

**UNIVERZITA PARDUBICE**  
**FAKULTA EKONOMICKO-SPRÁVNÍ**

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

**2013**

**Bc. Hana Čápová**

**Univerzita Pardubice**  
**Fakulta ekonomicko-správní**  
**Ústav systémového inženýrství a informatiky**

**Model kořist-dravec**

**Bc. Hana Čápková**

**Diplomová práce**  
**2013**

Univerzita Pardubice  
Fakulta ekonomicko-správní  
Akademický rok: 2012/2013

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Hana Čápová**  
Osobní číslo: **E120142**  
Studijní program: **N6209 Systémové inženýrství a informatika**  
Studijní obor: **Informatika ve veřejné správě**  
Název tématu: **Model kořist-dravec**  
Zadávající katedra: **Ústav systémového inženýrství a informatiky**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cílem diplomové práce bude aplikace modelu kořist dravec na ekonomickém příkladu a model zpracovat v programovém prostředí MATLAB.  
Nejprve zpracujte model kořist dravec na známém biologickém příkladu a potom na vybraném příkladu z ekonomického prostředí.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:


Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

**GANDER, Walter; HŘEBÍČEK, Jiří. Solving Problems in Scientific Computing Using Maple and MATLAB. [s.l.] : Springer, 1997. 411 s.**

**KŘUPKA, Jiří; KAŠPAROVÁ, Miloslava. Modelování v kostce pro Matlab a Simulink. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2009. 72 s. ISBN 978-80-7395-162-7.**


Vedoucí diplomové práce:

**prof. Ing. Jan Čapek, CSc.** 

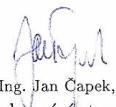
Ústav systémového inženýrství a informatiky

Datum zadání diplomové práce: **3. října 2012**

Termín odevzdání diplomové práce: **30. dubna 2013**

  
doc. Ing. Renáta Myšková, Ph.D.  
děkanka

L.S.

  
prof. Ing. Jan Čapek, CSc.  
vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 3. října 2012

## **PROHLÁŠENÍ:**

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracovala samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využila, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byla jsem seznámena s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako Školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 29. dubna 2013

Bc. Hana Čápková

## **PODĚKOVÁNÍ:**

Tímto bych ráda poděkovala svému vedoucímu práce panu prof. Ing. Janu Čapkovi, CSc. za jeho odbornou pomoc, cenné rady a poskytnuté materiály, které mi pomohly při zpracování diplomové práce. Zároveň bych chtěla poděkovat své rodině a blízkým za projevenou podporu.

## **ANOTACE**

Diplomová práce se zabývá modelem kořist-dravec. Předmětem této práce je zpracování modelu kořist-dravec nejprve na známém biologickém příkladu a potom na vybraném příkladu z ekonomického prostředí. První část práce vysvětluje samotný model kořist-dravec. Ve druhé části je popsán známý příklad aplikace modelu v přírodě na vývoji populací zajíce měnivého a kanadského rysa. Další kapitoly se věnují aplikaci modelu v praxi na trhu práce a na trhu s ropou. Poslední část je zaměřená na programování modelu v programovém prostředí MATLAB s využitím nástroje GUIDE.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Model kořist-dravec, MATLAB, nezaměstnanost, ropa

## **TITLE**

Predator-prey model

## **ANNOTATION**

This thesis deals with the prey-predator model. The subject of this thesis is process the predator-prey model initially on known biological example and then on the selected example of the economic environment. The first chapter explains predator-prey model. The second chapter describes known example application of the model in nature to the evolution of the population snowshoe hare and Canadian lynx. Next chapters deal with the application of the model in practice in the labor market and the oil market. The last part is focused on the programming model in MATLAB using the GUIDE tool.

## **KEYWORDS**

Predator-prey model, MATLAB, unemployment, crude oil

# OBSAH

ÚVOD.....	11
1 MODEL KOŘIST-DRAVEC.....	13
1.1 KLASICKÝ LOTKŮV-VOLTERRŮV MODEL SPOLEČENSTVA KOŘIST-DRAVEC.....	14
1.2 DALŠÍ ODVOZENÉ MODELY TYPU DRAVEC-KOŘIST.....	16
1.2.1 Model s vnitrodruhovou konkurencí populace kořisti.....	16
1.2.2 Modely dravec-kořist Gauseho typu.....	17
2 PŘÍKLAD KANADSKÉHO RYSA A ZAJÍCE MĚNIVÉHO.....	20
2.1 O KANADSKÉM RYSOVI A ZAJÍCI MĚNIVÉM.....	20
2.2 MODEL KOŘIST-DRAVEC.....	21
2.2.1 Vstupní data.....	21
2.2.2 Odhad parametrů modelu.....	22
2.2.3 Výsledky.....	29
3 MODEL KOŘIST-DRAVEC A (NE)ZAMĚSTNANOST.....	31
3.1 O (NE)ZAMĚSTNANOSTI.....	31
3.1.1 Význam práce v životě člověka.....	31
3.1.2 Dělení obyvatelstva.....	31
3.1.3 Trh práce.....	32
3.1.4 Nezaměstnanost.....	32
3.1.5 Typy nezaměstnanosti.....	33
3.1.6 Zaměstnanost.....	34
3.2 MĚŘENÍ (NE)ZAMĚSTNANOSTI.....	34
3.2.1 Míra nezaměstnanosti.....	34
3.2.2 Míra zaměstnanosti.....	36
3.2.3 Odměna za práci.....	37
3.3 MODEL KOŘIST-DRAVEC.....	38
3.3.1 Goodwinnův model.....	38
3.3.2 Vstupní data.....	41
3.3.3 Odhad parametrů modelu.....	42
3.3.4 Výsledky.....	44
3.3.5 Změny parametrů modelu.....	46
4 MODEL KOŘIST-DRAVEC A ROPA.....	47
4.1 O ROPĚ.....	47
4.1.1 Význam ropy.....	47
4.1.2 Ropné krize.....	48
4.2 MODEL KOŘIST-DRAVEC.....	50
4.2.1 Vstupní data.....	50



4.2.2	<i>Odhad parametrů modelu</i> .....	51
4.2.3	<i>Výsledky</i> .....	53
5	ZPRACOVÁNÍ V MATLABU .....	54
5.1	TVORBA GUI.....	54
5.2	PROGRAMOVÁNÍ V M-FILE .....	58
	ZÁVĚR .....	66
	POUŽITÁ LITERATURA .....	68
	SEZNAM PŘÍLOH.....	72

## SEZNAM ILUSTRACÍ:

Obrázek 1:Vývoj populace dravce a kořisti v čase .....	15
Obrázek 2:Fázový graf modelu kořist-dravec .....	15
Obrázek 3:Kanadský rys lovící zajíce měnivého .....	20
Obrázek 4:Vývoj populace kanadských rysů a zajíců měnivých v letech 1900 – 1920 .....	21
Obrázek 5:Určení parametrů modelu (rys kanadský a zajíc měnivý) .....	25
Obrázek 6:Porovnání modelu se vstupními daty (derivační aproximační metoda) .....	26
Obrázek 7:Porovnání modelu se vstupními daty (přímá metoda).....	29
Obrázek 8:Vývoj populace kanadského rysa a zajíce měnivého v čase.....	30
Obrázek 9:Kanadský rys vs zajíc měnivý.....	30
Obrázek 10:Míra nezaměstnanosti SR v letech 1994 – 2011 .....	35
Obrázek 11:Míra zaměstnanosti v letech 1994 – 2011 .....	36
Obrázek 12:Index reálných mezd v letech 1994 – 2011 .....	37
Obrázek 13: Míra zaměstnanosti a podíl mezd na celkovém produktu .....	41
Obrázek 14:Určení parametrů modelu .....	42
Obrázek 15:Porovnání modelu se vstupními daty (derivační aproximační metoda) .....	43
Obrázek 16:Porovnání modelu se vstupními daty (přímá metoda).....	44
Obrázek 17:Míra zaměstnanosti vs podíl mezd na celkovém produktu.....	45
Obrázek 18:Model kořist-dravec, index reálné mzdy – míra zaměstnanosti.....	45
Obrázek 19:Co se vyrábí z ropy.....	47
Obrázek 20:Vývoj ceny ropy v letech 1970 – 2010.....	50
Obrázek 21:Vývoj produkce ropy v letech 1970 – 2010.....	50
Obrázek 22:Určení parametrů modelu (ropa).....	51
Obrázek 23:Porovnání modelu kořist-dravec se vstupními daty .....	52
Obrázek 24:Porovnání modelu kořist-dravec se vstupními daty .....	53
Obrázek 25:Okno GUIDE Quick start .....	54
Obrázek 26:Pracovní plocha GUIDE .....	55
Obrázek 27:Zarovnání objektů .....	56
Obrázek 28:Property Inspector .....	56
Obrázek 29:Hotové GUI programu.....	57
Obrázek 30:Chybová hlášení .....	60
Obrázek 31:Vývoj populace kořisti (vlevo) a vývoj populace dravce (vpravo).....	61
Obrázek 32:Zobrazení vývoje populace dravce a kořisti v čase.....	62

Obrázek 33:Zobrazení grafu se dvěma souřadnicemi y .....	64
Obrázek 34:Zobrazení fázového portréту .....	65
Obrázek 35:Změna parametru $a = 0,4771$ .....	Příloha A
Obrázek 36:Změna parametru $a = 0,6771$ .....	Příloha A
Obrázek 37:Změna parametru $b = 0,0013$ .....	Příloha A
Obrázek 38:Změna parametru $b = 0,0213$ .....	Příloha A
Obrázek 39:Změna parametru $c = 0,0089$ .....	Příloha A
Obrázek 40:Změna parametru $c = 0,0109$ .....	Příloha A
Obrázek 41:Změna parametru $r = 0,3996$ .....	Příloha A
Obrázek 42:Změna parametru $r = 0,5996$ .....	Příloha A

## **SEZNAM TABULEK:**

Tabulka 1: Vývoj populace kanadských rysů a zajců měnivých v letech 1900 – 1920 ..21	
Tabulka 2: Míra nezaměstnanosti SR v letech 1994 – 2011 .....35	
Tabulka 3: Míra zaměstnanosti v letech 1994 - 2011 .....36	
Tabulka 4: Index reálné mzdy v letech 1994 – 2011 .....37	
Tabulka 5: Míra zaměstnanosti a index reálných mezd v letech 1995 - 2011 .....41	
Tabulka 6: Vývoj cen ropy a produkce ropy ..... Příloha B	

## ÚVOD

V diplomové práci se budu zabývat modelem kořist-dravec. Jedná se o model vývoje dvou populací, z nichž jedna (dravec) se živí druhou (kořist). Předpokládá se, že se dravec živí jen jedním druhem kořisti a kořist je lovena pouze jedním druhem dravce. Pokud je nedostatečné množství kořisti, dravci budou vymírat hlady. Při malém množství dravců se naopak kořist začne množit a při dostatečném množství kořisti se začnou množit i dravci.

Tento jednoduchý model interakce mezi dravcem a kořistí poprvé navrhli americký matematik a biolog Alfred J. Lotka (1880-1949) a italský matematik Vito Volterra (1860-1940) nezávisle na sobě v letech 1925 a 1927. Model se nazývá model Lotky-Volterry. Od něj byly později odvozeny další, realističtější modely typu kořist-dravec.

Cílem této diplomové práce je aplikovat model kořist-dravec nejprve na známém biologickém příkladu a potom vybraném příkladu z ekonomického prostředí a model zpracovat v programovém prostředí MATLAB.

V první části své práce se zaměřím na vysvětlení teorie modelu kořist-dravec, která je potřebná pro pochopení problematiky. Dále také uvedu i některé další odvozené modely typu kořist-dravec.

Druhá kapitola bude věnována známému biologickému příkladu aplikace modelu kořist-dravec na populacích rysa kanadského a zajíce měnivého, kde v přibližně desetiletých cyklech dochází k výraznému kolísání četnosti obou populací.

Ve třetí kapitole se budu zabývat tématem zaměstnanosti a nezaměstnanosti. Dále bude uvedeno, jakým způsobem se zaměstnanost a nezaměstnanost měří. V následující části kapitoly představím Goodwinův model, který vyjadřuje vztah mezi skutečnou zaměstnaností a reálnou mzdou. Tento model odpovídá právě modelu Lotky-Volterry. Poté model kořist-dravec aplikuji na reálných datech - míře zaměstnanosti a podílu mezd na celkovém produktu.

Čtvrtá kapitola bude zaměřena opět na praktický příklad z ekonomického prostředí – aplikaci modelu kořist-dravec na trhu s ropou. Nejprve bude vysvětlen význam ropy, poté bude další část věnována tématu ropných krizí. Následující část této kapitoly už bude zaměřena na samotný model kořist-dravec. V závěru kapitoly budou popsány dosažené výsledky.

Poslední kapitola bude věnována zpracování modelu kořist-dravec v programovém prostředí MATLAB s využitím nástroje GUIDE, který je přímo součástí MATLABu.

# 1 MODEL KOŘIST-DRAVEC

Model kořist-dravec je modelem vývoje dvou populací, z nichž jedna (predátor) se živí druhou (kořist). Předpokládá se, že se dravec živí jen jedním typem kořisti, kořist je lovena pouze jedním typem dravce. Dravec v nepřítomnosti kořisti vymírá.

- $X_1 = X_1(t)$  - velikost populace (počet jedinců nebo hustota populace) kořisti v čase  $t$
- $X_2 = X_2(t)$  - velikost populace dravce v čase  $t$
- $\mu_1 = \mu_1(X_1)$  - specifická míra růstu populace kořisti
- $V = V(X_1, X_2)$  - množství kořisti ulovené jedním dravcem - závisí na velikosti populace predátora (konkurence mezi dravci) i na množství kořisti (při malém počtu kořisti je pro dravce těžší kořist nalézt a ulovit.)
- $\varepsilon$  - míra vymírání populace dravce,  $\varepsilon > 0$
- $\mu_2 = \mu_2(V)$  - míra porodnosti dravce (závislá na množství ulovené kořisti)

Pokud jsou v čase  $t$  velikost populace kořisti  $X_1(t)$  a dravce  $X_2(t)$ , pak v čase  $t + \Delta t$  jsou

$$\begin{aligned} X_1(t + \Delta t) &= X_1(t) + \mu_1(X_1(t))X_1(t)\Delta t - V(X_1(t), X_2(t))\Delta t \\ X_2(t + \Delta t) &= X_2(t) - \varepsilon X_2(t)\Delta t + \mu_2(V(X_1(t), X_2(t)))\Delta t \end{aligned} \quad (1)$$

$\mu_1(X_1(t))X_1(t)\Delta t$  označuje přírůstek (úbytek populace kořisti za čas  $\Delta t$ ,  $V(X_1(t), X_2(t))X_2(t)\Delta t$  představuje množství ulovené kořisti za čas  $\Delta t$ .

Předpokládá se, že funkce  $X_1(t), X_2(t)$  jsou diferencovatelné a funkce  $\mu_1, \mu_2$  a  $V$  spojité. Limitním přechodem  $\Delta t \rightarrow 0$  lze dostat z předchozí rovnice obecný model kořist-dravec

$$\begin{aligned} X_1' &= \mu_1(X_1)X_1 - V(X_1, X_2)X_2 \\ X_2' &= (-\varepsilon + \mu_2(V(X_1, X_2)))X_2 \end{aligned} \quad (2)$$

## 1.1 Klasický Lotkúv-Volterrúv model společenstva kořist-dravec

V modelu Lotky-Volterry se berou v úvahu dvě populace živočišných druhů. Jeden druh je potravou druhého druhu, nazývá se kořist. Druhý druh se nazývá dravec (predátor).

$X_1$  – velikost populace kořisti

$X_2$  – velikost populace dravce

$\varepsilon_1$  – střední rychlost růstu velikosti populace kořisti

$-\varepsilon_2$  – střední rychlost růstu velikosti populace dravce

Pro jednoduchost se předpokládá:

- že se dravec živí jenom kořistí a ničím jiným, bez kořisti by dravec vymřel, proto  $\varepsilon_2 > 0$
- že kořist má dostatečné množství potravy,  $\varepsilon_1 > 0$
- dravec s kořistí žijí izolovaně od ostatních živočichů.

Předpokládá se existence dvou kladných konstant,  $\gamma_1$  a  $\gamma_2$ . takových, že pro přírůstek  $\Delta X_1$  a  $\Delta X_2$  při přírůstku času  $\Delta t$  platí, že:

$$\begin{aligned}\Delta X_1 &= \varepsilon_1 X_1 \Delta t - \gamma_1 X_1 X_2 \Delta t \\ \Delta X_2 &= -\varepsilon_2 X_2 \Delta t + \gamma_2 X_1 X_2 \Delta t\end{aligned}\tag{3}$$

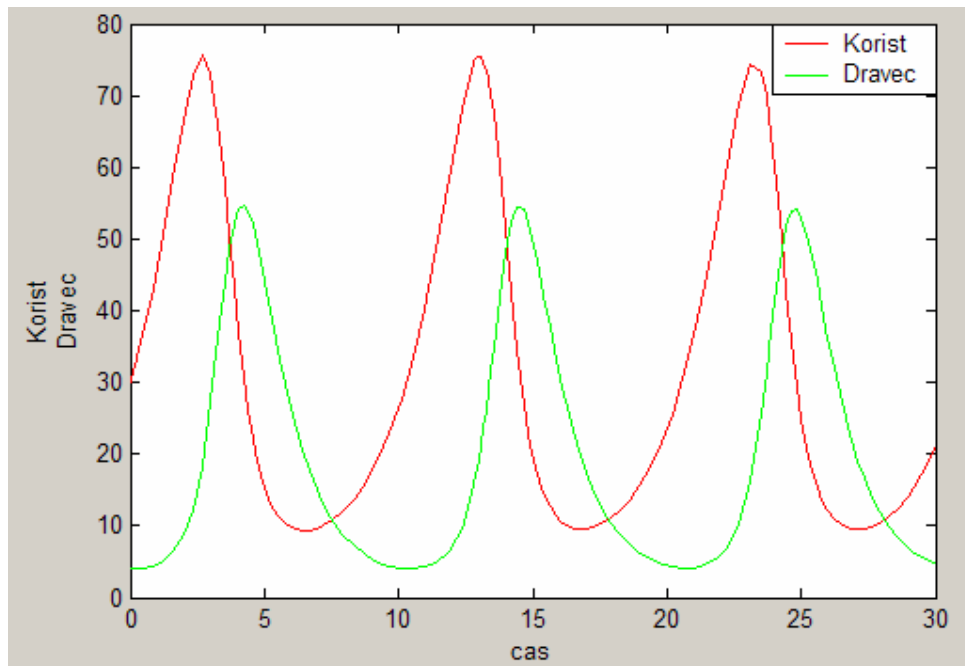
Kořist je konzumována dravcem, její úbytek je vyjádřen výrazem  $\gamma_1 X_1 X_2 \Delta t$ . Přírůstek predátora je vyjádřen výrazem  $\gamma_2 X_1 X_2 \Delta t$ . Podíl  $\gamma_1/\gamma_2$  vyjadřuje efektivnost přeměny jednotkového množství kořisti na jednotkové množství dravce.

Klasický model Lotky-Volterry má tvar:

$$\begin{aligned}X'_1 &= (\varepsilon_1 - \gamma_1 X_2) X_1 \\ X'_2 &= (-\varepsilon_2 + \gamma_2 X_1) X_2\end{aligned}\tag{4}$$

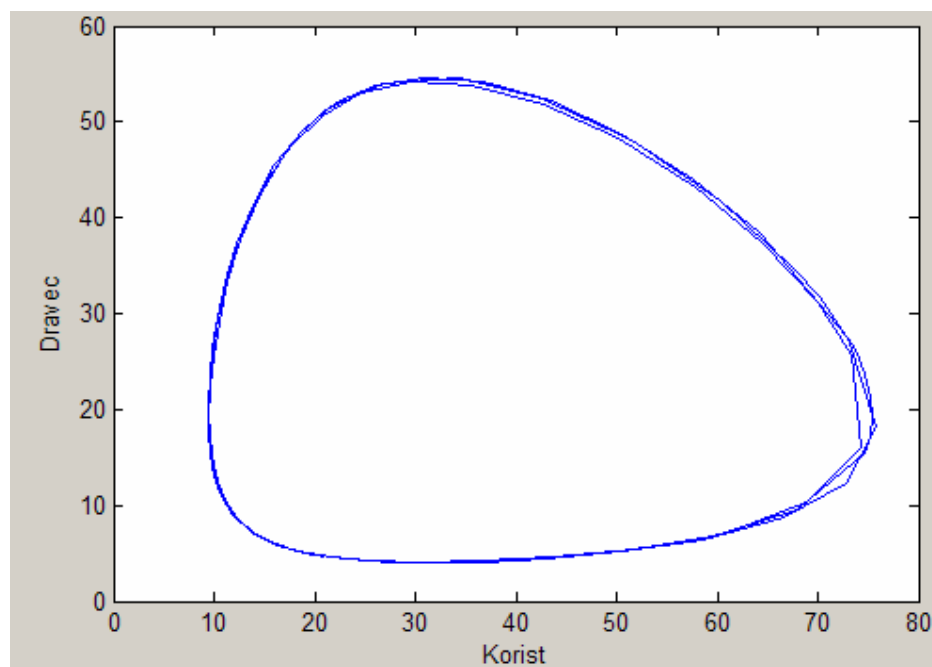
Následující grafy zobrazují vývoj populací dravce a kořisti v čase (obr. 1) a fázový graf – trajektorii soustavy diferenciálních rovnic modelu kořist-dravec. Na souřadnici x je zobrazena kořist a na souřadnici y se nachází dravec. (obr. 2)





**Obrázek 1:** Vývoj populace dravce a kořisti v čase

*Zdroj: Vlastní zpracování*



**Obrázek 2:** Fázový graf modelu kořist-dravec

*Zdroj: Vlastní zpracování*

## 1.2 Další odvozené modely typu dravec-kořist

### 1.2.1 Model s vnitrodruhovou konkurencí populace kořisti

U modelu Lotky-Volterra se předpokládá, že bez dravce poroste počet kořisti neomezeně. Díky omezenému množství potravy a omezenému prostoru to ale není možné. Proto se k předchozímu modelu přidává omezující člen.

$X_1$  – velikost populace kořisti

$X_2$  – velikost populace dravce

$\varepsilon_1$  – střední rychlost růstu velikosti populace kořisti

$-\varepsilon_2$  – střední rychlost růstu velikosti populace dravce

$\alpha$  – míra vnitrodruhové konkurence kořisti

$\gamma_1$  – specifická míra ničení populace kořisti dravcem

$\kappa$  – efektivnost přeměny zničené kořisti na populace dravce

Všechny uvedené konstanty jsou větší než nula. Pro  $\gamma_2 = \kappa\gamma_1$  má model tohoto společenstva tvar

$$\begin{aligned} X_1' &= (\varepsilon_1 - \alpha X_1 - \gamma_1 X_2) X_1 \\ X_2' &= (-\varepsilon_2 + \gamma_2 X_1) X_2 \end{aligned} \tag{5}$$

## 1.2.2 Modely dravec-kořist Gauseho typu

Předchozí modely mají určité nedostatky. Pokud by model Lotky-Volterra byl ovlivněn náhodnými vlivy, výsledkem by pak nebyly cykly. U modelu s vnitrodruhovou konkurencí populace kořisti se tento problém neobjevuje. Model ale nevysvětluje cyklické kolísání populací.

- ❖  $X_1 = X_1(t)$  - Velikost populace kořisti
- ❖  $X_2 = X_2(t)$  - Velikost populace dravce

Předpoklady:

- Přírůstek nebo úbytek kořisti je úměrný její velikosti. Pokud má populace kořisti  $X_1$  jedinců v čase  $t$ , v čase  $t + \Delta t$  bude velikost populace  $X_1 + \mu_1 X_1 \Delta t$ .  $\mu_1$  vyjadřuje specifickou míru růstu. Ta závisí pouze na velikosti populace -  $\mu_1 = \mu_1(X_1)$ .
- Dravec zničí během jednotky času  $V$  jedinců kořisti, za čas  $\Delta t$  zničí  $V\Delta t$  kořisti. Množství zabitých kořisti závisí na množství populace kořisti. Při větším množství kořisti se může kořist útokům dravce bránit, nebo naopak při nízkém počtu populace kořisti dravec musí kořist hledat. Dravci také mohou spolupracovat, nebo si naopak škodit, proto  $V = V(X_1, X_2)$ .
- Populace kořisti je jediným nebo hlavním zdrojem potravy dravce. Pokud vymře kořist, bude vymírat i populace dravce. Předpokládá se, že vymírání probíhá konstantní rychlostí  $\varepsilon_2 > 0$ . Pokud má populace dravce  $X_2$  jedinců v čase  $t$ , v čase  $t + \Delta t$  bude velikost populace  $X_2 - \varepsilon_2 X_2 \Delta t$ .
- Při dostatku kořisti se můžou dravci rozmnožovat.  $\mu_2 = \mu_2(V)$  Za jednotku času se dravci narodí  $\mu_2$  potomků. V čase  $\Delta t$  se dravci narodí  $\mu_2 X_2 \Delta t$  potomků.

$$\begin{aligned} X_1(t + \Delta t) &= X_1(t) + \mu_1(X_1(t))X_1(t)\Delta t - V(X_1(t), X_2(t))X_2(t)\Delta t \\ X_2(t + \Delta t) &= X_2(t) - \varepsilon_2 X_2(t)\Delta t + \mu_2 V(X_1(t), X_2(t))X_2(t)\Delta t \end{aligned} \quad (6)$$

Při předpokladu, že funkce  $X_1, X_2$  jsou diferencovatelné a funkce  $\mu_1, \mu_2$  spojité, dostaneme limitním přechodem  $\Delta t \rightarrow 0$  rovnice modelu:

$$\begin{aligned} X_1' &= \mu_1(X_1)X_1 - V(X_1, X_2)X_2 \\ X_2' &= [-\varepsilon_2 + \mu_2(V(X_1, X_2))]X_2 \end{aligned} \quad (7)$$

Určením funkcí  $\mu_1, \mu_2, V$  dostaneme konkrétní modely. Předpokládá se, že izolovaná populace kořisti se chová podle modelu  $\mu_1(X) = \varepsilon_1 \alpha X$  (Verhustlův model), kde  $\varepsilon_1, \alpha > 0$ . Dalším předpokladem je, že dravci při lovu kořisti nespolupracují, ani si navzájem neškodí.  $V = V(X_1)$  Růst populace predátora závisí na množství ulovené kořisti.  $\alpha_2(V) = \kappa V$  kde  $\kappa$  označuje, efektivnost přeměny kořisti na populaci dravce.

Za těchto předpokladů má model tvar:

$$\begin{aligned} X_1' &= (\varepsilon_1 - \alpha X_1)X_1 - V(X_1)X_2 \\ X_2' &= [-\varepsilon_2 + \kappa V(X_1)]X_2 \end{aligned} \quad (8)$$

Předpoklady funkce  $V(X_1)$ :

- $V(X_1)$  je spojitá
- $V$  je neklesající
- $V(0) = 0$
- $\lim_{N_1 \rightarrow \infty} V(X_1) = S$

Rozlišujeme 4 druhy výživových (trofických) funkcí:

1. Typ I – Pokud je dostatečné množství kořisti, množství ulovené kořisti odpovídá hladině nasycení dravce. Pokud je nedostatek kořisti, potom je množství ulovené kořisti přímo úměrné dostupnému množství kořisti. Výživová funkce je

$$\text{vyjádřena ve tvaru } V(x) \begin{cases} ax, x < \frac{S}{a} \\ S, x \geq \frac{S}{a} \end{cases}.$$

2. Typ II – konkávně roste a přibližuje se k hranici nasycení  $S$ . Je hladkou aproximací typu I. Výživová funkce je vyjádřena ve tvaru  $V(x) = S \frac{ax^k}{ax^k + 1}$ ,

$k > 1$ ,  $a$  je kladná konstanta.

3. Typ III – esovitá křivka, která je hladkou aproximací typu IV. Pokud je kořisti málo, dravec jí příliš neloví, k hladině nasycení  $S$  se pozvolna přibližuje. Dravec může mít i jiné zdroje potravy. Výživová funkce je vyjádřena ve tvaru

$$V(x) = S \frac{ax^k}{ax^k + 1}, \quad k \in (0, 1), \quad a \text{ je kladná konstanta.}$$

4. Typ IV – Pokud je kořisti málo, dravci jí neloví a začnou ji lovit, když její množství přesáhne určitou hranici.

$$V(x) \begin{cases} 0, x < \frac{b}{a} \\ ax - b, \frac{b}{a} \leq x \leq \frac{S+b}{a} \\ S, x > \frac{S+b}{a} \end{cases}$$

## 2 PŘÍKLAD KANADSKÉHO RYSA A ZAJÍCE MĚNIVÉHO

### 2.1 O kanadském rysovi a zajíci měnivém

Známým příkladem aplikace modelu kořist-dravec v přírodě je vztah mezi kanadským rysem a zajícem měnivým. Na tomto příkladu je zobrazeno, jak interakce mezi dravcem a jeho kořistí může ovlivnit populační dynamiku obou druhů.



Obrázek 3: Kanadský rys lovící zajíce měnivého

*Zdroj: [20]*

Kanadský rys se živí především zajíci měnivými. Dále se živí i hlodavci, ptáky, rybami a zesláblými jeleny a jinými kopytníky. Zajíc měnivý má v letním období hnědou až tmavě šedou srst. V zimním období má srst bílou. Kromě kanadských rysů loví zajíce i jiní dravci, například lišky.

Růst a pokles velikosti populace kanadského rysa závisí na velikosti populace zajíce měnivého a naopak. Pokud je hojné množství zajíců, dravci mají dostatek potravy a populace rysů roste. S velkým množstvím rysů, kteří loví zajíce, populace zajíců začne vymírat. Pokud poklesne množství zajíců, populace rysů začne z důvodu nedostatku potravy klesat nakonec také. Díky snížení populace rysů se zajíci budou moct množit a jejich populace poroste.

## 2.2 Model kořist-dravec

### 2.2.1 Vstupní data

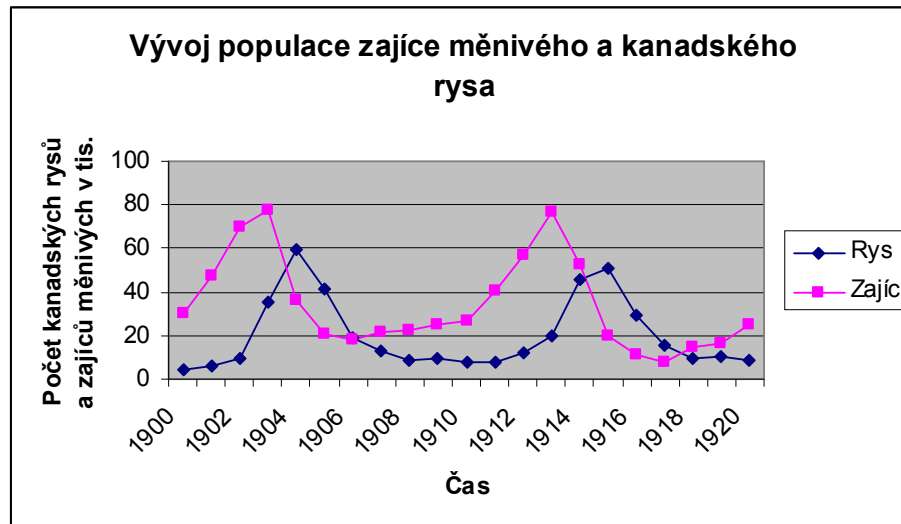
Vývoj počtu populací kanadského rysa a zajíce měnivého je sledován společností Hudson's Bay Company více než 200 let. V následující tabulce je zobrazen vývoj počtu kanadských rysů a zajíců měnivých v letech 1900 – 1920. Údaje jsou uvedeny v tisících kusů.

Tabulka 1: Vývoj populace kanadských rysů a zajců měnivých v letech 1900 – 1920 (v tis.)

Vývoj populace kanadských rysů a zajců měnivých v letech 1900 – 1920											
Rok	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908	1909	1910
Rys	4,0	6,1	9,8	35,2	59,4	41,7	19,0	13,0	8,3	9,1	7,4
Zajíc	30,0	47,2	70,2	77,4	36,3	20,6	18,1	21,4	22,0	25,4	27,1
Rok	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	
Rys	8,0	12,3	19,5	45,7	51,1	29,7	15,8	9,7	10,1	8,6	
Zajíc	40,3	57,0	76,6	52,3	19,5	11,2	7,6	14,6	16,2	24,7	

Zdroj: [12]

Vývoj populace kanadských rysů a zajíců měnivých ukazuje také obrázek č. 4.



Obrázek 4: Vývoj populace kanadských rysů a zajíců měnivých v letech 1900 – 1920

Zdroj: Vlastní zpracování

## 2.2.2 Odhad parametrů modelu

Rovnice (4) můžeme přepsat do tvaru:

$$\begin{aligned}X_1' &= \varepsilon_1 X_1 - \gamma_1 X_2 X_1 \\X_2' &= -\varepsilon_2 X_2 + \gamma_2 X_1 X_2\end{aligned}\tag{9}$$

Z důvodu jednoduššího zápisu parametr  $\varepsilon_1$  bude nahrazen parametrem  $a$ , parametr  $\gamma_1$  parametrem  $b$ , parametr  $-\varepsilon_2$  parametrem  $r$  a parametr  $\gamma_2$  parametrem  $c$ . Místo  $X_1$  bude dále v práci používáno  $x$  a místo  $X_2$   $y$ . Rovnice (9) pak můžeme zapsat jako

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - bxy \\ \frac{dy}{dt} &= -ry + cxy\end{aligned}\tag{10}$$

Aby bylo možné aplikovat model kořist-dravec na reálných datech, je potřeba znát jednotlivé parametry modelu. Parametry budou odhadnuty pomocí dvou metod – Derivační aproximační metody a poté byly upřesněny pomocí přímé metody. Metody jsou popsány v [12].

### Derivační aproximační metoda

V rovnicích (10)  $x(t)$  představuje populaci kořisti v čase  $t$  a  $y(t)$  představuje populaci dravce v čase  $t$ .  $-bxy$  odpovídá úmrtnosti kořisti v přítomnosti dravců a  $-cxy$  odpovídá množení dravců v přítomnosti kořisti.

Za předpokladu, že populace dravců není nulová, je možné rovnici dravce přepsat do tvaru:

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = -r + cx\tag{11}$$

Pokud považujeme  $\frac{1}{y} \frac{dy}{dt}$  za jednu proměnnou,  $c$  a  $r$  odpovídají posunu a směrnici

přímky. Abychom zjistili hodnoty daných parametrů, budou hodnoty  $\frac{1}{y} \frac{dy}{dt}$  proti  $x$



vykresleny v grafu a proloženy přímkou. Protože máme tabulku  $x$  a  $y$ , je třeba nalézt hodnoty  $\frac{1}{y} \frac{dy}{dt}$ . Derivace má tvar.

$$\frac{dy}{dt}(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{y(t+h) - y(t)}{h} \quad (12)$$

Podle Eulerovy metody pro numerické řešení diferenciálních rovnic pro dostatečně malé  $h$

$$\frac{dy}{dt}(t) \cong \frac{y(t+h) - y(t)}{h} \quad (13)$$

se nazývá dopředná diference prvního řádu.

Pomocí Taylorova rozvoje [12] vyjádříme

$$\frac{f(t+h) - f(t)}{h} = f'(t) + \frac{f''(t)}{2}h + \frac{f'''(t)}{3!}h^2 + \dots \quad (14)$$

Zde je vidět, že chyba v přiblížení je úměrná hodnotě  $h$ . Proto dopřednou diferenci vyjádříme jako

$$f'(t) = \frac{f(t+h) - f(t)}{h} + O(|h|) \quad (15)$$

kde  $O(|h|)$  vyjadřuje chybu. Z důvodu vyšší přesnosti nahradíme derivaci centrální diferencí

$$f'(t) = \frac{f(t+h) - f(t-h)}{2h} + O(h^2) \quad (16)$$

Předpokládáme, že  $h$  není velmi malé číslo, ale je 1.

$$\frac{1}{y(t)} \frac{dy}{dt}(t) \cong \frac{1}{y(t)} \frac{y(t+h) - y(t-h)}{2h} \quad (17)$$

Podle tohoto vzorce se vypočítají hodnoty  $\frac{1}{y} \frac{dy}{dt}$  pro každý rok. Podobným způsobem lze zjistit hodnoty  $i$  pro rovnici kořisti a poté soustavu rovnic řešit pomocí lineární regrese.

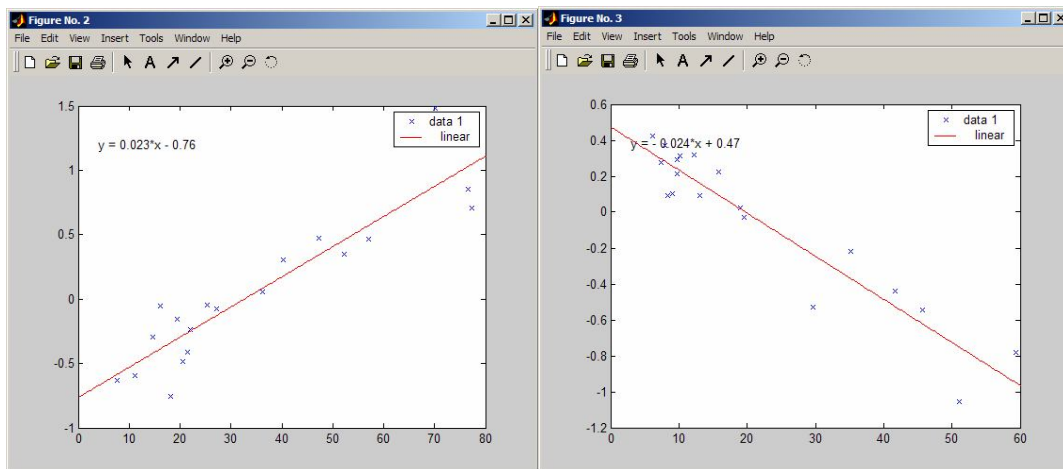
Následuje zápis v MATLABu.

```
1. % parametry.m
2. clear; % vymaže proměnné
3. clc; % vyprázdní obrazovku v matlabu
4. data; % načtení vstupních dat
5. % první graf slouží pro určení parametrů c, r
6. figure;
7. for i=1:(N-1)
8. X(i)=K(i+1);
9. Y(i)=(1/D(i+1))*(D(i+2)-D(i))/2;
10. end
11. plot(X,Y,'x');
12. pause;
13. % druhý graf slouží pro zjištění parametrů a, b
14. figure;
15. for i=1:(N-1)
16. X(i)= D(i+1);
17. Y(i)=(1/K(i+1))*(K(i+2)-K(i))/2;
18. end
19. plot(X,Y,'x');
```

Pro zobrazení přímek a rovnic s nalezenými parametry u jednotlivých grafů je třeba v okně grafu v nabídce Tools vybrat Basic Fitting a zaškrtnout Show equations (zobrazit rovnice) a linear.

$$R^2=0,8345$$

$$R^2=0,8818$$



Obrázek 5: Určení parametrů modelu (rys kanadský a zajíc měnivý)

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Parametry modelu získané derivační aproximační metodou jsou:

- $a = 0,47$
- $b = 0,024$
- $c = 0,023$
- $r = 0,76$

Soubor lv.m obsahuje rovnice Lotky-Volterry a parametry  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $r$  získané z předchozího kroku.

```
1. % lv.m
2. function yprime = lv(t,y)
3. % definice funkce
4. global a; global b; global c; global r;
5. % definice globálních proměnných
6. r = 0.76; c = 0.023; b = 0.024; a = 0.47;
7. % parametry získané z předchozích kroků
8. yprime = [a*y(1)-b*y(1)*y(2); -r*y(2)+c*y(1)*y(2)];
9. % rovnice Lotka-Volterra
```

Funkce ODE45 v M-filu graf1.m slouží k numerickému řešení rovnic, dále se pomocí funkce graf vykreslí graf pro daný model.

```

1. % graf1.m
2. % graf lotka-volterra se získanými parametry a, b, c, r.
3. [t,y]=ode45(@lv,[1 (N+1)],[K(1) D(1)]);
4. years=1:(N+1);
5. graf(t,y,years); % funkce graf

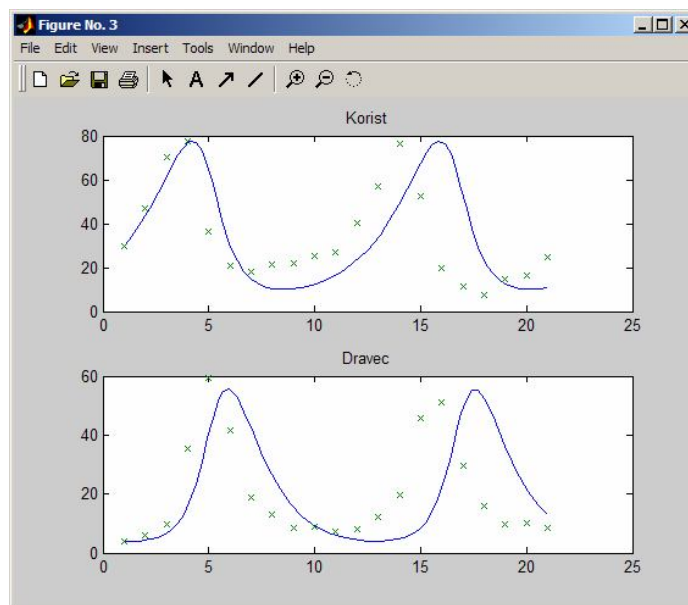
```

Následující funkce slouží pro vykreslení grafu modelu kořist-dravec v čase. Kromě modelu jsou zde také zobrazena původní vstupní data pro porovnání.

```

1. % graf.m
2. function graf(t,y,years) % definice funkce
3. data;
4. figure; % nové okno grafu
5. subplot(2,1,1); % první část grafu
6. plot(t,y(:,1),years,K,'x'); % graf kořisti se vstupními daty
7. title('Korist'); % nadpis prvního grafu
8. subplot(2,1,2); % druhá část grafu
9. plot(t,y(:,2),years,D,'x'); % graf dravce se vstupními daty
10. title('Dravec'); % nadpis druhého grafu

```



Obrázek 6: Porovnání modelu se vstupními daty (derivační aproximační metoda)

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Na tomto grafu je možné porovnat model s parametry získanými derivační aproximační metodou se vstupními daty.

Výhodou této metody je, že její výpočetní čas je nízký, nevýhodou je ale menší přesnost. Proto bude využita další metoda pro nalezení vhodnějších parametrů.

### Přímá metoda

Rovnice Lotky-Volterra je možné přepsat do tvaru

$$\begin{aligned} y_1' &= p_1 y_1 - p_2 y_1 y_2 \\ y_2' &= -p_4 y_2 + p_3 y_1 y_2 \end{aligned} \quad (18)$$

kde  $\mathbf{p}$  je vektor parametrů a parametr  $\mathbf{y}$  představuje velikost populace kořisti a dravce. Potom lze odhadnout optimální hodnoty parametru  $\mathbf{p}$  minimalizací chyby.

$$E(\mathbf{p}) = \sum_{j=1}^k |\mathbf{y}(t_j; \mathbf{p}) - \mathbf{y}_j|^2 \quad (19)$$

V souboru lvpe.m jsou opět definovány rovnice Lotky-Volterra, tentokrát s vektorem parametrů  $\mathbf{p}$ .  $y(1)$  představuje populaci dravce,  $y(2)$  je populace kořisti. Vektor parametrů  $p(1)$ ,  $p(2)$ ,  $p(3)$ ,  $p(4)$  odpovídá parametrům  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ .

```

1. % lvpe.m
2. function value = lvpe(t,y,p) % definice
   funkce
3. % odhad parametrů p(1)=a, p(2) = b, p(3) = c, p(4) = d.
4. value=[p(1)*y(1)-p(2)*y(1)*y(2);-p(4)*y(2)+p(3)*y(1)*y(2)]; % rovnice
   Lotka-Volterra

```

M-file lvpe.m má na vstupu vektor parametrů  $\mathbf{p}$  a na výstupu vrací čtvercovou chybu  $E(\mathbf{p})$ . Funkce ODE45 slouží k numerickému řešení dynamického systému, využívá jednokrokovou metodu Runge-Kutta.

```

1. % lverr.m
2. function error = lverr(p)
3. clear y;
4. data;
5. years = 0:N;
6. [t,y] = ode45(@lvpe,years,[K(1);D(1)],[],p);
7. value = (y(:,1)-K').^2+(y(:,2)-D').^2;
8. error = sum(value);

```

Nakonec soubor lvperun.m minimalizuje funkci definovanou v souboru lverr.m pomocí funkce fminsearch(), která je zabudovanou součástí MATLABu. Funkce fminsearch() se využívá k optimalizaci, hledá minimum skalární funkce více proměnných.

```

1. % lvperun.m
2. global a; global b; global c; global r;
3. par = [a; b; c; r];
4. [p,error]=fminsearch(@lverr, par)
5. [t,y]=ode45(@lvpe,[0,N],[K(1); D(1)],[],p);
6. years = 0:N;
7. graf(t,y,years); % funkce graf

```

V MATLABu se vypíše vektor p představující jednotlivé parametry a výsledná chyba.

```

>> lvperun
p =
    0.5471
    0.0281
    0.0266
    0.8439
error =
    754.3267

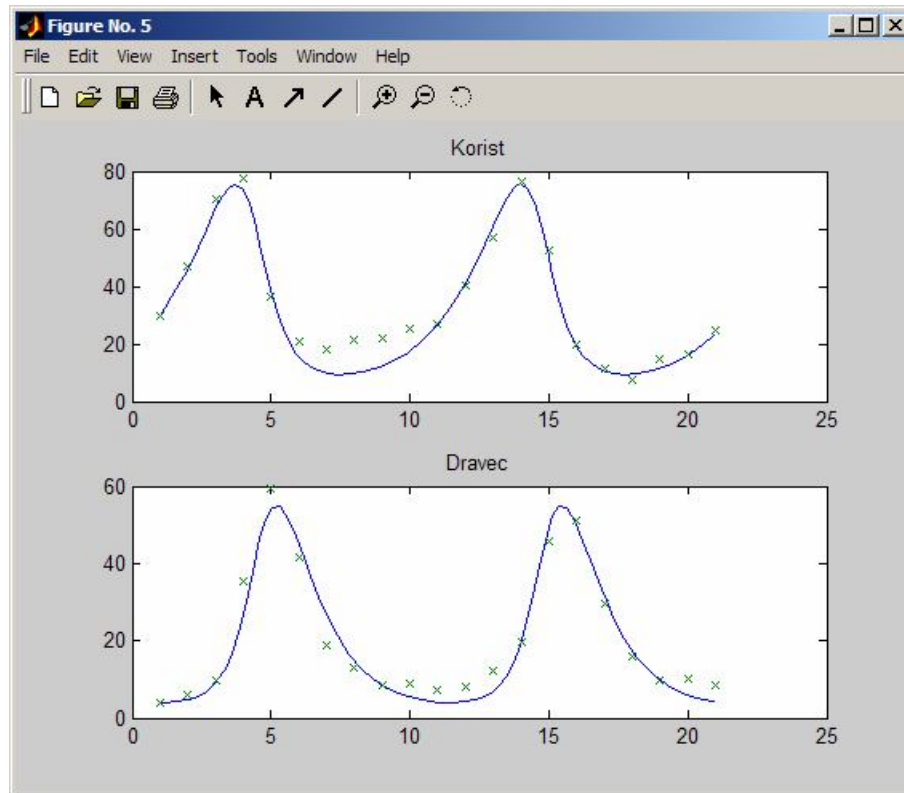
```

Parametry získané přímou metodou jsou tedy:

- a = 0,5486
- b = 0,0283
- c = 0,0264
- r = 0,8375

### 2.2.3 Výsledky

Jak je vidět v grafu č. 7, model s nalezenými parametry odpovídá vstupním datům. Ve srovnání s grafem č. 6 jsou parametry získané přímou metodou přesnější, než parametry získané derivační aproximační metodou.



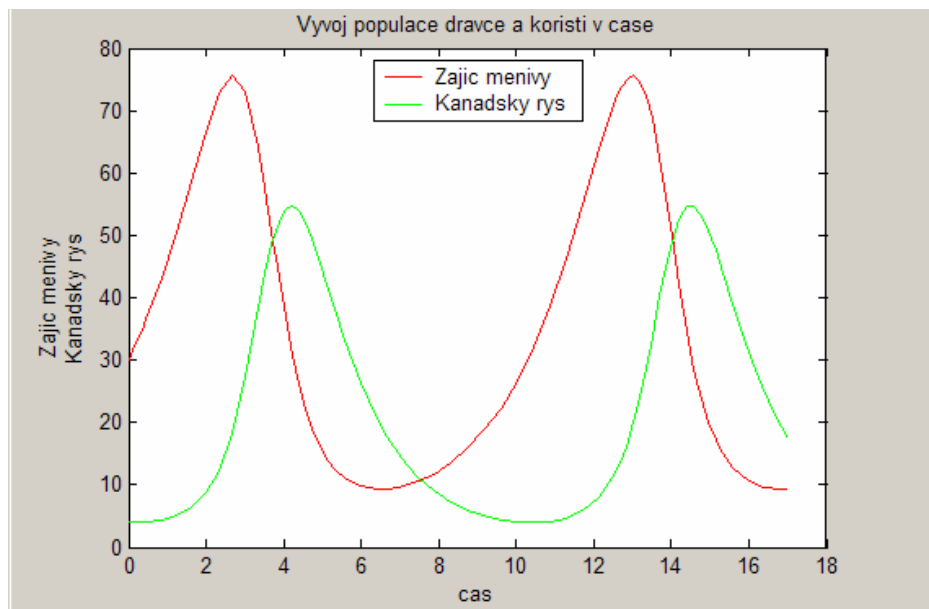
Obrázek 7: Porovnání modelu se vstupními daty (přímá metoda)

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Rovnice Lotky-Volterra s nalezenými parametry mají tvar

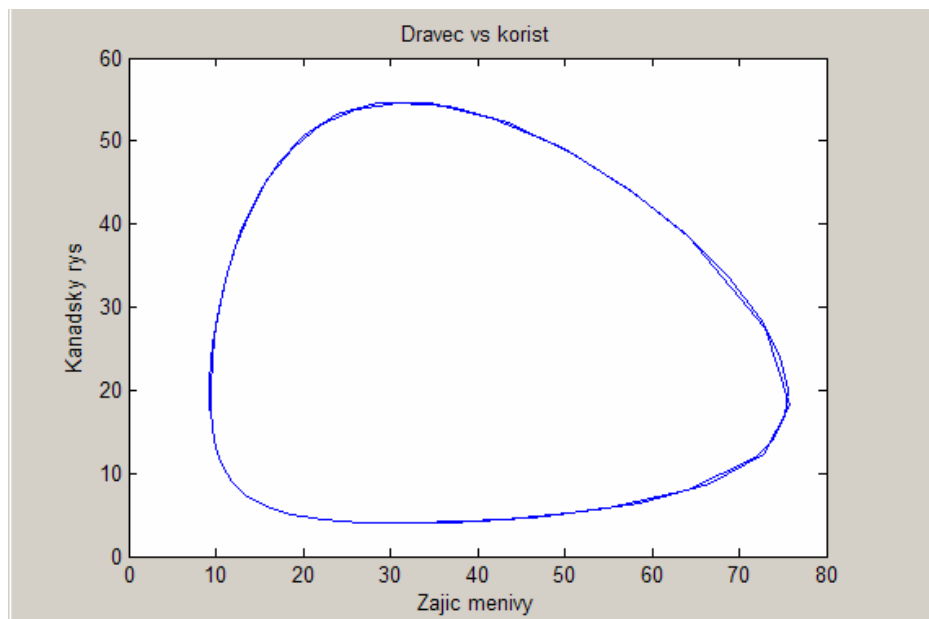
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 0,5486x - 0,0283xy \\ \frac{dy}{dt} &= -0,8375y + 0,0264xy\end{aligned}\tag{20}$$

Výsledný model kořist-dravec je zobrazen v následujících grafech.



**Obrázek 8:** Vývoj populace kanadského rysa a zajíce měnivého v čase

*Zdroj: Vlastní zpracování*



**Obrázek 9:** Kanadský rys vs zajíc měnivý

*Zdroj: Vlastní zpracování*



## **3 MODEL KOŘIST-DRAVEC A (NE)ZAMĚSTNANOST**

### **3.1 O (ne)zaměstnanosti**

#### **3.1.1 Význam práce v životě člověka**

Práce hraje v životě člověka důležitou roli. Neslouží často pouze jako zdroj příjmů, ale přináší člověku i pocit uspokojení z toho, že dělá něco smysluplného, užitečného, radost z dobře odvedené práce. V práci člověk může uplatňovat svoje získané znalosti a zkušenosti a může se dále rozvíjet, získávat nové dovednosti. V zaměstnání se člověk setkává s dalšími lidmi, se kterými může komunikovat, najít si mezi nimi přátele. S danou pracovní pozicí může být spojena i určitá prestiž.

#### **3.1.2 Dělení obyvatelstva**

Aby bylo možné přesně vymezit, kdo patří do skupiny zaměstnaných a kdo do skupiny nezaměstnaných osob, je třeba rozdělit obyvatelstvo do dvou skupin:

1. Ekonomicky aktivní obyvatelstvo představuje pracovní sílu. Jsou to lidé ve věku od 15 let. Ekonomicky aktivní obyvatelstvo se dále dělí na zaměstnané a nezaměstnané.
  - a. Za zaměstnané jsou považovány všechny osoby starší 15-ti let, které během referenčního období příslušely mezi placené zaměstnance, příslušníky armády nebo osoby zaměstnané ve vlastním podniku.[8]
  - b. Za nezaměstnané jsou podle definice ILO (Mezinárodní organizace práce) považovány osoby, které splňují následující podmínky:
    - jsou starší než 15 let,
    - nemají zaměstnání ani nevykonávají samostatnou výdělečnou činnost,
    - aktivně hledají zaměstnání,
    - jsou připraveni nastoupit do zaměstnání nejpozději do 14 dní.

2. Za neaktivní obyvatelstvo se považují děti ve věku 0 – 14 let a osoby v důchodu. Patří sem i osoby, které jsou v produktivním věku, ale práci z nějakého důvodu nehledají. Mohou sem například patřit ženy v domácnosti a jiní dobrovolně nezaměstnaní.

### **3.1.3 Trh práce**

Trh práce je místo, kde se střetává nabídka práce v podobě pracovníků hledajících práci a poptávka po práci v podobě zaměstnavatelů. Trh práce se dělí na primární a sekundární.

Primární trh práce – Trh práce nabízející lépe placené a výhodnější nabídky pracovních míst umožňující kariérní růst, lepší pracovní podmínky a možnost zvyšování kvalifikace. Lidé nemění práci příliš často.

Sekundární trh práce – Na tomto trhu se obvykle objevují pracovní místa, která jsou hůře placená. Možnost kariérního růstu a možnost zvyšování kvalifikace je zde omezená. Je jednodušší nalezení pracovního místa, ale pracovní místa jsou méně stabilní.

### **3.1.4 Nezaměstnanost**

Nezaměstnanost je jedním z nejvýznamnějších makroekonomických ukazatelů. Je projevem nerovnováhy mezi nabídkou a poptávkou na trhu práce. Nabídku tvoří lidé nabízející svou práci, poptávka po práci je dána počtem pracovních míst. Pokud lidé nabízející svou práci nenachází uplatnění, jedná se o nezaměstnanost. Nezaměstnanost s sebou přináší spoustu negativních ekonomických a sociálních důsledků. (Např. podpory v nezaměstnanosti zatěžují státní rozpočet, v ekonomice se nevyrobí tolik, kolik by se vyrobit mohlo, nezaměstnanost ovlivňuje životní úroveň, rodinu, fyzické a psychické zdraví.)

Úroveň nezaměstnanosti, kdy je trh práce v rovnováze, se nazývá přirozená míra nezaměstnanosti. Přirozená míra nezaměstnanosti představuje dobrovolnou nezaměstnanost. Přirozená míra nezaměstnanosti se pohybuje přibližně kolem 2 - 3%. Snižování nezaměstnanosti pod tuto hranici není z ekonomického hlediska vhodné.

### 3.1.5 Typy nezaměstnanosti

Nezaměstnanost se člení na několik typů: [5]

- Frikční nezaměstnanost – představuje krátkodobou nezaměstnanost, která spočívá v přirozeném pohybu pracovníků na trhu práce. (např. při změně zaměstnání). Zahrnuje i sezónní nezaměstnanost.
- Sezónní nezaměstnanost – je součástí frikční nezaměstnanosti. Představuje nezaměstnanost, která vznikla vlivem změn v sezóně. Sezónní práce bývají např. v oblasti stavebnictví, zemědělství nebo cestovním ruchem.
- Strukturální nezaměstnanost – představuje nerovnováhu na trhu práce. Tato nerovnováha způsobuje strukturální změny v ekonomice, kdy některá odvětví zanikají a vznikají a rozvíjejí se jiná odvětví. Strukturální nezaměstnanost je způsobená rozdílem mezi požadavky na kvalifikaci pracovníků u volných pracovních míst a kvalifikací a vzděláním pracovníků hledajících práci. Je možné ji řešit rekvalifikací pracovníků.
- Cyklická nezaměstnanost – vyjadřuje rozdíl mezi přirozenou mírou nezaměstnanosti a skutečnou mírou nezaměstnanosti. Souvisí s hospodářským cyklem a poklesem ekonomické aktivity a poklesem poptávky po práci. Je to dlouhodobá nezaměstnanost.
- Skrytá nezaměstnanost – jedná se o lidi, kteří jsou nezaměstnaní, hledají práci, ale nejsou registrováni na úřadu práce. Například student denního studia hledající práci se nemůže registrovat na úřadu práce.

Nezaměstnanost se také dělí na dobrovolnou a nedobrovolnou.

Dobrovolně nezaměstnaní lidé nemají práci a pracovní místo ani nehledají a dávají přednost volnému času nebo jiné činnosti (péče o dítě nebo studium). Patří sem také lidé, kteří kdyby pracovali, měli by nízké příjmy a proto raději upřednostní volný čas a dávky od státu.

Nedobrovolně nezaměstnaní práci hledají, ale nedaří se jim práci najít.

Podle délky nezaměstnanosti se nezaměstnanost dále člení na dlouhodobou a krátkodobou. Za krátkodobou nezaměstnanost se považuje nezaměstnanost, která trvá méně než šest měsíců. Nezaměstnanost delší než šest měsíců představuje nezaměstnanost dlouhodobou.

Dlouhodobá nezaměstnanost nejčastěji postihuje

- Lidi s nízkým vzděláním
- Zdravotně postižené
- Ženy s malými dětmi
- Starší lidi nad 50 let
- Mladé lidi, absolventy

### **3.1.6 Zaměstnanost**

Za zaměstnané se považují všechny osoby patnáctileté a starší, obvykle bydlící na sledovaném území, které v průběhu referenčního týdne pracovaly alespoň 1 hodinu za mzdu, plat nebo jinou odměnu, nebo sice nebyly v práci, ale měly formální vztah k zaměstnání; hlavním kritériem pro zařazení mezi zaměstnané je tedy vyvíjení jakékoliv odměňované pracovní aktivity. [7]

## **3.2 Měření (ne)zaměstnanosti**

### **3.2.1 Míra nezaměstnanosti**

Nezaměstnanost se měří pomocí míry nezaměstnanosti. Tento ukazatel poměruje počet nezaměstnaných k počtu zaměstnaných i nezaměstnaných. Míra nezaměstnanosti je vyjádřena v %.

$$u = \frac{U}{L + U} * 100 \quad (21)$$

u - míra nezaměstnanosti

U - počet nezaměstnaných

L - počet zaměstnaných

Rozlišuje se obecná míra nezaměstnanosti a registrovaná míra nezaměstnanosti. Registrovaná míra nezaměstnanosti vychází z počtu uchazečů evidovaných na úřadu práce. V ČR registrovanou míru nezaměstnanosti zajišťuje Ministerstvo práce a sociálních věcí, v SR Ústředí práce, sociálních věcí a rodiny. U obecné míry nezaměstnanosti je číselník i jmenovatel vypočítán podle mezinárodních definic. V ČR obecnou míru nezaměstnanosti sleduje Český statistický úřad, v SR Statistický úřad Slovenské republiky.

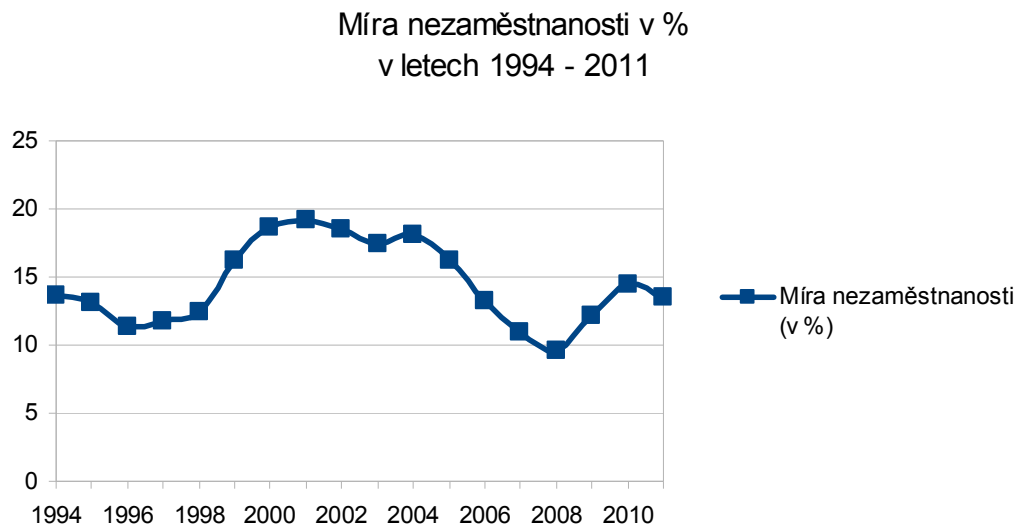
V následující tabulce se jedná o obecnou míru nezaměstnanosti.

**Tabulka 2: Míra nezaměstnanosti SR v letech 1994 – 2011**

Rok	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Míra nezaměstnanosti (v %)	13,7	13,1	11,3	11,8	12,5	16,2	18,6	19,2	18,5
Rok	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Míra nezaměstnanosti (v %)	17,4	18,1	16,2	13,3	11	9,6	12,1	14,4	13,5

*Zdroj:[37]*

V grafu je zobrazen vývoj míry nezaměstnanosti v SR od roku 1994 do roku 2011.



**Obrázek 10: Míra nezaměstnanosti SR v letech 1994 – 2011**

*Zdroj: Vlastní zpracování*

### 3.2.2 Míra zaměstnanosti

Míra zaměstnanosti poměří počet zaměstnaných k počtu zaměstnaných i nezaměstnaných. Míra zaměstnanosti je vyjádřena v %.

$$l = \frac{U}{L + U} * 100 \quad (22)$$

l - míra zaměstnanosti

U - počet nezaměstnaných

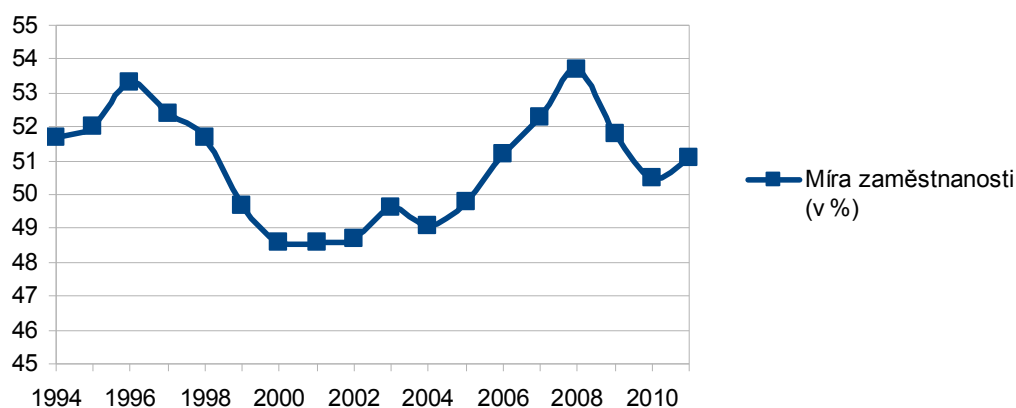
L - počet zaměstnaných

**Tabulka 3: Míra zaměstnanosti v letech 1994 - 2011**

Rok	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Míra zaměstnanosti (v %)	51,7	52	53,3	52,4	51,7	49,7	48,6	48,6	48,7
Rok	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Míra zaměstnanosti (v %)	49,6	49,1	49,8	51,2	52,3	53,7	51,8	50,5	51,1

*Zdroj: [37]*

Míra zaměstnanosti v %  
v letech 1994 - 2011



**Obrázek 11: Míra zaměstnanosti v letech 1994 – 2011**

*Zdroj: Vlastní zpracování*

### 3.2.3 Odměna za práci.

Jedním z důvodů, proč lidé pracují, je odměna za práci ve formě mzdy. Mzdou je myšlená jakákoliv odměna za práci. Nominální mzda představuje peněžní prostředky, které pracovník obdrží za vykonanou práci. Reálná mzda vyjadřuje, co si lze za tuto mzdu koupit. Úroveň reálné mzdy závisí na výši nominální mzdy a úrovni cen zboží a služeb.

„Mzda je peněžité plnění a plnění peněžité hodnoty (naturální mzda) poskytované zaměstnavatelem zaměstnanci za práci.“ [30]

Index reálné mzdy je vyjádřen podílem indexu nominální mzdy a indexu spotřebitelských cen. Udává se v %.

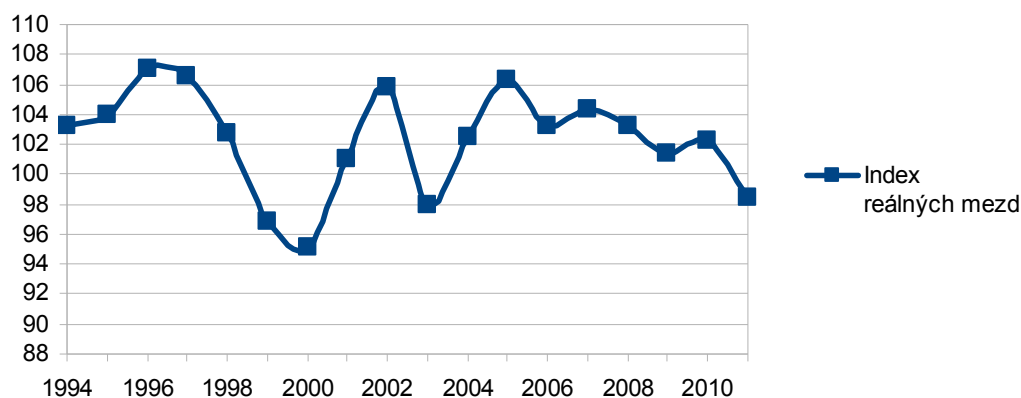
Index reálné mzdy = index nominální mzdy / index spotřebitelských cen \* 100

Tabulka 4: Index reálné mzdy v letech 1994 – 2011

Rok	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Index reálných mezd	103,2	104	107,1	106,6	102,7	96,9	95,1	101	106
Rok	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Index reálných mezd	98	102,5	106,3	103,3	104,3	103	101	102	98,4

Zdroj: [37]

Index reálných mezd  
v letech 1994 - 2011



Obrázek 12: Index reálných mezd v letech 1994 – 2011

Zdroj: Vlastní zpracování

### 3.3 Model kořist-dravec

#### 3.3.1 Goodwinův model

V roce 1967 americký matematik a ekonom Richard M. Goodwin představil model vyjadřující vztah mezi skutečnou zaměstnaností a reálnou mzdou. Tento model vychází právě z modelu kořist-dravec a rovnic Lotky-Volterra. V tomto modelu mzdy odpovídají predátorům a zaměstnanost kořisti.

V literatuře se objevují tři odlišné pohledy na chování ekonomických systémů. Podle prvních modelů jsou trhy stabilní. Po náhodném šoku se rovnováha obnoví. Pozdější modely předpokládají, že trhy jsou cyklické a rovnováhu vyjadřují pohyby v minulosti. Od počátku moderní statistické metody ekonomové předpokládali, že díky náhodným šokům dochází k něčemu, co může být považováno za náhodné chování.

Tyto tři typy chování, které se mohou zdánlivě vylučovat, jsou spojeny právě v Goodwinově modelu. Je možné, aby v ekonomice byla stabilní reálná mzda i reálná zaměstnanost, malé změny mohou způsobovat cyklické chování. Výraznější změny už mohou způsobit, že se ekonomika bude chovat poněkud chaoticky.

Pokud je úroveň zaměstnanosti vysoká, vyjednávací síla zaměstnaných pracovníků stoupne, porostou mzdy a zmenší se tedy zisky. Jak poklesnou zisky, bude nájímáno méně pracovníků a míra zaměstnanosti klesne. To povede opět ke zvýšení zisku. S vyšším ziskem bude nájímáno víc zaměstnanců, míra zaměstnanosti opět poroste.

Přestože recese může ovlivnit úroveň mezd i zaměstnanosti a naopak výkyvy v zaměstnanosti nebo v úrovni mezd mohou vést k recesi, tyto cykly není možné považovat za hospodářské cykly.



Předpoklady Goodwinova modelu jsou:

- $\sigma \approx \frac{K}{Y}$  - kapitálový koeficient, kde  $K$  představuje kapitál a  $Y$  představuje výstup. Je konstantní.
- $a \approx \frac{Y}{L}$  - produktivita práce, produktivita práce roste exponenciálně s exponenciálním růstem  $\alpha$ .

Výstup je vyjádřen produkční funkcí

$$Y = F(K, L) = \min\left(\frac{1}{\sigma} K, aL\right), \quad (23)$$

kde  $Y$  je agregátní výstup,  $K$  představuje kapitál,  $L$  zaměstnanost,  $a$  je produktivita práce.  $\sigma$  je kapitálový koeficient, který je konstantní.

Za předpokladu, že

$$K = \sigma Y, Y = aL, \quad (24)$$

platí

$$\frac{Y'}{Y} = \frac{K'}{K} = \frac{Y - wL}{\sigma Y} = \frac{(1-u)}{\sigma}, \quad (25)$$

kde mzdový poměr je vyjádřen jako

$$u = \frac{wL}{Y} = \frac{w}{a}. \quad (26)$$

Dalším předpokladem je, že  $a$  je produktivita práce, která roste konstantní rychlostí měřenou parametrem  $\alpha$ ,  $N$  vyjadřuje velikost pracovní síly, jejíž konstantní přírůstek je vyjádřen parametrem  $\beta$ .

$$\frac{a'}{a} = \alpha, \frac{N'}{N} = \beta \quad (27)$$

Míra růstu reálného zaměstnání v průběhu času se rovná míře růstu zaměstnanosti minus tempo růstu pracovní síly.

$$\frac{v'}{v} = \frac{L'}{L} - \frac{N'}{N} = \frac{Y'}{Y} - \frac{a'}{a} - \frac{N'}{N} = \frac{1}{\sigma}(1-u) - \alpha - \beta \quad (28)$$

Dalším předpokladem je, že exponenciální růst reálných mezd  $w$  je rostoucí funkce úrovně zaměstnanosti

$$\frac{w'}{w} = f(v). \quad (29)$$

Pro tuto funkci platí  $f(0) < 0$ ,  $f'(v) > 0$  a  $f(v) \rightarrow \infty$  pro  $v \rightarrow 1$ . Byla odhadnuta pomocí lineární funkce.

$$f(v) = -\gamma + \rho v, \quad (30)$$

Kde  $\gamma$  a  $\rho$  jsou kladné konstanty. Pro mzdový poměr  $u$  pak platí

$$\frac{u'}{u} = \frac{w'}{w} - \frac{a'}{a} = f(v) - \alpha. \quad (31)$$

Dvě diferenciální rovnice pro  $u$  a  $v$  pak vypadají takto:

$$\begin{aligned} v' &= \left( \frac{1}{\sigma} - \alpha - \beta - \frac{1}{\sigma} u \right) v \\ u' &= (f(v) - \alpha) u \end{aligned} \quad (32)$$

Rovnice je možné přepsat do následujícího tvaru.

$$\begin{aligned} v' &= \left( \frac{1}{\sigma} - \alpha - \beta - \frac{1}{\sigma} u \right) v \\ u' &= (\rho v - \gamma - \alpha) u \end{aligned} \quad (33)$$

Tyto rovnice odpovídají rovnicím Lotky-Volterry.

### 3.3.2 Vstupní data

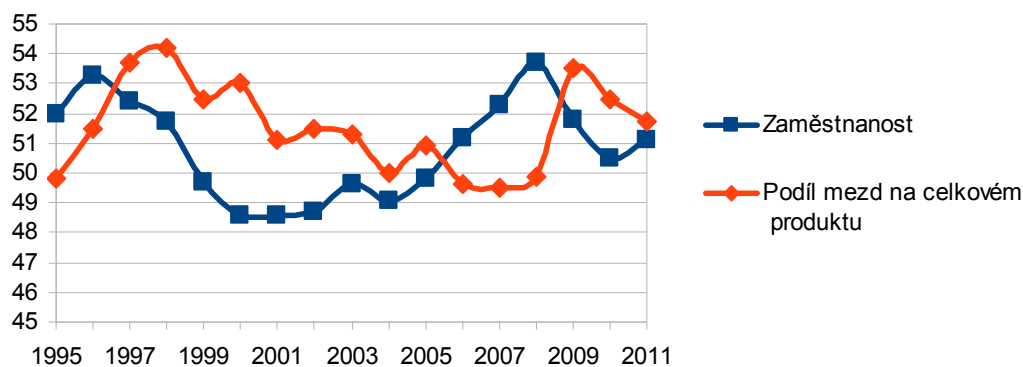
Aby bylo možné zpracovat model Kořist-dravec na reálném příkladu, je třeba znát vstupní data. Vstupními daty pro model kořist-dravec jsou míra zaměstnanosti (v %) a podíl mezd na celkovém produktu (v %) v letech 1995 – 2011. Data se týkají Slovenské Republiky. Jedná se o roční ukazatele.

**Tabulka 5: Míra zaměstnanosti a index reálných mezd v letech 1995 - 2011**

Rok	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Míra zaměstnanosti (v %)	52	53,3	52,4	51,7	49,7	48,6	48,6	48,7	49,6
Podíl mezd na celkovém produktu (v %)	49,8	51,5	53,7	54,2	52,5	53	51,1	51,5	51,3
Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	
Míra zaměstnanosti (v %)	49,1	49,8	51,2	52,3	53,7	51,8	50,5	51,1	
Podíl mezd na celkovém produktu (v %)	50	50,9	49,6	49,5	49,9	53,5	52,5	51,7	

*Zdroj: [37],[24]*

Míra zaměstnanosti a podíl mezd na celkovém produktu v letech 1995 - 2011



**Obrázek 13: Míra zaměstnanosti a podíl mezd na celkovém produktu**

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Následuje zadání vstupních dat zpracované v MATLABu. První soubor – data.m obsahuje vstupní data pro model kořist-dravec uvedená v tabulce. (tab. 5)

1. `% data.m`
2. `% Vstupní data pro model kořist-dravec`
3. `% D = dravec`
4. `% K = kořist`
5. `% N = počet let - 1.`
6. `D=[49.8 51.5 53.7 54.2 52.5 53 51.1 51.5 51.3 50 50.9 49.6 49.5 49.9 53.5 52.5`  
`51.7];`
7. `K=[52 53.3 52.4 51.7 49.7 48.6 48.6 48.7 49.6 49.1 49.8 51.2 52.3 53.7 51.8 50`  
`.5 51.1];`
8. `N = 16;`

K představuje kořist – míru zaměstnanosti, D je dravec – podíl mezd na celkovém produktu. N vyjadřuje počet let snížený o 1.

### 3.3.3 Odhad parametrů modelu

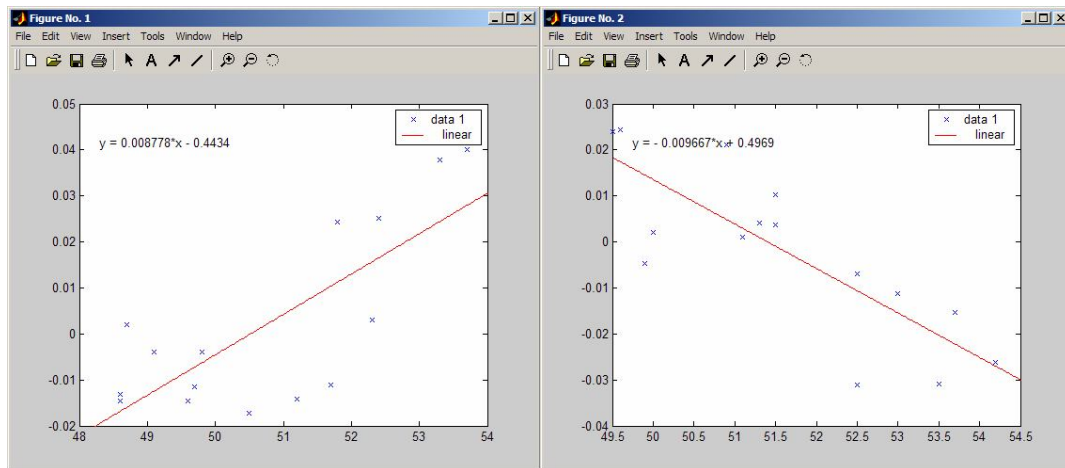
Podobně jako v předchozím příkladě bude pro získání parametrů využito derivační aproximační metody ke zjištění parametrů a poté přímé metody k jejich upřesnění.

#### Derivační aproximační metoda

Podobně jako v předchozím příkladě byly pomocí souboru parametry.m vykresleny následující grafy, ze kterých lze zjistit jednotlivé parametry modelu.

$$R^2=0,5788$$

$$R^2=0,6559$$



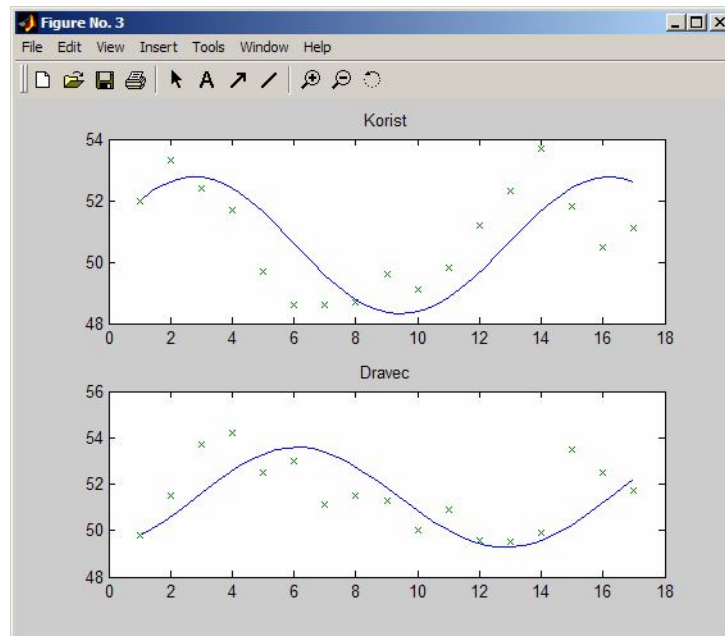
**Obrázek 14: Určení parametrů modelu**

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Těmito parametry jsou:

- $a = 0,4969$
- $b = 0,009667$
- $c = 0,008778$
- $r = 0,4434$

Získané parametry byly doplněny do souboru lv.m. V následujícím grafu je možné porovnat model s parametry získanými derivační aproximační metodou. Graf je možné zobrazit zadáním graf1.m v Command Window v MATLABu.



Obrázek 15: Porovnání modelu se vstupními daty (derivační aproximační metoda)

*Zdroj: Vlastní zpracování*

### Přímá metoda

Podobně jako v předchozím příkladu byly parametry ještě dále upřesněny pomocí přímé metody. Po zadání lvperun v Command Windows v MATLABu se vypočítaly nové parametry modelu a zobrazila se chyba.

```
>>lvperun
p =
    0.5771
    0.0113
    0.0099
    0.4996
error =
    25.3811
```

Hodnoty nalezených parametrů tedy jsou:

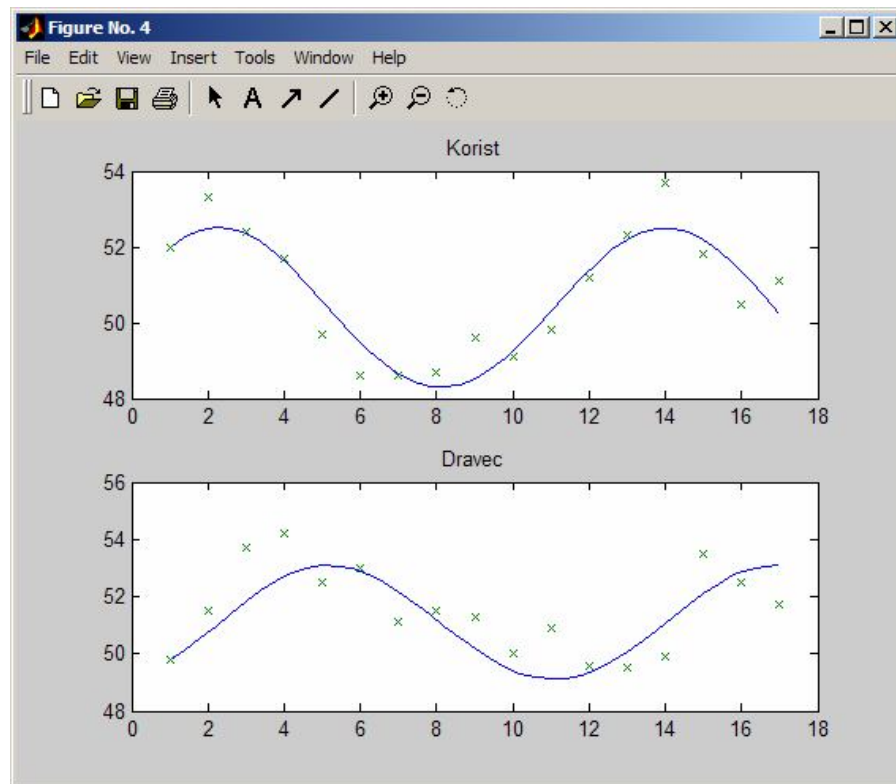
- $a = 0,5771$
- $b = 0,0113$
- $c = 0,0099$
- $r = 0,4996$

### 3.3.4 Výsledky

Model kořist-dravec má potom tvar:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 0,5771x - 0,0113xy \\ \frac{dy}{dt} &= -0,4996y + 0,0099xy\end{aligned}\tag{34}$$

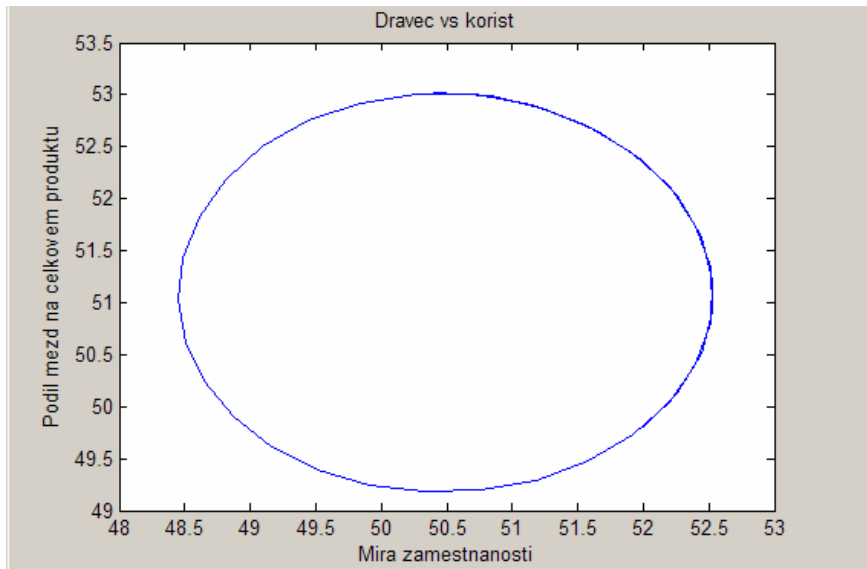
Obrázek č. 16 zobrazuje graf porovnávající model se získanými parametry se vstupními daty. Na obrázku je vidět, že nově získané parametry lépe odpovídají vstupním datům, než parametry získané derivační aproximační metodou. Model kořist-dravec s těmito vstupními daty funguje.



Obrázek 16: Porovnání modelu se vstupními daty (přímá metoda)

*Zdroj: Vlastní zpracování*

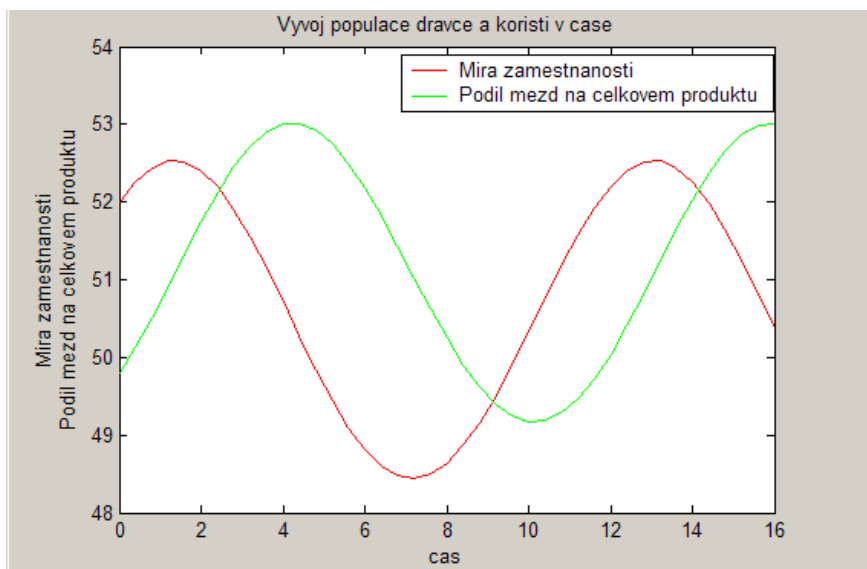
Graf č. 17 představuje fázový graf – trajektorii soustavy diferenciálních rovnic modelu kořist-dravec. Na souřadnici x je zobrazena kořist – míra zaměstnanosti a na souřadnici y se nachází dravec – podíl mezd na celkovém produktu.



**Obrázek 17:**Míra zaměstnanosti vs podíl mezd na celkovém produktu

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Na obrázku č. 18 je zobrazen model vývoje míry zaměstnanosti a podílu mezd na celkovém produktu v čase. Na grafech je možné si všimnout, že cyklus populace dravce je opožděný oproti cyklu populace kořisti.



**Obrázek 18:**Model kořist-dravec, index reálné mzdy – míra zaměstnanosti

*Zdroj: Vlastní zpracování*

### 3.3.5 Změny parametrů modelu

V příloze A je možné nalézt několik ukázek, jak se tento model změní, pokud se změní některý z parametrů v modelu.

V grafu č. 35 je zobrazen model, kde je parametr  $a$  snížený o 0,1. Hodnota parametru  $a = 0,4771$ . V grafu č. 36. je parametr  $a$  zvýšený o 0,1. Hodnota parametru  $a$  je tedy 0,6771.

V grafu č. 37 byl zvýšen parametr  $b$  o 0,01 na hodnotu 0,0013 a v grafu č. 38 byl parametr  $b$  naopak snížen o 0,01 na hodnotu 0,0213.

V grafu č. 39 byl zvýšen parametr  $c$  o 0,01 na hodnotu 0,0089, v grafu č. 40 je zobrazen model, kde byl parametr  $c$  naopak snížený o 0,01 na hodnotu 0,0213.

Podobně graf č. 41 zobrazuje model se sníženým parametrem  $d$  o 0,1 na hodnotu 0,3996 a graf č. 42 zobrazuje model s parametrem  $d = 0,5996$ .

Grafy byly vytvořeny využitím programu koristdravec vytvořeném v MATLABu, který bude popsán později. Zde je možné měnit jednotlivé parametry modelu libovolně podle potřeby. Kromě parametrů je také možné měnit počáteční hodnoty a čas.



## 4 MODEL KOŘIST-DRAVEC A ROPA

### 4.1 O ropě

#### 4.1.1 Význam ropy



Obrázek 19: Co se vyrábí z ropy

*Zdroj: [3]*

Jak je z obrázku patrné, ropa má velmi široké využití. Z ropy se získává nafta, petrolej, různé druhy benzínů, lehké i těžké ropné oleje. Dále se z ropy vyrábí asfalt nebo mazací oleje a plyny. (metan, propan-butan a další)

Během zpracování ropy vznikají různé petrochemikálie, mezi které patří například aceton, který se používá jako rozpouštědlo nebo k mytí a sušení skla. Fenol se využívá jako dezinfekce, nebo se z něj vyrábí prostředky k ochraně rostlin.

Dále během zpracovávání ropy vznikají aromatické uhlovodíky, mezi které patří například toluen, xyleny nebo benzen. Toluén má bohaté využití v mnoha oborech hospodářství. Slouží k výrobě barviv, lepidel, rozpouštědel, čistících prostředků, parfémů a také výbušnin. Dále se využívá při výrobě matrací, vybavení vozidel, oblečení, koberců, pneumatik a konzervačních prostředků v potravinářském průmyslu.

Xyleny se používají při výrobě umělých vláken nebo jako rozpouštědla. Z benzenu se také vyrábí rozpouštědla a dále slouží k výrobě umělých hmot, jako například polyester.

Z ropy se dále vyrábí kaučuk a latex, z nichž e dále vyrábí pneumatiky, domácí spotřebiče, nábytek, sportovní nářadí, a další produkty. Polyetylén a polypropylén slouží k výrobě nádobí, hraček, potravinářských obalů, izolaci kabelů, kapalin do vstřikovačů, atd.

Dalšími produkty z ropy jsou dusík, síra a kyslík v kapalné formě, které se pak používají v laboratořích, při výrobě léků, v potravinářském, papírenském, sklářském nebo hutnickém průmyslu. [3]

Ropa, často označovaná jako černé zlato, je důležitá nejen v chemickém průmyslu, ale nachází využití i v mnoha dalších odvětvích. Má významný vliv na celosvětovou ekonomiku.

#### **4.1.2 Ropné krize**

Ropné krize, neboli ropné šoky představují prudký nárůst cen ropy, ke kterému dojde, když poptávka po ropě převyší nabídku ropy. Nárůst cen ropy má pak dopad na ostatní odvětví a celou ekonomiku.

##### **První ropná krize**

První ropná krize nastala v roce 1973 v důsledku Jomkipurské války, kde proti sobě válčili Izrael, Egypt a Sýrie. Na podzim roku 1973 Organizace států vyvážejících ropu (OPEC), kterou ovládaly především arabské státy, snížila nabídku ropy a vyhlásila zákaz dovozu ropy do zemí podporujících Izrael. Za další příčinu je považováno odpoutání dolaru od zlatého standardu, které vedlo ke snížení hodnoty dolaru. Během půl roku se ceny zvýšily až čtyřnásobně na 12 dolarů za barel.

##### **Druhá ropná krize**

Druhá ropná krize nastala v roce 1979, kdy v Íránu došlo k revoluci a nový režim vyvážel méně ropy, než předchozí. Ostatní země OPEC svou těžbu zvýšily. Světová produkce poklesla jen o přibližně 4%, ale z důvodu velké paniky ceny výrazně vzrostly.

V roce 1979 byla cena 14 dolarů za barel a v roce 1981 dosáhla cena ropy až 35 dolarů za barel.

### **Třetí ropná krize**

V roce 1990 došlo ke krátkodobému zvýšení cen ropy v důsledku invaze Iráku do Kuvajtu a Války zálivu. Cena ropy z 15 dolarů za barel stoupla na 40 dolarů za barel.

### **Vývoj v posledních letech**

V polovině 90. let zasáhla Asijský trh recese. Došlo k velkému odlivu investic z asijských států. Po krizi tempo růstu spotřeby energie v asijských ekonomikách kleslo z 5,5% na 2,7%. OPEC zvýšila produkční kvóty. To spolu s nepříznivým ekonomickým vývojem spojeným s poklesem poptávky po ropě způsobily pokles cen ropy z 20,67 dolarů za barel v roce 1996 na 12,72 v roce 1998. Asijské ekonomiky se začaly zotavovat, důvěra investorů rostla a ceny rostly až do roku 2000. Do roku 2003 se cena americké lehké ropy pohybovala kolem 30 dolarů za barel.

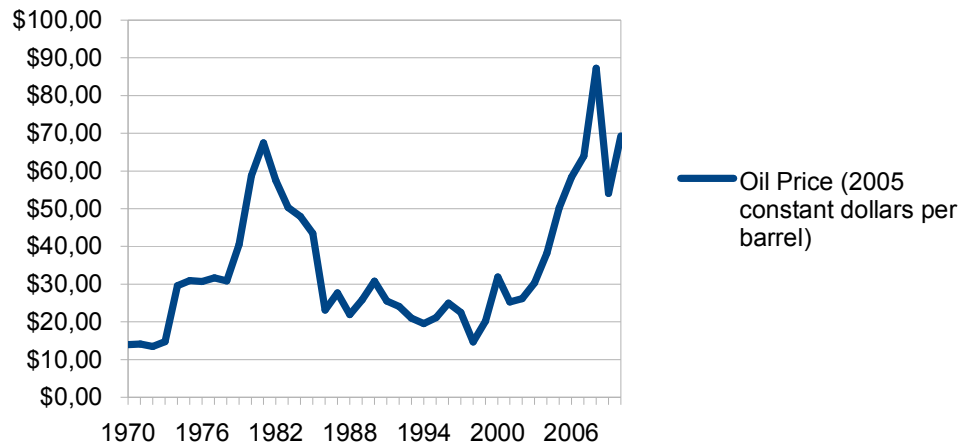
V nedávné době proběhla válka v Afganistanu a poté v Iráku. Během války v Afghánistánu došlo k poklesu cen ropy o 15%, přestože Afghánistán zdroje ropy nevlastní. Během války v Iráku, která začala v roce 2003 a následné okupaci, došlo k poklesu těžby ropy. Spolu s nízkými zásobami ropy v USA a dalších zemích a rostoucí poptávkou po ropě to způsobilo výrazný nárůst cen. Růst cen ropy dosáhl svého vrcholu v roce 2008. V roce 2009 naopak došlo k výraznému poklesu.

## 4.2 Model kořist-dravec

### 4.2.1 Vstupní data

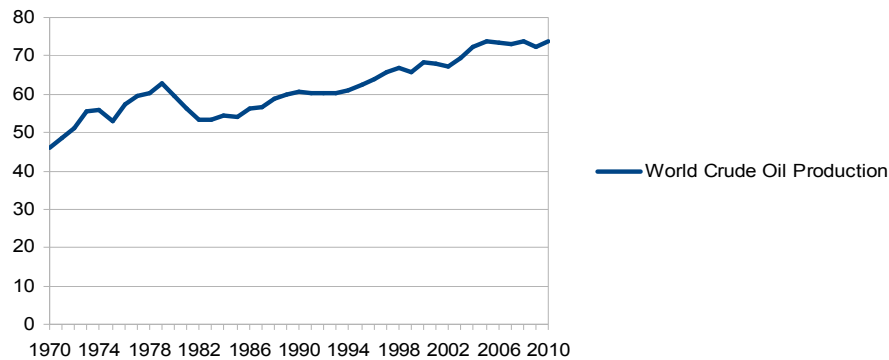
Tabulku se vstupními daty je možné nalézt v příloze B. Zdrojem dat týkajících se produkce ropy je. Zdrojem dat týkajících se cen ropy je [6], [23].

Na následujících grafech je zobrazen vývoj cen a produkce ropy v letech 1970 – 2010.



Obrázek 20: Vývoj ceny ropy v letech 1970 – 2010

*Zdroj: Vlastní zpracování*



Obrázek 21: Vývoj produkce ropy v letech 1970 – 2010

*Zdroj: Vlastní zpracování*

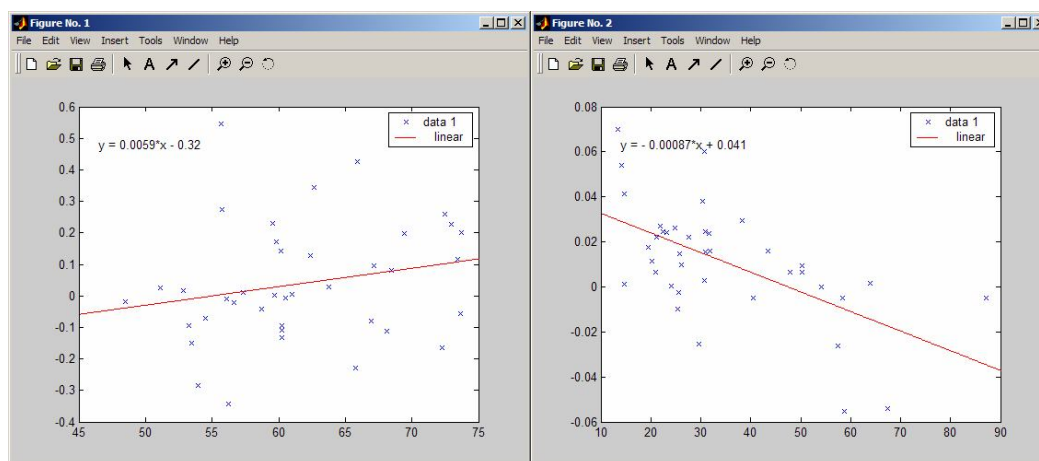
Vstupní data jsou do MATLABu zadána podobně jako v předchozím příkladu.

## 4.2.2 Odhad parametrů modelu

Podobným postupem jako v předchozích příkladech bude nejprve využito derivační aproximační metody pro odhad parametrů a přímé metody pro jejich upřesnění. V MATLABu se následující grafy zobrazí zadáním příkazu parametry v okně Command Window.

$$R^2=0,0473$$

$$R^2=0,3449$$



Obrázek 22: Určení parametrů modelu (ropa)

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Pomocí derivační aproximační metody byly zjištěny následující parametry:

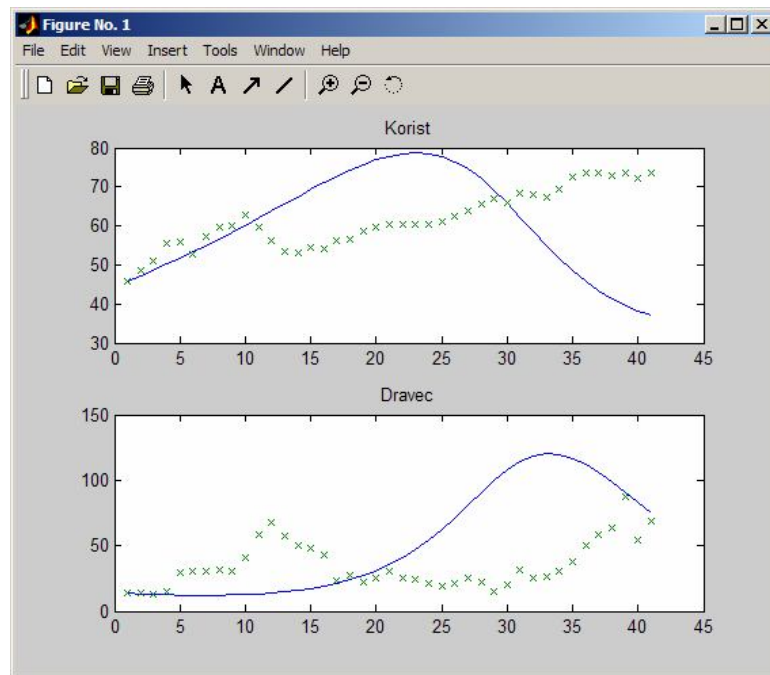
- $a = 0,041$
- $b = 0,00087$
- $c = 0,0059$
- $r = 0,32$

Tyto získané parametry byly zadány do souboru lv.m.

```
1. function yprime = lv(t,y) % definice funkce
2. global a; % definice globálních proměnných
3. global b;
4. global c;
5. global r;
6. r = 0.32; c = 0.0059; b = 0.00087; a = 0.041;
7. yprime = [a*y(1)-b*y(1)*y(2); -r*y(2)+c*y(1)*y(2)];
```

Kód souborů parametry.m, graf.m, graf1.m, lvpe.m, lverr.m a lvperun.m se shoduje s předchozími příklady. Po zadání graf1.m v Command Windows v MATLABu se

objeví graf, kde je možné porovnat model s parametry získanými pomocí derivační aproximační metody se vstupními daty. (obr. 23)



Obrázek 23: Porovnání modelu kořist-dravec se vstupními daty

*Zdroj: Vlastní zpracování*

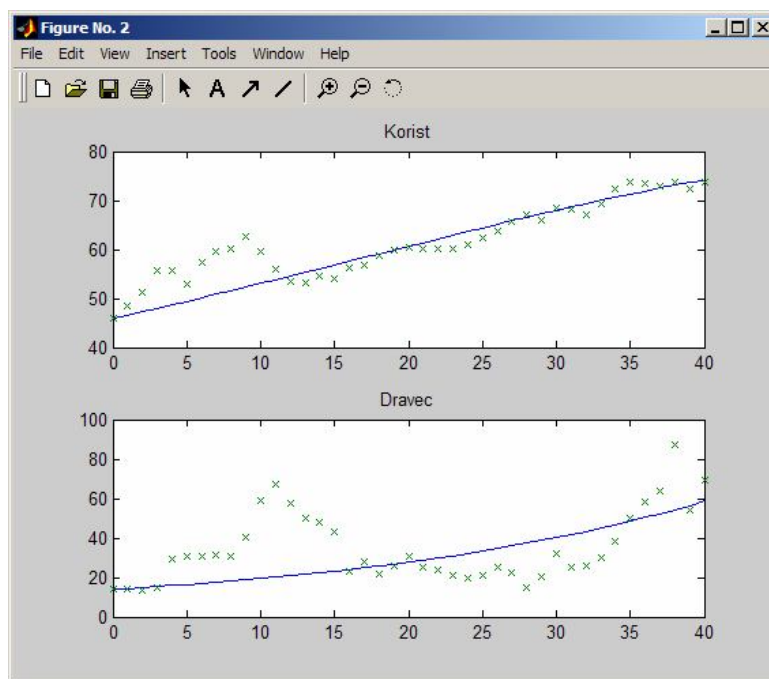
Z grafu je vidět, že se model od vstupních dat výrazně liší. Po spuštění `lvperun.m` se zobrazí parametry nalezené pomocí přímé metody.

```
>>lvperun
p =
    0.0176
    0.0002
    0.0002
   -0.0235
error =
    1.2863e+004
```

Parametry získané přímou metodou tedy jsou:

- $a = 0,0176$
- $b = 0,0002$
- $c = 0,0002$
- $r = -0,0235$

### 4.2.3 Výsledky



Obrázek 24: Porovnání modelu kořist-dravec se vstupními daty

*Zdroj: Vlastní zpracování*

V grafu č. 24 je možné porovnat model s parametry získanými přímou metodou se vstupními daty. Z porovnání grafů č. 23 a 24 vyplývá, že křivky modelu s parametry získanými přímou metodou se více přibližují vstupním datům než u modelu s parametry získanými derivační aproximační metodou. Data ale nemají cyklický charakter, jako předchozí modely. Parametr  $r$ , který byl získaný přímou metodou, vyšel jako záporné číslo. Jedním z předpokladů modelu Lotky-Volterra je, že parametry jsou kladná čísla. Proto je možné říct, že v tomto případě model kořist-dravec není možné použít.

To, že model kořist-dravec v tomto případě nefunguje, může být způsobeno vlivy různých politických rozhodnutí, omezením dovozu ropy, kvótami, kurzem dolaru, spekulacemi na trhu s ropou. Cenu i produkci ropy dále také významně ovlivňují válečné konflikty, především na blízkém východě. Tyto konflikty způsobují výpadky v těžbě ropy, komplikují zemím zasaženým válkou účastnit se mezinárodního obchodu. Trh s ropou mohou také ovlivňovat i přírodní katastrofy. Například v roce 2005 hurikán Katrina v Mexickém zálivu poškodil infrastrukturu, což neovlivnilo cenu nijak výrazně, ale k jejímu mírnému zvýšení v tomto období došlo.

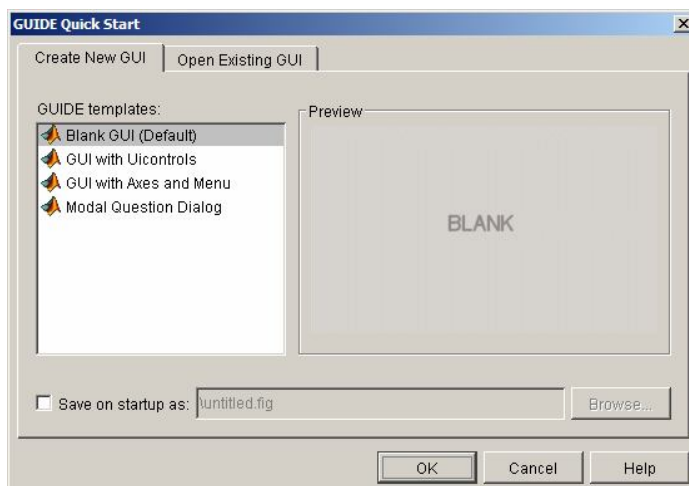
## 5 ZPRACOVÁNÍ V MATLABU

### 5.1 Tvorba GUI

MATLAB (MATrix LABoratory) patří mezi nejrozšířenější software sloužící pro technické výpočty, modelování, počítačovou simulaci, analýzu a prezentaci dat a k dalším účelům. Využívá se v mnoha různých oborech, uplatnění nachází ve firmách, výzkumných pracovištích i univerzitách. Aplikaci vyvíjí firma MathWorks. Na Internetu je dostupná rozsáhlá dokumentace ve formě pdf nebo online.

Nástroj GUIDE (Graphical User Interface Development Environment) je přímo součástí MATLABu, tento editor slouží k usnadnění tvorby GUI (grafické uživatelské rozhraní). Umožňuje vkládání, snadné rozmístění a nastavení různých grafických objektů, jako jsou například tlačítka, editovatelná pole, comboboxy, checkboxy, grafy. Zároveň se automaticky vytváří zdrojový kód.

Tento nástroj se spouští zadáním příkazu `guide` v command Windows přímo v MATLABu. Po zadání příkazu se objeví okno GUIDE Quick start.



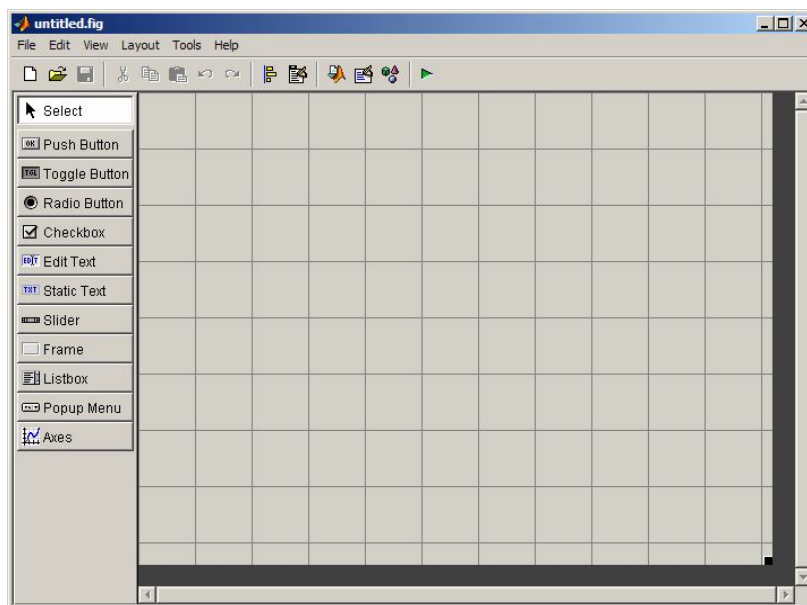
Obrázek 25: Okno GUIDE Quick start

*Zdroj: Vlastní zpracování*



V okně jsou dvě karty – tvorba nového GUI a otevření existujícího GUI. U tvorby nového GUI je několik možností. První možností je Blank GUI, které je prázdné, neobsahuje žádné vložené prvky. Další možnosti už obsahují předem vložené grafy, tlačítka, editovatelná pole a další prvky. Poslední z nabídky je předvytvořené dialogové okno.

Po volbě Blank GUI se zobrazí nové okno s názvem untitled.fig. Zde je možné pomocí ikon v levém panelu vkládat tlačítka, textová pole, grafy a další prvky a vytvořit tak potřebný návrh GUI.

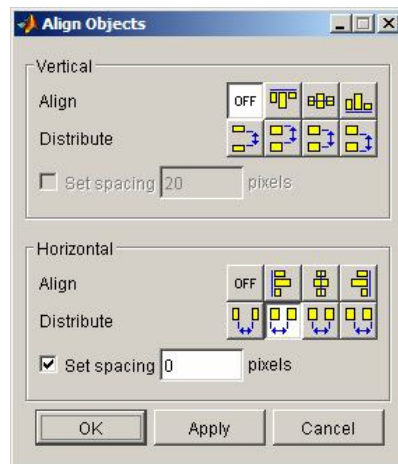


**Obrázek 26: Pracovní plocha GUIDE**

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Nejprve je třeba na plochu rozmístit jednotlivé objekty, které budou potřebné. V levé části okna je nabídka jednotlivých prvků, které je možné vkládat jednoduše přesunutím na plochu. Zde je lze přesouvat, měnit jejich velikost.

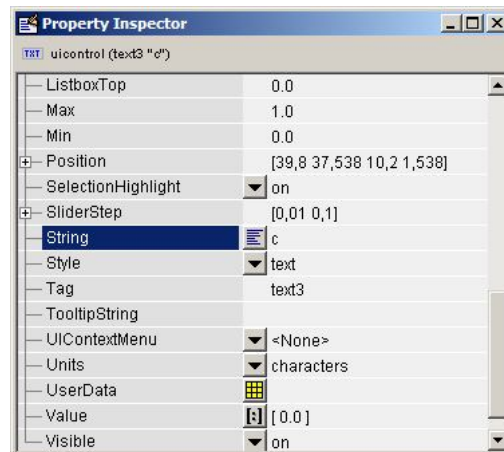
K usnadnění zarovnání a rozmístění prvků slouží okno Align objects, kde se dá nastavit vzdálenost prvků nebo jejich zarovnání pod sebou nebo vedle sebe.



**Obrázek 27:Zarovnání objektů**

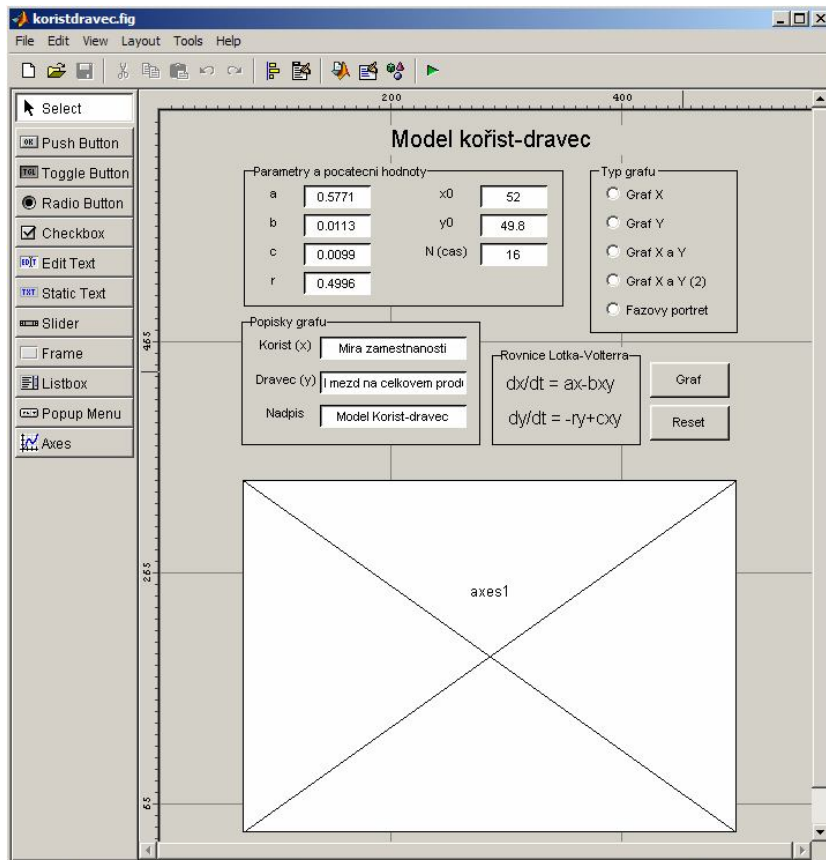
*Zdroj: Vlastní zpracování*

Vložené prvky je možné dále upravovat pomocí nástroje Property inspector, kde je možné nastavit například velikost písma, popisek daného objektu, barvy, souřadnice.



**Obrázek 28:Property Inspector**

*Zdroj: Vlastní zpracování*



Obrázek 29: Hotové GUI programu

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Na plochu byly vloženy prvky Push button – tlačítka graf a reset. Dále také Radio Button – jednotlivé volby v sekci typ grafu.

Vložená editovatelná pole s popisky, co které pole značí – Edit text a Static text mají přednastaveny hodnoty z příkladu zaměstnanosti a indexu reálné mzdy. Tyto hodnoty lze ale přepsat a nahradit je jinými, stejně jako popisky os a názvy grafu. Proto jde tento program použít i pro modely typu kořist-dravec (LV) s jinými vstupními daty.

Rámečky okolo jednotlivých sekcí jsou vloženy pomocí frame a text v nich pomocí Static Text. V novějších verzích MATLABu lze místo toho vložit prvek Panel. Ten umožňuje jednoduše přesouvat vše, co je na panelu vloženo, jen posunutím panelu.

Posledním vloženým objektem je objekt Axes – okno grafu, do kterého se budou jednotlivé grafy vykreslovat.

## 5.2 Programování v m-file

Po kliknutí na zelenou šipku se vytvoří m-file s automaticky vygenerovaným zdrojovým kódem a spustí se vytvořený program. Po vytvoření grafického návrhu nemají vložené grafické prvky žádnou funkci, nic nedělají. Po stisknutí tlačítka se nic nestane, žádný graf se neobjeví. Proto je třeba tyto objekty „oživit“, naprogramovat, co mají dělat. To je možné právě v nově vytvořeném m-file.

Pomocí přepínacích tlačítek (radiobutton) lze měnit typ grafu. Následující kód slouží k tomu, aby přepínací tlačítka byla skutečně přepínací a nešlo zvolit více tlačítek současně. Podobně kód vypadá pro každou z voleb. V novějších verzích MATLABu je toto zjednodušeno pomocí skupin tlačítek. V posledním řádku je přednastaven název grafu pro danou volbu.

```
1. % --- Executes on button press in radiobutton3.
2. function radiobutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
3. % hObject    handle to radiobutton3 (see GCBO)
4. % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
5. % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
6. % Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of radiobutton3
7. set(handles.radiobutton1, 'Value', 0);
8. set(handles.radiobutton2, 'Value', 0);
9. set(handles.radiobutton3, 'Value', 1);
10. set(handles.radiobutton4, 'Value', 0);
11. set(handles.radiobutton5, 'Value', 0);
12. set(handles.edit10, 'String', 'Vyvoj populace dravce a koristi v case');
```

Tlačítko reset slouží k vymazání okna grafu a nastavení hodnot na hodnoty původní, aby nebyl problém se při úpravách jednotlivých parametrů vrátit rychle k původnímu modelu.

Na řádcích 7 – 16 jsou nastaveny hodnoty editovatelných polí. Příkaz `cla` na řádce 18 vymaže okno grafu. Řádky 20 – 24 vymažou zvolený typ grafu.

```
1. % --- Executes on button press in Reset.
2. function Reset_Callback(hObject, eventdata, handles)
3. % hObject    handle to Reset (see GCBO)
4. % eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
5. % handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
6. % nastaveni na puvodni hodnoty
7. set(handles.edit1, 'String', 0.1625);
8. set(handles.edit2, 'String', 0.0032);
9. set(handles.edit3, 'String', 0.0148);
10. set(handles.edit4, 'String', 1.5114);
11. set(handles.edit5, 'String', 103.2);
12. set(handles.edit6, 'String', 51.7);
13. set(handles.edit7, 'String', 17);
14. set(handles.edit8, 'String', 'Index realne mzdy');
15. set(handles.edit9, 'String', 'Mira zamestnanosti');
16. set(handles.edit10, 'String', 'Model korist-dravec');
17. % vymaze graf
18. cla(handles.axes1, 'reset');
19. % resetuje radiobutton
20. set(handles.radiobutton1, 'Value', 0);
21. set(handles.radiobutton2, 'Value', 0);
22. set(handles.radiobutton3, 'Value', 0);
23. set(handles.radiobutton4, 'Value', 0);
24. set(handles.radiobutton5, 'Value', 0);
```

Tlačítko Graf slouží ke zobrazení vybraného grafu. Nejprve se načtou vstupní data. Parametry a, b, c a r jsou globální, protože jsou využity v souboru lv.m obsahujícím rovnice Lotky-Volterra.

```
1. global a; global b; global c; global r;
2. a=str2double(get(handles.edit1,'String'));
3. b=str2double(get(handles.edit2,'String'));
4. c=str2double(get(handles.edit3,'String'));
5. r=str2double(get(handles.edit4,'String'));
6. x0=str2double(get(handles.edit5,'String'));
7. y0=str2double(get(handles.edit6,'String'));
8. N=str2double(get(handles.edit7,'String'));
```

Dále je provedena kontrola, jestli pole s parametry, počátečními hodnotami a časem obsahuje čísla a jestli počet let není 0. V takovém případě se pak objeví dialogové okno s chybou.

```
1. if (isnan(a) || isnan(b) || isnan(c) || isnan(r) || isnan(x0) || isnan(y0) ||
    isnan(N))
2.     errordlg('Parametry, pocatecni hodnoty a cas musi byt cisla','Chyba');
3.     return;
4. elseif (N==0)
5.     errordlg('N nemuze byt 0','Chyba');
6.     return;
7. end
```



Obrázek 30:Chybová hlášení

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Funkce ODE45 slouží k numerickému řešení dynamických systémů. Využívá jednokrokové metody Runge-Kutta.

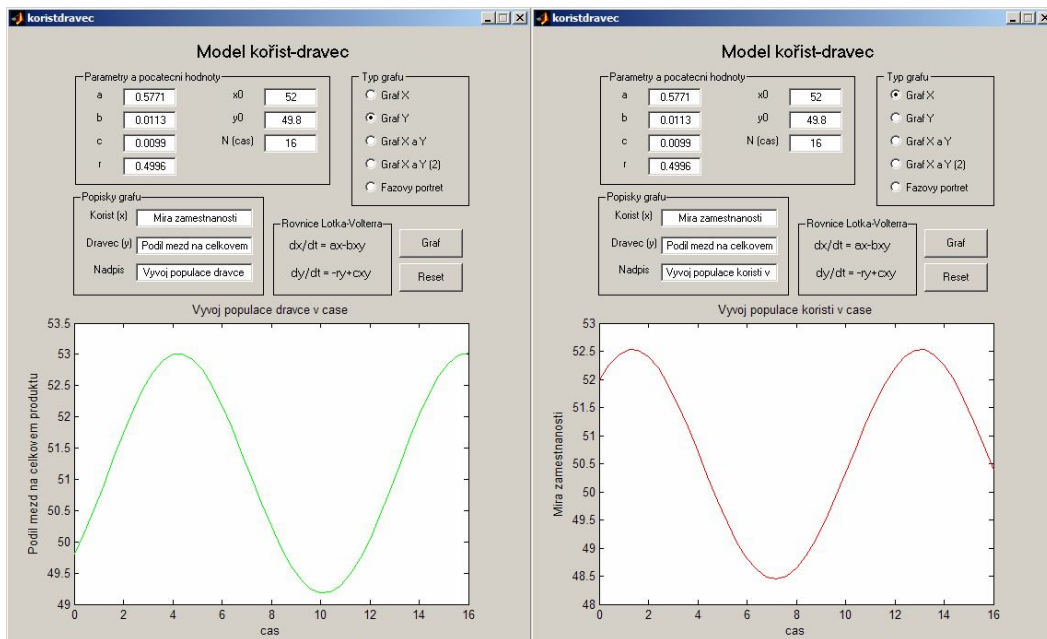
```
[t,y]=ode45(@LV,[0 N],[x0 y0]);
```

Řádky 1. – 7. zobrazují graf vývoje populace kořisti. Na řádcích 8. – 13. je podobně zobrazen graf vývoje populace dravce. Podmínka if na 1. řádku a elseif na 8. řádku a v dalších ukázkách slouží k zobrazení typu grafu podle toho, který typ grafu byl vybrán. Příkaz title slouží k nastavení názvu grafu, Xlabel a Ylabel slouží k přidání popisků os. Samotné vykreslení grafu se nachází na 3. a 10. řádku pomocí příkazu plot.

```

1.   if (get(handles.radiobutton1, 'Value')==1)    % graf x
2.       axes(handles.axes1);
3.       plot(t,y(:,1),'r');
4.       title(get(handles.edit10,'String'))
5.       xlabel('cas');
6.       ylabel(get(handles.edit8,'String'));
7.   elseif (get(handles.radiobutton2, 'Value')==1) % graf y
8.       axes(handles.axes1);
9.       plot(t,y(:,2),'g');
10.      title(get(handles.edit10,'String'))
11.      xlabel('cas');
12.      ylabel(get(handles.edit9,'String'));

```

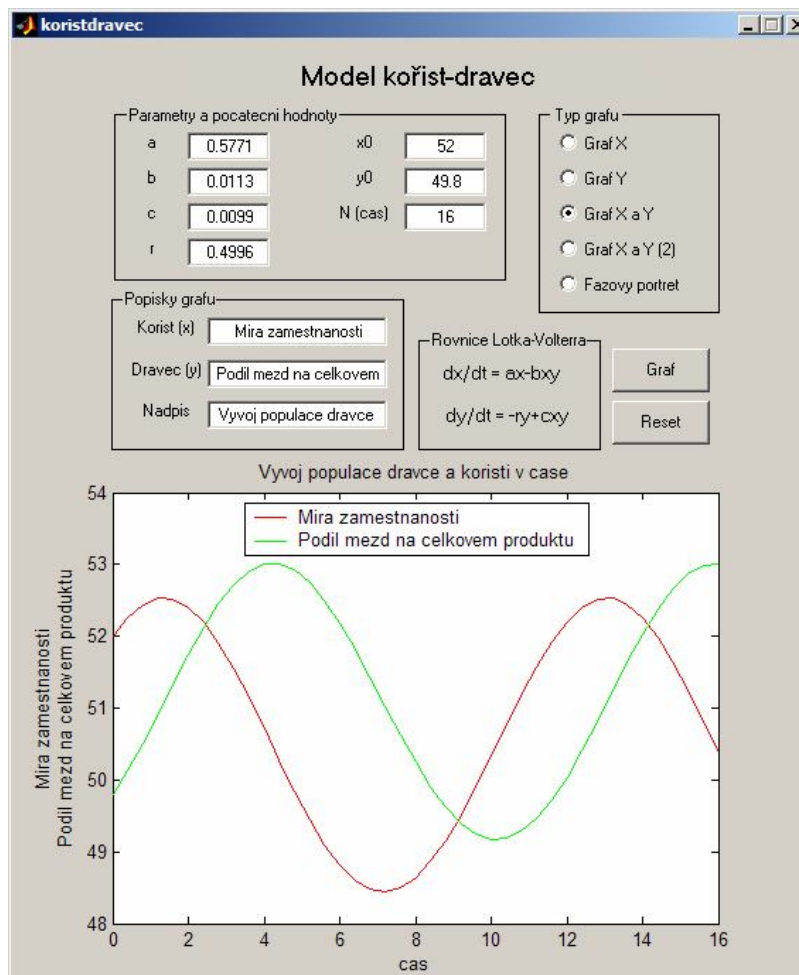


**Obrázek 31:** Vývoj populace kořisti (vlevo) a vývoj populace dravce (vpravo)

*Zdroj: Vlastní zpracování*

Tento kód představuje spojení dvou předchozích grafů do jednoho pomocí funkce hold on na 4. řádce. V jednom grafu se zobrazuje vývoj populace dravce i kořisti v čase. Poslední řádek vykreslování do jednoho grafu vypíná.

1. `elseif (get(handles.radiobutton3, 'Value')==1) % graf x a y`
2. `axes(handles.axes1);`
3. `plot(t,y(:,1),'r');`
4. `hold on`
5. `plot(t,y(:,2),'g');`
6. `title(get(handles.edit10,'String'))`
7. `Xlabel('cas');`
8. `Ylabel({get(handles.edit8,'String');get(handles.edit9,'String')});`
9. `legend(get(handles.edit8,'String'),get(handles.edit9,'String'),0);`
10. `hold off`



Obrázek 32: Zobrazení vývoje populace dravce a kořisti v čase

Zdroj: Vlastní zpracování



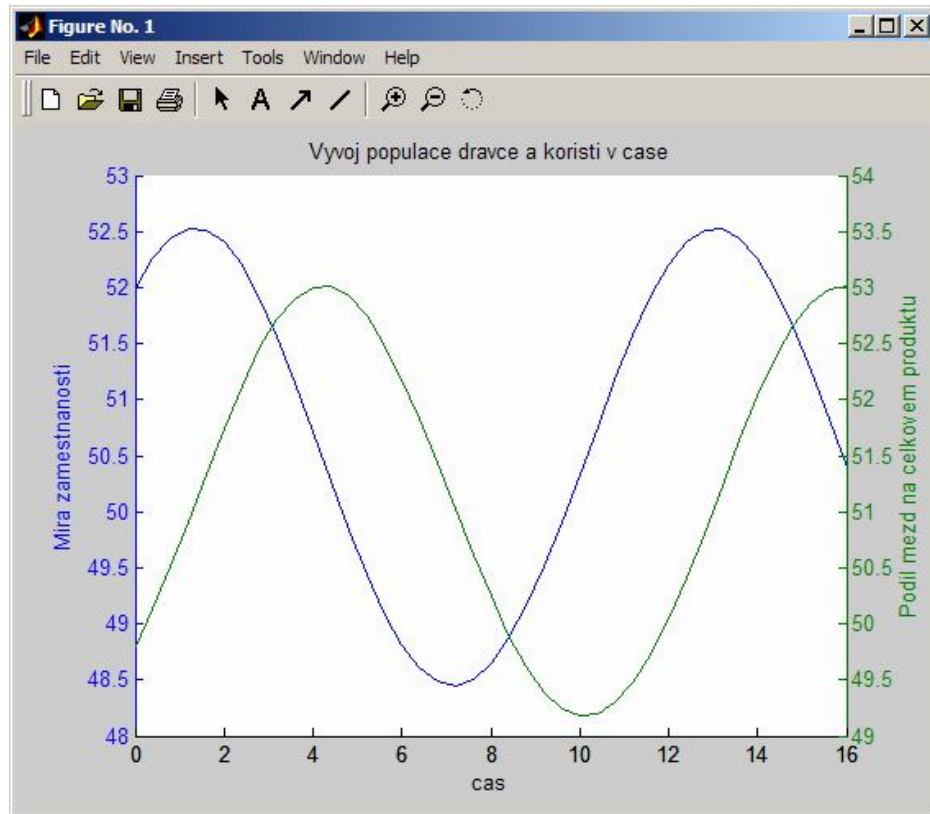
Následující graf zobrazí okno grafu se dvěma souřadnicemi y, který umožňuje lépe porovnat vývoj populací dravce a kořisti, pokud se jejich hodnoty od sebe výrazně odlišují a nestačí k zobrazení předchozí graf. Okno grafu v GUI je pravděpodobně omezeno, protože v něm zobrazení dvou souřadnic y nefungovalo. Proto se místo zobrazení přímo v grafu graf vymaže a zobrazí se nové okno grafu pomocí příkazu figure.

Příkaz cla podobně jako v případě s tlačítkem reset vymaže okno grafu přímo v programu. Příkaz plotyy na řádce 4 umožňuje zobrazení grafů se dvěma souřadnicemi y. Řádky 7 – 14 slouží k nastavení souřadnic. Grafy kořisti a dravce jsou vykresleny díky řádkům 16 – 23.

```

1.     elseif (get(handles.radiobutton4, 'Value')==1) % graf x a y - 2y
2.         cla(handles.axes1, 'reset');
3.         figure;
4.         [AX,H1,H2] = plotyy(t,y(:,1),t,y(:,2), 'plot');
5.         title(get(handles.edit10, 'String'))
6.         xlabel('cas');
7.         set(AX(1), 'Box', 'Off');
8.         set(AX(2), 'Box', 'Off');
9.         set(AX(1), 'YTickLabelMode', 'auto')
10.        set(AX(2), 'YTickLabelMode', 'auto')
11.        set(AX(1), 'YTickMode', 'auto')
12.        set(AX(2), 'YTickMode', 'auto')
13.        set(get(AX(1), 'Ylabel'), 'String', get(handles.edit8, 'String'));
14.        set(get(AX(2), 'Ylabel'), 'String', get(handles.edit9, 'String'));
15.
16.        axes(AX(1))
17.        hold on
18.        plot(t,y(:,1));
19.
20.        axes(AX(2))
21.        hold on
22.        plot(t,y(:,2));
23.        hold off

```



Obrázek 33: Zobrazení grafu se dvěma souřadnicemi y

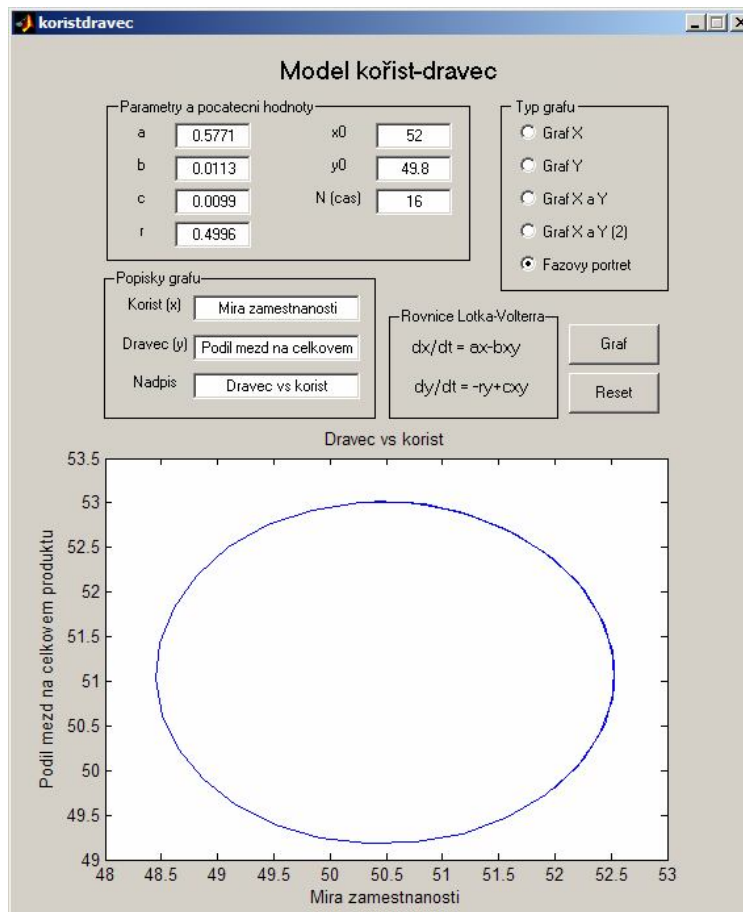
*Zdroj: Vlastní zpracování*

Další možností zobrazení modelu kořist-dravec je fázový graf, kde na ose x se nachází kořist a na ose y dravec. Díky 2. řádku je graf zobrazen právě v okně grafu v samotném programu. Příkaz `plot` na 3. řádku slouží k vykreslení grafu. Title představuje nadpis grafu, `Xlabel` a `Ylabel` popisky souřadnic.

```

1.     elseif (get(handles.radiobutton5, 'Value')==1)      % fazovy portret
2.         axes(handles.axes1);
3.         plot(y(:,1),y(:,2),'b');
4.         hold on
5.         title(get(handles.edit10,'String'))
6.         xlabel(get(handles.edit8,'String'));
7.         ylabel(get(handles.edit9,'String'));
8.         hold off

```



**Obrázek 34:**Zobrazení fázového portréту

*Zdroj: Vlastní zpracování*

GUI je možné naprogramovat i ručně. Výhodou využití nástroje GUIDE je rychlejší a snadnější tvorba GUI. Nevýhodou oproti ručnímu naprogramování je, že vygenerovaný kód obsahuje nepotřebné části kódu. Bylo například potřeba upravit číslování objektů, protože automatické číslování nerozlišuje, jestli byl vložený objekt smazaný a dalšímu vloženému prvku přiřadí číslo vyšší. Další problém představovala tvorba grafu se dvěma souřadnicemi y, který se zobrazoval správně až v okně nového grafu.

## ZÁVĚR

V první části diplomové práce je vysvětlena teorie modelu kořist-dravec. Kromě klasického modelu Lotky-Volterra zde byly dále popsány některé další odvozené modely typu kořist-dravec.

Známým příkladem modelu Lotky-Volterra v přírodě je vývoj populací kanadského rysa a zajíce měnivého. Přibližně v desetiletých cyklech zde dochází k přemnožení zajíců měnivých a s určitým zpožděním se poté díky dostatečnému množství potravy přemnoží i kanadští rysové. Druhá kapitola je věnována právě tomuto příkladu. Dále jsou zde také popsány dvě metody odhadu parametrů – derivační aproximační metoda a přímá metoda, které byly použity k odhadu parametrů u modelů i v následujících kapitolách.

Ve třetí kapitole se věnuji tématům zaměstnanosti a nezaměstnanosti. Nejprve jsem vysvětlila základní pojmy týkající se témat zaměstnanosti a nezaměstnanosti, uvedla jsem, jakým způsobem se zaměstnanost a nezaměstnanost měří. Dále jsem představila Goodwinův model, který vlastně odpovídá rovnicím Lotky-Volterra. Poté jsem aplikovala model na reálných datech Slovenské republiky. Model kořist-dravec pro daná vstupní data – podíl mezd na celkovém produktu a míru zaměstnanosti Slovenské republiky fungoval.

Čtvrtá kapitola byla věnována aplikaci modelu kořist-dravec na trhu s ropou. V tomto modelu dravce zastupovala produkce ropy a cena ropy představovala kořist. Nejprve bylo uvedeno, co všechno se z ropy vyrábí, dále jsem se věnovala tématu ropných krizí. Další část této kapitoly už je zaměřena na samotný model kořist-dravec. Ukázalo se, že na těchto datech model kořist-dravec nefungoval. Vstupní data na rozdíl od předchozích příkladů nemají cyklický charakter, nedochází zde k pravidelným nárůstům a poklesům cen a produkce ropy. Ekonomické údaje v sobě zahrnují vliv mnoha dalších faktorů, které v modelu nejsou obsaženy nebo které se nedají změřit. Trh s ropou mohou ovlivňovat různá politická rozhodnutí, uvalení embarga, válečné konflikty, ale i přírodní katastrofy.

Kvůli jednoduššímu zpracování grafů jsem vytvořila v MATLABu jednoduchý program pomocí nástroje GUIDE, který po nastavení jednotlivých parametrů, počátečních hodnot a času zobrazí graf pro daný model. Tento program a jeho tvorba je blíže popsána v páté kapitole. Během tvorby tohoto programu jsem se přesvědčila o tom, že MATLAB není „pouze“ matematický nástroj, ale že je užitečným programovacím jazykem, ve kterém je možné něco vytvořit.

Pro zpracování modelů jsem použila verzi MATLAB 6.5. Všechny zdrojové kódy je možné nalézt na přiloženém CD.

Cílem práce bylo aplikovat model kořist-dravec na reálných ekonomických datech a zpracovat tento model v programovém prostředí MATLAB. Cíl práce byl splněn.

## POUŽITÁ LITERATURA

- [1] BÁRTA, M. *Analýza vývoje mezd v České republice pomocí časových řad*. Brno, 2009. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [2] BENÁČKOVÁ, J. *Systemy autonomních diferenciálních rovnic*. Brno, 2007. Dostupné z: [https://dspace.vutbr.cz/bitstream/handle/11012/4934/2009\\_bp\\_Benackova\\_Jana\\_100868.pdf?sequence=1](https://dspace.vutbr.cz/bitstream/handle/11012/4934/2009_bp_Benackova_Jana_100868.pdf?sequence=1). Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně.
- [3] Bez černého zlata by hospodářství fungovalo jen s velkými obtížemi. *Unipetrol - Zazij chemii*[online]. 2013 [cit. 2013-03-23]. Dostupné z: <http://www.zazijchemii.cz/ropa>
- [4] BUČKO, M. *Ponuka pracovních sil na trhu práce*. Bratislava, 2002. Diplomová práce. Univerzita Komenského.
- [5] *Business center.cz: Slovník pojmů* [online]. 1998, 2013 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: <http://business.center.cz/business/pojmy/>
- [6] *Center for Transportation Analysis* [online]. 2012 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: <http://cta.ornl.gov/cta/>
- [7] Český statistický úřad [online]. 2006 [cit. 2013-03-17]. Dostupné z: <http://www.czso.cz/>
- [8] *Else az, s. r. o.: Slovník manažerských pojmů* [online]. 2013 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: <http://www.elseaz.cz/slovník/>
- [9] FILIPIAKOVÁ, A. *Vývoj na ropném trhu v posledním desetiletí* [online]. [cit. 2013-03-03]. Dostupné z: [http://is.muni.cz/th/174868/esf\\_m/Diplomova\\_Prace.pdf](http://is.muni.cz/th/174868/esf_m/Diplomova_Prace.pdf). Diplomová práce. Masarykova Univerzita.
- [10] GANDER, W; HŘEBÍČEK, J. *Solving Problems in Scientific Computing Using Maple and MATLAB*. [s.l.] : Springer, 1997. 411 s.
- [11] HOFMAN, S. *Nezaměstnanost a vzdělání v České republice*. Praha, 2010. Dostupné z: <https://is.cuni.cz/webapps/zzp/detail/89610/?lang=cs>. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze.

- [12] HOWARD, P., *Modeling basics*. In: Mathematics TEXAS A&M UNIVERSITY [online]. 2005. Dostupné z: <http://www.math.tamu.edu/~phoward/m442/modbasics.pdf>
- [13] HRUŠKOVÁ, H. *Komparace vybraných hospodářských krizí v historii*. Pardubice, 2012. Diplomová práce. Univerzita Pardubice.
- [14] JAKOUBEK, M. *Analýza vývoje ceny ropy a možnosti investování* [online]. Brno, 2011 [cit. 2013-03-23]. Dostupné z: [http://is.muni.cz/th/207001/esf\\_m/Diplomova\\_prace\\_Martin\\_Jakubek\\_2011.pdf](http://is.muni.cz/th/207001/esf_m/Diplomova_prace_Martin_Jakubek_2011.pdf). Diplomová práce. Masarykova univerzita.
- [15] KALAS, J., POSPÍŠIL, Z.: *Spojité modely v biologii*, Brno, 2001
- [16] KALAS, J., RÁB, M. *Obyčejné diferenciální rovnice*. Masarykova univerzita, Brno, 2001
- [17] KALÍŠKOVÁ, K. *Aktivní politika zaměstnanosti a její efekty na nezaměstnanost v regionech České republiky*. Praha, 2010. Dostupné z <http://ies.fsv.cuni.cz/work/index/show/id/1318/lang/cs>. Diplomová práce. Univerzita Karlova v Praze.
- [18] KŘUPKA, J; KAŠPAROVÁ, M. *Modelování v kostce pro Matlab a Simulink*. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2009. 72 s. ISBN 978-80-7395-162-7.
- [19] KÜHNOVÁ, J. *Modely dravec-kořist a jejich počítačová simulace*. Brno, 2007. Dostupné z: [http://is.muni.cz/th/77952/prif\\_m/diplomka.pdf](http://is.muni.cz/th/77952/prif_m/diplomka.pdf). Diplomová práce. Masarykova univerzita.
- [20] Lotka-Volterra Models. MAHAFFY, J. *Lotka-Volterra Models* [online]. 2000 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: [http://www-rohan.sdsu.edu/~jmahaffy/courses/f00/math122/lectures/qual\\_de2/qualde2.html](http://www-rohan.sdsu.edu/~jmahaffy/courses/f00/math122/lectures/qual_de2/qualde2.html)
- [21] Lotka-Volterra Models. *San Diego State University* [online]. 2000 [cit. 2013-03-18]. Dostupné z: [http://www-rohan.sdsu.edu/~jmahaffy/courses/f00/math122/lectures/qual\\_de2/qualde2.html](http://www-rohan.sdsu.edu/~jmahaffy/courses/f00/math122/lectures/qual_de2/qualde2.html)
- [22] *MathWorks* [online]. 1994 [cit. 2013-03-16]. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/>

- [23] *Montana state university* [online]. 2011 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: [www.math.montana.edu](http://www.math.montana.edu)
- [24] *OECD: Publication and statistics* [online]. 2011 [cit. 2013-03-25]. Dostupné z: <http://www.oecd.org/employment/emp/onlineoecdemploymentdatabase.htm>
- [25] ORTLIEB, C. P. Dynamische Modelle in den Lebens- und Gesellschaftswissenschaften. *Universität Hamburg: Fachbereich Mathematik* [online]. 2010 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: <http://www.math.uni-hamburg.de/home/ortlieb/modellierung/DynModSkript.pdf>
- [26] OTHMANOVÁ, S. *Ekonometrické modely vývoja ceny ropy* [online]. Bratislava, 2011 [cit. 2013-03-23]. Dostupné z: [http://is.muni.cz/th/207001/esf\\_m/Diplomova\\_prace\\_Martin\\_Jakubek\\_2011.pdf](http://is.muni.cz/th/207001/esf_m/Diplomova_prace_Martin_Jakubek_2011.pdf). Diplomová práce. Univerzita Komenského v Bratislavě.
- [27] PETR, Martin. *Analýza nezaměstnanosti v okrese Havlíčkův Brod se zaměřením na absolventy*. Pardubice, 2006. Bakalářská práce. Univerzita Pardubice.
- [28] PINK, V. *Odhad parametrů deterministických modelů*. Brno, 2007. Diplomová práce. Masarykova univerzita.
- [29] Predator-Prey Models. *Department of Mathematics* [online]. 2001 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: <https://www.math.duke.edu//education/webfeats/Word2HTML/Predator.html>
- [30] ŘÍHOVÁ, B. *Mzdový systém v podniku*. Brno, 2008. Dostupné z: [http://is.muni.cz/th/100156/esf\\_m/Diplomova\\_prace.pdf](http://is.muni.cz/th/100156/esf_m/Diplomova_prace.pdf). Diplomová práce. Masarykova univerzita.
- [31] Role živočichů ve společenstvu. *Brandl* [online]. 2012 [cit. 2013-03-23]. Dostupné z: [http://rum.prf.jcu.cz/public/brandl/ekol\\_ziv/27\\_Spolecenstva-2012-web.pdf](http://rum.prf.jcu.cz/public/brandl/ekol_ziv/27_Spolecenstva-2012-web.pdf)
- [32] Rys kanadský. *Zoo Brno* [online]. 2013 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: <http://www.zoobrno.cz/cs/zvirata-v-zoo/chovana-zvirata/severni-amerika/rys-kanadsky.html>
- [33] ŠEDIVÁ, B. *Limitní chování ekonomických dynamických systémů: teorie a praxe*. Plzeň, 2006. Disertační práce. Západočeská univerzita v Plzni.



- [34] ŠENKÝŘOVÁ, L. *K čemu je ekonómia alebo čo ostatní nevedia?: Porovnanie názorov ekonómov a verejnosti*. Brno, 2010. Dostupné z: [http://is.muni.cz/th/251765/esf\\_b/Bakalarska\\_praca\\_Lenka\\_Senkyrova.pdf](http://is.muni.cz/th/251765/esf_b/Bakalarska_praca_Lenka_Senkyrova.pdf).  
Bakalářská práce. Masarykova univerzita.
- [35] ŠKURKOVÁ, Klára. *Ekonomické a psychické důsledky nezaměstnanosti žen po mateřské dovolené*. Praha, 2007. Diplomová práce. Vysoká škola ekonomická v Praze.
- [36] Štatistický úrad Slovenskej republiky [online]. [cit. 2013-03-17]. Dostupné z: <http://portal.statistics.sk/>
- [37] ŠÚSR-Databáza časových radov SLOVSTAT [online]. 2013 [cit. 2013-03-25]. Dostupné z: <http://www.statistics.sk/pls/elisw/vbd>
- [38] The Predator-Prey Equation in Matlab. Network Yijiao [online]. 2011 [cit. 2013-03-16]. Dostupné z: <http://context.sinaapp.com/article/7456.html>
- [39] HŘEBÍČEK, J a M. ŠKRDLA. *Úvod do matematického modelování*. 2006 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: <https://is.muni.cz/el/1431/podzim2007/Bi3101/um/skripta.pdf>
- [40] VADASZ, V. *Economic Motion: An Economic Application of the Lotka-Volterra Predator-Prey Model*. In: [online]. [cit. 2013-03-03]. Dostupné z: <https://dspace.fandm.edu/bitstream/handle/11016/4287/Vadasz.pdf?sequence=1>
- [41] VESPALEC, Roman. *Analýza nezaměstnanosti se zaměřením na rizikové skupiny na trhu práce*. Brno, 2010. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně.
- [42] VRBKOVÁ, Veronika. *Zaměstnanost a nezaměstnanost v ČR: (aplikace na vybraný region)*. Brno, 2006. Diplomová práce. Masarykova univerzita.
- [43] *Wikipedia* [online]. 1993 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: [www.wikipedia.org](http://www.wikipedia.org)
- [44] ZELINKA, J a KOLÁČEK. *Jak pracovat s MATLABem. Přírodovědecká fakulta MU: Ústav matematiky a statistiky* [online]. 2009 [cit. 2013-03-24]. Dostupné z: <http://www.math.muni.cz/~kolacek/vyuka/vypsyst/navod.pdf>

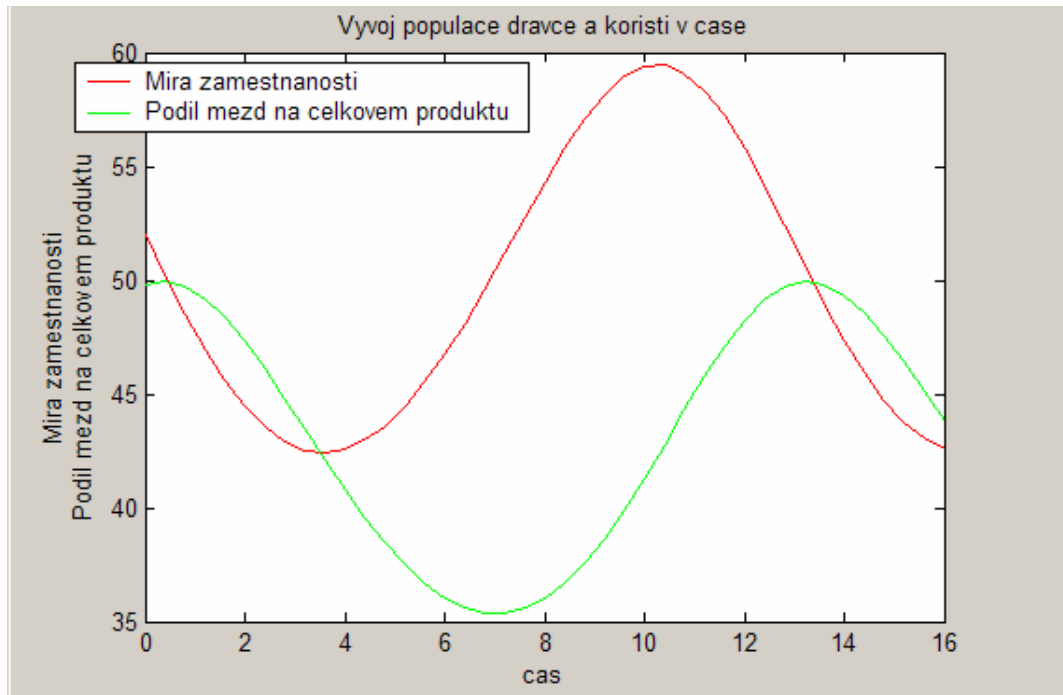
## **SEZNAM PŘÍLOH**

Příloha A – Změny parametrů modelu

Příloha B – Vývoj cen a produkce ropy

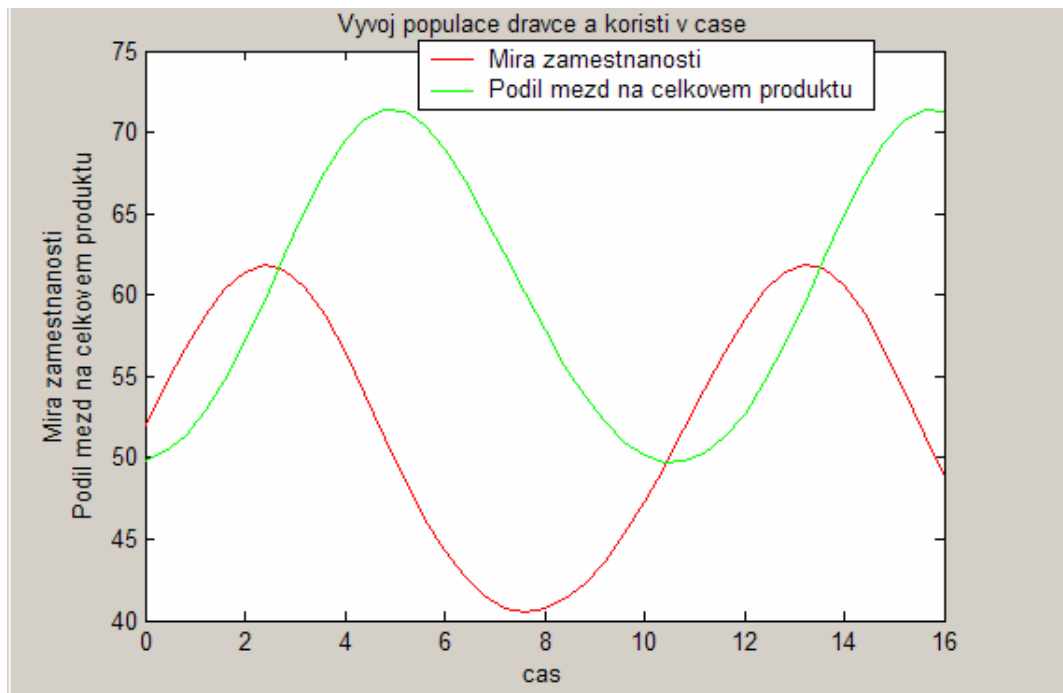
Příloha C – Obsah přiloženého CD

## Příloha A - Změny parametrů modelu



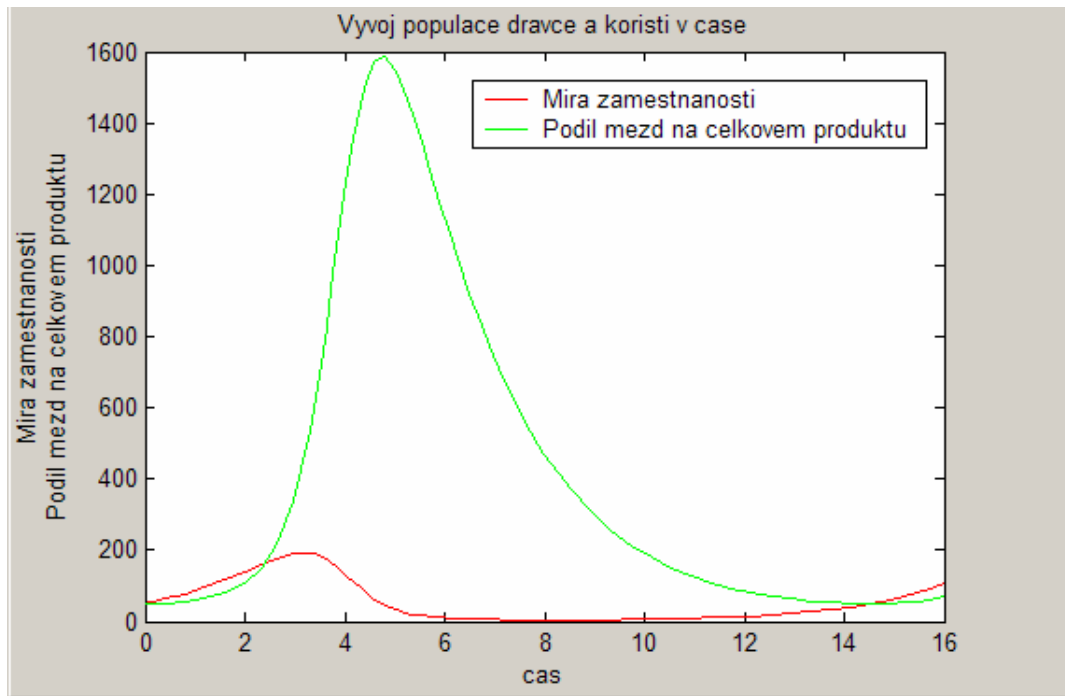
Obrázek 35: Změna parametru  $a = 0,4771$

*Zdroj: Vlastní zpracování*



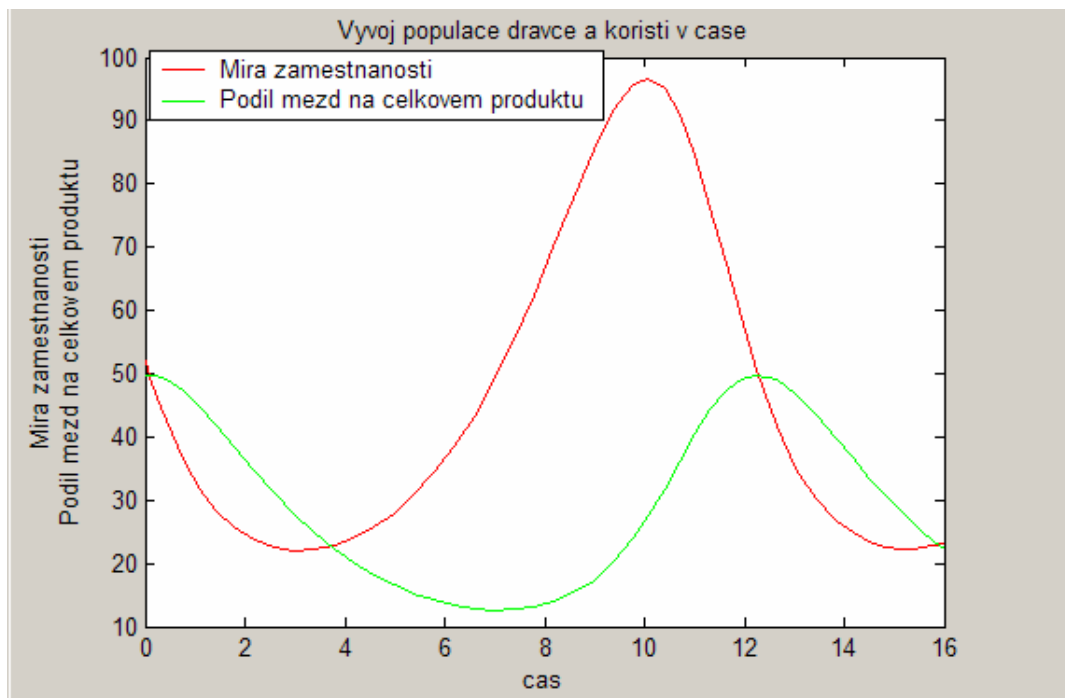
Obrázek 36: Změna parametru  $a = 0,6771$

*Zdroj: Vlastní zpracování*



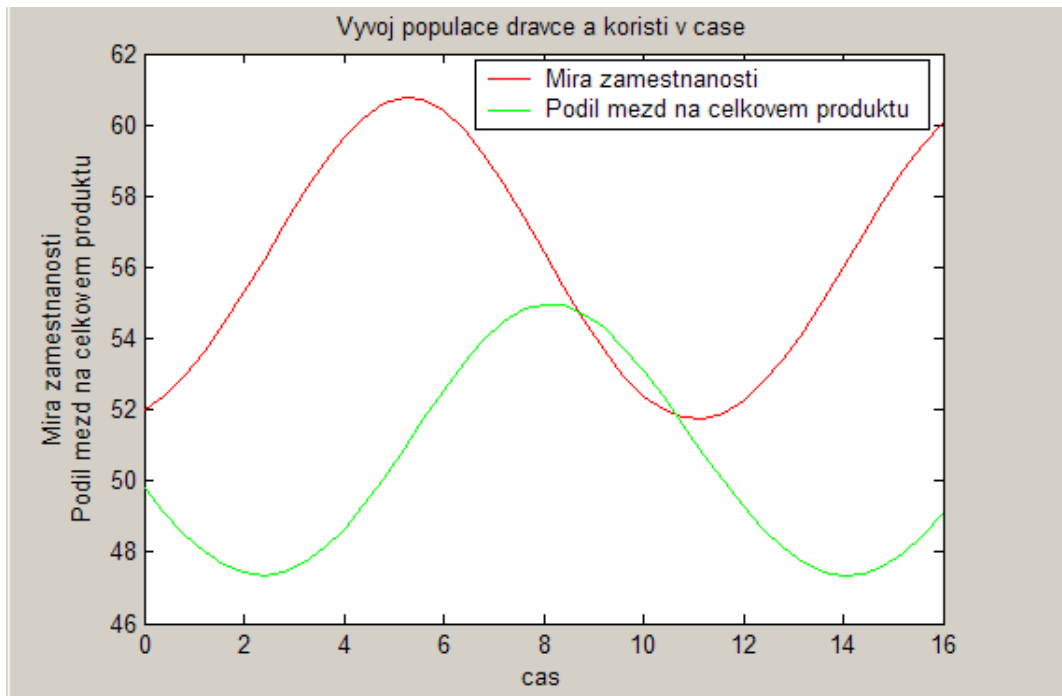
Obrázek 37: Změna parametru  $b = 0,0013$

Zdroj: Vlastní zpracování



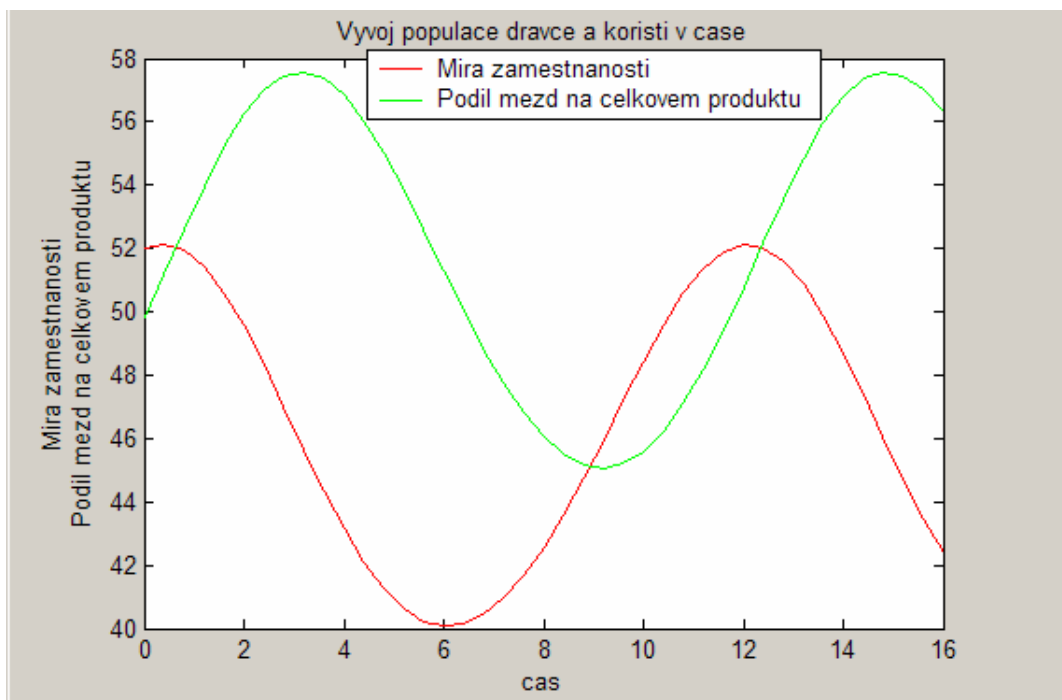
Obrázek 38: Změna parametru  $b = 0,0213$

Zdroj: Vlastní zpracování



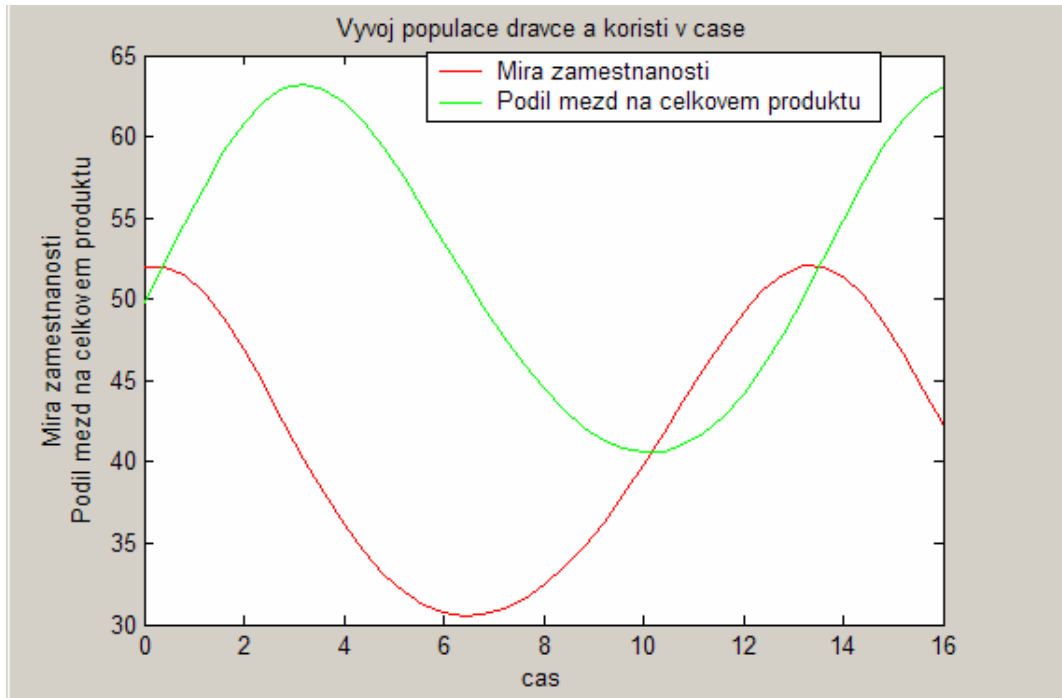
Obrázek 39: Změna parametru  $c = 0,0089$

Zdroj: Vlastní zpracování



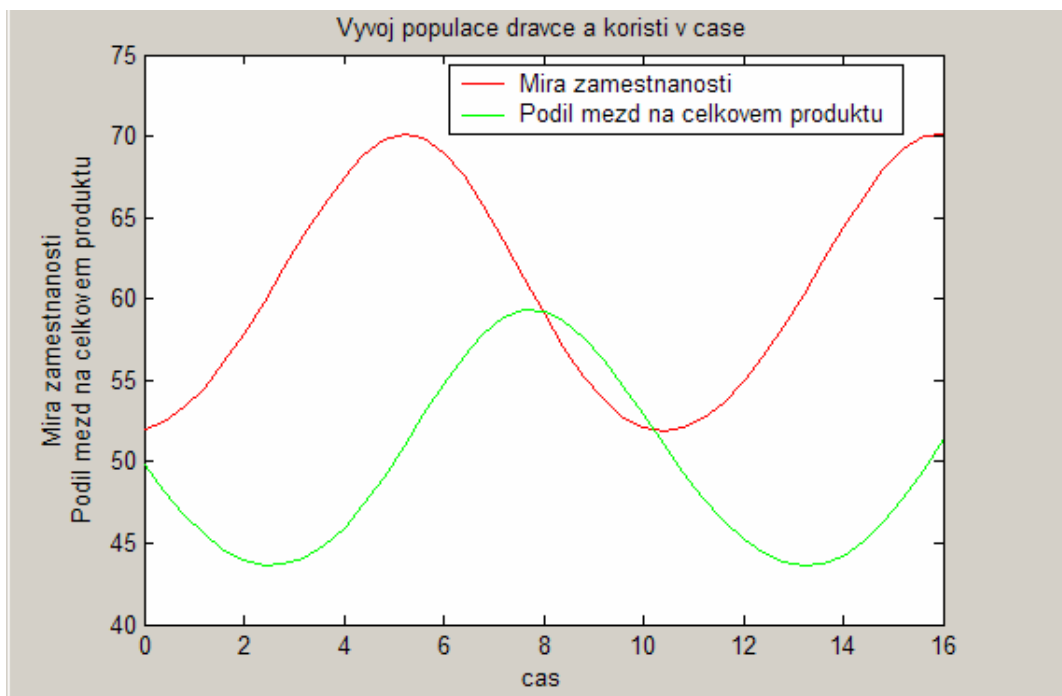
Obrázek 40: Změna parametru  $c = 0,0109$

Zdroj: Vlastní zpracování



Obrázek 41: Změna parametru  $r = 0,3996$

*Zdroj: Vlastní zpracování*



Obrázek 42: Změna parametru  $r = 0,5996$

*Zdroj: Vlastní zpracování*



































## Příloha B – Vývoj cen a produkce ropy

Tabulka 6: Vývoj cen ropy a produkce ropy

Rok	Oil Price (2005 constant dollars per barrel)	World Crude Oil Production
1970	\$13,98	45,89
1971	\$14,10	48,52
1972	\$13,44	51,14
1973	\$14,76	55,68
1974	\$29,58	55,72
1975	\$30,93	52,83
1976	\$30,69	57,34
1977	\$31,68	59,71
1978	\$30,84	60,16
1979	\$40,49	62,67
1980	\$58,78	59,56
1981	\$67,48	56,08
1982	\$57,51	53,48
1983	\$50,33	53,26
1984	\$47,90	54,49
1985	\$43,44	53,97
1986	\$23,12	56,23
1987	\$27,64	56,67
1988	\$21,90	58,74
1989	\$25,85	59,86
1990	\$30,78	60,49
1991	\$25,49	60,21
1992	\$24,08	60,21
1993	\$20,98	60,24
1994	\$19,52	60,99
1995	\$21,13	62,39
1996	\$24,93	63,75
1997	\$22,52	65,74
1998	\$14,64	66,97
1999	\$20,18	65,92
2000	\$31,88	68,49
2001	\$25,32	68,1
2002	\$26,16	67,16
2003	\$30,32	69,43
2004	\$38,21	72,47
2005	\$50,24	73,71
2006	\$58,34	73,43
2007	\$63,92	72,98
2008	\$87,22	73,66
2009	\$54,09	72,26
2010	\$69,30	73,68

Zdroj: [6], [23]

## Příloha C – Obsah příloženého CD

-  CapovaH\_ModelKoristDravec\_JC\_2013.doc - text práce ve wordu
-  CapovaH\_ModelKoristDravec\_JC\_2013.pdf - text práce v pdf
-  rys a zajic - soubory k příkladu z 2. kapitoly
  -  data.m
  -  parametry.m
  -  lv.m
  -  graf.m
  -  graf1.m
  -  lvpe.m
  -  lverr.m
  -  lvperun.m
-  trh prace - soubory k příkladu ze 3. kapitoly
  -  data.m
  -  parametry.m
  -  lv.m
  -  graf.m
  -  graf1.m
  -  lvpe.m
  -  lverr.m
  -  lvperun.m
-  trh s ropou - soubory k příkladu ze 4. kapitoly
  -  data.m
  -  parametry.m
  -  lv.m
  -  graf.m
  -  graf1.m
  -  lvpe.m
  -  lverr.m
  -  lvperun.m
-  koristdravec - program popsany v 5. kapitole
  -  lv.m
  -  koristdravec.m
  -  koristdravec.fig
-  readme.txt - návod ke spuštění