

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

**NASTAVENÍ PARAMETRŮ PID REGULÁTORU JAKO
OPTIMALIZAČNÍ ÚLOHA**

Ondřej Zouhar

Bakalářská práce
2015

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Ondřej Zouhar**
Osobní číslo: **I12094**
Studijní program: **B2646 Informační technologie**
Studijní obor: **Řízení procesů**
Název tématu: **Nastavení parametrů PID regulátoru jako optimalizační úloha**
Zadávající katedra: **Katedra řízení procesů**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Postup:

Cílem práce je porovnání efektivnosti návrhu parametrů PID regulátoru pro řízení soustav při známém modelu soustavy ve tvaru spojitého přenosu. Student nejprve pro vybrané soustavy navrhne parametry spojitého PID regulátoru vybranou klasickou metodou (takovou, která s výhodou využije znalost modelu soustavy ve tvaru přenosu) a následně parametry stanoví pomocí optimalizace metodou Nelder a Meada, přičemž kritériální funkce bude zohledňovat průběh regulační odchylky. Oba přístupy zhodnotí z hlediska kvality regulace výsledného řešení i pracnosti návrhu.

Teoretická část:

Stručný popis problematiky spojitě regulace pomocí PID regulátoru, popis vybrané techniky nastavení PID regulátoru, stručný popis problematiky optimalizace, popis techniky Nelder a Meada.

Praktická část:

Návrh parametrů PID regulátoru vybranou klasickou metodou pro nejméně tři vybrané modely (stabilní soustava, nestabilní soustava, soustava s dopravním zpožděním, ...), návrh parametrů PID regulátoru pro shodné soustavy optimalizací zvoleného kritéria metodou Nelder a Meada, simulace regulačních pochodů při změně žádané hodnoty pro získaná nastavení a zhodnocení výsledků.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

BALÁTĚ, J. Automatické řízení. Praha: BEN, 2003. 654 s. ISBN 80-7300-020-2.

AVRIEL, M. Nonlinear Programming: Analysis and Methods. Dover Publishing. ISBN 0-486-43227-0.

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Petr Doležel, Ph.D.

Katedra řízení procesů

Datum zadání bakalářské práce:

11. prosince 2014

Termín odevzdání bakalářské práce:

11. května 2015



prof. Ing. Simeon Karamazov, Dr.
děkan



L.S.



Ing. Daniel Honc, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 31. března 2015

Prohlášení

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 5. 5. 2015

Ondřej Zouhar

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Petru Doleželovi, Ph.D. za poskytnutí informací a cenných rad. V neposlední řadě děkuji rovněž všem, kteří mě podporovali při zpracování bakalářské práce jakožto i během studia, především rodičům.

V Pardubicích dne 5. 5. 2015

Ondřej Zouhar

ANOTACE

Tato bakalářská práce se zabývá srovnáním výhod a nevýhod regulace soustav pomocí regulátoru, který byl nejprve nastaven pomocí klasické metody, vycházející ze spojitého přenosu příslušné regulované soustavy a pomocí algoritmu Nelder a Meada, vycházející z účelové funkce. Účelová funkce je tvořena regulačním obvodem v prostředí Simulink a jejím výstupem je hodnota kritéria, která je rozhodující a poskytuje tak pro algoritmus zpětnou vazbu. Algoritmus tedy umožňuje nalézt takové parametry PID regulátoru, které zajistí minimální energetické nároky regulačního pochodu.

KLÍČOVÁ SLOVA

PID regulátor, optimalizace, řízení procesů, automatizace, Nelder a Mead.

TITLE

SEARCH TECHNIQUES FOR PID CONTROLLER TUNNING.

ANNOTATION

This bachelor thesis has been focused on the comparison of the advantages and disadvantages of control systems using the controller, which was set up both using classical methods, based on the continuous transfer function of system under control and the algorithm Nelder and Mead, based on the objective function. The objective function is composed of a control circuit in Simulink and its output value is the criteria that is relevant and provides feedback. Thus, the algorithm allows to find such parameters PID controller, which ensures minimal power control process.

KEYWORDS

PID controller, optimization, process control, automation, Nelder a Mead.

Obsah

Seznam zkratk	9
Seznam značek	10
Seznam obrázků	13
Seznam tabulek	15
ÚVOD	16
1 MATLAB-SIMULINK	17
2 REGULOVANÉ SOUSTAVY	18
2.1 STATICKE SOUSTAVY	18
2.1.1 Soustava 0. řádu (bez kapacitní)	19
2.1.2 Soustava 1. řádu (jedno kapacitní).....	21
2.1.3 Soustava 2. řádu (dvou kapacitní).....	23
2.1.4 Soustava n. řádu (více kapacitní)	24
2.1.5 Statická soustava n. řádu s dopravním zpožděním	25
2.2 ASTATICKÉ SOUSTAVY	25
2.2.1 Soustava 1. řádu (jedno-kapacitní)	26
2.2.2 Soustava 2. řádu (dvou kapacitní).....	27
2.2.3 Soustava n. řádu (více kapacitní)	28
2.3 VYUŽITÉ REGULOVANÉ SOUSTAVY	29
3 SPOJITÝ PID REGULÁTOR	30
3.1 IDEÁLNÍ REGULÁTOR TYPU P	31
3.2 IDEÁLNÍ REGULÁTOR TYPU I	33
3.3 IDEÁLNÍ REGULÁTOR TYPU D	34
3.4 KOMPLETNÍ PID REGULÁTOR	35
4 METODY NASTAVENÍ SPOJITÉHO PID REGULÁTORU	37
4.1 NASLINOVA METODA	37
4.1.1 Soustava č. 1 – výpočet dle Naslinovy metody	39
4.2 METODA GEOMETRICKÉHO MÍSTA KOŘENŮ	41
4.2.1 Soustava č. 2 – výpočet dle GMK	44
4.3 METODA POŽADOVANÉHO MODELU	48
4.3.1 Soustava č. 3 výpočet dle MPM	51

4.4	ANALYTICKÝ VÝPOČET KRITICKÝCH PARAMTERŮ	54
4.4.1	Soustava č. 4 výpočet metodou kritických parametrů	57
5	METODA NELDER & MEAD.....	60
5.1	REGULAČNÍ POCHOD SOUSTAVY Č. 1	63
5.2	REGULAČNÍ POCHOD SOUSTAVY Č. 2	63
5.3	REGULAČNÍ POCHOD SOUSTAVY Č. 3	64
5.4	REGULAČNÍ POCHOD SOUSTAVY Č. 4	64
6	ZHODNOCENÍ	65
	Seznam použité literatury	66
	Seznam příloh	67

Seznam zkratek

MATLAB – matrix laboratory

USA – United States of America

P – analogový proporcionální regulátor

PI – analogový proporcionálně-integrační regulátor

PS – číslicový proporcionálně-integrační regulátor

PD – analogový proporcionálně-derivační regulátor

PID – analogový proporcionálně-integračně-derivační regulátor

PSD – číslicový proporcionálně-integračně-derivační regulátor

LT – Laplaceova transformace

PF – přechodová funkce

OP – operátorový přenos

PCH – přechodová charakteristika

GMK – geometrické místo kořenů

MPM – metoda požadovaného modelu

MKP – metoda kritických parametrů

R – regulátor

S – soustava

REF – reflexe

EXP – expanze

$KON_{vnější}$ – kontrakce vnější

$KON_{vnitřní}$ – kontrakce vnitřní

RED – redukce

NM – bod s nejmenší funkční hodnotou

D – bod s druhou nejvyšší funkční hodnotou

NV – bod s nejvyšší funkční

S – střed vzdálenosti mezi NM a D

Seznam značek

a_0 až a_n , b_0 až b_m – koeficienty dané regulované soustavy

k_0 – zesílení soustavy

$y(t)$ – výstupní veličina soustavy

$u(t)$ – vstupní veličina soustavy

T – časová konstanta, s

T_u – doba průtahu, s

T_n – doba náběhu, s

$Y(s)$ – obraz regulované veličiny

$U(s)$ – obraz akční veličiny

K_v – rychlostní konstanta

T_d – dopravní zpoždění, s

$F_S(s)$ – operátorový přenos soustavy

$F_{S1}(s)$ – operátorový přenos soustavy č. 1

$F_{S2}(s)$ – operátorový přenos soustavy č. 2

$F_{S3}(s)$ – operátorový přenos soustavy č. 3

$F_{S4}(s)$ – operátorový přenos soustavy č. 4

ξ – součinitel relativního tlumení

$e(t)$ – regulační odchylka

$v_1(t)$ – porucha působící na vstupu soustavy

$v_2(t)$ – porucha působící na výstupu soustavy

$E(s)$ – obraz regulační odchylky

$w(t)$ – žádaná hodnota

r_0 – proporcionální konstanta regulátoru

pp – pásmo proporcionality

r_{-1} – integrační konstanta regulátoru

r_1 – derivační konstanta regulátoru

$e'(t)$ – derivace regulační odchylky

k_0 – zesílení regulátoru

$\frac{1}{T_I}$ – integrační časová konstanta regulátoru, s
 T_D – derivační časová konstanta regulátoru, s
 α – koeficient volený z tab. 4.1
 σ – koeficient maximálního přeregulování, %
 $F_R(s)$ – operátorový přenos regulátoru
 A_0, A_1, A_2, A_3 – koeficienty polynomu $A(s)$
 k – zesílení otevřeného regulačního obvodu
 $F_0(s)$ – operátorový přenos otevřeného regulačního obvodu
 m – číselník přenosu otevřeného regulačního obvodu
 n – jmenovatel přenosu otevřeného regulačního obvodu
 σ – průsečík přímkových asymptot a reálné osy
 φ – úhel, který svírá asymptota s reálnou osou, °
 α_k – pól kořenového hodografu
 γ_k – úhel, který svírá tečna větve metody GMK vycházející z pólu, °
 β_k – nula kořenového hodografu
 δ_k – úhel, který svírá tečna větve metody GMK vstupující do nuly, °
 σ_{\max} – maximální přeregulování, %
 T_{reg} – doba regulace, s
 ω_n – netlumená frekvence, s^{-1}
 D – diskriminant kvadratické rovnice
 $s_{1,2}$ – kořeny kvadratické rovnice
 K_D – derivační konstanta regulátoru
 K_I – integrační konstanta regulátoru
 d_0, d_1 – koeficienty nulového polynomu PID regulátoru
 α – koeficient z tab. 4.2
 β – koeficient z tab. 4.2
 κ – relativní přeregulování, %
 $F_{\text{wy}}(s)$ – přenos řízení

a – zesílení otevřeného regulačního obvodu

T_1, T_2 – časové konstanty, s

T_3 – násobná časová konstanta, s

$r_{0, \text{krit}}$ – kritické zesílení regulátoru

ω – frekvence, s^{-1}

k – zesílení regulované soustavy

ω_{krit} – kritická frekvence, s^{-1}

T_{krit} – kritická perioda, s

$M(s)$ – charakteristický polynom

$M(j\omega)$ – charakteristický polynom ve frekvenční oblasti

$M_0(s)$ – čítecel přenosu otevřeného regulačního obvodu

$N_0(s)$ – jmenovatel přenosu otevřeného regulačního obvodu

α – koeficient reflexe

β – koeficient kontrakce

γ – koeficient expanze

δ – koeficient redukce

Seznam obrázků

Obr. 1.1 – Ikona matlabu	17
Obr. 2.1 – PCH soustavy nultého řádu	19
Obr. 2.2 – Reálná soustava nultého řádu	19
Obr. 2.3 – Zapojení potenciometru	19
Obr. 2.4 – Reálná soustava prvního řádu	21
Obr. 2.5 – PCH regulované soustavy 1. řádu.....	21
Obr. 2.6 – Reálná soustava prvního řádu.....	23
Obr. 2.7 – PCH regulované soustavy 2. řádu.....	23
Obr. 2.8 – Reálná soustava 1. řádu.....	25
Obr. 2.9 – PCH regulované soustavy 1. řádu.....	26
Obr. 2.10 – PCH regulované soustavy 2. řádu	27
Obr. 3.1 – Jednoduchý regulační obvod	30
Obr. 3.2 – Podrobný regulační obvod	31
Obr. 3.3 – PCH regulátoru typu P	32
Obr. 3.4 – PCH regulátoru typu I.....	33
Obr. 3.5 – PCH regulátoru typu D	34
Obr. 3.6 – PCH ideálního PID regulátoru	36
Obr. 3.7 – PCH reálného PID regulátoru se zpožděním 1. řádu.....	36
Obr. 4.1 – PCH soustavy č. 1	39
Obr. 4.2 – Logaritmická frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 1	39
Obr. 4.3 – Regulační pochod soustavy č. 1	41
Obr. 4.4 – Přenos řízení regulačního obvodu	42
Obr. 4.5 – PCH soustavy č. 2.....	44
Obr. 4.6 – Logaritmická frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 2	44
Obr. 4.7 – Kořenový hodograf.....	47
Obr. 4.8 – Regulační pochod soustavy č. 2	47
Obr. 4.9 – PCH soustavy č. 3.....	51
Obr. 4.10 – Logaritmická frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 3.....	51
Obr. 4.11 – Regulační pochod soustavy č. 3	54
Obr. 4.12 – PCH soustavy č. 4.....	57
Obr. 4.13 – Logaritmická frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 4.....	57
Obr. 4.14 – Regulační pochod soustavy č. 4	59

Obr. 5.1 – Reflexe	61
Obr. 5.2 – Expanze	61
Obr. 5.3 – Kontrakce vnější	61
Obr. 5.4 – Kontrakce vnitřní	62
Obr. 5.5 – Redukce.....	62
Obr. 5.6 – Regulační pochod soustavy č. 1	63
Obr. 5.7 – Regulační pochod soustavy č. 2	63
Obr. 5.8 – Regulační pochod soustavy č. 3	64
Obr. 5.9 – Regulační pochod soustavy č. 4	64

Seznam tabulek

Tab. 4.1 – Závislost max. přeregulování σ na koeficientu α	37
Tab. 4.2 – Hodnoty koeficientů α a β pro relativní překmit κ	48
Tab. 4.3 – Přehled přenosů analogových a číslicových regulátorů.....	49
Tab. 4.4 – Doporučené typy regulátorů a hodnoty jejich stavitelných parametrů	50
Tab. 4.5 – Nastavení PID regulátorů pomocí kritických parametrů	55
Tab. 6.1 – Přehled kvality regulace jednotlivých soustav	65

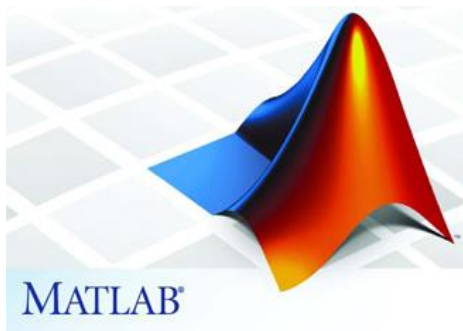
ÚVOD

V současnosti, tj. v době kdy je automatizace ve výrobních či řídicích procedurách samozřejmostí a výkon výpočetní techniky umožňuje provádět i komplikované výpočty a simulace, vyvstává podnět jak seřídit PID regulátor tak, aby bylo dosaženo uspokojivého regulačního pochodu regulovaných soustav, požadované přesnosti i přijatelné doby regulace avšak s ohledem na ekonomickou stránku daného problému. Pro každý typ soustavy byl v průběhu mnoha let odvozen specifický postup, jak pro takovou soustavu nastavit PID regulátor. To zda je možné nahradit tyto postupy za jeden jediný algoritmus, se stává předmětem zkoumání v této bakalářské práci. Právě z tohoto důvodu vznikla snaha optimalizovat regulační obvody pomocí optimálního seřízení PID regulátoru, jehož parametry by byly získány pomocí optimalizačního algoritmu.

Pro účely této bakalářské práce byl využit výpočetní software Matlab-Simulink, který je popsán podrobně v první kapitole a umožnil provádět simulace regulačních obvodů jakožto i vytvoření algoritmu Nelder a Meada. Dále pak jsou uvedeny ve druhé kapitole základní typy regulovaných soustav. Každá reálná soustava v praxi odpovídá jednomu z takto definovaných modelů, pomocí kterého může být soustava uvažována při nastavování regulátoru pro její řízení. V okamžiku kdy byly ve třetí kapitole definovány základní typy PID regulátorů, bylo možno sestavit jednoduchý regulační obvod. Ten patří k základním principům automatizace a byl využit pro simulaci regulačních pochodů, jež jsou zobrazeny v příslušných grafech.

Tato bakalářská práce se zabývá srovnáním výsledků simulací regulačních pochodů vybraných soustav v prostředí Matlab-Simulink, přičemž parametry spojitého PID regulátoru byly pro každou z vybraných soustav získány jak pomocí optimalizačního algoritmu Nelder a Meada, tak i vypočítány pomocí klasické metody, která vychází ze spojitého přenosu příslušné regulované soustavy. Z klasických metod pro nastavení PID regulátoru byly ve čtvrté kapitole vybrány, popsány a využity tyto metody: Naslinova metoda, metoda geometrického místa kořenů, metoda požadovaného modelu a metoda kritických parametrů. Rovněž je v kapitole páté uveden podrobný popis algoritmu Nelder a Meada.

1 MATLAB-SIMULINK



Obr. 1.1 – Ikona matlabu

„Systém MATLAB, vyvinutý v roce 1984 firmou The Mathworks, Inc. v USA, je software, s jehož pomocí lze provádět řadu operací, spojených s matematikou, grafikou, reálným měřením, přenosem dat apod.“ (Zaplatílek, 2005).

Název MATLAB je zkratkou anglického sousloví Matrix Laboratory, ikona se nachází na obr. 1.1. Jak již název napovídá, tento software

umožňuje provádět operace s maticemi, je možné využít mnoho vestavěných matematických funkcí, kdy stačí zadat pouze název funkce a příslušné parametry. Mezi další funkce patří tvorba vlastní posloupnosti příkazů, popřípadě vyhodnocování simulací v nadstavbě Simulink. Prostředí MATLAB sestává ze čtyř hlavních bloků. Jsou to: adresář současného umístění, který lze libovolně nastavit, okno pro zadání příkazů, historie již zadaných příkazů a blok, kde jsou zobrazeny zavedené proměnné a jejich bližší popis jako například datový typ a hodnota.

Pro účely bakalářské práce bylo využito zejména možnosti vytvářet výše zmíněné algoritmy, které lze uložit a následně spouštět. Ty se dále dělí na skripty (zadání vstupních dat mnohdy není nutné) a funkce, kde naopak vstupní data zadána být musí. Funkce mají definované jak vstupy, tak i výstupy skrze které jsou získávány výsledky. Další významná část využití prostředí MATLAB je tvořena nadstavbou Simulink. Zde jsou získávány veškeré simulace, které popisují stav jednotlivých veličin systému. Tyto systémy jsou konstruovány jako liniové schéma a skládají se z bloků spojených čarami. K tvorbě jednotlivých schémat slouží okno, pomocí kterého lze otevírat již existující soubory nebo vytvářet nové. Dále pak slouží k vyhledání příslušné knihovny Simulinku a zvolený blok lze pak následně umístit do schématu. Bloky jsou rozříděny podle jejich funkce či podstaty a tedy vyhledání požadovaného bloku je na základě logické úvahy rychlé a intuitivní.

2 REGULOVANÉ SOUSTAVY

Mezi metody obecně využívané pro popis dynamických vlastností regulovaných soustav patří: diferenciální rovnice, operátorový přenos, frekvenční přenos, frekvenční charakteristika, přechodová funkce, přechodová charakteristika, impulsní funkce a impulsní charakteristika. Nezbytným nástrojem, bez kterého by nebylo možné pracovat, je pak Laplaceova transformace LT. Ta umožňuje převést diferenciální rovnici na algebraickou, jejíž řešení je jednodušší. Místo řešení diferenciálních rovnic v originále jsou převedeny pomocí LT a jsou řešeny v obraze. Výsledek je pak následně převeden zpětnou LT a výsledek v originále je tak získán. Pomocí LT lze rovněž získat obrazy časových funkcí pro výpočet operátorového přenosu.

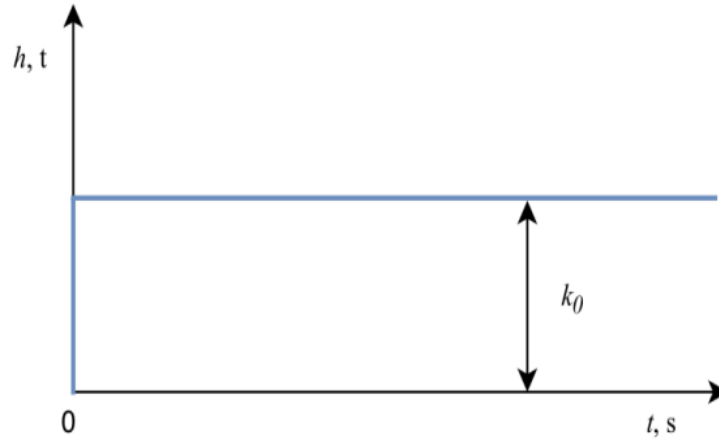
V následujících kapitolách budou jednotlivé regulované soustavy popsány pomocí přechodové funkce PF, což je diferenciální rovnice pro konstantní pravou stranu a může být získána zpětnou LT součinu operátorového přenosu OP a jednotkového skoku. Operátorový přenos OP je roven poměru obrazu výstupní veličiny $Y(s)$ a obrazu vstupní veličiny $U(s)$. Co se týče jednotkového skoku, ten je definován jako funkce $1(t)$, pro kterou platí, že $1(t) = 0, t \in (-\infty, 0)$ a $1(t) = 1, t \in \langle 0, \infty \rangle$. Přechodová charakteristika PCH je grafickým znázorněním přechodové funkce. Jedná se tedy o závislost výstupní veličiny na čase, je-li na vstupu soustavy jednotkový skok.

2.1 STATICKÉ SOUSTAVY

Statické regulované soustavy nazývané rovněž proporcionální, mají schopnost autoregulace. To znamená, že po odeznění přechodového děje je nalezena nová ustálená hodnota výstupu. Jak bude uvedeno podrobně níže, mezi hlavní zástupce patří např. regulace výšky hladiny jedné či více vodních nádrží s volným odtokem nebo přepadem. Vhodným popisem regulovaných soustav ve spojitě oblasti je diferenciální rovnice, ze které lze snadno odvodit spojitý přenos dané soustavy. U statických soustav odpovídá řád diferenciální rovnice počtu prvků schopných hromadit energii nebo hmotu. Podle toho jsou soustavy také nazývány: bez kapacitní, jedno kapacitní, dvou kapacitní a více kapacitní.

2.1.1 Soustava 0. řádu (bez kapacitní)

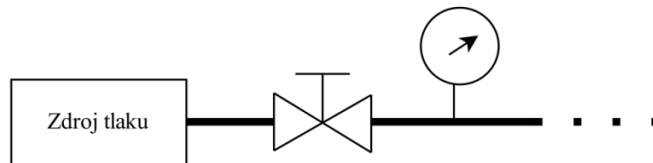
Není zde žádný člen, který je schopen akumulovat energii nebo hmotu. Přechodová charakteristika na obr. 2.1 zobrazuje jednotkový skok, kdy změna vstupu okamžitě vyvolá



Obr. 2.1 – PCH soustavy nultého řádu

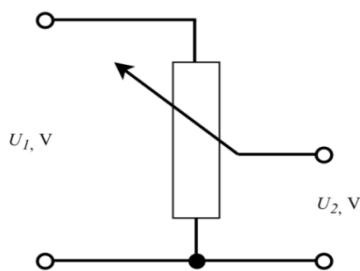
změnu na výstupu. Pouze zesílení soustavy k_0 může být odečteno. Jedná se o ideální případ, který v praxi nenastane.

Avšak může nastat situace, kdy se výsledná přechodová charakteristika dané soustavy bude k podobnému průběhu blížit. Příkladem může být situace na obr. 2.2, kde je měřidlo



Obr. 2.2 – Reálná soustava nultého řádu

tlaku umístěno velice blízko ventilu. Za předpokladu, že je provedena libovolná změna nastavení ventilu, na měřidle se tento zásah projeví téměř okamžitě.



Obr. 2.3 – Zapojení potenciometru

Podobné je to i u potenciometru na obr. 2.3. Téměř v tom samém okamžiku, kdy je na jeho svorky připojeno napětí zdroje, je možné změřit na výstupu napětí, odpovídající nastavení potenciometru.

Soustava nultého řádu je popsána diferenciální rovnicí

$$a_0 \cdot y(t) = b_0 \cdot u(t), \quad (2.1)$$

kde a_0, b_0 – koeficienty regulované soustavy,

$y(t)$ – výstupní veličina soustavy,

$u(t)$ – vstupní veličina soustavy.

Celá rovnice byla vydělena členem a_0

$$y(t) = \frac{b_0}{a_0} \cdot u(t). \quad (2.2)$$

Výsledná diferenciální rovnice je

$$y(t) = k_0 \cdot u(t), \quad (2.3)$$

kde k_0 – zesílení soustavy.

Byla provedena Laplaceova transformace

$$k_0 \cdot Y(s) = U(s) \quad (2.4)$$

a následně byl odvozen přenos soustavy

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = k_0, \quad (2.5)$$

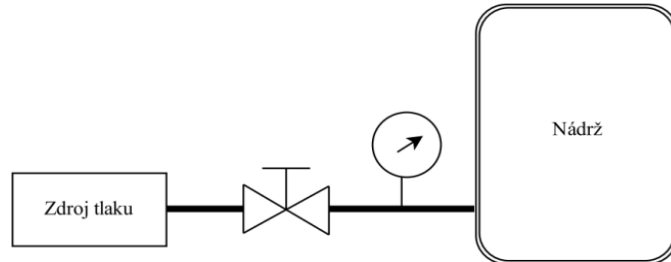
kde k_0 – zesílení soustavy,

$Y(s)$ – obraz výstupní veličiny,

$U(s)$ – obraz vstupní veličiny.

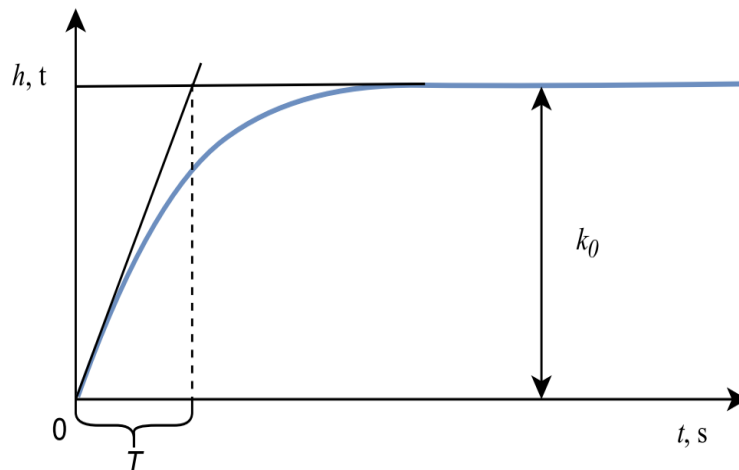
2.1.2 Soustava 1. řádu (jedno kapacitní)

V soustavách tohoto typu je obsažen právě jeden člen, který je schopen akumulovat energii nebo hmotu. V praxi může být touto soustavou popsána vodní nádrž s volným odtokem, nebo na obr. 2.4 uzavřená nádrž plněná vzduchem.



Obr. 2.4 – Reálná soustava prvního řádu

Přechodová charakteristika je zobrazena na obr. 2.5 a umožňuje odečíst hodnotu zesílení soustavy k_0 , pro odečtení časové konstanty T , byla sestrojena tečna v počátku.



Obr. 2.5 – PCH regulované soustavy 1. řádu

Průsečík tečny a pomocné čáry představující zesílení, byl promítnut na ose x jako hodnota časové konstanty.

Soustava prvního řádu je vyjádřena diferenciální rovnicí

$$a_1 \cdot y'(t) + a_0 \cdot y(t) = b_0 \cdot u(t). \quad (2.6)$$

Vydělením celé rovnice členem a_0 bylo získáno

$$\frac{a_1}{a_0} \cdot y'(t) + y(t) = \frac{b_0}{a_0} \cdot u(t). \quad (2.7)$$

Konečnou úpravou rovnice (2.7) byl odvozen vztah

$$T \cdot y'(t) + y(t) = k_0 \cdot u(t), \quad (2.8)$$

kde T – časová konstanta,
 k_0 – zesílení soustavy,
 $y(t)$ – výstupní veličina soustavy,
 $u(t)$ – vstupní veličina soustavy.

Byla provedena Laplaceova transformace

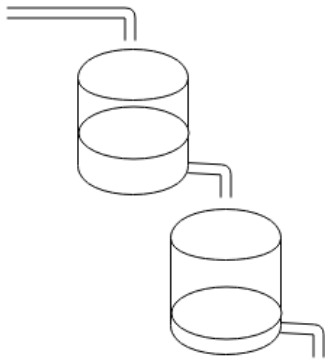
$$(T \cdot s + 1) \cdot Y(s) = k_0 \cdot U(s). \quad (2.9)$$

Spojité přenos soustavy prvního řádu popisuje rovnice

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_0}{T \cdot s + 1}, \quad (2.10)$$

kde k_0 – zesílení soustavy,
 T – časová konstanta.

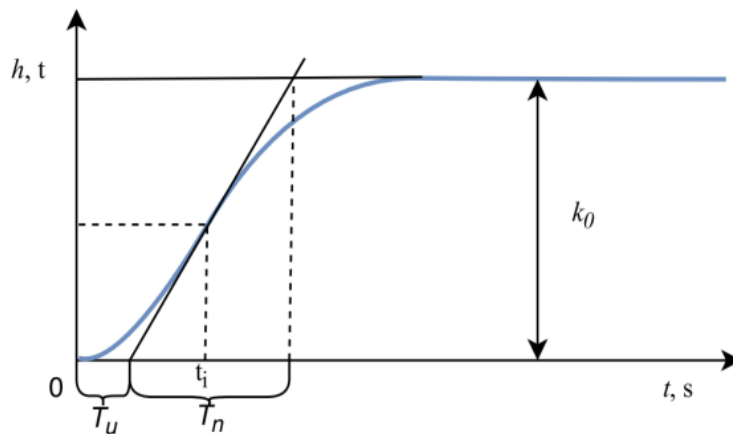
2.1.3 Soustava 2. řádu (dvou kapacitní)



Obr. 2.6 – Reálná soustava 2. řádu

Tato soustava je složena ze dvou prvků akumulujících energii či hmotu. Jak lze vidět na obr. 2.6, je realizována spojením dvou soustav prvního řádu, např. propojením dvou vodních nádrží, kdy výtok první vodní nádrže slouží jako přítok pro druhou nádrž.

Přechodová charakteristika soustavy druhého řádu je na obr. 2.7. Byla sestrojena tečna v inflexním



Obr. 2.7 – PCH regulované soustavy 2. řádu

bodě, určeným bodem $\varphi_i = 63\%$ z hodnoty ustálené výstupní veličiny. Je možné odečíst hodnotu zesílení soustavy k_0 , dobu průtahu T_u a dobu náběhu T_n .

Diferenciální rovnice popisující soustavu druhého řádu je

$$a_2 \cdot y''(t) + a_1 \cdot y'(t) + a_0 \cdot y(t) = b_0 \cdot u(t), \quad (2.11)$$

kde po vydělení celé rovnice členem a_0 bylo vypočteno

$$\frac{a_2}{a_0} \cdot y''(t) + \frac{a_1}{a_0} \cdot y'(t) + y(t) = \frac{b_0}{a_0} \cdot u(t). \quad (2.12)$$

Závěrečnou úpravou je získána rovnice

$$T^2 \cdot y''(t) + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot y'(t) + y(t) = k_0 \cdot u(t). \quad (2.13)$$

Byla provedena Laplaceova transformace rovnice (2.13)

$$(T^2 s^2 + 2\xi \cdot T \cdot s + 1) \cdot Y(s) = k_0 \cdot U(s). \quad (2.14)$$

V následující rovnici je uveden spojitý přenos soustavy druhého řádu.

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_0}{T^2 s^2 + 2\xi \cdot T \cdot s + 1}, \quad (2.15)$$

- kde k_0 – zesílení soustavy,
 T – časová konstanta,
 ξ – koeficient tlumení, pro který platí:
 $\xi \in [0,1)$ soustava kmitá,
 $\xi \geq 1$ soustava nekmitá,
 $\xi = 1$ soustava je na mezi stability.

2.1.4 Soustava n. řádu (více kapacitní)

Soustava n. řádu může být vytvořena spojením n soustav prvního řádu. Přejížděvací charakteristika výsledné soustavy může být připodobněna k PCH soustavě druhého řádu na obr. 2.7. Avšak platí, že čím je vyšší řád soustavy, tím obtížnější je regulace dané soustavy, a tudíž regulační pochod trvá déle. Obecný popis soustavy n. řádu vystihuje lineární diferenciální rovnice

$$a_n \cdot y^{(n)}(t) + a_{n-1} \cdot y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 \cdot y'(t) + a_0 \cdot y(t) = b_m \cdot u^{(m)}(t) + b_{m-1} \cdot u^{(m-1)}(t) + \dots + b_1 \cdot u' + b_0 \cdot u(t), \quad (2.16)$$

- kde $y(t)$ – výstupní veličina soustavy (regulovaná veličina),
 $u(t)$ – vstupní veličina soustavy (akční veličina),
 a_0 až a_n , b_0 až b_m – koeficienty dané regulované soustavy.

Poté byl odvozen přenos soustavy n. řádu

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s^1 + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0} \quad (2.17)$$

2.1.5 Statická soustava n. řádu s dopravním zpožděním

Dopravní zpoždění trvá po dobu τ a je způsobeno konečnou rychlostí šíření signálu soustavou. Může se vyskytovat jak u statických tak i astatických soustav. Dopravní zpoždění zhoršuje podmínky řízení, protože po dobu τ není regulovaná soustava ovlivňována. Při špatném nastavení parametrů PID regulátoru, tato skutečnost může vést k nestabilitě uzavřeného obvodu (Navrátil, 2011).

Soustava n. řádu s dopravním zpožděním je popsána diferenciální rovnicí

$$a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t - \tau), \quad (2.18)$$

kde byla provedena Laplaceova transformace

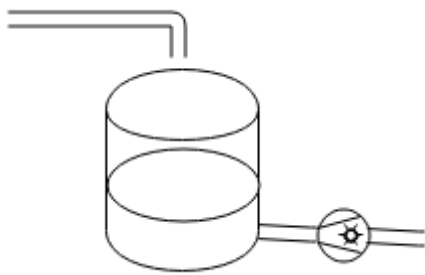
$$(s^{(n)} + a_{n-1} s^{(n-1)} + \dots + a_1 s + a_0) \cdot Y(s) = (b_0 \cdot e^{-\tau s}) \cdot U(s). \quad (2.19)$$

Z rovnice (2.19) byl odvozen operátorový přenos

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} e^{-\tau s}. \quad (2.20)$$

2.2 ASTATICKÉ SOUSTAVY

Co se týče astatických regulovaných soustav, také nazývaných integrační soustavy, liší



Obr. 2.8 – Reálná soustava 1. řádu

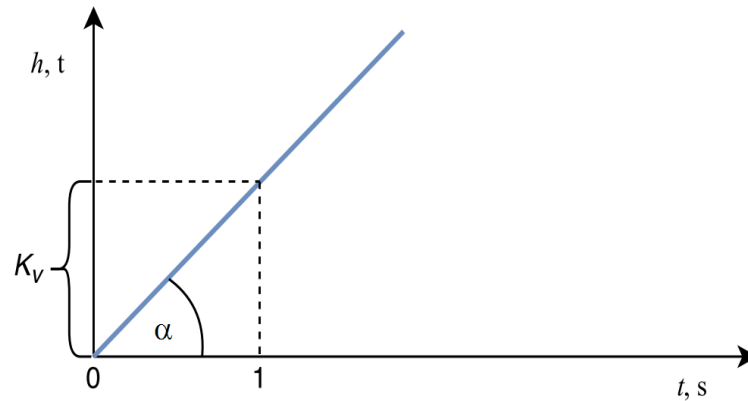
se od astatických zejména absencí schopnosti autoregulace. V diferenciální rovnici popisující astatickou soustavu chybí člen a_0 . Nenastane tedy samovolné ustálení na nové hodnotě, a tudíž astatická soustava nultého řádu neexistuje. Změna regulované veličiny probíhá trvale, dokud nedojde k havarijnímu stavu nebo k technickému omezení

růstu, které je zajištěno konstrukčním omezením.

V následující kapitole budou popsány astatické soustavy prvního, druhého a obecně n. řádu. Rovněž také astatická soustava 2. řádu s dopravním zpožděním. Příkladem z praxe je regulace úhlu natočení servomotoru, nebo vodní nádrž na obr. 2.8, ze které odebírá čerpadlo konstantní objem vody za jednotku času. Pokud při ustáleném stavu hladiny zvýšíme přítok, bude se výška hladiny trvale zvyšovat. Soustava nedosáhne nového rovnovážného stavu.

2.2.1 Soustava 1. řádu (jedno-kapacitní)

Příkladem astatické regulované soustavy je např. nádrž s nuceným odtokem, tj. taková nádrž kde odtok kapaliny je zajištěn čerpadlem. Po skokové změně vstupní veličiny se výstupní veličina začne měnit rychlostí, která je úměrná velikosti této změny. Z přechodové charakteristiky na obr. 2.9 může být odečtena rychlostní konstanta K_v , která je



Obr. 2.9 – PCH regulované soustavy 1. řádu

reprezentována hodnotou na ose y v bodě průsečíku průběhu přechodové charakteristiky a pomocné osy. Rychlostní konstanta může být také vypočítána jako $\text{tg}(\alpha)$. Regulovaná soustava prvního řádu je popsána diferenciální rovnicí

$$a_1 \cdot y'(t) = b_0 \cdot u(t). \quad (2.21)$$

Celá rovnice je pak podělena členem a_1

$$y'(t) = \frac{b_0}{a_1} \cdot u(t). \quad (2.22)$$

Závěrečnou úpravou je získána diferenciální rovnice

$$y'(t) = K_v \cdot u(t) \quad (2.23)$$

kde $y'(t)$ – výstupní veličina soustavy,

$u(t)$ – vstupní veličina soustavy,

K_v – rychlostní konstanta.

Z této rovnice je možné odvodit spojitý přenos

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_v}{s}, \quad (2.24)$$

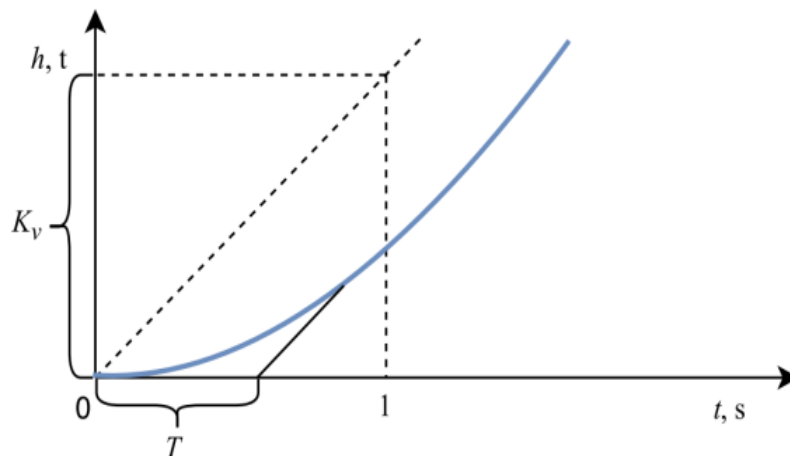
kde $Y(s)$ – obraz regulované veličiny,

$U(s)$ – obraz akční veličiny,

K_v – rychlostní konstanta.

2.2.2 Soustava 2. řádu (dvou kapacitní)

Z přechodové charakteristiky na obr. 2.10 je možné odečíst rychlostní konstantu K_v , jakožto i časovou konstantu T . Pro získání těchto parametrů je sestrojena rovnoběžka



Obr. 2.10 – PCH regulované soustavy 2. řádu

vzhledem k průběhu přechodové charakteristiky, která vychází z počátku souřadnicového systému. Rychlostní konstanta je pak získána obdobně jako v případě astatické soustavy prvního řádu. Co se týče časové konstanty T , byla sestrojena pomocná osa jako prodloužení hlavního průběhu rovnoběžná k pomocné ose vycházející z počátku. Časová konstanta T , pak může být odečtena jako hodnota na ose x , v bodě průsečíku.

Regulovaná soustava druhého řádu je popsána diferenciální rovnicí

$$a_2 \cdot y''(t) + a_1 \cdot y'(t) = b_0 \cdot u(t), \quad (2.25)$$

a tato diferenciální rovnice byla podělena členem a_1

$$\frac{a_2}{a_1} \cdot y''(t) + y'(t) = \frac{b_0}{a_1} \cdot u(t). \quad (2.26)$$

Úpravou byla získána rovnice

$$T \cdot y''(t) + y'(t) = K_v \cdot u(t), \quad (2.27)$$

kde T – časová konstanta,

K_v – rychlostní konstanta,

ze které byla za pomoci Laplaceovy transformace získána rovnice

$$(T \cdot s^2 + s) \cdot Y(s) = K_v \cdot U(s). \quad (2.28)$$

Dále byl odvozen přenos soustavy

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_v}{T \cdot s^2 + s} = \frac{K_v}{s} \cdot \frac{1}{T \cdot s + 1}, \quad (2.29)$$

kde $Y(s)$ – obraz regulované veličiny,

$U(s)$ – obraz akční veličiny,

K_v – rychlostní konstanta,

T – doba průtahu.

2.2.3 Soustava n. řádu (více kapacitní)

Diferenciální rovnice astatické regulované soustavy n. řádu popisuje rovnice

$$a_n \cdot y^{(n)}(t) + a_{n-1} \cdot y^{(n-1)}(t) + \dots + a_2 \cdot y''(t) + a_1 \cdot y'(t) = b_0 \cdot u(t), \quad (2.30)$$

$a_n \dots a_1, b_0$ – koeficienty dané regulované soustavy.

Rovnice byla podělena členem a_1

$$\frac{a_n}{a_1} \cdot y^{(n)}(t) + \frac{a_{n-1}}{a_1} \cdot y^{(n-1)}(t) + \dots + \frac{a_2}{a_1} \cdot y''(t) + y'(t) = \frac{b_0}{a_1} \cdot u(t). \quad (2.31)$$

Závěrečnou úpravou je získána rovnice

$$T_n^n \cdot y^{(n)}(t) + T_{n-1}^{n-1} \cdot y^{(n-1)}(t) + \dots + T_1 \cdot y''(t) + y'(t) = K_v \cdot u(t), \quad (2.32)$$

následně byla provedena Laplaceova transformace

$$(T_n^n \cdot s^n + T_{n-1}^{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + T_1 \cdot s^2 + s) \cdot Y(s) = K_v \cdot U(s). \quad (2.33)$$

Z této rovnice může být odvozen spojitý přenos

$$F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_v}{s(T_n^n \cdot s^{n-1} + T_{n-1}^{n-1} \cdot s^{n-2} + \dots + T_1 \cdot s + 1)}. \quad (2.34)$$

2.3 VYUŽITÉ REGULOVANÉ SOUSTAVY

V rámci této bakalářské práce byly vybrány čtyři regulované soustavy, popsané

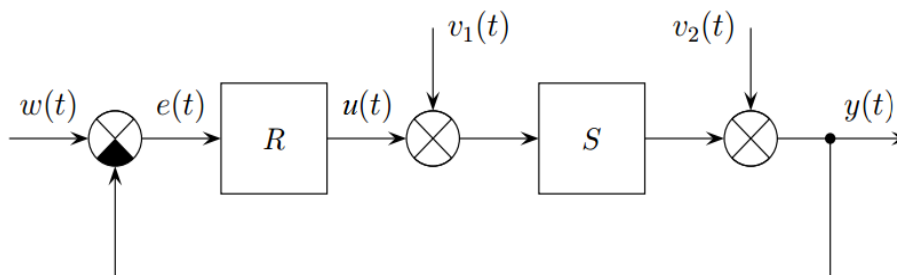
spojitými přenosy $F_{S1}(s) = \frac{1}{\frac{s^3}{0,1667} + 11,29 \cdot s^2 + \frac{s}{0,1667} + 1}$, $F_{S2}(s) = \frac{1}{5 \cdot s^2 + 1,8 \cdot s + 1}$,

$F_{S3}(s) = \frac{1}{(5 \cdot s + 1) \cdot (3 \cdot s + 1)} \cdot e^{-10 \cdot s}$ a $F_{S4}(s) = \frac{1}{0,001 \cdot s^3 + 0,04 \cdot s^2 + 0,6 \cdot s - 3}$.

Tyto soustavy by se daly považovat za hlavní zástupce nejpoužívanějších regulovaných soustav v praxi, a tudíž bylo pole testování rozšířeno na maximum. Přičemž soustava č. 1 je soustavou proporcionální 3. řádu, soustava č. 2 je soustavou kmitavou 2. řádu, soustava č. 3 je proporcionální soustavou 2. řádu s dopravním zpožděním a soustava č. 4 je soustavou nestabilní 3. řádu.

3 SPOJITÝ PID REGULÁTOR

PID regulátor (proporcionálně integračně derivační) je v současnosti nejpoužívanějším regulátorem na poli průmyslové automatizace. Z níže uvedených složek lze sestavit jednotlivé kombinace a tak vytvořit regulátor dle potřeb dané aplikace. Pro PID regulátor platí, že P složka je přímo úměrná regulační odchylce, I složka jejímu integrálu a D složka její derivaci. Hlavní funkcí regulátoru je naprosto odstranit, či zmenšit regulační odchylku na minimum.



Obr. 3.1 – Jednoduchý regulační obvod

Na obr. 3.1 lze vidět základní regulační obvod, který je složen z regulátoru R , regulované soustavy S , přímé větve a záporné zpětné vazby. Dále pak obsahuje jeden rozdílový a dva součtové členy.

Pomocí rozdílového členu je získána regulační odchylka

$$e(t) = w(t) - y(t), \quad (3.1)$$

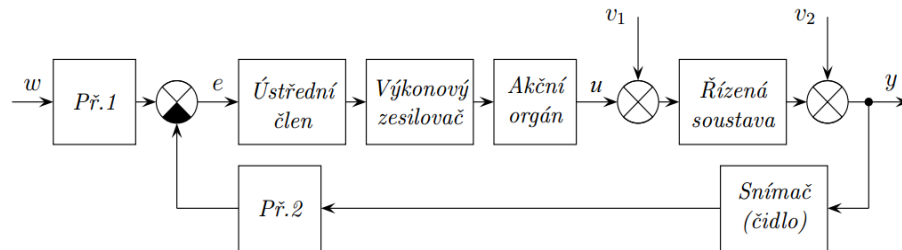
kde $e(t)$ – regulační odchylka,

$w(t)$ – žádaná hodnota,

$y(t)$ – regulovaná veličina.

Výsledná regulační odchylka $e(t)$ je vstupem regulátoru a udává o kolik, či zda vůbec se regulovaná veličina $y(t)$ liší od žádané hodnoty $w(t)$. Úkolem regulátoru je regulační odchylku vyhodnotit a provést adekvátní zásah do řízené soustavy pomocí akční veličiny $u(t)$. Jak na vstupu, tak i na výstupu regulované soustavy se vyskytují poruchy $v_1(t)$, $v_2(t)$. Jedná se o vnější vlivy, které nepříznivě působí na řízenou soustavu.

Blokové schéma na obr. 3.2 popisuje realizaci regulačního obvodu, který je v praxi členěn na více bloků. Kde regulátor je tvořen ústředním členem zajišťujícím algoritmus řízení, výkonovým zesilovačem a akčním orgánem, který provádí vlastní zásah do řízené soustavy.



Obr. 3.2 – Podrobný regulační obvod

Ve zpětné vazbě je uvažován snímač regulované veličiny $y(t)$, jehož výstup je poté upraven v převodníku. Rovněž žádaná hodnota $w(t)$ je přivedena do převodníku a převedena na totožnou fyzikální veličinu, aby bylo možné vyhodnotit jejich rozdíl a tudíž regulační odchylku $e(t)$ (Blaha, 2010).

Následně bude popsána každá ze základních složek PID regulátoru, tzn. proporcionální složka P, integrační složka I a derivační složka D.

3.1 IDEÁLNÍ REGULÁTOR TYPU P

V aplikacích, kde nejsou požadovány časté změny regulační veličiny a zároveň je přípustné pracovat s trvalou regulační odchylkou, regulátor typu P může být použit. Velikost akční veličiny $u(t)$ je přímo úměrná velikosti regulační odchylky $e(t)$. Z této úvahy a dále z diferenciální rovnice vyplývá, že regulátor typu P potřebuje regulační odchylku $e(t)$ ke své činnosti. P regulátor pracuje s trvalou regulační odchylkou $e(t)$, která je nepřímo úměrná jeho zesílení r_0 . Pro porovnání P regulátorů je určeno rovnicí (3.2) tzv. pásmo proporcionality pp , což je hodnota udávající jak se musí změnit vstupní signál regulátoru, aby se akční člen přestavil z jedné krajní polohy do druhé.

$$pp = \frac{1}{r_0} \cdot 100 (\%), \quad (3.2)$$

kde r_0 – proporcionální konstanta regulátoru.

Ideální regulátor typu P popisuje rovnice

$$u(t) = r_0 \cdot e(t), \quad (3.3)$$

kde $u(t)$ – akční veličina,

r_0 – proporcionální konstanta regulátoru,

$e(t)$ – regulační odchylka.

Rovnice byla převedena do operátorového tvaru

$$U(s) = r_0 \cdot E(s), \quad (3.4)$$

kde $U(s)$ – obraz akční veličiny,

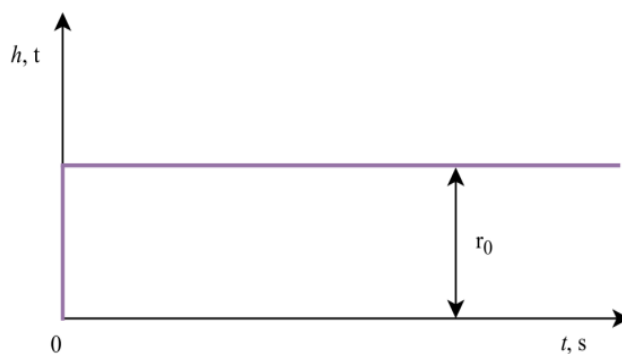
r_0 – proporcionální konstanta regulátoru,

$E(s)$ – obraz regulační odchylky.

Nyní může být vypočten operátorový přenos

$$F(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0. \quad (3.5)$$

Přechodová charakteristika ideálního regulátoru typu P je na obr. 3.3, a pouze zesílení



Obr. 3.3 – PCH regulátoru typu P

regulátoru r_0 může být odečteno.

3.2 IDEÁLNÍ REGULÁTOR TYPU I

Rychlost s jakou se mění akční veličina $u(t)$, je přímo úměrná velikosti regulační odchylky $e(t)$.

Regulátor typu I je popsán diferenciální rovnicí

$$u(t) = r_{-1} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad (3.6)$$

kde $u(t)$ – akční veličina,

r_{-1} – integrační konstanta regulátoru,

$e(\tau)$ – regulační odchylka.

Poté byla rovnice převedena do operátorového tvaru

$$U(s) = (r_{-1} \cdot \frac{1}{s}) \cdot E(s), \quad (3.7)$$

kde $U(s)$ – obraz akční veličiny,

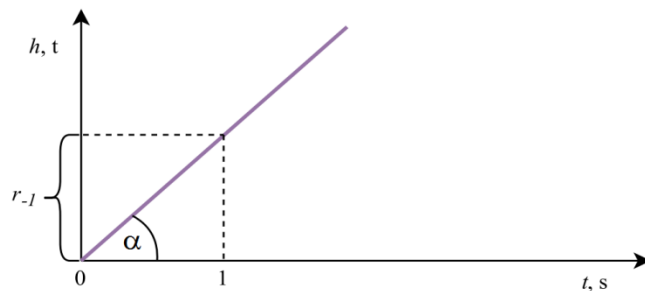
r_{-1} – integrační konstanta regulátoru,

$E(s)$ – obraz regulační odchylky.

A tudíž výsledný operátorový přenos je

$$F(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{r_{-1}}{s}, \quad (3.8)$$

Z přechodové charakteristiky ideálního regulátoru typu I na obr. 3.4 lze odečíst



Obr. 3.4 – PCH regulátoru typu I

integrační konstantu jako hodnotu na ose y v místě průsečíku průběhu přechodové charakteristiky a pomocné svislé osy. Ta byla sestrojena na ose x v bodě který je roven jedné. Pakliže není možné zmíněnou osu sestavit, je integrační konstanta vypočtena jako $\text{tg}(\alpha)$.

3.3 IDEÁLNÍ REGULÁTOR TYPU D

Velikost akční veličiny je přímo úměrná rychlosti změny regulační odchylky. Z tohoto tvrzení vyplývá, že tento typ regulátoru nemůže fungovat samostatně, protože derivace konstanty je nula a tudíž v případě ustálené regulační odchylky $e(t)$ by byl jeho akční zásah nulový. Avšak pokud je zařazen do složeného PID nebo PD regulátoru, urychluje regulační pochod.

Regulátor typu D je popsán diferenciální rovnicí

$$u(t) = r_1 \cdot e'(t), \quad (3.9)$$

kde $u(t)$ – akční veličina,

r_1 – derivační konstanta regulátoru,

$e'(t)$ – derivace regulační odchylky.

Rovnice byla převedena do operátorového tvaru

$$U(s) = r_1 \cdot s \cdot E(s), \quad (3.10)$$

kde $U(s)$ – obraz akční veličiny,

r_1 – derivační konstanta regulátoru,

$E(s)$ – obraz regulační odchylky.

A následně byl odvozen operátorový přenos

$$F(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_1 \cdot s. \quad (3.11)$$

Na přechodové charakteristice D regulátoru na obr. 3.5 je znázorněn



Obr. 3.5 – PCH regulátoru typu D

tzv. Diracův impuls, tj. impuls který nabývá nekonečně velké amplitudy pouze v bodě nula, jeho šířka se blíží k nule a plocha impulsu k jedné. Tento impuls nemůže být z fyzikálního hlediska realizován v plném rozsahu.

3.4 KOMPLETNÍ PID REGULÁTOR

V praxi jsou využity všechny složky PID regulátoru, nebo vyřazením příslušné z nich, mohou vznikat kombinace složek. Jako jsou např. P, I, PI, PD a které budou i přesto schopny plnit řídicí funkci v daných situacích. Každá složka přináší své klady a zápory, kde P složka zvyšuje stabilitu regulačního pochodu, ale zanechává trvalou regulační odchylku $e(t)$. Regulační odchylku dokáže I složka naprosto odstranit, ale rovněž prodlužuje dobu regulace. Ta je naopak snížena přítomností D složky, její nevýhodou je však, že zesiluje šum. Ideální PID regulátor je popsán rovnicí

$$u(t) = r_0 \cdot e(t) + r_{-1} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \cdot \frac{de(t)}{dt}. \quad (3.12)$$

Rovnice byla převedena do operátorového tvaru

$$U(s) = E(s) \cdot (r_0 + r_{-1} \cdot \frac{1}{s} + r_1 \cdot s). \quad (3.13)$$

Následně byl odvozen spojitý přenos PID regulátoru

$$F(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = r_0 \cdot (1 + \frac{r_{-1}}{r_0} \cdot \frac{1}{s} + \frac{r_1}{r_0} \cdot s) = k_0 \cdot (1 + \frac{1}{T_I s} + T_D \cdot s), \quad (3.14)$$

kde $U(s)$ – obraz akční veličiny,

$E(s)$ – obraz regulační odchylky,

r_0 – proporcionální konstanta regulátoru,

r_{-1} – integrační konstanta regulátoru,

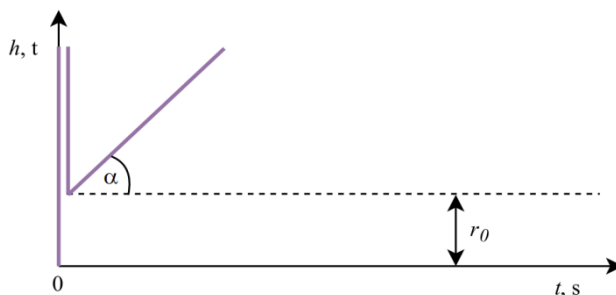
r_1 – derivační konstanta regulátoru,

k_0 – zesílení regulátoru,

$\frac{1}{T_I}$ – integrační časová konstanta regulátoru, s,

T_D – derivační časová konstanta regulátoru, s.

Na obr. 3.6 je vyobrazen průběh přechodové charakteristiky, kde může být odečtena proporcionalní konstanta regulátoru r_0 a také integrační konstanta regulátoru r_{-1} a to jako $\operatorname{tg}(\alpha)$.



Obr. 3.6 – PCH ideálního PID regulátoru

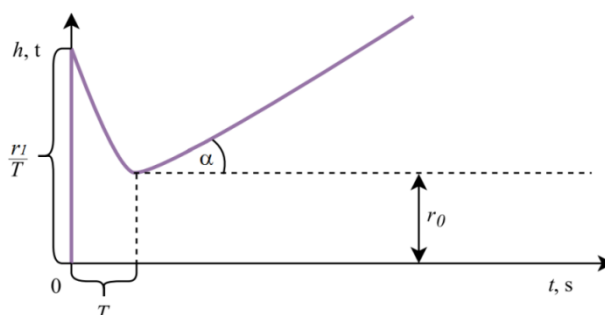
Diferenciální rovnice PID regulátoru se zpožděním n . řádu je

$$T_n^n \cdot u^{(n)} + \dots + T_2^2 u''(t) + T_1 u'(t) + u(t) = r_0 \cdot e(t) + r_{-1} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + r_1 \cdot \frac{de(t)}{dt}. \quad (3.15)$$

Obdobně jako u ideálního PID regulátoru, lze odvodit přenos PID regulátoru se zpožděním n . řádu

$$F(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{r_0 \cdot \left(1 + \frac{r_{-1}}{r_0} \cdot \frac{1}{s} + \frac{r_1}{r_0} \cdot s\right)}{T_n^n \cdot s^n + \dots + T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} = \frac{k_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D \cdot s\right)}{T_n^n \cdot s^n + \dots + T_2^2 s^2 + T_1 s + 1}, \quad (3.16)$$

Dále je na obr. 3.7 uvedena přechodová charakteristika PID regulátoru se zpožděním prvního řádu. Lze odečíst časovou konstantu T a proporcionalní konstantu regulátoru r_0 .



Obr. 3.7 – PCH reálného PID regulátoru se zpožděním 1. řádu

Dále pak integrační a derivační konstanty regulátoru r_{-1} , r_1 mohou být dopočítány. Co se týče integrační konstanty, její výpočet je totožný jako v případě ideálního PID regulátoru. Výpočet derivační konstanty je naznačen v obr. 3.7 (Balátě, 2003).

4 METODY NASTAVENÍ SPOJITÉHO PID REGULÁTORU

Pro získání parametrů spojitého PID regulátoru k řízení soustav vybraných k testování, byly zvoleny odpovídající metody, využívající spojitéch přenosů regulovaných soustav. Dále bude pro příslušnou metodu uveden její popis jakožto i její aplikace na jednotlivou soustavu.

4.1 NASLINOVA METODA

Naslinova metoda je založena na faktu, že pro koeficienty přenosu uzavřeného regulačního obvodu $A(s)$ (4.1), platí rovnice (4.2)

$$A(s) = A_n \cdot s^n + A_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + A_1 \cdot s + A_0 \quad (4.1)$$

$$A_i^2 = \alpha \cdot A_{i-1} \cdot A_{i+1}, \quad (4.2)$$

kde $i = 1, 2, \dots, n-1$

α – koeficient volený z tab. 4.1.

V tab. 4.1 je ke každé hodnotě koeficientu α přiřazena odpovídající hodnota maximálního přeregulování σ (%).

Tab. 4.1 – Závislost max. přeregulování σ na koeficientu α

α	1,75	1,80	1,90	2,00	2,20	2,40
σ	16,00	12,00	8,00	5,00	3,00	1,00

Z rovnice (4.2) vyplývá, že je možno odvodit pouze $n-1$ rovnic a tak získat $n-1$ nastavitelných parametrů PID regulátoru. Pokud se jedná o nastavování PID obsahujícího všechny složky, musí být jedna z nich zvolena a ostatní dopočítány. Co se týče jiných kombinací jako např. PI, PD atd., dosadí se za příslušnou složku, která má být vynechána nula a pokračuje se ve výpočtu stejným způsobem.

Princip metody bude předveden pro ideální PID regulátor, jehož přenos je popsán rovnicí

$$F_R(s) = \frac{r(s)}{p(s)} = \frac{r_1 \cdot s^2 + r_0 \cdot s + r_{-1}}{s}, \quad (4.3)$$

kde r_1 – derivační konstanta regulátoru,

r_0 – proporcionální konstanta regulátoru,

r_{-1} – integrační konstanta regulátoru.

A pro proporcionální soustavu druhého řádu, určenou přenosem

$$G_S(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_0}{s^2 + a_1 \cdot s + a_0}, \quad (4.4)$$

kde b_0, a_1, a_0 – koeficienty dané regulované soustavy.

Z rovnic (4.3) a (4.4) byl získán charakteristický polynom uzavřeného regulačního obvodu

$$\begin{aligned} A(s) &= a(s) \cdot p(s) + b(s) \cdot r(s) = s^3 + s^2 \cdot (a_1 + b_0 \cdot r_1) + s \cdot (a_0 + b_0 \cdot r_0) + \\ & b_0 \cdot r_{-1} = A_3 \cdot s^3 + A_2 \cdot s^2 + A_1 \cdot s + A_0, \end{aligned} \quad (4.5)$$

kde b_0, a_1, a_0 – koeficienty dané regulované soustavy,

r_1 – derivační konstanta regulátoru,

r_0 – proporcionální konstanta regulátoru,

r_{-1} – integrační konstanta regulátoru,

A_0, A_1, A_2, A_3 – koeficienty polynomu $A(s)$.

Nyní je možno dosadit vypočítané koeficienty A_0, A_1, A_2, A_3 do rovnice (4.2) a vytvořit tak klíčové vztahy pro získání parametrů PID regulátoru a tedy vznikne

$$(a_0 + b_0 \cdot r_0)^2 = \alpha \cdot b_0 \cdot r_{-1} \cdot (a_1 + b_0 \cdot r_1), \quad (4.6)$$

$$(a_1 + b_0 \cdot r_1)^2 = \alpha \cdot (a_0 + b_0 \cdot r_0). \quad (4.7)$$

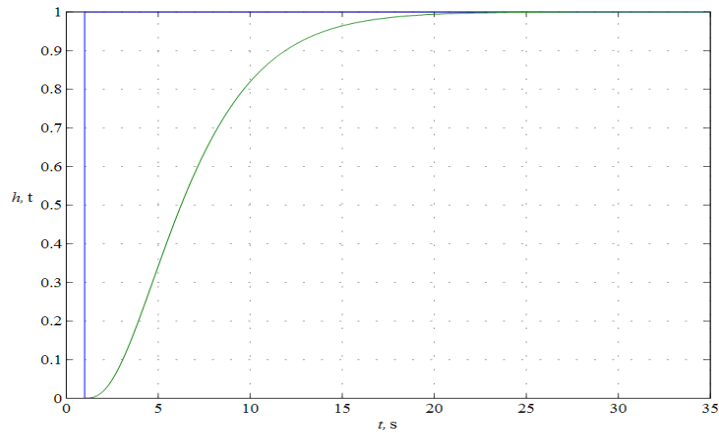
Z důvodu, že byly odvozeny pouze dvě rovnice pro tři neznámé, byla derivační konstanta regulátoru r_1 zvolena a tedy ostatní dvě neznámé lze dopočítat vztahy

$$r_0 = \frac{1}{b_0} \left[\frac{(a_1 + b_0 \cdot r_1)^2}{\alpha} - a_0 \right], \quad (4.8)$$

$$r_{-1} = \frac{1}{b_0} \cdot \frac{(a_1 + b_0 \cdot r_1)^3}{\alpha^3}. \quad (4.9)$$

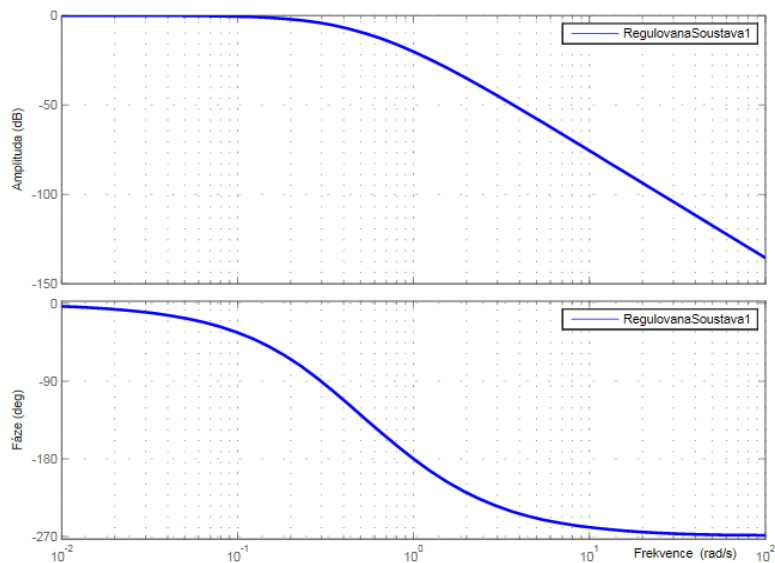
4.1.1 Soustava č. 1, výpočet dle Naslinovy metody

Na obr. 4.1 je vyobrazena PCH regulované soustavy č. 1. Je zřejmé, že se jedná o



Obr. 4.1 – PCH soustavy č. 1

soustavu proporcionální, protože po skokové změně na vstupu soustavy byl nalezen nový rovnovážný stav. Ustálení bylo dosaženo v čase 25 s. Chování soustavy č. 1 ve frekvenční oblasti, je popsáno frekvenční amplitudo-fázovou charakteristikou, která je pak znázorněna na



Obr. 4.2 – Logaritmická frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 1

obr. 4.2. Amplitudová charakteristika zobrazuje průběh zesílení soustavy č. 1, kde pro malé frekvence je $k \rightarrow 0$ a po dosažení mezní frekvence $\omega_0 = 0,2, \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, je zesílení soustavy tlumeno 80 dB na dekádu. Fázový posun výstupního signálu oproti harmonickému vstupnímu signálu je 270° .

Soustava č. 1 je popsána přenosem

$$F_{S1}(s) = \frac{1}{\frac{s^3}{0,1667} + 11,29 \cdot s^2 + \frac{s}{0,1667} + 1}, \quad (4.10)$$

který byl upraven do tvaru vhodného pro výpočet

$$F_{S1}(s) = \frac{0,1667}{s^3 + 1,883 \cdot s^2 + s + 0,1667}. \quad (4.11)$$

Z přenosu regulované soustavy (4.11) a přenosu regulátoru (4.3) byl získán charakteristický polynom

$$A(s) = (s^4 + 1,883 \cdot s^3 + s^2 + 0,1667 \cdot s) + (0,1667 r_1 \cdot s^2) + r_0 \cdot s + r_{-1}) = s^4 + s^3 \cdot (1,883) + s^2(1 + 0,1667 s) + s(0,1667 + 0,1667 \cdot r_0). \quad (4.12)$$

Vzniklé koeficienty A_0, A_1, A_2, A_3 byly dosazeny do rovnice (4.2) a byla odvozena soustava rovnic

$$A_1^2 = \alpha \cdot A_0 \cdot A_1, \quad (4.13)$$

$$A_2^2 = \alpha \cdot A_1 \cdot A_3, \quad (4.14)$$

Dosazením jsou získány dvě rovnice pro výpočet stavitelných parametrů PID

$$(0,1667 + 0,1667 \cdot r_0)^2 = \alpha \cdot (0,1667 \cdot r_{-1}) \cdot (1 + 0,1667 \cdot r_1), \quad (4.15)$$

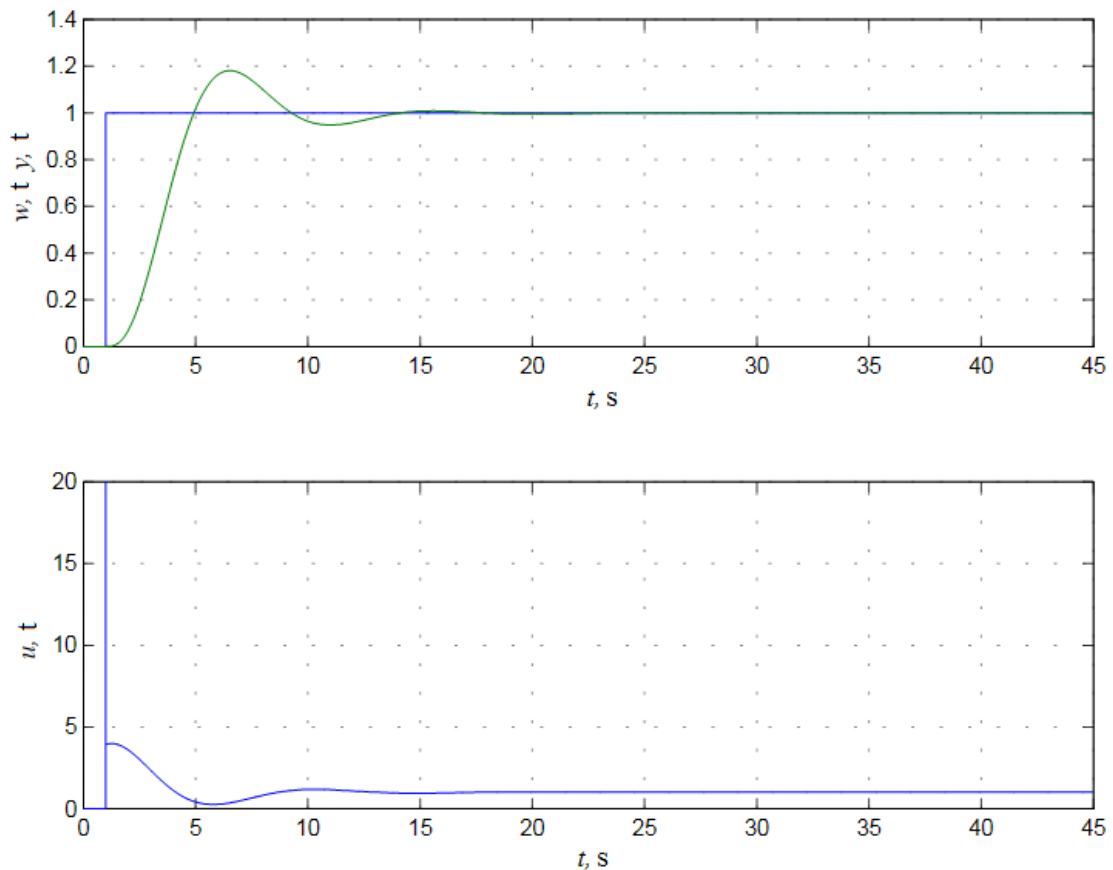
$$(1 + 0,1667 \cdot r_1)^2 = \alpha \cdot (0,1667 + 0,1667 \cdot r_0) \cdot 1,883, \quad (4.16)$$

kde je derivační konstanta regulátoru r_1 zvolena s ohledem na to, aby proporcionální konstanta r_0 vycházela kladně. Závěrečnou úpravou byly získány vztahy pro výpočet proporcionální a integrační konstanty PID regulátoru

$$r_{-1} = \frac{(0,1667 + 0,1667 \cdot r_0)^2}{\alpha \cdot (1 + 0,1667 \cdot r_1) \cdot 0,1667} - 1, \quad (4.17)$$

$$r_0 = \frac{(1 + 0,1667 \cdot r_1)^2}{\alpha \cdot 0,3055} - 0,1667. \quad (4.18)$$

Experimentálně byla zvolena hodnota derivační konstanty $r_1 = 3$ a dosazením do rovnice (4.18) byla vypočtena proporcionální konstanta $r_0 = 3,92$. Následně byla získána hodnota integrační konstanty $r_{-1} = 0,49$ a to tak, že výše uvedené hodnoty r_0 a r_1 byly dosazeny do rovnice (4.17). A tedy výsledné parametry spojitého PID regulátoru jsou: $r_0 = 3,9$, $r_{-1} = 0,5$ a $r_1 = 3,0$. Výsledný regulační pochod soustavy č. 1, řízené PID



Obr. 4.3 – Regulační pochod soustavy č. 1

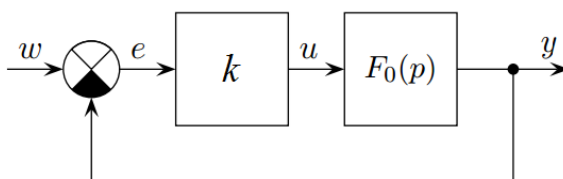
regulátorem, jež byl navržen dle Naslinovy metody je na obr. 4.3. Přeregulování odpovídá hodnotě 17 % a doba regulace je rovna 16 s.

4.2 METODA GEOMETRICKÉHO MÍSTA KOŘENŮ

Metoda rovněž nazývaná jako metoda kořenového hodografu. Jedná se o zobrazení v komplexní rovině, kde jsou vykreslovány póly charakteristické rovnice v závislosti na proměnlivém parametru. Následně pak v komplexní rovině vznikají křivky, které se nazývají větve kořenového hodografu. Metoda je založena na vyšetřování větví v závislosti na proměnlivém zesílení $k = 0 \dots \infty$. Soustava je tedy v podstatě řízena pouze P regulátorem. Změnou tohoto parametru je možno zjistit, jak se změní poloha pólů charakteristické rovnice.

Následně jsou k nulám a pólům soustavy vhodně přidány nuly a póly regulátoru, které posunou větve kořenového hodografu do jiné oblasti komplexní roviny a zajistí požadované dynamické vlastnosti uzavřeného regulačního obvodu. Výhodou metody je, že pracuje s přenosem otevřené regulační smyčky $F_0(s)$, jehož kořeny jsou většinou známy, ne jako kořeny popisující zpětnovazební obvod které většinou nejsou známy a jejich řešení je komplikované.

Pro získání kořenů charakteristické rovnice bylo na obr. 4.4 sestaveno blokové schéma, ze kterého byl následně pomocí algebry blokových schémat odvozen přenos řízení



Obr. 4.4 – Přenos řízení regulačního obvodu

v rovnici (4.19). Kde jmenovatel přenosu řízení tvoří levou stranu charakteristické rovnice, jak je uvedeno v (4.20)

$$F_W = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{k \cdot F_0(s)}{1 + k \cdot F_0(s)}, \quad (4.19)$$

$$1 + k \cdot F_0(s) = 0, \quad (4.20)$$

Poloha kořenů charakteristické rovnice tedy závisí na proměnném zesílení k . Řešení rovnice (4.20) by bylo obtížné, a proto byla převedena do následujícího tvaru

$$F_0(s) = -\frac{1}{k}. \quad (4.21)$$

Za předpokladu, že je zesílení k kladné a reálné, lze rovnici (4.21) rozepsat do následujícího tvaru

$$|F_0(s)| = \frac{1}{k}. \quad (4.22)$$

Pak $\angle(F_0(s))$ je lichým násobkem 180° , tj. $180 + i \cdot 360$ pro $i = 0, 1, \dots, \infty$. Pokud existuje bod, který splňuje druhou podmínku (4.22), potom ho lze považovat za bod kořenového hodografu a to bez ohledu na první podmínku (4.21), protože je možné zvolit takovou hodnotu zesílení k tak, aby i první podmínka byla splněna.

S metodou geometrického místa kořenů je spjato několik pravidel, přičemž jsou seřazena podle důležitosti a jsou to: symetrie, počet větví, segmenty na reálné ose, počátky a konce větví, poloha asymptot, průsečík s imaginární osou, úhel v komplexní nule nebo pólu, a také průsečík s reálnou osou. Prvních pět pravidel patří mezi nejdůležitější pro konstrukci kořenového hodografu a ostatní tři jsou spíše doplňující a upřesňující.

Co se týče symetrie, kořenový hodograf je symetrický kolem reálné osy, protože komplexní nuly a póly jsou tvořeny v komplexně sdružených párech. Počet větví je určen stupněm polynomu otevřeného regulačního obvodu ve jmenovateli přenosu. Pokud napravo od daného rozmezí reálné osy, leží lichý počet pólů a nul, pak je tato část větví kořenového hodografu. Pro orientaci větví platí, že každá větev začíná v pólu $F_0(s)$ při $k=0$ a končí v nule $F_0(s)$ kdy $k \rightarrow \infty$. Pokud má čítec přenosu m nižší řád než jmenovatel n , a tedy je v přenosu více pólů než nul, pak $(n-m)$ větví směřují k nekonečnu podél přímkových asymptot. Tyto asymptoty protínají reálnou osu v bodě určeném rovnicí (4.23) a úhel který s reálnou osou svírají, popisuje rovnice (4.24) kde platí, že $i = 0, \dots, n-m-1$.

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i - \sum_{i=1}^m \beta_i}{n-m} \quad (4.23)$$

$$\varphi = \frac{180 + i \cdot 360}{n-m}, \circ, \quad (4.24)$$

Průsečík dané větve kořenového hodografu, a tedy hodnota k při které větve prochází imaginární osou, může být určen pomocí algebraického kritéria stability. Např. Hurwitzova kritéria stability. Úhel, který svírá tečna větve kořenového hodografu vystupující z pólu α_k , lze vypočítat pomocí následujícího vzorce

$$\gamma_k = 180 + i \cdot 360 - \sum_{i=1, i \neq k}^n \angle(\alpha_k - \alpha_i) + \sum_{i=1}^m \angle(\alpha_k - \beta_i). \quad (4.25)$$

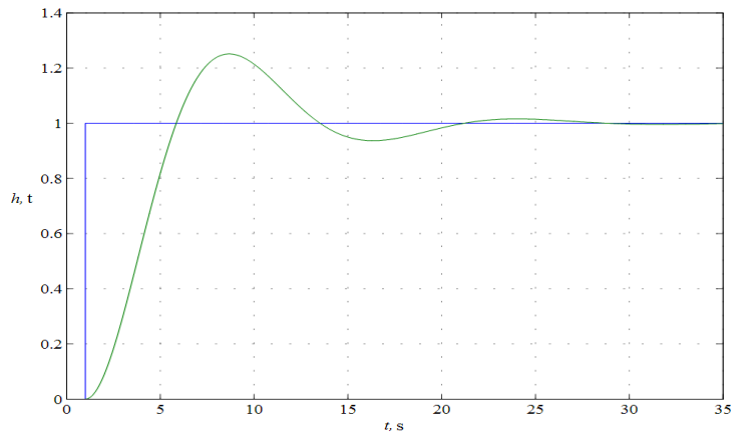
Obdobným způsobem lze vypočítat úhel tečny, se kterým vchází větev kořenového hodografu do komplexní nuly β_k

$$\delta_k = 180 + i \cdot 360 - \sum_{i=1}^n \angle(\beta_k - \alpha_i) + \sum_{i=1, i \neq k}^m \angle(\beta_k - \beta_i). \quad (4.26)$$

Průsečík větve s reálnou osou většinou analyticky vyřešit nelze, řeší se tedy iterativně, kdy je odhadnuta a dosazena hodnota do vztahu vycházejícího z (4.24) a poté je předpoklad postupně opravován (Blaha, 2010).

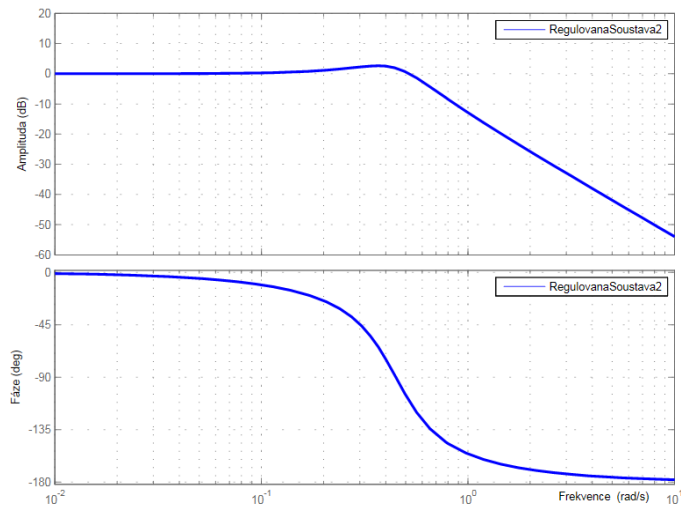
4.2.1 Soustava č. 2, výpočet dle GMK

Přechodová charakteristika soustavy č. 2 zobrazená na obr. 4.5 a vykazuje 25%



Obr. 4.5 – PCH soustavy č. 2

překmit. Jedná se o soustavu kmitavou, k ustálení dochází v čase 30 s. Frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 2. je znázorněna na obr. 4.6.



Obr. 4.6 – Logaritmická frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 2

Lze odečíst, že pro velmi nízké frekvence, $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, platí zesílení $k = 2$. Avšak po dosažení mezní frekvence $\omega_0 = 0,5, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ soustava vykazuje útlum 40 dB na dekádu. Co se týče fázové charakteristiky, lze zjistit, že výstupní signál je oproti vstupnímu harmonickému signálu opožděn o 180° .

Soustava č. 2 je popsána přenosem

$$F_{S2}(s) = \frac{1}{5 \cdot s^2 + 1,8 \cdot s + 1} \quad (4.27)$$

Na základě zvolené hodnoty maximálního přeregulování $\sigma_{\max} = 0,1$, která odpovídá požadovanému překmitu maximálně 10 %, byl dopočítán součinitel relativního tlumení ξ

$$\xi = \frac{\left| \frac{\ln \sigma_{\max}}{\pi} \right|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\ln \sigma_{\max}}{\pi} \right)^2}} = \frac{\left| \frac{\ln 0,1}{\pi} \right|}{\sqrt{1 + \left(\frac{\ln 0,1}{\pi} \right)^2}} = \frac{\left| \frac{-0,7329}{1,2398} \right|}{1} = 0,591 \cong 0,6; \quad (4.28)$$

kde σ_{\max} – maximální přeregulování.

Dosažením součinitele relativního tlumení společně s určenou hodnotou doby regulace T_{reg} je hodnota netlumené frekvence ω_n vypočtena jako

$$\omega_n \cong \frac{4,6}{\xi \cdot T_{\text{reg}}} \cong \frac{4,6}{0,6 \cdot 15} \cong 0,51, s^{-1}, \quad (4.29)$$

kde ξ – součinitel relativního tlumení,

T_{reg} – doba regulace, s.

Následně může být zapsán požadovaný tvar přenosové funkce soustavy

$$F_{S2, \text{pož}}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} = \frac{0,26}{s^2 + 0,61 \cdot s + 0,26} \quad (4.30)$$

Komplexně sdružené póly systému jsou pak řešením kvadratické rovnice ve jmenovateli přenosu (4.30), jak je znázorněno v rovnicích (4.31) a (4.32).

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0,37 - 4 \cdot 1 \cdot 0,26 = -0,67 \quad (4.31)$$

$$s_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a} = \frac{-0,61 \pm \sqrt{j0,67}}{2} = \frac{-0,61 \pm j0,81}{2} = -0,305 \pm j0,405. \quad (4.32)$$

Přenos ideálního PID regulátoru je tudíž ve tvaru

$$F_{R2}(s) = k \cdot \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + T_D \cdot s \right) = \frac{K_D \cdot s^2 + K \cdot s + K_I}{s} = K_D \cdot \frac{s^2 + \frac{K}{K_D} \cdot s + \frac{K_I}{K_D}}{s} = K_D \cdot \frac{s^2 + d_1 \cdot s + d_0}{s}, \quad (4.33)$$

kde k – zesílení regulátoru,

T_I – integrační časová konstanta, s,

T_D – derivační časová konstanta, s,

K_D – derivační zesílení regulátoru, a je rovno $K_D = k \cdot T_D$,

K – proporcionální zesílení regulátoru

K_I – integrační zesílení regulátoru, vypočítané jako $K_I = \frac{k}{T_I}$,

d_0, d_1 – koeficienty nulového polynomu PID regulátoru.

Experimentálně byly zvoleny dvě nuly regulátoru $-0,4 \pm j0,4$ a to tak, aby metoda geometrického místa kořenů probíhala při konečném zesílení otevřeného regulačního obvodu v blízkém okolí umístění požadovaných pólů (4.32). Poté byl vypočten nulový polynom PID regulátoru

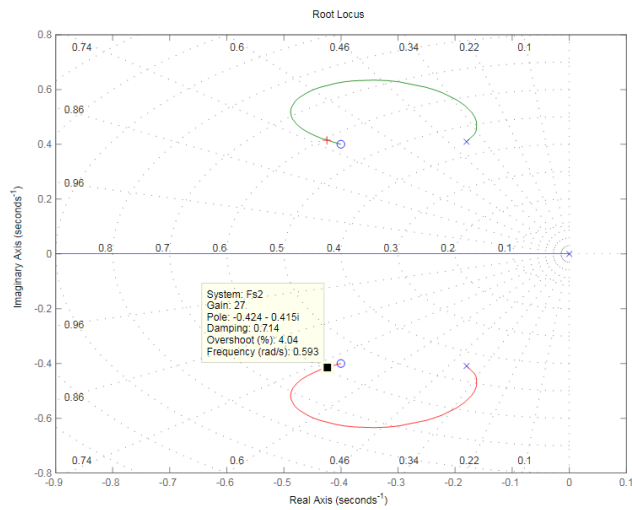
$$s^2 + d_1 \cdot s + d_0 = \prod_{j=1}^2 (s - z_j) = (s + 0,4 - j0,4) \cdot (s + 0,4 + j0,4) = s^2 + 0,4 \cdot s - j0,4 \cdot s + 0,4 \cdot s + 0,16 - j0,16 + j0,4 \cdot s + j0,16 - j^2 0,16 = s^2 + 0,8 \cdot s + 0,32 \quad (4.34)$$

a tudíž koeficienty nulového polynomu PID regulátoru jsou: $d_1 = 0,8$ a $d_0 = 0,32$. Tyto koeficienty byly dosazeny do rovnice (4.33) a vznikl tak požadovaný přenos PID regulátoru, pomocí něhož byl vypočten přenos otevřeného regulačního obvodu

$$F_0(s) = F_R(s) \cdot F_{S2}(s), \quad (4.35)$$

$$F_0(s) = K_D \cdot \frac{s^2 + 0,6 \cdot s + 0,45}{s} \cdot \frac{1}{5 \cdot s^2 + 1,8 \cdot s + 1} = K_0 \cdot \frac{s^2 + 0,8 \cdot s + 0,32}{5 \cdot s^3 + 1,8 \cdot s^2 + s}. \quad (4.36)$$

Následně byl příkazem „Fs2 = tf ([1 0.8 0.32],[5 1.8 1 0])“ vytvořen přenos v prostředí Matlab a poté byl vykreslen kořenový hodograf na obr. 4.7, za pomoci příkazu „rlocus(Fs2).“

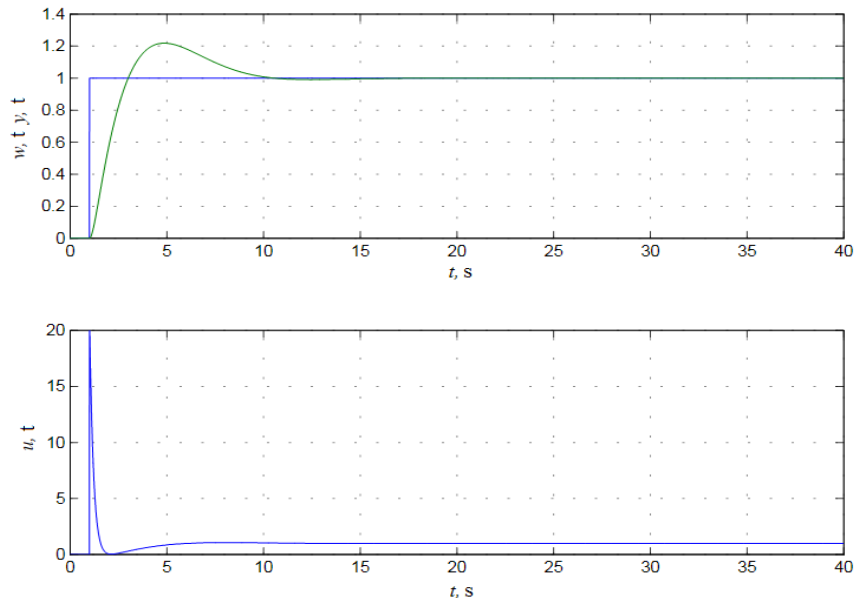


Obr. 4.7 – Kořenový hodograf

V blízkém okolí požadovaných pólů bylo odečteno zesílení otevřeného regulačního obvodu $K_0 = 27$, které je v konkrétním případě rovno K_D . Proporcionální a integrační konstanta regulátoru je získána pomocí vztahů odvozených z (4.33) a to

$$k = d_1 \cdot K_D = 0,8 \cdot 27 = 21,6, \quad (4.37)$$

$$K_I = d_0 \cdot K_D = 0,32 \cdot 27 = 8,6. \quad (4.38)$$



Obr. 4.8 – Regulační pochod soustavy č. 2

Výsledné parametry PID regulátoru nastaveného metodou geometrického místa kořenů jsou následující: $K = 21,6$, $K_I = 8,6$ a $K_D = 27,0$. Regulační pochod soustavy č. 2, pro kterou byl nastaven PID regulátor metodou geometrického místa kořenů, je vyobrazen na obr. 4.8. Požadovaný překmit byl 10 % a byla zvolena doba regulace 15 s. Bylo dosaženo 21% překmitu a doby regulace 10 s.

4.3 METODA POŽADOVANÉHO MODELU

Metoda požadovaného modelu umožňuje nastavení jak analogových, tak číslicových PID regulátorů a to s docílením nulové regulační odchylky $e(t)$ při skokové změně žádané hodnoty $w(t)$. Metoda je vhodná zejména pro řízení soustav s libovolně velkým dopravním zpožděním T_d , s, ale lze ji použít i u soustav kde se dopravní zpoždění nevyskytuje. Je možné seřídit regulátor tak, aby byla dodržena hodnota maximálního přeregulování κ , která je volena z tab. 4.2. Dle toho jsou následně při výpočtu využity příslušné hodnoty α a β .

Tab. 4.2 – Hodnoty koeficientů α a β pro relativní překmit κ

κ	0,000	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500
α	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
β	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

Metoda je založena na principu inverze dynamiky a konkrétně se omezuje na nalezení parametrů regulátorů ve stanovených, tvarech, uvedených v tab. 4.3. Získané parametry zajistí požadované vlastnosti a přenos regulátoru je tedy získán, na základě vztahu odvozeného z přenosu řízení v rovnici (4.39).

$$F_R(s) = \frac{1}{F_S(s)} \cdot \frac{F_{wy}(s)}{1 - F_{wy}(s)}, \quad (4.39)$$

kde $F_R(s)$ – přenos regulátoru,

$F_S(s)$ – přenos soustavy,

$F_{wy}(s)$ – přenos řízení.

Předpokladem použití metody je, že požadovaný přenos řízení pro spojité PID regulátor je ve tvaru

$$F_{wy}(s) = \frac{a}{s + a \cdot e^{-T_d \cdot s}} \cdot e^{-T_d \cdot s}, \quad (4.40)$$

kde $F_{wy}(s)$ – přenos řízení,

a – zesílení otevřeného regulačního obvodu,

T_d – dopravní zpoždění, s.

To jak bude probíhat regulační pochod, ovlivňuje volba zesílení otevřeného regulačního obvodu a , kde metoda umožňuje získat jak nekmitavé tak i kmitavé průběhy (Šulc, 2004).

Koeficient a se vypočítá za pomoci vztahu

$$a = \frac{1}{\alpha \cdot T + \beta \cdot T_d}, \quad (4.41)$$

kde a – zesílení otevřeného regulačního obvodu,

α, β – koeficienty z tab. 4.2,

T – perioda vzorkování číslicového regulátoru, s,

T_d – dopravní zpoždění, s.

Tab. 4.3 – Přehled přenosů analogových a číslicových regulátorů

Typ regulátoru	Analogový	Číslicový
P	r_0	r_0
PI (PS)	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} \right)$	$r_0 \left(1 + \frac{T}{T_I} \cdot \frac{z}{z-1} \right) = \frac{q_0 + q_1 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}$
PD	$r_0 (1 + T_D \cdot s)$	$r_0 \left(1 + \frac{T_D}{T} \cdot \frac{z-1}{z} \right) = q_0 + q_1 \cdot z^{-1}$
PID (PSD)	$r_0 \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + T_D \cdot s \right)$	$r_0 \left(1 + \frac{T}{T_I} \cdot \frac{z}{z-1} + \frac{T_D}{T} \cdot \frac{z-1}{z} \right) = \frac{q_0 + q_1 \cdot z^{-1} + q_2 \cdot z^{-2}}{1 - z^{-1}}$

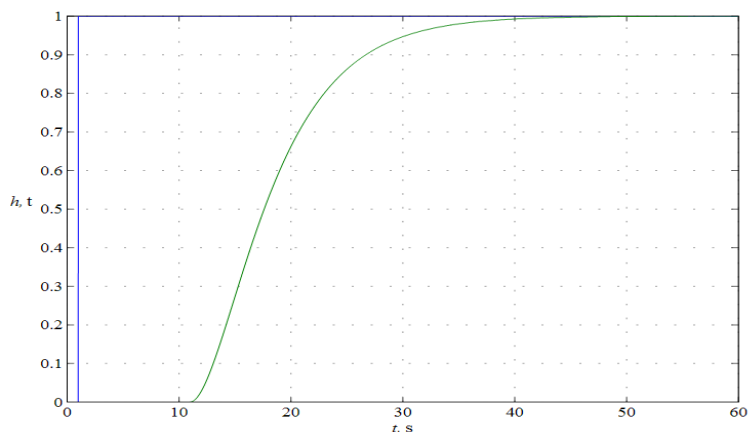
Vztahy pro výpočet parametrů nejpoužívanějších regulátorů, byly odvozeny v tab. 4.4, jak bylo vydáno Šulc (2004). Již odvozené vztahy pro výpočet parametrů spojitého PID regulátoru, byly použity jako kontrola při vlastním odvozování.

Tab. 4.4 – Doporučené typy regulátorů a hodnoty jejich stavitelných parametrů

Regulovaná soustava - přenos	Regulátor, $T = 0$ analogový, $T > 0$ číslicový				
	Typ	$T_d = 0$	$T_d > 0$		
		r_0^*		T_1^*	T_D^*
$\frac{k}{s} \cdot e^{-T_d \cdot s}$	P	$\frac{2}{k \cdot (2 \cdot T_w + T)}$	$\frac{a}{k}$	–	–
$\frac{k}{(T_1 \cdot s + 1)} \cdot e^{-T_d \cdot s}$	PI (PS)	$\frac{2 \cdot T_1^*}{k \cdot (2 \cdot T_w + T)}$	$\frac{a \cdot T_1^*}{k}$	$T_1 - \frac{T}{2}$	–
$\frac{k}{s \cdot (T_1 \cdot s + 1)} \cdot e^{-T_d \cdot s}$	PD	$\frac{2}{k \cdot (2 \cdot T_w + T)}$	$\frac{a}{k}$	–	$T_1 - \frac{T}{2}$
$\frac{k}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)} \cdot e^{-T_d \cdot s}$ $T_1 \geq T_2$	PID (PSD)	$\frac{2 \cdot T_1^*}{k \cdot (2 \cdot T_w + T)}$	$\frac{a \cdot T_1^*}{k}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4}$
$\frac{k}{(T_0^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \xi_0 \cdot T_0 \cdot s + 1)} \cdot e^{-T_d \cdot s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID (PSD)	$\frac{2 \cdot T_1^*}{k \cdot (2 \cdot T_w + T)}$	$\frac{a \cdot T_1^*}{k}$	$2 \cdot \xi_0 \cdot T_0 - T$	$\frac{T_0}{2 \cdot \xi_0} - \frac{T}{4}$

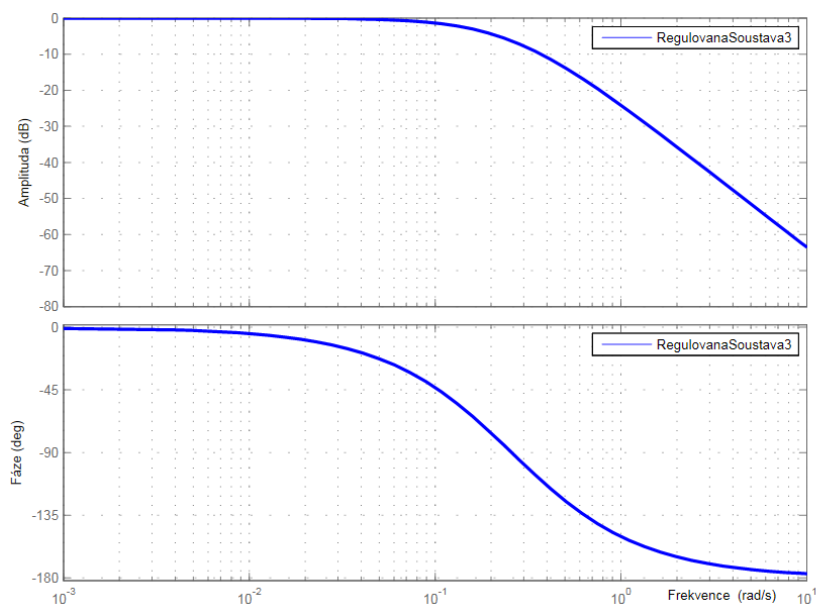
4.3.1 Soustava č. 3, výpočet dle MPM

Soustava č. 3 je soustavou proporcionální s dopravním zpožděním. Je znázorněna pomocí PCH na obr. 4.7 a lze vidět dopravní zpoždění $\tau = 10$, doba ustálení je 45 s.



Obr. 4.9 – PCH soustavy č. 3

Frekvenční charakteristika soustavy č. 1 je vyobrazena na obr. 4.8. Jedná se o grafické znázornění zesílení soustavy a fázového rozdílu mezi výstupním a vstupním harmonickým



Obr. 4.10 – Logaritmická frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 3 signálem. Pro zesílení soustavy č. 3 platí $k \rightarrow 0$ a po dosažení mezní frekvence $\omega_0 = 0,08, \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, následný útlum zesílení činí 33 dB na dekádu. Výstupní signál je za vstupním harmonickým signálem opožděn o 180° .

Obecný přenos soustavy je

$$F_S(s) = \frac{k}{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)}, \quad (4.42)$$

kde k – zesílení soustavy,

T_1, T_2 – časové konstanty, s

a platí, že časová konstanta T_1 je větší než T_2 .

Dosazením přenosu soustavy (4.42) a přenosu řízení (4.40) do vztahu (4.39) byla sestavena rovnice

$$F_R(s) = \frac{(T_1 \cdot s + 1) \cdot (T_2 \cdot s + 1)}{k} \cdot \frac{\frac{a}{s + a} \cdot e^{-T_d \cdot s}}{1 - \frac{a}{s + a} \cdot e^{-T_d \cdot s}}, \quad (4.43)$$

kteřá byla v dalším kroku upravena do tvaru

$$\begin{aligned} F_R(s) &= \frac{(T_1 \cdot T_2 \cdot s^2 + T_1 \cdot s + T_2 \cdot s + 1)}{k} \cdot \frac{a}{s} = \\ &= \frac{(T_1 \cdot T_2 \cdot s^2 \cdot a + T_1 \cdot s \cdot a + T_2 \cdot s \cdot a + a)}{k \cdot s} = \frac{(T_1 + T_2) \cdot a}{k} + \\ &= \frac{a}{k \cdot s} + \frac{T_1 \cdot T_2 \cdot s \cdot a}{k} = \frac{(T_1 + T_2) \cdot a}{k} \cdot \left[1 + \frac{1}{(T_1 + T_2) \cdot s} + \frac{T_1 + T_2}{T_1 \cdot T_2} \right]. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Byly tedy odvozeny vztahy pro analogový regulátor, pro řízení soustavy druhého řádu se dvěma různými časovými konstantami T_1, s a T_2, s , které se shodují se vztahy uvedené v tab. 4.4 v tomto konkrétním případě to jsou

$$T_1^* = T_1 + T_2, \quad (4.45)$$

$$r_0^* = \frac{a \cdot T_1^*}{k}, \quad (4.46)$$

$$T_D^* = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2}. \quad (4.47)$$

Soustava č. 3 je popsána přenosem

$$F_{S3}(s) = \frac{1}{(5s+1) \cdot (3s+1)} \cdot e^{-10 \cdot s}, \quad (4.48)$$

tudíž $T_1 = 5$, $T_2 = 3$ a dopravní zpoždění $T_d = 10$.

Nejprve bude vypočtena hodnota zesílení otevřeného regulačního obvodu a podle vztahu (4.41)

$$a = \frac{1}{\alpha \cdot T + \beta \cdot T_d} = \frac{1}{0,984 \cdot 0 + 1,944 \cdot 10} = 0,05, \quad (4.49)$$

kde byla z tab. 4.2 vybrána hodnota $\alpha = 0,984$ a $\beta = 1,944$ pro zvolenou hodnotu maximálního přeregulování 5 % a tedy $\kappa = 0,05$. Dále byly dosazeny hodnoty T_1 a T_2 do vztahu (4.45) a byla vypočítána hodnota integrační časové konstanty T_1^*

$$T_1^* = T_1 + T_2 = 5 + 3 = 8, \quad (4.50)$$

kteřá byla dosazena společně s hodnotou a do vztahu (4.46) pro výpočet proporcionální konstanty regulátoru r_0^*

$$r_0^* = \frac{a \cdot T_1^*}{k} = \frac{0,051 \cdot 8}{1} = 0,4. \quad (4.51)$$

Následně pak byla vypočítána derivační časová konstanta T_D^* dle vztahu (4.47)

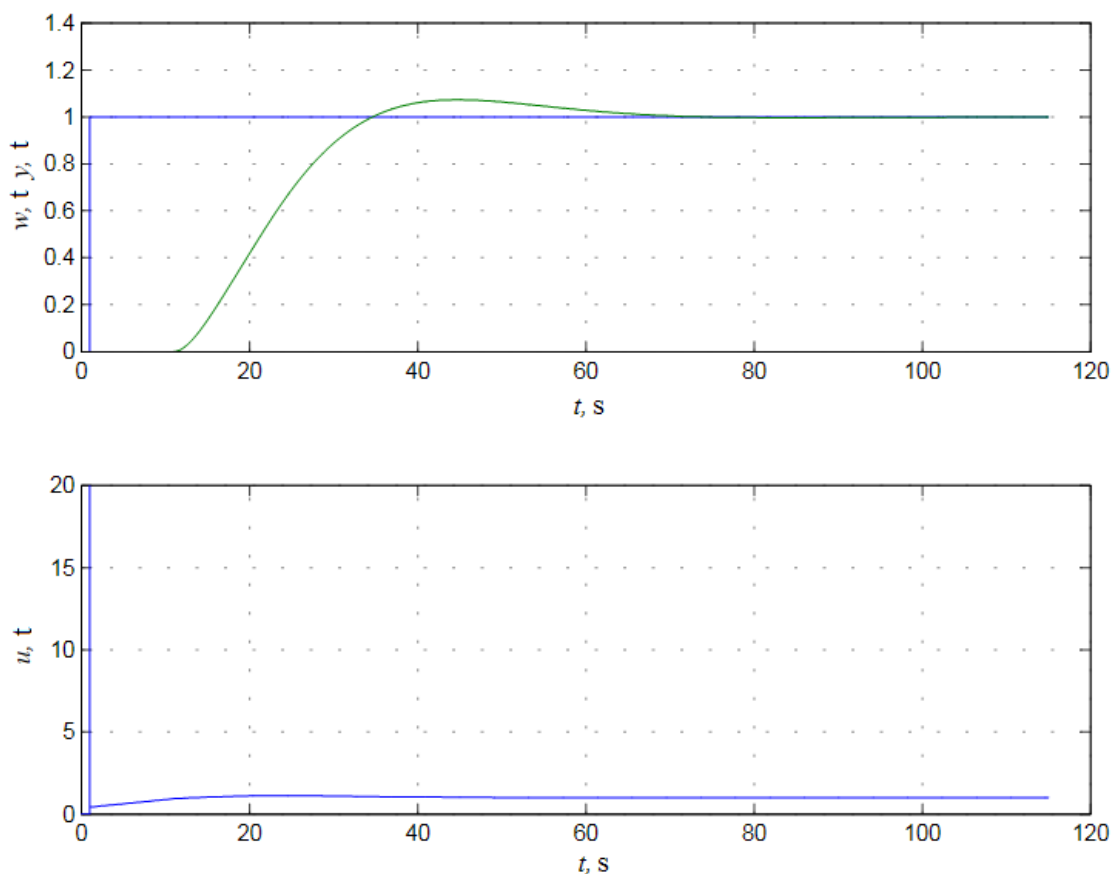
$$T_D^* = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2} = \frac{5 \cdot 3}{5 + 3} = 1,9. \quad (4.52)$$

Výsledný přenos regulátoru je

$$F_{R3}(s) = 0,4 \cdot \left(1 + \frac{1}{8s} + 1,9s\right). \quad (4.53)$$

A tedy parametry spojitého PID regulátoru nastaveného metodou požadovaného modelu jsou: $r_0 = 0,40$, $r_{-1} = 0,06$ a $r_1 = 0,80$.

Regulační pochod soustavy č. 3 řízené PID regulátorem navrženým metodou požadovaného modelu, se nachází na obr. 4.9. Předem byla definována hodnota přeregulování 5 %. Výsledný regulační pochod má tyto vlastnosti: doba regulace je 70 s, a bylo dosaženo přeregulování 7 %. Skutečné přeregulování tedy převyšuje zvolenou hodnotu o 2 %.



Obr. 4.11 – Regulační pochod soustavy č. 3

4.4 ANALYTICKÝ VÝPOČET KRITICKÝCH PARAMETERŮ

Ziegler-Nicholsova metoda kritických parametrů vychází z přivedení regulované soustavy na mez stability, tj. do stavu kdy regulovaná soustava kmitá harmonickými kmity. Postup při seřizování touto metodou je, že se vyřadí integrační a derivační časová konstanta tzn. $T_I = \infty$, nebo maximum a $T_D = 0$, nebo minimum. Poté se nastaví žádaná hodnota $w(t)$ a zvyšuje se zesílení regulátoru r_0 až do rozkmitání regulované soustavy. Z nastavení je pak získáno $r_{0, \text{krit}}$ a kritická perioda T_{krit} , s může být odečtena z grafu regulačního pochodu. Dle tab. 4.5 jsou pak vypočítány parametry pro příslušný PID regulátor.

Tab. 4.5 – Nastavení PID regulátorů pomocí kritických parametrů

Regulátor	r_0	T_I^*	T_D^*
P	$0,5 \cdot r_{0, \text{krit}}$	–	–
PI	$0,45 \cdot r_{0, \text{krit}}$	$0,83 \cdot T_{\text{krit}}$	–
PID	$0,6 \cdot r_{0, \text{krit}}$	$0,5 \cdot T_{\text{krit}}$	$0,125 \cdot T_{\text{krit}}$

Ta skutečnost, že není třeba znát model regulované soustavy, je výhodou této metody. Na druhou stranu velikou nevýhodou je, že mnoho regulovaných soustav v praxi tento experimentální způsob neumožňuje kvůli negativnímu působení na akční členy (solenoidový ventil) nebo jednotlivé části soustavy (popraskání vyzdívky ve vysokých pecích). Z toho důvodu mohou být tyto kritické parametry získány analyticky. Pokud regulovaná soustava nemá dopravní zpoždění, pak může být využito Michajlova kritéria stability, kde se jak reálná, tak imaginární část Michajlovy funkce položí rovna nule. Z přenosu otevřeného regulačního obvodu

$$F_0(s) = \frac{r_0 \cdot k}{(T_3 \cdot s + 1)^3} = \frac{M_0(s)}{N_0(s)}, \quad (4.54)$$

kde k – zesílení regulované soustavy,

r_0 – zesílení regulátoru,

T_3 – násobná časová konstanta, s,

byl získán charakteristický polynom

$$M(s) = N_0(s) + M_0(s) = T_3^3 \cdot s^3 + 3 \cdot T_3^2 \cdot s^2 + 3 \cdot T_3 \cdot s + 1 + r_0 \cdot k. \quad (4.55)$$

Michajlova funkce byla získána po dosazení $j\omega$ do rovnice (4.55)

$$M(j\omega) = T_3^3 \cdot j^3 \omega^3 + 3 \cdot T_3^2 \cdot j^2 \omega^2 + 3 \cdot T_3 \cdot j\omega + 1 + r_0 \cdot k, \quad (4.56)$$

kde následující úpravou bylo získáno

$$F_0(s) = -T_3^3 \cdot j\omega^3 - 3 \cdot T_3^2 \cdot \omega^2 + 3 \cdot T_3 \cdot j\omega + 1 + r_0 \cdot k = 1 + r_0 \cdot k - 3 \cdot T_3^2 \cdot \omega^2 + T_3 \cdot j\omega(3 - \omega^2). \quad (4.57)$$

Existuje předpoklad, že regulovaná soustava je na mezi stability, pokud Michajlova křivka prochází počátkem souřadnicového systému. Tehdy je reálná i imaginární část rovnice nule a tedy

$$1 + r_0 \cdot k - 3 \cdot T_3^2 \cdot \omega^2 = 0, \quad (4.58)$$

$$T_3 \cdot j\omega(3 - \omega^2) = 0. \quad (4.59)$$

Z rovnice (4.58) bylo pak následně odvozeno kritické zesílení

$$r_{0, \text{krit}} = \frac{3 \cdot T_3^2 \cdot \omega^2 - 1}{k}, \quad (4.60)$$

kde T_3 – časová konstanta, s,

ω – frekvence, $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$,

k – zesílení regulované soustavy,

kteřé může být vypočítáno dosazením hodnoty kritické frekvence získané z rovnice

$$\omega_{\text{krit}} = \frac{\sqrt{3}}{T_3}, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.61)$$

Když je hodnota kritické frekvence známa, hodnotu kritické periody lze dopočítat vztahem

$$T_{\text{krit}} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_{\text{krit}}} = \frac{2 \cdot \pi}{3} \cdot T_3, \quad (4.62)$$

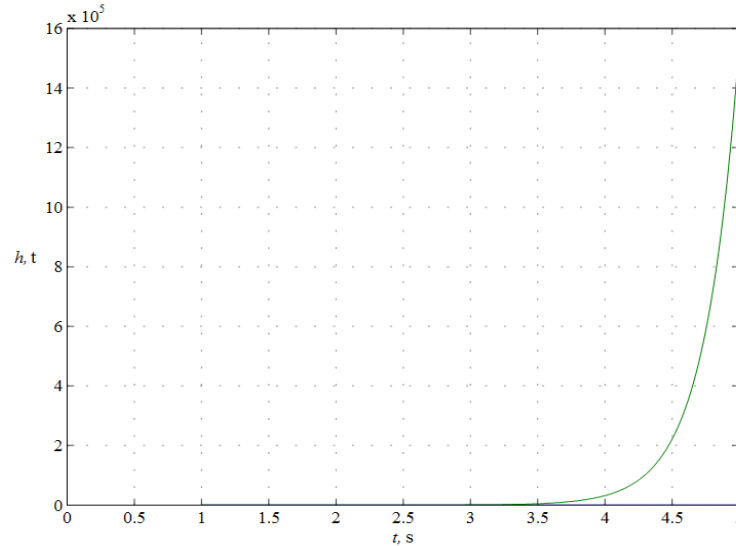
kde ω_{krit} – kritická frekvence, $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$,

T_3 – časová konstanta, s.

Vypočítané kritické hodnoty se následně dosadí do tab. 4.5 a přepočítají dle vztahů uvedených na příslušném řádku, pro daný PID regulátor (Šulc, 2004).

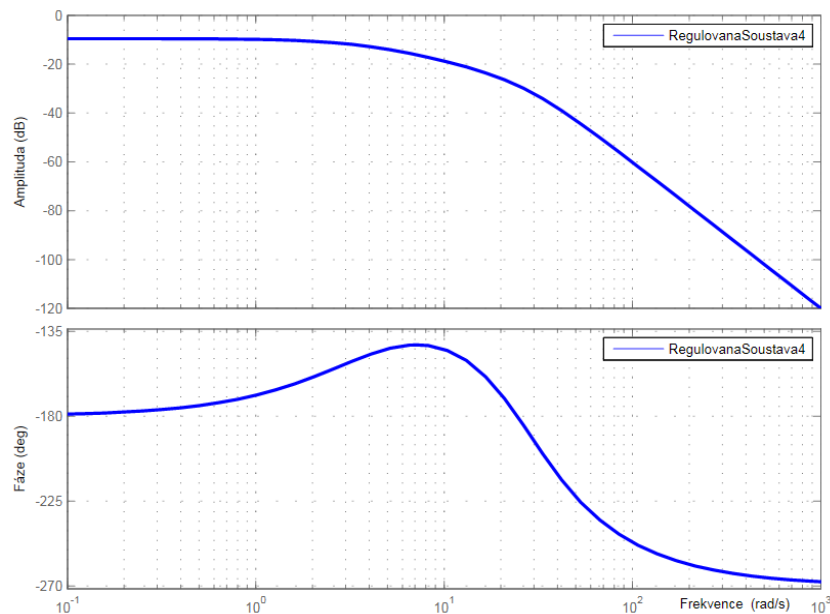
4.4.1 Soustava č. 4, výpočet metodou kritických parametrů

Přechodová charakteristika soustavy č. 4 je znázorněna na obr. 4.10. Jedná se o soustavu nestabilní a tudíž po skokové změně na vstupu, narůstá výstup soustavy nade



Obr. 4.12 – PCH soustavy č. 4

všechny meze. Frekvenční charakteristika se dá považovat za grafické znázornění frekvenčního přenosu soustavy č. 4 a je vyobrazena na obr. 4.10. Zesílení soustavy je



Obr. 4.13 – Logaritmičká frekvenční amplitudo-fázová charakteristika soustavy č. 4

$k = -10$, pro malé frekvence, $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ avšak pouze do bodu mezní frekvence $\omega_0 = 2, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Dále je zesílení tlumeno 40 dB na dekádu. S rostoucí frekvencí je maximální fázový posun výstupního signálu oproti vstupnímu 270° .

Soustava č. 4 je dána přenosem

$$F_{S4}(s) = \frac{1}{0,001 \cdot s^3 + 0,04 \cdot s^2 + 0,6 \cdot s - 3}. \quad (4.63)$$

Přenos otevřeného regulačního obvodu je tedy

$$F_0(s) = \frac{M_0(s)}{N_0(s)} = \frac{r_0 \cdot 1}{0,001 \cdot s^3 + 0,04 \cdot s^2 + 0,6 \cdot s - 3}, \quad (4.64)$$

kde r_0 – zesílení regulátoru,

z něhož byl odvozen charakteristický polynom

$$M(s) = N_0(s) + M_0(s) = 0,001 \cdot s^3 + 0,04 \cdot s^2 + 0,6 \cdot s - 3 + r_0 \quad (4.65)$$

a následně bylo dosazeno $j\omega$

$$M(j\omega) = 0,001 \cdot j^3 \omega^3 + 0,04 \cdot j^2 \omega^2 + 0,6 \cdot j\omega - 3 + r_0. \quad (4.66)$$

Úpravou rovnice (4.66) bylo získáno

$$M(j\omega) = -0,04 \cdot \omega^2 - 3 + r_0 + j\omega \cdot (0,6 - 0,001 \cdot \omega^2). \quad (4.67)$$

Rovnice byla rozdělena na reálnou a imaginární část a ty byly položeny rovny nule

$$-0,04 \cdot \omega^2 - 3 + r_0 = 0, \quad (4.68)$$

$$j\omega \cdot (0,6 - 0,001 \cdot \omega^2) = 0. \quad (4.69)$$

Nejprve byla vypočítána kritická frekvence $\omega_{\text{krit}}, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ z rovnice (4.69), kde první z kořenů vychází nula a druhá část je rozepsána jako

$$\omega_{\text{krit}} = \frac{\sqrt{0,6}}{\sqrt{0,001}} = \frac{0,7745}{0,0316} = 24,40, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (4.70)$$

Hodnota kritické frekvence $\omega_{\text{krit}}, \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ byla dosazena do vztahu (4.68) a tudíž kritické zesílení $r_{0, \text{krit}}$ mohlo být vypočítáno

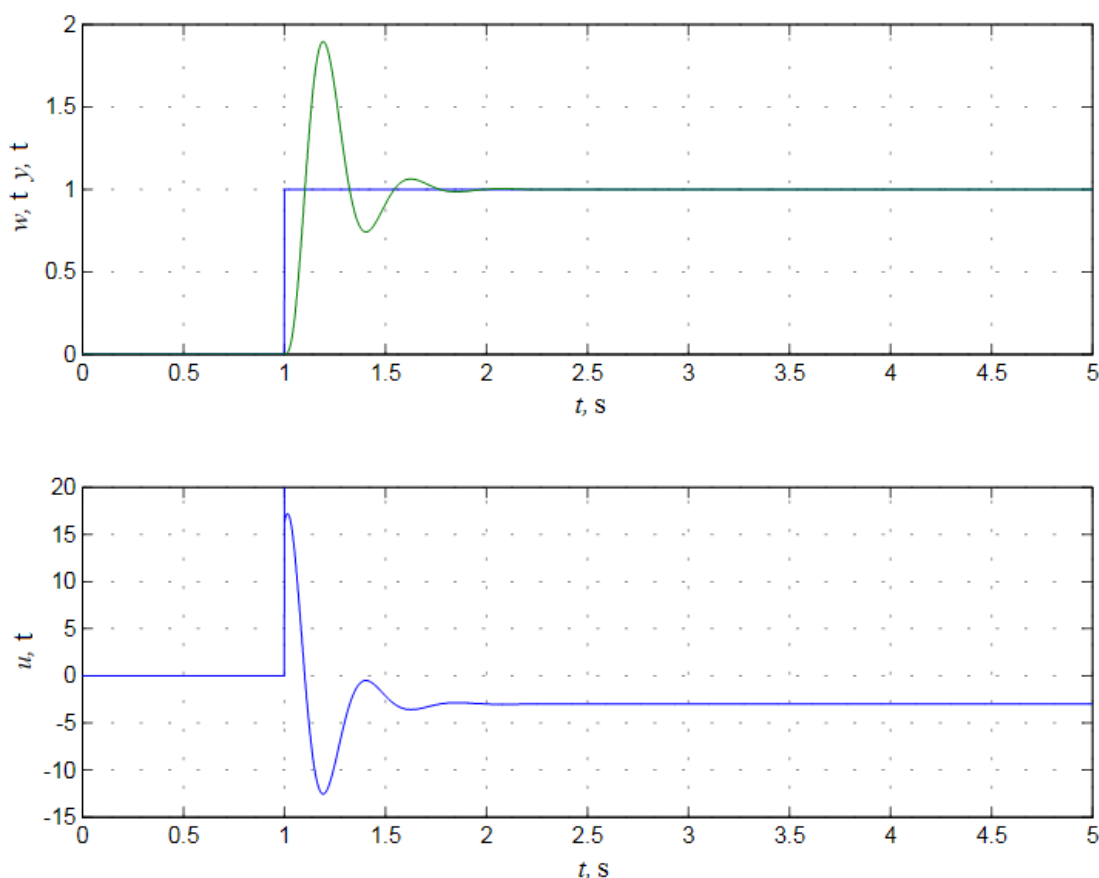
$$r_{0, \text{krit}} = 0,04 \cdot \omega^2 + 3 = 0,04 \cdot 24,40^2 + 3 = 26,80. \quad (4.71)$$

Kritická perioda T_{krit} byla vypočítána dle vztahu (4.62)

$$T_{\text{krit}} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_{\text{krit}}} = \frac{2 \cdot \pi}{24,40} = 0,20, \text{ s.} \quad (4.72)$$

Výsledné kritické parametry jsou: $r_{0,\text{krit}} = 27,00$, $\omega_{\text{krit}} = 24,40$, $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ a $T_{\text{krit}} = 0,20$, s. Tyto hodnoty byly dosazeny do tab. 4.5 a parametry spojitého PID regulátoru nastaveného metodou kritických parametrů byly získány. A tudíž $r_0 = 16,20$, $r_{-1} = \frac{16,20}{0,1282} = 126,40$ a $r_1 = 0,0320 \cdot 16,20 = 0,50$.

Regulační pochod soustavy č. 4 řízené PID regulátorem navrženým metodou kritických parametrů se nachází na obr. 4.12. Přeregulování nabývá hodnoty 89 %, avšak doba regulace činí pouze 1,7 s.



Obr. 4.14 – Regulační pochod soustavy č. 4

5 METODA NELDER & MEAD

Jedná se o simplexovou metodu, umožňující nalezení lokálního minima účelové funkce několika proměnných a to bez nutnosti výpočtu derivací a tedy hodí se i pro funkce, které nejsou hladké. Avšak nevýhodou metody je, že konvergence k minimu může být zdlouhavá, nebo v některých případech nemusí nastat vůbec (Bartko, 2008).

V této bakalářské práci je algoritmus využit pro hledání parametrů PID regulátoru tzn., jedná se tedy o účelovou funkci o třech proměnných. Účelová funkce pak není definována matematicky, ale pomocí grafického schématu v prostředí Simulink. Zde je zapojen jednoduchý regulační obvod, který navíc obsahuje větev pro výpočet kvadrátu regulační odchylky. Kritérium je definováno v rovnici (5.1) Ta vrací hodnotu kritéria a poskytuje tak pro algoritmus pomyslnou funkční hodnotu v daném vrcholu simplexu. Algoritmus vrcholy vyhodnotí a určí tak další směr pohybu simplexu.

$$Kr = \int_0^{t_{\max}} e(t)dt. \quad (5.1)$$

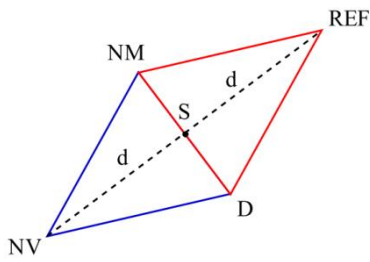
Na počátku je vytvořen počáteční simplex, který obsahuje o jeden vrchol více, než je počet proměnných. Pro funkci o dvou proměnných je simplexem trojúhelník, v případě třech proměnných je to čtyřstěn. Algoritmus Nelder a Meada pak vytváří posloupnost simplexů, které mění rozměry i tvar. Rychlost konvergence k lokálnímu minimu lze do jisté míry ovlivnit koeficienty α , β , γ a δ . Funkční hodnoty v jednotlivých vrcholech simplexu jsou vždy vyhodnocovány. Vrchol s nejvyšší funkční hodnotou je následně nahrazen jiným vrcholem, získaným dle pravidel algoritmu, které jsou: reflexe, expanze, kontrakce a redukce. Následně bude uveden jak slovní, tak grafický popis těchto pravidel pro funkci o dvou proměnných.

Nejprve je vypočítána reflexe, tzn. zrcadlení simplexu podle úsečky spojující bod s nejmenší funkční hodnotou NM a bod s druhou nejvyšší funkční hodnotou D . Každý bod je zadán pomocí parametrů x a y . Z důvodu, že znalost hodnoty S je nezbytná pro výpočet v následujících rovnicích, je střed této úsečky S vypočítán dle vztahu

$$S = \frac{NM + D}{2} = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right). \quad (5.2)$$

Výsledek je pak následně použit pro výpočet reflexe

$$REF = S + \alpha \cdot (S - NV). \quad (5.3)$$

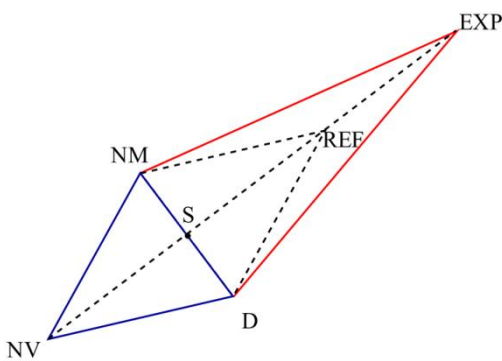


Obr. 5.1 – Reflexe

Dále je vypočítána funkční hodnota účelové funkce v novém bodě $f(REF)$ a pokud platí, že $f(NM) \leq f(REF) < f(D)$ je nový bod REF označen jako NV a pokračuje se provedením reflexe, což graficky znázorňuje obr. 5.1. Avšak v případě že $f(REF) \leq f(NM) < f(D)$, pak se simplex posunul správným směrem k minimu zkoumané funkce a je možné,

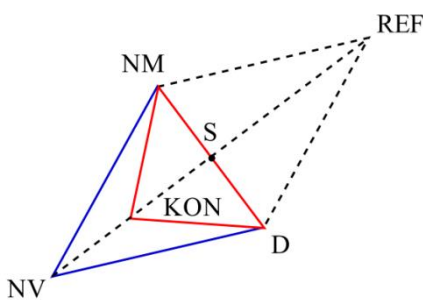
že minimum může být nalezeno vyšetřováním v tomto směru. Proto je uplatněna expanze znázorněná na obr. 5.2. Expanze je pak následně vypočítána dle rovnice

$$EXP = S + \gamma \cdot (REF - S). \quad (5.4)$$



Obr. 5.2 – Expanze

Na základě funkční hodnoty v novém bodě, který byl získán expanzí, je rozhodnuto o dalším postupu. Pokud $f(EXP) < f(NM)$, byl nalezen bod s nejnižší funkční hodnotou a tedy nový bod EXP je označen jako NV a následujícím krokem je výpočet reflexe. V případě že platí $f(NM) < f(EXP)$, funkční hodnota nalezeného bodu nevyhovuje a jako NV je označen bod získaný pomocí reflexe REF . Dalším krokem je výpočet reflexe.



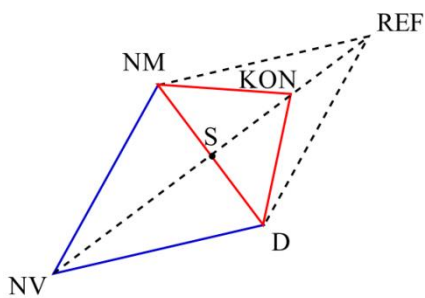
Obr. 5.3 – Kontrakce vnější

Za předpokladu že funkční hodnota v bodě získaném reflexí je větší, než funkční hodnota v bodě D a tedy platí $f(D) < f(REF) < f(NV)$, pak je vypočítána vnější kontrakce, vyobrazena na obr. 5.3 a to pomocí vztahu

$$KON_{vnější} = S + \beta \cdot (REF - S) \quad (5.5)$$

Pokud však je funkční hodnota v bodě REF vyšší, než v bodě s nejvyšší funkční hodnotou NV a tedy platí $f(NV) < f(REF)$, pak je vypočítána kontrakce vnitřní

$$KON_{vnitřní} = S + \beta \cdot (NV - S). \quad (5.6)$$

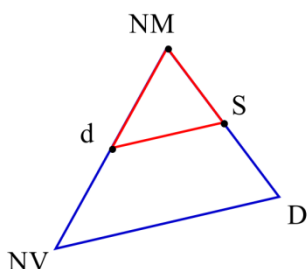


Obr. 5.4 – Kontrakce vnitřní

Vnitřní kontrakce je zobrazena na obr. 5.4. Když byl po provedení výpočtu příslušné kontrakce, nalezen bod KON , jehož funkční hodnota je menší, než funkční hodnota v bodě NV , a tedy platí, že $f(KON) < f(NV)$ je bod KON označen jako NV a pokračuje se výpočtem reflexe. Pokud však nastala situace, že $f(NV) < f(KON)$, pak je provedena redukce dle vztahu

$$RED_k = NM + \delta \cdot (RED_k - NM),$$

$$k \in \langle 1, n+1 \rangle, k \neq NM. \quad (5.7)$$



Obr. 5.5 – Redukce

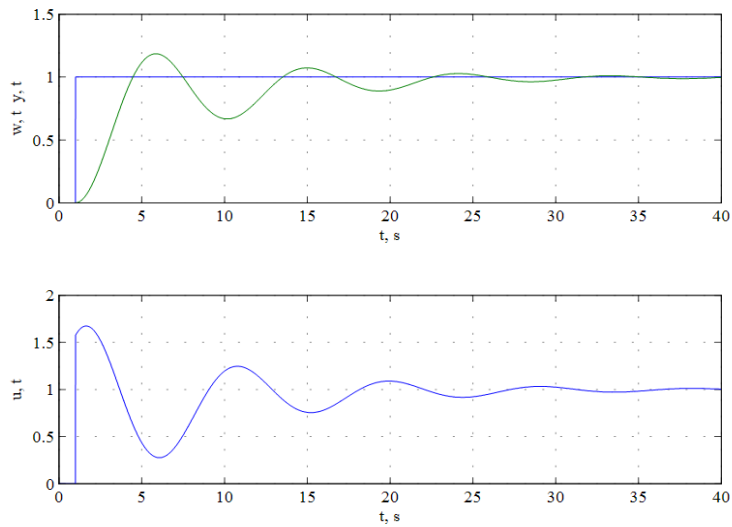
Jak popisuje obr. 5.5. Má nový simplex vrcholy v bodech NM, S a dále pak v bodě d , který leží v polovině úsečky spojující body s nejvyšší a nejnižší funkční hodnotou.

Algoritmus je ukončen při splnění nejméně jedné ze stanovených podmínek. Může to být například maximální počet iterací, nebo dostatečně malá konečná délka stěny simplexu společně s dosaženým minimálním počtem iterací.

Algoritmus může být také ukončen, pokud již nedochází k výraznému zmenšení, popř. pohybu stěn simplexu anebo pokud se ztatečně nesnižuje funkční hodnota účelové funkce v nově získaných bodech (Mathews, 2004)

5.1 REGULAČNÍ POCHOD SOUSTAVY Č. 1

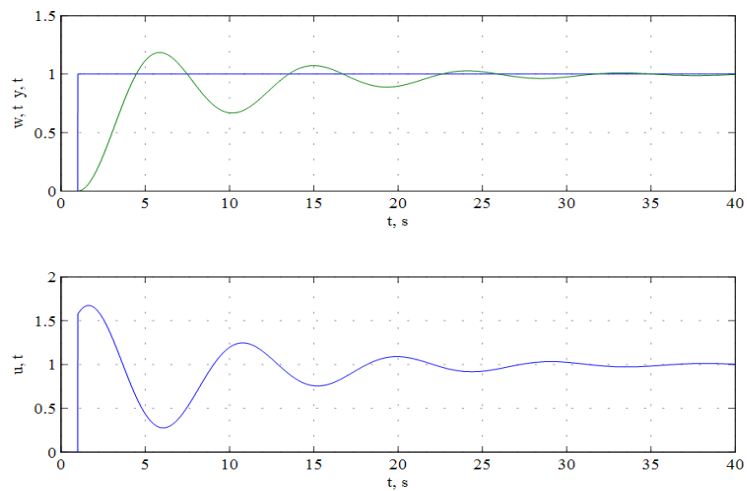
Doba regulace dosahuje 35 s, přičemž přeregulování odpovídá hodnotě 26 %.



Obr. 5.6 – Regulační pochod soustavy č. 1

5.2 REGULAČNÍ POCHOD SOUSTAVY Č. 2

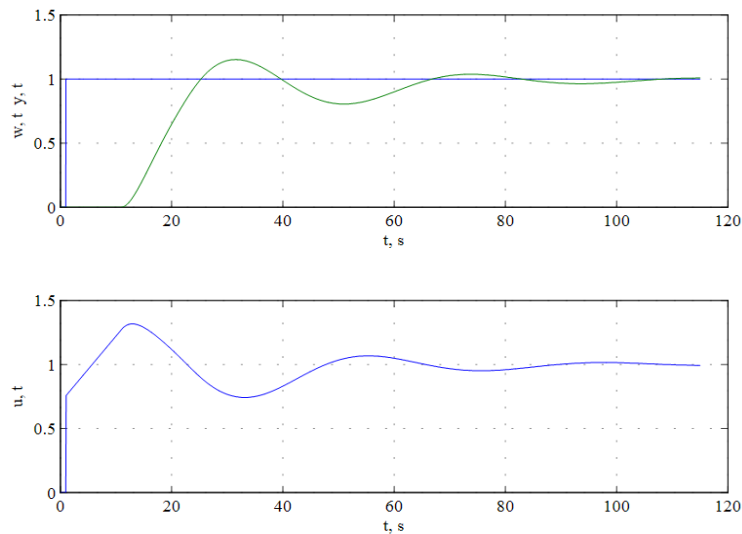
Doba regulace dosahuje hodnoty 35 s a byl zaznamenán relativní překmit 15 %.



Obr. 5.7 – Regulační pochod soustavy č. 2

5.3 REGULAČNÍ POCHOD SOUSTAVY Č. 3

K ustálení regulované veličiny dochází v čase 100 s, zde se nepříznivě projevuje

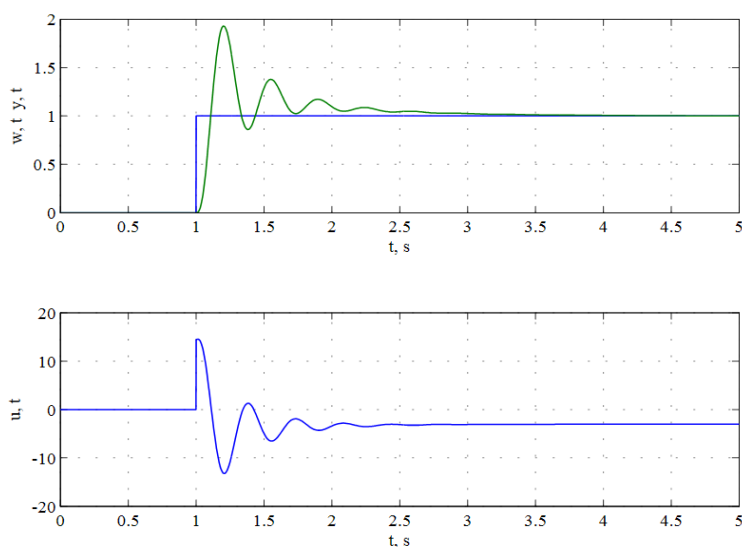


Obr. 5.8 – Regulační pochod soustavy č. 3

dopravní zpoždění, které ztěžuje podmínky vlastní regulace. Přeregulování dosahuje hodnoty 18 %.

5.4 REGULAČNÍ POCHOD SOUSTAVY Č. 4

Doba regulace soustavy č. 4 nabývá hodnoty 3 s. Co se týče relativního překmitu, ten dosahuje hodnoty 92 %.



Obr. 5.9 – Regulační pochod soustavy č. 4

6 ZHODNOCENÍ

Regulační pochody nastavené klasickými metodami, které vycházejí ze spojitých přenosů regulovaných soustav, vykazují zvýšený akční zásah oproti regulačním pochodům nastavených pomocí Nelder a Meada. Tam byl kladen důraz na kritérium regulační plochy, avšak o to delší je doba regulace. Regulační pochody nastavené klasicky, rychleji reagují na skokovou změnu na vstupu soustavy, avšak za cenu většího namáhání akčních členů a potřeby dodávat do systému větší množství energie a to zejména v čase změny žádané hodnoty.

Závěrečný přehled parametrů regulace jednotlivých soustav získaných ze simulací je uveden v tab. 6.1 a vyplývá tedy, že regulační pochody soustav řízených PID regulátory nastavenými dle algoritmu Nelder a Meada vykazují vyšší hodnoty jak kritéria, tak i doby regulace a relativního překmitu, než regulační pochody soustav které byly řízeny PID regulátory nastavenými dle klasických metod. Výjimku tvoří pouze regulační pochody soustav č. 2 a č. 3. Tedy soustavy kmitavé, kde relativní překmit regulované veličiny nabývá hodnoty o 3 % menší oproti regulačnímu pochodu řízenému PID regulátorem, jež byl nastaven metodou geometrického místa kořenů. A dále soustavy s dopravním zpožděním, kde kritérium dosahuje hodnoty o 1,7 menší, než v případě regulačního pochodu, řízeného PID regulátorem, nastaveného klasickou metodou, a sice metodou požadovaného modelu.

Tab. 6.1 – Přehled regulace jednotlivých soustav

	PID nastaveno klasickou metodou			PID nastaveno pomocí algoritmu Nelder a Meada		
	Kritérium	Doba regulace, s	Relativní překmit, %	Kritérium	Doba regulace, s	Relativní překmit, %
Regulovaná soustava č. 1	1,9	17,0	18,0	2,3	35,0	26,0
Regulovaná soustava č. 2	0,8	12,0	21,0	2,0	30,0	18,0
Regulovaná soustava č. 3	17,6	71,0	7,0	15,9	105,0	15,0
Regulovaná soustava č. 4	0,2	2,0	89,0	0,2	4,0	95,0

Bylo zjištěno, že nahrazení mnoha specifických a speciálně odvozených pravidel pro nastavení parametrů PID regulátoru k řízení příslušných soustav jedním algoritmem, který by vyhledával minimum funkce o třech proměnných, by bylo možné až po zdokonalení algoritmu např. vhodně zvoleným počátečním simplexem, či doladění parametrů konvergence simplexu α , β , γ a δ . I přesto poskytl algoritmus Nelder a Meada srovnatelné výsledky jako u klasických metod, kde byly získány kvalitnější regulační pochody, avšak získání parametrů nastavení PID regulátoru pomocí algoritmu bylo mnohem rychlejší a jednodušší.

Seznam použité literatury

- BALÁTĚ, J. 2003. *Automatické řízení*. [online]. Praha: BEN - technická literatura. 664 s. ISBN 80-7300-020-2. Dostupné z: http://utb.tsx.cz/Automaticke_rizeni.PDF
- BARTKO, R. 2008. *MATLAB II. Optimalizácia*. Praha: VŠCHT Praha. 227 s. ISBN 978-80-7080-691-3.
- BLAHA, P. a VAVŘÍN, P. 2010. *Řízení a regulace I* [online]. Vyd. 1. [cit. 25. 4. 2015]. Dostupné z: http://www.uamt.feec.vutbr.cz/~richter/vyuka/0809_BRR1/txty/brr1.pdf
- MATHEWS, J. H a FINK, K. D. 2004. *Numerical methods using matlab*. Vyd. 4. New Jersey: Prentice-Hall. 680 s. ISBN 0-13-065248-2.
- NAVRÁTIL, P. 2011. *Automatizace - Vybrané statě* [online]. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. ISBN 978-80-7318-935-8. Dostupné z: https://www.google.cz/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0CCYQFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.utb.cz%2Ffile%2F13883_1_1%2F&ei=x_pAVby9LYPsarW8gZgN&usg=AFQjCNHDK1BghBvF2pT1-5XqWQdtJsyIng
- ŠULC, B a VÍTEČKOVÁ, M. 2004. *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*. Praha: ČVUT. 333 s. ISBN 80-01-03007-5.
- ZAPLATÍLEK, K a DOŇAR B. 2005. *MATLAB pro začátečníky*. Vyd. 2. Praha: BEN - technická literatura. 151 s. ISBN 80-7300-175-6.

Seznam příloh

Příloha A

Příloha B-CD-ROM

Příloha k bakalářské práci

Nastavení parametrů PID regulátoru jako optimalizační úloha

Ondřej Zouhar

Zdrojové kódy

Hlavní program

```
clear
clc
%PocatecniSimplex = [1 0 1; 0 1 0; 0 0 1; 1 1 1]; % MPM
%PocatecniSimplex = [1 0 1; 0 1 0; 0 0 1; 4 2 1]; % Naslinova metoda
PocatecniSimplex = [1 0 1; 0 1 0; 5 0 1; 4 2 1]; % MKP
%PocatecniSimplex = [1 0 1; 0 1 0; 0 0 1; 4 5 1]; % GMK
minI = 50; % minimální počet iterací
maxI = 200; % maximální počet iterací
konDelka = 0.001; % konečná délka strany simplexu
% volání funkce NelderMead

[krit,paramsOpt,PShist]=NelderMead(@kvalitaRP,PocatecniSimplex,minI,maxI,konDelka);

vykresleniSimplexu(PShist) % volání funkce pro vykreslení simplexu
% výčet získaných parametrů
disp('kriterium regulačního pochodu je :')
disp(krit)
disp('optimální parametry PID regulátoru jsou: ')
disp(paramsOpt)
```

Algoritmus Nelderera a Meada

```
function [krit, paramsOpt,PShist] = NelderMead(ucelova, PS, minI, maxI, konecnaDelka)
poc = 0; % pomocná proměnná pro počet iterací
alfa = 1; % koeficient reflexe
beta = 0.5; % koeficient kontrakce
gama = 2; % koeficient expanze
delta = 0.5; % koeficient redukce
[~, n] = size(PS);

for k = 1:n+1
    B = PS(k, 1:n);
    Y(k) = ucelova(B); % výpočet funkční hodnoty
end
```

```

[~, nMin] = min(Y);      % vyhledání polohy minima
[~, nMax] = max(Y);     % vyhledání polohy maxima
PoMin = nMin;          % pomocná proměnná pro polohu minima
PoMax = nMax;          % pomocná proměnná pro polohu maxima
for k = 1:n+1
    if(k~=nMin && k ~=nMax && Y(k)>=Y(PoMax))
        PoMax = k;      % seřazení funkčních hodnot
    end
    if(k ~= nMin && k ~= nMax && Y(k)<=Y(PoMin))
        PoMin = k;
    end
end
% hlavní smyčka programu
while(Y(nMax)>Y(nMin)+konecnaDelka && poc<maxI) || (poc<minI)
    POLE = zeros(1, 1:n);

    for k = 1:n+1
        POLE = POLE + PS(k, 1:n);
    end
    STR = (POLE - PS(nMax, 1:n))/n;      % výpočet bodu S
    REF = STR + alfa*(STR - PS(nMax, 1:n)); % výpočet REFLEXE
    if(REF(:,>)>0)      % kontrola, zda se vypočítaný simplex nenachází v záporné oblasti
        yREF = ucelova(REF); % funkční hodnota v bodu REF
    else
        [REF, yREF] = upravPolohuSimplexu(ucelova, REF);
    end
    if(yREF<Y(PoMin))
        if(Y(PoMax)<yREF)
            PS(nMax, 1:n) = REF;
            Y(nMax) = yREF;
        else
            EXP = STR + gama*(REF - STR); % výpočet EXPANZE
            if(EXP(:,>)>0) % kontrola, zda se vypočítaný simplex nenachází v záporné oblasti
                yEXP = ucelova(EXP);
            end
        end
    end
end

```

```

else
    [EXP, yEXP] = upravPolohuSimplexu(ucelova,EXP);
end
if (yEXP<Y(PoMax))
    PS(nMax, 1:n) = EXP;
    Y(nMax) = yEXP;
else
    PS(nMax, 1:n) = REF;
    Y(nMax) = yREF;
end
end
else
    if (yREF<Y(nMax))          % pokud reflexe není lepší než nejhorší bod
        PS(nMax, 1:n) = REF;
        Y(nMax) = yREF;
    end
    % kontrakce VNITŘNÍ
    KON = STR + beta*(PS(nMax, 1:n)-STR);
    if(KON(:,>0) > 0)        % kontrola, zda se vypočítaný simplex nenachází v záporné oblasti
        yKON = ucelova(KON);
    else
        [KON, yKON] = upravPolohuSimplexu(ucelova, KON);
    end
    KON2 = STR + beta*(REF-STR); % kontrakce VNĚJŠÍ
    if(KON2(:,>0) > 0)        % kontrola, zda se vypočítaný simplex nenachází v záporné oblasti
        yKON2 = ucelova(KON2);
    else
        [KON2, yKON2] = upravPolohuSimplexu(ucelova, KON2);
    end
    if (yKON2 < yKON)          % vyhodnocení kontrakcí
        KON = KON2;
        yKON = yKON2;
    end
    if (yKON < Y(nMax))

```


Vykreslení konvergence simplexu

```
function vykresleniSimplexu(PShist)
for k = 1:length(PShist)
    simplex = PShist{k};
    simplex = [simplex; simplex(1,:)];
    plot3(simplex(:,1), simplex(:,2), simplex(:,3), 'ro');
    axis([0 20 0 20 0 20]);
    grid on;
    pause(0.3);
end
```

Úprava polohy simplexu

```
function [novaMAT, yNovaMAT] = upravPolohuSimplexu(ucelova, MAT)

novaMAT = abs(MAT);

yNovaMAT = ucelova(novaMAT);

end
```

Simulace získaných parametrů P, I a D v modelu URO

```
function K = kvalitaRP(params)
P = params(1);
I = params(2);
D = params(3);
paramNameValStruct.AbsTol = '1e-5';
paramNameValStruct.SaveState = 'off';
paramNameValStruct.SaveOutput = 'on';
paramNameValStruct.OutputSaveName = 'Kr';
paramNameValStruct.SrcWorkspace = 'current';
simOut = sim('URO',paramNameValStruct);
%zde je získáno kritérium, představující funkční hodnotu účelové funkce
Kr = simOut.get('Kr')
K = Kr(end);
```