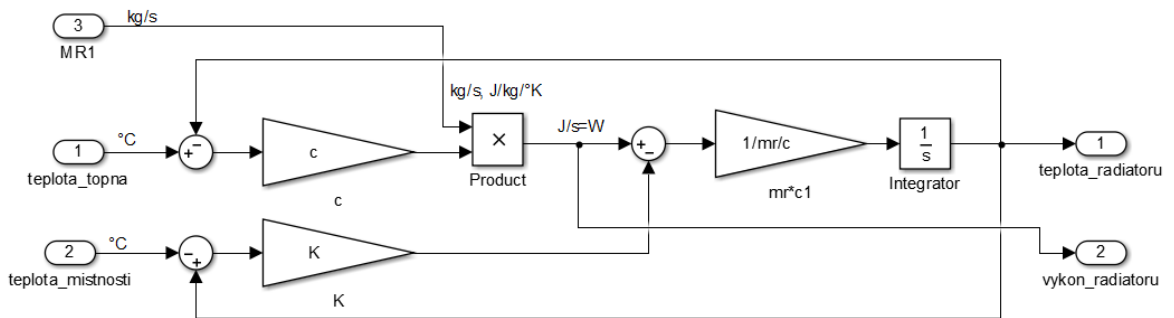
c_{vody} – měrná tepelná kapacita vody, $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$,

m – hmotnost vody, kg .



Obrázek 6.3 – Schéma kotle v Simulinku

Pro radiátory platí obecný vztah podle rovnice 6.2 a schéma je vyobrazeno na obrázku 6.4.

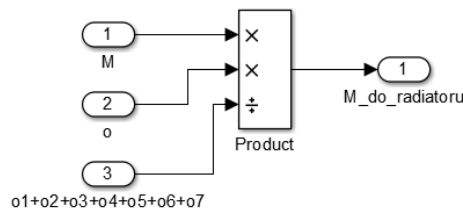


Obrázek 6.4 – Schéma radiátoru v Simulinku

$$M_{R_x} \cdot c_{vody} \cdot T_{topná} = K_x (T_{R_x} - T_{místnost}) + M_{R_x} \cdot c_{vody} \cdot T_R + m_{R_x} \cdot c_{vody} \cdot \frac{dT_{R_x}}{dt}, \quad (6.2)$$

kde K – je koeficient tepelného přenosu, $W \cdot K^{-1}$,
 x – pořadové číslo radiátoru,
 m_r – hmotnost vody v radiátoru, kg.

U každého radiátoru se tedy může měnit průtok nastavením otevření příslušného ventilu a dále mohou mít rozdílný ztrátový koeficient, který je odvislý od velikosti radiátoru a jeho materiálu. Průtok pro konkrétní radiátor se počítá podle rovnice 6.3 a jeho schéma je vyobrazeno na obrázku 6.5.

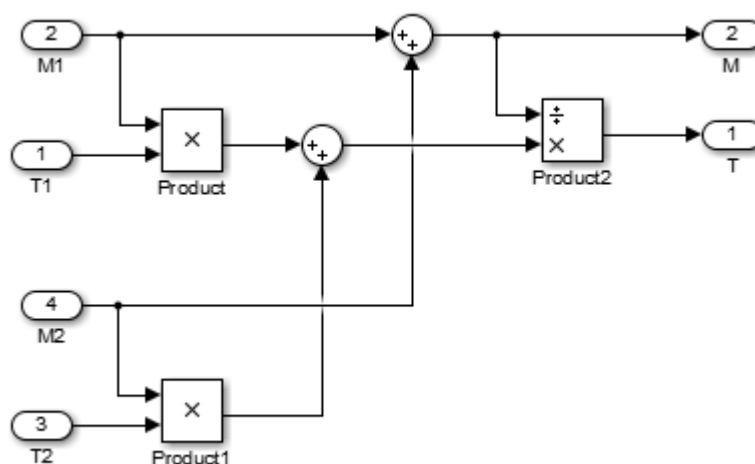


Obrázek 6.5 – Schéma děliče v Simulinku

$$M_R = \frac{M \cdot o_r}{o_{celkový}}, \quad (6.3)$$

kde o_r – je otevření ventilu konkrétního radiátoru, 0-1,
 $o_{celkový}$ – součet otevření všech ventilů.

Pro směšovače platí různé rovnice podle umístění v rozvodu, protože se mění jednotlivé průtoky a teploty, které se míchají dohromady z předchozích členů. Jednotlivé směšovače tedy mohou být popsány následujícími rovnicemi. Schéma směšovače je vyobrazeno na obrázku 6.6.



Obrázek 6.6 – Schéma směšovače v Simulinku

Směšovač 1 je popsán rovnicí

$$(M - M_{R_1}) \cdot c \cdot T_{12} + M_{R_1} \cdot c \cdot T_{R_1} = M \cdot c \cdot T_{vratná}. \quad (6.4)$$

Směšovač 2 je popsán rovnicí

$$(M - M_{R_1} - M_{R_2}) \cdot c \cdot T_{23} + M_{R_2} \cdot c \cdot T_{R_2} = (M - M_{R_1}) \cdot c \cdot T_{12}. \quad (6.5)$$

Směšovač 3 je popsán rovnicí

$$\begin{aligned} (M - M_{R_1} - M_{R_2} - M_{R_3}) \cdot c \cdot T_{34} + M_{R_3} \cdot c \cdot T_{R_3} \\ = (M - M_{R_1} - M_{R_2}) \cdot c \cdot T_{23}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Směšovač 4 je popsán rovnicí

$$\begin{aligned} (M - M_{R_1} - M_{R_2} - M_{R_3} - M_{R_4}) \cdot c \cdot T_{45} + M_{R_4} \cdot c \cdot T_{R_4} = \\ (M - M_{R_1} - M_{R_2} - M_{R_3}) \cdot c \cdot T_{34}. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Směšovač 5 je popsán rovnicí

$$\begin{aligned} (M - M_{R_1} - M_{R_2} - M_{R_3} - M_{R_4} - M_{R_5}) \cdot c \cdot T_{56} + M_{R_5} \cdot c \cdot T_{R_5} = \\ (M - M_{R_1} - M_{R_2} - M_{R_3} - M_{R_4}) \cdot c \cdot T_{45}. \end{aligned} \quad (6.8)$$

Směšovač 6 je popsán rovnicí

$$\begin{aligned} (M - M_{R_1} - M_{R_2} - M_{R_3} - M_{R_4} - M_{R_5} - M_{R_6}) \cdot c \cdot T_{\text{topná}} + M_{R_6} \cdot c \cdot T_{R_6} = \\ (M - M_{R_1} - M_{R_2} - M_{R_3} - M_{R_4} - M_{R_5}) \cdot c \cdot T_{56}. \end{aligned} \quad (6.9)$$

6.3 Model místnosti

Místnost je popsána diferenciální rovnicí 6.10, která vyjadřuje bilanci mezi energiemi vstupujícími do místnosti a vystupujícími z místnosti.

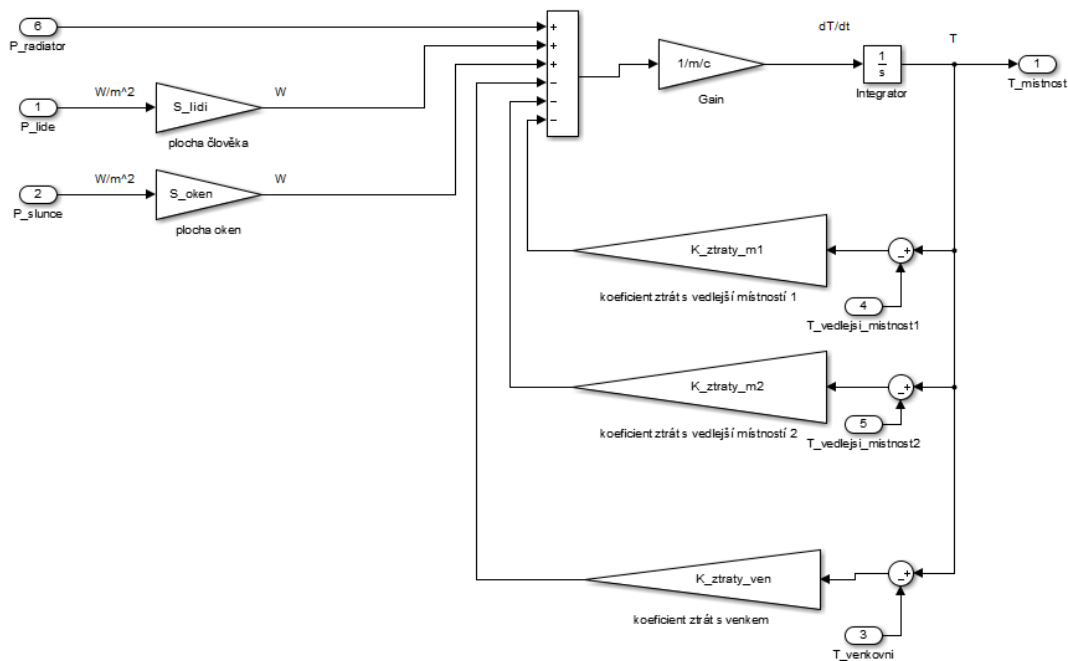
$$P_{\text{lidé}} + P_{\text{topení}} + P_{\text{slunce}} = P_{\text{ztráty_ven}} + P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}, \quad (6.10)$$

kde m – je hmotnost vzduchu v místnosti, kg,

c – měrná tepelná kapacita vzduchu, $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Jednotlivé části rovnice 6.10 jsou dále popsány buď další rovnicí, anebo se s nimi počítá jen jako s konkrétním číslem. To by byl příklad vytápění, které může být realizováno buď ohřevem vody proudící v radiátorech, které dále ohřívají místnost, anebo i elektrickým přímotopem nebo elektrickým podlahovým topením. V takových případech se jejich dynamické vlastnosti v modelu zanedbávají a jejich výkon se bere jako konstantní.

Příklad modelu ložnice je vyobrazen na obrázku 6.7.



Obrázek 6.7 – Schéma ložnice v Simulinku

6.3.1 Výměna tepla s okolím domu

Výměna tepla s okolím domu může být popsána rovnicí

$$P_{ztraty_ven} = K_{ztraty_ven} \cdot (T_{místnost} - T_{venkovni}), \quad (6.11)$$

kde K_{ztraty_ven} – je ztrátový koeficient, $W \cdot K^{-1}$.

Ztrátový koeficient závisí na materiálu povrchu sousedícího s venkovním prostředím, ploše materiálu a šířce materiálu. Skládá se ze dvou částí, jednou odpovídající ztrátám přes zeď a druhou vyjadřující ztráty okny. Vypočítá se rovnicí

$$K_{ztraty_ven} = \frac{k_{ztraty_zdi} \cdot k_{ztraty_okny}}{k_{ztraty_zdi} + k_{ztraty_okny}}, \quad (6.12)$$

$$k_{ztraty_zdi} = \frac{\gamma_{zed} \cdot S_{zed}}{d_{zed}}, \quad (6.13)$$

kde γ – je teplotní vodivost zdi, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

$$k_{ztraty_oken} = \frac{\gamma_{oken} \cdot S_{oken}}{d_{oken}}, \quad (6.14)$$

kde γ – je teplotní vodivost oken, $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

6.3.2 Výměna tepla mezi místnostmi

Výměna tepla mezi místnostmi se počítá stejně jako výměna tepla s venkovním prostředím, jen s jinými parametry podle rovnice

$$P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} = K_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} \cdot (T_{\text{místnost1}} - T_{\text{místnost2}}), \quad (6.15)$$

kde $K_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}}$ – je ztrátový koeficient, $\text{W}\cdot\text{K}^{-1}$.

Ztrátový koeficient se vypočítá podle vzorce

$$K_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} = \frac{\gamma_{\text{zed}} \cdot S_{\text{zed}}}{d_{\text{zed}}}. \quad (6.16)$$

6.3.3 Výkon topení

Z modelování chování radiátorů se počítá výkon topení do místnosti. Tento výkon se počítá podle vzorce

$$P_{\text{topení}} = M_{R_x} \cdot c_{\text{vody}} \cdot (T_{\text{topná}} - T_{\text{místnost}}), \quad (6.17)$$

kde x – je pořadové číslo radiátoru,

M_R – hmotnostní průtok, $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

6.3.4 Tepelný výkon lidí

Tepelný výkon lidí závisí na fyzické aktivitě, jakou vykonávají a dalších různých faktorech. Při spánku se hodnota pohybuje okolo $40 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. Při lehké práci okolo $100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ a při těžké práci až kolem $350 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. Průměrná velikost povrchu člověka je $1,72 \text{ m}^2$ (Centnerová, 2000).

6.3.5 Tepelný výkon Slunce

Tepelný výkon Slunce se udává v jednotkách $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$, případně i různých úhrnů za měsíc apod. Pro popis slunečního záření se využívá tzv. globální radiace. K jejímu popisu se využívá tzv. sluneční konstanty, jejíž hodnota je $1360 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. Je to příkon dopadající na zemský povrch, ale vlivem různých jevů, jako je pohlcení v atmosféře, nebo úhel dopadu paprsků, se snižuje. Globální radiace je udávána jako hodnota radiace dopadající na vodorovný povrch. Běžné hodnoty maxima pro letní poledne se pohybují kolem $1\,000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, při zimním poledni a jasné obloze dosahuje maximum $300 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ a při zatažené obloze $100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

6.3.6 Chodba

Chodba sousedí téměř se všemi místnostmi a je popsána rovnicí 6.18, do které se dosadí za jednotlivé parametry. Rozměry místnosti a plochy zdí se sousedními místnostmi jsou popsány v tabulce 6.1.

$$P_{\text{lidé}} + P_{\text{topení}} + P_{\text{Slunce}} = P_{\text{ztráty_ven}} + P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}. \quad (6.18)$$

Výkon topení se vypočítá podle vztahu

$$P_{\text{topení}} = M_{R_1} \cdot c_{\text{vody}} \cdot (T_{\text{topná}} - T_{\text{chodba}}). \quad (6.19)$$

Výkonové ztráty s okolím se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_ven}} = K_{\text{zvChodba}} \cdot (T_{\text{chodba}} - T_{\text{venkovní}}). \quad (6.20)$$

Výkonové ztráty s okolními místnostmi se spočítají podle vzorce

$$\begin{aligned} P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} = & K_{\text{ChodbaLožnice}} \cdot (T_{\text{chodba}} - T_{\text{ložnice}}) + K_{\text{ChodbaKoupelna}} \\ & \cdot (T_{\text{chodba}} - T_{\text{koupelna}}) + K_{\text{ChodbaKomora}} \cdot (T_{\text{chodba}} - T_{\text{komora}}) + \\ & K_{\text{ChodbaKuchyň}} \cdot (T_{\text{chodba}} - T_{\text{kuchyň}}) + \\ & K_{\text{ChodbaObývací}} \cdot (T_{\text{chodba}} - T_{\text{obývací}}). \end{aligned} \quad (6.21)$$

Koeficienty ve všech rovnicích se počítají podle vzorce 6.16 uvedeného v pododdíle 6.3.2. Jejich hodnoty jsou závislé od teplotní vodivosti materiálu rozdělující dvě části o různých teplotách, jeho ploše a nepřímo úměrně jeho tloušťce.

Tabulka 6.1 – Rozměry ploch s okolními prostory

Sousední prostor	Plocha, m ²	Tloušťka, m
Zed' s ložnicí	21	0,25
Zed' s komorou	9	0,25
Zed' s koupelnou	33	0,25
Plocha s kuchyní	4,5	0,01
Plocha s obývánkem	4,5	0,01
Zed' s venkem	40,5	0,25
Okna ven	16	0,05

6.3.7 Ložnice

Ložnice je popsána rovnicí 6.22. Její rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.2.

$$P_{\text{lidé}} + P_{\text{topení}} + P_{\text{Slunce}} = P_{\text{ztráty_ven}} + P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \quad (6.22)$$

Výkon topení se vypočítá podle vztahu

$$P_{\text{topení}} = M_{R_2} \cdot c_{\text{vody}} \cdot (T_{\text{topná}} - T_{\text{ložnice}}). \quad (6.23)$$

Výkonové ztráty s okolím se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_ven}} = K_{\text{zvLožnice}} \cdot (T_{\text{ložnice}} - T_{\text{venkovní}}). \quad (6.24)$$

Výkonové ztráty s okolními místnostmi se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} = K_{\text{LožniceKuchyň}} \cdot (T_{\text{ložnice}} - T_{\text{kuchyň}}) + K_{\text{LožniceChodba}} \cdot (T_{\text{ložnice}} - T_{\text{chodba}}). \quad (6.25)$$

Tabulka 6.2 – Rozměry ploch s okolními prostory

Sousední prostor	Plocha, m ²	Tloušťka, m
Zed' s kuchyní	25,5	0,25
Zed' s chodbou	21	0,25
Zed' s venkem	46,5	0,5
Okna ven	25	0,05

6.3.8 Kuchyň

Ložnice je popsána rovnicí 6.26. Její rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.3.

$$P_{\text{lidé}} + P_{\text{topení}} + P_{\text{Slunce}} = P_{\text{ztráty_ven}} + P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \quad (6.26)$$

Výkon topení se vypočítá podle vztahu

$$P_{\text{topení}} = M_{R_3} \cdot c_{\text{vody}} \cdot (T_{\text{topná}} - T_{\text{kuchyň}}). \quad (6.27)$$

Výkonové ztráty s okolím se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_ven}} = K_{\text{zvKuchyň}} \cdot (T_{\text{kuchyň}} - T_{\text{venkovní}}). \quad (6.28)$$

Výkonové ztráty s okolními místnostmi se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} = K_{\text{KuchyňLožnice}} \cdot (T_{\text{kuchyň}} - T_{\text{ložnice}}) + K_{\text{KuchyňChodba}} \cdot (T_{\text{kuchyň}} - T_{\text{chodba}}) + K_{\text{KuchyňObývací}} \cdot (T_{\text{kuchyň}} - T_{\text{obývací}}). \quad (6.29)$$

Tabulka 6.3 – Rozměry ploch s okolními prostory

Sousední prostor	Plocha, m ²	Tloušťka, m
Zed' s ložnicí	25,5	0,25
Plocha s chodbou	4,5	0,01
Zed' s obývacím	21	0,25
Zed' s venkem	51	0,25
Okna ven	30	0,05

6.3.9 Obývací pokoj

Obývací pokoj je popsán rovnicí 6.30. Jeho rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.4.

$$P_{\text{lidé}} + P_{\text{topení}} + P_{\text{Slunce}} = P_{\text{ztráty_ven}} + P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \quad (6.30)$$

Výkon topení se vypočítá podle vztahu

$$P_{\text{topení}} = M_{R_4} \cdot c_{\text{vody}} \cdot (T_{\text{topná}} - T_{\text{obývací}}). \quad (6.31)$$

Výkonové ztráty s okolím se spočítají podle vzorce

$$P_{ztráty_ven} = K_{zvObývák} \cdot (T_{obývák} - T_{venkovní}). \quad (6.32)$$

Výkonové ztráty s okolními místnostmi se spočítají podle vzorce

$$P_{ztráty_mezi_místnostmi} = K_{ObývákKoupelna} \cdot (T_{obývák} - T_{koupelna}) + K_{ObývákZáchod} \cdot (T_{obývák} - T_{záchod}) + K_{ObývákKuchyň} \cdot (T_{obývák} - T_{kuchyň}) + K_{ObývákChodba} \cdot (T_{obývák} - T_{chodba}). \quad (6.33)$$

Tabulka 6.4 – Rozměry ploch s okolními prostory

Sousední prostor	Plocha, m ²	Tloušťka, m
Zed' s koupelnou	18	0,25
Plocha s chodbou	4,5	0,01
Zed' se záchodem	9	0,25
Zed' s kuchyní	21	0,25
Zed' s venkem	51	0,2
Okna ven	25	0,05

6.3.10 Koupelna

Koupelna je popsána rovnicí 6.34. Její rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.5.

$$P_{lidé} + P_{topení} + P_{slunce} = P_{ztráty_ven} + P_{ztráty_mezi_místnostmi} + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}. \quad (6.34)$$

Výkon topení se vypočítá podle vztahu

$$P_{topení} = M_{R5} \cdot c_{vody} \cdot (T_{topná} - T_{koupelna}). \quad (6.35)$$

Výkonové ztráty s okolními místnostmi se spočítají podle vzorce

$$P_{ztráty_mezi_místnostmi} = K_{KoupelnaObývák} \cdot (T_{koupelna} - T_{obývák}) + K_{KoupelnaChodba} \cdot (T_{koupelna} - T_{chodba}) + K_{KoupelnaKomora} \cdot (T_{koupelna} - T_{komora}) + K_{KoupelnaZáchod} \cdot (T_{koupelna} - T_{záchod}). \quad (6.36)$$

Tabulka 6.5 – Rozměry ploch s okolními prostory

Sousední prostor	Plocha, m ²	Tloušťka, m
Zed' s komorou	9	0,25
Zed' s chodbou	33	0,25
Zed' se záchodem	6	0,25
Zed' s obývánkem	18	0,25

6.3.11 Záchod

Záchod je popsán rovnicí 6.37. Jeho rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.6.

$$P_{\text{lidé}} + P_{\text{topení}} + P_{\text{slunce}} = P_{\text{ztráty_ven}} + P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} \quad (6.37)$$

Výkon topení se vypočítá podle vztahu

$$P_{\text{topení}} = M_{R_6} \cdot c_{\text{vody}} \cdot (T_{\text{topná}} - T_{\text{záchod}}) \quad (6.38)$$

Výkonové ztráty s okolím se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_ven}} = K_{\text{zvZáchod}} \cdot (T_{\text{záchod}} - T_{\text{venkovní}}) \quad (6.39)$$

Výkonové ztráty s okolními místnostmi se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} = K_{\text{ZáchodKomora}} \cdot (T_{\text{záchod}} - T_{\text{komora}}) + K_{\text{ZáchodKoupelna}} \cdot (T_{\text{záchod}} - T_{\text{koupelna}}) + K_{\text{ZáchodObývánk}} \cdot (T_{\text{záchod}} - T_{\text{obývánk}}) \quad (6.40)$$

Tabulka 6.6 – Rozměry ploch s okolními prostory

Sousední prostor	Plocha, m ²	Tloušťka, m
Zed' s komorou	9	0,25
Zed' s koupelnou	6	0,25
Zed' s obývánkem	9	0,25
Zed' s venkem	6	0,2
Okna ven	2	0,05

6.3.12 Komora

Komora je popsána rovnicí 6.41. Její rozměry jsou uvedeny v tabulce 6.7.

$$P_{\text{lidé}} + P_{\text{topení}} + P_{\text{Slunce}} = P_{\text{ztráty_ven}} + P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} + m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt}. \quad (6.41)$$

Výkon topení se vypočítá podle vztahu

$$P_{\text{topení}} = M_{R_7} \cdot c_{\text{vody}} \cdot (T_{\text{topná}} - T_{\text{komora}}). \quad (6.42)$$

Výkonové ztráty s okolím se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_ven}} = K_{\text{zvKomora}} \cdot (T_{\text{komora}} - T_{\text{venkovní}}). \quad (6.43)$$

Výkonové ztráty s okolními místnostmi se spočítají podle vzorce

$$P_{\text{ztráty_mezi_místnostmi}} = K_{\text{KomoraChodba}} \cdot (T_{\text{komora}} - T_{\text{chodba}}) + K_{\text{KomoraZáchod}} \cdot (T_{\text{komora}} - T_{\text{záchod}}) + K_{\text{KomoraKoupelna}} \cdot (T_{\text{komora}} - T_{\text{koupelna}}). \quad (6.44)$$

Tabulka 6.7 – Rozměry s okolními prostory

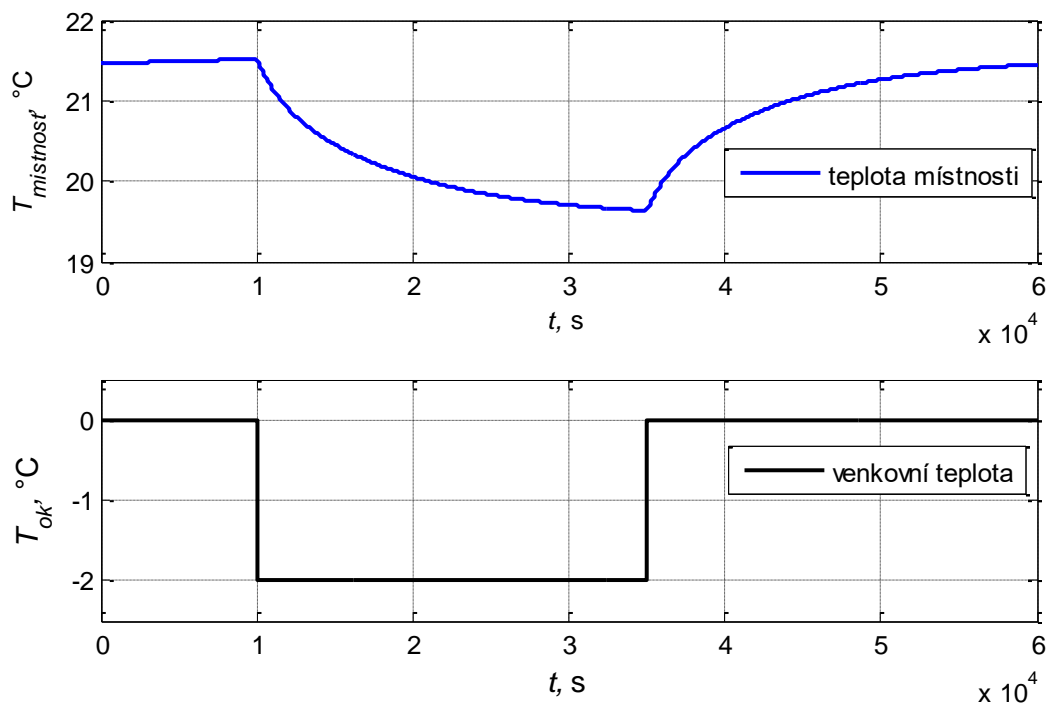
Sousední prostor	Plocha, m ²	Tloušťka, m
Zed' s chodbou	9	0,25
Zed' se záchodem	9	0,25
Zed' s koupelnou	9	0,25
Zed' s venkem	9	0,2
Okna ven	1	0,05

7 VERIFIKACE MODELU

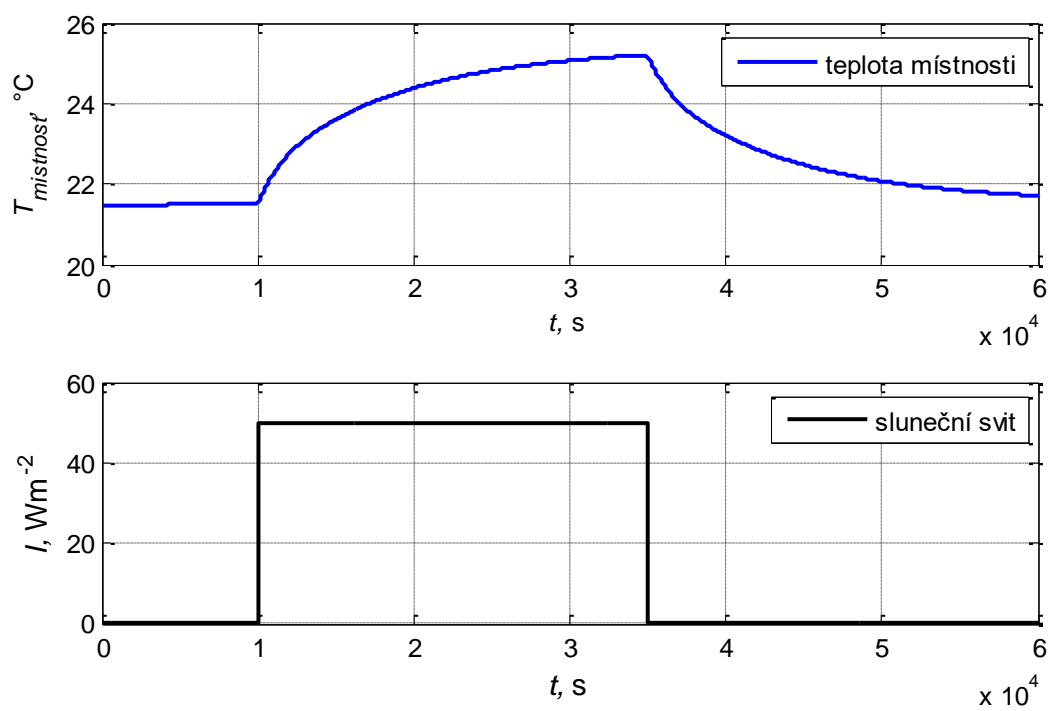
Pro verifikaci bylo využito několika modelových situací. Na následujících obrázcích 7.1 a 7.2 jsou zaznamenány průběhy teplot v místnosti v reakci na změnu venkovní teploty nebo slunečního svitu. Změna byla uskutečněna až po ustálení přechodových jevů.

Na obrázku 7.3 je vyobrazeno, jak změna příkonu kotle na nulu změní teploty v místnosti, v radiátoru i v topné vodě. Tím, že se kotel vypne, dojde k ochlazení všech radiátorů v domě, což následně způsobí, že místnosti postupně chladnou, protože venkovní teplota byla nastavena na 0 °C.

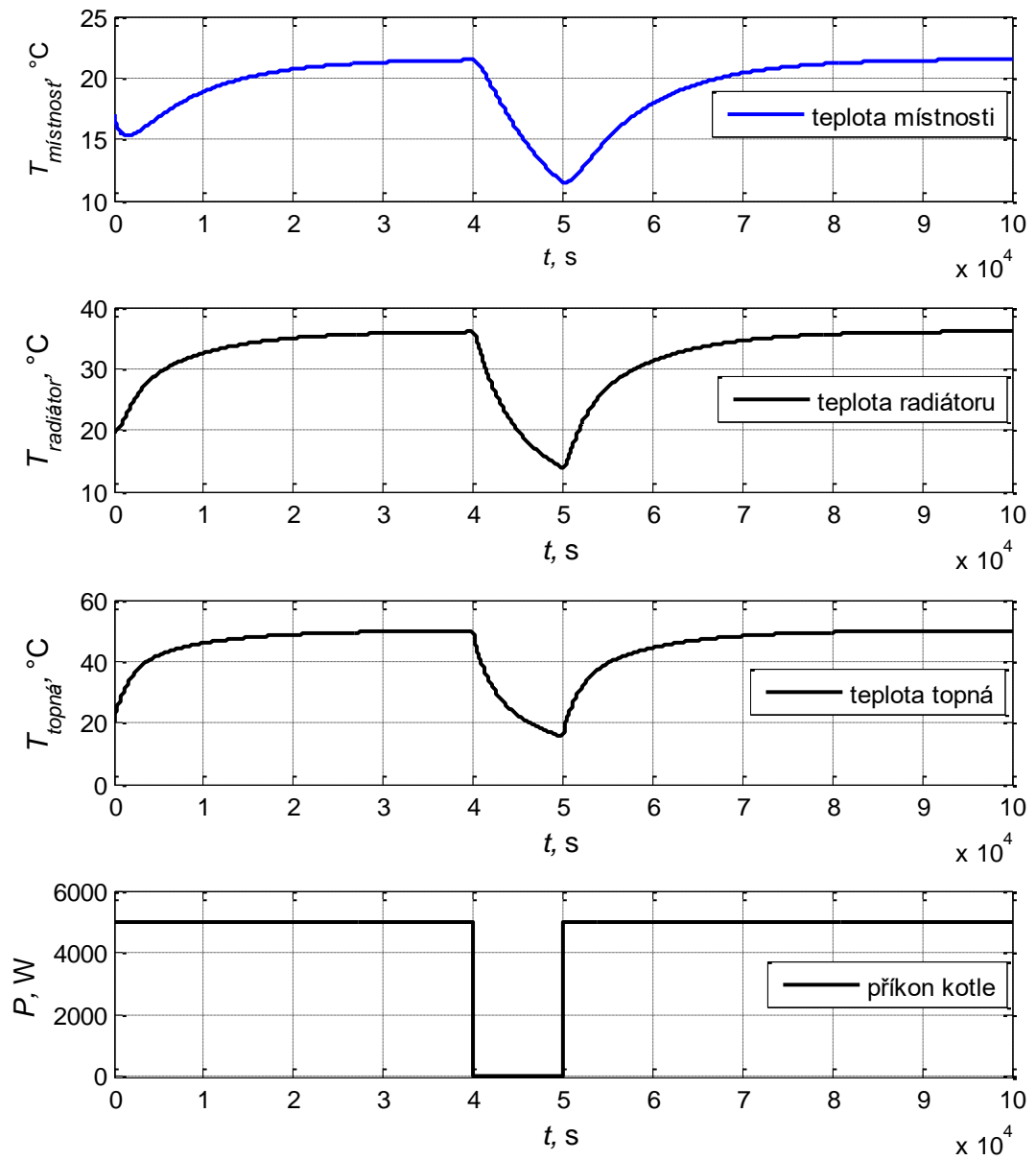
Na obrázku 7.4 je znázorněn vliv otevření ventilu na teplotu radiátoru a následně i teplotu v místnosti.



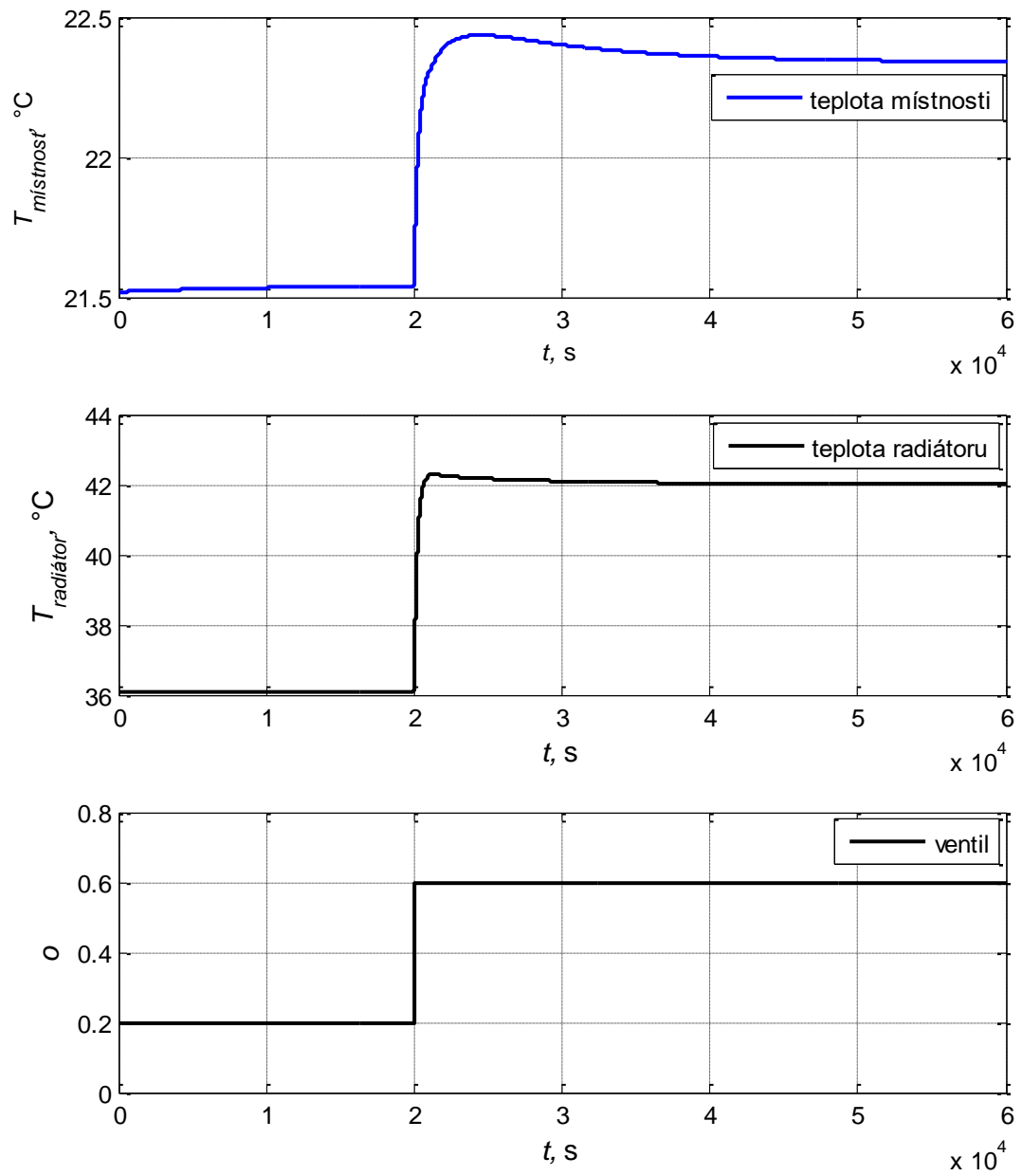
Obrázek 7.1 – Vliv změny venkovní teploty na teplotu v místnosti



Obrázek 7.2 – Vliv změny slunečního svitu na teplotu v místnosti



Obrázek 7.3 – Vliv změny příkonu kotle na teplotu v místnosti a radiátoru



Obrázek 7.4 – Vliv otevření ventilu na teplotu radiátoru a teplotu v místnosti

8 MODEL PRO PREDIKTIVNÍ REGULÁTOR

Pro prediktivní regulátor potřebujeme znát model řízeného systému ve formě vstupně-výstupního nebo stavového popisu. Cílem je řídit teplotu v obývacím pokoji pomocí výkonu radiátoru při znalosti vlivu okolní teploty a svitu slunce. Proto byly pomocí modelu domu uvedeného v kapitole 6 identifikovány přenosy výkonu radiátoru, okolní teploty a svitu slunce na teplotu v obývacím pokoji. Pro každou část byl nalezen samostatný model ve formě přenosu prvního řádu.

Výhodou simulace je, že se dají rozdělit jednotlivé vlivy, a tím tedy získat přenos pro každý zvlášť. V reálném prostředí by něco takového možné nebylo a muselo by se přijít s jiným přístupem, jak získat vliv a model pro každou složku zvlášť. Například v noci, nebo když nebude svítit slunce, by se dal zjistit vliv okolní teploty. Nebo přes den by se v určitých okamžicích okolní teplota mohla brát jako konstantní a dal by se tedy zjistit vliv slunečního svitu.

8.1 Forma modelu

Všechny přenosy v modelu byly uvažovány jako soustavy prvního řádu ve tvaru

$$F(s) = \frac{Z}{T \cdot s + 1}. \quad (8.1)$$

kde Z – je zesílení soustavy,

T – časová konstanta soustavy, s.

8.2 Hledání hodnot parametrů modelu

Pro nalezení parametrů byl využit skript v prostředí Matlab hledající minimum určitého kritéria. V tomto případě bylo kritérium ve formě kvadrátu chyby výstupu podle vzorce

$$K_m = \int (y - y_m)^2. \quad (8.2)$$

kde y – je výstup ze soustavy,

y_m – výstup z modelu.

Pro nalezení minima kritéria 8.2 byla využita optimalizační funkce `fminsearch`, která porovnávala výstup nelineárního modelu rodinného domu s výstupem modelu prvního řádu. Na

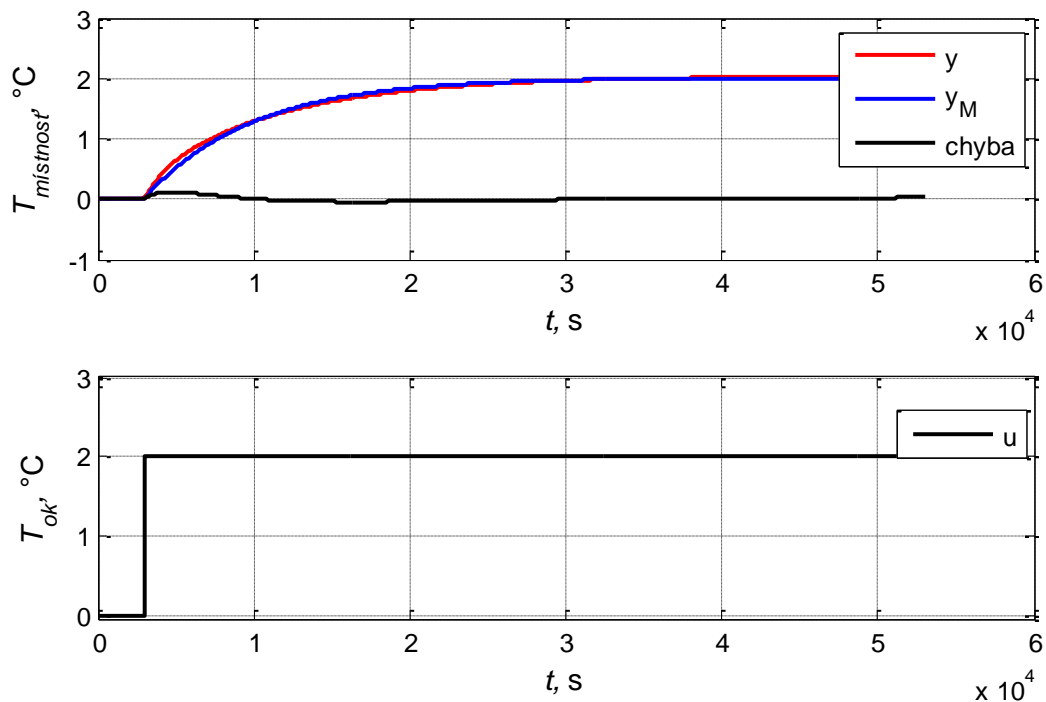
základě optimalizace tato funkce hledala parametry Z a T takové, aby rozdíl výstupních hodnot modelu a soustavy byl minimální.

8.3 Model vlivu venkovní teploty

Pro nalezení přenosové funkce bylo simulováno chování místnosti a vytvoření umělého skoku venkovní teploty o $2\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Nalezený model má podobu přenosu soustavy prvního řádu 8.3 a graf s průběhy teploty a také chybou aproximace je na obrázku 8.1.

$$F_{\text{venkovní_teplota}}(s) = \frac{1,005}{6927 \cdot s + 1}. \quad (8.3)$$



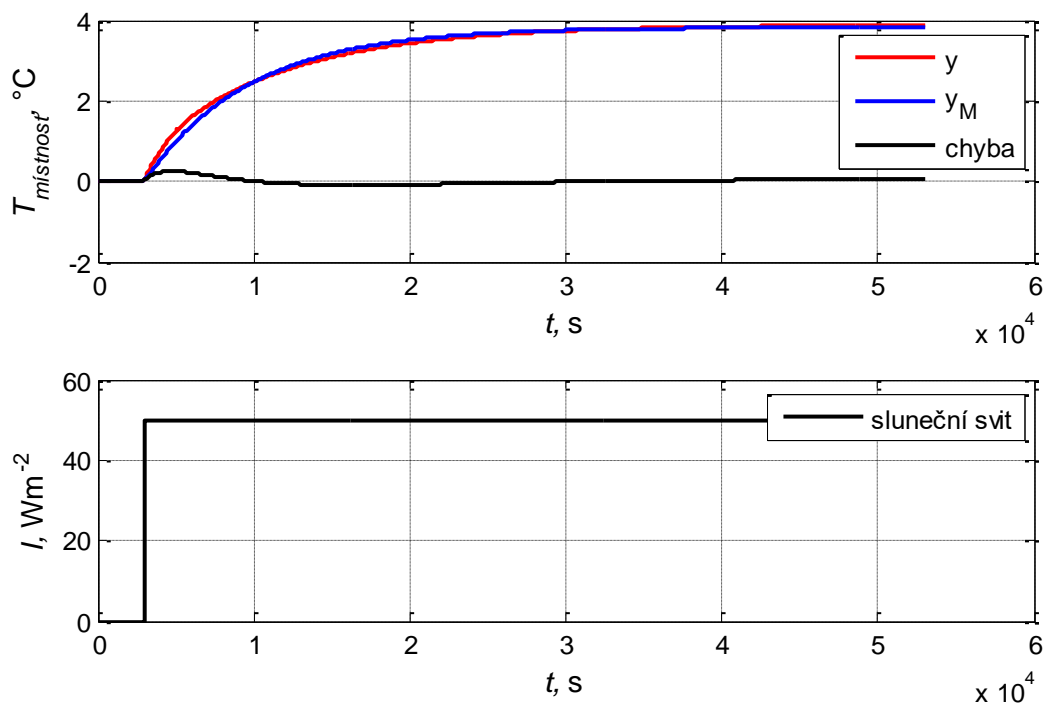
Obrázek 8.1 – Identifikace pro skokovou změnu okolní teploty

8.4 Model vlivu slunečního záření

Stejně jako u modelu vlivu okolní teploty bylo i pro vliv slunečního záření využito odezvy na skokovou změnu slunečního svitu o 50 W.

Nalezený model má podobu přenosu soustavy prvního řádu 8.4 a graf s průběhy teploty a také vyobrazující přesnost chybou aproximace je na obrázku 8.2.

$$F_{\text{slunce}}(s) = \frac{0,07651}{6818 \cdot s + 1}. \quad (8.4)$$



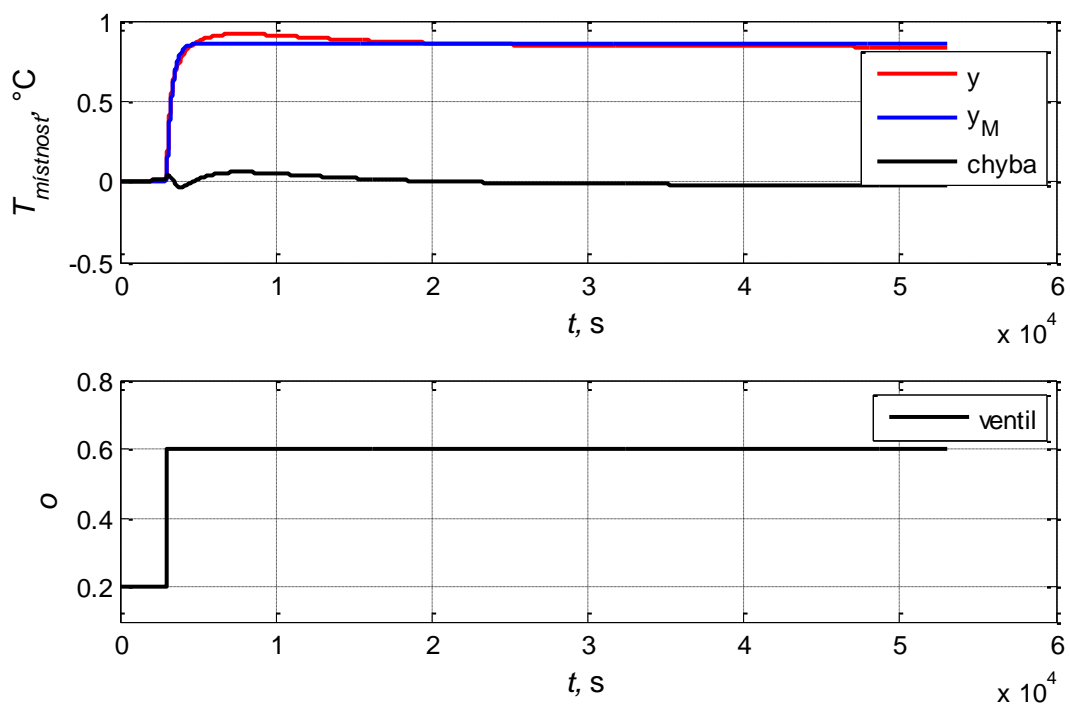
Obrázek 8.2 – Identifikace pro skokovou změnu slunečního svitu

8.5 Model vlivu ventilu

Podobně jako při hledání parametrů předchozích modelů, bylo i u hledání modelu vlivu otevření ventilu radiátoru využito skokové změny jeho otevření z 20 na 60 %.

Nalezený model má podobu přenosu soustavy prvního řádu ve tvaru 8.5 a graf s průběhy teploty a také vyobrazující přesnost chybou aproximace je na obrázku 8.3.

$$F_{\text{radiátor}}(s) = \frac{2,146}{349,2 \cdot s + 1} \quad (8.5)$$



Obrázek 8.3 – Identifikace pro skokovou změnu otevření ventilu

9 SIMULOVANÉ REGULAČNÍ POCHODY

Pro regulaci byl využit prediktivní regulátor založený na vstupně-výstupním modelu řízené soustavy s dalšími vstupy jako poruchovými veličinami. Prediktivní regulátor využívá výkon radiátoru (otevření ventilu) jako akční zásah a venkovní teplota a sluneční záření se berou jako poruchové vlivy, jejichž předpověď je známá na daný počet kroků dopředu. Dále byly testovány stavy, jak bude regulátor pracovat bez vlivu poruchových veličin, s vlivem venkovní teploty, s vlivem slunečního záření a poté s vlivem obou poruch najednou.

Pro porovnání různých druhů regulace bylo použito kritérium absolutní lineární plochy – IAE kritérium, které je vyjádřeno vztahem

$$IAE = \int_0^{\tau} |e(t)| dt, \quad (9.1)$$

kde e – je regulační odchylka.

Jako další kritérium byla využita suma akčních zásahů. Toto kritérium je vyjádřeno rovnicí

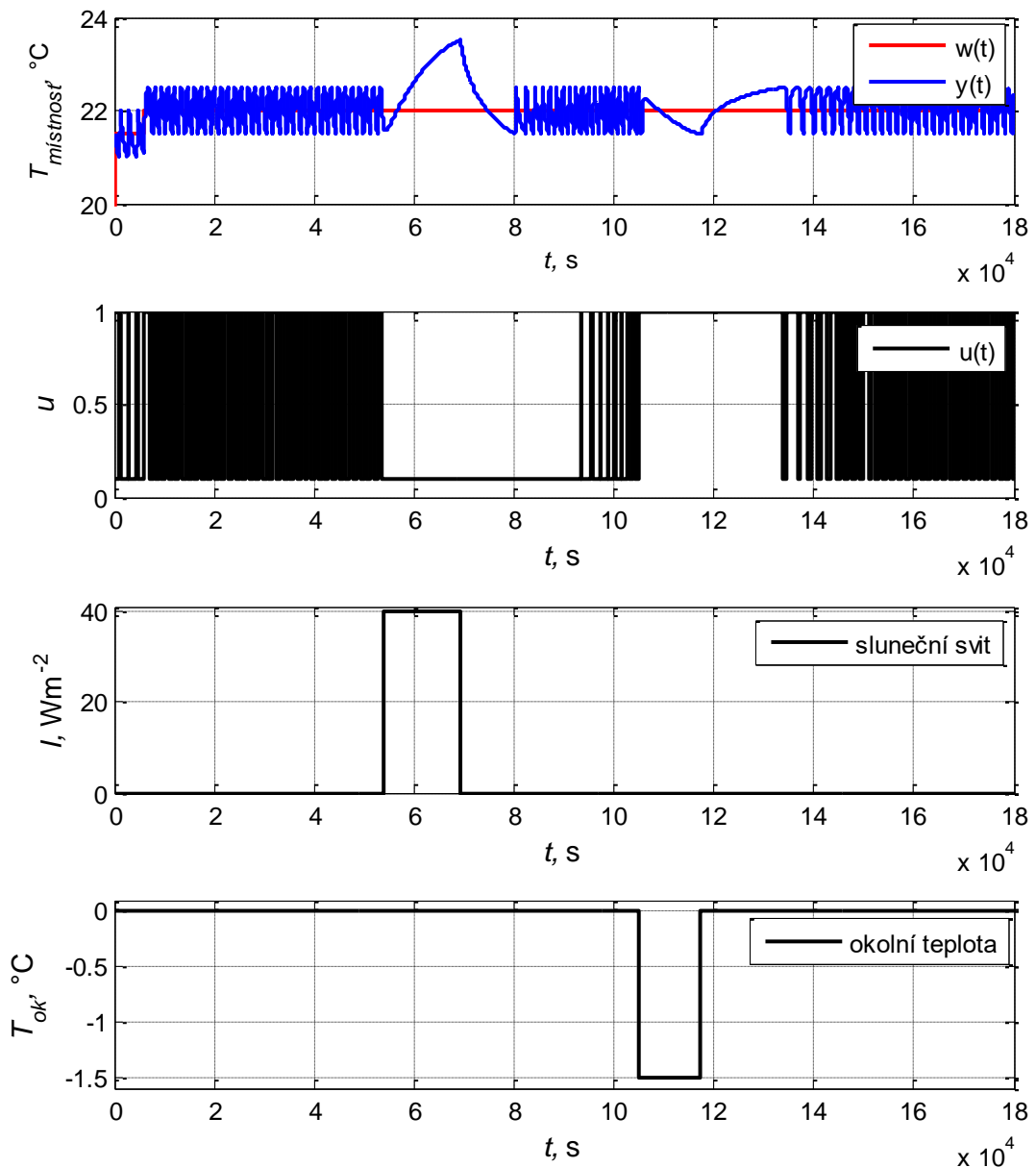
$$I_U = \sum_1^N u(k), \quad (9.2)$$

kde N – je počet kroků,

u – hodnota akčního zásahu v kroku k .

9.1 Regulace s dvoupolohovým regulátorem

Dvoupolohový regulátor byl otestován na situaci, kdy je systém ovlivněn i slunečním svitem a změnou venkovní teploty. Průběh byl zvolen stejný pro porovnání různých druhů regulátorů mezi sebou a je rozdělen do tří fází. V první fázi je provedena regulace na změnu žádané teploty v místnosti na 22 °C, druhou fází je zregulování poruchy vlivem slunečního záření a třetí fází je vykompenzování poruchy vlivem změny okolní teploty. Akční veličinou je otevření ventilu radiátoru. Z grafů na obrázku 9.1 lze vidět, že regulátor kmitá kolem žádaných hodnot (byla mu nastavena hodnota hystereze 0,5 °C).



Obrázek 9.1 –Průběh regulačního pochodu dvoustavového regulátoru

Hodnoty kritérií IAE a sumy akčních zásahů jsou uvedeny v tabulkách 9.1 a 9.2.

Tabulka 9.1 – Hodnoty kritéria IAE

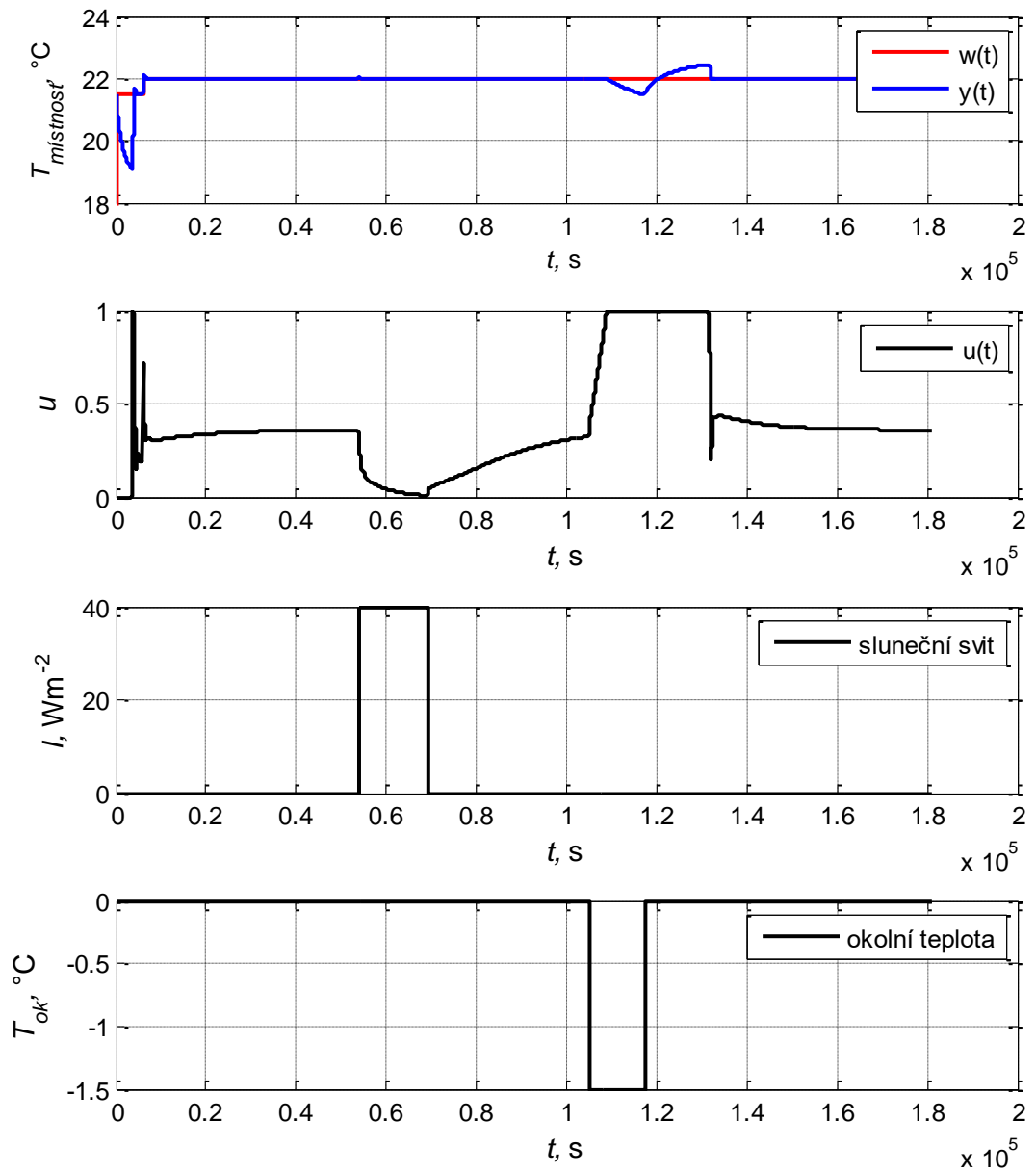
Fáze	IAE
Změna žádané	52,7
Porucha způsobená slunečním svitem	78,9
Porucha způsobená okolní teplotou	75,7
Součet	207,3

Tabulka 9.2 – Hodnoty sumy akčních zásahů

Fáze	Suma akčních zásahů
Změna žádané	85,4
Porucha způsobená slunečním svitem	35,9
Porucha způsobená okolní teplotou	189,2
Součet	310,5

9.2 Regulace s PID regulátorem

Parametry PID regulátoru byly nastaveny metodou pokus omyl na hodnoty $P = 1$ a $I = 0,01$. Byl použit tvar, kde složka I není násobena zesílením regulátoru (vážený součet vlivu P , I a D složky regulátoru). PID regulátor nebere v úvahu budoucí změny poruch a reaguje na aktuální regulační odchylky.



Obrázek 9.2 –Průběh regulačního pochodu PID regulátoru

Průběhy žádané hodnoty a poruchových veličin byly zvoleny stejné jako pro ostatní typy regulátorů pro možnost jejich porovnání. Nejdříve dochází ke změně žádané na 22 °C, poté k poruše způsobené slunečním svitem, a nakonec k poruše způsobené změnou okolní teploty. Akční veličinou je otevření ventilu radiátoru. Hodnoty kritéria IAE a sumy akčních zásahů pro jednotlivé fáze jsou uvedeny v tabulce 9.3 a 9.4.

Tabulka 9.3 – Hodnoty kritéria IAE

Fáze	IAE
Změna žádané	23,0
Porucha způsobená slunečním svitem	0,1
Porucha způsobená okolní teplotou	21,3
Součet	44,5

Tabulka 9.4 – Hodnoty sum akčních zásahů

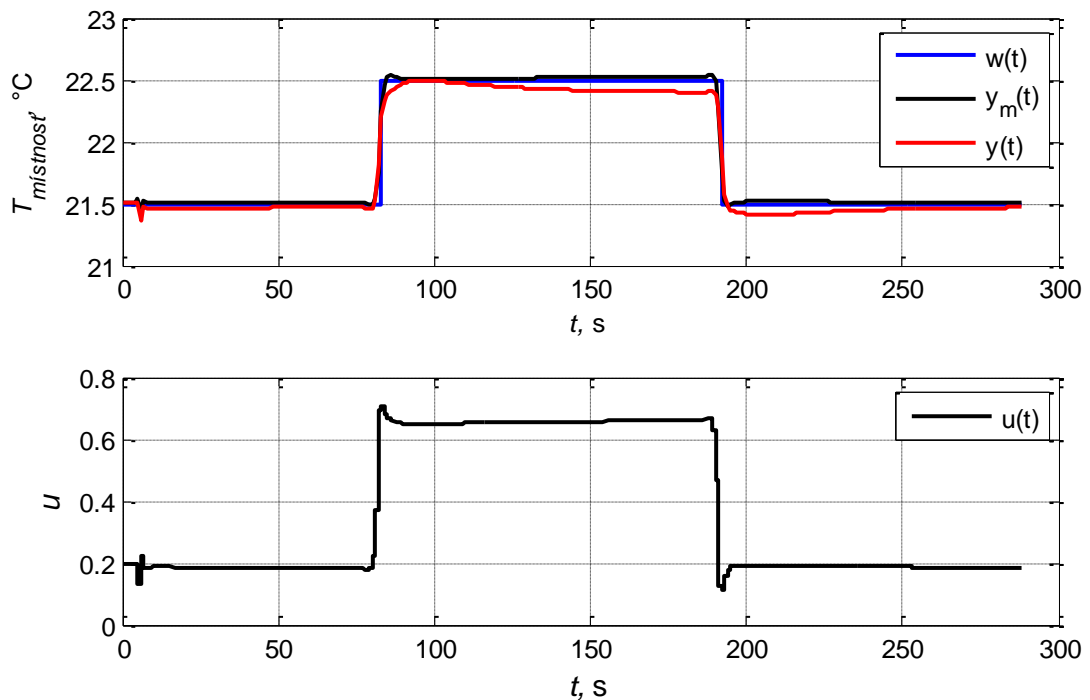
Fáze	Suma akčních zásahů
Změna žádané	57,3
Porucha způsobená slunečním svitem	27,2
Porucha způsobená okolní teplotou	147,2
Součet	231,8

9.3 Regulace s prediktivním regulátorem

Následují regulační pochody s prediktivním regulátorem. Nejdříve je ukázáno, jak regulátor reaguje jen na změnu žádané teploty. Dále je znázorněno, jak reaguje na poruchu způsobenou slunečním svitem a na poruchu vlivem změny venkovní teploty. Nakonec je pro porovnání s ostatními typy regulace použit stejný průběh žádané hodnoty a poruchových veličin. Z tohoto průběhu se počítají hodnoty kritérií pro porovnání s ostatními typy regulátorů.

9.3.1 Prediktivní regulace bez působení poruchových veličin

Prvním příkladem funkce prediktivního regulátoru je simulace, ve které jsou poruchy nulové, to znamená, že výstupní hodnota teploty je závislá jen na výkonu radiátoru. Perioda vzorkování byla nastavena na 300 s, horizont sledování žádané hodnoty a akčních zásahů na 12, což znamená 60 minut a koeficienty r a q byly nastaveny na 1. Akční veličinou je otevření ventilu radiátoru.

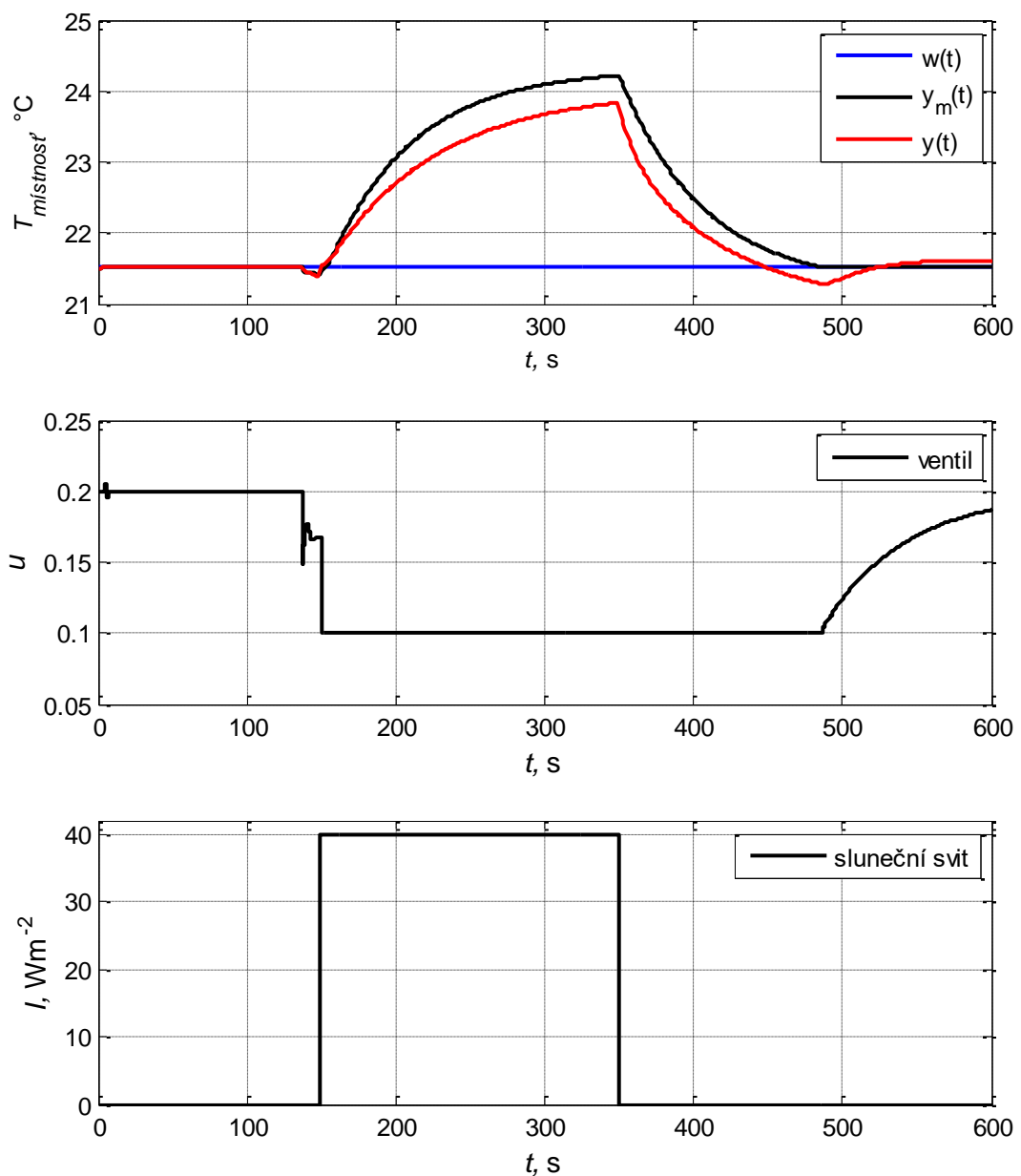


Obrázek 9.3 –Průběh regulačního pochodu prediktivního regulátoru bez okolních vlivů

9.3.2 Prediktivní regulace s poruchou ve tvaru skokové změny svitu slunce

Při simulaci regulace se zahrnutím vlivu slunečního záření se regulátor snaží regulovat výkon topení pomocí ventilu tak, aby vyvážil dopředu známý vliv slunečního záření, což

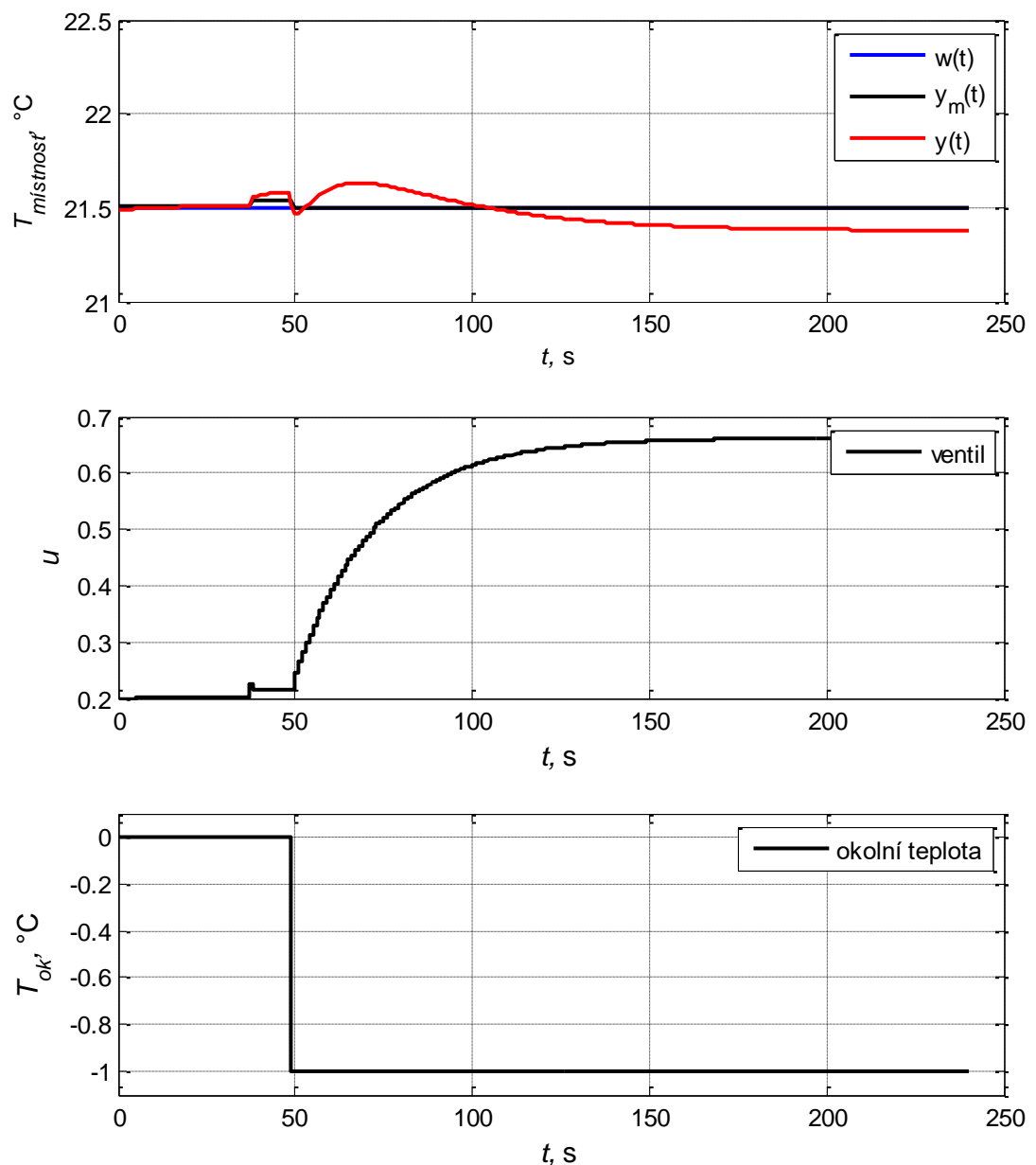
v tomto případě znamená, že regulátor uzavře ventil na minimum, které je v tomto případě definováno na 0,1. Je to dáno tím, že při úplném zavření ventilu dochází k velkému rozdílu mezi hodnotami ze simulace a hodnotami předpokládanými modelem (projeví se příliš nelinearita). Rozdíl mezi odhadem regulované veličiny a hodnotou ze simulace je viditelný i v tomto případě na grafu na obrázku 9.4. Model předpokládá vliv slunečního svitu jako významnější. Perioda vzorkování byla nastavena na 120 s.



Obrázek 9.4 –Regulační pochod s poruchou ve formě slunečního svitu

9.3.3 Prediktivní regulace s poruchou ve tvaru skokové změny venkovní teploty

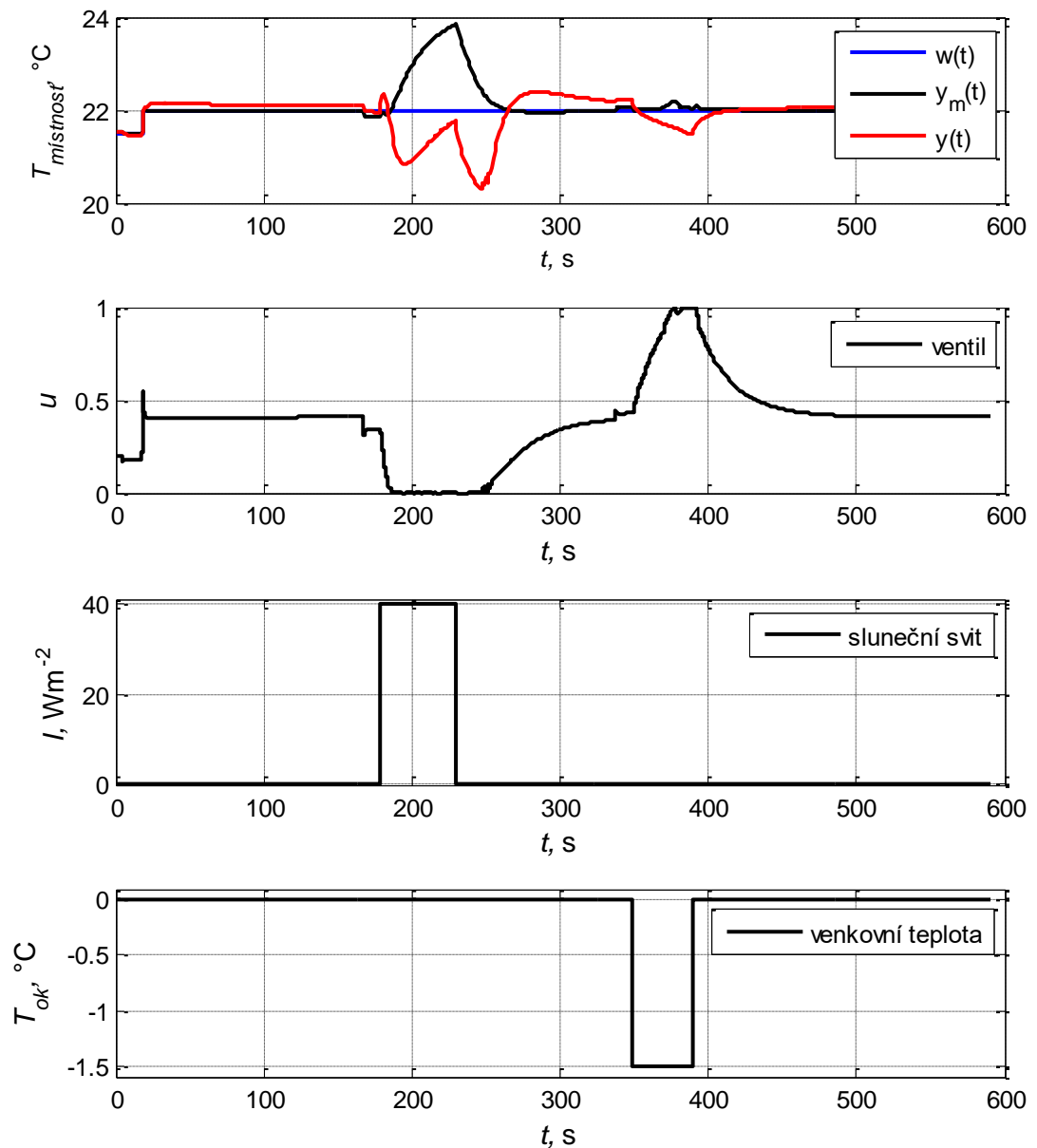
Regulátor nejdříve ventil lehce otevře několik kroků dopředu a dále postupně zvyšuje akční zásah tak, aby vykompenzoval úbytek tepla vlivem snížení okolní teploty o 1 °C. I v tomto případě je viditelný rozdíl mezi modelem a reálnou soustavou, ačkoliv se jedná o chybu řádově okolo 0,1 °C. Perioda vzorkování byla nastavena na 300 s.



Obrázek 9.5 – Výsledný průběh regulačního pochodu prediktivního regulátoru s vlivem venkovní teploty

9.3.4 Prediktivní regulace s vlivem slunečního svitu i venkovní teploty

Pochod je rozdělen do tří fází, stejně jako u grafů PID a dvoustavového regulátoru. V první fázi dochází jen ke změně žádané na 22 °C.



Obrázek 9.6 – Výsledný průběh regulačního pochodu prediktivního regulátoru s okolními vlivy

Ve druhé fázi při konstantní žádané dojde k tepelnému zisku způsobeného slunečním svitem, na což regulátor zareaguje s jemným předstihem zavřením ventilu. V této fázi je možné

pozorovat rozdíl vypočítané hodnoty podle modelu a hodnoty ze simulace. Je to způsobeno tím, že přenos použitý v modelu odpovídá hodnotám ze simulace uprostřed pracovního rozsahu. Ale především při nižších hodnotách otevření ventilu dochází k nelinearitám a změny mají větší vliv na teplotu v radiátoru a tím i na teplotu v místnosti. Při zavedení omezení otevření ventilu na 0,2 je shoda simulace a modelu značně vyšší.

Třetí fáze znázorňuje změnu venkovní teploty. I v této fázi je možné vidět rozdíl hodnot ze simulace a hodnot modelu. Tento rozdíl se dále projevuje jako trvalá regulační odchylka.

Pro porovnání s PID a dvoustavovým regulátorem byly vypočítány hodnoty IAE a suma akčních zásahů pro jednotlivé fáze. Jejich hodnoty jsou uvedeny v tabulkách 9.5 a 9.6.

Tabulka 9.5 – Hodnoty kritéria IAE

Fáze	IAE
Změna žádané	17,7
Porucha způsobená slunečním svitem	94,0
Porucha způsobená okolní teplotou	290,3
Součet	402,1

Tabulka 9.6 – Hodnoty sum akčních zásahů

Fáze	Suma akčních zásahů
Změna žádané	68,2
Porucha způsobená slunečním svitem	30,4
Porucha způsobená okolní teplotou	129,4
Součet	228,1

10 ZÁVĚR

Účelem práce bylo navrhnout a odzkoušet prediktivní regulaci teploty v rodinném domě a porovnat ji se standardními způsoby řízení dvoustavovým regulátorem nebo PID regulátorem. Z důvodu nemožnosti realizace řízení na reálné soustavě byl vytvořen simulační model celého domu v prostředí Simulink, který posloužil k identifikaci přenosů pro prediktivní regulátor a také simulační experimenty pro porovnání různých strategií řízení.

U reálného domu by bylo vhodné identifikovat přenosy pro model z experimentálních dat z dynamických průběhů změn otevření ventilu a průběhů okolní teploty a slunečního svitu. Za určité situace by bylo možné tyto vlivy od sebe oddělit. Například pokud by se neměnila okolní teplota a sluneční svit, tak pouze měnit otevření ventilu, případně nechat otevření ventilu konstantní a sledovat změny pro okolní teplotu nebo sluneční svit. Takovýto model by mohl popisovat reálné chování domu lépe než aproximace získaná ze simulace nelineárního modelu.

Kvalita modelu, tj. jak dobře model popisuje reálné chování řízené soustavy, je pro prediktivní řízení velmi zásadní. Ze simulovaných experimentů s prediktivním regulátorem vychází, že i malé odchylky modelu měly poměrně velký vliv na kvalitu regulace. Prediktivní regulátor reagoval dobře na změnu žádané hodnoty bez poruchových veličin, ale při existenci poruch se nepřesnosti modelu projevovaly nejvíce. Tím docházelo k chybám predikce a v důsledku toho ke snížení kvality regulace.

V porovnání s PID regulátorem a dvoustavovým regulátorem vychází ve fázích regulování poruchových veličin lépe PID regulátor. Prediktivní regulátor vychází podle kritérií o něco lépe při změně žádané teploty. Suma akčních zásahů ukazuje, že PID a prediktivní regulátor dodaly do soustavy téměř stejné množství energie, respektive jejich akční zásahy jsou v sumě velmi podobné, což je v souladu s celkovou energetickou bilancí domu.

Další možností rozšíření by mohla být realizace prediktivního regulátoru ve stavovém popisu s využitím stavového pozorovatele. Dále by byla možná aplikace prediktivního regulátoru na reálné místnosti nebo v celém domě s využitím metod experimentální identifikace pro získání modelu soustavy.

POUŽITÁ LITERATURA

- BAŠTA, Jiří. 2007. Metody moderních způsobů regulace. [online]. *TZB-Info Český instalatér 4/2007*. ISSN 1801-4399. Dostupné z: <https://vytapani.tzb-info.cz/mereni-a-regulace/4360-moznosti-modernich-zpusobu-regulace>
- CENTNEROVÁ, Lada. 2000. Tepelná pohoda a nepohoda. [online]. *TZB-Info Vytápění větrání instalace 5/2000*. ISSN 1801-4399. Dostupné z: <https://vetrani.tzb-info.cz/vnitri-prostredi/404-tepelna-pohoda-a-nepohoda>
- DRÁBEK, Oldřich a Jiří MACHÁČEK. 1987. *Experimentální identifikace*. Pardubice: Vysoká škola chemicko-technologická.
- ENERGY.GOV. 2015a. *Active solar heating*. [online]. Washington. Dostupné z: <https://www.energy.gov/energysaver/home-heating-systems/active-solar-heating>
- ENERGY.GOV. 2015b. *Furnaces and boilers*. [online]. Washington. Dostupné z: <https://www.energy.gov/energysaver/home-heating-systems/furnaces-and-boilers>
- ENERGY.GOV. 2015c. *Heat distribution systems*. [online]. Washington. Dostupné z: <https://www.energy.gov/energysaver/home-heating-systems/heat-distribution-systems>
- ENERGY.GOV. 2015d. *Heat pump systems*. [online]. Washington. Dostupné z: <https://www.energy.gov/energysaver/heat-and-cool/heat-pump-systems>
- ENERGY.GOV. 2015e. *Radiant heating*. [online]. Washington. Dostupné z: <https://www.energy.gov/energysaver/home-heating-systems/radiant-heating>
- MURRAY, Richard M. 2010. *Feedback systems*. [online]. California: Princeton University Press. Dostupné z: https://www.cds.caltech.edu/~murray/courses/cds101/fa04/caltech/am04_ch2-3oct04.pdf
- MYNAŘÍK, Roman. 2012. *Matematické modelování dynamických systémů v prostředí MATLAB*. Diplomová práce. Zlín: Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně, Fakulta aplikované informatiky. 100 s. Vedoucí doc. Ing. Dagmar Janáčková, CSc.
- NYKAMP, Duane Q. 2017. *An introduction to ordinary differential equations*. [online]. Math Insight. Dostupné z: https://mathinsight.org/ordinary_differential_equation_introduction
- TICHÝ, Martin. 2012. *Regulace teploty v budovách*. [online]. Bakalářská práce. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd. 46 s. Dostupné z: https://otik.uk.zcu.cz/bitstream/11025/5864/1/Martin_Tichy_BP_A09B0837P.pdf. Vedoucí Prof. Ing. Miloš Schlegel, CSc.

TZB-Info. 2015. *Tepelná čerpadla*. [online]. ISSN 1801-4399. Dostupné z:
<https://vytapani.tzb-info.cz/tepelna-cerpadla>

PŘÍLOHY

A - CD