

UNIVERZITA PARDUBICE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A INFORMATIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

2013

Václav Vyleťal

Univerzita Pardubice
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Rozptylové funkce elektrického pole

Václav Vylet'al

Bakalářská práce

2013

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Václav Vyleťal**
Osobní číslo: **I09063**
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Komunikační a mikroprocesorová technika**
Název tématu: **Rozptylové funkce elektrického pole**
Zadávací katedra: **Katedra elektrotechniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Vypočtete rozptylové funkce pro mlžné a dešťové kapky pro radiové kmitočty v rozsahu 10 až 200 GHz a pro pásma používaná optickými bezkabelovými spoji (830, 850, 1550 nm). Tam kde to lze, navrhněte jednoduché aproximace.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

Fišer O.: Kandidátská disertační práce

Řezáčová D.: Fyzika oblaků a srážek

Vedoucí bakalářské práce:

doc. Ing. Ondřej Fišer, CSc.

AV ČR, Ústav fyziky atmosféry

Datum zadání bakalářské práce:

21. prosince 2012

Termín odevzdání bakalářské práce:

10. května 2013



prof. Ing. Simeon Karamazov, Dr.
děkan



L.S.



Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.
vedoucí katedry

V Pardubicích dne 29. března 2013

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne: 5. 8. 2013

.....
Václav Vyleťal

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat panu doc. Ing. Ondřeji Fišerovi, CSc. mému vedoucímu bakalářské práce, který mi ochotně pomohl s řešenou problematikou a dodal nezbytné materiály a připomínky k dokončení této práce i přes jeho velkou zaneprázdněnost. Děkuji Ing. Vladimíru Brázdovi za ochotnou pomoc při řešení problémů a rady pro vytvoření bakalářské práce. Dále děkuji své rodině a přítelkyni za podporu a pomoc při studiu.

Anotace

Tato bakalářská práce se zabývá rozptylovými funkcemi elektrického pole, rádiovými signály a bezkabelovými optickými spoji. Řeší se zde, jak se chová elektrické pole při průchodu deštěm nebo aerosolovými částicemi.

Klíčová slova

Mikrovlnný spoj, optický bezdrátový spoj, útlum deštěm, rozptyl, dešťové spektrum

Title

Scattering function of electric field

Annotation

This bachelor work deals with the scattering function of electric field radio signals and without cable optical connections. Is dealt with in here, as it treats the electric field passes through rain or aerosol particles.

Keywords

Microwave link, free space optics link, rain attenuation, scattering, drop size distribution

Obsah

Seznam zkratk.....	8
Seznam obrázků	10
Seznam tabulek.....	10
1. Úvod	11
2. Pojmy.....	12
3. Šíření vlny atmosférou	13
4. Tvar dešťových kapek	14
5. Útlum deštěm	15
6. Rozptylové funkce.....	16
6.1 Dopředný rozptyl.....	17
6.2 Funkce pro výpočet dopředného rozptylu.....	21
6.2.1 Algoritmus pro výpočty	21
7. Rozptylové funk. v atm. pro šíření sig. infračerveným laserem	23
7.1 Úvod	23
7.2 Rozptylový koeficient pro infračervené záření	23
7.3 Dopředný a zpětný rozptylový poměr	26
7.4 Výpočty	27
8. Simulace ve výpočetním programu.....	34
9. Závěr.....	37
Seznam literatury.....	38

Seznam zkratek

OBS Optický bezkabelový spoj

UFA Ústav fyziky atmosféry AV ČR

LIDAR Light Detection and Ranging (radar vysílající optický signál pro zjišťování stavu atmosféry)

Seznam symbolů

A	útlum
x	velikostní parametr
d_{ef}	efektivní délka spoje
R	intenzita deště
$N(D)$	rozdělení počtu kapek
$u(D)$	pádová rychlost kapek
D	ekvivalentní průměr dešťových kapek
λ_v	vlnová délka ve vodě
λ_{vz}	vlnová délka ve vzduchu
n_{vod}	index lomu ve vodě
E_s	rozptýlená elektrická intenzita [V/m]
E_i	dopadající elektrická intenzita [V/m]
k	vlnové číslo vakua
f	je komplexní rozptylová funkce
Q_{ext}	celková ztrátová plocha
Q_{sca}	odrazná plocha
Q_{abs}	absorpční plocha

Seznam obrázků a grafů

(obr. 4.1) – skutečný tvar dešťových kapek	14
(obr. 4.2) – model tvaru dešťové kapky	14
(obr. 6.1) – dopředný rozptylový koeficient efektivity	17
(obr. 6.2) – dopředný rozptylový koeficient efektivity	19
(graf 7.1) – rozptylový faktor efektivity K_0 pro vlnovou délku 1,2 μm	27
(graf 7.2) – rozptylový faktor efektivity K_0 pro vlnovou délku 1,6 μm	28
(graf 7.3) – rozptylový faktor efektivity K_0 pro vlnovou délku 2,0 μm	28
(graf 7.4) – rozptylový faktor efektivity K_0 pro vlnovou délku 2,4 μm	29
(graf 7.5) – rozptylová funkce fáze pro vlnovou délku 1,2 μm	30
(graf 7.6) – rozptylová funkce fáze pro vlnovou délku 1,6 μm	31
(graf 7.7) – rozptylová funkce fáze pro vlnovou délku 2,0 μm	31
(graf 7.8) – rozptylová funkce fáze pro vlnovou délku 2,4 μm	32
(graf 8.1) – měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 1 mm/h	34
(graf 8.2) – měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 5 mm/h	34
(graf 8.3) – měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 10 mm/h	35
(graf 8.4) – měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 20 mm/h	35
(graf 8.5) – měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 50 mm/h	36

Seznam tabulek

Tabulka 6.1 – výpočet útlumu v dešti	20
Tabulka 6.2.1 – index lomu kapky	22
Tabulka 7.1 – závislost koeficientu rozptylu	30
Tabulka 7.2 – dopředný rozptylový poměr	32
Tabulka 7.3 – zpětný rozptylový poměr	33

1. Úvod :

Pro stále větší nároky na přenos přestává být metalické vedení dostačující vzhledem ke svým vlastnostem při vysokofrekvenčním přenosu. Proto se pomalu přechází na optické spoje, kde po optickém kabelu lze přenést mnohem vyšší frekvence. Problém nastává, když z nějakého důvodu nelze optickým kabelem vytvořit spoj tam, kde se nachází například hustá zástavba. Potom můžeme použít bezkabelový optický přenos. Při přenosu elektromagnetické vlny radiovým spojením dochází k útlumu díky hydrometeorům. Hydrometeory jsou například déšť, mlžné kapky, sníh. Nejvíce vyskytující se na našem území je déšť, a to v letních měsících. Velikost útlumu závisí na mnoha faktorech, jako jsou vzdálenost mezi přijímačem a vysílačem, frekvenci a na klimatických podmínkách. Bakalářská práce se bude zabývat frekvencí nad 10 GHz, protože při menší frekvenci je déšť skoro zanedbatelný. Pro zjištění velikosti útlumu dešťovými kapkami jsou důležité rozptylové funkce. Ty nám říkají, jak se chová elektromagnetická vlna při průchodu dešťovou kapkou. Rozptylové funkce můžeme dělit na dopředný rozptyl, zpětný rozptyl a absorpci. Dopředný rozptyl nám ukáže, kolik energie projde ve směru šíření kapkou. Zpětný rozptyl nám řekne, kolik energie se odrazí zpět k vysílači. Absorpce elektromagnetické vlny je ztráta energie v kapce, která se mění na teplo a nikam se neodráží.

2. Pojmy

Zde si objasníme některé základní pojmy a jejich definice, které se budou nadále vyskytovat v této bakalářské práci.

a) Úhrn srážek

Veličina se značí se písmenem **H** a její rozměr je v [mm]. Jde o veličinu udávající množství vody, které naprší za jednu minutu. Měření tedy není úplně přesné, protože metoda funguje na bázi průměrování.

b) Intenzita srážek

Vychází z úhrnu srážek. Její značka je R . Jde vlastně o změnu úhrnu srážek za čas.

$$R = \frac{\Delta H}{\Delta t} \quad [\text{mm/h}] \quad (2.1)$$

c) Měrný útlum způsobený deštěm

Udává, jaký útlum má déšť na šířící se elektromagnetickou vlnu, která jím prochází. Přibližně se dá popsat vztahem (2.2).

$$\alpha_R = a \cdot R^b \quad [\text{dB/km}] \quad (2.2)$$

Konstanty a , b nám představují závislost na kmitočtu, teplotě a polarizaci.

3. Šíření vlny atmosférou

Šířící se vlna v prostoru, kterou bude reprezentovat intenzita elektrického pole \mathbf{E} , je rovinná a rozdělíme ji na lineární kombinaci dvou ortogonálních systémů. Nejčastěji volíme elektrické pole horizontální \mathbf{E}_H a vertikální \mathbf{E}_V .

Jonesův formalismus:

$$\mathbf{E}_H(z) = \mathbf{T}_{hh}\mathbf{E}_H(0) + \mathbf{T}_{vh}\mathbf{E}_V(0) \quad (3.1)$$

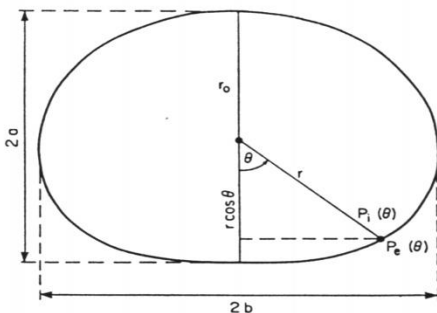
$$\mathbf{E}_V(z) = \mathbf{T}_{hv}\mathbf{E}_H(0) + \mathbf{T}_{vv}\mathbf{E}_V(0) \quad (3.2)$$

Kde T je Jonesova matice o 2×2 prvcích, která popisuje přenos (kopolární i krosopolární útlum a fázové zpoždění). V rovnici se nám vyskytuje T_{hh} a T_{vv} , které udávají pouze přenos pro horizontální a vertikální orientaci. Další prvky T_{vh} a T_{hv} udávají depolarizační část vyslané vertikální složky $E_V(0)$ k horizontální složce $E_H(x)$ na straně přijímače. Depolarizaci způsobuje nejčastěji nesymetrie kapek (obr. 4.1), tvar ledových krystalů a krup. V ideálním prostředí platí $T_{vh} = T_{hv} = 0$ znamená to, že prostředí je nepolarizující.

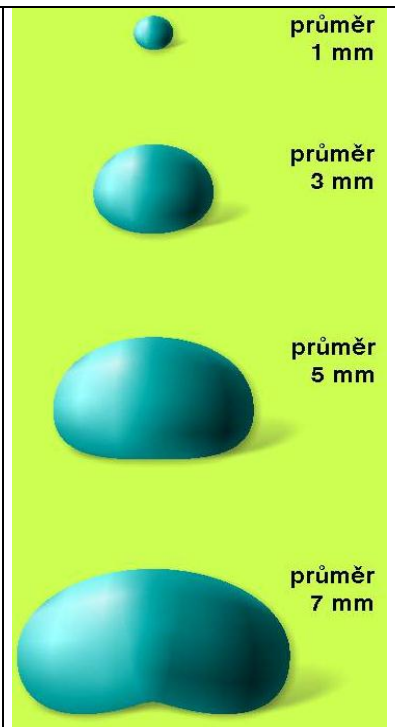
4. Tvar dešťových kapek

Tvar dešťových kapek je pro odvození rozptylu velmi důležitý. Tvar je možné v prvním přiblížení modelovat koulí (nelze pak ale studovat depolarizaci), zploštělými sféroidy nebo zatím nejdokonalejším modelem „Pruppacher-Pitter“ nazvaným podle autorů [Pruppacher, Pitter, 1971]

Malé dešťové kapky jsou skutečně kulové, větší se zplošťují a největší (maximální průměr je do 7mm-větší kapky jsou nestabilní a tříští se) se někdy zesponu prohýbají směrem dovnitř, viz (obr. 4.1.) Dobrá kompromisní aproximace tvaru kapek je např. tvar zploštělého sféroidu, který je vhodný i k výpočtu depolarizace (viz obr.4.2)



Obr. 4.2 Model tvaru dešťové kapky



Obr.4.1 Skutečný tvar dešťových kapek

převzato z [Hajný M., 2001]

Rychlost padající kapky se odvíjí od jejího průměru, a to přibližně $D^{0.67}$. Kapky dosahují až maximální pádové rychlosti 9 m/s, což je mnohem méně než rychlost šířící se vlny (3×10^8 m/s), proto můžeme považovat kapky za nehybný objekt.

5. Útlum deštěm

Dešťové kapky mají svoje vlastnosti, které ovlivňují průchod elektromagnetické vlny. Vlastnosti kapek jsou: dielektrické, tvar, množství v jednotce objemu a velikost. Pro přenos je důležité poznat útlum vln procházejících deštěm, jejich rozptyl a depolarizaci. Vlastnosti jako odrazu od dešťového jádra můžeme využít k radarové lokaci a určení dešťových oblastí. Pokles energie šířící se vlny má na svědomí absorpce vodní kapkou, kde se energie mění na jalové teplo a rozptylem do nežádoucích směrů. Pro přesný výpočet okamžitého útlumu musíme uvažovat každou kapku zvlášť a to její velikost, tvar a komplexní index lomu (mikroanalýza).

Pro okamžitý měrný útlum α po malém zjednodušení máme vztah po odvození: [Fišer, 1986]

$$\alpha = 8,686 \cdot 10^3 \cdot \frac{2\pi}{k} \cdot \text{Im} \int f(D) \cdot N(D) dD \quad [\text{dB/km}] \quad (5.1)$$

f – komplexní rozptylová funkce dešťové kapky, která udává vztah mezi dopadající a rozptýlenou elektromagnetickou vlnou

D – efektivní průměr dešťové kapky [mm]

k – je vlnové číslo [m^{-1}]

$N(D)$ – spektrum dešťových kapek (drop size distribution, DSD)

$N(D) dD$ – počet kapek o velikosti v intervalu D až $D+dD$ v jednotce objemu.

Pro deště, které se na našem území vyskytují nejčastěji (průměrné), můžeme aproximovat Marshall-Palmerovým vztahem s parametrem intenzity deště R .

$$N(D, R) = 8000 \cdot e^{\frac{-4.1 \cdot D}{R^{0.21}}} \quad (5.2)$$

6. Rozptylové funkce

Mlha, déšť a útlum na základě teorie rozptylu, která byla definována Van de Hulstem [Van de Hulst, 1957]. Musíme uvažovat každou kapku zvlášť. Platný vztah mezi rozptýlenou a dopadající intenzitou je (6.1)

$$E^s = E^i \cdot f(D) \cdot r^{-1} \cdot e^{(jk_0r)} \quad (6.1)$$

E^s – je intenzita rozptýlené vlny

E^i – je intenzita dopadající vlny

$f(D)$ – je dopředný rozptyl

k_0 – je vlnové číslo

D – efektivní průměr kapky [m]

V návaznosti na Van de Hulstovo odvození, můžeme získat vzorec pro měrný útlum, který způsobuje objem zaplněný dešťovými kapkami. Jednotka je [dB/km], i když jde o místní část objemu. Nazýváme to specifický útlum.

$$\alpha = 8,686 \cdot 10^3 \cdot \lambda \cdot \text{Im} \int f(D) \cdot N(D) dD \quad [\text{dB/km}] \quad (6.2)$$

kde λ je vlnová délka ve vakuu a N je distribuce kapek, která udává pravděpodobnost výskytu kapky dané velikosti v objemové jednotce. Potom $N(D)dD$ je počet kapek o průměru D až $D+dD$ na jednotku objemu. Pro vyhodnocení rozptylu funkcí Mie technikou, která je použita pro šíření mlhou nebo oblakem a deštěm, byla vytvořena a publikována Gustavem Mie v roce 1908.

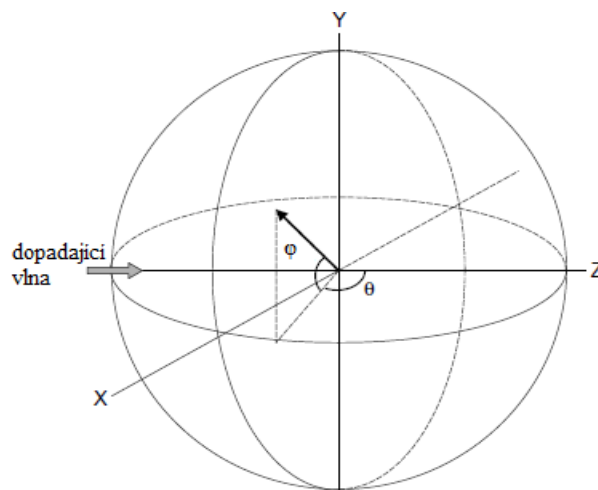
$$f = \frac{-j\lambda^3}{\pi^3 D^2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(a_n + b_n) \right]^* \quad (6.3)$$

kde λ je vlnová délka optické vlny ve vakuu a D je průměr kulových kapek. Symbol * značí komplexně sdružené číslo. Koeficienty a_n a b_n podle Mie závisí na komplexním relativním indexu lomu $\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$ částicek prostředí (mlha, déšť), a na průměru D těchto částic.

6.1 Dopředný rozptyl

Vlna, která dopadá na hydrometeor, se lomí vlivem skokové změny indexu lomu. Pokud vlna prochází prostředím s mnoha částicemi, potom nastává rozptyl do všech směrů. Amplitudu a fázi rozptýlené vlny v každém směru popisuje tzv. komplexní rozptylová funkce $S(\Theta, \varphi)$. V topologii vysílač-přijímač nás zajímá, jak velký signál se rozptýlí v přímém směru, čili $\Theta = \varphi = 0$. Jde o tzv. dopředný rozptyl. Obecně je rozptylová funkce popisující rozptyl v každém směru popsána čtyřmi amplitudovými funkcemi S_1, S_2, S_3 a S_4 .

Kde se nacházejí úhly Θ, φ vysvětluje obrázek (obr. 6.1):



(obr. 6.1) Geometrie pro úhlový rozptyl

$$S(\Theta, \varphi) = \begin{pmatrix} S_2 & S_3 \\ S_4 & S_1 \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

Pro kulové částice platí, že S_3 a S_4 jsou nulové. Pro dopředný rozptyl navíc platí $S_1 = S_2$, čímž se matice zjednoduší na jeden prvek, dopředný rozptyl tedy značíme (0). Rozptylová funkce S je bezrozměrná veličina definovaná vztahem:

$$\hat{E}_s = \hat{E}_i \hat{S}(\Theta, \varphi) \frac{e^{-jkr}}{jkr} \quad (6.5)$$

kde \hat{E}_s , \hat{E}_i , k , a r jsou veličiny jako ve vztahu (6.1).

Celková ztrátová plocha (extinction cross-section) C_{ext} násobená hustotou výkonu dopadající na částici udává **výkon** ztracený z dopadající vlny. Má rozměr plochy. Celkovou ztrátovou plochu lze vyjádřit jako součet [GUNN, 1954].

$$C_{ext} = C_{sca} + C_{abs} \quad (6.6)$$

kde C_{sca} je odrazná plocha, která vyjadřuje výkon rozptýlený (scattering) a C_{abs} je absorpční plocha, která vyjadřuje výkon ztracený absorpcí v částici (absorption).

Koeficient efektivnosti Q je poměr ztrátové plochy vůči skutečné velikosti průřezu částice. [VAN DE HULST, 1957]

$$\begin{aligned} Q_{ext} &= C_{ext} / G \\ Q_{sca} &= C_{sca} / G \\ Q_{abs} &= C_{abs} / G \\ Q_{ext} &= Q_{sca} + Q_{abs} \end{aligned} \quad (6.7)$$

kde G je geometrický průřez: $G = \pi \times D^2 / 4$

U kulových částic platí:

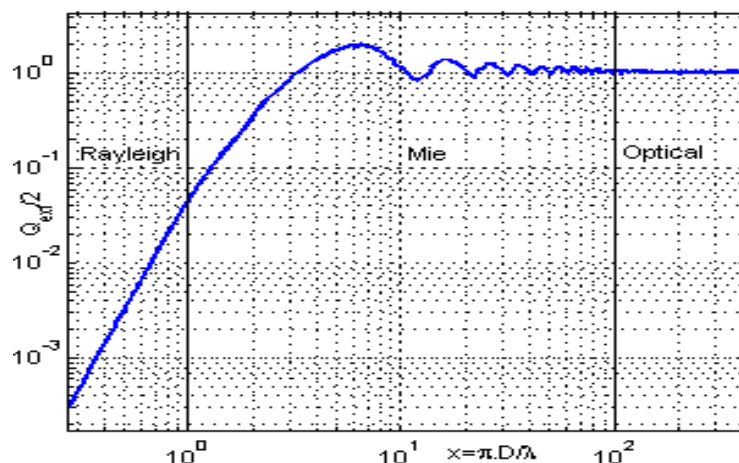
$$Q_{ext} = \frac{C_{ext}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} \quad (6.8)$$

kde D je průměr částice.

Velikost Q_{ext} závisí na poměru vlnové délky a rozměru částice, přičemž je dokázáno, že největší útlum signálu způsobují částice, které svojí velikostí zhruba odpovídají vlnové délce záření. Zavádí velikostní parametr x :

$$x = \frac{\pi \cdot D}{\lambda} \quad (6.9)$$

kde D je průměr částice a λ je vlnová délka.



(obr. 6.2) dopředný rozptylový koeficient efektivity pro vlnovou délkou 830 nm v závislosti na parametru x .

[převzato Vladimír BRAZDA, Ondřej FISER, Luboš REJFEK]

Vidíme zde tři sféry, které nám dělí průběh na tři části. V **Rayleigh** sféře je průběh lineárně rostoucí s x . V **Mie** sféře je průběh nestálý a osciluje. Sféra **Optická** sféra začíná, až se oscilace z Mie sféry ustálí natolik, že můžeme považovat průběh za konstantní.

Z celkového koeficientu efektivity Q_{ext} můžeme vypočítat útlum elektrické vlny procházející deštěm ze vztahu:

$$\alpha = 4,343 \cdot 10^3 \cdot \int Q_{ext}(r) \cdot N(r) dr \quad [\text{dB/km}] \quad (6.10)$$

Zde si můžeme povšimnout podobnosti vztahů pro útlum počítané s různými koeficienty u vztahů (6.2) a (6.9).

Vztah (6.9) vynásobíme dvakrát pro přepočítání z poloměru r na průměr D :

$$\alpha = [4,343 \cdot 10^3 \cdot \int Q_{ext}(r) \cdot N(r) dr] \cdot 2 \quad (6.11)$$

$$\alpha = 8,686 \cdot 10^3 \cdot \int Q_{ext}(D) \cdot N(D) dD \quad (6.12)$$

Při porovnání vztahů (5.1) a (6.9) odvodíme Q_{ext} :

$$\alpha = 8,686 \cdot 10^3 \cdot \frac{2\pi}{k} \cdot \text{Im} \int f(D) \cdot N(D) dD \quad [\text{dB/km}] \quad (5.1)$$

$$\alpha = 8,686 \cdot 10^3 \cdot \int Q_{ext}(D) \cdot N(D) dD \quad [\text{dB/km}] \quad (6.12)$$

$$Q_{ext} = - \left(\frac{2\pi}{k} \right) \cdot \text{Im} f(D) dD \quad (6.13)$$

kde k je vlnové číslo [m^{-1}] a f je rozptylová funkce.

(tab. 6.1) Sféry útlumu v dešti- viz popis v textu

λ [nm]	550	830	1190	1550	250000
D[mm]					
děšť	120 GHz				
0,1	571	379	264	203	1,26
0,5	2856	1893	1320	1013	6,28
1	5712	3785	2640	2027	12,57
4	22848	15140	10560	8107	50,27
7	39984	26495	18480	14188	87,96
Mlha a oblaka					
0,002	11,42	7,57	5,28	4,05	0,03
0,01	57,12	37,85	26,40	20,27	0,13
0,02	114	75,70	52,80	40,54	0,25
0,06	343	227	158	122	0,75

[převzato Ondrej Fiser, Vladimir Brazda, Zuzana Chladova]

Tabulka (tab. 6.1) ukazuje sféry útlumu deštěm pro různé vlnové délky a průměry kapek. **Žlutá pole** v tabulce jsou **optickou sférou**. **Bílá část** v tabulce jsou hodnoty zastupující **Mie sféru**. A **Červená část** je **Rayleigho sféra**. Z tabulky je vidět, že pro běžné přenosové délky nám dešť nevádí tak jako mlha a oblaka, kde jsou částice menší než **0,02 mm**. Tam se už dostáváme z optické sféry do Mie sféry a pro vysoké kmitočty až do Rayleigho sféry.

6.2 Funkce pro výpočet dopředného rozptylu

Alternativní možnost definice dopředné rozptylové funkce je definována \widehat{S} prostřednictvím Deirmendjianova výrazu [Fišer 1993].

$$\widehat{E}_s = \widehat{E}_t \widehat{S}(x, \widehat{m}) \frac{e^{-jkr}}{jkr} \quad (6.2.0)$$

$\widehat{E}_s, \widehat{E}_t$ - rozptýlené, dopadající elektrické pole

x - je parametr podle rovnice (6.8)

\widehat{m} - je komplexní index lomu

k - je vlnové číslo

6.2.1 Algoritmus pro výpočty

Algoritmy lze uvést následovně:

$$\widehat{S} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) (\widehat{a}_n + \widehat{b}_n) \quad (6.2.1)$$

$$\widehat{a}_n = \frac{\left[\frac{\widehat{A}_n + n}{\widehat{m} + x} \right] \text{Re} \widehat{O}_n - \text{Re} \widehat{O}_{n-1}}{\left[\frac{\widehat{A}_n + n}{\widehat{m} + x} \right] \widehat{O}_n - \widehat{O}_{n-1}} \quad (6.2.2)$$

$$\widehat{b}_n = \frac{\left[\widehat{m} \widehat{A}_n + \frac{n}{x} \right] \text{Re} \widehat{O}_n - \text{Re} \widehat{O}_{n-1}}{\left[\widehat{m} \widehat{A}_n + \frac{n}{x} \right] \widehat{O}_n - \widehat{O}_{n-1}} \quad (6.2.3)$$

$$\widehat{A}_n = -\frac{n}{\widehat{y}} + \left[\frac{n}{\widehat{y}} - \widehat{A}_{n-1} \right]^{-1} \quad (6.2.4)$$

$$\widehat{A}_0 = \cot g \widehat{y} \quad (6.2.5)$$

$$\widehat{y} = \widehat{m}x \quad (6.2.6)$$

$$\widehat{O}_n = \frac{2n-1}{x} \widehat{O}_{n-1} - \widehat{O}_{n-2} \quad (6.2.7)$$

$$\widehat{O}_0 = \sin x + j \cos x \quad (6.2.8)$$

$$\widehat{O}_{-1} = \cos x - j \sin x \quad (6.2.9)$$

V popisu algoritmu pro výpočet je v rovnici (6.2.2) a (6.2.3) použita veličina \widehat{m} (komplexní index lomu), která závisí na teplotě a frekvenci. Algoritmus lze použít v rozmezí teplot od -20 °C do 50 °C pro dešťové kapky a ve frekvenčním rozsahu 1 MHz až 150 GHz. S ohledem na výrazně klesající argument ze vztahu (6.2.1) je dostatečné, když omezíme hodnotu n na hodnotu 5 pro déšť a radiové spoje. Pro optický signál v mlze zvolíme hodnotu $n > 400$. [Fišer 1993]

Vzorec pro výpočet specifického útlumu deštěm α může být vyjádřen takto: (jde o alternativu ke vztahu 6.2)

$$\alpha = 8,686 \cdot 10^5 \frac{\lambda^2}{2\pi} \int_0^\infty Re \cdot \hat{S} \cdot N(r) dr \quad [\text{dB/km}] \quad (6.2.10)$$

kde dosazujeme vlnovou délku λ v [cm] a $N(r)$ je dešťové spektrum v [cm^{-4}] které se často uvádí závislosti na R (srážková intenzita).

Uvádíme příklad výpočtu pro:

(Tab. 6.2.1) hodnoty rozptylových funkcí pro určitý poloměr kapky

$f = 12 \text{ GHz}$

$R = 5 \text{ mm/h}$

$T = 20 \text{ °C}$

Index lomu $\text{H}_2\text{O} = 7,743613 + 2,302602j$

Specifický útlum = 0,13 dB/km

Poloměr	REAL	IMAGINARY
cm	-	-
0,025	0,000007	-0,000241
0,050	0,000095	-0,001987
0,075	0,000615	-0,007053
0,100	0,003011	-0,017778
0,125	0,011921	-0,035324
0,150	0,030522	-0,051873
0,175	0,045694	-0,067331
0,200	0,062697	-0,096187
0,225	0,091565	-0,134367
0,250	0,132723	-0,179261
0,275	0,191339	-0,230132
0,300	0,272025	-0,279185
0,325	0,372247	-0,316508
0,350	0,483353	-0,335899
0,375	0,594887	-0,338691

(Tab. 6.2.1) [převzato Fišer 1993]

7. Rozptylové funkce v atmosféře pro šíření signálu infračerveným laserem

Pro šíření signálu atmosférou můžeme použít radiové vlny ale i optický signál. Přenos optickými spoji má své výhody a tou hlavní je velká kapacita přenosu. To zvýší, oproti radiovému signálu, objem přenesených dat za jednotku času. Při radiovém přenosu vysíláme frekvence až 200 GHz, ale u optických spojů se nejčastěji používají vlnové délky 830, 850 a 1550 nm, a to jsou kmitočty až stovky THz.

7.1 Úvod

V atmosféře se mohou vyskytovat různé aerosoly.

Aerosol jsou částice a kapky, které mají průměr od 10^{-3} do $10\mu\text{m}$, koncentrované ve vzduchu. Vznikají přírodně, a to nejčastěji z oceánů, půdy, sopečné činnosti a chemických procesů v atmosféře. Aerosoly mají významný potenciál ovlivnit zemské klima přímo i nepřímo. Zvýšení atmosférických aerosolů snižuje průstup signálu a zhoršuje bezpečnost navigace. Dále hrají aerosoly důležitou roli v biochemických cyklech a ovlivňují život flory i fauny na Zemi. Po velkém rozvoji průmyslu a zemědělství je velké množství aerosolů vypouštěných do atmosféry. Ačkoli některé aerosolové částice mohou absorbovat tepelné záření, hlavní vliv aerosolů je rozptyl slunečního záření, než schopnost odrážet a chladit zemský povrch. Infračervené záření je tedy díky aerosolům rozptylováno, a tím bude ovlivňovat **LIDAR** (radar, který využívá světelný signál pro průzkum atmosféry), (**Light Detection and Ranging**) detekci a dosah signálu. To znamená, že pro příjem infračerveného signálu aerosolový rozptyl musíme zohlednit. Za použití Mie teorie je nová metoda navržená pro výpočet dopředného a zpětného poměru rozptylu v aerosolové atmosféře. Tím analyzujeme infračervené rozptylové charakteristiky v atmosférických aerosolových částicích. [Xinmin, Hong 2000]

7.2 Rozptylový koeficient pro infračervené záření

Existují dva faktory, které způsobují útlum v atmosféře signálu LIDAR. Prvním je světelná absorpce atmosférickými molekulami a aerosolovými částicemi. V důsledku toho můžeme definovat útlum jako ztrátu zářivého toku **F**:

$$dF = -\alpha F dr \quad (7.01)$$

kde měrný koeficient α [m^{-1}] je celkový atmosférický útlum a dr je vzdálenost průchodu světelného toku atmosférou [Hong 2011].

Ve skutečnosti jde o energii dopadu světla, která se mění na jiný druh energie, jako jsou tepelné kinetické, chemické potenciálové a podobně. Absorpce charakteristické atmosféry je ovlivněna především atmosférickými molekulami a aerosolovými částicemi. Pro výpočet celkového koeficientu absorpce můžeme použít následující rovnici.

$$\alpha = \alpha_m + \alpha_a \quad (7.02)$$

kde α_m je absorpční koeficient atmosférických molekul a α_a je absorpční koeficient atmosférických aerosolů.

Druhý faktorem je rozptyl světla atmosférickými molekulami a aerosolovými částicemi. V důsledku toho se určuje rozptylová ztráta zářivého toku jako

$$b = b_m + b_a \quad (7.03)$$

kde b_m je rozptylový koeficient atmosférických molekul a b_a je rozptylový koeficient atmosférických aerosolů. Interakce světla a částic **v závislosti na jejich poloměru r a na vlnové délce dopadajícího světla λ** , mohou být zpracovány různými způsoby. Pro poměr mezi poloměrem a vlnovou délkou určíme způsob řešení rozptylu. Pokud poloměr částic je mnohem menší než vlnová délka, použijeme Rayleighova vzorec pro rozptyl. Pro poloměr částic srovnatelný s vlnovou délkou použijeme Mie komplexní vzorec. A nakonec pro poloměr mnohem větší než vlnová délka je řešení v geometrické optice. Hustota a distribuce aerosolových částic v atmosféře jsou poměrně složité. Protože striktní teorie neexistuje, používá se nejčastěji Mie ekvivalentní atmosférická teorie sféry pro získání výpočtu [Xinmin 2011]. Koeficient rozptylu aerosolových částic v atmosféře je násobkem rozptylového faktoru efektivity K_0 :

$$b_a = (\pi r^2) \cdot N \cdot K_0 \quad (7.04)$$

r – poloměr aerosolových částic

N – spektrum aerosolových částic

K_0 – je rozptylový faktor efektivity, který souvisí s poloměrem částic, indexem lomu a střední vlnovou délkou dopadajícího světla. Když se atmosférické částice s poloměrem r střetnou se světlem o vlnové délce λ v závislosti na denním světle, se rozptylová funkce σ_s definuje vztahem:

$$\sigma_s = (\lambda^2/2\pi) \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) [|a_n|^2 + |b_n|^2] \quad (7.05)$$

Potom můžeme vypočítat rozptylový faktor efektivity \mathbf{K}_0 (neboli \mathbf{Q}_e) podle vztahu:

$$K_0 = \frac{\sigma_s}{\pi r^2} = (\lambda^2 / 2\pi^2 r^2) \sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1) [|a_n|^2 + |b_n|^2] \quad (7.06)$$

kde a_n , b_n jsou Mie rozptylové koeficienty. Jsou funkcí indexu lomu atmosférických částic, kterou můžeme vyjádřit takto:

$$a_n = \frac{\Psi_n(\alpha)\Psi_n'(m\alpha) - m\Psi_n'(\alpha)\Psi_n(m\alpha)}{\zeta_n(\alpha)\Psi_n'(m\alpha) - m\zeta_n'(\alpha)\Psi_n(m\alpha)} \quad (7.07)$$

$$b_n = \frac{m\Psi_n(\alpha)\Psi_n'(m\alpha) - \Psi_n'(\alpha)\Psi_n(m\alpha)}{m\zeta_n(\alpha)\Psi_n'(m\alpha) - \zeta_n'(\alpha)\Psi_n(m\alpha)} \quad (7.08)$$

Platí,

$$\Psi_n(z) = \sqrt{\left(\frac{z\pi}{2}\right)} J_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(z) \quad (7.09)$$

$$\zeta_n(z) = \sqrt{\left(\frac{z\pi}{2}\right)} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(z) \quad (7.10)$$

kde α je parametr velikosti částic a $\alpha = 2\pi r/\lambda$; z je α nebo $m\alpha$;

$J_{n+\frac{1}{2}}^{(1)}(z)$ – Besselova funkce

$H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(z)$ – Hankelova funkce

ζ'_n, Ψ'_n – jsou diferenciální koeficienty

m – je index lomu

7.3 Dopředný a zpětný rozptylový poměr

Pomocí infračerveného LIDAR systému (radar, který využívá světelný signál pro průzkum atmosféry), můžeme detekovat atmosférické parametry nebo pozorováním infračerveného záření radiometru se dají získat údaje na základě detekce zpětného rozptylu (laserové echo), nebo detekci dopředného rozptylu infračerveného záření. Poměr dopředného nebo zpětného rozptylu atmosférických aerosolových částic je poměr mezi energií dopředného nebo zpětného rozptylu a celkovou energií. Jedná se o dva důležité parametry charakteristik rozptylu atmosférickými aerosolovými částicemi. Je důležité zjistit jejich index pomocí infračerveného systému LIDAR nebo radiometrem. Během procesu zkoumání rozptylů v atmosféře potřebujeme zjistit rozptylovou fázi. Úhel rozptylu ve směru šíření je $\alpha(\theta)$ (viz obr.6.1). Průměrný úhel rozptylu ve všech směrech je $\sigma_s / 4\pi$. Na základě Mie teorie je poměr $\alpha(\theta)$ a $\sigma_s / 4\pi$ definován jako **funkce fáze rozptylu** $P(\theta)$ [Hong 2011].

$$P(\theta) = \frac{4\pi\alpha(\theta)}{\sigma_s} \quad (7.11)$$

Kde se úhel rozptylové části $\alpha(\theta)$ vypočítá jako:

$$\alpha(\theta) = \left(\frac{\lambda^2}{8\pi^2}\right) \cdot [|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2] \quad (7.12)$$

Koeficienty $S_1(\theta)$ a $S_2(\theta)$ jsou vertikální a horizontální komponenty komplexní funkce.

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n\pi_n + b_n\tau_n) \quad (7.13)$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n\tau_n + b_n\pi_n) \quad (7.14)$$

kde a_n , b_n jsou Mie rozptylové koeficienty a jsou to funkce lomu na částicích v atmosféře. Dále π_n a τ_n pouze určují úhel rozptylu θ .

$$\pi_n = \frac{P_n^{(1)}(\cos\theta)}{\sin\theta} = \frac{dP_n(\cos\theta)}{d(\cos\theta)} \quad (7.15)$$

$$\tau_n = \frac{dP_n^{(1)}(\cos\theta)}{d\theta} \quad (7.16)$$

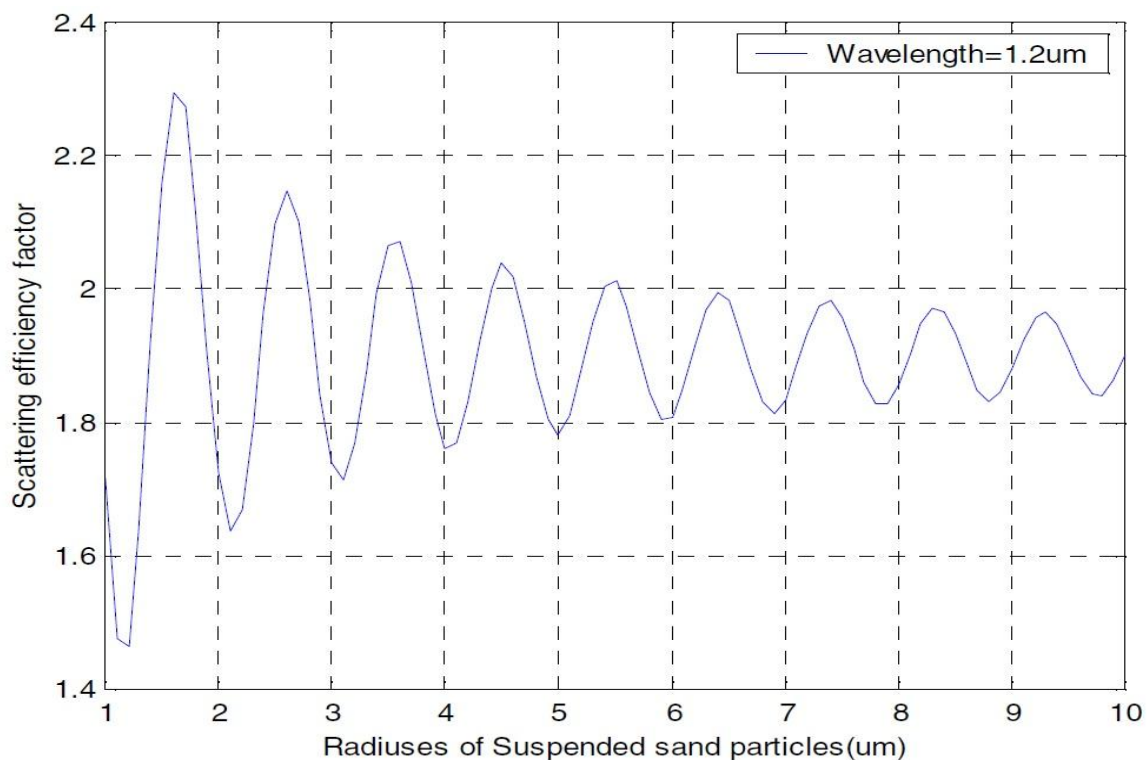
Pro studijní účely lze na základě Mie teorie můžeme odvodit vzorec pro poměr mezi dopředným a zpětným rozptylem atmosférickými aerosolovými částicemi z funkce rozptylu fáze. Poměr dopředného rozptylu aerosolovými částicemi odpovídá poměru mezi integrálními údaji o funkci rozptylu fáze od $-90^\circ \sim 90^\circ$ a integrovaná data z $0^\circ \sim 360^\circ$. Poměr zpětného rozptylu aerosolovými částicemi odpovídá poměru mezi integrálními údaji o funkci rozptylu fáze od $90^\circ \sim 270^\circ$ a integrovaná data z $0^\circ \sim 360^\circ$ [Xinmin 2011].

$$\gamma_f = \frac{\int_{-90^\circ}^{90^\circ} P(\theta) d\theta}{\int_{0^\circ}^{360^\circ} P(\theta) d\theta} = \frac{\int_{0^\circ}^{90^\circ} P(\theta) d\theta}{\int_{0^\circ}^{180^\circ} P(\theta) d\theta} \quad (7.17)$$

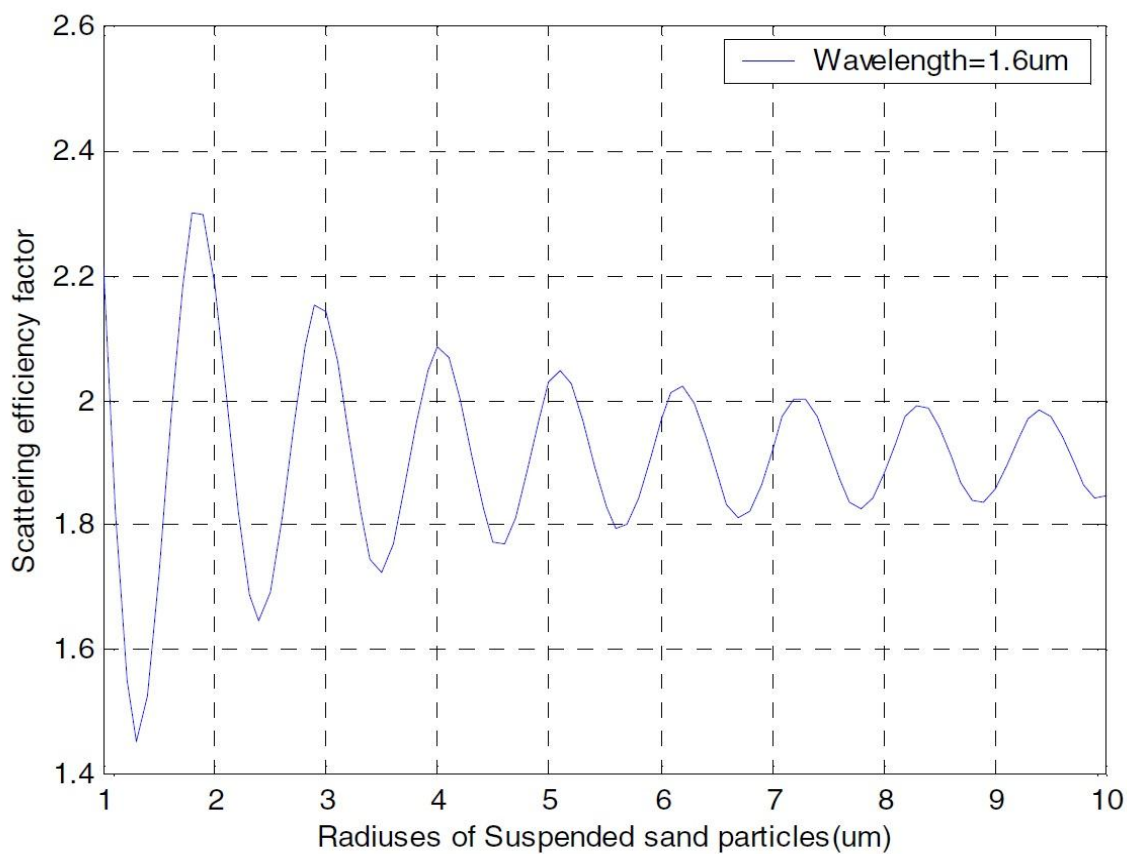
$$\gamma_b = \frac{\int_{90^\circ}^{270^\circ} P(\theta) d\theta}{\int_{0^\circ}^{360^\circ} P(\theta) d\theta} = \frac{\int_{90^\circ}^{180^\circ} P(\theta) d\theta}{\int_{0^\circ}^{180^\circ} P(\theta) d\theta} \quad (7.18)$$

7.4 Výpočty

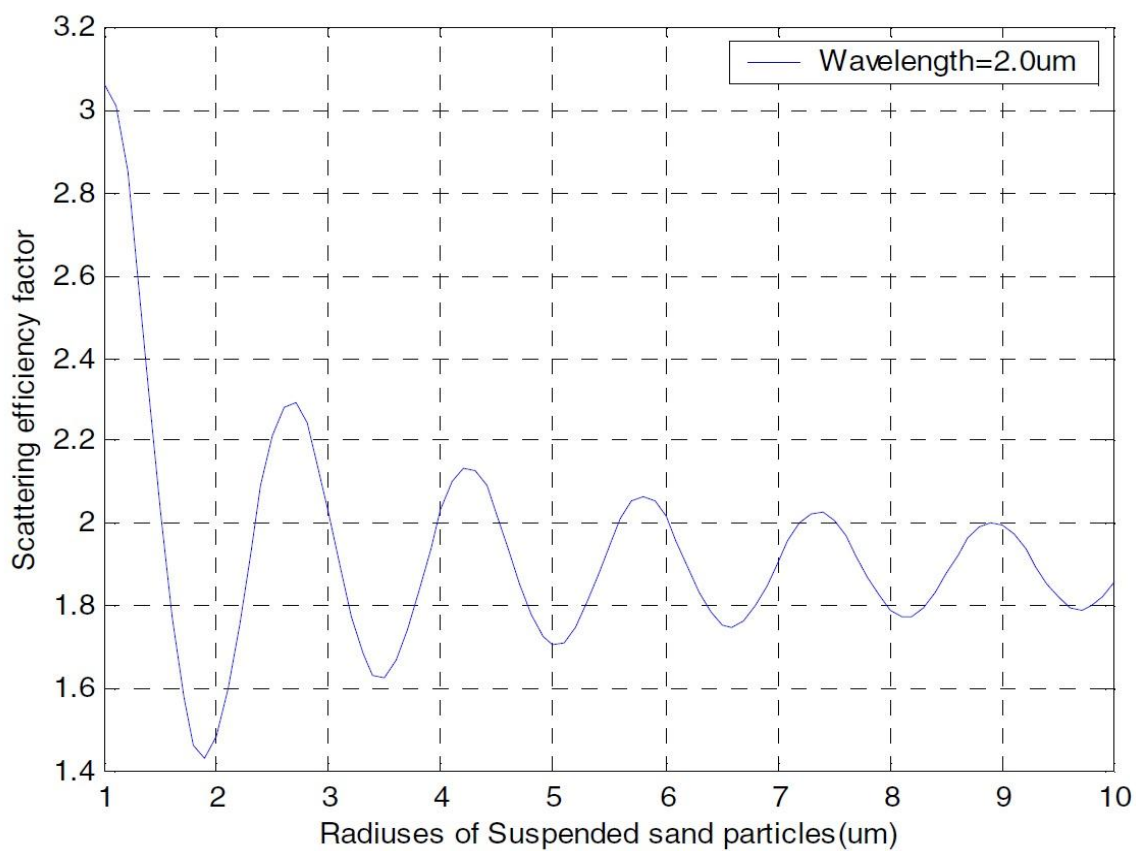
Výzkum infračerveného rozptylového koeficientu pro atmosférické aerosolové částice (**zrnka písku v atmosféře**) simulujeme a počítáme rozptylový faktor efektivy K_0 . Poloměr atmosférického aerosolu se pohybuje mezi $1\mu\text{m}$ až $10\mu\text{m}$. Index lomu je okolo $1,53-0,008i$ a odpovídající vlnová délka světla je mezi $1,2\mu\text{m}$ a $2,4\mu\text{m}$. Simulační hodnoty jsou následující:



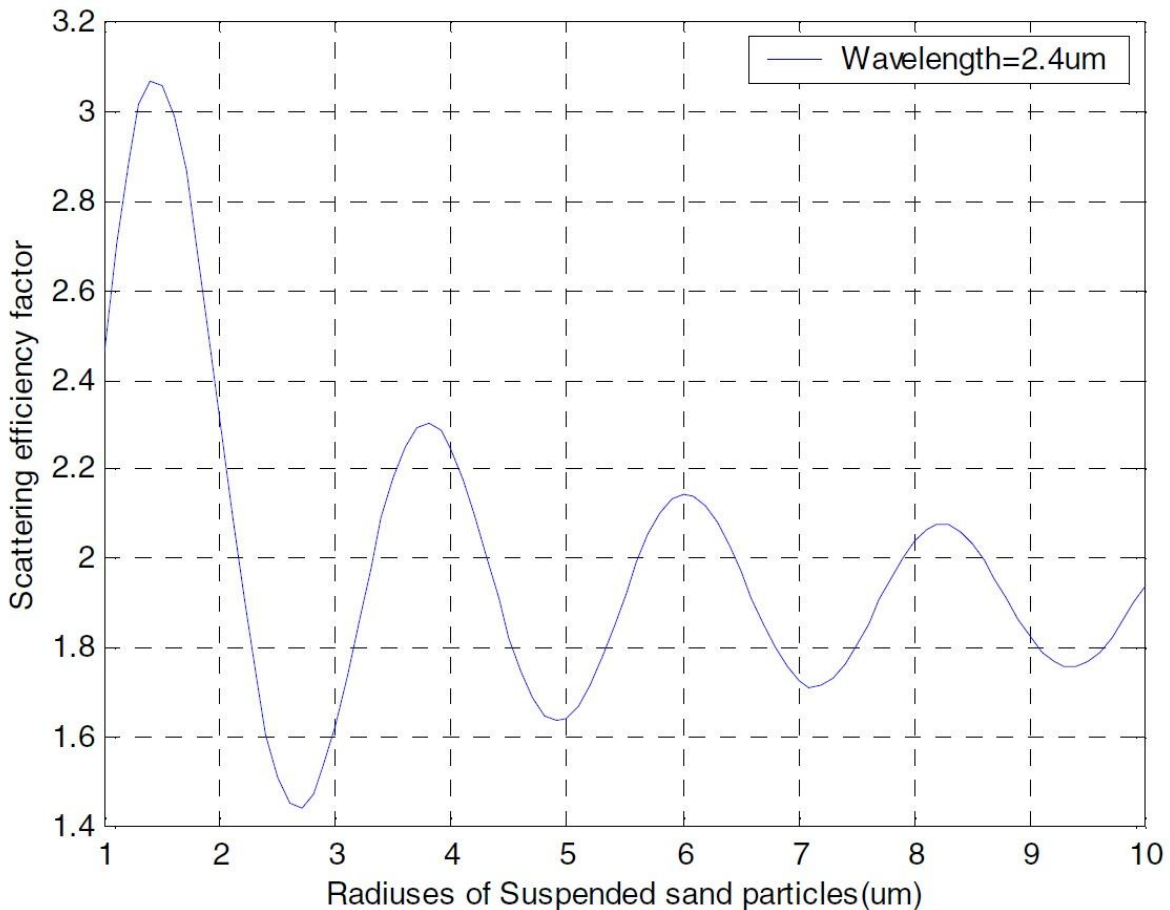
(graf 7.1) – rozptylový faktor efektivy K_0 pro vlnovou délku $1,2\mu\text{m}$



(graf 7.2) – rozptylový faktor efektivity K_0 pro vlnovou délku 1,6 μm



(graf 7.3) – rozptylový faktor efektivity K_0 pro vlnovou délku 2,0 μm



(graf 7.4) – rozptylový faktor efektivity K_0 pro vlnovou délku 2,4 μm

[graf. 7.1, 7.2, 7.3, 7.4 převzaty z M. Yong, L. Honga J. Hang 2007]

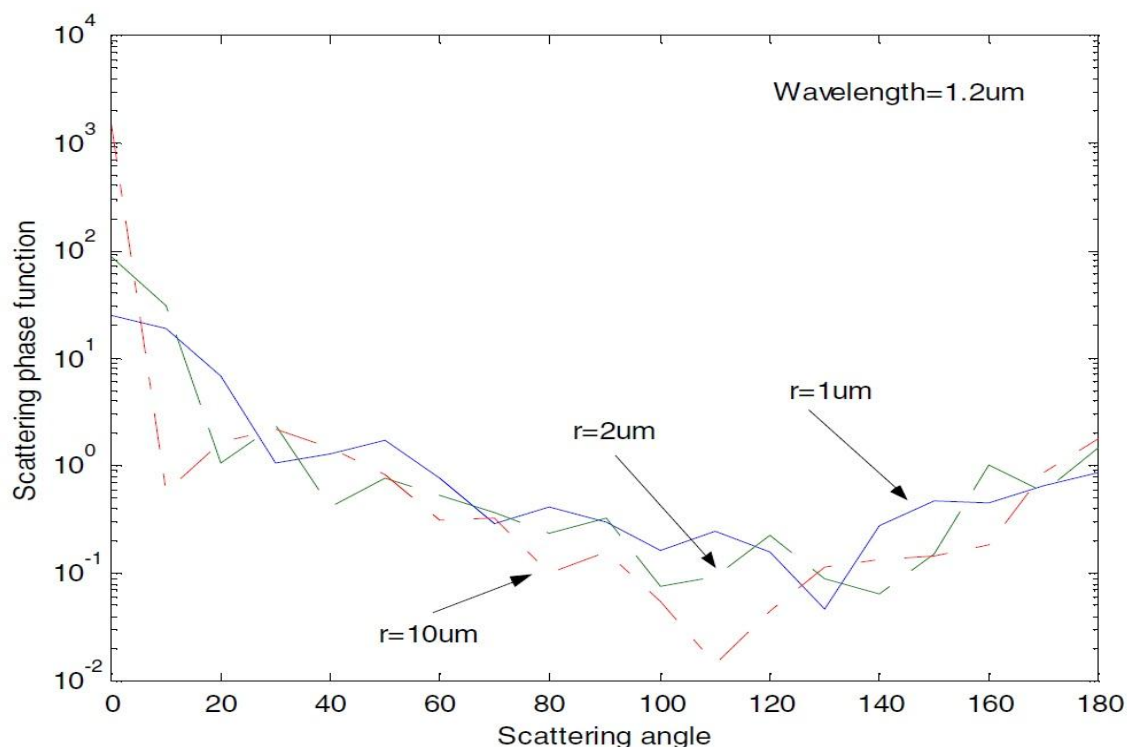
Na základě analýzy údajů z grafů 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, můžeme zjistit: když poloměr atmosférických aerosolových částic r se zvyšuje, rozptylový faktor efektivity K_0 osciluje a jeho oscilace postupně klesají k hodnotě **1,9** v grafu 7.1, když je poloměr částic $r = 1,6 \mu\text{m}$ rozptylový faktor K_0 dosáhne vrcholu a jeho maximum je **2,28**. V grafu 7.2 pro poloměr částic $r = 1,8 \mu\text{m}$ má K_0 vrchol a maximum je **2,31**. V grafu 7.3 pro poloměr částic $r = 1,0 \mu\text{m}$ má K_0 vrchol a maximum je **3,07**. V grafu 7.4 pro poloměr částic $r = 1,4 \mu\text{m}$ má K_0 vrchol a maximum je **3,05**. Na základě vztahu (7.04) můžeme vypočítat koeficient rozptylu atmosférických aerosolových částic z hustoty, poloměru a rozptylového faktoru efektivity. U částic, jejichž poloměr je $10 \mu\text{m}$, můžeme vypočítat koeficient rozptylu od $1 \times 10^3 \text{ cell/L}$ do $1000 \times 10^3 \text{ cell/L}$. [částic / litr]

(tab. 7.1) rozptylový koeficient v aerosolové atmosféře
 [převzato Hong 2011]

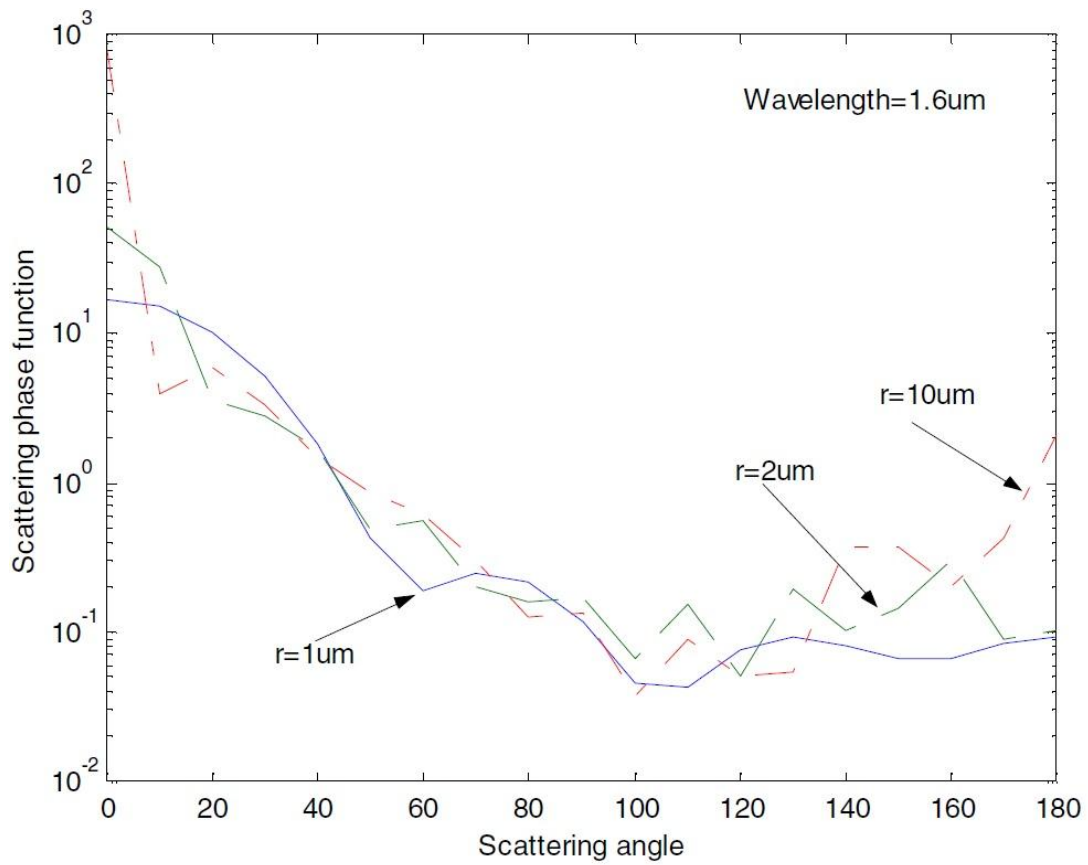
Scattering coefficient $b \text{ (m}^{-1}\text{)}$		Wavelength $\lambda \text{ (}\mu\text{m)}$			
		1.2	1.6	2.0	2.4
Density $N \text{ (cell/L)}$	10^3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0006
	10^4	0.0057	0.0052	0.0052	0.0062
	10^5	0.0578	0.0526	0.0528	0.0628
	10^6	0.5778	0.5268	0.5288	0.6287

Z tabulky (tab. 7.1) lze dojít k závěru, že s rostoucí hustotou aerosolových částic se zvyšuje koeficient rozptylu, i když vlnová délka laseru se nemění, ale se zvyšující se vlnovou délkou laseru se hodnoty koeficientu rozptylu téměř nemění pro stejnou hustotu aerosolových částic.

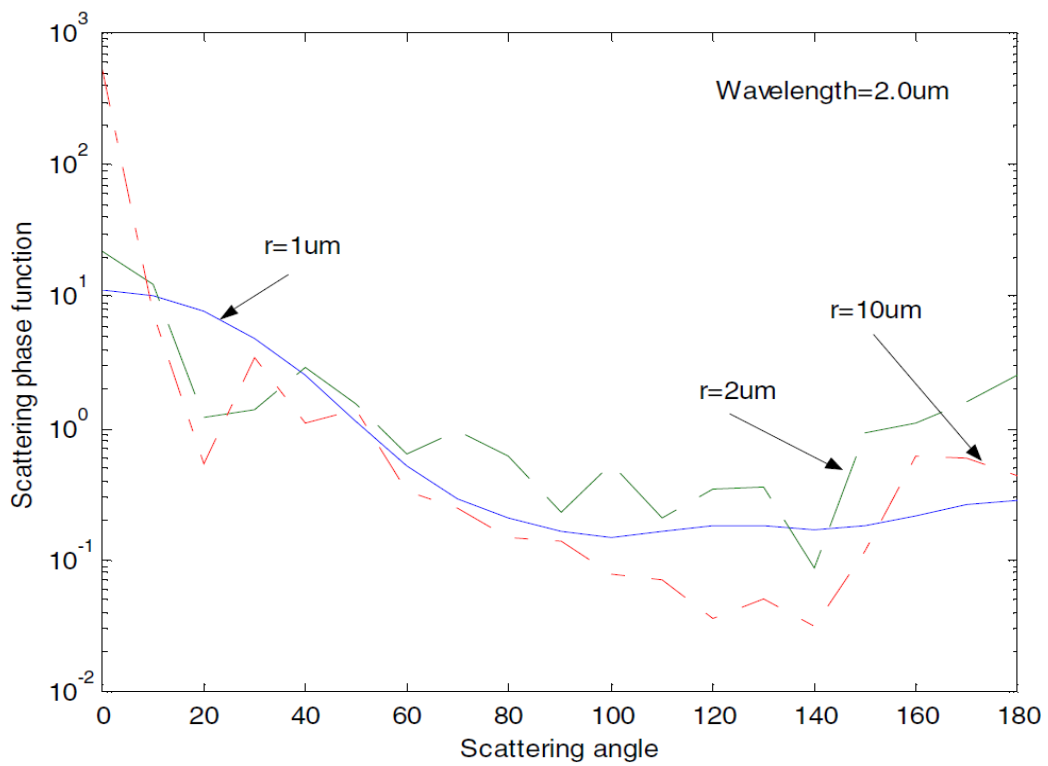
Pro zkoumání dopředného a zpětného poměru rozptylu atmosférickými částicemi, simulujeme a vypočítáme z rozptylu funkce fáze $\mathbf{P}(\theta)$. Poloměr atmosférických částic aerosolu se pohybuje od 1 μm do 10 μm . Index lomu se blíží 1,53 -0,008i a vlnová délka světla je mezi 1,2 μm a 2,4 μm . Simulační hodnoty jsou následující a zobrazeny v grafech:



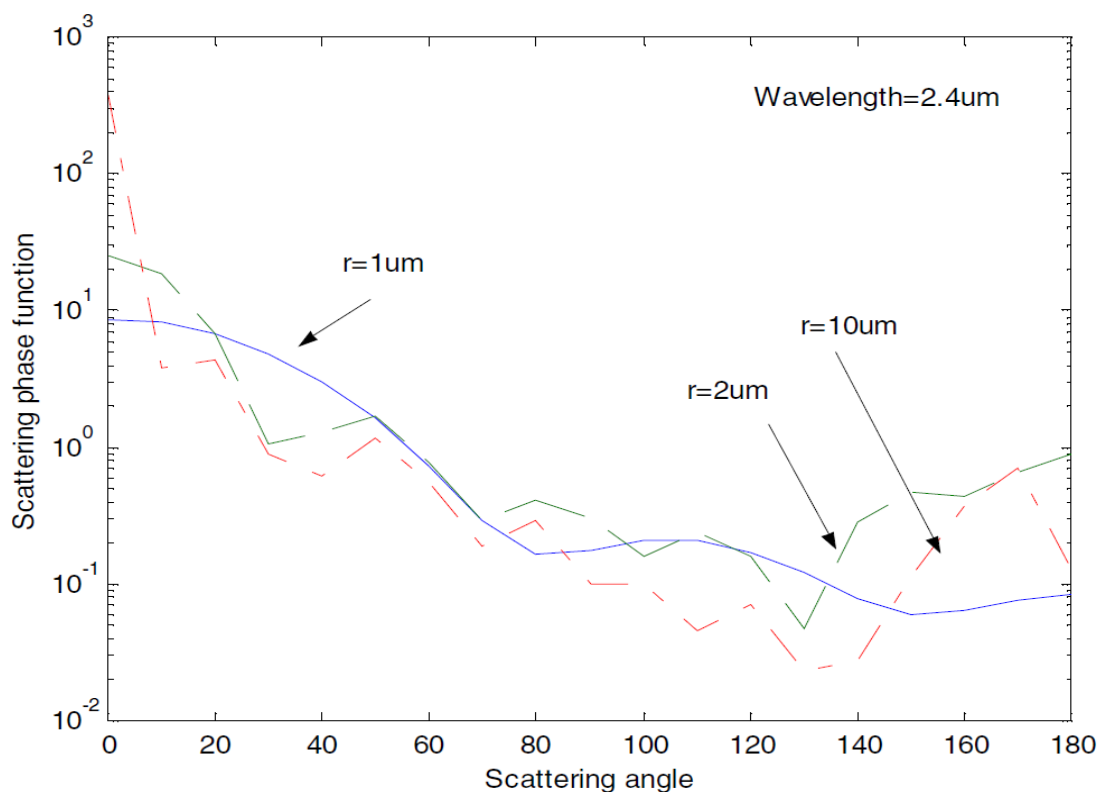
(graf 7.5) – rozptylová funkce fáze pro vlnovou délku 1,2 μm



(graf 7.6) – rozptylová funkce fáze pro vlnovou délku 1,6 μm



(graf 7.7) – rozptylová funkce fáze pro vlnovou délku 2,0 μm



(graf 7.8) – rozptylová funkce fáze pro vlnovou délku 2,4 μm

[graf. 7.5, 7.6, 7.7, 7.8 převzaty z M. Yong, L. Hong a J. Hang 2007]

Na základě analýzy grafů (7.5, 7.6, 7.7 a 7.8) můžeme zjistit, že pro různé vlnové délky světla je dopředná rozptylová funkce fáze větší než zpětná ($\theta=180^\circ$). Pro speciální vlnovou délku světla a zvyšující se poloměr aerosolových částic se zvýší dopředná ($\theta=0^\circ$) rozptylová fáze funkce. Za použití vztahů (7.17) a (7.18) můžeme spočítat dopředný rozptylový poměr a zpětný rozptylový poměr atmosférických částic z rozptylové funkce fáze a úhlu rozptylu. Poloměr atmosférických částic aerosolu se pohybuje od 1 μm do 10 μm a my můžeme spočítat dopředný a zpětný poměr následovně:

(tab. 7.2) dopředný rozptylový poměr v aerosolové atmosféře

Forward scattering ratio γ_f		Wavelength λ (μm)			
		1.2	1.6	2.0	2.4
Radius r (μm)	1	0.985	0.978	0.974	0.979
	2	0.997	0.994	0.993	0.995
	10	0.999	0.999	0.999	0.999

(tab. 7.3) zpětný rozptylový poměr v aerosolové atmosféře

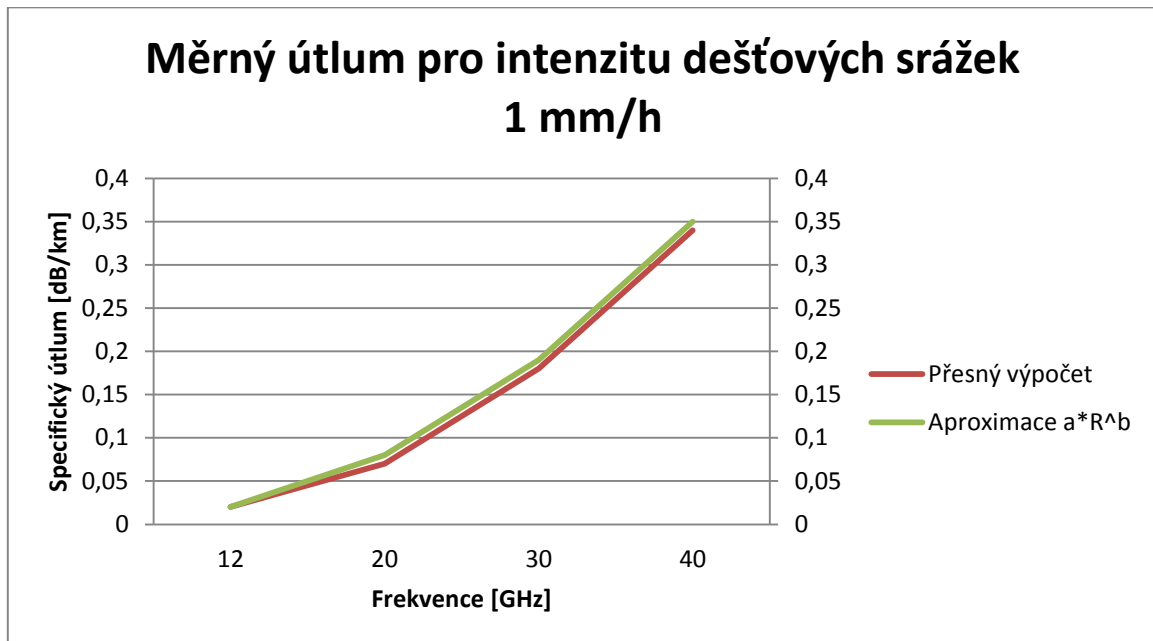
Backward scattering ratio γ_b		Wavelength λ (μm)			
		1.2	1.6	2.0	2.4
Radius r (μm)	1	0.015	0.022	0.026	0.021
	2	0.003	0.006	0.007	0.005
	10	0.001	0.001	0.001	0.001

[tab. 7.2, 7.3 převzaty z M. Yong, L. Honga J. Hang 2007]

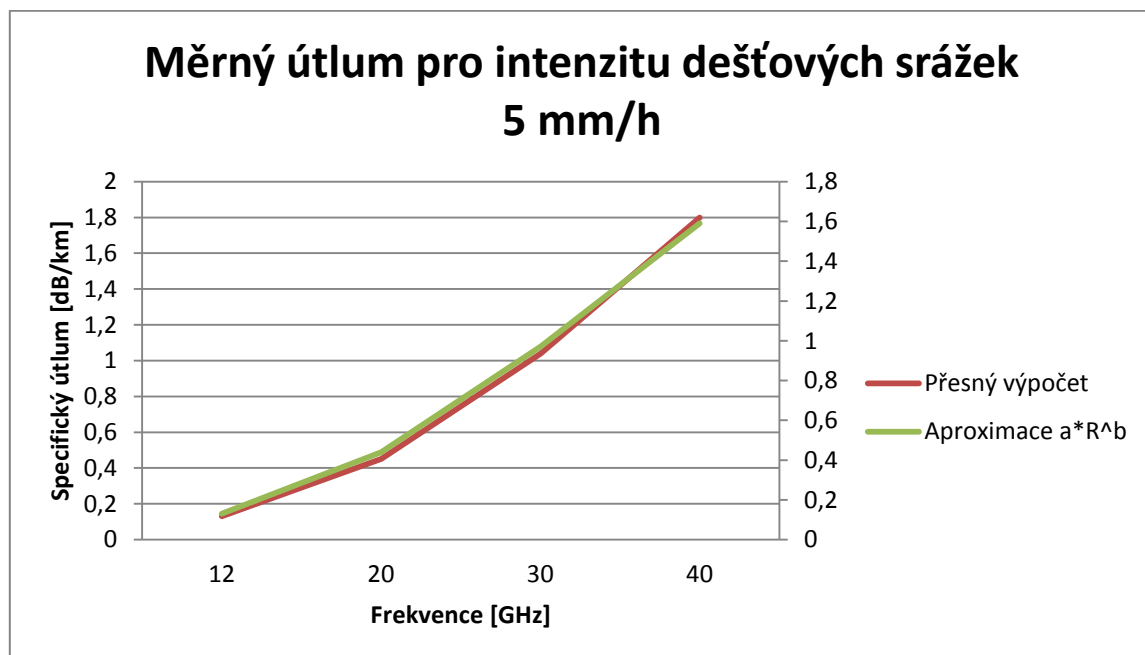
Z tabulek 7.2 a 7.3 docházíme k závěru, že je dopředný rozptylový poměr větší než zpětný rozptylový poměr atmosférických aerosolových částic. Při zvýšení poloměru částic aerosolu se poměr dopředného rozptylu zvětšuje a poměr zpětného rozptylu klesá pro stejnou vlnovou délku laseru. Ale s rostoucí vlnovou délkou laseru se poměr rozptylu při stejném poloměru částic téměř nemění.

8. Simulace ve výpočetním programu

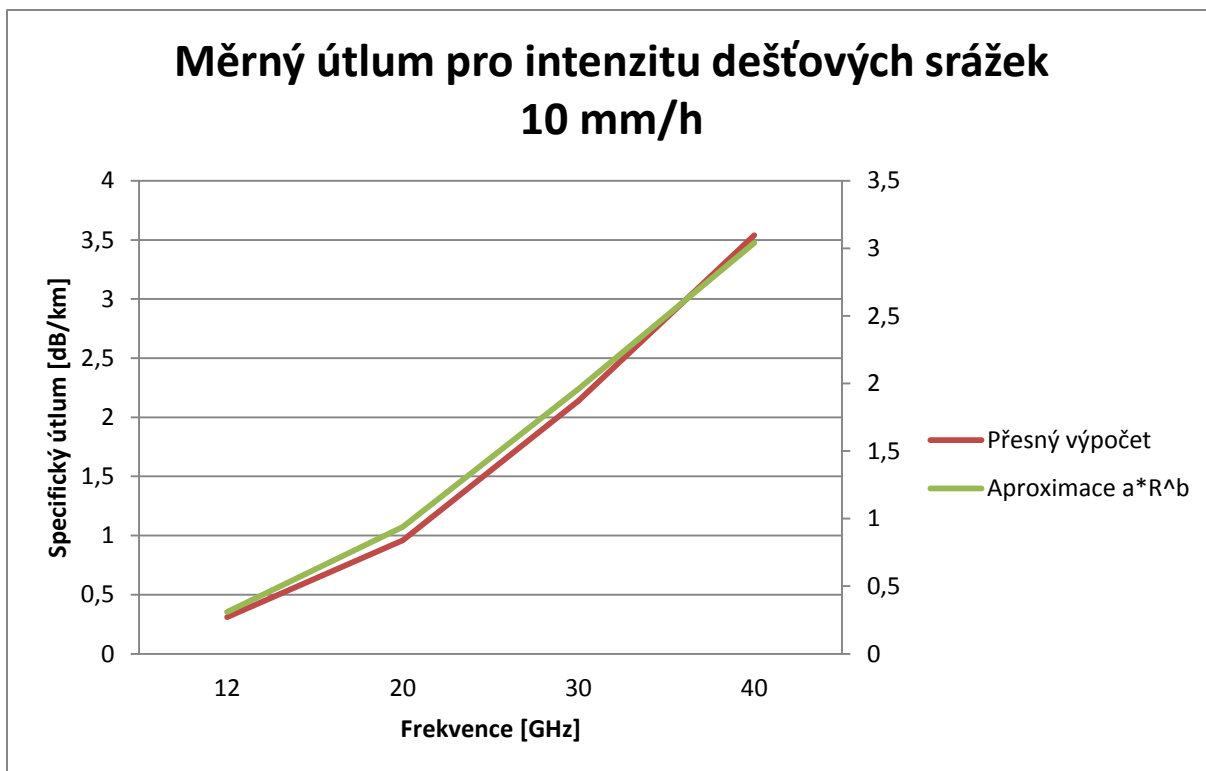
Za pomoci výpočetních softwarů Matlab a Excel spočítáme specifický útlum deštěm pro radiové vlny. Pro přesný výpočet použijeme vzorce (6.2.1.) až (6.2.9). Pro kontrolu a určení odchylky od přesné hodnoty použijeme aproximaci ze vztahu (2.2) pro různou intenzitu srážek.



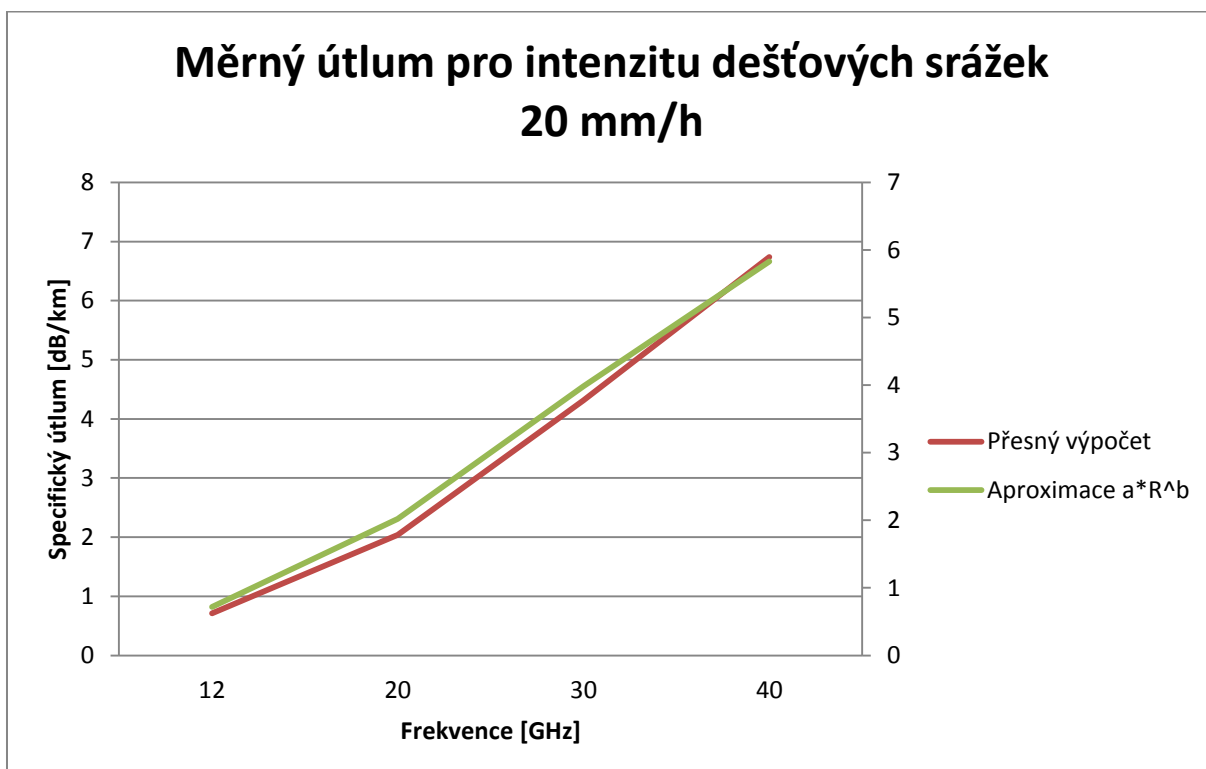
(graf 8.1) měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 1 mm/h



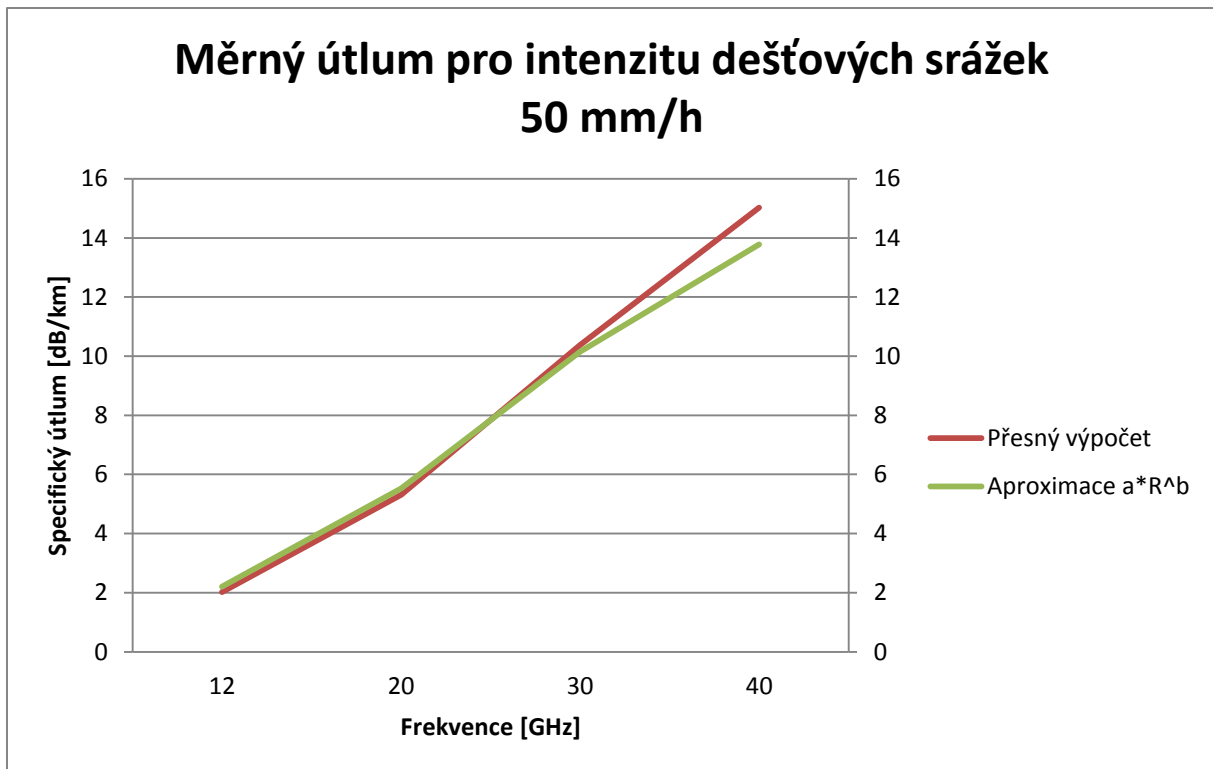
(graf 8.2) měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 5 mm/h



(graf 8.3) měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 10 mm/h



(graf 8.4) měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 20 mm/h



(graf 8.5) měrný útlum pro intenzitu dešťových srážek 50 mm/h

Grafy (graf 8.1) až (graf 8.5) nám ukazují, že pro běžné použití nám stačí vypočítat vzorcem pro specifický útlum a jeho přesnost je pro rádiové signály docela vysoká.

9. Závěr

Práce se zabývá přenosem elektrické vlny v reálném prostředí, a to v atmosféře, kde nám částice jako déšť nebo aerosol (drobné částice prachu, zeminy, písku a vody) způsobují útlum vysílaného signálu. Jsou dva druhy ztrát na signálu a to absorpce a rozptyl. Práce se zabývá především rozptylem elektrického pole. V první části se zabývám bezkabelovými spoji a definuji vztahy pro útlum α a rozptylovou funkci f . Dále pak definuji koeficient efektivnosti Q a jeho vlastnosti ukazují v grafu pro dopředný rozptyl. Důležitý je také vztah pro přepočítání mezi rozptylovou funkcí f a celkovým koeficientem efektivnosti Q_{ext} .

Dozvěděli jsme se, jak velikost kapek ovlivní útlum pro různou frekvenci signálu. Je dokázáno, že největší útlum mají částice se stejným průměrem, jako je vlnová délka signálu. Tím můžeme říci, že pro běžné radiové signály, mlžné kapky skoro nepůsobí útlum. Naopak pro přenos optického signálu, který má vlnovou délku srovnatelnou s průměrem mlžných kapek a aerosolu, máme dost velký útlum při mlze. Na konci bakalářské práce ukazují rozdíl mezi aproximací a přesným výpočtem útlumu radiového signálu, který dokazuje, že aproximaci lze běžně v praxi použít jen s malou chybou výpočtu.

Díky rychlému vývoji techniky a stále většímu požadavku na objem přenesených dat, by se mělo pokračovat ve studiu rozptylových funkcí elektrického pole a útlumu atmosférou, jak radiového signálu, tak optických bezkabelových spojů, z důvodu závislosti moderního člověka na technice.

Seznam literatury

Řezáčová, Daniela et al. 2007. *Fyzika oblaků a srážek.* [s.l.] : Academia, 2007. 576 s. ISBN 978-80-200-1505-1.

Fišer, Ondřej. 1993. *A simple generator of forward scattering functions on spherical dielectrics.* Radioengineering. April 1993, vol. 2, No. 1, s. 21-22.

Brázda, Vladimír. 2009. *Vliv mlh na útlum optických bezdrátových spojů.* Pardubice, 2009. 38 s. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.

W. Mingxing, Z. Renjian and P. Yifen, “Recent Researches on Aerosol in China”, *Advances in Atmospheric Sciences*, Vol.18, No.4, pp. 576-586, 2001.

M. Jinji and C. Jin, “Using the MIE theory to calculate aerosol optical characterization”, *Journal of Atomic and Molecular Physics*, Vol.22, No.4, pp. 701-707, 2005.

L. Hong, D. Tian-lin and M. Yong, “Study on Backward Scattering Ratio Characteristics of Oceanic Suspended Particles”, *Journal of Atmospheric and Environmental Optics*, Vol.3, No.1, pp. 65-71, 2008

Vlasák, Tomáš. 2012. “Zpracování dat videodistrometru pro výzkum šíření vln v elektromagnetickém a optickém pásmu“ Pardubice, 2012. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice

Vladimír BRAZDA, Ondrej FISER, Lubos REJFEK. “On Forward and Backward Scattering from Fog and Rain Drops” Faculty of El. Engineering and Informatics, University of Pardubice, Studentska 95, 53210 Pardubice, Czech Republic

² Institute of Atmospheric Physics, Bocni II-1401, 141 31 Prague 4, Czech Republic

H. C. Van de Hulst 1957. “Light scattering by small particles” Chapman & Hall LTD. London