

ZTRÁTA STABILITY PŘÍČNĚ ZATĚŽOVANÉ VÁLCOVÉ SKOŘEPINY S POČÁTEČNÍ IMPERFEKČÍ

Ondřej VOLTR, Petr PAŠČENKO

Katedra mechaniky, materiálů a částí strojů, Dopravní fakulta Jana Pernera, Univerzita Pardubice, Studentská 95, 532 10 Pardubice, ČR, e-mail: ondrej.voltr@student.upce.cz, petr.pascenko@upce.cz

Abstrakt

Článek se zabývá posouzením vlivu počáteční imperfekce na stabilitní únosnost příčně zatěžované válcové skořepiny. V této první fázi výzkumu se řeší ztráta stability pouze v elastické oblasti. Počáteční imperfekce tvaru se uvažuje v blízkém okolí sedla. Sleduje se změna hodnoty tzv. redukčního faktoru α v závislosti na změně parametrů numerického modelu (úhel opásání 2ϑ , tloušťka stěny pláště skořepiny t). Numerické analýzy jsou provedeny v počítačovém programu COSMOS/M [1], který je založen na metodě konečných prvků.

1 Úvod

Oblastí zájmu práce je výzkum ztráty stability tenkostěnných skořepinových konstrukcí, konkrétně válcové automobilové cisterny uložené na dvou sedlových podporách. Zkoumán je hlavně vliv počátečních imperfekcí tvaru na stabilitní únosnost příčně zatěžované válcové skořepiny.

V přístupu k řešení problému je využita metodika řešení podle Prof. Křupky [2], [3], která vychází z válcové skořepiny, uložené na dvou sedlových podporách. Z této skořepiny se izoluje část pláště v okolí jedné z podpor, která se následně na koncích zaslepí plochými víky. Takto zkrácená skořepina se následně převrátí a reakční síla Q působící prostřednictvím sedla, se zavede jako dále sledovaná zatěžující síla F . Zatížení tak působí centrálně na izolovanou část válcové skořepiny, uložené na koncích. Úloha cisterny se takto zjednoduší a převede na již zmíněnou příčně zatěžovanou válcovou skořepinu.

Díky rozvoji vědeckého poznání a počítačové techniky je v současné době možné provádět i složité simulační výpočty v přijatelném čase. Důležitými prostředky, které Prof. Křupka neměl k dispozici, jsou propracované počítačové programy založené na metodě konečných prvků (např. v této práci použitý COSMOS/M [1]).

2 Přehled hlavních parametrů

V práci jsou sledovány hlavně tyto tři parametry:

- **Úhel opásání sedla 2ϑ** , jehož hodnoty (60° , 90° , 120°) jsou voleny v souladu s praxí. V rámci práce jsou pro začátek uvažovány nejpoužívanější varianty s úhly 90° a 120° .
- **Šířka sedla b** , která je pro začátek uvažována konstantní s hodnotou 20 mm pro všechny numerické modely.

- **Parametr tenkostěnnosti R/t** , což je poměr poloměru skořepiny R ku tloušťce stěny pláště skořepiny t . Numerické analýzy budou prováděny na modelech se stejnými geometrickými parametry. Výjimkou bude tloušťka stěny t , jejíž změnou se docílí změny uvedeného parametru R/t . Parametr tenkostěnnosti je zkoumán v rozsahu hodnot $<70, 250>$, s odstupňováním tloušťky t po jedné desetinné (viz Tab. 1).

Tab. 1: Rozsah parametru tenkostěnnosti R/t v závislosti na tloušťce stěny t

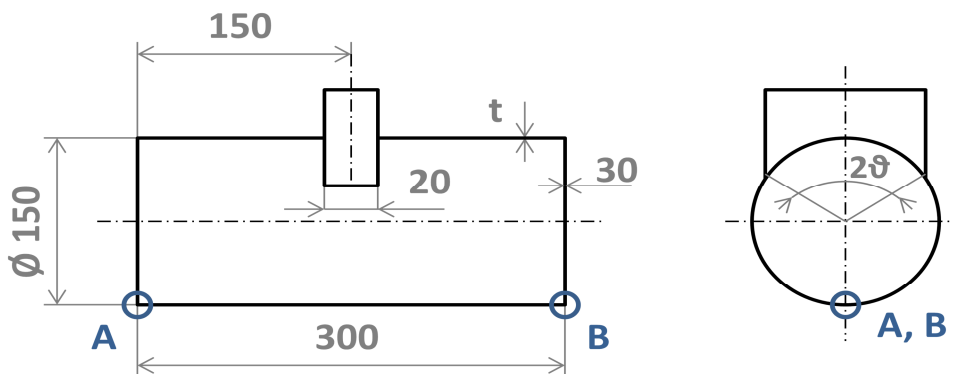
t	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1
R/t	250	187,5	150	125	107,14	93,75	83,33	75	68,18

3 Numerický model

Výpočtové modely se skládají z 10 972 skořepinových prvků SHELL4T u modelu s úhlem opásání 90° a z 11 368 skořepinových prvků stejného typu pro model s úhlem opásání 120° .

3.1 Geometrické parametry

Numerickým modelem je tenkostěnná skořepina (Obr. 1) o délce $L = 300$ mm, průměru $D = 150$ mm a tloušťce stěny pláště t (tloušťka se mění v rozsahu $0,3 \div 1,1$ mm s odstupňováním po 0,1). Na koncích je skořepina opatřena víky o tloušťce $t_1 = 30$ mm. Tato tloušťka zajišťuje dostatečnou tuhost vík, aby z důvodu jejich případné nadměrné deformace nedocházelo k ovlivňování výpočtu. Uprostřed délky skořepiny je pevně připojeno sedlo o úhlu opásání 2ϑ (90° nebo 120°) a šířce $b = 20$ mm. Sedlo je namodelováno v podobě tenkostěnné „krabice“ o tloušťce stěny $t_2 = 20$ mm. Tloušťka je zde opět natolik veliká, aby nebyl ovlivněn výpočet.



Obr. 1: Geometrické parametry numerického modelu

3.2 Materiál

Použitý materiál všech částí modelu (plášť, víka, sedlo) má stejné parametry, konkrétně modul pružnosti v tahu $E = 1,9 \cdot 10^5$ MPa, Poissonovo číslo $\mu = 0,3$ a smluvní mez kluzu $R_{p0,2} = 235$ MPa.

3.3 Vstupní zatížení

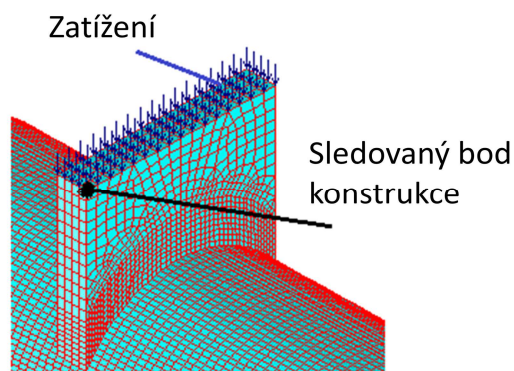
Numerické modely jsou zatíženy radiální dostřednou silou 1 kN na horní plochu sedla (Obr. 2). Tato jednotková síla je rozpočítána do všech uzlů uvedené plochy a takto zavedena do modelu. Sledovaná mezní síla je pak dána vztahem:

$$F = \lambda \cdot \tilde{F}$$

kde F – je sledovaná mezní síla. V této práci je reprezentována kritickou silou F_{CR} pro analýzu LBA, mezní silou F_{EL} pro analýzu GNA a mezní silou F_{ELI} pro analýzu GNAI.

λ – je faktor zatížení. Značí se obdobně jako výše uvedená síla (λ_{CR} , λ_{EL} , λ_{ELI}).

\tilde{F} – je jednotkové zatížení.



Obr. 2: Působící zatížení a poloha sledovaného bodu (uzlu) skořepiny

4 Volba okrajových podmínek

Okrajové podmínky, pro uložení numerického modelu, byly vybírány ze dvou variant, s tím, že zvolena bude méně příznivá varianta. V obou případech se jednalo o uložení modelu ve dvou krajních uzlech prvkové sítě (uzly A, B na Obr. 1), které se nacházejí v místě průniku nejspodnější části hrany víka se svislou rovinou souměrnosti.

- První variantou uložení bylo kloubové uložení. Tedy zamezení posuvů těchto dvou uzlů ve směrech os x , y , z , ale s umožněnými rotacemi okolo všech tří os.
- Varianta druhá spočívala v prostém podepření konstrukce, tzn. zamezení pouze posuvu uzlů ve směru osy y .

Po provedení první série výpočtů (pro obě varianty okrajových podmínek na jinak totožném modelu) se ukázal rozdíl jak výsledných hodnot, tak charakteru deformace. Parametry testovaných modelů: tloušťka stěny 0,5 mm, úhly opásání 90° i 120°, model bez imperfekce i model s počáteční imperfekcí, hloubka imperfekce 2 mm.

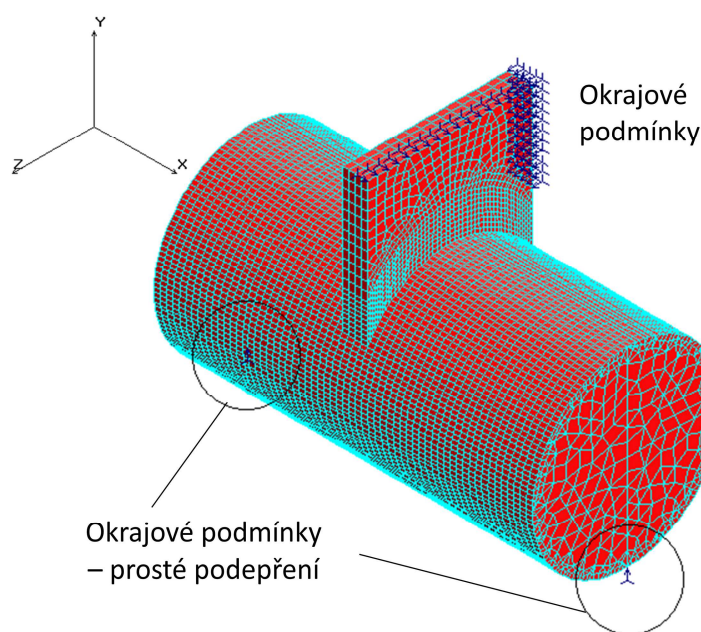
Případ kloubově uložené skořepiny se vyznačoval vyššími hodnotami limitních sil (oproti prostě podepřené variantě) a symetrickým vtláčováním sedla do pláště skořepiny.

Kdežto u prostě podepřené skořepiny dosahovaly výsledky až o třetinu nižších hodnot v porovnání s kloubovým uložením. Po počáteční symetrické deformaci došlo záhy k natočení válcové části skořepiny a jejímu vybočení (odklonění) od svislé roviny souměrnosti.

Na základě těchto výsledků byla pro další zkoumání vybrána varianta okrajových podmínek ve formě *prostého podepření skořepiny*, jako horší a tudíž nebezpečnější případ.

Pozn.: Aby byla konstrukce alespoň staticky určitá, je třeba přidat další okrajové podmínky. Pro stabilizaci výpočtu je lepší konstrukci třeba i přeurčit.

K prostému podepření uzlů na koncích skořepiny byl navíc zamezen posuv jedné z horních hran sedla ve směru osy x , a dále jedné z bočních ploch sedla byl zamezen posuv ve směru osy z (viz Obr. 3). Přidané okrajové podmínky zde slouží k zamezení rotace nádoby kolem osy procházející spodním uložením skořepiny, resp. aby se sedlo během zatěžování pohybovalo (vtlačovalo) pouze kolmo dolů, bez možné boční rotace.



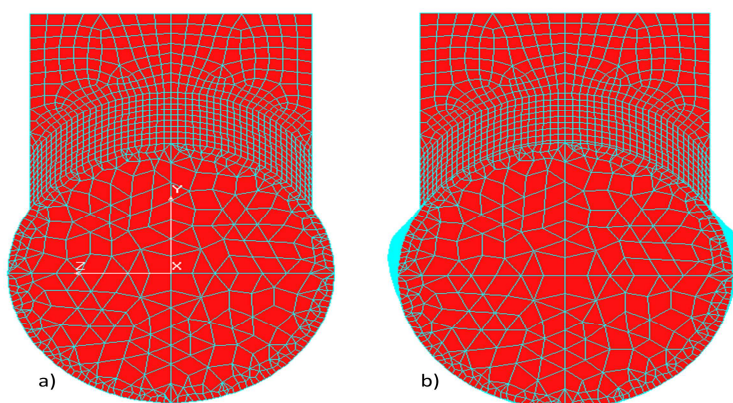
Obr. 3: Zvolené okrajové podmínky

5 Počáteční imperfekce tvaru

Pod pojmem počáteční imperfekce se rozumí nedokonalosti geometrie, nedokonalosti v uložení a zatížení (excentricita), dále také zbytková napětí a nedokonalosti v rozložení materiálových charakteristik. Díky počátečním imperfekcím se hned na počátku vnáší do konstrukce určitý podíl ohybového

namáhání, čímž dojde ke snížení mezního zatížení, při němž nastane ztráta stability. V případě reálných konstrukcí se mluví o počátečních výrobních imperfekcích. Pro účely praxe jsou uvažovány převážně imperfekce tvarové.

V rámci této práce je uvažovanou počáteční imperfekcí vyvození stavu „předzatížení sedla“. Tedy situace, kdy sedlo bude vtlačeno o určitou malou hodnotu do pláště, jakožto simulace dosednutí nádoby na reálné sedlo – vymezení vůlí. Pro začátek je jako výchozí hodnota zvolena hloubka imperfekce $\Delta w = 2 \text{ mm}$. Jako ukázka je na Obr. 4 uveden numerický model vytvořený v programu COSMOS/M [1], kde je ve zvětšeném měřítku vidět jak model skořepiny bez počáteční imperfekce, tak model s uvažovanou počáteční imperfekcí.



Obr. 4: Numerický model: a) bez imperfekce, b) s imperfekcí vzniklou vtlačení sedla

Pozn.: Program COSMOS/M [1] byl vybrán mimo jiné proto, že umožňuje použít výsledek jedné analýzy (v podobě deformovaného modelu) jako výchozí geometrii konstrukce pro analýzu další. Toho se využije právě při potřebě zavést do prvkového modelu tvarovou imperfekci.

6 Typy použitých analýz

V této první fázi jde o řešení ztráty stability příčně zatěžená válcová skořepina pouze v elastické oblasti. To znamená, že z nelinearity je použita pouze nelinearita geometrická (tedy velké posuvy), ale chování materiálu je stále lineární. Z toho potom vyplývá následující rozsah prováděných numerických analýz:

Analýza LBA – jde o lineární analýzu stability skořepiny bez počáteční imperfekce (tzv. lineární buckling), který se řeší na základě zobecnělé teorie vlastních čísel a vlastních tvarů. Výstupem této analýzy není zatěžovací křivka, ale hodnota kritického zatížení v okamžiku ztráty stability (odpovídající nejnižšímu vlastnímu číslu) a příslušný tvar deformace skořepiny při kritickém zatížení (odpovídající nejnižšímu vlastnímu tvaru).

Analýza GNA – jde o nelineární analýzu skořepiny bez počáteční imperfekce, která zohledňuje geometrickou nelinearitu (velké posuvy).

Analýza GNAI – jde o nelineární analýzu skořepiny s počáteční imperfekcí, zohledňující geometrickou nelinearitu.

7 Numerické analýzy

Cílem numerických analýz, jakožto celé práce, je určit vliv počáteční imperfekce na stabilitní únosnost příčně zatěžované válcové skořepiny.

Provedené numerické analýzy byly typu LBA, GNA a GNAI. Uvažovaný rozsah parametru R/t byl uveden již dříve v Tab. 1. Tzn. 9 „bodů“ na každou křivku závislosti redukčního faktoru α na parametru tenkostěnnosti R/t . Což odpovídá 36 nelineárním numerickým analýzám, z toho 18 GNA analýz a 18 GNAI analýz. Pro všechny nelineární analýzy je použita strategie řízení procesu přírůstkem délky oblouku zatěžovací charakteristiky.

Výsledky těchto analýz jsou shrnuty v následujících tabulkách Tab. 2 a Tab. 3. Na základě získaných hodnot mezních sil z jednotlivých analýz, se vypočte tzv. redukční faktor α , kterým je zohledněn vliv počáteční imperfekce na ztrátu stability sledované konstrukce. Obecně vzato je to poměr výsledků nelineárních numerických analýz imperfektní konstrukce ku konstrukci bez počáteční imperfekce, a to vše v lineárním oboru.

V tomto případě to znamená poměr F_{ELI} (limitní síly skořepiny s imperfekcí v lineárním oboru) ku F_{EL} (limitní síle skořepiny bez imperfekce v lineárním oboru):

$$\alpha = \frac{F_{ELI}}{F_{EL}}$$

Na Obr. 5 a Obr. 6 jsou vyneseny závislosti redukčního faktoru na parametru tenkostěnnosti, pro úhly opásání $2\vartheta = 90^\circ$, resp. 120° . Společně s křivkou redukčního faktoru, získaného z provedených numerických analýz, jsou na obrázcích další dvě křivky (α_0 a α_b). Tyto křivky pochází z Evropského doporučení ECCS [4] a nejde o nic jiného, než o redukční faktory. První z nich α_0 (nižší křivka), což je redukční faktor pro válcovou skořepinu zatíženou osovým tlakem. Druhým je α_b , a to je redukční faktor pro válcovou skořepinu zatíženou ohybovým momentem.

Podle metodiky ECCS [4] se i případ příčně zatěžované válcové skořepiny převádí na případ osově tlačené skořepiny. To je i důvod vynesení zmíněných redukčních faktorů (α_0 a α_b) do grafů.

Z porovnání vyplývá konzervativnost doporučení ECCS [4]. Podle výsledků provedených analýz se zdá, že vliv počáteční imperfekce na ztrátu stability příčně zatěžované válcové skořepiny není příliš velký. Hlavně v porovnání s osově tlačnou válcovou skořepinou. Tento závěr je samozřejmě ještě třeba podložit dalšími výpočty a následně experimentálním ověřením.

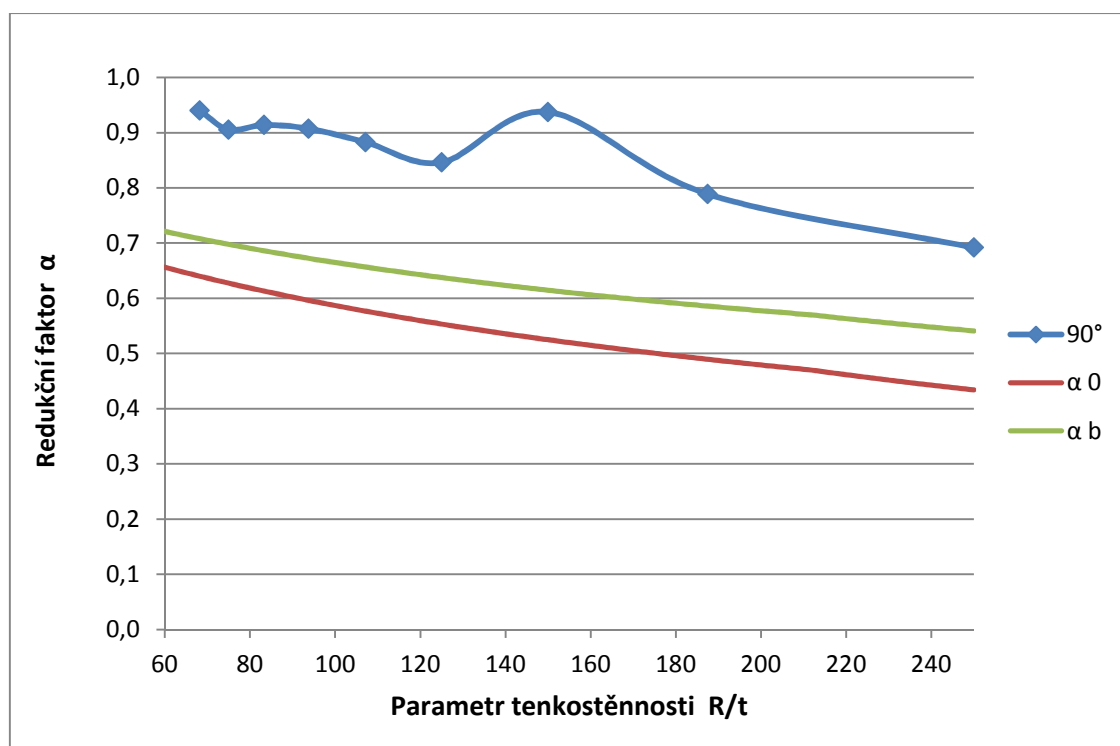
Pozn.: Výstupem jednotlivých analýz jsou zatěžovací křivky udávající závislost mezní síly (resp. faktoru zatížení λ) na svislém posuvu vybraného bodu skořepiny uy . Sledovaným bodem skořepiny je uzel jednoho z rohů horní plochy sedla (viz Obr. 2), samozřejmě vždy ten stejný.

Tab. 2: Mezní síly modelu s úhlem opásání 90°, včetně stanoveného redukčního faktoru

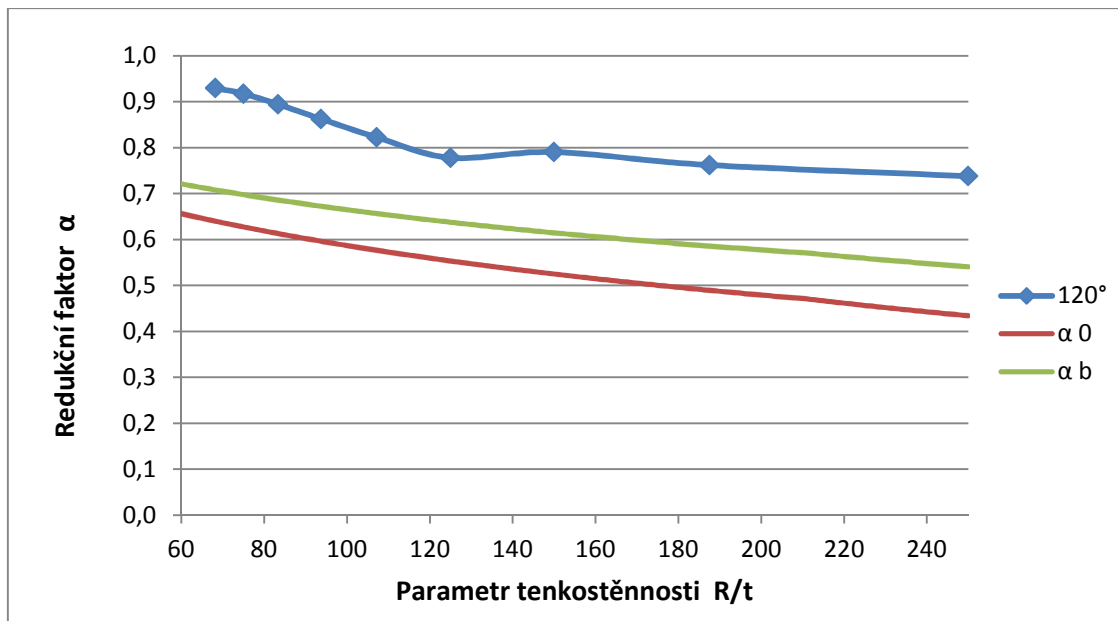
Úhel opásání 2θ [°]	Mezní síla [kN]	Tloušťka stěny válce t [mm]								
		0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1
90°	F _{CR}	4,235	7,797	12,449	18,184	25,000	32,895	41,870	51,923	63,058
	F _{EL}	3,351	5,950	9,286	13,353	18,150	23,677	29,935	36,923	44,639
	F _{ELI}	2,318	4,693	8,705	11,299	16,022	21,480	27,357	33,429	41,958
	α	0,692	0,789	0,937	0,846	0,883	0,907	0,914	0,905	0,940

Tab. 3: Mezní síly modelu s úhlem opásání 120°, včetně stanoveného redukčního faktoru

Úhel opásání 2θ [°]	Mezní síla [kN]	Tloušťka stěny válce t [mm]								
		0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1
120°	F _{CR}	7,171	13,516	22,041	32,772	45,702	60,806	78,054	97,414	118,855
	F _{EL}	5,831	11,247	18,395	26,960	36,784	48,079	60,826	75,002	90,585
	F _{ELI}	4,303	8,572	14,540	20,974	30,257	41,458	54,409	68,799	84,219
	α	0,738	0,762	0,790	0,778	0,823	0,862	0,895	0,917	0,930



Obr. 5: Závislost redukčního faktoru na parametru tenkostěnnosti – úhel opásání 90°



Obr. 6: Závislost redukčního faktoru na parametru tenkostěnnosti – úhel opásání 120°

8 Závěr

Pro příčně zatěžované válcové skořepiny s definovanou počáteční imperfekcí se hodnoty redukčních faktorů α , uvedených v Tab. 2 a Tab. 3, pohybují přibližně v rozmezí $0,7 \div 0,95$. A to u obou variant úhlu opásání 2ϑ (90° i 120°). Na základě toho by bylo možné vyvodit závěr, že úhel opásání nemá na hodnotu redukčního faktoru téměř vliv. Pro korektní vyřčení tohoto závěru je třeba ještě provést numerické analýzy skořepiny s úhlem opásání $2\vartheta = 60^\circ$, a to s výsledky pohybujícími se alespoň přibližně ve výše uvedeném rozsahu hodnot.

Cílem dalšího výzkumu je zkoumat uvedenou skořepinu nejen o šířce sedla $b = 20$ mm, ale i o šířkách 10 a 30 mm. V plánu je dále zjistit, jak se pro konkrétní hodnotu poměru $\Delta w/t$ mění hodnoty redukčního faktoru α . Kde poměr $\Delta w/t$ představuje poměr hloubky imperfekce Δw vůči tloušťce stěny pláště skořepiny t .

Poděkování

Tato práce vznikla v rámci Studentské grantové soutěže Univerzity Pardubice, projekt č. 51030/20/SG520001.

LITERATURA:

- [1] FEM Computer program COSMOS/M, version 2.95, 2010.
- [2] Křupka, V.: Buckling and limit carrying capacity of saddle loaded shells, in Stability of Plate and Shell Structures – Proc. Of an Int. Coll. Ghent, ECCS, (1987), pp.617-622
- [3] Křupka, V.: Buckling and plastic punching of circular cylindrical shells due to saddle or lug loads, in Buckling of shell structures on land in the sea and the air, Lyon, pp.11-20
- [4] ECCS (1988) Buckling of Steel Shells. European Design Recommendations. Fourth edition, Published by ECCS, ISBN 92-9147-000-92.