KVANTIFIKACE RIZIK PRO ÚRAZOVÉ POJIŠTĚNÍ

QUANTIFICATION OF RISKS FOR ACCIDENT INSURANCE

Pavla Jindrová, Lucie Kopecká

Abstract: *People of all ages are threatened by accident. They have not many options of protection against financial impacts that are caused by accident. Accident insurance is often taking out insurance in the insurance practice. This article is focusing on quantification of risks for accident insurance. There are described possibilities of measuring risks and using of suitable models. There are modelled number and amount of insurance benefit using real data of the Slovak insurance companies. The data of the Slovak insurance companies is selected specifically for the case of death due to accident. Data contain information about the number of insured persons and number of insured events. The insurance companies cannot estimate premium separately for men and women due to EU Regulation. In this article, firstly, the premium is estimated separately for men and women and secondly this estimation is designed for both sexes. There is shown decision of EU affect amount of premium.*

The document can be downloaded at http://hdl.handle.net/10195/66930.

Keywords: *Quantification, Risk, Binomial/beta model, Bayesian estimation, Maximum likelihood estimation.*

***JEL Classification**: C11, C13, G22.*

Úvod

Lidská společnost je neustále vystavována nebezpečí, které vede ke vzniku škod. Toto nebezpečí lze považovat za nejistotu. Součástí nejistoty je riziko, které vyjadřuje možnost vzniku určité události, která může nastat s objektivní pravděpodobností, ať už matematickou nebo statistickou, a jejíž výsledek je odlišný od cíle. Pojištění je jeden ze způsobů, jak se může ekonomický subjekt chránit proti finančním důsledkům pojistných událostí, a zabývá se pouze riziky čistými, které způsobují jen záporné odchylky od cíle.

V pojistné praxi je často uzavíraným pojištěním úrazové pojištění. Úrazové pojištění patří do oblasti neživotního pojištění, a to konkrétně do neživotního pojištění osob. Úrazem se v pojišťovnictví rozumí neočekávaný a náhlý jev způsobený zevními i vlastními silami, nebo také nečekaným a neustálým působením vysokých teplot, jedů atd. Toto pojištění se nesjednává pouze zvlášť, ale také jako připojištění k jiným pojistným produktům pojišťovny.

1 Formulace problematiky

Důležitou úlohou pojišťovny je správně odhadnout rizika, aby byla v budoucnu schopná dostát svým závazkům. Článek se věnuje problému odhadů počtu a výše pojistných plnění pomocí bayesovské teorie kredibility a individuálního modelu rizika. Tím, že se pojišťovny více zaměřují na vlastní data z minulosti i na porovnatelná data z ostatních pojišťoven a pracují s nimi, jeví se tyto metody vhodnými pro konstrukci výše zmíněných odhadů.

2 Metody

2.1 Bayesovská teorie kredibility

Pojem kredibilita je chápán jako míra věrohodnosti. Dá-li se říci, že průběh škod pro určitou třídu pojištění je dostatečně kredibilní, bude se i v budoucnu tento průběh vyvíjet stejným směrem. Znamená to tedy, že v případě stanovování pojistného je větší důvěra kladena na dřívější zkušenosti s touto třídou pojištění než s jinými podobnými třídami pojištění.

Teorie kredibility se dá definovat jako soubor metod, které slouží především pro výpočet výšky pojistného, jde-li o krátkodobé pojistné smlouvy. Metody pracují s údaji čerpanými z vlastního portfolia pojistek anebo z jiných srovnatelných zdrojů.

Počátky teorie kredibility zasahují do začátku 20. století. Vznikla jako americká teorie kredibility, jak je z názvu již patrno, v Severní Americe, a to díky řešení aktuárských problémů. V polovině 20. století se začíná prosazovat bayesovská teorie kredibility, a to díky článkům A. L. Baileyho. V 60. letech 20. století zažila teorie kredibility největší pokrok. V této době byl odvozen vztah pro věrohodné pojistné. Dva švýcarští aktuáři, kterými byli H. Bühlmann a E. Straub, se zasloužili o tzv. empirickou bayesovskou teorii kredibility, která je jinak zvaná také jako evropská teorie kredibility (Kotlebová, 2009; Pacáková, 2004; Šoltés, 2009).

Jak bylo již výše zmíněno, první teorie kredibility, tzv. americká teorie kredibility, nebere v úvahu údaje z cizích srovnatelných rizik. Empirická bayesovská teorie kredibility tyto srovnatelné údaje z cizích rizik do úvahy bere. V následujícím textu bude pozornost věnována bayesovské teorii kredibility, která je založena na bayesovské teorii odhadu. Nejprve je však nutné vysvětlit rozdíl mezi klasickou a bayesovskou statistikou. Klasická statistika pracuje jen s údaji z výběrového souboru (např. minulá pozorování), zatímco bayesovská statistika využívá kromě vstupních informací z výběrových souborů i jiné dodatečně dostupné informace. Existují však nevýhody těchto dodatečných informací, a to kvalita informace (subjektivní charakter) a různé zdroje (protichůdné informace).

I přes tyto nevýhody je možné díky bayesovské statistice dosáhnout lepších výsledků, než bychom dosáhli klasickou statistikou. Je však nutné umět dodatečné informace správně matematicky modelovat. Hlavním rozdílem mezi klasickou a bayesovskou statistikou je odhadovaný parametr θ, který je v prvním případě neznámou konstantou a ve druhém případě náhodnou proměnnou.

Parametr θ jako náhodná proměnná v případě bayesovské statistiky má pravděpodobnostní rozdělení, které značíme jako $f_\theta(\theta)$ a nazýváme jej apriorním rozdělením. Jde o první získanou informaci o parametru θ, a to bez použití výběrového souboru. Pokud známe vlastní výběrový soubor, jsme schopni apriorní informaci zlepšit informacemi aposteriorními. Aposteriorní rozdělení je rozdělení neznámého parametru θ, které je možné označit jako $f(\theta/\mathbf{x})$, a které využívá jak apriorní informaci, tak informaci z vlastního výběrového souboru $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ (Kotlebová, 2009; Pacáková, 2004; Pacáková & Kotlebová, 2014).

Jestliže je x definované výše náhodný výběr aposteriorního rozdělení $f(\theta/\mathbf{x})$, a jestliže neznámý parametr θ má apriorní rozdělení $f_\theta(\theta) = f(\theta)$, pak podle spojité verze bayesovské věty dostaneme vztah pro aposteriorní rozdělení (Boland 2007; Pacáková 2004; Pacáková & Kotlebová, 2014; Šoltés, 2009)

$$f(\theta/\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}/\theta)\cdot f(\theta)}{\int\limits_{\theta} f(\mathbf{x}/\theta)\cdot f(\theta)d\theta} \tag{1}$$

Marginální hustotou se rozumí výraz ve jmenovateli vztahu (1). Tato marginální hustota je nezávislá na parametru θ, tedy hovoříme o ní jako o konstantě, a proto bude v následujícím vztahu pro aposteriorní rozdělení vynechána. Je tedy možné předchozí vztah zapsat jako vztah

$$f(\theta/\mathbf{x}) \propto f(\mathbf{x}/\theta)\cdot f(\theta) \tag{2}$$

V některých případech se může stát, že apriorní a aposteriorní rozdělení jsou stejného typu, ale různých parametrů. Taková rozdělení se nazývají konjugovaná rozdělení, a to k rozdělení, ze kterého pochází náhodný výběr. Pro účely tohoto článku je v další podkapitole představen model binomické/beta, který je konjugonaným rozdělením využívaným v pojišťovnictví a který je v tomto článku využit.

2.2 Model binomické/beta

Cílem modelu je odhadnout pravděpodobnost nastání pojistné události. V případě modelu binomické/beta je náhodný výběr X z binomického rozdělení s parametrem θ, tedy $X/\theta \approx Bi(n;\theta)$ (Pacáková, 2004). Tvar aposteriorní hustoty pravděpodobnostní funkce je pak vyjádřen vztahem

$$f(x/\theta) = \binom{n}{x}\cdot\theta\cdot(1-\theta)^{n-x} \propto \theta^{x}\cdot(1-\theta)^{n-x}, \text{kde } n \in N \text{ a } x \in \{0,1,\dots,n\} \tag{3}$$

Dále parametr θ má apriorní rozdělení typu beta, což je možné zapsat jako $\theta \approx Be(\alpha;\beta)$. Pro hustotu na intervalu (0; 1) platí vztah

$$f(\theta) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)+\Gamma(\beta)}\cdot\theta^{\alpha-1}\cdot(1-\theta)^{\beta-1} \propto \theta^{\alpha-1}\cdot(1-\theta)^{\beta-1} \tag{4}$$

Jestliže dosadíme vztah (3) a (4) do vztahu (2) dostaneme nový vztah (5) pro vyjádření hustoty aposteriorního rozdělení, které odpovídá hustotě rozdělení beta s novými parametry $\alpha_1 = \alpha + x$ a $\beta_1 = \beta + n - x$, což lze zapsat jako $\theta/X \approx Be(\alpha+x;\beta+n-x)$ a platí

$$f(\theta/x) \propto \theta^{\alpha+x-1}\cdot(1-\theta)^{\beta+n-x-1} \tag{5}$$

V případě modelu binomické/beta je bayesovským odhadem parametru θ označovaným jako θ_B rozdělení binomického $Bi(\theta;n)$, střední hodnota aposteriorního rozdělení beta $Be(\alpha+x;\beta+n-x)$, a to vzhledem na kvadratickou ztrátu (Pacáková, 2004). Bayesovský odhad (Boland, 2007; Jindrová, 2014; Jindrová & Pacáková, 2015) je vyjádřen vztahem

$$\theta_B = \frac{\alpha+x}{\alpha+\beta+n} \tag{6}$$

Vztah (6) je možné dále upravit na vztah (7) takto

$$\theta_B = \frac{n}{\alpha+\beta+n}\cdot\frac{x}{n} + \frac{\alpha+\beta}{\alpha+\beta+n}\cdot\frac{\alpha}{\alpha+\beta} \tag{7}$$

Ve vztahu (7) je v bayesovském odhadu θ_B výraz $\frac{x}{n}$ maximálně věrohodný odhad parametru θ binomického rozdělení $Bi(\theta;n)$ a dále střední hodnotou apriorního rozdělení beta $Be(\alpha;\beta)$ parametru θ, což je výraz $\frac{\alpha}{\alpha+\beta}=\mu$. Dá se říci, že čím menší je rozsah výběrového souboru, tím větší váhu má odhad apriorního rozdělení oproti váze maximálně věrohodného odhadu. Na druhou stranu čím větší je rozsah výběrového souboru, tím větší váhu má výše zmiňovaný maximálně věrohodný odhad oproti odhadu apriorního rozdělení.

Pokud ze vztahu (7) je vyjádřen výraz $\frac{n}{\alpha+\beta+n}$ jako faktor kredibility *Z*, je možné ho zapsat jako vztah (8), který je lineární kombinací maximálně věrohodného odhadu a střední hodnoty apriorního rozdělení:

$$\theta_B = Z \cdot \frac{x}{n} + (1-Z)\cdot \mu \tag{8}$$

Faktor kredibility *Z* leží v intervalu <0;1>. Pokud $Z = 0$ a $n = 0$ znamená to, že pojišťovna nemá žádné uzavřené pojistky a musí použít pouze apriorní informaci. Pokud $n \rightarrow \infty$ znamená to, že $Z \rightarrow 1$ a je tedy možné, aby se pojišťovna spolehla pouze na vlastní údaje (Pacáková, 2004; Šoltés, 2009).

2.3 Modely individuálního rizika

Modely individuálního rizika (Pacáková, 2004; Kotlebová, 2009) jsou zvláštním případem modelů kolektivního rizika a byly vytvořeny dříve než kolektivní modely rizika. Modely individuálního rizika slouží ke stanovení toho, jak velké bude celkové pojistné plnění, což pojišťovna může využít v případě, když potřebuje stanovit výši pojistného nutného k pokrytí pojistného plnění. Tyto modely je možné použít tehdy, máme-li heterogenní portfolio z fixního počtu *n* individuálních rizik, tedy individuálních pojistek. Portfolio je neměnné po dobu pojistné ochrany a existuje nezávislost mezi výškou a výskytem pojistných plnění pro tyto individuální pojistky.

Následující vztah (9) značí výšku pojistného plnění z portfolia o *n* individuálních pojistkách (Pacáková, 2004)

$$S_n = \sum_{j=1}^{n} Y_j, \text{kde } j \in \{1,2,\ldots,n\} \tag{9}$$

Y_j popisuje výšku pojistného plnění z portfolia *n* pojistek pro *j*-tou pojistku. V případě, že $Y_j = 0$ lze říci, že v pozorovaném období nenastane pro některou pojistku pojistné plnění.

V případě, že pojistná událost nastane, bude výška pojistného plnění z *j*-tého rizika náhodnou veličinou značenou jako X_j. Zmíněné výšky pojistných plnění nemusí mít stejné rozdělení. Dále pro X_j bude stanovena jako $F_j(x)$ distribuční funkce, μ_j střední hodnota a σ_j^2 rozptyl. Výše zmíněné N_j bude mít binomické rozdělení s parametry 1 a q_j, což je možné zapsat jako $N_j \approx Bi(1;q_j)$. Výška pojistného plnění Y_j bude mít tedy složené binomické rozdělení s parametry $E(Y_j)$ a $D(Y_j)$, tedy platí (Boland, 2007)

$$E(Y_j) = q_j \cdot \mu_j,\ D(Y_j) = q_j \cdot (\sigma_j^2 + \mu_j^2) - q_j^2 \cdot \mu_j^2 = q_j \cdot \sigma_j^2 + q_j \cdot (1-q_j) \cdot \mu_j^2 \tag{10-11}$$

Ze vztahu (9) plyne, že výška pojistného plnění je součtem n nezávislých náhodných veličin Y_j. Střední hodnota a rozptyl výšky pojistného plnění jsou tedy vyjádřeny vztahy (Pacáková & Kotlebová, 2014; Šoltés, 2009; Kopecká, 2016).

$$E(S_n) = E\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j\right) = \sum_{j=1}^{n} E(Y_j) = \sum_{j=1}^{n} q_j \cdot \mu_j \tag{12}$$

$$D(S_n) = D\left(\sum_{j=1}^{n} Y_j\right) = \sum_{j=1}^{n} D(Y_j) = \sum_{j=1}^{n} \left[q_j \cdot \sigma_j^2 + q_j \cdot (1 - q_j) \cdot \mu_j^2\right] \tag{13}$$

Náhodné veličiny Y_j výšky pojistného plnění, pro j-tou pojistku z n pojistek portfolia, nejsou identicky rozdělené, a proto nelze stanovit rozdělení jejich součtu S_n podle Lindebergovy-Levyho centrální limitní věty. Za jistých předpokladů pro velké n, což je v pojišťovnictví často splněno, je možné použít aproximaci pomocí normálního rozdělení na základě Laplaceovy-Ljapuninovy centrální limitní věty. Pak S_n má asymptoticky normální rozdělení s parametry $E(S_n)$ a $D(S_n)$ (Pacáková, 2004; Pacáková & Kotlebová, 2014).

Je-li směrodatná odchylka $\sigma(S_n) = \sqrt{D(S_n)}$ a $z_{0,95}$ je 95. percentil normovaného normálního rozdělení, pak rizikovou přirážku θ je možné vyjádřit vztahem

$$\theta = \frac{z_{0,95} \cdot \sigma(S_n)}{E(S_n)} \tag{14}$$

Čistým netto pojistným neboli průměrným pojistným plněním se rozumí $E(S_n)$. Je-li k průměrnému pojistnému plnění připočtena riziková přirážka, dostaneme podle vztahu (15) rizikové pojistné, které je rovno 95. percentilu rozdělení S_n

$$S_{0,95} = E(S_n) \cdot (1 + \theta) \tag{15}$$

3 Rozbor problému - Modelování počtu a výše pojistných plnění pro úrazové pojištění v SR

Nyní bude pozornost věnována praktickému využití výše popsaných modelů pro modelování počtu a výše pojistných plnění.

Na internetových stránkách Národní banky Slovenské republiky (NBS - Súhrnné štatistické údaje, 2016) jsou uveřejněny údaje o expozici vůči riziku a o počtu pojistných událostí podle pohlaví a věkových kategorií pro jednotlivé roky pro různá rizika. Pojišťovny předložily Národní bance Slovenska podle opatření č. 20/2008 výkazy pro období 1999 – 2012. Pro potřeby této práce jsou použity údaje za celé toto čtrnáctileté období, a to jak zvlášť pro muže a ženy, tak i pro obě pohlaví dohromady pro riziko úmrtí následkem úrazu. Veškeré odhady jsou konstruovány pro rok 2013.

V praxi dnes již pojišťovny v EU nepoužívají příslušnost k pohlaví jako faktor pro stanovení pojistného, a to podle směrnice č. 2004/113/ES (NBS, 2011).

Aby bylo možné dále pracovat s poskytnutými údaji, je nutné vysvětlit výše zmíněné pojmy, kterými jsou expozice vůči riziku a počet pojistných událostí. Expozice vůči riziku představuje počet osob pojištěných na příslušné riziko v našem případě na riziko úmrtí v důsledku úrazu. Expozici vůči riziku lze vyjádřit vztahem (16), kde N znamená počet osob pojištěných na dané riziko v příslušném roce

$$\sum_{n=1}^{N} \textit{počet dní pojistného krytí v příslušném roce}/365 \qquad (16)$$

Druhým výše zmíněným pojmem je počet pojistných událostí, které je možné popsat jako počet pojistných událostí daného rizika s výškou škody, která není rovna nule, vzniklých v příslušném roce (Šoltés, 2009).

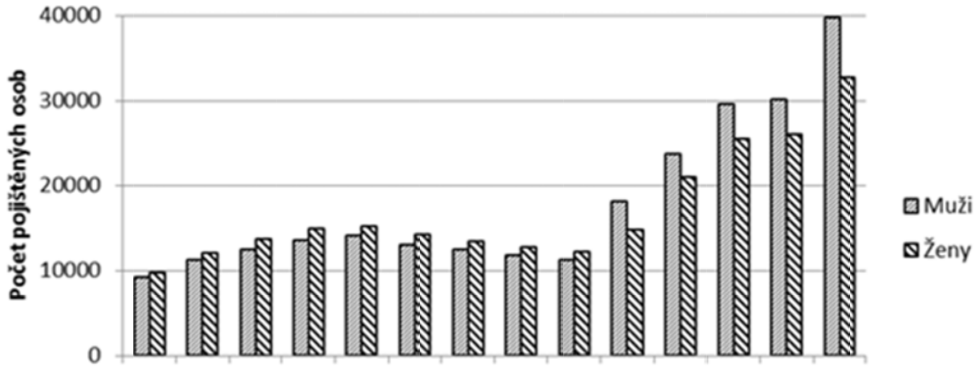
Pro odhady pravděpodobností výskytu pojistných událostí jsou použity bayesovské odhady, konkrétně model binomické/beta, který je popsán v kapitole 2. 2. Tento model je vybrán z důvodu, že beta rozdělení dobře modeluje apriorní informaci. Je použit speciální případ beta rozdělení, a to rovnoměrné beta rozdělení. Pro odhady celkové výše pojistných plnění jsou použity pravděpodobnostní modely individuálního rizika, které jsou popsány v kapitole 2.3. Veškeré výpočty, tabulky a grafická znázornění jsou konstruovány za pomoci programů MS EXCEL nebo STATISTICA.

3.1 Odhady pravděpodobností výskytu pojistných událostí pro případ úmrtí v důsledku úrazu

V případě modelu binomické/beta má počet pojistných událostí (úmrtí v důsledku úrazu) binomické rozdělení, které je značené jako $Bi(n;\theta)$. Dále x značí počet pojistných událostí v příslušném roce, parametr n představuje počet pojištěných osob a parametr θ značí pravděpodobnost pojistné události. Pravděpodobnost pojistné události je pro každou pojištěnou osobu konstantní. Cílem této podkapitoly je zjistit bayesovský odhad parametru θ, který je označený jako θ_B, pokud je nám známo, že při n pojištěných osobách (uzavřených pojistných smlouvách) bylo x pojistných událostí v daném roce.

Na základě údajů ze slovenských pojišťoven je nejprve zmapován vývoj počtu pojištěných osob pro případ úmrtí následkem úrazu a počet pojistných událostí, tedy úmrtí v důsledku úrazu.

Obr. 1: Graf popisující počet pojištěných osob na úmrtí v důsledku úrazu v SR



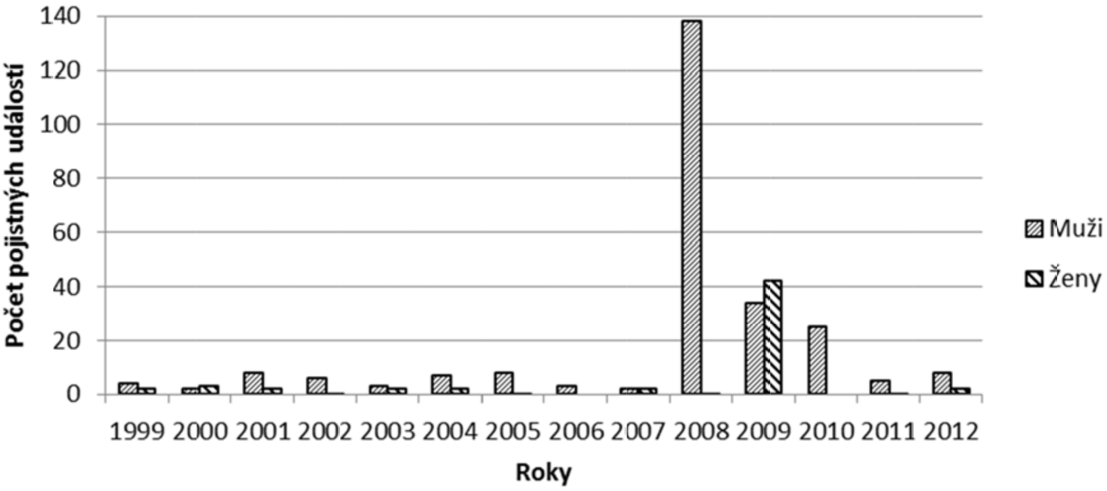
Zdroj: Upraveno podle dat NBS

Na obrázku 1 je graficky znázorněn vývoj počtu pojištěných osob na riziko úmrtí v důsledku úrazu v SR pro každé pohlaví zvlášť, a to od roku 1999 do roku 2012.

Ve vývoji počtu pojištěných osob je patrné, že od roku 2007, kdy pojištěných pro případ úmrtí v důsledku úrazu bylo nejméně, došlo k rychlému nárůstu počtu pojištěných osob. Dále je možné vidět, že do roku 2007 byly mezi pojištěnými osobami více zastoupeny ženy, avšak od roku 2008 převládají muži.

Na dalším obrázku 2 je graficky znázorněn vývoj počtu pojistných událostí pro případ úmrtí v důsledku úrazu, a to zvlášť pro muže a ženy.

Obr. 2: Graf popisující počet pojistných událostí pro pojištění úmrtí v důsledku úrazu v SR



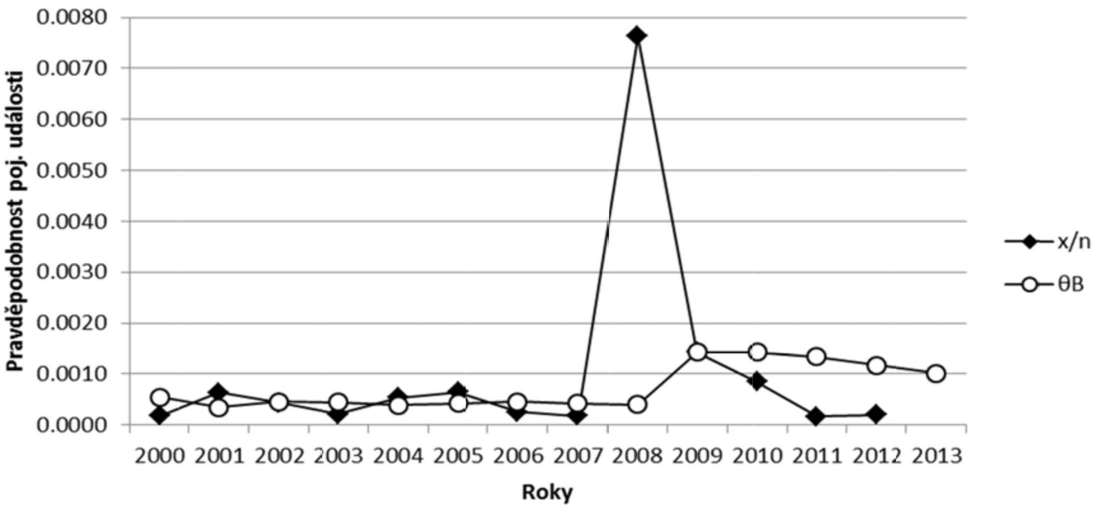
*Zdroj: Upraveno podle dat NBS***Chyba! Nenalezen zdroj odkazů.***

Z obrázku 2 je evidentní, že do roku 2007 byl počet úmrtí následkem úrazu poměrně nízký, ale v roce 2008 došlo k velkému výkyvu v počtu úmrtí následkem úrazu, a to o 135 případů více než v roce předchozím. V následujících třech letech se úmrtnost vlivem úrazu začíná opět snižovat. Celkově vyšší úmrtnost vykazují muži než ženy. Tento trend je porušen pouze v roce 2000 a 2009, kdy počet pojistných událostí je vyšší u žen než u mužů.

Nyní již bude modelován odhad pravděpodobnosti výskytu úmrtí následkem úrazu pro rok 2013 za pomoci dat ze slovenských pojišťoven a modelu binomické/beta. Rozdělení beta je pro odhad parametru θ binomického rozdělení konjugovaným rozdělením. Jelikož není žádná informace o apriorním rozdělení parametru θ, použijeme tzv. rovnoměrné rozdělení, což je beta rozdělení nacházející se na intervalu <0;1>. Pro první období jsou tedy parametry rovny $\alpha = \beta = 1$. V dalších obdobích, jak již bylo v kapitole 2.2 popsáno, bude $\alpha_1 = \alpha + x$ a $\beta_1 = \beta + n - x$.

Na následujícím třech obrázcích je graficky zobrazen maximálně věrohodný odhad pravděpodobnosti výskytu úmrtí v důsledku úrazu, který je označen jako x/n a to od roku 2000 do roku 2012 a bayesovský odhad pravděpodobnosti výskytu úmrtí v důsledku úrazu, který je označen θ_B a to od roku 2000 do roku 2013, který je zobrazen včetně predikované hodnoty. Rok 1999 nebude graficky znázorněn, protože díky stanovení počátečních parametrů dochází v případě bayesovských odhadů k velkému výkyvu. Na obrázku 3 jsou zobrazeny hodnoty pro muže.

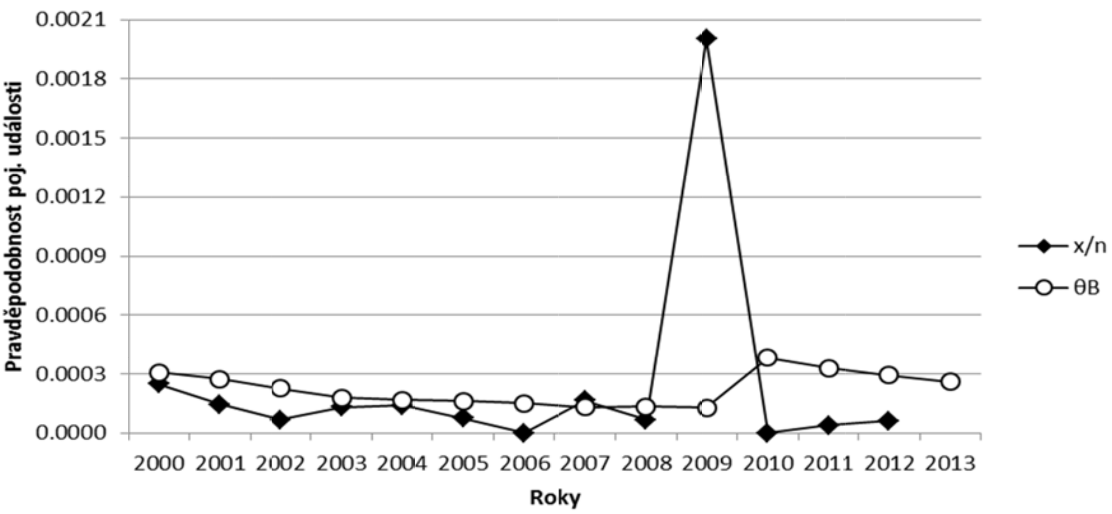
Obr. 3: Graf popisující odhady pravděpodobnosti úmrtí v důsledku úrazu u mužů v SR



Zdroj: Vlastní zpracování

Následující obrázek 4 se týká odhadů pravděpodobnosti úmrtí v důsledku úrazu pro ženy.

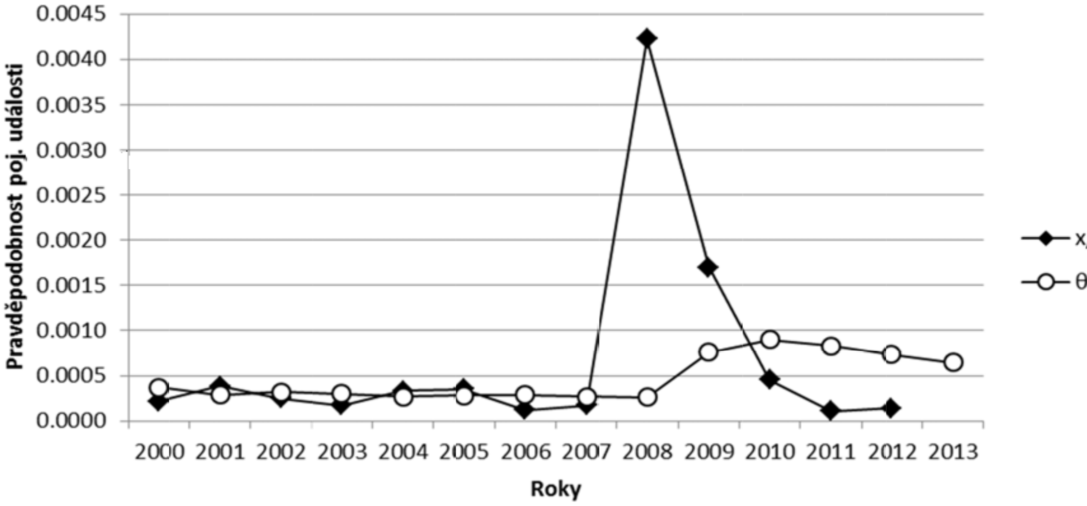
Obr. 4: Graf popisující odhady pravděpodobnosti úmrtí v důsledku úrazu u žen v SR



Zdroj: Vlastní zpracování

Obrázek 5 graficky zobrazuje maximálně věrohodný a bayesovský odhad pravděpodobnosti úmrtí v důsledku úrazu pro obě pohlaví dohromady.

Obr. 5: Graf popisující odhady pravděpodobnosti úmrtí následkem úrazu u obou pohlaví v SR



Zdroj: Vlastní zpracování

Na uvedených obrázcích 3, 4 a 5 lze vidět některé výhody bayesovských odhadů pravděpodobnosti. Maximálně věrohodné odhady je možné konstruovat pouze pro roky, pro které známe potřebná data, čili počet pojistných událostí a počet pojištěných osob. Na rozdíl od maximálně věrohodných odhadů bayesovské odhady pravděpodobnosti lze stanovit i pro rok následující, v našem případě pro rok 2013.

Bayesovský odhad pravděpodobnosti úmrtí v důsledku úrazu je tedy pro rok 2013 v případě mužů 0,00101 a v případě žen je tato pravděpodobnost 0,00026. Bayesovský odhad pravděpodobnosti úmrtí v důsledku úrazu pro obě pohlaví dohromady činí 0,00064.

Další výhodou je i to, že bayesovské odhady pravděpodobnosti využívají nejen informací z vlastního výběrového souboru, ale také z cizích porovnatelných rizik. I ne nejlepší apriorní informaci je možné v případě bayesovských odhadů pravděpodobnosti vylepšit aposteriorními informacemi.

3.2 Odhady výše pojistných plnění pro případ úmrtí v důsledku úrazu

K odhadu celkového pojistného plnění pro případ úmrtí v důsledku úrazu pro rok 2013 jsou použity modely individuálního rizika, které jsou definovány v kapitole 2.3. Pro odhady celkové výše pojistných plnění je nutné nejprve stanovit odhady počtu pojištěných osob a odhady pravděpodobnosti výskytu pojistné události pro rok 2013. Odhady jsou stanoveny zvlášť pro muže a ženy, ale i pro obě pohlaví dohromady. Odhady pravděpodobnosti pojistné události pro případ úmrtí jsou stanoveny v předchozí kapitole 3.1. Pro odhady počtu pojištěných osob je využit lineární trend časové řady v programu STATISTICA. Pro rok 2013 je odhadnuto, že počet pojištěných mužů je 50 806 a v případě žen je tento odhad 42 423. Pro obě pohlaví dohromady je prognózovaná hodnota počtu pojištěných osob 93 228.

Pomocí individuálních modelů rizika vypočítáme výši pojistných plnění zvlášť pro muže a pro ženy.

V tabulkách 1 a 2 jsou shrnuty výsledky, které se týkají výše pojistného plnění pro rok 2013, kde $E(S_n)$ značí netto pojistné S_n, $\sigma(S_n)$ vyjadřuje směrodatnou odchylku, θ vyjadřuje tzv. rizikovou přirážku a $S_{0,95}$ značí rizikové pojistné. V tabulce 1 jsou tyto hodnoty vyčísleny zvlášť pro muže a pro ženy.

Tab. 1: Výsledky pro výpočet výše pojistného plnění pro muže a pro ženy pro rok 2013

	Výsledky pro muže	Výsledky pro ženy
$E(S_n)$	25 767 573,19	5 518 586,31
$\sigma(S_n)$	3 587 578,28	1 660 895,92
θ	0,22901	0,49504
$S_{0,95}$	31 668 614,34	8 250 516,99

Zdroj: Vlastní zpracování

V následující tabulce 2 jsou uvedeny výsledky $E(S_n)$ a $\sigma(S_n)$ uvedeny pro případy, kdy je pohlaví zohledněno a kdy není brán ohled na pohlaví pojištěnců.

Tab. 2: Výsledky pro výpočet výše celkového pojistného plnění pro rok 2013 s ohledem na pohlaví a bez ohledu na pohlaví

	Výsledek s ohledem na pohlaví	Výsledek bez ohledu na pohlaví
$E(S_n)$	31 286 159,50	30 045 216,10
$\sigma(S_n)$	3 953 390,09	3 874 651,62
θ	0,20785	0,21212
$S_{0,95}$	37 788 907,53	36 418 450,87

Zdroj: Vlastní zpracování

4 Diskuze

Pravděpodobnost úmrtí v důsledku úrazu byla zjišťována pomocí bayesovských odhadů, a to konkrétně pomocí modelu binomické/beta pro muže a ženy zvlášť, ale také pro obě pohlaví dohromady. V případě mužů byl bayesovský odhad výskytu pojistné události pro rok 2013 0,101 % a v případě žen byl tento odhad 0,026 %. Je tedy evidentní, že odhadnutá pravděpodobnost úmrtí v důsledku úrazu je pro rok 2013 větší u mužů než u žen. Pro obě pohlaví dohromady je tato pravděpodobnost 0,064 %.

Dále byl odhadnut počet pojištěných mužů, žen a osob pro rok 2013, a to pomocí regresní analýzy. Odhad počtu pojištěných mužů pro rok 2013 činil 50 806, v případě žen 42 423 pojištěných. Pro obě pohlaví dohromady byl odhad počtu pojištěných osob pro rok 2013 stanoven na 93 228 pojištěných osob.

Nakonec byla zjištěna pomocí modelů individuálního rizika celková výše pojistného plnění pro rok 2013, a to nejprve pro muže a ženy zvlášť a následně pro muže a ženy dohromady s tím, že odhady počtu pojištěných osob a pravděpodobnosti výskytu pojistné události byly konstruovány zvlášť pro muže a ženy. Poté bylo totéž zjišťováno pro případ, že odhady počtu pojištěných osob a pravděpodobnosti výskytu pojistné události byly konstruovány pro obě pohlaví dohromady.

Na základě uvedených postupů bylo vypočteno, že v případě určení celkové výše pojistného plnění pouze pro muže pro rok 2013, je celkové vyinkasované netto pojistné rovno 25 767 573,19 Eur a riziková přirážka je 0,22901. Rizikové pojistné činí 31 668 614,34 Eur (to, co musí pojišťovna vyinkasovat, aby s pravděpodobností 95 % byla schopna pokrýt veškerá pojistná plnění). Naopak u žen je netto pojistné vyčísleno na 5 518 586,31 Eur, riziková přirážka je rovna 0,49504 a rizikové pojistné je stanoveno na 8 250 516,99 Eur.

V případě, pokud by pojišťovna odhadovala pravděpodobnost úmrtí v důsledku úrazu a počet pojištěných osob pro rok 2013 pro obě pohlaví zvlášť, je celkové netto pojistné pro obě pohlaví rovno 31 286 159,50 Eur a riziková přirážka je stanovena na hodnotu 0,20785. Pak rizikové pojistné je vyčísleno na 37 788 907,53 Eur.

Ve druhém případě, tedy pokud by pojišťovna odhadovala pravděpodobnost úmrtí v důsledku úrazu a počet pojištěných osob pro rok 2013 pro obě pohlaví dohromady, je celkové netto pojistné pro obě pohlaví vyčísleno na 30 045 216,10 Eur a riziková přirážka je stanovena na hodnotu 0,21212. Pak rizikové pojistné činí v tomto případě 36 418 450,87 Eur.

Hodnoty pojistného lze přepočítat v obou případech na 1 osobu. Pak v případě, kdy je zohledněno pohlaví, je výše netto pojistného na osobu rovno 335,58 Eur a výše rizikového pojistného 405,33 Eur. Pokud bychom počítali zvlášť pojistné pro muže a pro ženy, pak netto pojistné pro 1 muže činí 507,18 Eur a rizikové pojistné 623,32 Eur. Netto pojistné pro 1 ženu činí 130,08 Eur a rizikové pojistné 194,48 Eur. Pokud nebude zohledněno pohlaví u klientů pojišťoven, pak netto pojistné na 1 osobu je rovno 322,28 Eur a rizikové pojistné je rovno 390,63 Eur.

Je evidentní, že pokud bude pojišťovna zjišťovat celkovou výši pojistného plnění pro muže a ženy zvlášť, vyinkasuje od mužů na pojistném téměř čtyřikrát více než v případě žen, což je pochopitelné z důvodu, že odhadovaný počet pojištěných mužů a pravděpodobnost výskytu pojistné události u mužů (počet pojistných plnění) je vyšší než u žen.

V případě, že se pohlaví při výpočtu pojistného podle direktivy Evropské unie nebude zohledňovat, bude vzhledem na pravděpodobnost úmrtí pojistné pro muže nižší a pojistné pro ženy vyšší než v případě, kdy se zohlední skutečné míry rizika úmrtí v důsledku úrazu. Je diskutabilní, jestli příslušná direktiva EU skutečně odstranila diskriminaci podle pohlaví.

Závěr

Cílem tohoto článku bylo popsat vhodné metody pro stanovení odhadu počtu a výše pojistných plnění a následně na základě reálných dat ze slovenských pojišťoven z období 1999-2012 modelovat odhady pravděpodobnosti úmrtí v důsledku úrazu, počtu pojištěných osob a výšky celkového pojistného plnění pro rok 2013.

Na reálných datech, týkajících se pojištění na smrt v důsledku úrazu, zde byla prezentována užitečnost bayesovských odhadů pro pojistnou praxi.

Poděkování

Tento článek byl zpracován s podporou projektu SGS Univerzity Pardubice, Fakulty ekonomicko-správní: SGS_2016_023, „Ekonomický a sociální rozvoj v soukromém a veřejném sektoru“.

Reference

Boland, P. J. (2007). *Statistical and Probabilistic Methods in Actuarial Science*. BocaRaton: Chapman&Hall/CRC.

Jindrová, P. (2014). Credibility Risk Models in Accident Insurance. *7th International Scientific Conference: Managing and Modelling of Financial risk*, 2014. Ostrava, s. 307-316.

Jindrová, P., Pacáková, V. (2015). Actuarial Models for Valuation of Critical Illness Insurance Products. *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. Volume 9, s. 218-226.

Kopecká, L. (2016). *Kvantifikace rizik pro úrazové pojištění*. Diplomová práce, Univerzita Pardubice.

Kotlebová, E. (2009). *Bayesovská štatistická indukcia v ekonomických aplikáciách*. Bratislava: EKONÓM.

Pacáková, V. (2004). *Aplikovaná poistná štatistika*. 3. vyd. Bratislava: IURA Edition.

Pacáková, V., & KOTLEBOVÁ, E. (2014) Bayesian Estimation of Event Probability in Accident Insurance. *European Financial Systems*. Brno: Masarykova Univerzita. s. 462-468. Dostupné na: http://is.muni.cz/do/econ/sborniky/2014/proceedings-EFS-2014.pdf

NBS (Národná banka Slovenska) (2011). *Analýza legislativy v poistnom sektore z pohľadu Solventnosti II.* [online]. Dostupné na: http://www.nbs.sk/_img/Documents/_Dohlad/ORM/Poistovnictvo/Analyza_sucasnej_slovenskej_legislativy_z_pohladu_Solventnosti_II.pdf.

NBS (Národná banka Slovenska) (2016) *Súhrnné štatistické údaje*. [online]. Dostupné na: http://www.nbs.sk/sk/dohlad-nad-financnym-trhom-prakticke-informacie/publikacie-a-vybrane-udaje/vybrane-udaje/suhrnne-statisticke-udaje.

Šoltés, E. (2009). *Modely kredibility na výpočet poistného*. 1. vyd. Bratislava: EKONÓM.

Kontaktní adresa

Mgr. Pavla Jindrová, Ph.D.
Univerzita Pardubice, Fakulta ekonomicko-správní
Ústav matematiky a kvantitativních metod
Studentská 84, 532 10 Pardubice, Česká republika
E-mail: pavla.jindrova@upce.cz
Tel. číslo: +420 466 036 018

Ing. Lucie Kopecká
Univerzita Pardubice, Fakulta ekonomicko-správní
Ústav matematiky a kvantitativních metod
Studentská 84, 532 10 Pardubice, Česká republika
E-mail: lucie.kopecka1@seznam.cz
Tel. číslo: +420 466 036 017

Received: 23. 11. 2016
Reviewed: 16. 02. 2017, 20. 02. 2017
Approved for publication: 20. 03. 2017