

ZTRÁTA STABILITY KLOUBOVĚ ULOŽENÝCH KUŽELOVÝCH SKOŘEPIN S MALÝM VZEPĚTÍM ZATĚŽOVANÝCH VNĚJŠÍM PŘETLAKEM

Doubravka STŘEDOVÁ, Petr PAŠČENKO, Petr TOMEK

Katedra mechaniky, materiálů a částí strojů, Dopravní fakulta Jana Pernera, Univerzita Pardubice, Studentská 95, 532 10 Pardubice, ČR, e-mail: doubravka.stredova@upce.cz, petr.pascenko@upce.cz, petr.tomek@upce.cz

Annotation

The aim of this paper is to suggest an approximate analytical method that could allow inexpensive and fast computational control of *stability of conical shells with lower edge angle $\alpha_c = 5^\circ \div 15^\circ$ with hinged lower edge*. Standard methods of stability calculation according to European Recommendation ECCS [1] are not applicable due to the geometry of the examined shells. Numerical analyses are performed by FEM computer program COSMOS/M [2].

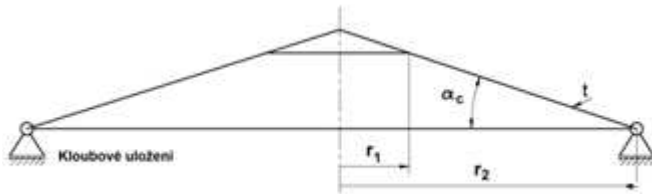
Úvod

Úvodní část článku je věnována analýze současného stavu problematiky konstruování kuželových skořepin. Je zde stručně uveden postup navrhování kuželových skořepin dle stávajících doporučení a norem. Hlavní část článku je zaměřena na navržení metody výpočtu limitního zatížení kuželových skořepin s malým vzepětím s okrajovou podmínkou kloubového uložení spodního okraje skořepiny. Řešený rozsah okrajového úhlu je $\alpha_c = 5^\circ \div 15^\circ$. Z důvodu kompatibility s postupem uvedeným v evropském doporučení ECCS [1] je výsledný vztah hledán ve tvaru, který vychází ze vztahu pro kritické napětí válce zatíženého vnějším přetlakem. Tento vztah je ve zkoumaném případě kuželových skořepin s malým vzepětím doplněn o nové konstanty, které zohledňují vliv zvolené okrajové podmínky.

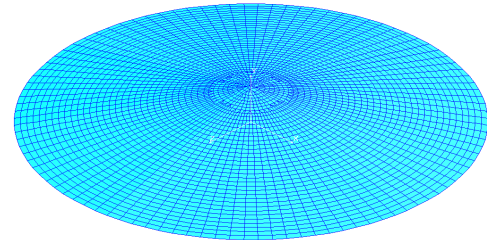
Metody řešení

V normách a doporučení je uveden postup řešení únosnosti kuželových skořepin, který vychází z lineární teorie skořepin. Z důvodu kompatibility postupu řešení kuželových skořepin s malým vzepětím se stávajícími předpisy jsou hledány součinitele, které rovněž budou upravovat známý vztah pro výpočet kritického napětí válce (viz dále kritické napětí oskulačního válce). Tento úkol spočívá v detailním pochopení fyzikální podstaty řešeného problému, dále pak v provedení potřebného množství výpočtových analýz a ověřovacích experimentů. Vzhledem k značné složitosti a rozsáhlosti popisovaného problému by bylo velmi náročné a nákladné zkoumat stabilitu skořepin pouze s použitím experimentů. Pomocí numerických analýz, které jsou prováděny v počítačových programech založených na metodě konečných prvků (MKP), je možné relativně rychle a levně simulovat celou řadu pokusů. Numerické analýzy zohledňující geometrickou

nelinearitu (GNA) jsou prováděny v programu COSMOS/M [2]. Schéma kuželové skořepiny je na obr. 1. Numerický model (obr. 2) je vytvořen ze čtyř-uzlových skořepinových prvků SHELL4. Modely jsou zatíženy vnějším jednotkovým přetlakem $p = 1\text{MPa}$. Výpočet je řízen pomocí strategie řízení nelineárního procesu přírůstkem oblouku zatěžovací křivky.



Obr. 1 Schéma kuželové skořepiny

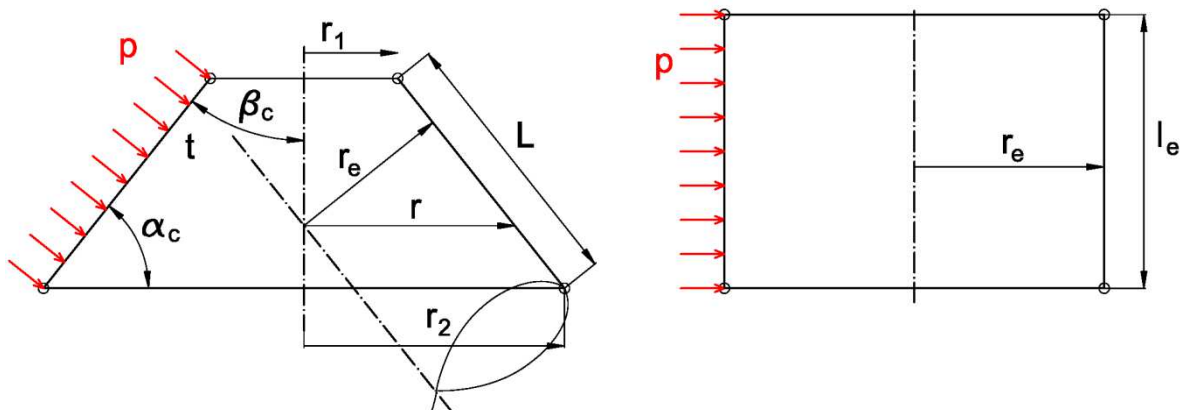


Obr. 2 Numerický model

ECCS

V této kapitole je uvedeno řešení stabilitní únosnosti kuželových skořepin zatížených vnějším přetlakem podle Evropského doporučení ECCS [1]. Platnost je zde omezena na navrhování kuželových skořepin s **okrajovým úhlem** $\alpha_c \geq 25^\circ$. Tato podmínka je dána rozsahem platnosti lineární teorie skořepin, na níž jsou uvedené předpisy založeny. Další omezení se vztahuje na typ okrajových podmínek (vztahy z ECCS nemohou být použity pro okrajové podmínky kdy je možný radiální posuv okraje skořepiny, což není případ zde řešeného kloubového uložení spodního okraje).

Řešení únosnosti kuželové skořepiny spočívá v převedení geometrie kužele v tzv. náhradní (oskulační) válec (viz obr. 3), poté je vypočítána hodnota kritického zatížení náhradního válce. Navržení stabilitní únosnosti reálné skořepiny dále spočívá v přepočítání hodnoty kritického zatížení ideální skořepiny pomocí pseudo-analytických vzorců, sestavených autory doporučení ECCS. V těchto vztazích jsou obsaženy součinitele, které zohledňují podmínky konkrétního případu skořepiny (materiál, zatížení, apod.).



Obr. 3: Převod geometrie kuželové skořepiny zatěžované vnějším přetlakem na náhradní válec

Délka náhradního válce kužele zatíženého vnějším přetlakem je vyjádřena vztahem

$$l_e = \min \left[L; \left(\frac{r_2}{\sin \beta_c} \right) (0,53 + 0,125\beta_c) \right] \quad (1)$$

Kde β_c [rad] je polovina vrcholového úhlu kužele. Poloměr náhradního válce, jehož délka je $l_e = L$, je vyjádřen

$$r_e = \frac{0,55r_1 + 0,45r_2}{\cos \beta_c} \quad (2)$$

Pokud je délka náhradního válce $l_e = \left(\frac{r_2}{\sin \beta_c} \right) (0,53 + 0,125\beta_c)$, je poloměr náhradního válce roven

$$r_e = 0,71r_2 \frac{1 - 0,1\beta_c}{\cos \beta_c} \quad (3)$$

Po určení rozměrů náhradního válce je dále stabilita kuželové skořepiny řešena jako stabilita náhradního válce zatíženého vnějším přetlakem. Vztah pro kritické napětí náhradního válce vychází z lineární teorie skořepin. Řešením lineární parciální diferenciální rovnice kruhové válcové skořepiny vychází vztah pro kritické napětí ve tvaru

$$\sigma_{\theta kr} = 0,92E \frac{t}{l_e} \sqrt{\frac{t}{r_e}}$$

Tento vztah je doplněn součinitelem C_θ zahrnujícím vliv okrajových podmínek

$$\sigma_{\theta Rcr} = 0,92E \frac{C_\theta}{\omega} \frac{t}{r_e} \quad (4)$$

Ve vztahu pro kritické napětí (4) je zahrnut bezrozměrný parametr ω , který závisí na geometrii konkrétní válcové skořepiny podle vztahu

$$\omega = \frac{l_e}{r_e} \sqrt{\frac{r_e}{t}}$$

Vztah pro kritický přetlak je potom vyjádřen ve tvaru

$$p_{\theta Rcr} = 0,92E \frac{C_\theta}{\omega} \left(\frac{t}{r_e} \right)^2 \quad (5)$$

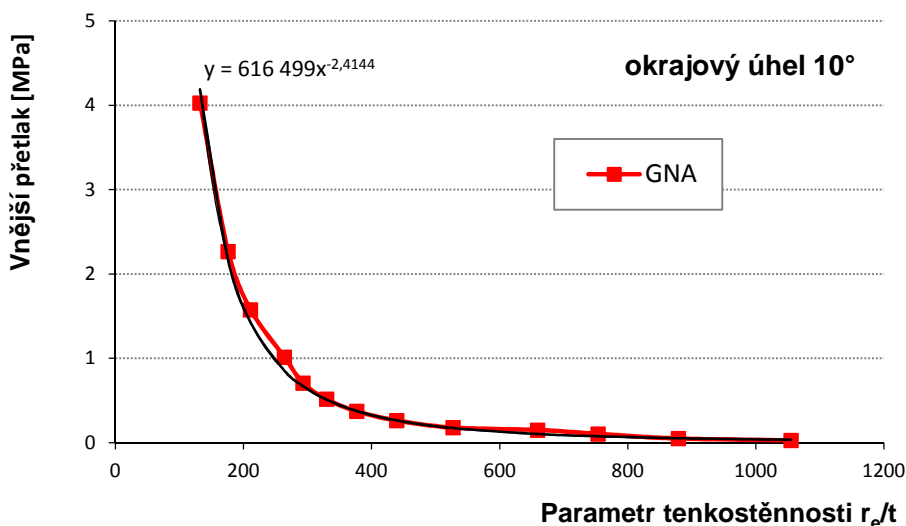
Hodnota kritického napětí (resp. tlaku) je dále upravena součiniteli, které zohledňují vliv pružně-plastického chování materiálu, vliv nepřesností výroby (počátečních výrobních imperfekcí) apod.

Kuželové skořepiny s malým vzepětím

Kuželové skořepiny s menším okrajovým úhlem vykazují značně nelineární chování. Není proto možné použít lineární řešení, užívané v doporučení ECCS. Tato nelinearita spočívá v tom, že u těchto skořepin dochází při zatěžování k posunutí oblasti maximálního meridiánového ohybového momentu směrem od okraje ke středu kužele. Při $\alpha_c \rightarrow 0$ se kužel stává kruhovou deskou s maximálním ohybovým momentem ve středu desky. Úloha se ze stabilitní mění na pevnostní. Dále z rovnic (2); (3) a obrázku 3 je patrné, proč není možné použít standardní metody výpočtu stabilitní únosnosti – poloměr náhradního válce je příliš velký.

Poloměr náhradního válce je závislý na výrazu $1/\sin \alpha_c$ a pro okrajový úhel blíží se nule roste nade všechny meze. Z těchto důvodů dochází ke značnému zkreslení výsledku kritického napětí (4); resp. kritického tlaku (5).

Závislost elastického limitního přetlaku (výsledky analýz GNA) kuželové skořepiny s velikostí okrajového úhlu $\alpha_c = 10^\circ$ na parametru tenkostěnnosti skořepiny r_e/t je vykreslena na obrázku 4.



Obr. 3: Závislost mezního přetlaku na parametru tenkostěnnosti – kloubově uložená kuželová skořepina s okrajovým úhlem $\alpha_c = 10^\circ$; zobrazena regresní rovnice

Vzhledem k mocninnému charakteru uvedené závislosti, je možné sestavit regresní křivku podle rovnice

$$p_{el} = K \cdot E \frac{1}{\omega} \left(\frac{t}{r_e}\right)^m = K' \cdot \left(\frac{t}{r_e}\right)^m = K' \cdot \left(\frac{r_e}{t}\right)^{-m} \quad (6)$$

kde K' je koeficient mocninné křivky, v němž je již zahrnut vliv materiálu a geometrie skořepiny prostřednictvím modulu pružnosti E a bezrozměrného parametru ω

$$K' = K \cdot E \frac{1}{\omega} \quad (7)$$

Koeficienty K' a m s uvažováním elastického chování materiálu (analýzy GNA) kloubově uložené skořepiny s okrajovými úhly $\alpha_c = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ jsou uvedeny v tabulce 1.

Tab. 1 Koeficienty regresních křivek – kloubově uložený okraj

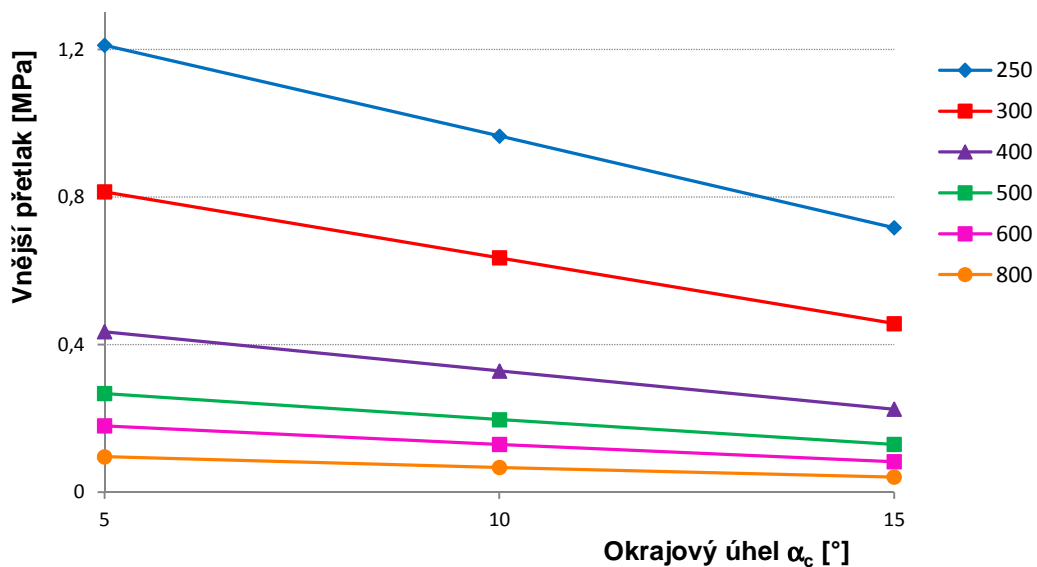
Okrajový úhel α_c [°]	Rozsah r_e/t	Regresní koeficienty	
		K'	m
5	260÷2080	204019	2,1796
10	130÷1050	616499	2,4144
15	90÷890	596062	2,4688

Dosazením nalezených koeficientů do rovnice limitního vnějšího přetlaku (6) je možné vypočítat limitní přetlak kuželové skořepiny s okrajovým úhlem $\alpha_c = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ a konkrétním parametrem tenkostěnnosti (z uvedeného rozsahu).

Zobecnění výsledků

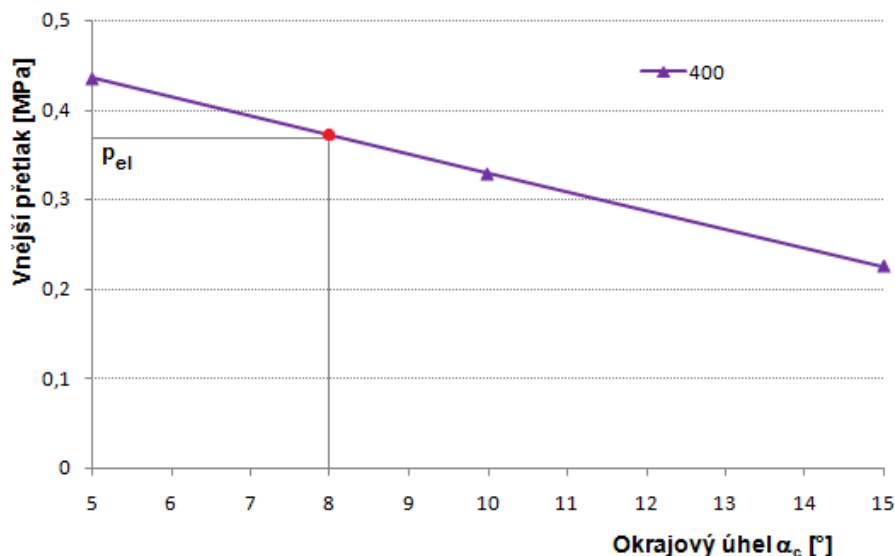
Koeficienty regresních křivek platí pro konkrétní hodnoty okrajových úhlů $\alpha_c = 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$. V této kapitole je provedeno zobecnění dosažených výsledků, aby bylo možné vypočítat limitní přetlak kuželové skořepiny s libovolnou hodnotou okrajového úhlu (v rozsahu $\alpha_c = 5^\circ \div 15^\circ$).

V následujícím grafu (obr. 4) jsou uvedeny závislosti limitního přetlaku vypočítané pomocí rovnice (6) s příslušnými koeficienty (z tabulky 2) na velikosti okrajového úhlu. Jednotlivé křivky přísluší konkrétnímu parametru r_e/t . Z průběhu závislostí je zřejmé, že hodnotu limitního přetlaku kuželové skořepiny s velikostí okrajového úhlu mezi hodnotami $5^\circ, 10^\circ$ a 15° je možné lineárně interpolovat.



Obr. 4: Závislost mezního přetlaku kuželové skořepiny s okrajovou podmínkou kloubového uložení na velikosti okrajového úhlu α_c pro různé hodnoty parametru tenkostěnnosti skořepiny r_e/t

Výpočet limitního přetlaku kuželové skořepiny s okrajovým úhlem např. $\alpha_c = 8^\circ$ a parametrem tenkostěnnosti $r_e/t = 400$ pomocí lineární interpolace je ukázán na obr. 5.



Obr. 5: Limitní přetlak kuželové skořepiny s okrajovým úhlem $\alpha_c = 8^\circ$ a parametrem tenkostěnnosti $r_e/t = 400$

Kontrola výsledků – ukázkový příklad

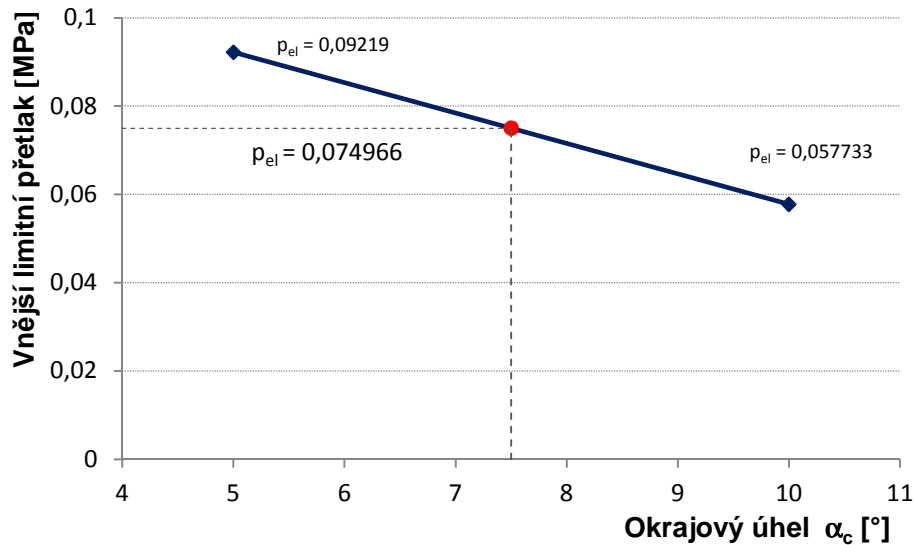
V následujícím textu jsou provedeny výpočty mezního zatížení kuželové skořepiny s okrajovým úhlem $\alpha_c = 7,5^\circ$, poloměrem spodního okraje $r_2 = 2100\text{mm}$ a tloušťkou stěny $t = 12\text{mm}$. Je provedena numerická analýza typu GNA. Mezní přetlak vypočítaný numericky je porovnán s hodnotou získanou lineární interpolací mezi hodnotami limitního přetlaku pro kuželové skořepiny s okrajovým úhlem 5° a 10° (viz obr. 3) se stejným parametrem tenkostěnnosti. V tabulce 2 jsou uvedeny rozměry zkoumané kuželové skořepiny, poloměr náhradního válce r_e je vypočítán podle rovnice (3)

$$r_e = 0,71r_2 \frac{1-0,1\beta_c}{\cos \beta_c}$$

Tab. 2 Parametry kuželové skořepiny ukázkového případu

α_c [°]	t [mm]	r_2 [mm]	r_e [mm]	r_e/t [-]
7,5	12	2100	9778,2	814,85

Na obrázku 6 je uvedena hodnota limitního přetlaku kuželové skořepiny. V grafu jsou navíc uvedeny hodnoty limitního přetlaku kuželových skořepin s okrajovým úhlem 5° a 10° se stejným parametrem tenkostěnnosti.



Obr. 6: Lineární interpolace limitního přetlaku kuželové skořepiny s okrajovým úhlem $\alpha_c = 7,5^\circ$

Výsledek numerické analýzy GNA a vypočítaná hodnota limitního přetlaku jsou uvedeny v tabulce 4, v posledním řádku tabulky je uvedena relativní chyba výsledku.

Tab. 4 Porovnání hodnot limitního přetlaku vypočítaných numericky a pomocí lineární interpolace

p_{GNA} [MPa]	p_{el} [MPa]
0,07481	0,074966
0,2%	

Závěr

V tomto článku byla představena jednoduchá metoda řešení únosnosti kloubově uložených kuželových skořepin s okrajovým úhlem z rozsahu $5^\circ \div 15^\circ$ spočívající v lineární interpolaci. Z hodnot limitního přetlaku ukázkového příkladu kuželové skořepiny s libovolnými rozměry (ze zkoumaného rozsahu) uvedených v tabulce 4 je patrna velmi dobrá shoda numerických a teoretických výsledků (relativní chyba je v ukázkových příkladech do 1%). Je tedy možné říci, že navržená metoda je vhodná, ovšem výsledky je třeba dále experimentálně ověřit. V dizertační práci [3] je uvedena metodika výpočtu stabilitní únosnosti kuželových skořepin s malým vzepětím pro další případy okrajových podmínek – prostého podepření nevyztuženého a okrajovým prstencem vyztuženého spodního okraje skořepiny. Tyto typy okrajových podmínek reprezentují nulovou a konečnou tuhost spodního okraje v radiálním směru.

Poděkování

Tato práce vznikla v rámci Studentské grantové soutěže Univerzity Pardubice, projekt č. 51030/20/SG520001.

LITERATURA

- [1] ECCS TC8 TWG 8.4 *Buckling of Steel Shells*. European Design Recommendations. 5th Edition. Published by ECCS. (2008). ISBN: 92-9147-000-92.
- [2] FEM Computer program COSMOS/M, Version 2.95 by SRAC (Structural Research and Corporation), Los Angeles, California.
- [3] Středová, D.: Stabilitní prolomení kuželových skořepin s malým vzepětím. Dizertační práce. Univerzita Pardubice. Pardubice (2012).