

VYUŽITÍ LEE-CARTEROVA MODELU PRO PREDIKCI STŘEDNÍ DÉLKY ŽIVOTA

PREDICTION OF LIFE EXPECTANCY USING THE LEE-CARTER MODEL

Ondřej Slavíček, Pavla Jindrová

***Abstract:** The ageing of the population is a problem of many European countries including the Czech Republic. This problem is related to two main factors, the increase of life expectancy and the decline of birth rate. Here, attention is given to the first factor. For the purposes of this article, Lee-Carter model, which is one of the models used for modelling of mortality, was chosen. The article details the calculation method of the Lee-Carter method coefficients and then makes an estimate of their values for the real data from the mortality tables of the Czech Republic from the years 1950-2009. This makes it possible to predict the development of specific mortality rates and consequently also the development of life expectancy. A prediction of life expectancy for men and women in the Czech Republic for the period 2010-2029 is also made in this article, 95% prediction interval for this period is determined, and already known life expectancy values are compared with the predicted values.*

***Keywords:** Mortality, Mortality rate, Life expectancy, Lee-Carter model, Prediction.*

***JEL Classification:** C22, J11.*

Úvod

Pro demografický vývoj v řadě vyspělých zemí je v posledních desetiletích typickým rysem zvyšující se podíl starších osob. Jako dva hlavní faktory tohoto vývoje je možné identifikovat prodlužující se délku života a klesající porodnost, která se blíží často pouze k prosté reprodukci. Pro vlády těchto zemí je nutné se touto problematikou zabývat, neboť demografický vývoj ovlivňuje nejen ekonomiku, ale také školství, zdravotnictví, bytovou politiku, sociální politiku, aj. Stárnutí populace s sebou přináší řadu závazků souvisejících se zdravotní a sociální péčí spolu s důchodovým zabezpečením. Pro řešení těchto problémů je nutné mít vhodné podklady, umožňující predikci dalšího vývoje. Mezi tyto podklady patří také modely úmrtnosti.

V tomto příspěvku je pozornost věnována problematice vývoje střední délky života, která přímo souvisí s vývojem úmrtnosti v České republice. Pro modelování úmrtnosti a následnou predikci budoucího vývoje lze využít jak modely parametrické (zákon úmrtnosti), tak neparametrické. V tomto příspěvku je využit neparametrický model – model Lee-Carterův k predikci střední délky života pro muže a ženy v České republice.

1 Formulace problematiky

Jedním z měřítek, kterým se hodnotí vyspělost dané společnosti, je střední délka života. U populace České republiky, se zlepšujícími se životními podmínkami, dochází k prodlužování střední délky života, a tedy přibývá v populaci starších lidí. Tito lidé mají své specifické potřeby, často doprovázené zvýšenými náklady na zdravotní a sociální péči,

a společnost by se měla na tuto situaci připravit. Jedním z nástrojů, které je možné využít, jsou modely úmrtnosti, které mohou sloužit i k predikci budoucího vývoje.

Při modelování úmrtnosti je jednou ze základních využívaných veličin specifická míra úmrtnosti. Vypočítá se podle vzorce

$$m_{x,t} = \frac{M_{x,t}}{\bar{S}_{x,t}},$$

kde

$m_{x,t}$ je specifická míra úmrtnosti ve věku x a čase t ,

$M_{x,t}$ je počet zemřelých v dokončeném věku x v roce t ,

$\bar{S}_{x,t}$ je střední stav x -letých osob v roce t .

Střední délka života nebo také naděje dožití bývá definována jako průměrný počet let, která zbývá osobě ve věku x ještě prožít. Tyto hodnoty bývají zveřejňovány pro jednotlivé roky za jednotlivé státy v úmrtnostních tabulkách, které vlastně představují model úmrtnosti.

Pomocí demografických metod na základě pozorování rozsáhlých populačních souborů (celá populace, pojistné kmeny apod.) lze odhadnout pravděpodobnosti úmrtí pro muže a ženy jednotlivých věků a z toho vyplývající další důležité charakteristiky. Rozlišují se úmrtnostní tabulky úplné, zkrácené, běžné a generační. [8]

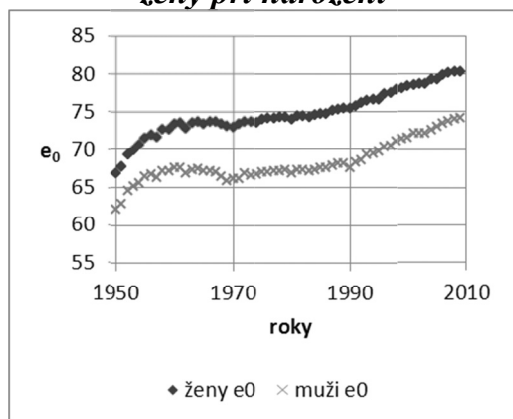
V praxi jsou zřejmě nejčastěji využívány úplné tabulky, které mají jednoleté věkové intervaly, tj. údaje jsou pro stáří 0, 1, 2, ... roků (tj. celočíselný věk x).

Základem při výpočtech jednotlivých charakteristik uveřejněných v úmrtnostních tabulkách pro daný rok jsou pravděpodobnosti úmrtí ve věku x označené q_x a pravděpodobnosti dožití se věku x , označené p_x , přičemž platí, že $q_x + p_x = 1$. Na základě těchto dvou hodnot se určují další funkce uvedené v úmrtnostních tabulkách, např. l_x jako počet osob, dožívajících se věku x z l_0 neboli z radixu úmrtnostní tabulky, d_x jako počet osob zemřelých ve věku x a samozřejmě e_x jako střední délka života ve věku x . Hodnota první zmíněné veličiny q_x se přitom vypočítá na základě sledovaného stavu populace v daném roce podle vztahu

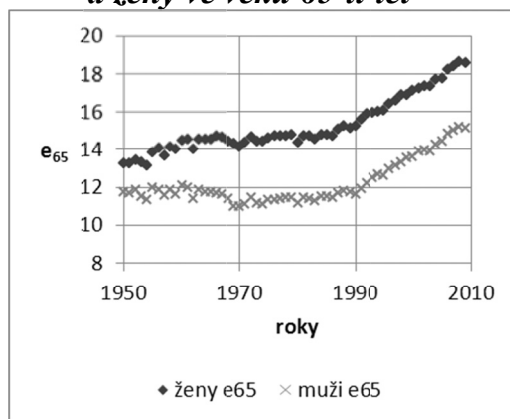
$$q_x = 1 - e^{-m_x}.$$

Jak již bylo uvedeno výše, střední délka života se v České republice zvyšuje. Hodnoty střední délky života pro muže a ženy v ČR při narození a ve věku 65-let jsou pro období 1950-2009 zobrazeny na obr. 1 a obr. 2. Data byla získána na www.mortality.org.

Obr. 1: Střední délka života pro muže a ženy při narození



Obr. 2: Střední délka života pro muže a ženy ve věku 65-ti let



Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z [5] Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z [5]

Jak je patrné z obou obrázků, převažuje rostoucí trend. Pro lepší přehlednost jsou v tabulce 1 uvedeny hodnoty pro střední délku života pro vybrané roky. Ke kritickým obdobím ve vývoji střední délky života patří počátek 70 let, kdy došlo k mírnému poklesu. Nicméně jak z obrázků 1 a 2, tak z tabulky 1 je patrné, že v období 1950-2009 došlo ke zvýšení střední délky života při narození jak u žen, tak u mužů přibližně o 14 let.

Tab. 1: Střední délka života pro ženy a muže ve vybraných letech

rok	ženy		muži	
	e_0	e_{65}	e_0	e_{65}
1950	66,85	13,25	61,97	11,74
1960	73,34	14,47	67,49	12,06
1970	73,00	14,15	66,04	10,98
1980	73,93	14,34	66,81	11,15
1990	75,41	15,26	67,54	11,63
2000	78,34	17,10	71,56	13,63
2009	80,32	18,55	74,18	15,15

Zdroj: vlastní zpracování na základě dat z [5]

Pro predikování dalšího vývoje střední délky života lze využít několika modelů. Například Lee-Carter model z roku 1992, Currie Age-Period-Cohort model z roku 2006 nebo Cairns, Blake and Dowd model také z roku 2006. V další části bude uveden princip prvního výše jmenovaného Lee-Carterova modelu a výsledky predikce vývoje střední délky života pro muže a ženy v ČR při narození a ve věku 65-let získané jeho užitím.

2 Použité metody

2.1 Lee-Carterův model

Jednou z metod, která se používá pro odhady hodnot $m_{x,t}$ v úmrtnostní tabulce, je metoda popsána v roce 1992 Ronaldem Lee a Lawrancem Carterem v článku „Modelling and forecasting US mortality“.[6] Navržený model popisuje změny specifické míry úmrtnosti podle věku v závislosti na časovém indexu. Předpokládá se, že přirozený logaritmus specifické míry úmrtnosti lze rozložit na tři složky. První složku, která je nezávislá na čase,

druhou složku, která je závislá na čase a popisuje celkovou míru úmrtnosti, a třetí složku, která je opět závislá na čase a popisuje vliv určitého věku na specifickou míru úmrtnosti v závislosti na změně celkové míry úmrtnosti. Matematický model Lee-Carterova modelu, který můžeme najít například v [1], [6], má tvar:

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{x,t}, \quad (1)$$

kde:

$m_{x,t}$ je specifická míra úmrtnosti ve věku x a čase t ,

α_x vypočítáme jako aritmetický průměr z hodnot $\ln m_{x,t}$ přes všechna t . Jsou to tedy aritmetické průměry jednotlivých řádků zlogaritmované matice $m_{x,t}$, hodnoty

e^{α_x} představují základní tvar specifické míry úmrtnosti podle věků,

β_x představuje vliv jednotlivých věků na změnu specifické míry úmrtnosti,

k_t reprezentuje časový trend,

$\varepsilon_{x,t}$ je náhodná chyba s nulovou střední hodnotou a konstantním rozptylem σ^2 .

Dalšími předpoklady jsou podmínky kladené na k_t a β_x ve tvaru:

$$\sum_{t=t_1}^{t_n} k_t = 0 \text{ a } \sum_{x=x_1}^{x_n} \beta_x = 1. \quad (2)$$

Existuje několik postupů pro odhady jednotlivých parametrů modelu, které se liší především v postupu používaném pro odhad parametru β_x . Původně navržená metoda popsána například v [1], [6], [7] získává odhady parametru β_x pomocí SVD (Singular value decomposition) matice $[\ln m_{x,t} - \alpha_x]$. To je však početně náročné a proto v roce 2005 přišli Haberman a Russolillo v článku „*Lee-Carter mortality forecasting: application to the Italian population*“ [4] s metodou, která využívá pro odhad parametru β_x lineární regresi. Touto metodou bylo postupováno i při výpočtech v tomto článku.

První část výpočtu, jak je níže popsána, byla autory tohoto článku naprogramována v softwaru MATLAB. Ve druhé části výpočtu, kde jsou využívány ARIMA modely, byl využit software STATISTICA 10. Celý výpočet byl odzkoušen a použit k výpočtům uveřejněným zde, na datech za ČR. Součástí zpracovaného programu v softwaru MATLAB je nejenom samotný výpočet hodnot $m_{x,t}$ pro následující roky, ale i část, která upraví data z úmrtnostních tabulek z podoby, ve které jsou publikovány, do podoby vhodné pro výpočet. Na závěr je z predikovaných hodnot $m_{x,t}$ napočítána celá úmrtnostní tabulka. Celkové množství početních operací i jejich náročnost ani neumožňuje provádět výpočty bez použití výpočetní techniky s vhodným softwarem.

2.2 Algoritmus výpočtu

Prvním krokem algoritmu je odhad parametru α_x . Ten vypočítáme pro všechna x jako:

$$\alpha_x = \frac{1}{T} \sum_{t=t_1}^{t_n} \ln(m_{x,t}), \quad (3)$$

kde T je rovno počtu prvků posloupnosti t_1, \dots, t_n . Jedná se tedy o aritmetické průměry řádků matice $[\ln(m_{x,t})]$. Proměnná n představuje rozsah analyzovaného souboru.

Druhým krokem algoritmu je odhadnutí hodnot k_t . Ty odhadneme jako součty hodnot v jednotlivých sloupcích matice $[\ln(m_{x,t}) - \alpha_x]$, tedy

$$k_t = \sum_{x=x_1}^{x_n} (\ln(m_{x,t}) - \alpha_x). \quad (4)$$

Třetím krokem je odhad parametru β_x . K tomu využijeme lineární regresi bez absolutního členu. Za závisle proměnnou volíme hodnoty $(\ln(m_{x,t}) - \alpha_x)$, za nezávisle proměnnou hodnoty k_t .

Posledním krokem algoritmu je přepočítání hodnot k_t pro všechna t tak, aby platila rovnost (5), která popisuje shodu skutečného a očekávaného počtu úmrtí v jednotlivých letech:

$$\sum_{x=x_1}^{x_n} d_{x,t} = \sum_{x=x_1}^{x_n} (e_{x,t} \cdot e^{\alpha_x + \beta_x k_t}). \quad (5)$$

2.3 Predikce budoucích hodnot

Když jsou odhadnuty všechny parametry modelu, lze přistoupit k predikci hodnot $m_{x,t}$ pro $t > t_n$. K tomu je zapotřebí predikovat hodnoty k_t pro $t > t_n$. V článku [6], napsaném Lee a Carterem, je pro tuto predikci využit model ARIMA(0,1,0). Jedná se o autoregresní integrovaný proces klouzavých průměrů řádu (0,1,0). Predikce hodnot k_t pro $t > t_n$ je v tomto případě učiněna na základě hodnot k_t pro $t = t_1, \dots, t_n$ což lze zapsat jako:

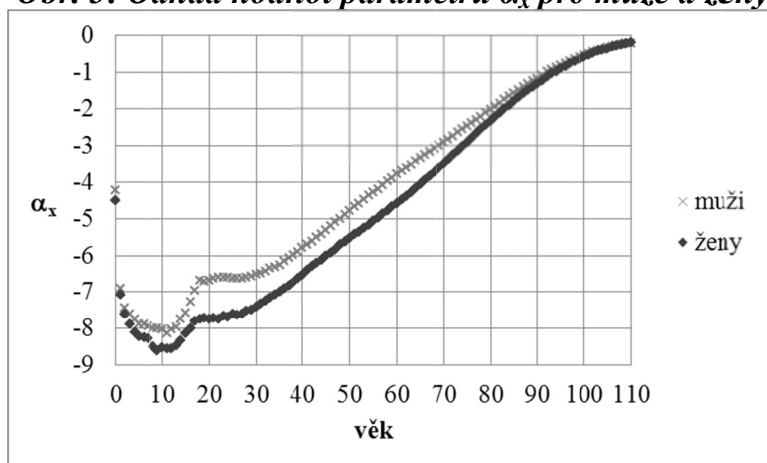
$$\{k_t: t \in \langle t_1; t_n \rangle\} \rightarrow \{k_{t_n+s}: s > 0\}. \quad (6)$$

V tomto článku bude však na základě analýzy autokorelační a parciální autokorelační funkce posloupnosti hodnot k_t použit model ARIMA(1,0,0), který lépe odpovídá zkoumaným datům.

3 Analýza výsledků

Odhady jednotlivých parametrů modelu zvláště pro muže a ženy v ČR byly vypočteny na základě specifické míry úmrtnosti podle věku pro ČR z let 1950 až 2009, získané z www.mortality.org. Na obr. 3 je zobrazen odhad parametru α_x pro jednotlivé věky od 0 do 110. Z obrázku je patrné, že parametr α_x nabývá pro muže větších hodnot než pro ženy, tedy můžeme říci, že pravděpodobnost úmrtí muže je v daném věku větší než pravděpodobnost úmrtí ženy. Ke sblížení odhadu parametrů dojde až pro velmi vysoké věky.

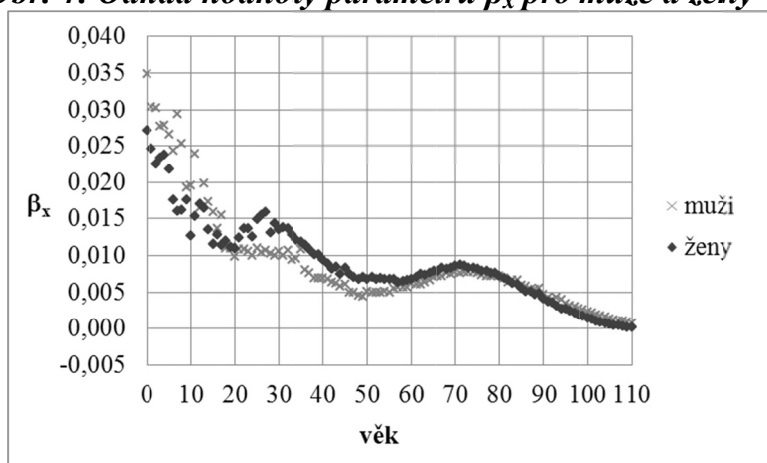
Obr. 3: Odhad hodnot parametru α_x pro muže a ženy



Zdroj: vlastní zpracování na základě vlastních výpočtů

Na obr. 4 jsou zobrazeny odhady parametru β_x . Ty jsou pro muže i ženy v každém věku přibližně stejné, proto můžeme tvrdit, že změny v úmrtnosti se u mužů a žen výrazně neliší.

Obr. 4: Odhad hodnoty parametru β_x pro muže a ženy



Zdroj: vlastní zpracování na základě vlastních výpočtů

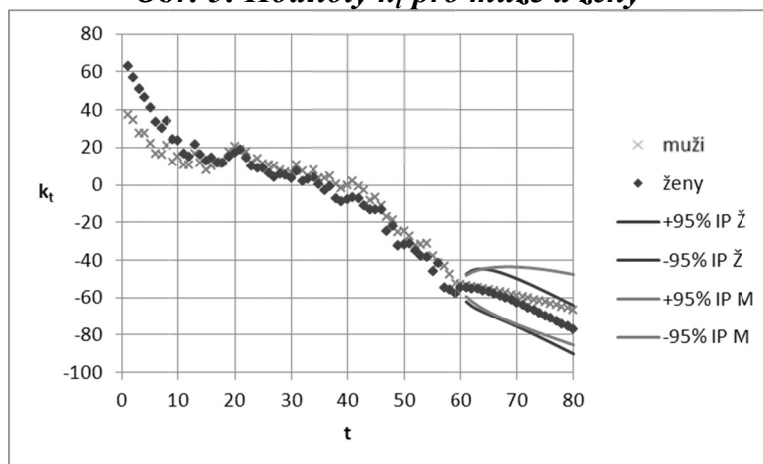
Na obr. 5 jsou zobrazeny hodnoty odhadovaného parametru k_t . Z analýzy těchto hodnot v období let 1950-2009 vyplývá, že úmrtnost u žen v České republice klesá o něco pomaleji než u mužů. Ve stejném obrázku jsou zakresleny i predikované hodnoty parametru k_t spolu s 95% intervalem spolehlivosti. Pro získání této predikce byly využity ARIMA modely stejně jako v [4]. Konkrétně po analýze autokorelací funkce a parciální autokorelací funkce byl jako nejvhodnější model identifikován model ARIMA(1,0,0). Tento model předpokládá mezi hodnotami k_t a k_{t-1} vztah popsáný rovnicí (7):

$$k_t = \gamma \cdot k_{t-1}. \quad (7)$$

Před samotným výpočtem byly nejdříve hodnoty k_t očištěny o lineární trend, tedy od každé hodnoty byla odečtena hodnota lineární regresní funkce ve tvaru $y = a + bt$ pro příslušné t . Odhady parametrů a , b využitých lineárních regresních funkcí jsou spolu s koeficientem korelace a koeficientem determinace uvedeny v tabulce 2. Následně byly pomocí modelu ARIMA(1,0,0) predikovány očištěné hodnoty k_t pro $t = 61, \dots, 80$, což odpovídá predikci pro roky 2010 až 2029. Na závěr byl k takto získaným hodnotám opět přičten výše popsáný lineární trend. V tabulce číslo 3 jsou pak ještě pro doplnění uvedeny

hodnoty parametru γ ze vztahu 7 spolu s 95%-ními intervaly spolehlivosti pro tyto parametry.

Obr. 5: Hodnoty k_t pro muže a ženy



Zdroj: vlastní zpracování na základě vlastních výpočtů

Tab. 2: Odhady parametrů lineárních regresních funkcí $y = a + bt$

	a	b	R	R^2
muži	34,933	-1,145	0,912	0,831
ženy	47,468	-1,556	0,963	0,928

Zdroj: vlastní výpočty

Tab. 3: Hodnoty parametru γ

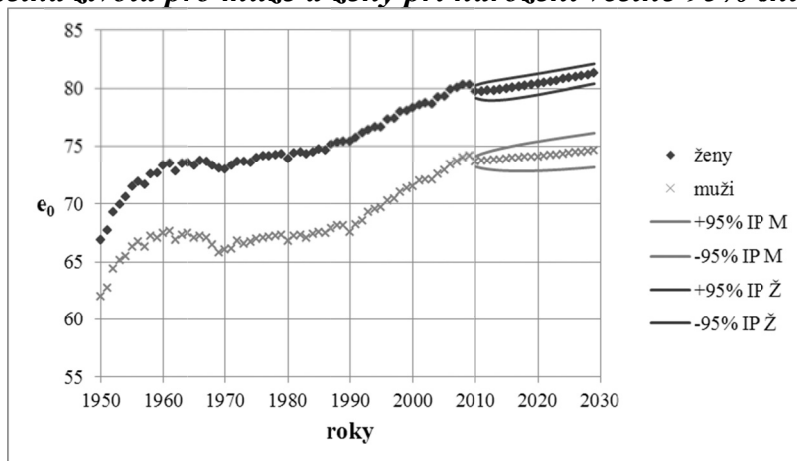
	γ	-95% IS	+95% IS
muži	0,966407	0,864104	1,06871
ženy	0,823371	0,668847	0,977896

Zdroj: vlastní výpočty

4 Diskuze

Výše uvedeným postupem byly predikovány hodnoty parametru k_t , pomocí kterých pak lze vypočítat další vývoj specifických měr úmrtnosti. Díky těmto hodnotám je možné predikovat také vývoj střední délky života. Na obr. 6 jsou znázorněny hodnoty střední délky života pro muže a ženy v ČR při narození. Údaje mezi roky 1950 a 2009 jsou z www.mortality.org, dále pak jsou na obrázku vidět predikované hodnoty pro následující 20-leté období, tedy pro roky 2010-2029, spolu s 95%-ním intervalem predikce.

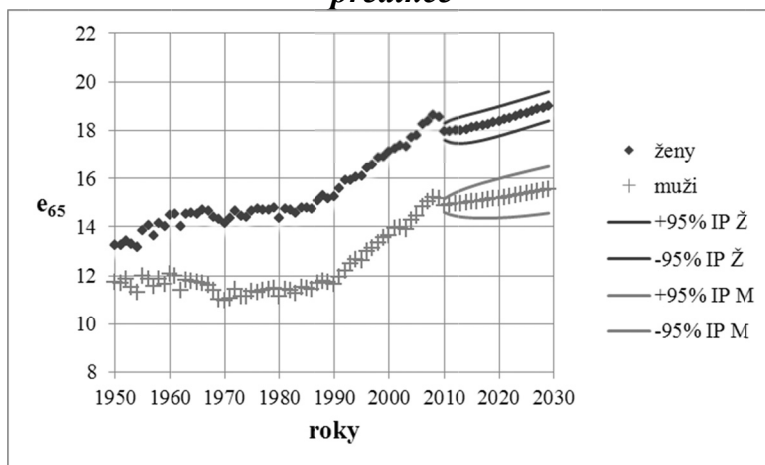
Obr. 6: Střední délka života pro muže a ženy při narození včetně 95% intervalu predikce



Zdroj: [3], vlastní výpočty, vlastní zpracování

Analogicky na obr. 7 jsou znázorněny hodnoty střední délky života pro muže a ženy v ČR ve věku 65 let včetně předpovědi na roky 2010-2029, opět i s 95%-ním intervalem predikce.

Obr. 7: Střední délka života pro muže a ženy ve věku 65-ti let včetně 95% intervalu predikce



Zdroj: [3], vlastní výpočty, vlastní zpracování

Jak je patrné z obou obrázků, střední délka života si uchovává rostoucí tendenci a růst je větší u žen než u mužů. V obou případech je však vidět mírné podhodnocení odhadů střední délky života pro následující roky. Autoři se zabývali důvody, které vedou k tomuto podhodnocení a došli k závěru, že hlavním důvodem je změna tempa růstu naděje na dožití mezi roky 1950 a 1990 a mezi roky 1990 a 2009. Při výpočtech s časovou řadou začínající v roce 1990 by k tak výraznému podhodnocení odhadů nedošlo. Při práci s časovými řadami však není vhodné jejich účelové zkracování.

Při zpracování dané problematiky byla využita data do roku 2009 převzatá z www.mortality.org. V současné době lze porovnat již zveřejněné hodnoty střední délky života za roky 2010 a 2011 s hodnotami predikovanými. Porovnání bude obsahem další části tohoto příspěvku.

Střední délka života při narození a pro jednotlivé věky je pro roky 2010 a 2011 zveřejněna na webových stránkách Českého statistického úřadu. V tabulce 4 jsou pro srovnání uvedeny hodnoty střední délky života při narození pro ženy a muže a to jak

skutečné, tak predikované hodnoty. Dále jsou zde uvedeny dolní a horní hranice 95%-ho predikčního intervalu pro tyto hodnoty. Jak je vidět z uvedené tabulky, skutečná hodnota střední délky života je v roce 2010 jak u žen, tak u mužů vyšší než je horní hranice predikčního pásu. Totéž lze říci pro reálnou hodnotu střední délky života u mužů v roce 2011. Pouze u žen v roce 2011 skutečná hodnota spadá do vymezeného 95%-ho predikčního intervalu.

Tab. 4: Porovnání střední délky života při narození pro ženy a muže u predikovaných a skutečných hodnot

rok	ženy				muži			
	realita	predikce	-95% IP	+95% IP	realita	predikce	-95% IP	+95% IP
2010	80,60	79,72	78,86	80,55	74,37	73,70	73,15	74,25
2011	80,74	79,74	78,61	80,81	74,69	73,74	72,97	74,49

Zdroj: [3], vlastní výpočty

V tabulce 5 lze analogicky porovnat skutečné a predikované hodnoty střední délky života ve věku 65 let. Z uvedené tabulky lze vyčíst, že reálné hodnoty jsou ve všech případech vyšší než horní hranice 95%-ního predikčního intervalu. Tato nepřesnost v odhadu střední délky života je důsledkem ně zcela dobrého odhadu hodnot k_t v použitém ARIMA modelu. Hodnoty k_t očištěné o lineární trend totiž tvoří pro $t > 40$ klesající posloupnost. V ideálním případě by však měly tyto hodnoty oscilovat kolem nuly. Tato skutečnost bude podrobena dalšímu zkoumání autorů.

Tab. 5: Porovnání střední délky života ve věku 65 let pro ženy a muže u predikovaných a skutečných hodnot

rok	ženy				muži			
	realita	predikce	-95% IP	+95% IP	realita	predikce	-95% IP	+95% IP
2010	18,71	17,95	17,38	18,51	15,26	14,87	14,53	15,22
2011	18,82	17,96	17,22	18,68	15,47	14,90	14,42	15,38

Zdroj: [3], vlastní výpočty

V případě, že bychom pracovali s 99% predikčním intervalem střední délky života pro sledované období, reálné hodnoty střední délky života jak při narození, tak ve věku 65 let, by již patřily do tohoto intervalu.

Závěr

Stárnutí populace je příznačným rysem většiny vyspělých zemí a i pro Českou republiku je tato problematika aktuální. Stárnutí populace společnosti je ovlivněno dvěma hlavními faktory, a to prodlužující se délkou života a snižující se porodností. Podrobnější analýze prvního z těchto faktorů je věnován tento článek.

Pro modelování úmrtnosti lze využít několik modelů. V tomto příspěvku byl zvolen Lee-Carterův model, který je úspěšně aplikován pro dlouhodobé predikce míry úmrtnosti. Na základě reálných dat z úmrtnostních tabulek pro Českou republiku z let 1950-2009, získaných z www.mortality.org, byly odhadnuty koeficienty Lee-Carterova modelu. Pro potřeby tohoto příspěvku autoři nejprve tyto výpočty naprogramovali v softwaru MATLAB. Poté bylo možné predikovat následující vývoj specifické míry úmrtnosti a tyto hodnoty pak byly využity pro predikci střední délky života. V této části výpočtu, kde jsou predikovány hodnoty příslušných proměnných, a kde jsou k tomuto využívány ARIMA modely, byl využit software STATISTICA 10. Celkové množství početních operací i jejich náročnost,

kteře byly k tomuto příspěvku využity, ani neumožňuje provádět výpočty bez použití výpočetní techniky s vhodným software. Autoři příspěvku si jsou vědomi toho, že odhady budoucího vývoje úmrtnosti a následně odhady střední délky života jsou velice komplikované a je při nich zapotřebí používat nejenom metody statistické, jako je Lee-Carterův model, ale kombinovat je i s metodami demografickými. Z rozsahových důvodů je v tomto příspěvku věnována pozornost pouze pohledu statistickému.

Střední délka života je jedním z měřitek, kterým se hodnotí vyspělost dané společnosti. S jejím prodlužováním jsou spojeny také jisté nároky na společnost, např. ve zvyšující se náročnosti na zdravotní a sociální péči a také důchodové zabezpečení. Vyspělé společnosti jsou povinny tento problém řešit. K tomuto řešení jsou potřebné dostatečné kvantitativní podklady a právě modely úmrtnosti, umožňující predikci budoucího stavu, jsou jedním z nástrojů, které lze využít.

Reference

- [1] BROUHNS, N., DENUIT, M., VERMUNT, J.K. *A Poisson Log- Bilinear Regression Approach to the Construction of Protect Life Tables*. Insurance: Mathematics and Economics 31, 2002, 373-393.
- [2] CIPRA, T. *Finanční ekonometrie*. 1. vydání. Praha: Ekopress, 2008. 538 s. ISBN 978-80-86929-43-9.
- [3] ČESKÝ statistický úřad. *Úmrtnostní tabulky 2010, 2011*. [cit. 10. 08. 2012] Dostupné na WWW: <<http://www.czso.cz>>.
- [4] HABERMAN, S., RUSSOLILLO, M. *Lee-Carter mortality forecasting: application to the Italian population*. City University – Actuarial Research Paper No. 167.
- [5] *Human Mortality Database*. University of California, Berkeley (USA), Max Planck Institute for Demographic Research. [cit. 20. 06. 2012] Dostupné na WWW: <<http://www.mortality.org>>.
- [6] LEE, R. D., CARTER, L. *Modelling and forecasting US mortality*. Journal of the American Statistical Association, vol. 87(419), 1992, 659-671.
- [7] LUNDSTRÖM, H., QVIST, J. *Mortality Forecasting and Trend Shifts: an Application of the Lee-Carter Model to Swedish Mortality Data*. International Statistical Review 72,1, 2002, 37-50.
- [8] SEKERKA, B., JINDROVÁ, P. *Finanční a pojistná matematika*. 1. vydání. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2005. 174 s. ISBN 80-7194-810-1.

Kontaktní adresa

Mgr. Ondřej Slavíček, Mgr. Pavla Jindrová, Ph.D.

Univerzita Pardubice, Fakulta ekonomicko-správní, Ústav matematiky a kvantitat. metod
Studentská 84, 532 10 Pardubice, Česká republika

E-mail: Ondrej.Slavicek@upce.cz, Pavla.Jindrova@upce.cz

Tel. číslo: +420 466 036 170, +420 466 036 018

Received: 30. 08. 2012

Reviewed: 11. 02. 2013

Approved for publication: 14. 03. 2013