

FUZZY ANALÝZA UKAZATELE VÝKONNOSTI ZÁKAZNICKÉ DIMENZE

FUZZY ANALYSIS OF CUSTOMER DIMENSION KEY PERFORMANCE INDICATOR

Miroslav Pokorný, Aleš Kepřt, Michal Menšík

Abstract: *Mathematical approaches of calculation of quality evaluation of systems involving human factors do not reflect a significant feature of the processed data - their natural uncertainty – vagueness. Data that have their origin in human assessment of phenomena using integer numerical values are a typical example of such a vague information. Unconventional methods of soft computing are able to formalize this uncertainty and complete information about the size evaluation also its degree of uncertainty. Appropriate theoretical background for the formalization of vagueness data is fuzzy set and fuzzy logic theory. In this paper, these approaches are presented and applied to one of the key performance indicators – Balanced Scorecard CSI Customer Satisfaction Index. Uncertainty resulting criteria is new information leading to increased efficiency in their use in decision making processes.*

Keywords: *Performance measurement, BCS method, Index CSI, Customer dimension, Vagueness, Fuzzy set, Fuzzy model, Fuzzy logic, Fuzzy number, Fuzzy arithmetic.*

JEL Classification: *M41, C51, C63, D89.*

Úvod

Nedostatky používaných metod měření výkonnosti si odborná i akademická veřejnost začíná uvědomovat od 80. let 20. století, kdy práce [1] zavedla zlomový pojem Balanced Scorecard (BSC). Tento přístup explicitně navrhuje rozšířit původní finanční pohled na výkonnost o další aspekty - dimenzi finanční, zákaznickou, vnitřních procesů, učení a růstu. Každá z této oblasti BSC je charakterizována kvantitativním kritériem – indexem KPI.

Praktické aplikace i teoretické studie na téma BSC byly v prvopočátcích založeny na shodném deterministickém přístupu, jaký je charakteristický pro soudobé pojetí účetnictví. Tento přístup však neodpovídá realitě, která v některých oblastech jeví charakter spíše náhodný, v jiných oblastech neurčitý (vágní, fuzitivní).

Využití fuzzy přístupů k formalizaci vágních fenoménů je metoda, spadající do vědní oblasti Umělá inteligence [3]. Tato práce má za cíl představit možné využití fuzzy neurčitosti v oblasti BSC, vyjádřit index KPI Spokojenost zákazníka jako neurčité fuzzy číslo a objasnit, v čem je tento pohled užitečný pro manažerské rozhodování.

Článek je prezentací úplné metodiky formalizace neurčitosti evaluačních kritérií, od stanovení jejich analytických výpočtových vztahů, vztahů pro transformaci určitých numerických dat do formy neurčitých fuzzy čísel, syntézy počítačových modelů formalizujících mentální modely experta ve tvaru pravidlových fuzzy modelů, realizaci

fuzzy aritmetiky pro výpočty fuzzifikovaných evaluačních kritérií a simulační ověření jejich efektivity.

1 Stanovení neurčitosti indexu spokojenosti zákazníka

1.1 Stanovení indexu spokojenosti zákazníka

Spokojenost zákazníků je zjišťována standardním výběrovým statistickým šetřením, kde se pomocí škálových odpovědí zjišťují názory a postoje. Možným hlediskem hodnocení je strukturování zákazníků do skupin podle určitých kritérií [5]. Příkladem je klasifikace spokojenosti zákazníka s produkcí

„Jak jste spokojen(a) s výrobky naší firmy“

s hodnocením celými čísly v intervalu $\langle 0,10 \rangle$ (0 - zcela nespokojen, 10 - zcela spokojen) a klasifikace skupin

„Zařadil(a) byste se do skupiny“

s rozlišením 1 - soustředím se na novinky a jsem ochotný/á platit za špičkové produkty, 2 - nakupuji standardní výrobky za standardní ceny a 3 – nakupuji výprodejové výrobky za nízké ceny.

Musíme však předpokládat, že odpovědi zákazníků jsou neurčité, neboť každý zákazník (respondent) vnímá škálu individuálně – stejná vnitřní míra uspokojení či homeostáze povede u různých respondentů k různým odpovědím a navíc respondent není schopen celou šíři postojů, pocitů, názorů, libosti či nelibosti, preferencí a podobných kategorií precizně, konzistentně a opakovaně převést na některou z celočíselných a ostrých hodnot škály.

Lze tedy očekávat, že dva identicky se cítící respondenti neoznačí jako odpověď identickou hodnotu z nabízené škály a současně respondent při opakovaném dotazu označí jinou odpověď z nabízené škály, než jakou označil v odpovědi předchozí.

Tato metoda strukturování bude středem našeho zájmu v dalším rozpracování problému zvýšení efektivity kritérií zákaznické spokojenosti.

1.2 Model stanovení indexů spokojenosti zákazníka

Jako výchozí uvedeme konvenční matematický model pro stanovení dílčích i globálních hodnotících kritérií [5]. Index spokojenosti zákazníků ve skupině je dán vztahem

$$IS_h = \frac{1}{K_h} \sum_{j=1}^{K_h} A_{j,h} \quad (1)$$

kde $A_{j,h}$ je odpověď j -tého respondenta v h -té skupině a K_h je celkový počet respondentů v h -té skupině. Globální index spokojenosti zákazníků je vyjádřen jako

$$IS = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K A_j \quad (2)$$

kde K je celkový počet respondentů a A_i je hodnota odpovědi j -tého respondenta z celkového počtu respondentů.

Jelikož víme, že odpovědi respondentů jsou zatíženy neurčitostí, uvedeme dále postup jejího stanovení.

2 Fuzzifikace ostrých čísel

Matematická analýza pracuje s analytickými vztahy, hodnoty jejich vstupních proměnných a číselných parametrů jsou obyčejná (ostrá, crisp) – např. reálná - čísla. Takové vztahy pak představují ostré výrazy, které předpokládají absolutní určitost (preciznost) velikosti jejich číselných hodnot.

Objekty reálného světa jsou však vždy neostře, neurčité a pokud je tato skutečnost opomíjena, ostré matematické vztahy (analytické abstraktní modely takových objektů) jsou zjednodušené a často málo adekvátní skutečnosti. Neurčitost se může přitom týkat jak používaných číselných hodnot proměnných a parametrů, tak také vlastních struktur matematických výrazů.

Významným a pro nás zajímavým typem neurčitosti je vágnost (fuzzitivita), která je způsobena ne zcela přesnou definovaností matematického modelu a nemožností přesného měření příslušných číselných hodnot.

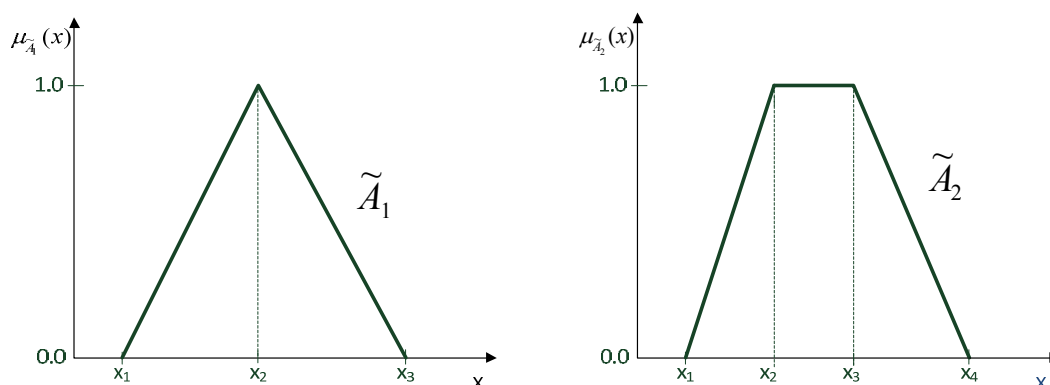
Neurčitost ostrých čísel vyjadřujeme v přirozeném jazyce pomocí slovních kvantifikátorů, např. [a je „asi“ 5], [b je „zhruba 22“]. Intenzita jazykových kvantifikátorů je v případě znalosti daného konceptu člověkem dobře interpretovatelná a efektivně použitelná.

Neurčitost ostrého čísla formalizujeme nejčastěji pomocí aparátu fuzzy množinové matematiky – fuzzy množin [8]. Fuzzy množina \tilde{A} je definována jako zobrazení, které přiřazuje každému prvku x univerza X číslo $\mu_{\tilde{A}}(x) \in \langle 0,1 \rangle$ jako stupeň jeho příslušnosti do množiny \tilde{A} .

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in X\}, \mu_{\tilde{A}}(x) \in \langle 0,1 \rangle, \forall x \in X \quad (3)$$

Alespoň po částech spojitou funkci $\mu_{\tilde{A}}(x) = f(x)$ nazýváme funkcí příslušnosti, která fuzzy množinu \tilde{A} jednoznačně definuje. Funkce příslušnosti je v inženýrské praxi obvykle aproximována lomenou přímkou. Na Obr. 1 jsou uvedeny dvě důležité aproximace – trojúhelníková a lichoběžníková.

Obr. 1: Aproximace funkcí příslušnosti



Zdroj: vlastní zpracování autorů

Normální trojúhelníková fuzzy množina \tilde{A}_1 pak formalizuje neurčité číslo (fuzzy číslo) „asi x_2 “. Míra neurčitosti čísla x_2 je dána šířkou nosiče fuzzy množiny \tilde{A}_1 jako uzavřeného

intervalu $\langle x_1, x_3 \rangle$ - viz Obr 1. Parametry takových fuzzy množin tvoří uspořádaný vektor hodnot bodů zlomu $\tilde{A}_1 [x_1, x_2, x_3]$ případně $\tilde{A}_2 [x_1, x_2, x_3, x_4]$. Pomocí tohoto vektoru jsou také fuzzy množiny \tilde{A}_1 nebo \tilde{A}_2 počítačově formalizovány.

2.1 Fuzzifikace odpovědí respondentů

2.1.1 Fuzzifikace náležení respondenta do skupiny

Ostré náležení j -tého respondenta do h -té skupiny (respondent započítáván do skupiny jako “přesně 1”)

$$k_{j,h}^{NAL} = 1 \quad (4)$$

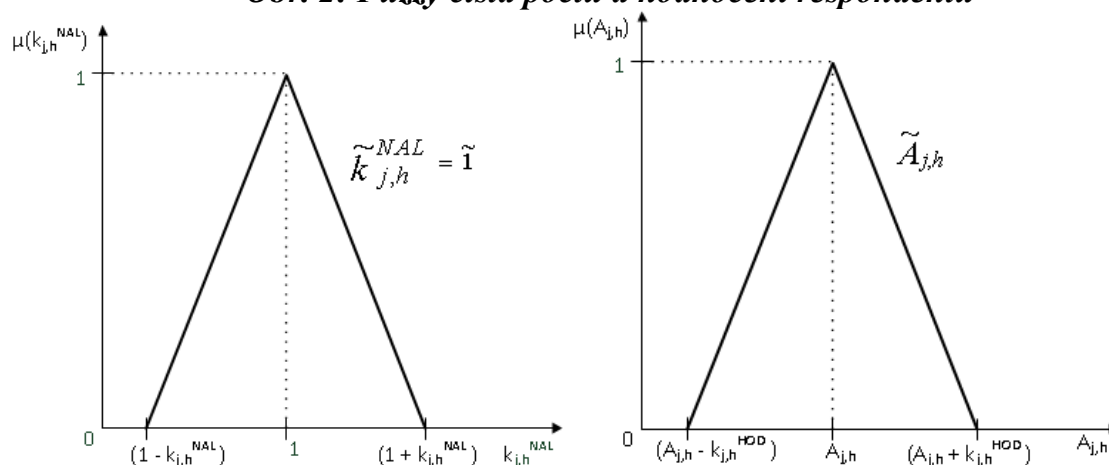
Neurčité náležení (j -tý je respondent započítáván do skupiny jako “asi 1”)

$$\tilde{k}_{j,h}^{NAL} = \tilde{1} = \text{“asi 1”} \quad (5)$$

Neurčitost náležení j -tého respondenta ($j = 1, 2, \dots, K_h$) do h -té skupiny ($h = 1, 2, 3$) je formalizována trojúhelníkovým fuzzy číslem $\tilde{k}_{j,h}^{NAL}$, Obr. 2.

V případě nulové míry neurčitosti (náležení respondenta do skupiny je ostré, ne-fuzzy) platí (4), v případě znejistění je náležení respondenta do skupiny dáno fuzzy číslem (5).

Obr. 2: Fuzzy čísla počtu a hodnocení respondentů



Zdroj: vlastní zpracování autorů

Podle Obr. 2 je fuzzy číslo $\tilde{k}_{j,h} \equiv \tilde{1}$ jeho jádrem „1“ (Ker) a dvěma dílčími fuzzy intervaly $(\Delta_L \tilde{k}_{j,h}^{NAL}, \Delta_P \tilde{k}_{j,h}^{NAL})$ se zápisem ve formě

$$\tilde{k}_{j,h} \{[(1 - k_{j,h}^{NAL})], 1, [(1 + k_{j,h}^{NAL})]\} = \tilde{k}_{j,h} \{[(\Delta_L \tilde{k}_{j,h}^{NAL})], 1, [(\Delta_P \tilde{k}_{j,h}^{NAL})]\} \quad (6)$$

Míra neurčitosti $k_{j,h}^{NAL}$, Obr.2, je určena pomocí fuzzy modelu (Kap. 3) pro každého respondenta separátně na základě zohlednění hypotéz (Kap. 3.2) a podle velikosti jeho hodnocení spokojenosti $A_{j,h}$. Hodnota $k_{j,h}^{NAL}$ je přitom uvažována jako zohlednění příspěvků od všech zainteresovaných hypotéz (Kap. 3.2).

Respondent je pak započítán do počtu respondentů ve skupině h jako součet fuzzy jednotek

$$\tilde{k}_h^{NAL} = \sum_{j=1}^{K_h} \tilde{1}_{j,h} \quad (7)$$

kde K_h je ostrý počet respondentů v h -té skupině, $h = 1, 2, 3$.

2.1.2 Fuzzifikace hodnocení respondenta

Fuzzifikovaná velikost hodnocení spokojenosti j -tého respondenta v h -té skupině $A_{j,h}$ je vyjádřeno fuzzy číslem $\tilde{A}_{j,h}$ [8], [10] podle Obr. 2.

Míra neurčitosti hodnocení $k_{j,h}^{HOD}$ j -tého respondenta h -té skupiny je vypočítána pomocí fuzzy modelu (Kap. 3) zohledněním příspěvků měr neurčitosti od zohledněných hypotéz (Kap. 3.2). Trojúhelníkové fuzzy číslo $\tilde{A}_{j,h}$ je zapsáno podle Obr. 2

$$\tilde{A}_{j,h} = \{(A_{j,h} - k_{j,h}^{HOD}), A_{j,h}, (A_{j,h} + k_{j,h}^{HOD})\} \quad (8)$$

Index spokojenosti zákazníků h -té skupiny je trojúhelníkové fuzzy číslo \tilde{IS}_h , formalizované fuzzy množinou s trojúhelníkovou funkcí příslušnosti

$$\tilde{IS}_h \{(IS_h - k_{j,h}^{HOD}), IS_h, (IS_h + k_{j,h}^{HOD})\} = \tilde{IS}_h \{[\Delta_L \tilde{IS}_h], IS_h, [\Delta_P \tilde{IS}_h]\} \quad (9)$$

Míra neurčitosti indexu IS_h je dána součtem levého a pravého neurčitého intervalu

$$\Delta \tilde{IS}_h = \Delta_L \tilde{IS}_h + \Delta_P \tilde{IS}_h \quad (10)$$

Globální index spokojenosti zákazníků je rovněž trojúhelníkové fuzzy číslo \tilde{IS} , formalizované fuzzy množinou s trojúhelníkovou funkcí příslušnosti

$$\tilde{IS} \{(IS - k_j), IS, (IS + k_j)\} = \tilde{IS} \{[(\Delta_L \tilde{IS})], IS, [(\Delta_P \tilde{IS})]\} \quad (11)$$

Míra neurčitosti indexu \tilde{IS} je dána součtem levého a pravého neurčitého intervalu

$$\Delta \tilde{IS} = \Delta_L \tilde{IS} + \Delta_P \tilde{IS} \quad (12)$$

2.1.3 Fuzzifikace evaluačních indexů

Fuzzifikovaný index spokojenosti zákazníků v h skupinách je dán vztahem fuzzy násobení součtu fuzzy čísel

$$\tilde{IS}_h = \frac{1}{\tilde{K}_h} \sum_{j=1}^{K_h} \tilde{A}_{j,h}, \quad h = 1, 2, 3 \quad (13)$$

Globální fuzzifikovaný index spokojenosti zákazníků je dán vztahem

$$\tilde{IS} = \frac{1}{\tilde{K}} \sum_{j=1}^K \tilde{A}_j \quad (14)$$

kde \tilde{A}_j je fuzzifikované hodnocení j -tého respondenta a K je celkový počet respondentů.

Hodnoty k_j^{HOD} , k_h^{HOD} a k jsou stanoveny pomocí fuzzy modelů (Kap. 3). Výpočet vztahů (13) a (14) je proveden s využitím fuzzy aritmetiky [2].

3 Fuzzy modely stanovení neurčitosti

3.1 Nekonvenční jazykový pravidlový fuzzy model

Uvažujme jazykový fuzzy model typu Mamdani, jehož struktura je tvořena množinou podmíněných jazykových pravidel *JESTLIŽE - PAK (IF - THEN)* [6], [8], [9]. Tvar r -tého pravidla Mamdaniho fuzzy modelu je

$$IF [x \text{ is } A_r(x)] \text{ THEN } [y \text{ is } B_r(y)] \quad (15)$$

Pro vyvození tvaru funkce příslušností výstupní jazykové hodnoty modelu $B^0(y)$ je použito kompoziční vyvozovací pravidlo $B^0(y) = R \circ A(x_j^0)$, kde $B^0(y)$ je vyvozená (výstupní) jazyková hodnota a R je Mamdaniho pravidlový fuzzy model. Symbol \circ je fuzzy relace kompozice a $A(x_j^0)$ je vektor aktuálních hodnot vstupních proměnných (dotazu), $j = 1, \dots, n$. Výstupní jazyková hodnota $B^0(y)$ je defuzzifikována metodou COF (Center of Gravity) do formy obyčejného čísla y^{crisp} [9].

3.2 Mentální modely stanovení neurčitosti indexů

Pro stanovení neurčitosti souboru odpovědí respondentů je obecně známo několik metod [7]. Celý problém spadá do oblasti vědního oboru Umělá inteligence [3]. V našem řešení použijeme znalostní přístup, spočívající ve využití expertních znalostí chování se respondentů a pro základní úlohu - výpočet neurčitosti odpovědí – využijeme heuristiky vyslovené expertem. Tento přístup není závislý na jakýchkoliv stochastických vlastnostech souboru odpovědí a je z hlediska jazykového modelování zcela korektní [7].

Pro kvantifikaci znejistění korektnosti odpovědí respondentů jsou autory příspěvku vyslovena 4 expertní fuzzy-logická pravidla, formalizující existující skutečnosti (evidence) a jejich důsledky (hypotézy) ve tvaru $E \rightarrow H$. Na základě důvěry v jejich platnost jsou dále vysloveny relace pro stanovení neurčitosti indexů spokojenosti zákazníků jako fuzzy čísel.

A) Hypotézy o korektnosti počtu respondentů ve skupinách a strategie metody fuzzifikace náležení respondenta do skupiny

1. Zákazníci se přeceňují (sami sebe řadí do skupiny spíše vyšší než nižší) \rightarrow Počet zákazníků ve skupině $h = 1$ a $h = 2$ je nadměrný

Neurčitost náležení respondenta do skupiny $h = 1$ a $h = 2$ je tím vyšší, čím je stupeň jeho hodnocení vyšší nebo nižší. Neurčitost náležení respondenta do skupiny $h = 3$ je nízká.

2. V souboru jsou zastoupeni exhibicionisté (rozložení exhibicionistů se liší dle skupin - ve skupině $h = 1$ jsou být více kladní exhibicionisté, ve skupině $h = 3$ více záporní exhibicionisté) \rightarrow Počty zákazníků ve skupinách 1 a 3 jsou nadměrné.

Neurčitost náležení respondenta do skupiny $h = 1$ je tím vyšší, čím je vyšší stupeň jeho hodnocení. Neurčitost náležení respondenta do skupiny $h = 3$ je tím vyšší, čím nižší je stupeň jeho hodnocení. Neurčitost náležení respondenta do skupiny $h = 2$ je nízká.

B) Hypotézy o korektnosti hodnocení spokojenosti respondentů a strategie metody fuzzifikace stupně hodnocení spokojenosti respondenta

- Ochotni odpovídat jsou spíše chroničtí stěžovatelé, nepreferující pochvalu → Nižší stupně hodnocení spokojenosti zákazníků ve všech skupinách jsou nadměrné.

Neurčitost hodnocení nízkým stupněm ve všech skupinách je zvýšena.

- Průměrný klient výzkumy příliš nepodporuje, obvykle se ozývají exhibicionisté (odpovědi jsou spíše nadhodnocující nebo podhodnocující) → Počet příznivých hodnocení ve skupině 1 a nepříznivých ve skupině 3 je nadměrný

Neurčitost korektnosti stupně hodnocení respondenta do skupiny 1 je tím vyšší, čím je vyšší stupeň jeho hodnocení. Neurčitost korektnosti stupně respondenta do skupiny 3 je tím vyšší, čím nižší je stupeň jeho hodnocení.

Tyto hypotézy představují jazykově formulované mentální modely, které budou v další kapitole počítačově formalizovány pomocí fuzzy pravidlových modelů.

3.3 Fuzzy modely stanovení stupně neurčitosti indexů

Pro vyvození velikosti míry fuzzifikace náležení respondenta do skupiny a fuzzifikaci hodnocení jeho spokojenosti byly navrženy Mamdaniho pravidlové fuzzy modely [9], [10], které respektují expertní hypotézy.

Systém FA_BSC obsahuje 3 jazykové fuzzy modely pro jednotlivé skupiny respondentů ($h = 1, 2, 3$)

Vstupní jazyková proměnná HODNOCENÍ RESPONDENTA VE SKUPINÁCH HODRh má tři jazykové hodnoty Nízké, Střední a Vysoké. Jsou formalizovány třemi fuzzy množinami.

Výstupní jazyková proměnná MÍRA FUZZIFIKACE NÁLEŽENÍ RESPONDENTA DO SKUPINY KNAL1 má čtyři jazykové hodnoty Malá, Snížená, Zvýšená a Velká formalizovanými čtyřmi fuzzy množinami

Nízké	<i>NIZ</i>	[0 0 0 4.3]
Střední	<i>STR</i>	[0 5 5 10]
Vysoké	<i>VYS</i>	[5.7 10 10 10]

Funkce příslušnosti jazykových hodnot výstupních proměnných *KNAL2* a *KNAL3* jsou identické.

Výstupní jazyková proměnná MÍRA FUZZIFIKACE HODNOCENÍ RESPONDENTA VE SKUPINĚ KHOD1 má čtyři jazykové hodnoty Malá, Snížená, Zvýšená a Velká formalizovanými čtyřmi fuzzy množinami.

Malá	<i>MAL</i>	[0.0 0.0 0.05]
Snížená	<i>SNI</i>	[0.0 0.3 0.4]
Zvýšená	<i>ZVY</i>	[0.1 0.4 0.5]
Velká	<i>VEL</i>	[0.4 0.5 0.5]

Funkce příslušnosti jazykových hodnot výstupních proměnných *KHOD2* a *KHOD3* jsou identické.

Pravidla fuzzy modelů (bázi znalostí), vyvozující výstupní proměnné *KNALh*, respektují důsledky hypotéz 1 a 2, pravidla, vyvozující výstupní proměnné *KHODh*, respektují důsledky hypotéz 3 a 4.

System FA_BSC obsahuje pravidla pro tři fuzzy modely *FA_BSC_H1*, *FA_BSC_H2* a *FA_BSC_H3*, z nichž každý je určen pro stanovení míry fuzzifikace stupně náležitosti respondenta do skupiny *KNAL_h* a míry fuzzifikace jeho hodnocení spokojenosti *KHOD_{j,h}* pro jednotlivé respondenty $j = 1, 2, \dots, K_h$ ve skupinách $h = 1, 2, 3$.

FA_BSC_H1

- R1 IF (*HODR1* is *NIZ*) THEN (*KNAL1* is *SNI* and *KHOD1* is *SNI*)
- R2 IF (*HODR1* is *STR*) THEN (*KNAL1* is *MAL* and *KHOD1* is *MAL*)
- R3 IF (*HODR1* is *VYS*) THEN (*KNAL1* is *VEL* and *KHOD1* is *SNI*)

FA_BSC_H2

- R1 IF (*HODR2* is *NIZ*) THEN (*KNA2* is *SNI* and *KHOD2* is *SNI*)
- R2 IF (*HODR2* is *STR*) THEN (*KNAL2* is *MAL* and *KHOD2* is *MAL*)
- R3 IF (*HODR2* is *VYS*) THEN (*KNAL2* is *SNI* and *KHOD2* is *MAL*)

FA_BSC_H3

- R1 IF (*HODR3* is *NIZ*) THEN (*KNAL3* is *SNI* and *KHOD3* is *VEL*)
- R2 IF (*HODR3* is *STR*) THEN (*KNAL3* is *MAL* and *KHOD3* is *MAL*)
- R3 IF (*HODR3* is *VYS*) THEN (*KNAL3* is *MAL* and *KHOD3* is *MAL*)

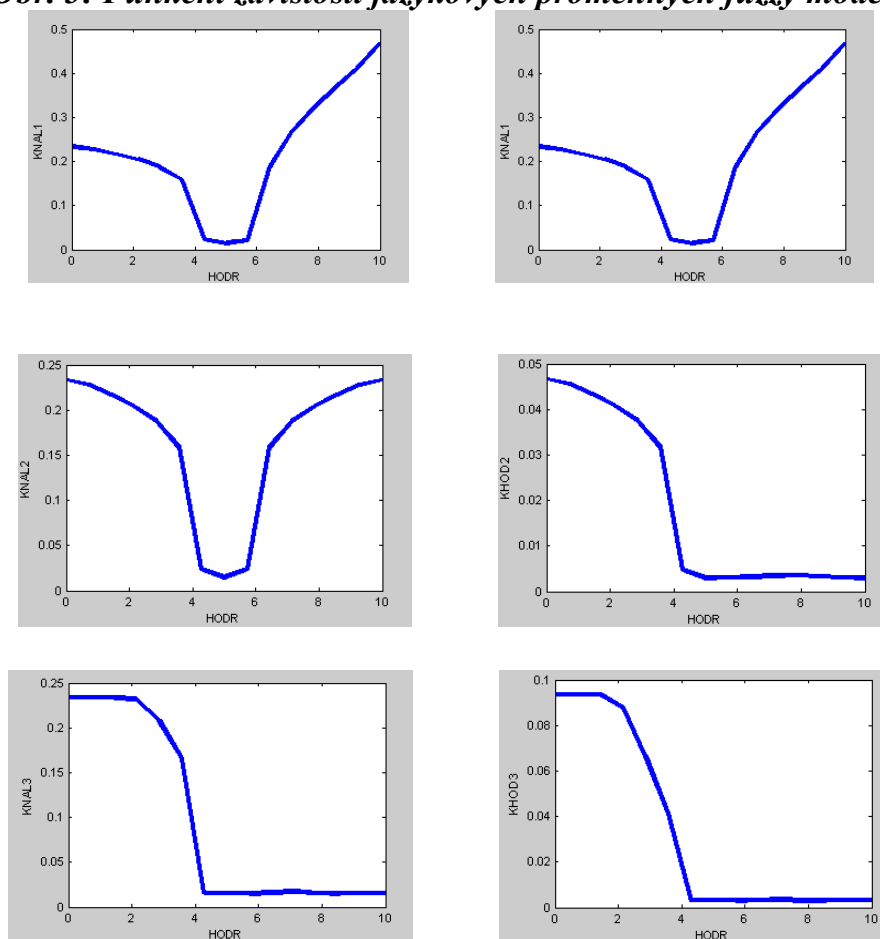
Vytvoření jazykového modelu je jednoduché i pro uživatele-nematematika, zatímco sestavení modelu matematického je problém vysoce odborný. Do struktury jazykového modelu může dále jeho expert zahrnout jednoduše jakékoli další pravidlo, kterým se sám ve svém mentálním modelu při odhadu neurčitosti řídí (což u modelu matematického jednoduché vůbec není, je-li to vůbec možné).

3.4 Implementace fuzzy modelů

Fuzzy modely *FA_BSC_H1*, *FA_BSC_H2* a *FA_BSC_H3* jsou implementovány v programovém prostředí Fuzzy Toolboxu balíku MATLAB [4].

Na Obr. 3 jsou uvedeny grafické průběhy závislostí výstupních proměnných *KNAL_h* a *KHOD_h* pro jednotlivé skupiny respondentů. Lze ověřit, že jejich tvary odpovídají důsledkům zdrojových hypotéz.

Obr. 3: Funkční závislosti jazykových proměnných fuzzy modelů



Zdroj: vlastní zpracování autorů

4 Numerický příklad výpočtu fuzzifikovaných kritérií

4.1 Experimentální datový soubor

Pro verifikaci funkcí fuzzy modelů byly účelově vygenerovány dva datové soubory s hodnocením 30–ti respondentů vždy ve 3 skupinách $h = 1,2,3$ – Tab. 1. Soubor *Data 1* tvoří podsoubory s vyššími hodnotami hodnocení v marginálních oblastech škály (šedé buňky), vedoucí podle vyslovených hypotéz k indexům spokojenosti s větší neurčitostí. Soubor *Data 2* je tvořen podsoubory bez vyšších hodnot hodnocení v marginálních oblastech škály, vedoucí k indexům spokojenosti s neurčitostí menší. Indexy hodnocení byly vypočteny algoritmy z Kap. 2 a fuzzy modely z Kap. 3.

Tab. 1: Experimentální soubory dat

-	j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
DATA 1	A _{j,1}	1	0	2	0	3	3	3	3	4	4	5	4	3	4	6
	A _{j,2}	2	1	2	2	0	0	4	3	4	4	3	4	4	2	4
	A _{j,3}	1	1	0	2	1	3	8	8	7	6	8	8	8	6	5
DATA 2	A _{j,1}	4	4	5	7	6	7	6	4	4	6	6	7	7	6	6
	A _{j,2}	7	6	5	4	4	7	6	6	5	4	3	7	6	6	7
	A _{j,3}	6	6	5	6	4	7	6	4	4	4	6	6	6	7	5

-	j	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
DATA 1	A _{j,1}	4	5	5	5	4	5	7	6	10	7	10	9	10	10	8
	A _{j,2}	3	3	2	3	3	2	3	3	9	9	10	10	9	8	10
	A _{j,3}	7	6	8	7	6	7	6	7	10	9	10	9	9	9	8
DATA 2	A _{j,1}	6	5	5	4	7	6	5	7	7	6	5	5	6	6	7
	A _{j,2}	6	5	4	4	6	5	5	5	6	7	5	4	4	5	6
	A _{j,3}	5	6	7	6	5	5	4	4	4	3	4	5	6	5	5

Zdroj: vlastní zpracování autorů

4.2 Programový systém pro fuzzy aritmetiku FA v1.00

Pro výpočet fuzzifikovaných kritérií BSC je použito programového systému pro fuzzy aritmetiku FA v1.00 [2]. Algoritmy odpovídají Zadehovu principu rozšíření a využívají metody alfa-řezů [6], [7], [10] podle vztahů (13), (14). Na následujícím Obr. 4 jsou uvedeny grafické výstupy výpočtového programu FA [2]. Jsou uvedeny tvary funkcí příslušnosti fuzzy globálního hodnocení IS (označené IS_x) jak pro data ze souboru DATA 1 (horní), tak pro data ze souboru DATA 2 (spodní).

Obr. 4: Funkce příslušnosti fuzzy čísel globálního hodnocení



Zdroj: vlastní zpracování autorů

Legenda je uvedena po pravé straně obrázků. Fuzzy čísla jsou uvedena ve formě „asi Ker“, hodnoty Sup představují šířku neurčitosti fuzzy čísla vlevo Δ_L a vpravo Δ_P od hodnoty Ker. Funkce příslušnosti jsou – jak ukazují obrázky - prakticky trojúhelníkové. Z tohoto důvodu není neurčitost fuzzy množin formalizována pomocí jejich fuzzy entropie nebo jiné fuzzy míry [8]. Stupeň neurčitosti daného fuzzy čísla reprezentuje šířka nosičů jejich funkcí příslušnosti ΔIS .

5 Diskuze

Porovnáním hodnot, vynesných do Tab. 2, lze vidět, že fuzzy modely reflektují vlivy hypotéz a jak indexy hodnocení ve skupinách tak celkový index hodnocení odpovídají předpokladům o neurčitosti indexů, daných vlastnostmi vygenerovaných datových souborů.

Neurčité indexy spokojenosti zákazníků v jednotlivých skupinách jsou vypočteny fuzzy aritmetikou [2] podle (13), globální hodnota podle (14). V Tab. 2 jsou celkové míry neurčitosti indexů stanoveny z vypočtených měr dílčích podle (10) a (12).

Podle předpokladů jsou hodnoty $\Delta\tilde{I}_h$ ve sloupcích tabulky jsou vždy pro soubor DATA 2 menší, než hodnoty vypočtené pro soubor DATA 1.

Tab. 2: Parametry fuzzy čísel evaluačních indexů

-	h = 1			h = 2			h = 3			GLOBAL		
	IS ₁	$\Delta_L I\tilde{S}_1$	$\Delta_P I\tilde{S}_1$	IS ₂	$\Delta_L I\tilde{S}_2$	$\Delta_P I\tilde{S}_2$	IS ₃	$\Delta_L I\tilde{S}_3$	$\Delta_P I\tilde{S}_3$	ΔIS	$\Delta_L I\tilde{S}$	$\Delta_P I\tilde{S}$
DATA 1	5,000	0,875	1,276	4,200	0,693	1,016	6,333	0,355	0,398	5,176	0,635	0,897
DATA 2	5,733	0,676	0,877	5,333	0,501	0,615	5,200	0,246	0,271	5,422	0,475	0,588

Zdroj: vlastní zpracování autorů

K posouzení závislosti míry neurčitosti globálního indexu pro oba datové soubory $\Delta\tilde{I}_{DATA1}$ a $\Delta\tilde{I}_{DATA2}$ na neurčitosti odpovědí respondentů byly vypočítány střední hodnoty diferencí hodnocení $\bar{\delta}$ v marginálních oblastech a střední oblasti škály obou souborů $\bar{\delta}_{DATA1}$ a $\bar{\delta}_{DATA2}$ (Tab. 3).

Tab. 3: Diference hodnocení

-	$\bar{\delta}$	ΔIS
DATA 1	3,491	1,532
DATA 2	0,439	1,063

Zdroj: vlastní zpracování autorů

Výsledné hodnoty ΔIS v Tab. 3 potvrzují předpoklady, že menší diference mezi hodnocením v marginálních a střední oblasti škály vedou k menší neurčitosti vypočtených indexů. Kvalitativně je tato závislost dána respektováním hypotéz (Kap.6), kvantitativně ji lze modifikovat parametrizací vyvozovacích fuzzy modelů.

Závěr

Práce představuje metodiku tvorby jazykových fuzzy modelů určených pro vyvozování měr neurčitosti, postavených na základě subjektivních expertních hypotéz. K řešení tohoto problému byly určeny analytické vztahy pro výpočet evaluačního indexu KPI – Spokojenost zákazníka a byla stanovena metoda fuzzifikace pro formalizaci jeho neurčitosti. Na základě expertního mentálního modelu byly vysloveny čtyři kvalitativní hypotézy o příčinách nejistot hodnocení a jejich vlivu na kvantifikaci míry neurčitosti odpovědí respondentů. Pro počítačovou formalizaci hypotéz byly navrženy jazykové pravidlové IF-THEN fuzzy modely, určené pro formalizaci odpovědí respondentů ve formě fuzzy čísel. K fuzzifikaci vztahů pro výpočet evaluačních indexů byl navržen programový systém pro aritmetické operace s fuzzy čísly.

Pravidlové fuzzy modely byly implementovány v programovém prostředí Fuzzy Toolboxu MATLABu. Pro operace s fuzzy čísly byla použita vyvinutá fuzzy aritmetika [2]. Simulačními výpočty s využitím vygenerovaných datových souborů byla prokázána jak jejich schopnost správně formalizovat subjektivní mentální modely, tak objektivizovat stupeň neurčitosti evaluačního indexu. Numerické výpočty prokázaly správnost a efektivitu funkcí navržených analytických algoritmů, fuzzy algoritmů i fuzzy modelů. Míra neurčitosti evaluačních kritérií představuje rozšíření informace o jejich numerické velikosti údajem, který orientuje manažera v otázce jejich vágnosti.

Poděkování

Tento příspěvek vznikl s finanční podporou a v rámci řešení projektu GAČR P403/12/1811: Vývoj nekonvenčních modelů manažerského rozhodování v podnikové ekonomice a veřejné ekonomii.

Reference

- [1] KAPLAN, R. S., NORTON, D. S. *Balanced scorecard: strategický systém měření výkonnosti podniku*. Management Press, Praha 2001. ISBN 80-7261-037-6
- [2] KEPRT, A. Programový systém pro fuzzy aritmetiku s využitím přístupu α -řezů *In Ekonomika-Management-Inovace*. MVŠO Olomouc. (v tisku).
- [3] MAŘÍK, V. *Umělá inteligence 2*. ACADEMIA Praha. 1996. ISBN 80-200-0496-3
- [4] MATLAB - *The MathWorks-MATLAB and Simulink for Technical Computing*. [cit. 2012-07-10]. <http://www.mathworks.com>
- [5] MENŠÍK, M. Historický exkurz do měření výkonnosti – potřeba znalosti využívání matematického aparátu. *In ČFÚČ VŠE Praha* (zasláno k uveřejnění)
- [6] MORDESON, N. J., NAIR, P. S. *Fuzzy Mathematics*. Physica-Verlag. 2001. ISBN 3-7908-1420-2
- [7] MÖLLER, B., BEER, M. *Fuzzy Randomness – Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*. Springer, 2004. ISBN 3-540-40294-2
- [8] NOVÁK, V. *Fuzzy množiny a jejich aplikace*. BEN Praha, 2000, ISBN 80-7300-009-1
- [9] NOVÁK, V. *Základy fuzzy modelování*. BEN Praha. 2000. ISBN 80-7300-009-1
- [10] POKORNÝ, M. *Umělá inteligence v modelování a řízení*. BEN Praha. 1996. ISBN 80-901984-4-9
- [11] ZADEH, L., A. *The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning*. Part I: Inf. Sci. 8, 199-249, 1975; Part II: Inf. Sci. 8, 301-357, 1975; Part III: Inf. Sci. 9, 43-80, 1975.

Kontaktní adresa

Prof. Dr. Ing. Miroslav Pokorný

Moravská vysoká škola Olomouc, o.p.s.,

Jeremenkova 1142/42, 772 00 Olomouc, Česká republika

E-mail: miroslav.pokorny@mvso.cz

Tel. číslo: +420 58733 23 86

Mgr. Aleš Kepřt, Ph.D.

Moravská vysoká škola Olomouc, o.p.s.,
Jeremenkova 1142/42, 772 00 Olomouc, Česká republika
E-mail: ales.keprt@mvso.cz
Tel. číslo: +420 58733 23 93

Ing. Michal Menšik, Ph.D.

Moravská vysoká škola Olomouc, o.p.s.,
Jeremenkova 1142/42, 772 00 Olomouc, Česká republika
E-mail: michal.mensik@mvso.cz
Tel. číslo: +420 58733 23 22

Received: 15. 12. 2012

Reviewed: 15. 01. 2013

Approved for publication: 04. 11. 2013