**Univerzita Pardubice**
**Fakulta ekonomicko-správní**
**Ústav matematiky a kvantitativních metod**

# Užití kvantitativních metod ve finančních trzích

**Bc. David Papoušek**

**Diplomová práce**
**2012**

Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní
Akademický rok: 2011/2012

# ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

| | |
|---|---|
| Jméno a příjmení: | **Bc. David Papoušek** |
| Osobní číslo: | **E10027** |
| Studijní program: | **N6202 Hospodářská politika a správa** |
| Studijní obor: | **Ekonomika veřejného sektoru** |
| Název tématu: | **Užití kvantitativních metod ve finančních trzích** |
| Zadávající katedra: | **Ústav matematiky** |

Zásady pro vypracování:

Cílem diplomové práce je ukázat praktické využití kvantitativních metod v obchodování na finančních trzích.
Diplomová práce bude obsahovat:
- Analýzu finančních trhů
- Fungování finančních trhů jako náhodné veličiny
- Využití statistikých nástrojů ve finančních trzích
- Money management a řízení rizika za využití kvantitativních metod
- Psychologické stránky statistikcké výhody

Rozsah grafických prací: –

Rozsah pracovní zprávy: cca 30 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná/elektronická

Seznam odborné literatury:

ELDER, Alexander. Tradingem k bohatství. Praha : Grada, 2006. 312 s. ISBN 80-239-7048-8.
KUBANOVÁ, Jana. Statistické metody pro ekonomickou a technickou praxi. Bratislava : Stasis, 2003. 247 s. ISBN 80-85659-31-X.
NOWAK, John. Kompletní průvodce psychologie obchodování. Praha : Finančník.cz, 2005. 223 s.
WILLIAMS, Larry. Dlouhodobá tajemství krátkodobých obchodů. Praha : Centrum finačního vzdělávání, s.r.o., 2009. 268 s. ISBN 978-80-903874-1-6.
WILLIAMS, Larry. Jak jsem vydělal milion dolarů za rok obchodováním komodit. Praha : Centrum finačního vzdělávání, s.r.o., 2007. 133 s. ISBN 978-80-903874-0-9.
Financnik.cz [online].Centrum finančního vzdělávání, s.r.o., 2005 [cit. 2011-06-21]. Finančník. Dostupné z WWW: http://www.financnik.cz/.

Vedoucí diplomové práce: Mgr. David Zapletal, Ph.D.
Ústav matematiky

Datum zadání diplomové práce: 30. června 2011
Termín odevzdání diplomové práce: 30. dubna 2012

doc. Ing. Renáta Myšková, Ph.D.
děkanka

L.S.

doc. Ing. Jolana Volejníková, Ph.D.
vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 4. srpna 2011

## PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako Školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně Univerzity Pardubice.

V Pardubicích dne 30. 4. 2012 Bc. David Papoušek

**PODĚKOVÁNÍ**:

Tímto bych rád poděkoval svému vedoucímu práce Ing. Davidovi Zapletalovi, PhD., za jeho odbornou pomoc a cenné rady, které mi pomohly při zpracování diplomové práce.

## ANOTACE

*Tato práce se zabývá metodami, které se využívají pro řízení rizik na finančních trzích. Jsou zde uvedeny dvě hlavní kvantitativní metody, kdy každá z* nich *je založena na jiné myšlence. První metoda je založena na klasických statistických metodách, jejichž hlavní myšlenkou je, že trhy se chovají zcela náhodně a k řízení rizika využívají metody založené na normálním rozdělení. Druhá metoda je založena na principu fraktálů a metody využívají mocninného rozdělení pravděpodobnosti. Tato metoda je zatím vnímána pouze jako alternativní, ale v posledních letech se dostává čím dál více do popředí a to především díky aktuální situaci na trzích, ve kterých klasické statistické metody selhávají.*

## KLÍČOVÁ SLOVA

*Fraktály, value at risk, finanční rizika, normální rozdělení pravděpodobnosti, náhodná procházka, finanční trhy.*

## TITLE

Use of quantitative methods in financial markets

## ANNOTATION

*This work deals with methods that are used for risk management in financial markets. They also included two major quantitative methods, where each of them is based on another idea. The first method is based on classical statistical methods, whose main idea is that markets behave randomly and using risk management methods based on normal distribution. The second method is based on the principle of fractal methods used and the probability distribution of the power. This method is still perceived as the only alternative, but in recent years is getting more and more to the fore, especially due to the current situation on the markets that classical statistical methods fail.*

## KEYWORDS

*Fractals, value at risk, financial risk, normal probability distribution, random walk, the financial markets.*

# Obsah

Úvod ..... 12
1 Základní informace o finančním trhu ..... 13
1.1 Členění finančního trhu ..... 13
1.1.1 Hlavní kategorie ..... 13
1.1.2 Vedlejší kategorie ..... 15
1.2 Finanční rizika ..... 17
1.2.1 Úvěrové riziko ..... 17
1.2.2 Tržní riziko ..... 18
1.2.3 Likvidní riziko ..... 19
1.2.4 Operační riziko ..... 19
1.2.5 Obchodní riziko ..... 19
1.3 Iracionalita na finančním trhu ..... 20
1.3.1 Teorie efektivního trhu ..... 20
1.3.2 Informační asymetrie ..... 21
1.3.3 Hra s nulovým součtem ..... 22
1.3.4 Tvorba ceny na finančním trhu ..... 24
2 Kvantitativní metody užívané na finančních trzích ..... 28
2.1 Modelování chování trhu ..... 28
2.1.1 Náhodná procházka ..... 28
2.2 Řízení Rizika ..... 33
2.2.1 Value at Risk ..... 33
2.2.2 Princip moderní teorie portfolia ..... 37
2.3 Nevhodnost aplikace normálního rozdělení na finanční trhy ..... 37
2.4 Fraktály ..... 42
2.4.1 Využití fraktálů na finančních trzích ..... 45
2.4.2 Teorie chaosu ..... 52
3 Empirická pozorování finančních trhů ..... 54
3.1 Sobě-příbuznost na finančních trzích ..... 54
3.2 Analýza akciového indexu S&P 500 ..... 57
3.2.1 Historická volatilita akciového indexu S&P 500 ..... 58
3.2.2 Praktická ukázka selhání normálního rozdělení ..... 59
3.2.3 Analýza chování trhu při poklesu a růstu ..... 60
3.3 Vydělávání na finančních trzích pomocí fraktálů ..... 62

Závěr ..... 65
Použitá literatura ..... 67

## SEZNAM TABULEK

Tabulka 1 - Stupně ratingů ..... 16

Tabulka 2 – 10 největších růstů a poklesů za posledních 30 let ..... 61

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obrázek 1 - Hlavní a vedlejší kategorie trhu ..... 14

Obrázek 2 - Pokud chceme prodat/nakoupit příkazem Market, nelze hledět na Last, ale na Bid/Ask ceny. ..... 25

Obrázek 3 - Hloubka trhu ..... 26

Obrázek 4 - Pohyb cen dané akcie generovaný hody mincí. ..... 30

Obrázek 5 - Model se střední hodnotou 0 a rozptylem 1 ..... 31

Obrázek 6 - Model se střední hodnotou 0 a rozptylem $\frac{1}{625}$ ..... 32

Obrázek 7 - Model se střední hodnotou 0 a rozptylem $\frac{1}{160000}$ ..... 32

Obrázek 8 - Grafické znázornění VaR ..... 34

Obrázek 9 - Četnosti zemětřesení v jednotlivých velikostech síly zemětřesení. Z pohledu energie data ukazují, že zemětřesení byla čtyřikrát méně četná, pokud zdvojnásobíme uvolněnou energii. ..... 41

Obrázek 10 - Sporadický a nepředvídatelný záznam lavin v experimentu s rýží. Výška každého sloupce ukazuje velikost laviny způsobenou pádem jediného zrnka. ..... 42

Obrázek 11 - Mandelbrotova množina ..... 43

Obrázek 12 - Utváření Mandelbrotovy množiny ..... 44

Obrázek 13 - Údolí mořských koní ..... 44

Obrázek 14 - Údolí slonů ..... 45

Obrázek 15 - Třísložkový fraktálový generátor ..... 48

Obrázek 16 - Tvorba multifraktálu ..... 51

Obrázek 17 - Dva modely Lorenzova testování počasí ..... 52

Obrázek 18 - Úsečka OHLC. Vlevo je úsečka, ve které cena stoupla a vpravo je úsečka, ve které cena klesla za daný časový rámec. ..... 54

Obrázek 19 - Vývoj ceny jednohodinové OHLC úsečky (vlevo) zobrazený pomocí pětiminutových OHLC úseček (vpravo) ..... 55

Obrázek 20 - Vývoj ceny v období 10.4.2012 - 12.4.2012 zobrazený 30-minutovými OHLC úsečkami. ..... 56

Obrázek 21 - Vývoj ceny ve dne 2.4.2012 zobrazený 3-minutovými OHLC úsečkami. ..... 56

Obrázek 22 - Graf zobrazuje počty dní, které jsou rozděleny do jednotlivých intervalů podle velikosti pohybu. ..... 57

Obrázek 23 - Volatilita akciového indexu S&P 500 za posledních 30 let ..... 58

Obrázek 24 - Četnost cenových pohybů v roce 2006 ..... 59

Obrázek 25 - Četnost cenových pohybů v roce 2008 ..... 60

Obrázek 26 - Vývoj indexu S&P bez extrémních dnů. ..... 62

Obrázek 27 - U. S. Dollar Index v roce 1998 ..... 63

Obrázek 28 - Ukázka zlomového dne ..... 64

## SEZNAM ZKRATEK

| | |
|---|---|
| IFRS | International Financial Reporting Standards |
| DOM | Depth of Market |
| ČEZ | České Energetické Závody |
| VAR | Value at Risk |
| LTCM | Long Term Capital Management |
| S & P | Standard and Poor |

# Úvod

Práce se zabývá kvantitativními metodami, užívanými na finančních trzích a to především v oblasti řízení rizik. Rizika na finančních trzích jsou jednou z nejdůležitějších složek, protože základem k obchodování na finančních trzích je kapitál, a pokud jej dobře ochráníme, můžeme na finančních trzích dlouho existovat.

Současné kvantitativní metody vycházejí z teorie efektivního trhu a investiční strategie se zakládají na moderní teorii portfolia. Obě tyto metody, jak bude vysvětleno, popírají reálné chování finančních trhů. Existují veřejné důkazy o tom, že tyto teorie v určitých situacích (za zvýšené volatility), nefungují. Těmito důkazy jsou bankroty firem Long Term Capital Management či Lehman Brothers, které se právě na výše uvedené teorie spoléhaly, a kterými ani tento výčet nekončí.

Mezi alternativní kvantitativní metody, které se využívají na finančních trzích, jsou metody vycházející z teorie fraktálů. Fraktály představil v 70. letech minulého století matematik B. Mandelbrot, který velmi intenzivně zkoumal přírodní objekty. Mandelbrot si u přírodních objektů všiml, že mají stejný tvar, i když je prohlížíme zblízka, neboli že si jsou sobě-podobné. Když pak začal sledovat i grafy s tržními daty, všiml si stejné situace.

Cílem této práce je představit obě tyto kvantitativní metody k řízení rizik a porovnat jejich schopnost odrážet realitu finančních trhů.

Práce je koncipována do tří hlavních kapitol. První kapitola se věnuje základním informacím o finančních trzích. Definuje jednotlivá rizika, která se na finančních trzích vyskytují, a zabývá se tvorbou ceny na finančních trzích.

Druhá kapitola představí kvantitativní metody k řízení rizik na finančních trzích. Tyto metody se dělí na dvě základní – na metody využívající normálního rozdělení pohybů cen finančních aktiv a metoda založená na fraktálech.

Třetí kapitola se věnuje převážně mému vlastnímu výzkumu nad tržními daty. Cíl této kapitoly spočívá především v důkazu slabosti normálního rozdělení pohybů cen pro řízení rizik. Dále se pak věnuje praktické ukázce, jak lze na finančních trzích vydělávat peníze, pomocí určitých cenových vzorů, které bychom mohli označit za fraktály.

# 1 Základní informace o finančním trhu

V této kapitole budou vysvětleny základní pojmy, členění a vymezení finančního trhu. Obecně lze trh chápat jako místo, kde se střetává nabídka s poptávkou. Finanční trh je jeden ze tří základních trhů každé ekonomiky, kterými jsou: trh zboží a služeb; trh výrobních faktorů (půda a práce); finanční trh.

Finanční trh je neoddělitelnou součástí každého tržního systému. Na finančním trhu se soustředí nabídka s poptávkou po finančních nástrojích, včetně peněz. *[9]*

## 1.1 Členění finančního trhu

Finanční trh můžeme členit do čtyř hlavních kategorií rozčleněných podle rizika. Finanční trh se dělí na tyto kategorie (graficky znázorněno na Obrázku 1):

dluhový trh, který je spojen s úrokovým a úvěrovým rizikem (případně i s měnovým rizikem);

- akciový trh, který je spojen s akciovým rizikem (případně i s měnovým rizikem);
- komoditní trh, který je spojen s komoditním rizikem (případně i s měnovým rizikem);
- měnový trh, který je spojen s měnovým rizikem;
- Vedle hlavních kategorií zde existují i vedlejší kategorie, kterými jsou:
- repo trh;
- derivátový trh;
- sekuritizační trh;

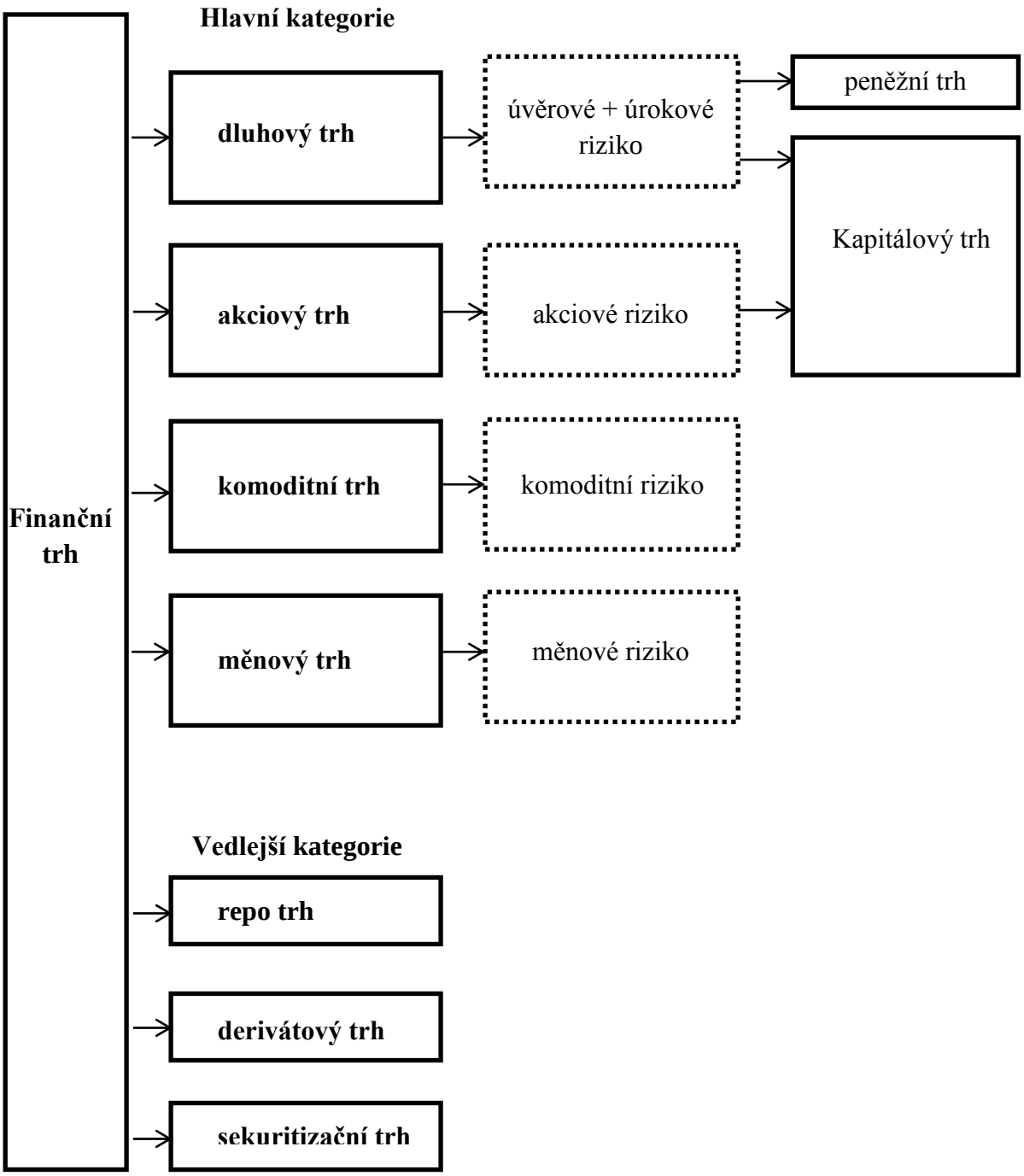
Tato trojice vedlejších trhů je spojena se všemi výše uvedenými riziky tj. s úvěrovým, úrokovým, akciovým, komoditním a měnovým rizikem. Repo, derivátový a sekuritizační trh jsou jakousi nadstavbou nad základními kategoriemi finančního trhu. *[9]*

### 1.1.1 Hlavní kategorie

Dluhový trh představuje trh s dluhovými finančními nástroji o různé délce splatnosti s výjimkou dluhopisů s nekonečnou splatností. Jedna strana je věřitelem (nabídka) a druhá strana dlužníkem (poptávka).

Akciový trh představuje trh s kapitálovými finančními nástroji, tj. nástroji s teoreticky nekonečnou splatností. Akcie existují tak dlouho, dokud nezanikne akciová společnost.

Komoditní trh se zařazuje do finančního trhu pouze v případě, pokud jde o trh s cennými kovy. *[9]*




**Obrázek 1 - Hlavní a vedlejší kategorie trhu**

*Zdroj: [9]*

Měnový trh představuje trh, kde se obchodují měny jednotlivých zemí. Cena měny je zde dána měnovým kurzem, který nám říká, kolik jednotek jedné měny je třeba

k zakoupení jedné jednotky druhé měny. Za měnový trh se považuje i dluhový, akciový či komoditní trh v cizích měnách.

Peněžní trh je částí dluhového trhu. Obchodují se zde dluhové finanční nástroje (včetně dluhových cenných papírů) se splatností do 1 roku.

Kapitálový trh představuje trh s dluhovými cennými papíry se splatností převyšující 1 rok a trh s akciovými cennými papíry. Jedná se tedy o celý akciový trh a o část trhu s dluhovými finančními nástroji. *[9]*

### 1.1.2 Vedlejší kategorie

Repo obchod je společný název pro repa a reverzní repa. Repem je poskytnutí finančních aktiv (jiných než hotovost) za hotovost se současným závazkem přijmout tato finanční aktiva k přesnému datu za částku rovnající se původní hotovosti a úroku odvozeného od repo míry. Reverzním repem je přijetí fiančních aktiv (jiných než hotovost) za hotovost se současným závazkem poskytnout tato finanční aktiva k přesnému datu za částku rovnající se původní hotovosti a úroku stanoveného repo mírou. U finančního aktiva dochází k právnímu převodu vlastnictví, nikoli však k ekonomickému převodu vlastnictví. Pro převáděné finanční aktivum se používá pojem kolaterál, což v USA znamená širší význam pro jakékoli zajištění. *[9]*

Derivát je podle IFRS[1] finanční nástroj, který splňuje současně následující podmínky:

Jeho reálná hodnota se mění v závislosti na změně úrokové míry, ceny finančního nástroje, ceny komodity, měnového kurzu, cenového indexu, na úvěrovém hodnocení (ratingu) nebo úvěrovém indexu nebo v závislosti na jiné proměnné, pokud v případě nefinanční proměnné tato proměnná není specifická pro partnera kontraktu (tzv. podkladová proměnná);

Nevyžaduje počáteční čistou investici nebo vyžaduje malou počáteční investici, která je nižší, než by se vyžadovalo u jiných druhů nástrojů, které podobně reagují na změny tržních faktorů;

- Je smluven a vypořádán k budoucímu datu.
- Podle kategorie podkladového aktiva je derivát úrokovým derivátem, měnovým derivátem, akciovým derivátem, komoditním derivátem, úvěrovým derivátem

[1] International Financial Reporting Standards, neboli Mezinárodní standardy účetního výkaznictví. Zajišťují vysokou míru srovnatelnosti a transparentnosti účetních závěrek v celosvětovém měřítku.

nebo povětrnostním derivátem. Podle druhu je derivát forwardem[2], futures[3], swapem[4] nebo opcí[5].

Sekuritizace je transformace finančních aktiv na alespoň dvě tranše cenných papírů zajištěných aktivy. Protože se v naprosté většině případů sekuritizují špatná aktiva (špatné úvěry či špatné dluhopisy), sekuritizace se někdy označuje jako „recyklace“ finančních aktiv či „recyklace“ finančního odpadu. Sekuritizují se obvykle aktiva se spekulačním ratingem, tedy s ratingem BB, CCC, CC a C. Vzniklé cenné papíry zajištěné aktivy obvykle mají různé priority splácení (tranšování) tzn., že jsou spojeny s rozdílnými ztrátami a s rozdílným úvěrovým rizikem. Tranše s nejnižším úvěrovým rizikem mají běžně hodnocení AAA, spodní tranše jsou bez hodnocení. Sekuritizace sehrála velkou roli ve finanční krizi z přelomu let 2007 a 2008. Tehdy ratingové agentury nadhodnocovali jednotlivé tranše. *[9]*

**Tabulka 1 - Stupně ratingů**

| **AAA** | **Nejlepší stupeň** |
|---|---|
| **AA (+/-)**<br>**A (+/-)**<br>**BBB (+/-)** | **Pod dohledem** |
| **BB (+/-)**<br>**B (+/-)**<br>**CCC**<br>**CC**<br>**C**<br>**D** | **Odpad** |

*Zdroj:[1]*

[2] Forward je finanční derivát, jehož předmětem je aktivum. Prodávající forwardu se zavazuje dodat toto aktivum ve smluvený čas a za smluvenou cenu.

[3] Futures je obdoba forwardu. Základním rozdílem je, že futures se veřejně obchoduje na burze.

[4] Swap je takový derivát, který porovnává cenový vývoj dvou aktiv. Zisk/ztráta je v případě, pokud se ceny aktiv rozchází.

[5] Opce je derivát, jehož předmětem je aktivum. Kupujícímu opce je poskytnuto právo využít opci do smluveného času za smluvenou cenu, přitom prodejce opce se zavazuje opci vyplnit.

## 1.2 Finanční rizika

Kontrola finančních rizik je základním pilířem operování na finančních trzích, proto se jim tato kapitola bude podrobněji zabývat. Budou zde vysvětlena hlavní rizika, které mohou potkat účastníky finančního trhu.

Finanční riziko je obecně definováno jako potenciální finanční ztráta subjektu na finančním trhu, tj. nikoli již existující realizovaná či nerealizovaná finanční ztráta, ale ztráta v budoucnosti. Jedná se především o ztrátu vyplývající z daného finančního či komoditního nástroje nebo finančního či komoditního portfolia. Již existující ztráta se nazývá očekávanou ztrátou a potenciální ztráta se nazývá neočekávanou ztrátou. *[9]*

Existuje pět hlavních rizik:

- úvěrové riziko,
- tržní riziko,
- likvidní riziko,
- operační riziko,
- obchodní riziko.

### 1.2.1 Úvěrové riziko

Úvěrové riziko je rizikem ztráty ze selhání dlužníka tím, že nedostojí svých závazků podle podmínek specifikovaných v kontraktu, čímž způsobí věřiteli ztrátu. Toto riziko vzniká z úvěrových aktivit, obchodních a investičních aktivit, z platebního styku a vypořádání cenných papírů při obchodování na vlastní či cizí účet. Úvěrové riziko by se dalo definovat jako pravděpodobnost, že očekávání přijetí peněžních prostředků nebude naplněno. *[9]*

- Úvěrové riziko lze členit na tyto kategorie úvěrového rizika:
- přímé úvěrové riziko,
- riziko úvěrových ekvivalentů,
- vypořádací riziko,
- riziko angažovanosti.

**Přímé úvěrové riziko**

Přímé úvěrové riziko je rizikem ztráty ze selhání dlužníka. Jedná se o tradiční rozvahové položky v plné či částečné hodnotě, např.: úvěry, půjčky, dluhopisy, vklady, směnky, apod. Jedná se o nejstarší a nejdůležitější úvěrové riziko. *[9]*

**Riziko úvěrových ekvivalentů**

Riziko úvěrových ekvivalentů je rizikem ztráty ze selhání partnera u podrozvahových položek, např.: poskytnutí úvěrových příslibů, poskytnutí záruk, apod. Měření úvěrového rizika podrozvahových operací je založeno na výpočtu úvěrových ekvivalentů. Úvěrový ekvivalent se stanoví jako součin konverzního faktoru a jmenovité hodnoty transakce. *[9]*

**Vypořádací riziko**

Vypořádací riziko je rizikem ztráty ze selhání transakcí v procesu vypořádání, zejména v situaci, kdy hodnota partnerovi byla dodána, ale hodnota od partnera ještě není k dispozici, nebo kdy technické problémy přeruší vypořádání. Vypořádací riziko existuje zejména u dvou druhů vypořádání: *[9]*

- vypořádaní měnových obchodů,
- vypořádání koupě či prodeje cenných papírů.

**Riziko angažovanosti**

Riziko angažovanosti neboli riziko koncentrace portfolia je rizikem ztráty, kdy nám hrozí ztráta z malé nebo žádné diverzifikace portfolia. Riziko angažovanosti je rizikem expozice k: *[9]*

- jednotlivým partnerům,
- skupinám partnerů a spřízněným osobám,
- partnerům v jednotlivých zemích,
- ekonomickým sektorům,
- jednotlivým kontraktům.

### 1.2.2 Tržní riziko

Tržní riziko je rizikem ztráty ze změn tržních cen či změn hodnot finančních nástrojů v důsledku nepříznivých změn tržních podmínek. Existují čtyři hlavní kategorie tržního rizika, které se dělí na základě podkladového aktiva: *[9]*

- úrokové riziko vyplývá ze změn cen nástrojů citlivých na úrokové míry; např. dluhopis,

- akciové riziko zahrnuje rizika ztráty ze změn cen nástrojů citlivých na ceny akcií, např. akcie,
- komoditní riziko je rizikem ztráty ze změn cen nástrojů citlivých na ceny komodit, např. zlato, ropa,
- měnové riziko je rizikem ztráty ze změn cen nástrojů citlivých na měnové kurzy, např. všechna aktiva držená v cizí měně.

### 1.2.3 Likvidní riziko

Jsou známy dvě kategorie likvidních rizik. První kategorií je riziko financování, které je rizikem ztráty v případě platební neschopnosti. Tuto ztrátu reprezentuje úroková míra, za kterou si vypůjčíme peníze, abychom mohli splnit své závazky.

Druhou kategorií je riziko tržní likvidity, což je riziko ztráty spjaté s malou likviditou trhu s finančními nástroji, která brání rychlé likvidaci pozic za určitou cenu. V případě rychlé likvidace se musíme spokojit s nižší cenou a tím vzniká ztráta. *[9]*

### 1.2.4 Operační riziko

Operační riziko lze rozčlenit na tři kategorie. První kategorií je transakční riziko, které představuje riziko ztráty z provádění operací v důsledku chyb v provedení operací, chyb vyplývajících ze složitosti produktů a neschopnosti systémů je provádět, chyb v zaúčtování obchodů, chyb ve vypořádání obchodů apod.

Druhou kategorií je riziko operačního řízení, což je riziko ztráty spočívající v chybách v řízení na všech úrovních obchodního procesu; jedná se o neidentifikovatelné obchody nad limit, neautorizované obchodování jednotlivými obchodníky, podvodné operace vztahující se k obchodování apod.

Třetí kategorií je riziko systémů, což je riziko ztráty, které představují chyby v systémech podpory; jedná se například o chyby v počítačových programech, chyby v matematických modelech, chyby při přenosu dat, nesprávné plánování nahodilých událostí v případě výpadku systému nebo přenosu dat, apod. *[9]*

### 1.2.5 Obchodní riziko

Obchodní riziko se člení na sedm kategorií.

- právní riziko je rizikem ztráty z právních požadavků partnera nebo z právní neprosaditelnosti kontraktu,

- riziko změny úvěrového hodnocení, což je riziko ztráty ze ztížení možnosti získat peněžní prostředky za přijatelné náklady,
- reputační riziko, které je rizikem ztráty z poklesu reputace na trzích,
- daňové riziko je rizikem ztráty vyplývající ze změny daňových zákonů nebo nepředvídatelného zdanění,
- riziko měnové konvertibility je rizikem ztráty z nemožnosti konvertovat měnu na jinou měnu jako následek změny politické či ekonomické situace,
- riziko pohromy, které je rizikem ztráty z přírodních katastrof, války, krachu finančního systému apod.,
- regulační riziko je rizikem ztráty z nemožnosti splnit regulační opatření. *[9]*

## 1.3 Iracionalita na finančním trhu

Většina ekonomických teorií a modelů, založených na matematických vzorcích, je založena na předpokladu, že se lidé chovají racionálně. Takový člověk jedná chladně, bez emocí. Zanalyzuje všechny dostupné informace a rozhodne se tak, aby maximalizoval svůj vlastní užitek. Takový člověk (tzv. „*Homo economicus*“) je charakterizován jako neetický, nedůvěřivý, amorální a ignorující veškeré sociální hodnoty. To je však zcela mimo realitu, protože lidé se někdy chovají eticky, jsou důvěřivý, morální a vyznávají určité sociální hodnoty. *[9]*

V reálném světě existují iracionální naděje i obavy, které staví veškeré lidské rozhodování do světla neurčitosti, nejistoty a nespolehlivosti. Iracionální chování je vidět na trzích neustále. *[9]*

Pokud jde o investování, investiční teorie obvykle předpokládají, že investoři preferují vyšší výnosnost před nižší a nižší riziko před vyšším. Dále vycházejí z toho, že se lidé poučí o všech možných investičních příležitostech a vyhodnotí veškeré informace. Kdyby tomu tak bylo, potom by neexistovaly podílové ani penzijní fondy – lidé by si finance spravovali zcela sami.

Lidé se na finančním trhu chovají iracionálně a snadno podlehnou okolnímu vlivu. *[9]*

### 1.3.1 Teorie efektivního trhu

Teorie efektivního trhu tvrdí, že cena každého finančního nástroje v každém okamžiku plně odráží všechny dostupné relevantní informace. Na trhu údajně nelze nalézt chybně oceněné finanční nástroje; pokud se tak děje, tak jedině z důvodu nové informace.

Důsledkem této teorie je, že od žádné akcie nelze očekávat překonání standardu. Dále pak to, že nelze krátkodobě předvídat ceny akcií, protože se pohybují podle náhodné procházky (nebo také „random walk“), která bude vysvětlena v druhé kapitole této práce. *[9]*

Teorie efektivního trhu v sobě nese určité znaky neslučitelné s realitou. Prvním takovým znakem je paradox efektivního trhu, který spočívá v tom, že pokud účastník věří, že trh je efektivní, potom trh nebude efektivní, neboť nikdo nebude finanční nástroje analyzovat. Druhým znakem je, že informace na finančním trhu nejsou nikdy dokonalé. Pokud by existovaly dokonalé informace, pak by nedocházelo k účetním podvodům, protože by akcionáři ihned věděli, že účetnictví nesouhlasí s jejich informacemi nebo realitou. *[9]*

Příkladem neefektivnosti trhu je investor Warren Buffet, který dlouhodobě překonával trh, což by podle teorie efektivnosti trhu nebylo možné. Na finančním trhu znalí účastníci poráží neznalé účastníky. Důkaz existence neznalých účastníků může být existence marketingu na finančním trhu. Pokud by byli všichni účastníci znalí, potom by marketing byl zcela zbytečný a zanikl by. Každodenní praxe ukazuje, že trh je iracionální a tím pádem neefektivní. Teorie efektivního trhu je teorií, která v praxi nefungovala, nefunguje a fungovat nebude.

Ostatně v roce 2005 sám autor teorie efektivního trhu – Eugene Fama – přednesl na chicagské univerzitě projev, kterým zpochybnil svou vlastní teorii. Prohlásil, že „nedostatečně informovaní investoři mohou odklonit trh z optimální trajektorie a uvést jej v omyl“ a že ceny akcií mohou být „jistým způsobem iracionální“. *[9]*

### 1.3.2 Informační asymetrie

Informační asymetrie je situace, kdy jedna strana ví více, než strana druhá. Příkladem může být vztah dlužník – věřitel, eminent akcií – investor do akcií, většinový akcionář – menšinový akcionář, apod. Například ve vztahu dlužník – věřitel, bude mít dlužník vždy lepší informace o své schopnosti a ochotě plnit své závazky než věřitel.

Z běžného života může být uveden příklad prodej ojetého automobilu či nemovitosti, kdy kupující nikdy nemá lepší informace o prodávané věci, než samotný prodejce. Analogicky lze toto tvrdit i o finančním trhu. Lidé mají k dispozici mnoho informací, avšak často je vůbec nevyužívají, ať už z pohodlnosti či přílišné složitosti těchto informací. Mnohdy však ani nezáleží na tom, zda jsou informace k dispozici, jako spíše na tom, jak jsou formulovány a předávány dále. Není vůbec ojedinělý případ, kdy si závěry z jedné

informace protiřečí. Důsledkem informační asymetrie je, že trh nedokáže vyřešit všechny své problémy. *[9]*

### 1.3.3 Hra s nulovým součtem

Všichni účastníci na finančním trhu jsou součástí hry s nulovým součtem. Jestliže jeden subjekt zaznamená ztrátu, druhý subjekt zaznamená zisk. Můžeme tvrdit, že na finančním trhu dochází k přerozdělení bohatství, kdy na obou stranách (nabídky a poptávky) existují ti, co ztrácí, ale také ti, kteří vydělávají. Každý ziskový hráč má proti sobě alespoň jednoho ztrátového hráče.

Hra s nulovým součtem je konfliktní rozhodovací situace, kdy se dva inteligentní hráči snaží maximalizovat svoji výhru na úkor protihráče, toto také nazýváme antagonistickým konfliktem. *[21]*

Matematický model této rozhodovací situace je zapsán dle rovnice (1): *[21]*

$$\{H = \{„1“, „2“\}; X_1, X_2; M_1\,(x_1, x_2), M_2\,(x_1, x_2)\} \qquad (1)$$

kde

- $H$ je množina hráčů;
- $X_1$, $X_2$ jsou prostory strategií prvního a druhého hráče;
- $M_1\,(x_1, x_2)$, $M_2\,(x_1, x_2)$ jsou výplatní funkce hráčů, přičemž pro všechna $x_1 \in X_1$ a $x_2 \in X_2$ platí rovnice (2):

$$M_1\,(x_1, x_2) + M_2\,(x_1, x_2) = konst. \qquad (2)$$

Platí-li pro hru rovnice (3)

$$M_1\,(x_1, x_2) + M_2\,(x_1, x_2) = 0, \qquad (3)$$

resp.

$$M_1\,(x_1, x_2) = -\,M_2\,(x_1, x_2),$$

hovoříme o hře s nulovým součtem.

Pro rozepsání konfliktní rozhodovací situace bude model lehce modifikován podle rovnice (4): *[21]*

$$\{H = \{„1“, „2“\}; X, Y; M_1\,(x, y), M_2\,(x, y)\} \qquad (4)$$

Optimální strategie hráče „1“ ve hře $\{H = \{„1“, „2“\}; X, Y; M_1 (x, y), M_2 (x, y)\}$ s konstantním součtem je strategie $x' \in X$, pro kterou existuje $y' \in Y$ tak, že platí nerovnice (5) a (6): *[21]*

$$M_1 (x, y') \leq M_1 (x', y'), \tag{5}$$

$$M_2 (x', y) \leq M_2 (x', y'), \tag{6}$$

Znamená to tedy, že výplatní funkce $M_1 (x, y')$ je nejhorší výplatní funkcí pro hráče „1“, zároveň však nejlepší výplatní funkcí pro hráče „2“. V případě výplatní funkce $M_2 (x', y)$ toto platí obráceně. Výše uvedené lze zapsat ekvivalentním zápisem pro hráče „1“ nerovnicí (7): *[21]*

$$M_1 (x, y') \leq M_1 (x', y') \leq M_1 (x', y). \tag{7}$$

Hodnota $M_1 (x', y') = - M_2 (x', y') = v$ je hodnota hry s nulovým součtem. Je-li $v \neq 0$ je hra nekorektní (nespravedlivá).

Hra s nulovým součtem v podstatě vystihuje souboj účastníků na finančních trzích. Má však dva nedostatky, kterými se odlišuje od praxe. *[21]*

V skutečnosti na finančních trzích neexistuje čistá hra s nulovým součtem, protože zde není počítáno s transakčními náklady – poplatky burze a poplatky zprostředkovateli obchodu. Každý, kdo vstoupí na finanční trh, hraje již od začátku s negativní výhodou, kterou představují transakční náklady na zrealizování obchodu. Platí tedy spíše rovnice (8): *[vlastní zpracování]*

$$M_1 (x_1, x_2) + M_2 (x_1, x_2) = - (n_1 + n_2) \tag{8}$$

kde

- $n_1$ jsou náklady na transakci hráče „1“,
- $n_2$ jsou náklady na transakci hráče „2“.

Druhým nedostatkem je, že hra s nulovým součtem počítá s inteligentními hráči, kteří mají vlastní strategii, pomocí které hodlají maximalizovat svůj užitek na úkor protihráče. Ve skutečnosti se však finančních trhů účastní široké spektrum lidí zahrnující i lidi, kteří nemají žádnou strategii, obchodují pouze pro zábavu (čímž sice mohou maximalizovat svůj užitek, ale ne ve smyslu hry s nulovým součtem – získat zisk) apod. *[vlastní zpracování]*

### 1.3.4 Tvorba ceny na finančním trhu

V této části se budu věnovat tvorbě ceny v reálných podmínkách. Finanční trh si lze představit jako živý organismus, který je řízen především emocemi obchodníků, a tudíž je velmi nestabilní ve svém jednání.

**Cíl účastníků trhu**

Každý účastník trhu má jiný cíl, na základě kterého se účastní na finančních trzích. Nelze chápat finanční trhy pouze jako zdroj zisků, ale také zdroj zajištění. Např. pěstitelé obilovin prodávají svoji produkci obilí pomocí futures kontraktů, aby si zajistili odbyt a cenu své produkce. Stejně tak zpracovatelé komodit kupují futures kontrakty, aby si zajistili dostatek potřebné komodity za určitou cenu. Někteří účastníci finančních trhů obchodují, aby vydělali peníze, někteří aby si je pouze přivydělali a někteří pouze pro zábavu a adrenalin. Přesto lze účastníky trhu rozdělit do dvou hlavních skupin, kterými jsou tzv. Smart money a Dump money. *[vlastní zpracování]*

*Smart money* – do této skupiny (tzv. chytré peníze) patří velké organizace v podobě investičních bank, penzijních fondů či, v případě komoditního trhu, dodavatelé a odběratelé komodit. Tato skupina má k dispozici velké množství informací a mnoho likvidity, proto je dlouhodobě úspěšná a převážně vykazuje zisky. *[vlastní zpracování]*

*Dump money* - do této skupiny (tzv. hloupé peníze) patří individuální investoři (malí spekulanti), kteří většinou mají omezený přístup k informacím nebo se je dozví pozdě. Mají málo likvidity, takže trhem nedokáží nijak pohnout. Někteří lidé z této skupiny neobchodují za cílem vydělat peníze, ale pouze pro zábavu. Drtivá většina z této skupiny je neúspěšná v obchodování na finančních trzích. *[vlastní zpracování]*

**Základní pojmy**

*Bid* - představuje cenu poptávky - tj. nejlepší cenu, za kterou je v daný okamžik možné kontrakt prodat. *[17]*

*Ask* - představuje cenu nabídky - tj. nejlepší cenu, za kterou je v daný okamžik možné kontrakt nakoupit. *[17]*

*Spread* - je rozdíl mezi nákupní a prodejní cenou. *[16]*

*Tick* – jedná se o nejmenší možný pohyb ceny daného aktiva. Tato hodnota uváděná v měně (např. u akcií, komodit) či bodech (např. indexy) udává, o jaký nejmenší krok se může cena aktiva pohnout směrem nahoru nebo dolů. *[vlastní zpracování]*

*Slippage* - česky přeložitelné jako skluz v plnění, označuje rozdíl mezi požadovaným a skutečně získaným plněním. Zejména v rychlejších trzích se běžně stane, že příkaz dostane „skluz“ několik ticků - někdy i více, což může podle trhu znamenat rozdíl i několika desítek dolarů. *[17]*

*Last* – je cena, na které byl proveden poslední obchod. *[18]*

**Základní obchodní příkazy na trhu**

*Market*

Nejjednodušší vstupní příkaz je typu Market, kdy v podstatě chceme vstoupit za aktuální cenu na trhu a to okamžitě. Ve skutečnosti však nevstupujete za cenu aktuální, tj. tu, kterou vidíme jako poslední cenu, za kterou byl zrealizován poslední obchod (cena označená jako Last), ale za cenu Bid (v případě prodeje) nebo Ask (v případě nákupu). Toto je důležité si uvědomit, protože cena Bid i Ask bude velmi často minimálně o tick horší, než cena Last, takže náš vstup bude rovněž velmi často minimálně o tick horší, než cena, kterou právě vidíme. To lze vidět na Obrázku 2. *[14]*

| Symbol | Last | Bid | Ask |
|---|---|---|---|
| /ES[M1] | 1366.25 | 1366.00 | 1366.25 |
| /NQ[M1] | 2412.50 | 2412.25 | 2412.75 |
| /TF[M1] | 865.3 | 865.3 | 865.4 |
| /YM[M1] | 12813 | 12812 | 12813 |

**Obrázek 2 - Pokud chceme prodat/nakoupit příkazem Market, nelze hledět na Last, ale na Bid/Ask ceny.**

*Zdroj:[14]*

*Stop*

V praxi funguje příkaz Stop tak, že jakmile se trh dotkne naší „označené“ ceny, okamžitě se změní v příkaz Market a my jsme vyplněni většinou velmi blízko ceny, na jejíž úroveň jste příkaz Stop zadali. Důležité je vědět, že nákupní příkaz Stop lze vždy zadávat pouze nad aktuální hodnotu trhu a prodejní příkaz Stop můžeme zadávat vždy jen pod aktuální hodnotu trhu. *[14]*

*Limit*

Tento příkaz v podstatě říká "chci nakoupit nebo prodat pouze za cenu XY nebo lepší, nikdy však horší". Nákupní příkaz pak můžeme umístit vždy jen na, nebo pod aktuální hodnotu trhu, prodejní příkazy vždy na, nebo nad aktuální cenu trhu. Existuje i kombinace Stop a Limit příkazu, což je příkaz typu StopLimit.

Jak již bylo uvedeno, příkaz Stop pracuje tak, že v momentě, kdy dojde trh na naší zadanou úroveň, příkaz Stop se promění do příkazu Market. Pokud použijeme příkaz StopLimit, pak se po dosažení určité úrovně promění příkaz v Limit. Pokud se například trh aktuálně obchoduje na ceně 811.1 a my zadáme příkaz Buy 812 Stop-Limit, pak v momentě, kdy trh dosáhne ceny 812, se aktivuje příkaz Buy 812 Limit a my čekáme, zda budeme vyplněni za tuto nebo lepší cenu. *[12]*

**Hloubka trhu**

Hloubka trhu, či anglicky Depth of Market (zkratka DOM), je jednoduché zobrazení nabídky a poptávky na určitém trhu. Toto zobrazení je vidět na Obrázku 3. Jedná se o třísloupcovou tabulku, kdy v prostředním sloupci je cena, v levém sloupci je poptávka vyjádřena akumulací kusů k jednotlivým cenám a v pravém sloupci je nabídka taktéž vyjádřena akumulací kusů k jednotlivým cenám. Akumulace kusů znamená, že počet kusů u této ceny obsahuje již počet kusů ceny předchozí. *[15]*

Počty kusů u poptávky jsou zobrazeny pouze od aktuální ceny níže, protože příkazy za vyšší cenu jsou ihned spárovány s nabídkou ve třetím sloupci. Počty kusů zde představují čekající příkazy na vyplnění.

| BUY | PRICE | SELL |
|---|---|---|
| | 1270.00 | |
| | 1269.75 | |
| | 1269.50 | |
| | 1269.25 | |
| | 1269.00 | |
| | 1268.75 | 569 |
| | 1268.50 | 833 |
| | 1268.25 | 434 |
| | 1268.00 | 444 |
| | 1267.75 | 284 |
| 46 | (18) 1267.50 | |
| 264 | 1267.25 | |
| 330 | 1267.00 | |
| 487 | 1266.75 | |
| 477 | 1266.50 | |
| | 1266.25 | |
| | 1266.00 | |
| | 1265.75 | |
| | 1265.50 | |
| | 1265.25 | |
| | 1265.00 | |
| | 1264.75 | |
| | 1264.50 | |
| MARKET | PnL | MARKET |
| REV | FLAT | CLOSE |

**Obrázek 3 - Hloubka trhu**

*Zdroj:[15]*

**Tvorba ceny**

Tvorba ceny na finančních trzích je velmi dynamickým procesem a stačí pouze jednoho člověka, či pouze jedné jednotky finančního aktiva, aby pohnul cenou nahoru či dolů. V případě koupě 500 ks akcií firmy ČEZ, a.s., příkazem Market, kde Bid je 480 ks za cenu 808,00 Kč a 620 ks za cenu 808,50 Kč, bude koupeno 480 ks akcií za 808,00 Kč a 20 ks akcií za cenu 808,50 Kč. Výsledkem tedy je, že cena akcie stoupne o 0,50 Kč. *[vlastní zpracování]*

Nyní si představme, že na jednom trhu jsou stovky obchodníků, kteří mají různé informace, různé analýzy, různé přístupy k obchodování, různě veliký kapitál apod. V jednom okamžiku se pak střetávají stovky příkazů Market, Limit, Stop či Stop-Limit, a výsledkem je neustálá změna ceny. Na první pohled se jedná o zcela náhodné tvoření ceny, které nelze předpovědět, což jak si ukážeme dále, není zcela pravdou. *[vlastní zpracování]*

# 2 Kvantitativní metody užívané na finančních trzích

Tato kapitola se bude zabývat kvantitativníma metodami, které pomáhají definovat riziko na finančních trzích. Budou zde uvedeny metody využívající normálního rozdělení pro pohyby ceny finančního aktiva a fraktály, které jsou alternativou k modelům s normálním rozdělením pohybů ceny.

## 2.1 Modelování chování trhu

V této kapitole budou stručně představeny složky obecně uznávaného modelování chování finančních trhů.

### 2.1.1 Náhodná procházka

Jednou ze součástí teorie efektivních trhů je teze, že kurzy akcií se chovají nepředvídatelně a konají tzv. náhodnou procházku. Přestože toto tvrzení již začal odmítat i sám autor této teze, díky skutečnému vývoji finančních trhů, jedná se stále o velmi užívaný model a stále tvoří základ u většiny modelů řízení rizika. *[vlastní zpracování]*

Teorie efektivního trhu pracuje s těmito předpoklady:

- pravděpodobnosti růstu a poklesu ceny si jsou vyrovnány (50:50),
- nelze předpovídat budoucí cenový vývoj,
- aktuální cenový vývoj je nezávislý na historickém vývoji,
- v dlouhém období si aktivum zachovává růstový trend, který je protínán kratšími klesajícími trendy,
- není možné překonat průměrnou výkonnost akciového trhu.

Náhodná procházka splňuje veškeré výše uvedené předpoklady, proto je využívána pro modely finančních trhů. Náhodná procházka je stochastický proces[6], kde předem známe množinu možných stavů a v jednotlivých krocích se náhodně dostáváme z jednoho stavu do jiného s určitou pravděpodobností. Není nám dán počet „kroků“ a počítáme většinou pravděpodobnost, že se dostaneme do určitého koncového stavu, popř. jak dlouho nám to v průměru bude trvat. *[vlastní zpracování]*

[6] Vysvětleno na následující straně.

**Stochastický proces**

Jak bylo uvedeno výše, náhodná procházka je stochastickým procesem, který lze definovat následovně: *[18]*

Uvažujme měřitelný prostor $(\Omega, \alpha)$, množinu reálných čísel R a indexovou množinu $T \neq \emptyset$, která má význam času. Mějme takové zobrazení $X : \Omega \times T \rightarrow R$, které má tyto vlastnosti: *[18]*

a) pro $\forall t \in T : X(\cdot, t)$ je náhodná veličina vzhledem k $\alpha$ (značíme $X_t$),

b) pro $\forall \omega \in \Omega : X(\omega, \cdot)$ je prvkem množiny reálných funkcí definovaných na $T$.

Zobrazení $X$ se nazývá stochastický proces definovaný na množině $T$. Značíme jej $\{X_t; t \in T\}$.

Jestliže budeme uvažovat o jeho složkách, pak:

a) pro $\forall t \in T$ se $X(\cdot, t)$ nazývá $t$-tá složka stochastického procesu,

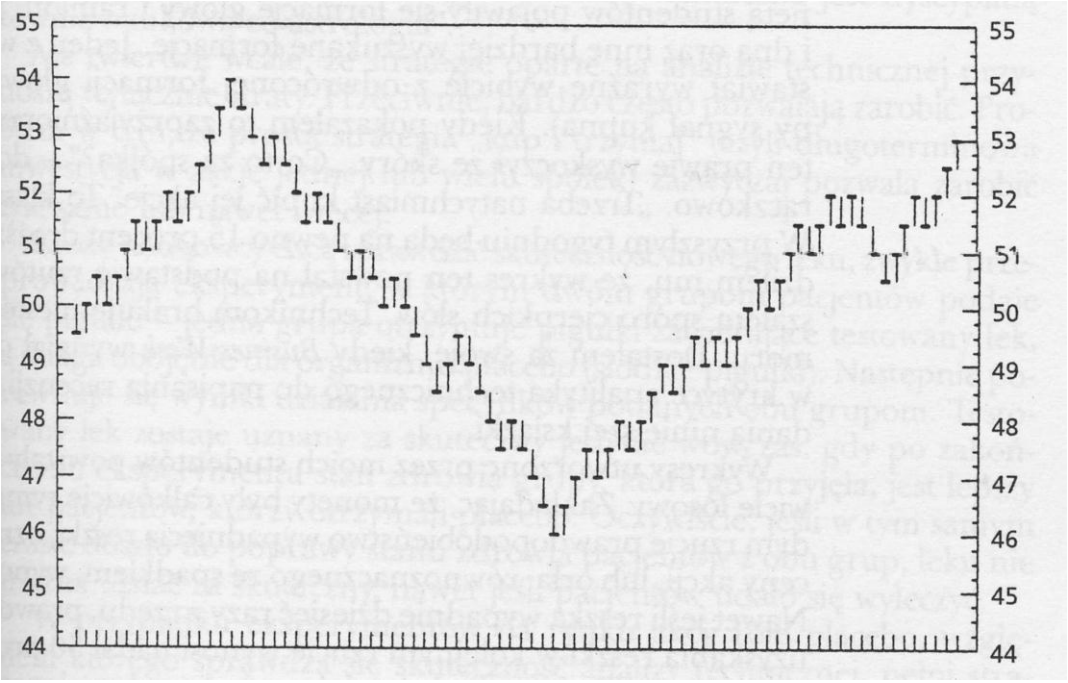
b) pro $\forall \omega \in \Omega$ se $X(\omega, \cdot)$ nazývá realizace stochastického procesu příslušná možnému výsledku $\omega$,

c) pro $\forall t \in T$ a $\forall \omega \in \Omega$ se číslo $X(\omega, t)$ nazývá realizací $t$-té složky stochastického procesu příslušné možnému výsledku $\omega$.

Stochastické procesy můžeme dělit z hlediska času či jejich stavů. Stochastický proces může být z hlediska času diskrétní či spojitý, a stejně tak z hlediska stavů. *[18]*

**Aplikace náhodné procházky na ceny akcií**

Burton G. Malkiel při přednášce požádal studenty, aby házeli mincí a výsledky hodů zakreslovali do grafu. Počátkem měla být cena akcie $ 50. Pokud se částice konající náhodnou procházku, nachází v kladné části, je pravděpodobné, že zůstanou v kladné oblasti nadále. Proto počáteční hodnota $ 50 plně vyhovovala reálné situaci na trhu a existovalo zde minimální riziko, že by se cena akcie dostala do záporných hodnot. K podivu všech studentů se v grafech začaly objevovat známé obrazce podněcující nákup či prodej akcií. Jeden takový graf Malkiel odnesl svému příteli – finančnímu analytikovi, který reagoval tak, jak Malkiel předpokládal. Okamžitě chtěl kupovat, protože viděl známou sekvenci pohybu akcií. Pro ilustraci se podívejme na jeden takto náhodně generovaný úsečkový graf na Obrázku 4 na následující straně. *[5]*




**Obrázek 4 - Pohyb cen dané akcie generovaný hody mincí.**

*Zdroj: [5]*

**Modelování pohybu cen akcií za pomoci náhodné procházky**

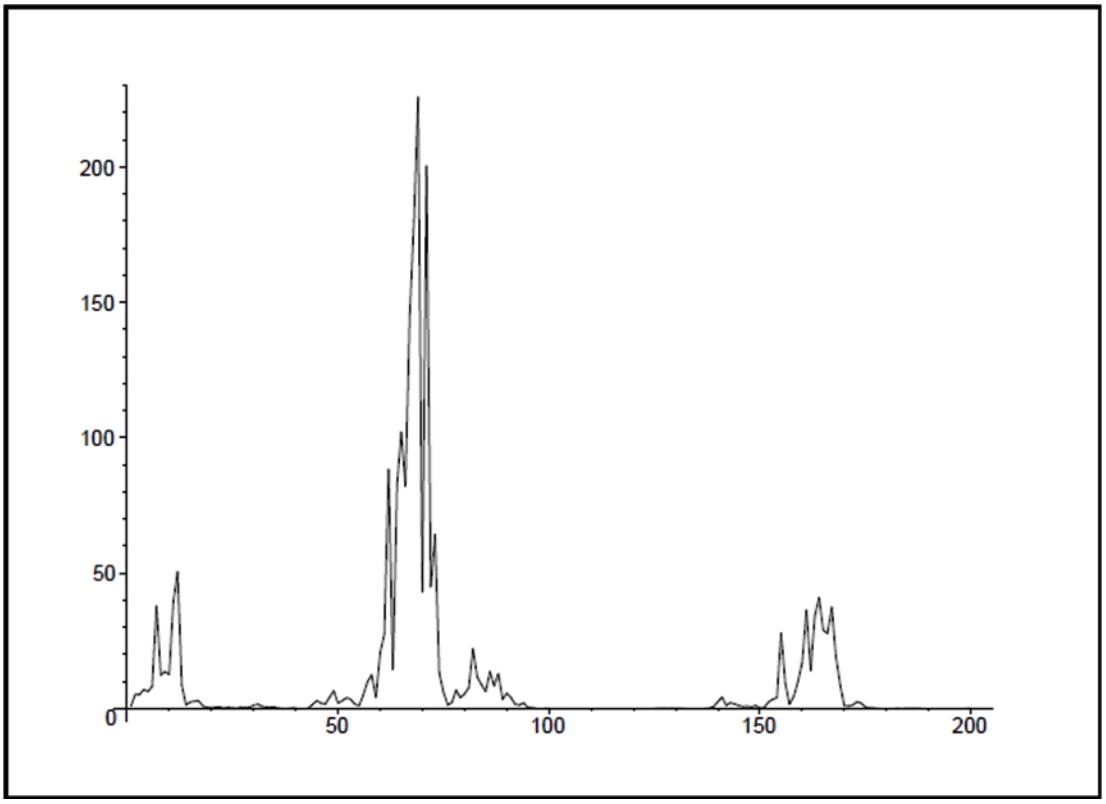
Vzhledem ke skutečnosti, že ceny akcii rostou nebo klesají a přitom každý pokles či vzestup ceny není roven konstantní částce, jako tomu bylo v případě generování pohybu cen akcií hody mincí, je vhodné tento proces modelovat za pomoci martingalu tvořeného součinem na sobě nezávislých náhodných proměnných. Přesněji si jej nadefinujeme v následujícím přikladu. *[5]*

Modelování pohybu cen akcií, které bylo převzato z bakalářské práce Masarykovy Univerzity, bylo prováděno v programu Maple a byly stanoveny počáteční podmínky, které by nás co nejvíce přiblížili k dostatečně věrohodnému modelu cenových pohybů akcií. *[5]*

Aby bylo docíleno stejné pravděpodobnosti růstu nebo poklesu ceny, dle zásad náhodné procházky, nabízí se nám normální rozděleni. To ale nesplňuje druhou podmínku, tj. cena nikdy nedosáhne záporné hodnoty. Tuto podmínku splňuje logaritmické rozdělení. Výběr bude reprezentován logaritmicko-normálním rozdělením, které splňuje obě zmíněné podmínky. *[5]*

Výběr bude o velikosti $n = 200$, který udává počet dnů, kdy se bude na burze s akciemi obchodovat. Začínáme na hodnotě 1, tj. 100%. Měřítko osy $y$ je přizpůsobeno velikosti výkyvům ceny akcie. *[5]*

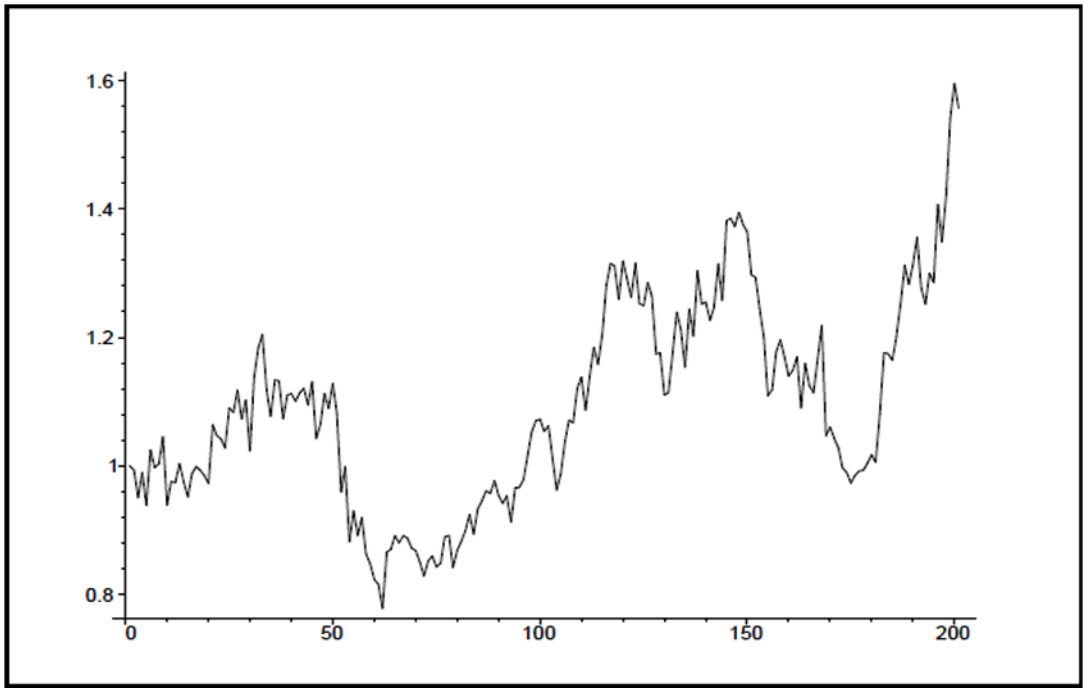
Graf vyobrazený na Obrázku 5, vychází z logaritmicko-normálního rozděleni se střední hodnotou 0 a rozptylem 1.




**Obrázek 5 - Model se střední hodnotou 0 a rozptylem 1**

*Zdroj: [5]*

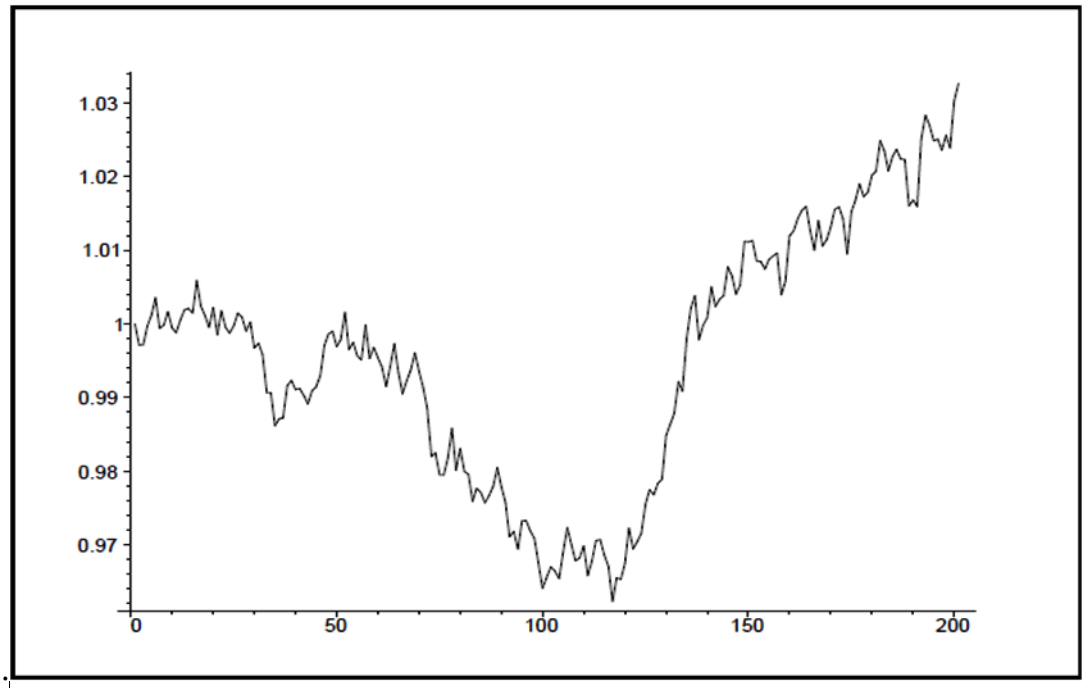
Jak je vidět, tento model není zcela realistický, neboť cenové výkyvy jsou příliš vysoké. Dostáváme se tím k druhému grafu na Obrázku 6, kde střední hodnota je rovna 0 a rozptyl tohoto rozdělení je $\frac{1}{625}$.




**Obrázek 6 - Model se střední hodnotou 0 a rozptylem $\frac{1}{625}$.**

*Zdroj: [5]*

V druhém modelu se již cenové výkyvy neprojevují tak velkou mírou. Ještě výraznější je to na dalším grafu na Obrázku 7, kde střední hodnota bude nadále rovna 0 a rozptyl bude roven $\frac{1}{160000}$. Můžeme říci, že cenové výkyvy jsou závislé na hodnotě rozptylu. *[5]*




**Obrázek 7 - Model se střední hodnotou 0 a rozptylem $\frac{1}{160000}$.**

*Zdroj: [5]*

**Nedostatky náhodné procházky při určení ceny finančního aktiva**

Ačkoliv výsledky náhodné procházky vypadají lákavě a dalo by se říci, že jsme schopni namodelovat pohyby cen akcií, empirické pozorování finančních trhů z těchto modelů dělá pouze teoretickou hypotézu, která nemá reálný základ.

Prvním nedostatkem je předpoklad efektivních trhů, na základě kterého byla vybrána náhodná procházka. Druhým nedostatkem je samotné modelování pomocí logaritmicko-normálního rozdělení pohybu ceny. Toto a jakékoli jiné rozdělení odvozené od normálního rozdělení, nepočítá s různým vývojem volatility[7] finančního aktiva. Změnami volatility na finančních trzích se budu věnovat dále v této práci. Obecně lze říci, že v různých časech se vyskytuje různá volatilita finančních trhů, ale normální rozdělení pravděpodobnosti pohybů cen aktiv tuto skutečnost nebere v potaz. *[vlastní zpracování]*

## 2.2 Řízení Rizika

Podstata obchodování na finančních a kapitálových trzích je stejná, jako v případě každého jiného podnikání – je třeba přijmout určitou míru rizika, aby se dosáhlo zisku. Jak potvrzuje i slavné první pravidlo řízení rizik, které tvrdí, že bez rizika není zisku.

Rizika je nutné řídit tak, aby neohrozila samotnou existenci účastníka finančního trhu. Klíčovým rizikem je zejména riziko nepříznivých pohybů tržních sazeb či cen finančních aktiv, nazývané obecně tržním rizikem. *[vlastní zpracování]*

### 2.2.1 Value at Risk

Value at Risk (dále VaR) byl vynalezený bankou JPMorgan v roce 1980 a jedná se o způsob měření množství peněz, u kterých může banka očekávat, že ztratí ze svého portfolia obchodovatelných aktiv (např. akcie a dluhopisy), pokud se trhy propadnou. VaR je počítán na určité časové období a na určité úrovni spolehlivosti. *[3]*

Existují různé metody výpočtu VaR. Jedny z nejpopulárnějších metod jsou historické simulace. V této metodě banka sleduje matematický model, který bere v potaz události v předchozích třech až čtyřech letech, aby mohla posoudit, kolik peněz může ztratit, pokud tyto mimořádné události znovu nastanou. *[3]*

VaR je počítán pro různá časová období. Jsou dva pohledy určení těchto období. Za pravé, jak dlouho banka hodlá držet portfolio a za druhé, za jakou dobu může prodat

[7] Volatilita je schopnost aktiva změnit svou cenu.

portfolio. Basilejská pravidla stanoví, že banky musí používat VaR, který měří více jak 10-denní lhůty, aby věděli, kolik kapitálu musí držet na pokrytí jejich obchodní činnosti. *[3]*

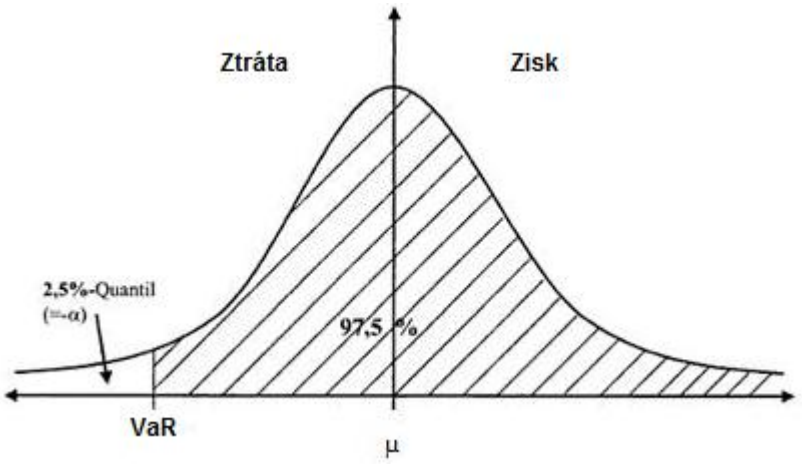
**Metodologie Value at Risk (VaR)**

Hodnota Value at Risk je definována jako maximální predikovaná ztráta na uvedené hladině pravděpodobnosti za určitý časový interval, což lze formálně vyjádřit následující rovnicí (9): *[8]*

$$P\ (Ztráta \geq VaR) = \alpha \qquad (9)$$

kde $\alpha$ je hodnota zvolené pravděpodobnosti, pro niž je hodnota VaR stanovována.

Graficky můžeme tuto situaci vidět na Obrázku 8. K výpočtu hodnoty VaR je potřeba zjistit rozdělení pravděpodobnosti změn zisku jednotlivých investičních variant. Hodnota VaR může být stanovena analytickým způsobem nebo pomocí simulačních technik. Každý z těchto přístupů má své přednosti a nedostatky. *[8]*




**Obrázek 8 - Grafické znázornění VaR**

*Zdroj: [8]*

**Analytický způsob stanovení hodnoty VaR**

U analytického způsobu stanovení hodnoty VaR se předpokládá, že změny sledované veličiny, pro které je VaR stanovována, lze popsat pomocí některého typu pravděpodobnostního rozdělení, přičemž u stanovení hodnoty VaR se ve většině případů předpokládá právě normální rozdělení sledovaných veličin. Za předpokladu normálního rozdělení je hodnota VaR stanovena dle následující rovnice (10): *[8]*

$$VaR_i = z_q\sigma_i - \mu_i \qquad (10)$$

kde $z_q$ označuje hodnotu q-tého percentilu distribuční funkce normálního rozdělení odpovídající zvolenému stupni pravděpodobnosti α, $\sigma_i$ je volatilita tohoto rozdělení a $\mu_i$ je střední hodnota rozdělení. *[8]*

Hodnotu VaR lze stanovit také z rozdělení vývoje rizikových faktorů finančních instrumentů. Za předpokladu, že vývoj podkladových faktorů má opět normální rozdělení a mezi vývojem podkladových faktorů a vývojem finančních veličin, pro které je hodnota VaR zjišťována, existuje lineární vztah, je hodnota VaR stanovena dle rovnice (11): *[8]*

$$VaR_i = \delta_i (\mu_j + z_q \sigma_j) \qquad (11)$$

kde parametr $\delta_i$ je delta faktor popisující lineární vztah mezi vývojem rizikového faktoru a vývojem veličiny, pro niž je VaR hodnota stanovována, $\mu_j$ je střední hodnota rozdělení rizikového faktoru a $\sigma_j$ je volatilita rozdělení rizikového faktoru. *[8]*

**Stanovení hodnoty VaR pomocí simulačních metod**

Druhý způsob stanovení hodnoty VaR, je přístup, který je založen na použití simulačních metod, tzv. Monte-Carlo metoda. Výhodou simulačních metod je v tom, že jimi lze vyjádřit jiné než normální rozdělení pravděpodobnosti. Rozdělení většiny finančních veličin má ve skutečnosti odlišný průběh než symetrické normální rozdělení, což bude dokázáno dále. Podstatou stanovení hodnoty VaR pomocí simulačních metod je nalezení percentilu, odpovídajícího zvolené hodnotě pravděpodobnosti, pro kterou je hodnota VaR stanovována, z rozdělení uměle nasimulovaných hodnot, které jsou výsledkem simulační metody. Hodnota takto nalezeného percentilu je zároveň hledanou VaR hodnotou. *[8]*

**Nedostatky Var**

*VaR necharakterizuje velmi málo pravděpodobné ztráty*

VaR nepředstavuje maximální možnou ztrátu, ani neříká nic o velikostech ztrát, které mohou nastat s nižší než zvolenou pravděpodobností. Nejenže mohou VaR mnohonásobně převyšovat, ale u dvou portfolií se stejným VaRem se mohou výrazně lišit. VaR spočítaný na jedné zvolené hladině pravděpodobnosti tedy neumí odlišit dvě portfolia s velmi rozdílným rizikovým profilem na nízkých hladinách pravděpodobnosti. Proto je vhodné nesledovat VaR pouze na jedné hladině pravděpodobnosti, ale vyčíslovat potenciální ztráty na různě extrémních hladinách pravděpodobnosti. *[19]*

Kvůli tomu, že VaR nevypovídá o „málo pravděpodobných“ ztrátách, neumí dobře podchytit riziko takových strategií, které s velkou pravděpodobností vedou k malým

ziskům a s velmi malou pravděpodobností pak k obrovským ztrátám (ať již se jedná například o některé opční pozice nebo dlouhé pozice v kreditním riziku). *[19]*

*VaR není subaditivní*

VaR nesplňuje důležitou vlastnost nazývanou subaditivita, která znamená, že riziko portfolia nelze omezit součtem rizik jeho sub-portfolií. VaR není obecně koherentním rizikovým ukazatelem.

Jelikož VaR není subaditivní, lze v některých případech jeho velikost uměle snižovat tak, že portfolio „vhodně" rozdělíme do subportfolií a jejich VaRy sečteme, čímž získáme nižší hodnotu, než kdybychom vyčíslovali VaR původního portfolia. *[19]*

*VaR není vpřed hledící*

VaR, který je zpravidla založen výhradně na historických datech, nebývá schopen včas odhadnout náhlé dramatické změny na finančních trzích a zachytit příchod např. finanční krize či náhlého cenového poklesu. Typickým příkladem jsou měnové krize, které vznikají, když se fixní kurz stane neudržitelným. Takovéto krize jsou z pohledu VaRu naprosto neočekávané resp. nepravděpodobné, neboť jim předchází velice nízká volatilita v období fixního kurzu. *[19]*

*VaR neuvažuje náklady likvidace*

Nevýhodou běžně používaných modelů pro výpočet VaRu je fakt, že tu mnohdy nejsou zohledněna rizika spojená s likvidací pozic. Portfolia často bývají oceněna s pomocí středových cen a i v případě, že při jejich ocenění je zohledněno tržní rozpětí (jak vyžaduje IFRS), nebývá ve VaRu zahrnuto riziko jeho zvýšení. Pokud tedy bude nutno likvidovat pozice za zvýšeného tržního rozpětí, může instituce utrpět větší ztráty, než odhaduje VaR. *[19]*

*VaR je statický*

VaR představuje statickou metodu, která nebere v úvahu změny portfolia, což může někdy způsobovat problémy. Někteří obchodníci například obchodují aktivně během dne a před koncem dne své rizikové pozice téměř uzavírají. Výpočet Value at Risk, který by vycházel ze stavu portfolia na konci dne, by pak maximální ztrátu mohl výrazně podhodnocovat. *[19]*

### 2.2.2 Princip moderní teorie portfolia

Vzhledem k tomu, že se tato práce bude odkazovat na moderní teorii portfolia, tak zde bude stručně představena. Moderní teorie portfolia tvrdí, že je možné sestavit portfolio investic, které maximalizuje návratnost a minimalizuje rizika prostřednictvím diverzifikace investic mezi nekorelovaná aktiva. Moderní teorie portfolia vychází ze dvou hlavních předpokladů: *[2]*

- Investoři se chovají racionálně.
- Trh je plně efektivní.

Oba předpoklady byly v této práci již zmíněny a vysvětleny. Také se práce zabývala jejich nedostatečnou podložeností, kdy realita jedná proti těmto předpokladům. *[2]*

Jedním z hlavních cílů diverzifikace je omezit riziko investováním do tříd aktiv, které spolu nekorelují (koeficient korelace je blízký 0) či korelují spolu inverzně (koeficient korelace je blízký -1). Teorie portfolia však nebere v potaz, že tyto korelace se mohou v průběhu času měnit. *[2]*

## 2.3 Nevhodnost aplikace normálního rozdělení na finanční trhy

Hlavním rysem Gaussova rozdělení je skutečnost, že většina pozorovaných případů se drží poblíž středu, tedy průměru. Čím více se od něj vzdaluje, tím rychleji (exponenciálně) klesá i pravděpodobnost existence takové odchylky. Příkladem může sloužit lidská výška (pro názornost je zjednodušena). Předpokládejme, že průměrná výška (mužů i žen) je 167 cm. Jednotku odchylky stanovíme na 10 cm. Příklad bude počítat s přírůstky nad 167 cm a vypočítáme, jak pravděpodobné bude, že někdo takové tělesné výšky dosáhne. *[20]*

O 10 cm vyšší než průměr (tj. vyšší než 177 cm):

1 osoba z 6,3

O 20 cm vyšší než průměr (tj. vyšší než 187 cm):

1 ze 44

O 30 cm vyšší než průměr (tj. vyšší než 197 cm):

1 ze 740

…

O 60 cm vyšší než průměr (tj. vyšší než 227 cm):

1 z 1 000 000 000

O 70 cm vyšší než průměr (tj. vyšší než 237 cm):

1 ze 780 000 000 000

Smyslem tohoto příkladu bylo demonstrovat zmíněné zrychlení poklesu. Stačí se podívat na rozdíl v pravděpodobnosti výskytu osob přesahujících průměr o šedesát, respektive sedmdesát centimetrů. Kvůli pouhým deseti centimetrům navíc se přechází z jednoho člověka z miliardy k jednomu ze 780 miliard. *[20]*

Slabostí Gaussova rozdělení pravděpodobnosti je jeho křehkost a zranitelnost v pravděpodobnosti okrajových událostí. Pravděpodobnost případu vzdáleného 4 σ od průměru je dvakrát vyšší, než když tato vzdálenost činí 4,15 σ. Pravděpodobnost v případě 20 σ je bilionkrát vyšší než u 21 σ. *[20]*

**LTCM – aplikace normálního rozdělení na finančních trzích**

Long Term Capital Management (LTCM) byl založen v roce 1994 skupinou traderů ze Salomon Brothers, ale mezi jeho řediteli figurovala i jména nositelů Nobelových cen za ekonomii Roberta Mertona a Myrona Scholese a bývalého člena Fed Davida Mullinse. Společnost LTCM aplikovala nejnovější poznatky ze statistiky (založené na normálním rozdělení pravděpodobnosti) pro řízení rizik na finančních trzích. *[20]*

Strategie LTCM byla popisována jejími zástupci jako specializující se na příležitosti k cenovým arbitrážím, využívající krátkodobých tržních anomálií k relativně dlouhodobým rovnovážným cenám, apod. Fond splnil volnou definici hedge fondu; pohyboval se na širokém spektru trhů, jak z hlediska geografického, tak z hlediska aktiv a instrumentů. Co je důležité, LTCM vycházel při vytváření modelů řízení rizika z normálního rozdělení pravděpodobnosti. *[20]*

Nedílnou součástí strategie bylo využívání páky – zatímco jednotlivé obchody samy o sobě neměly nutně vysokou návratnost, zapáčení na úrovni 8 násobku vlastních investovaných peněz z nich dělalo vysoká čísla. Argumentem pro vysokou páku bylo to, že investice fondu jsou velmi málo rizikové – v principu zajištěné využíváním nízkorizikových příležitostí k arbitráži. *[20]*

LTCM silně spoléhal na své modely pro řízení rizika. Např. jeho risk (99% VaR) byl na počátku jeho operací na úrovni 45 milionů USD (jednoduše řečeno, s 99% pravděpodobností by denně neztratil více než 45 mil. USD). V srpnu 1998 ale jeho denní ztráty dosahovaly 200 mil. USD. LTCM v roce 1998 vyhlásil bankrot. Stejné nástroje k řízení rizik využívaly a stále využívají investiční banky, operující na finančních trzích,

což se stalo několika těmto bankám osudným. Nejznámějším případem je investiční banka Lehman Brothers, která zbankrotovala a stala se pro mnohé symbolem finanční krize. *[20]*

**Mandelbrotovské rozdělení pravděpodobnosti**

Pro srovnání bude uvedeno pravděpodobnostní rozdělení výše bohatství v Evropě. Předpokladem je, že odpovídá Mandelbrotově distribuci. Jedná se pouze o příklad, a proto zde není uvedeno přesné rozdělení evropského majetku, ale je zjednodušeno za účelem zdůraznění logiky. *[20]*

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 1 mil. €: 1 z 62,5

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 2 mil. €: 1 z 250

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 4 mil. €: 1 z 1 000

…

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 32 mil. €: 1 z 64 000

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 320 mil. €: 1 z 6 400 000

V tomto případě se rychlost poklesu pravděpodobnosti zůstává konstantní nebo se nesnižuje.

Pokud bychom výše uvedený příklad znázornili Gaussovým rozdělením pravděpodobnosti, pozorovali bychom směrem od jednoho milionu následující divergenci:

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 1 mil. €:

1 z 63

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 2 mil. €:

1 z 127 000

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 3 mil. €:

1 z 14 000 000 000

Počet lidí, jejichž čisté jmění přesahuje hodnotu 4 mil. €:

1 z 886 000 000 000 000 000

Z výše uvedeného je patrné, že Gaussovy křivky čelí určitému „protivětru“, který způsobuje, že čím více se vzdalujeme od průměru, tím rychleji pravděpodobnost klesá (a tím odporují empirickému pozorování), zatímco Madelbrotovské variace takto omezeny nejsou. *[20]*

**Paretovo pravidlo 80/20**

Pravidlo 80/20 vzniklo, když si Vilfredo Pareto povšiml, že 80% italské půdy patří 20% obyvatel. Toto pravidlo je také známo jako Paretovo pravidlo 80/20 a lze jej shledávat v dalších lidských činnostech. Někdo tvrdí, že 80% práce vykonává 20% lidí, jiní tvrdí, že 80% úsilí vytváří jen 20% výsledků. Obecně lze toto pravidlo shrnout, že 80% následků je tvořeno 20% příčin. *[20]*

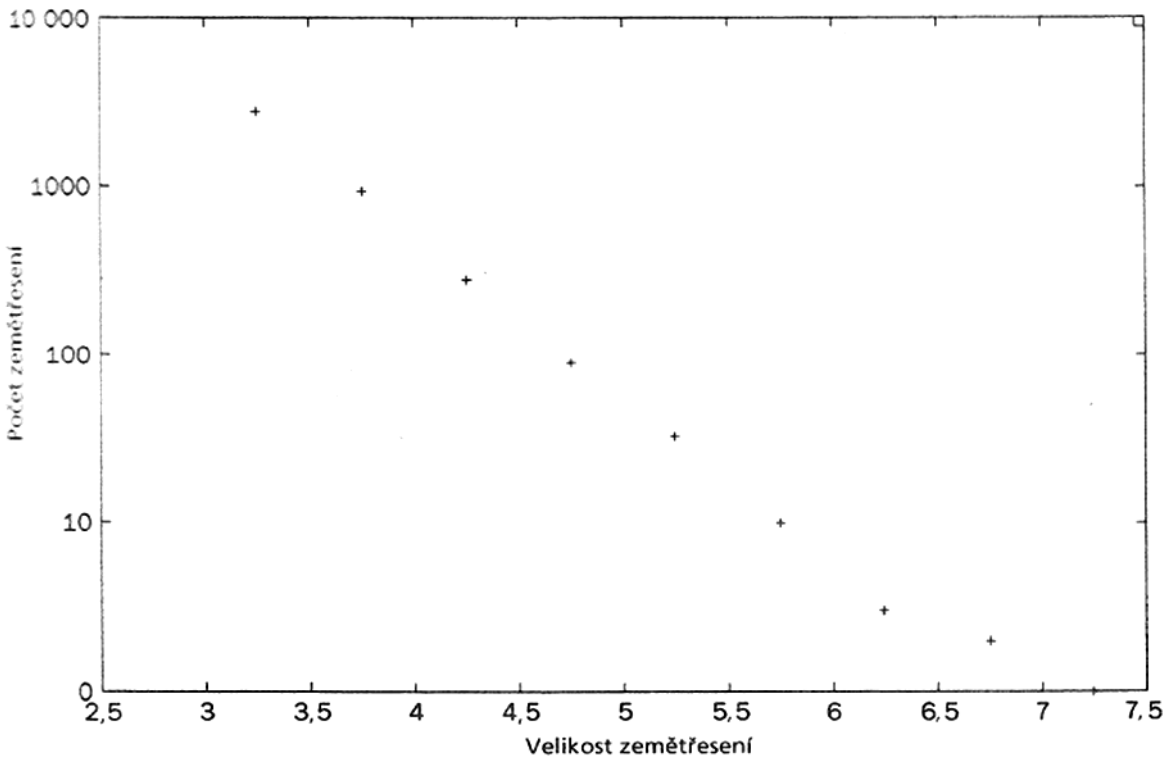
Výše uvedené pravidlo je označením pro mocninné zákony. Mohli bychom místo pravidla 80/20 mít pravidlo 50/1 a tvrdit, že jedno procento lidí vykoná padesát procent práce. Pravidlo 80/20 je pouze metaforické resp. návrhem, nikoli pravidlem či železným zákonem. Například v americkém nakladatelském průmyslu se proporce pohybuje spíše 97/20, neboli o 97% prodeje se postará 20% autorů. *[20]*

**Mocninná závislost**

Mocninná závislost nemusí být shledána pouze v ekonomických aktivitách. Geofyzici Beno Gutenberg a Charles Richter, kteří podrobně zkoumali, jak předpovědět zemětřesení. Když shromažďovali obrovské množství dat zemětřesní pro určitá místa, doufali, že najdou „typické zemětřesní“ na způsob zvonové křivky. Když však rozdělili počty zemětřesení do skupin podle jejich síly, objevili zcela něco jiného. Zjistili, že typické zemětřesení neexistuje. To, co Gutenberg a Richter viděli lze vidět na Obrázku 9 na nadcházející stránce. (Pozn.: pokud se velikost zemětřesení zvýší o jedničku, uvolněná energie vzroste desetinásobně.) *[21]*

Výše uvedené je známé pod názvem Gutenbergův-Richterův zákon a lze jej definovat takto: jestliže zemětřesení typu A uvolní dvakrát více energie než zemětřesení B, pak typ A se přihodí čtyřikrát méně často. Zdvojnásobení energie zemětřesení vede ke čtyřikrát menšímu počtu těchto zemětřesení. Fyzici tento vztah označují jako exponenciální závislost. *[21]*

Po Gutenbergovi a Richterovi přišli tři fyzici z University of Southern Denmark, aby zjistili, zda tato mocninná závislost funguje i v jiných pozorovaných jevech, např. u zmrzlých brambor. Podstata experimentu, který se prováděl v roce 1993, spočívala v tom, že vědci házeli zmrzlé brambory proti zdi, které se pak rozpadly na různě veliké kousky. Vědci pak tyto kousky brambor roztřídili do různých skupin podle váhy. Na konci experimentu zjistili podobnou mocninou závislost, jako u zemětřesení Gutenberg a Richter. *[21]*




**Obrázek 9 - Četnosti zemětřesení v jednotlivých velikostech síly zemětřesení. Z pohledu energie data ukazují, že zemětřesení byla čtyřikrát méně četná, pokud zdvojnásobíme uvolněnou energii.**

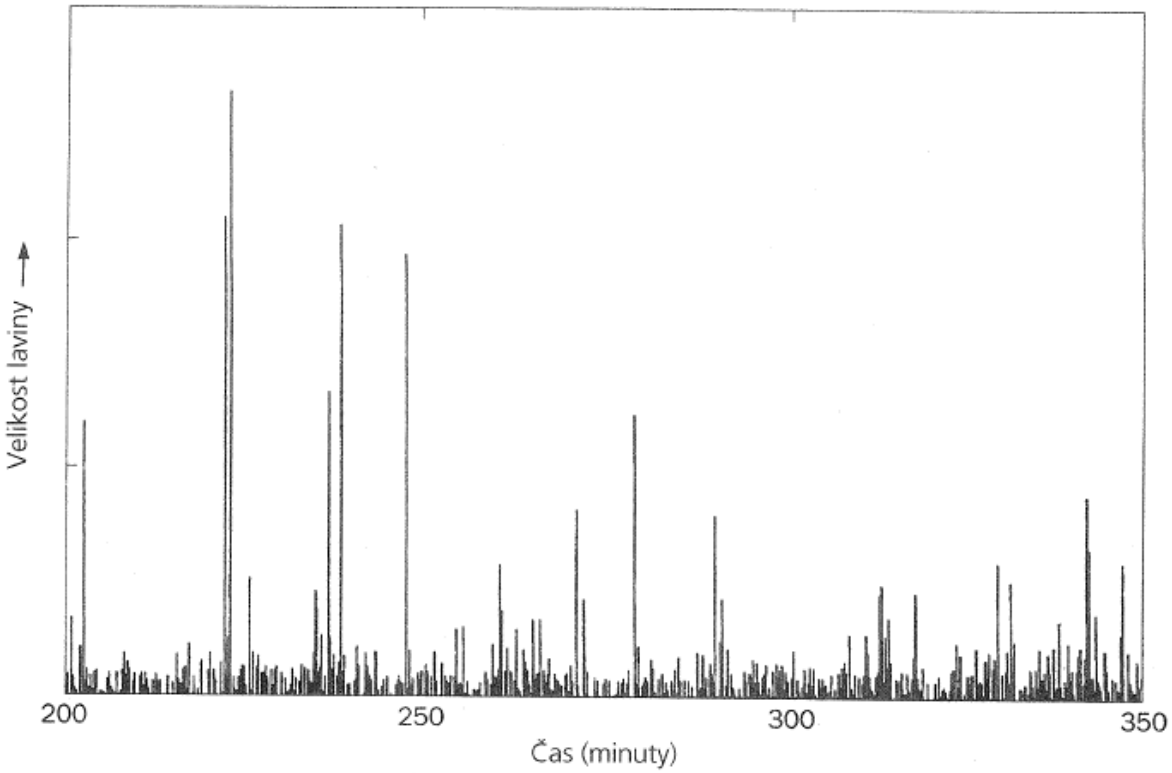
*Zdroj: [21]*

Další experiment, který mimo jiné velmi dobře simuluje chování volatility na finančních trzích, byl proveden v roce 1995 Kim Christensenem a jeho kolegy z londýnské Imperial College. Experiment spočíval v upouštění zrnek rýže v prostoru mezi dvěma deskami plexiskla. Jak kupa zrnek rýže rostla, tak jednotlivé zrnka spouštěla laviny o různých velikostech. Vědci se právě snažili zjistit, zda je možné předvídat, jak velká lavina se právě sesune a jestli existuje něco jako „typická lavina“. Po konci experimentu sesbírali data a zobrazili průběh velikostí jednotlivých lavin, což je možné vidět na Obrázku 10 na nadcházející stránce. *[21]*

Z výše uvedených příkladů je vidět, že ne všechny jevy lze vysvětlit Gaussovou, či obdobnou křivkou. Obdobně tomu tak je i u finančních trhů. Charakteristické pro mocninné závislosti je, že nelze na pozorované jevy aplikovat normální rozdělení pravděpodobnosti výskytu daného jevu ze dvou důvodů: *[vlastní zpracování]*

- Nepravděpodobný jev považuje normální rozdělení pravděpodobnosti za zanedbatelný, avšak podle mocninné závislosti mají právě tyto jevy největší dopad – viz nejsilnější zemětřesení.

- Pravděpodobnost výskytu nepravděpodobných jevů se blíží u normálního rozdělení pravděpodobnosti limitně k nule, zatímco mocninná závislost je k extrémním jevům „otevřenější“. Sice je extrémní jev méně pravděpodobný, ale neuvažuje o extrémním jevu jako o nemožným či zanedbatelným.




**Obrázek 10 - Sporadický a nepředvídatelný záznam lavin v experimentu s rýží. Výška každého sloupce ukazuje velikost laviny způsobenou pádem jediného zrnka.**

*Zdroj: [21]*

## 2.4 Fraktály

Fraktály byly vysvětleny v roce 1975 matematikem jménem Benoît Mandelbrot. Fraktály jsou geometrické tvary, které když rozdělíte do částí, tak každá část by měla být replikou celého tvaru. Benoît Mandelbrot přišel s termínem "fraktální" jako s vědeckým termínem pro toto matematické vyjádření. Slovo je adaptací latinského slova fractus, což znamená "zlomený". Koncepty fraktálů zde byly po celá staletí, ale teprve až Mandelbrot měl zásluhu na tom, že tato velká matematická díla byla objevena. Fraktály lze také nalézt v přírodě, což je místo, kde Benoît Mandelbrot začal svůj výzkum. *[4]*

Benoît Mandelbrot si všiml, že trojúhelníky, čtverce, kruhy apod. geometrické obrazce s čistými tvary se v přírodě samotné nevyskytují. Hory nejsou tvořeny z trojúhelníků či jehlanů, koruny stromů nemají tvar kruhů resp. koulí. Geometrie přírody je klikatá, ale má svou vlastní logiku. *[11]*

Touto logikou je právě fraktalita, což je, jak je uvedeno jinými slovy výše, opakování geometrických struktur v různém měřítku, v menších a menších verzích. Tyto malé části pak do určité míry připomínají celek. Díky této vlastnosti, takzvané sobě-podobnosti, lze vytvořit zdánlivě velice komplexní útvary pomocí jednoduchého opakujícího se pravidla. Pro příklad lze uvézt: *[11]*

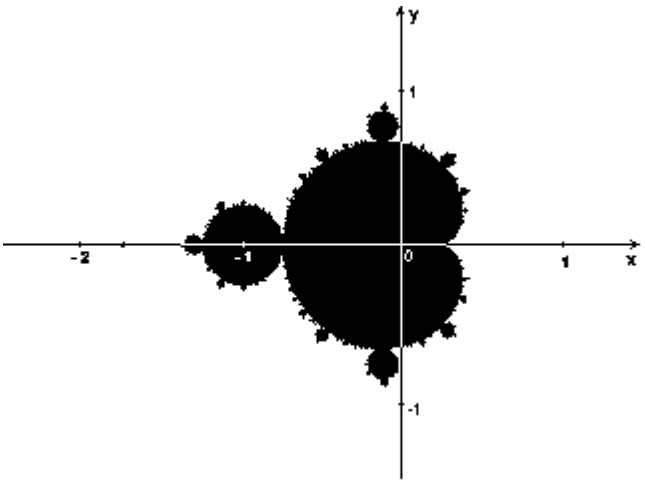
- žilky listů, které se podobají větvím stromu;
- skála, podobající se malým horám;
- malé potoky, podobající se velkým řekám.

Benoît Mandelbrot vytvořil matematický objekt známý jako Mandelbrotova množina, která využívá rekurzivního pravidla. To znamená, že se lze na Mandelbrotovu množinu dívat ve stále vyšším a vyšším rozlišení, aniž by se kdy dosáhlo konce; stále bude možno vidět rozeznatelné tvary. Ty sice nejsou zcela totožné, ale jeden druhému se podobají.

Mandelbrotovu množinu, která je zobrazena na Obrázku 9, lze zapsat jednoduchým rekurzivním vzorcem (12), kterým je: *[11]*

$$z_{n+1} \leftrightarrow z^2 + C \qquad \text{kde} \qquad z_0 = C \tag{12}$$

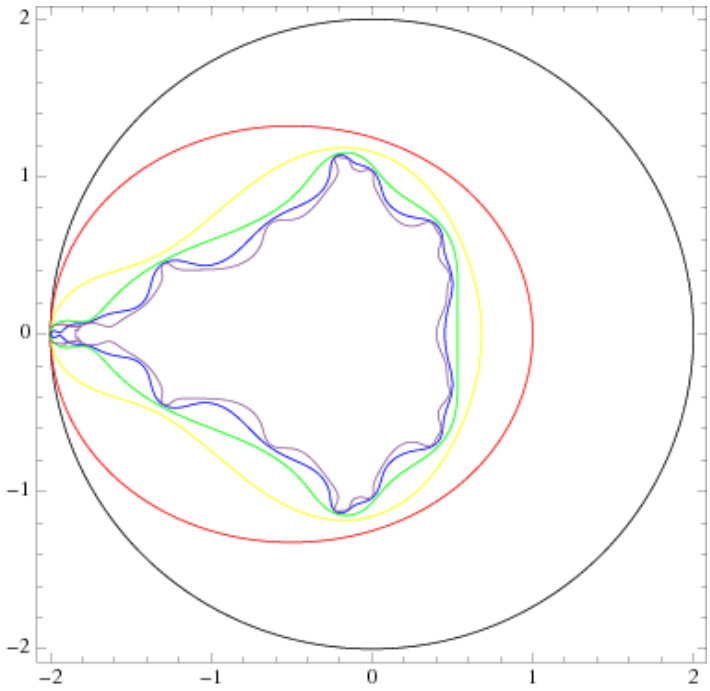
kde $C$ je z množiny komplexních čísel, pro která nejde oběžná dráha $z_n$ do nekonečna. Výsledkem je graficky řešitelná množina, která je vidět na Obrázku 11.




**Obrázek 11 - Mandelbrotova množina**

*Zdroj: [11]*

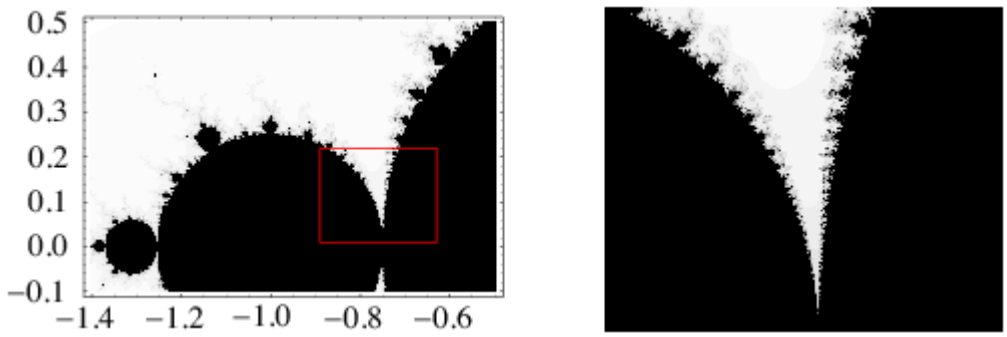
Pro znázornění, jak se Mandelbrotova množina tvoří, je uveden na Obrázku 12 grafický proces utváření Mandelbrotovo množiny.




**Obrázek 12 - Utváření Mandelbrotovy množiny**

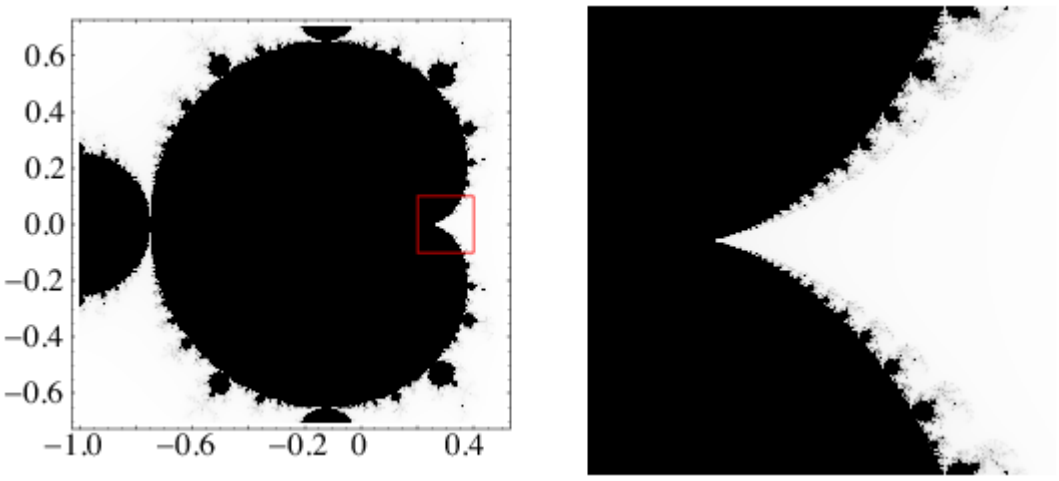
*Zdroj: [11]*

Na Obrázek 13 je vidět tzv. Údolí mořských koní a na Obrázek 14 tzv. Údolí slonů, které své pojmenování dostaly podle přiblížených obrazců. Tyto obrázky jasně demonstrují princip fraktality i samotné Mandelbtorovy množiny. Pokud budou Obrázek 13 a Obrázek 14 blíže prozkoumány, pak budou zjištěny zmenšené Mandelbrotovy množiny lemující kraje údolí, a pokud bychom si je přiblížili na stejnou úroveň, jako výchozí množinu, pak uvidíme znovu, v této již přiblížené množině, údolí mořských koní a údolí slonů. Fraktalita je nekonečný proces, který musí být vnímán oběma směry – nejen v rámci přibližování, jak je uvedeno v těchto případech, ale také v rámci oddalování. Pokud tedy sledujeme nějakou množinu, ve které nalézáme fraktalitu, musíme mít na paměti, že samotná množina je součástí většího celku. Například fraktalita byla již objevena na úrovni uspořádání galaxií ve vesmíru.




**Obrázek 13 - Údolí mořských koní**

*Zdroj: [11]*




**Obrázek 14 - Údolí slonů**

*Zdroj: [11]*

### 2.4.1 Využití fraktálů na finančních trzích

Klasické finanční modely, používané v současnosti, vůbec nepředpokládají, že se mohou stát náhlé změny. Základním kamenem soudobého investování nebo obchodování[8] je moderní teorie portfolia, která se snaží maximalizovat návratnost investice pro danou úroveň rizika. Matematika podporuje tuto teorii tím, že opomíjí extrémní situace, jakými jsou velké cenové výkyvy na finančních trzích, které jsou příliš málo pravděpodobné na to, aby je bylo možné vzít v úvahu. Teorie portfolia může počítat s tím, co se stane v 95 % času na trhu, avšak zanedbává zbylých 5 %. Tento předpoklad zcela neodpovídá realitě, pokud budeme uvažovat, že hlavní akce na trhu jsou právě ve zbývajících 5 % (viz. příklad se zemětřesením, kdy nejméně zemětřesení bylo s největší energií). Příkladnou analogií může být námořník na moři. Pokud je počasí mírné v 95 % času, může si dovolit námořník ignorovat možnost tajfunu? *[10]*

Vzorce snižující riziko v teorii portfolia se opírají o řadu zcela nepodložených premis. Za prvé, předpokládají, že změny cen jsou statisticky nezávislé na sobě: tedy, že včerejší uzavírací cena nemá vliv na aktuální a zítřejší cenu. Výsledkem je nemožnost předpovědi budoucího pohybu ceny na trhu. Druhým předpokladem je, že všechny změny cen mají distribuční funkci ve tvaru standardní zvonovité křivky. Šířka tohoto zvonu (měřena pomocí Sigma, nebo standardní odchylkou) líčí, jak dalece se cenové změny liší od střední

[8] Pojem investování je zde chápán jako pasivní proces, kdy subjekt nakoupí finanční aktivum nepákového charakteru (hodnota aktiva se rovná hodnotě vlastního kapitálu do něj vloženého) za účelem zhodnocení investované částky. Pojem obchodování je zde chápán jako aktivní proces, kdy subjekt nakupuje a prodává finanční aktivum s pákovým charakterem a jeho obchody jsou časově kratší a častější.

hodnoty; přitom události v extrémních oblastech jsou považovány za velmi vzácné. Jinými slovy nám říká, že tajfuny jsou v podstatě postaveny mimo existenci. *[10]*

Otázkou tedy je, zda se finanční data vyvíjí zcela v souladu s těmito předpoklady? Odpověď zní, že tak nikdy nečiní. V grafech změny cen akcií, měn, derivátů atd. lze v průběhu času odhalit opakující se pozadí malých cenových pohybů nahoru a dolů. Tyto pohyby nejsou tak jednotné, jak by se dalo očekávat v případě změny cen s distribuční funkcí tvaru zvonové křivky. To však představuje pouze jeden aspekt grafu. Dalším aspektem je, že značný počet náhlých velkých změn vystupuje více z pozadí, než mírné změny. Navíc mohou rozsahy pohybů cen (pro velké i malé pohyby), zůstat přibližně konstantní po celý rok, a pak najednou mohou zvýšit variabilitu po delší dobu. Velké cenové skoky se stávají běžnější s tím, jak roste turbulence na trhu. *[10]*

Podle teorie portfolia by byla pravděpodobnost těchto velkých výkyvů větší než 10 směrodatných odchylek. Ve skutečnosti, pokud jsou tyto velké výkyvy pozorovány pravidelně - alespoň každý měsíc - tak jejich pravděpodobnost dosahuje několika setin. Distribuční funkce ve tvaru zvonovité křivky se často popisuje jako distribuční funkce normálního rozdělení pravděpodobnosti. Jsou tedy finanční trhy nenormální? Samozřejmě, že nejsou; jsou to, co jsou, ale teorie portfolia se v nich, bez vystavení nekontrolovanému riziku, použít nedá. *[10]*

Moderní teorie portfolia představuje nebezpečí pro ty, kteří v ní příliš silně věří. I když jsou někdy uznány chyby v tomto směru myšlení, jeho přívrženci nenavrhují žádné jiné premisy, které by šly řešit prostřednictvím matematického modelování. To vede k otázce, zda lze vytvořit rigorózní kvantitativní popis, alespoň některých rysů velkých finančních otřesů. Pesimistickou odpovědí je, že velké cenové výkyvy na trhu jsou anomálií a odpovídají individuálnímu "zásahu vyšší moci", tedy že neexistuje žádná myslitelná pravidelnost. Revizionisté napravují pochybné premisy moderní teorie portfolia prostřednictvím malých úprav, které nemají žádný větší dopad a dostatečně nezlepšují teorii. Mandelbrota práce, prováděná v průběhu mnoha let, má odlišný a optimistický postoj. *[10]*

Fraktály - nebo jejich pozdější vypracování, nazvané multifraktály - nesměřují k jistému předpovídání budoucnosti, ale vytvářejí realističtější obraz tržních rizik. Vzhledem k nedávným problémům, kterým čelili velké investiční fondy, investiční banky nebo hedge fondy, by bylo pošetilé, aby se nezkoumaly modely poskytující přesnější odhad rizika, čímž fraktály jsou. *[10]*

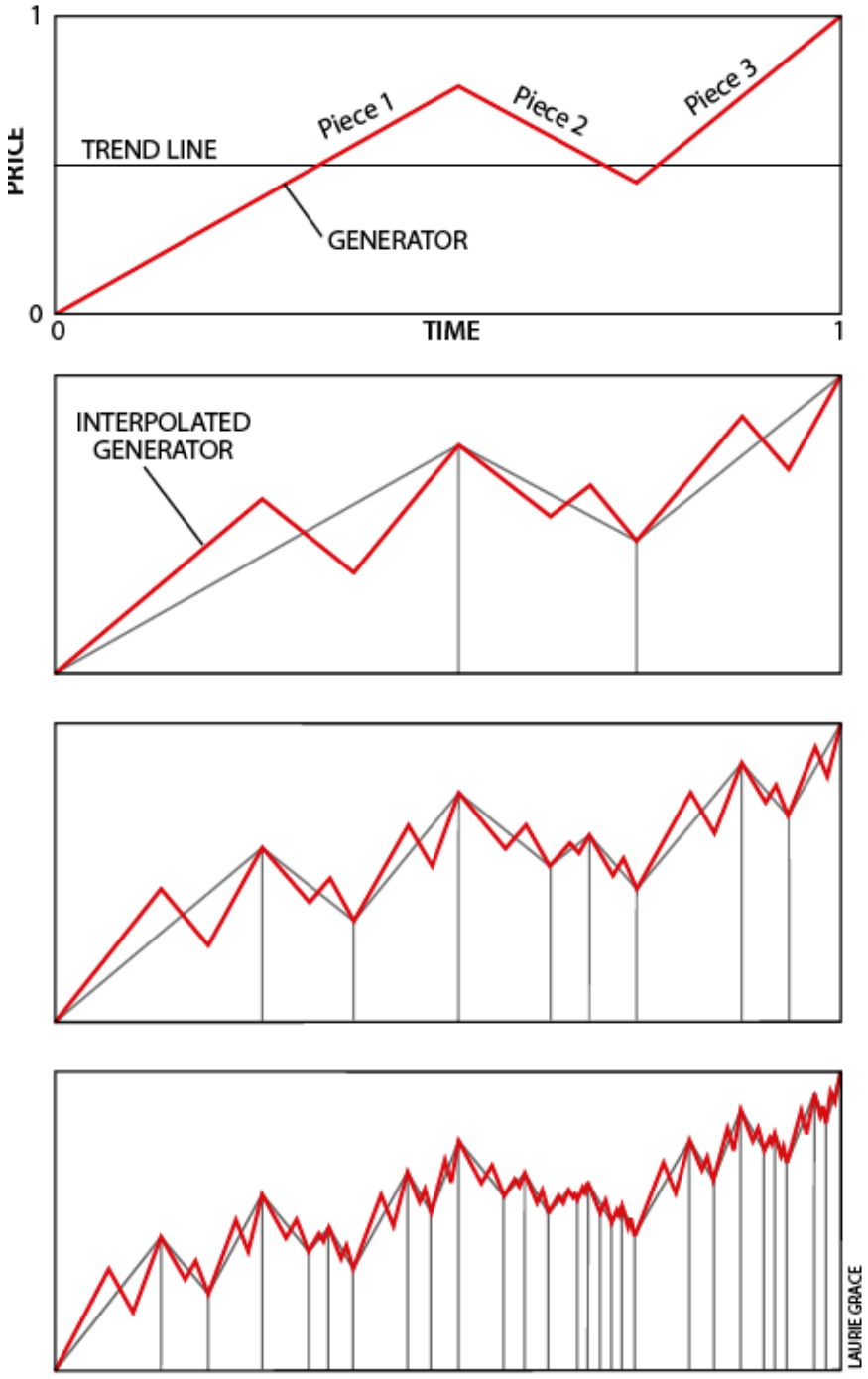
**Multifraktály a trh**

Fraktál je geometrický tvar, který lze rozdělit na části, z nichž každá je zmenšenou verzí celku. V oblasti financí lze říci, že pohyby finančních trhů vypadají všechny stejně. Když graf trhu je přiblížen či oddálen, tak lze vidět, že odpovídá stejnému měřítku času a ceny. Pozorovatel pak nemůže říci, který z grafů je týdenní, denní, hodinový či pěti-minutový. Tato vlastnost definuje cenové grafy jako fraktální křivky a zpřístupňuje tak řadu výkonných nástrojů matematické a počítačové analýzy. *[10]*

U sobě-podobnosti, která je využívána ve fraktálech, platí, že ať pozorován sobě-podobný objekt v jakémkoliv měřítku nebo v jakémkoliv rozlišení, lze pozorovat stále se opakující charakteristický tvar. Avšak grafy finančních trhů nejsou zcela sobě-podobné. V detailu zobrazení grafu finančního trhu, jsou grafy ceny vyšší, než široké. Neboli, pro docílení sobě-podobnosti se musí měřítko časové osy (horizontální osa) více zmenšit, než cenové měřítko (svislá osa). Tomuto geometrickému vztahu celku k jeho částem se říká, že si jsou sobě-příbuzné. Finanční trhy jsou tedy sobě-příbuzné, nikoli sobě-podobné. *[10]*

Lze to vyjádřit tak, že se nakreslí jednoduchý graf, do kterého se vloží změny cen od času 0 na pozdější dobu 1 v postupných krocích. Intervaly lze zvolit libovolně, mohou představovat minutu, hodinu, den nebo rok. *[10]*

Proces začíná s cenou, zastoupenou vodorovnou trendovou linkou, viz Obrázek 15. Lomená čára tzv. generátor slouží k vytvoření vzoru, který odpovídá kmitům ceny nahoru a dolů na finančních trzích. Generátor se skládá ze tří částí, které jsou vloženy podél přímého trendu, reprezentovaný lineární spojnicí trendu (generátor s méně než třemi čárami nesimuluje cenu, která se může pohybovat nahoru a dolů). Po vytyčení počátečního generátoru, jsou tři čáry interpolované třemi menšími. Opakováním se takto reprodukuje tvar generátoru, ale v komprimovaném měřítku. Horizontální osa (časový harmonogram) i svislá osa (cena stupnice) jsou stlačeny, aby se vešly na horizontální a vertikální hranici každého kusu generátoru. *[10]*




**Obrázek 15 - Třísložkový fraktálový generátor**

*Zdroj: [10]*

Jak bylo řečeno, první graf na Obrázek 15 zobrazuje generátor, který je opakovaně prokládán do každé další zalomené čáry. Neboli šedou čáru v aktuálním grafu v dalším grafu nahradí červená čára a to v určitém měřítku, stanoveném počátečním generátorem. *[10]*

**Nekonečná interpolace**

První fáze, která je zobrazena na Obrázek 15, byla již představena. Avšak stejný proces pokračuje dále a nemá teoreticky konce. V praxi nemá smysl interpolovat do časových intervalů kratších, než je zachycení obchodních transakcí v rámci jedné minuty. Je zřejmé, že každá část skončí s tvarem zhruba vypadajícím jako celek. Novinkou a překvapením je, že tyto sobě-příbuzné fraktální křivky vykazují bohatou strukturu - společnou jak pro fraktální geometrii, tak i pro teorii chaosu[9]. *[10]*

Několik vybraných generátorů produkují tzv. unifraktální křivky, které zobrazují relativně klidný obraz trhu, se kterým počítá moderní teorie portfolia. Avšak klid panuje pouze za mimořádně zvláštních podmínek, které jsou splněny pouze těmito speciálními generátory. Předpoklady na základě tohoto zjednodušeného modelu jsou jedním z hlavních chyb moderní teorie portfolia. Je to jako by teorie mořských vln počítala pouze s dmutím vln do výšky maximálně 2,5 metru. *[10]*

Krásou fraktální geometrie je, že umožňuje model dostatečně obecný, aby napodobil vzory, které charakterizuje moderní teorie portfolia v klidných trzích, stejně jako i bouřlivé tržní podmínky. Právě popis způsobu vytvoření fraktálního cenového modelu může ukázat, jak se činnost trhů zrychluje a zpomaluje – což je podstata volatility. Tato variabilita je důvodem, proč byla předpona „multi“ přidána před slovo „fraktál“. *[10]*

Chceme-li vytvořit multifraktál z unifraktálu, klíčovým krokem je prodloužit nebo zkrátit vodorovnou časovou osu tak, aby se jednotlivé kusy generátoru buď protáhly, nebo zkrátily za podmínky, že svislá cenová osa zůstala nezměněna. Na grafu 16.1 v Obrázek 16 je unifraktální generátor, kde se první část postupně zkracuje, čímž poskytuje prostor k prodloužení druhé části. Po provedení těchto úprav, se generátor stane multifrakrálním (M1 až M4), což věrněji modeluje realitu finančních trhů, které se nepohybují konstantně. Tržní aktivita zrychluje v kratším časovém intervalu (stejný pohyb ceny, za kratší dobu) zastoupeném první částí generátoru a tím zpomaluje v intervalu, který odpovídá druhé části, jak lze vidět grafu 16.2 v Obrázek 16. *[10]*

Tato změna v generátoru, za pomoci procesu interpolace, který popsán výše, může způsobit úplnou simulaci kolísání cen za dané období. Vždy když první část generátoru je

[9] Teorie chaosu bude vysvětlena dále v této práci.

více zkrácena a provede se proces postupného interpolace, je vytvořen graf, který se stále více podobá vlastnosti nestálých trhů, viz graf 16.3 v Obrázek 16. *[10]*

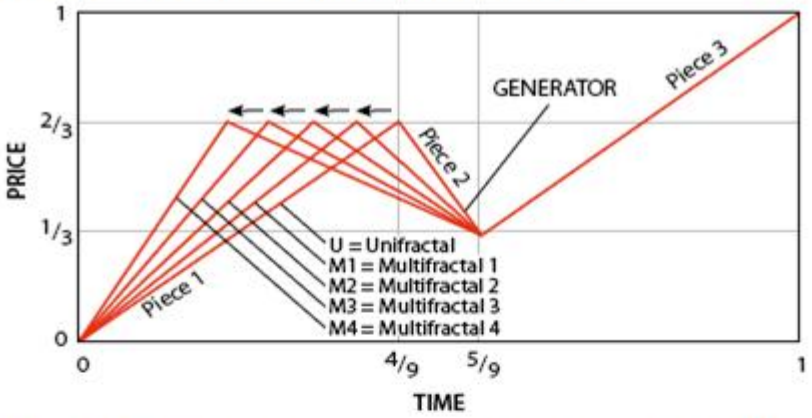
Unifraktál (U) uvedený na grafech Obrázek 16, odpovídá před každým zkrácením uklidnění trhů. Tato situace je postulátem v modelu moderní teorie portfolia. Pokračováním multifraktály M1 až M4, se každý graf čím dál více rozchází od modelu unifraktálu a vytváří tak ostré, špičaté cenové skoky a neustálé velké pohyby, které se podobají skutečným pohybům na finančních trzích. Aby tyto modely volatility trhů dosáhly potřebného stupně reality, tak každé tři části každého generátoru byly náhodně seřazeny (tento proces není zobrazen na Obrázek 16). Náhodné seřazení částí proběhlo takto: Představme si kostku, na které každá strana nese vzor jednoho z šesti permutací kusů generátoru. Před každou interpolací, je kostka hozena a permutace, která se zobrazí, je vybrána. *[10]*

Rozdíly, mezi předpokládaným pohybem cen podle moderní teorie portfolia a skutečným vývojem cen během nedávné finanční krize či v jakémkoli turbulentním období, jsou zřejmé. Ceny se nemění plynule, ale divoce kmitají ve všech časových rámcích. Volatilita, která se zásadně liší od statické entity, je samotným jádrem toho, co se děje na finančních trzích. V minulosti přijali risk manažeři kontinuitu a omezenost cenových pohybů podle moderní teorie portfolia, protože neexistovaly žádné jiné silné alternativy. Nyní již risk manažeři mají silnou alternativu k řízení rizika, spočívající právě v multifraktálech. *[10]*

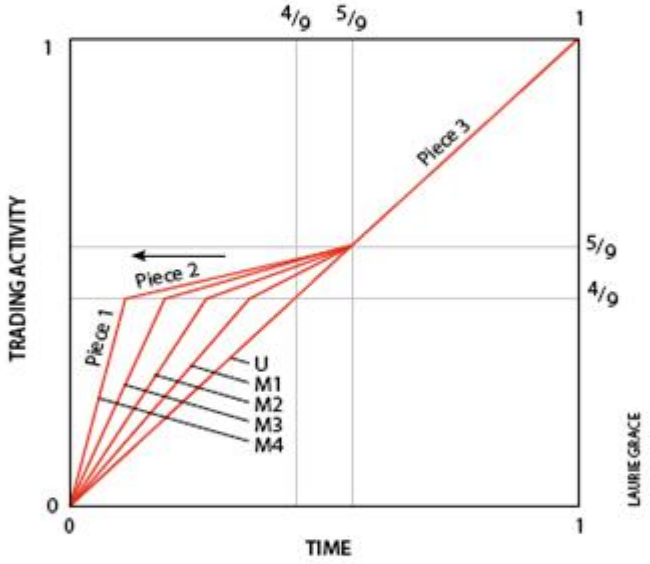
Pravidla, kterými se řídí multifraktály, popisují stejné vzorce variability, jako aktuální finanční trhy. Multifraktály popisují velice přesně vztah mezi tvarem generátoru a strukturou kolísavých cenových výkyvů, které lze najít na grafech tržních dat. *[10]*

V praxi tyto poznatky naznačují, že by šel vyvinout fraktální generátor na základě historických tržních dat. Skutečným modelem není jen výsledek výzkumu chování trhu včera nebo minulý týden. Realistické zobrazení výkyvů ceny na trhu lze zachytit pomocí tzv. frakčního Brownova pohybu v multifraktálním obchodním čase. Grafy vytvořené z generátorů požívající tento model, mohou simulovat alternativní scénáře na základě předchozí aktivity trhu. *[10]*

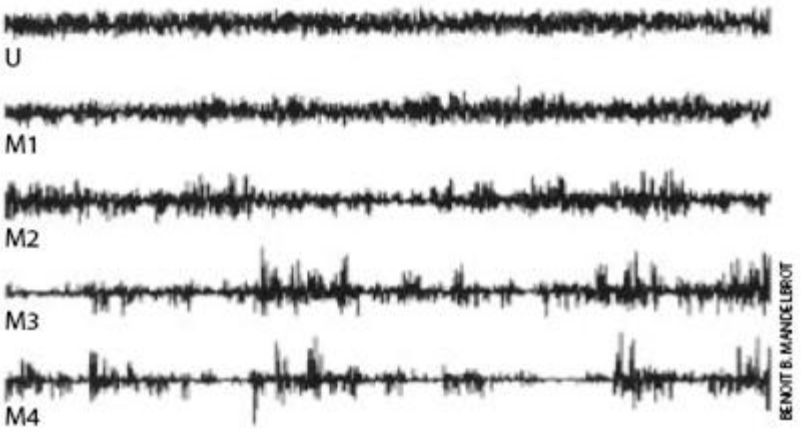
16.1 - Posunutí první části generátoru doleva.




16.2 - Velikost tržní aktivity je u jednotlivých multifraktálů stejná, přestože se čas zkracuje (u první části generátoru) resp. prodlužuje (u druhé části generátoru).




16.3 - Výše uvedené způsobí vyšší volatilitu tržní aktivity.




**Obrázek 16 - Tvorba multifraktálu**

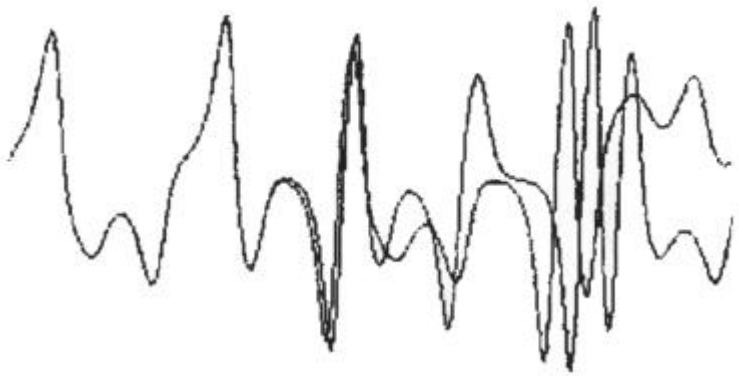
*Zdroj: [10]*

Metody multifraktálů neslouží k předpovídání poklesů nebo vzestupů cen na fiannčních trzích. Poskytují ale odhady pravděpodobnosti toho, co trh může udělat, a umožnit tak, aby se člověk mohl připravit na tyto změny (řídil dle toho své riziko). Nové modely jsou navrženy tak, aby objasnily zdánlivě chaotické chování finančních trhů a berou v potaz námořnické varování, které tvrdí, že i u toho nejklidnějšího moře, může být vichřice právě nad obzorem. *[10]*

### 2.4.2 Teorie chaosu

Aplikace teorie chaosu na finančních trzích spočívá především v možnosti předpovědi budoucího vývoje ceny daného finančního aktiva. Teorie chaosu byla objevena v polovině 20. Století, kdy meteorologové zkoumaly, zda mohou předpovídat vývoj počasí na delší dobu, než na pár dní. Jedním z nich byl i Edward Lorenz - matematik a meteorolog na Massachusetts Institute of Technology, který se zabýval studiemi o počasí. S příchodem počítačů viděl Lorenz příležitost, jak spojit matematiku a meteorologii. Rozhodl se vytvořit matematický model počasí, pomocí sady diferenciálních rovnic, které představovaly změny teploty, tlaku, rychlosti větru atd. Na konci Lorenz rozebral počasí do hrubého modelu obsahujícího soubor 12 diferenciálních rovnic. *[6]*

Na konkrétním dni v zimě 1961, chtěl Lorenz přezkoumat sled dat pomocí využití jeho modelu. Po přezkoumání prvních dat, změnil nepatrně vstupní podmínky a znovu nechal provést modelování. To co zjistil, bylo velmi neobvyklé a neočekávané. Údaje z druhého modelování by měly velice úzce odpovídat datům z prvního modelování, ale modely sobě odpovídaly pouze zpočátku, a pak se dramaticky rozcházely. Vzorek těchto dvou modelů je na Obrázek 17. *[6]*



**Obrázek 17 - Dva modely Lorenzova testování počasí**

*Zdroj: [6]*

Lorenz si tím uvědomil, že dlouhodobé předpovědi počasí nelze provádět. Jeho jednoduchý model vykazuje jev známý jako „citlivost závislostí na počátečních podmínkách“. To je někdy nazýváno jako motýlí efekt, např. motýl zamávání křídly v Jižní Americe může ovlivnit počasí v New Yorku. Nabízí se tedy otázka - proč soubor zcela deterministických rovnic vykazuje takovéto chování? Vědci často počítají s tím, že malé počáteční odchylky vedou k malým změnám v chování, ale to zjevně není případ Lorenzova modelu o počasí. Odpověď spočívá v povaze rovnic; jednalo se o nelineární rovnice. Nelineární systémy jsou klíčové pro teorii chaosu a často vykazují fantasticky komplexní a chaotické chování.

Mezi odborníky zatím neexistuje jednoznačná definice chaotického systému, ale shodují se na některých jeho vlastnostech, jakými jsou: *[6]*

1. chaotické systémy jsou nelineární – jejich chování je možné popsat soustavou nelineárních diferenciálních rovnic,
2. chaotické systémy jsou deterministické ve smyslu věty o existenci a jednoznačnosti řešení. Pro zadanou soustavu diferenciálních rovnic a konkrétní okrajové počáteční podmínky) existuje právě jedno řešení,
3. chaotické systémy jsou dlouhodobě nepředvídatelné – pokud existuje libovolná nenulová neurčitost v počátečních podmínkách nelze dlouhodobě předpovídat chování systému.

**Chaotické a stochastické signály**

Z hlediska praktické aplikace je zřejmé, že hlavním rozdílem mezi chaotickými a stochastickými signály je fakt, že průběh chaotického signálu je možné krátkodobě předvídat. Teorie chaosu nabízí matematické metody, na jejichž základě lze rozhodnout, zda naměřený signál je možné modelovat pomocí chaotického systému, a tedy krátkodobě předvídat jeho vývoj, anebo zda je možné pouze popsat signál pomocí stochastických charakteristik (střední hodnota, rozptyl, kovariance atd.). *[6]*

**Využití teorie chaosu pro finanční trhy**

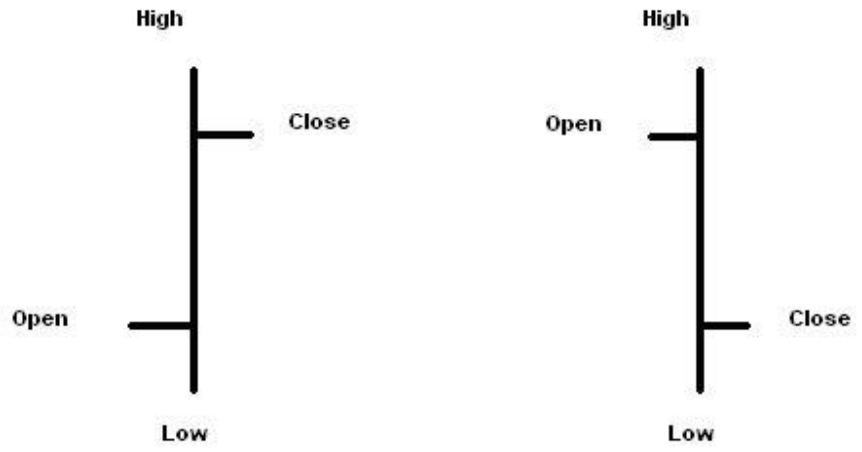
Jak již bylo řečeno v kapitole o fraktálech, fraktální geometrie a teorie chaosu se vyznačují bohatou strukturou a komplexností. Základním poznatkem z teorie chaosu je, že v případě chaotického chování sledovaného systému, lze předpovědět blízký vývoj chování tohoto chaotického systému, stejně jako tomu je u fraktální geometrie (víme kam/jak zakreslit další fraktál). Pokud bychom tedy uvažovali o finančních trzích jako o chaotickém systému, lze se domnívat, že lze jejich chování předvídat v blízké budoucnosti.

# 3 Empirická pozorování finančních trhů

Tato poslední kapitola se věnuje mým vlastním analýzám finančních trhů. Za zkoumaný trh byl vybrán index Standard and Poor 500 (dále jen S&P 500). Jedná se o index, který zahrnuje 500 akciových titulů největších společností obchodovaných na amerických burzách. Index je počítán váženým průměrem pohybů jednotlivých akcií (každá akcie má jinou váhu, kterou ovlivňuje index). *[vlastní zpracování]*

## 3.1 Sobě-příbuznost na finančních trzích

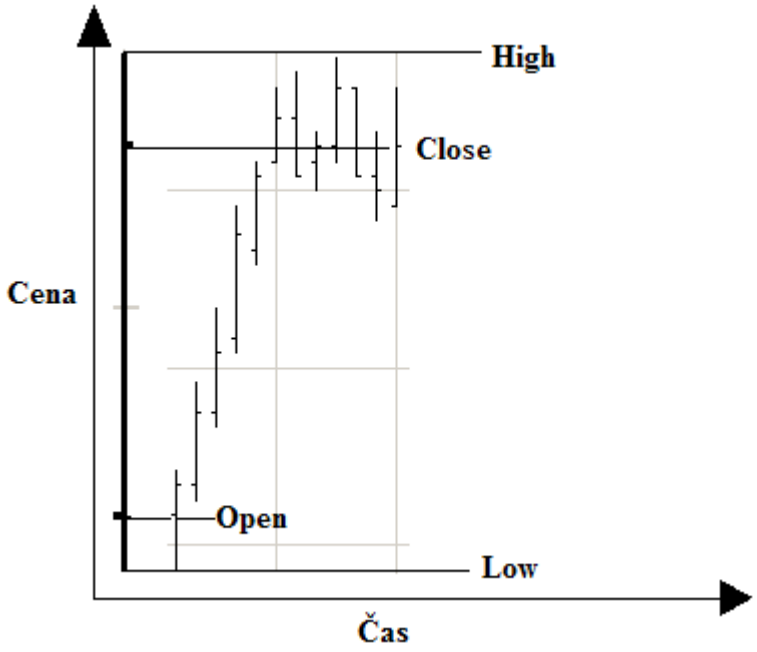
V této kapitole bude přiblížena již zmíněná sobě-příbuznost, která se vyskytuje na finančních trzích. Jedná se o situaci, kdy pozorovatel není schopen říci, jaký časový rámec je v grafu využit. Časovým rámcem rozumíme libovolné časové období, za které je vyobrazena úsečka na grafu. Tuto úsečku lze vidět na Obrázku 18. Úsečka je známa pod pojmenováním jako „OHLC bar“. Zkratka OHLC pak znamená zkratky anglických slov Open, High, Low, Close, tj. základní atributy této úsečky. Tato úsečka je využívána jak pro pěti minutové grafy, kde představuje pohyb ceny za pět minut, tak i pro denní grafy, kde zachycuje vývoj ceny za celý den. Lze však použít vyšší či nižší časové rámce (např. jednu minutu či jeden měsíc). *[vlastní zpracování]*




**Obrázek 18 - Úsečka OHLC. Vlevo je úsečka, ve které cena stoupla a vpravo je úsečka, ve které cena klesla za daný časový rámec.**

*Zdroj: vlastní zpracování*

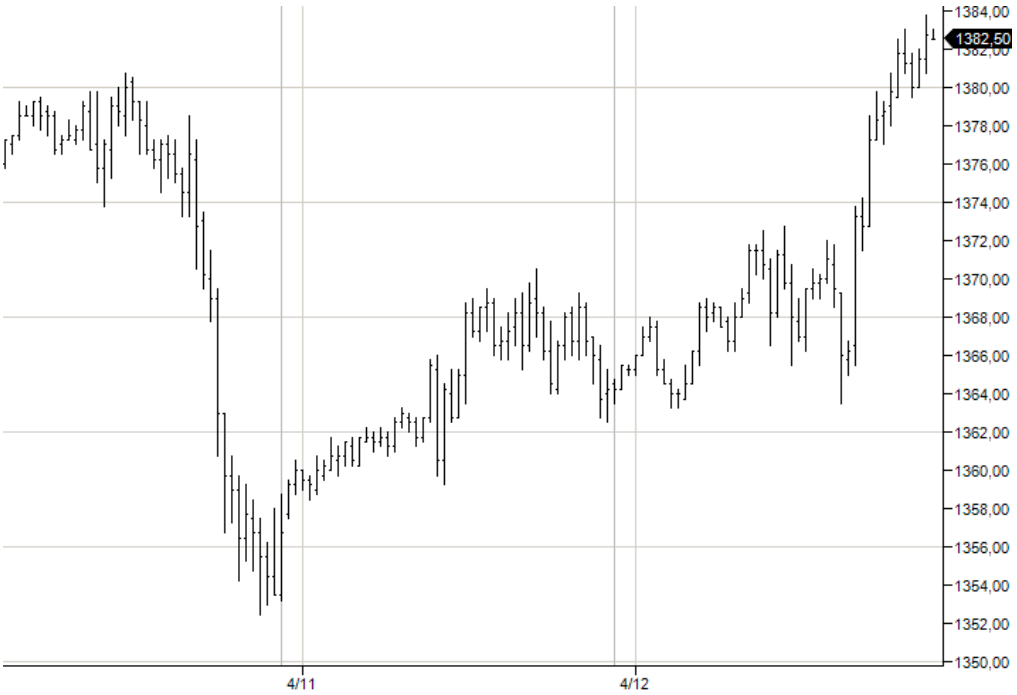
Pro lepší porozumění zobrazování ceny pomocí OHLC úsečky je zde Obrázek 19. Ten nám zobrazuje reálnou situaci na trhu ze dne 12. 04. 2012. Vlevo je hodinová úsečka, která reprezentuje vývoj ceny v době od 15:00:01 do 16:00:00, vpravo je pak tato úsečka zobrazena dvanácti pětiminutovými úsečkami, kde každou pětiminutovou úsečku lze obdobně znovu rozložit na menší časové rámce. *[vlastní zpracování]*




**Obrázek 19 - Vývoj ceny jednohodinové OHLC úsečky (vlevo) zobrazený pomocí pětiminutových OHLC úseček (vpravo)**

*Zdroj: vlastní zpracování*

Nyní bude vyobrazena samotná sobě-příbuznost trhů, pomocí OHLC úseček. Tu lze vidět na Obrázku 20 a Obrázku 21. Oba obrázky nám zobrazují vývoj ceny indexu S&P 500.




**Obrázek 20 - Vývoj ceny v období 10.4.2012 - 12.4.2012 zobrazený 30-minutovými OHLC úsečkami.**

*Zdroj: vlastní zpracování*

**Obrázek 21 - Vývoj ceny ve dne 2.4.2012 zobrazený 3-minutovými OHLC úsečkami.**

*Zdroj: vlastní zpracování*

Z obrázků lze poznat, že ačkoliv se jedná o jiné časové období i jiný časový rámec, lze tvrdit, že vývoj cen si je sobě-příbuzný a to především v období těsně před velkým cenovým pohybem a během velkého cenového pohybu.

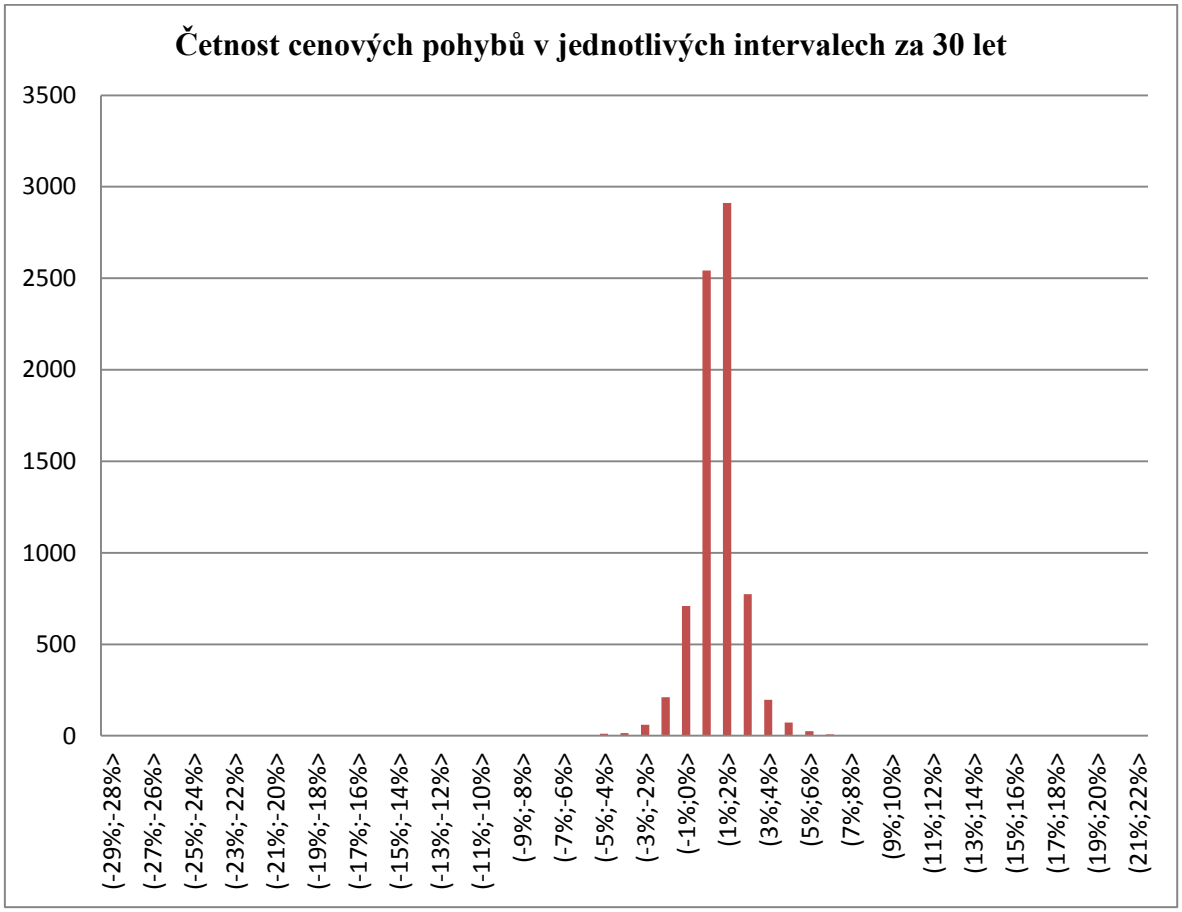
## 3.2 Analýza akciového indexu S&P 500

K analýze jsem využil historická data od 21.04.1982 do 21.04.2012, tj. 30 let historie v denních datech, tzn. celkem 7561 obchodních dnů. Analýza ukáže, proč je chybné využívat při řízení rizik na finančních trzích normální rozdělení.

První analýza je zobrazena na Obrázku 22, který vyjadřuje celou množinu obchodních dnů, rozdělenou podle velikosti pohybu vypočteného podle vzorce (15):

$$\frac{zavírací\ cena\ předchozího\ dne - zavírací\ cena\ aktuálního\ dne}{zavírací\ cena\ předchozího\ dne} * 100\ (\text{v}\ \%). \qquad (15)$$

Tyto pohyby, vyjádřené v procentech, byly roztříděny do jednotlivých intervalů o velikosti 1%. Z grafu je na první pohled vidět tvar zvonové křivky, známý pro normální rozdělení. Střední hodnota zastoupená aritmetickým průměrem je 0,04 % a výběrová směrodatná odchylka je 1,27 %. Prozatím vše nasvědčuje tomu, že metody řízení rizika i obchodování na finančních trzích, založené na předpokladu nahodilosti trhů a využívání normálního rozdělení pro cenové pohyby, lze přijmout. *[vlastní zpracování]*




**Obrázek 22 - Graf zobrazuje počty dní, které jsou rozděleny do jednotlivých intervalů podle velikosti pohybu.**

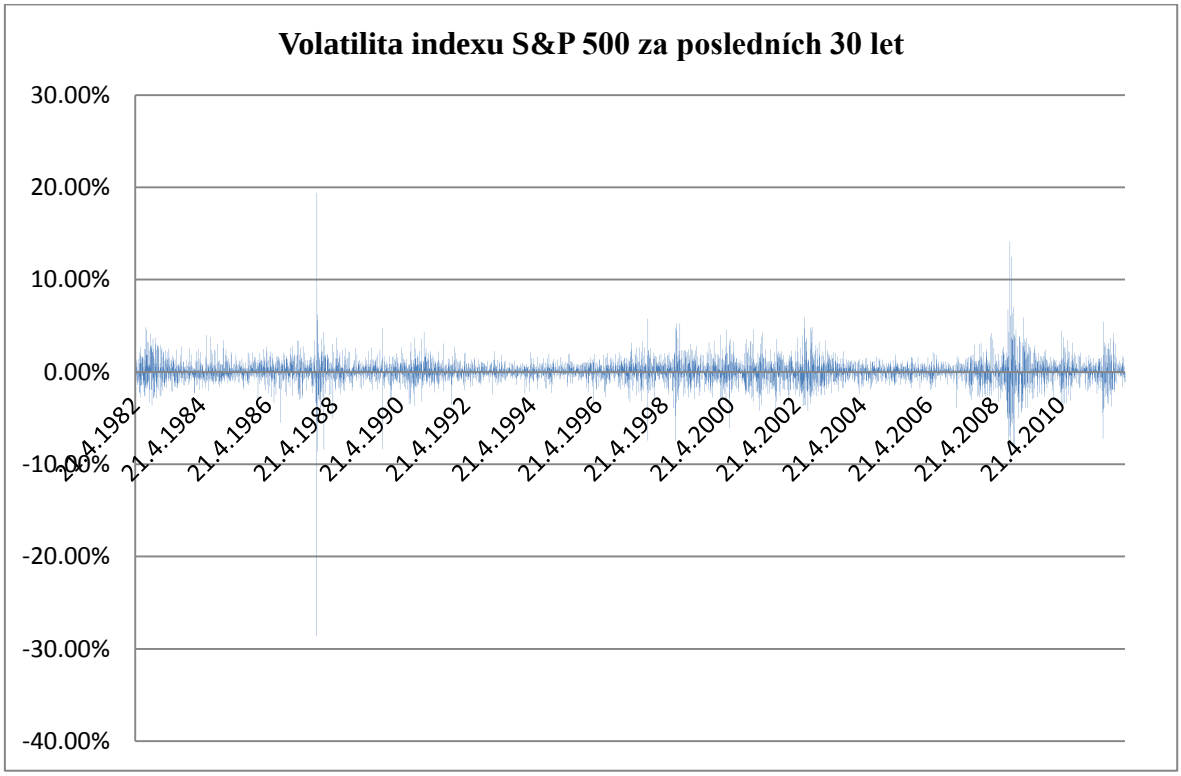
*Zdroj: vlastní zpracování*

Obrázek 22 tvrdí, že lze určit „typický“ obchodní den a na základě toho postavit obchodní, či investiční strategii. Vzorek všech dat, odpovídající 7561 obchodních dnů je již dostatečně rozsáhlý na to, aby vykreslil co nejreálnější situaci na trzích. Normální rozdělení cenových pohybů poskytuje určitou iluzi o předvídatelnosti finančních trhů.

### 3.2.1 Historická volatilita akciového indexu S&P 500

To, co zcela ničí metody řízení rizika na finančních trzích, je právě volatilita. Volatilita představuje schopnost aktiva měnit svou cenu. Pokud je nějaké aktivum vysoce volatilní, pak jeho cena velmi kolísá a provádí vysoké výkyvy od svého lineárního trendu. Pokud je aktivum naopak velmi málo volatilní, pak jeho cena provádí malé výkyvy od svého lineárního trendu. Co je u volatility na finančních trzích velmi důležité, je to, že se neustále mění. Na Obrázku 23 lze vidět průběh historické volatility indexu S&P 500 za posledních 30 let. Z průběhu je patrné, že volatilita prochází svým růstem a poklesem, co je však důležité podotknout, zcela náhodně a nepředvídatelně. Volatilita je v tomto případě vypočítána stejně jako velikost pohybu ceny. *[vlastní zpracování]*

Pokud Obrázek 23 bude porovnán s Obrázkem 16 část 16.3, kde je vyobrazen průběh volatility při vytváření multifraktálních struktur, je zde vidět zřejmá podobnost.




**Obrázek 23 - Volatilita akciového indexu S&P 500 za posledních 30 let**

*Zdroj: vlastní zpracování*

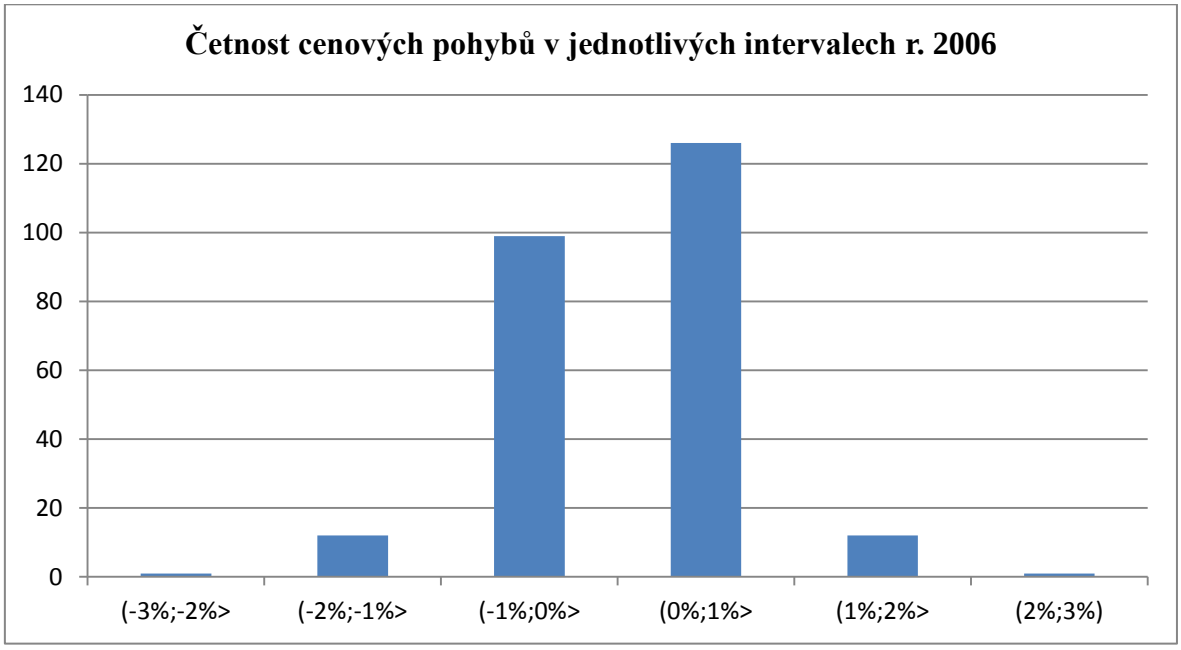
Obdobný průběh měl Obrázek 10, který zachycoval velikost lavin zrnek rýže, při spuštění jednoho zrnka. Obrázek 23 ukazuje velikost volatility za jediný den, a stejně jako u dalšího zrnka rýže spuštěného na hromádku se neví, jak velkou lavinu udělá, neví se, jak velkou volatilitu přinese následující den. Obecně popsáno, jedná se o náhodné a sporadické velikosti volatility ve velikosti celé časové osy.

### 3.2.2 Praktická ukázka selhání normálního rozdělení

V této kapitole bude předmětem zkoumání praktické využití normální rozdělení při řízení rizik na finančních trzích. K tomu, aby bylo možné řídit rizika na finančních trzích je třeba mít pod kontrolou ztráty, které plynou z tržního rizika.

Z Obrázku 23 vyplývá, že rok 2006 byl oproti roku 2008 velmi málo volatilní. Rozhodl jsem se tedy porovnat tyto dva roky a ukázat na nich, jak bylo nebezpečné obchodovat v roce 2008 s nastavenými pravidly pro rizika z roku 2006.

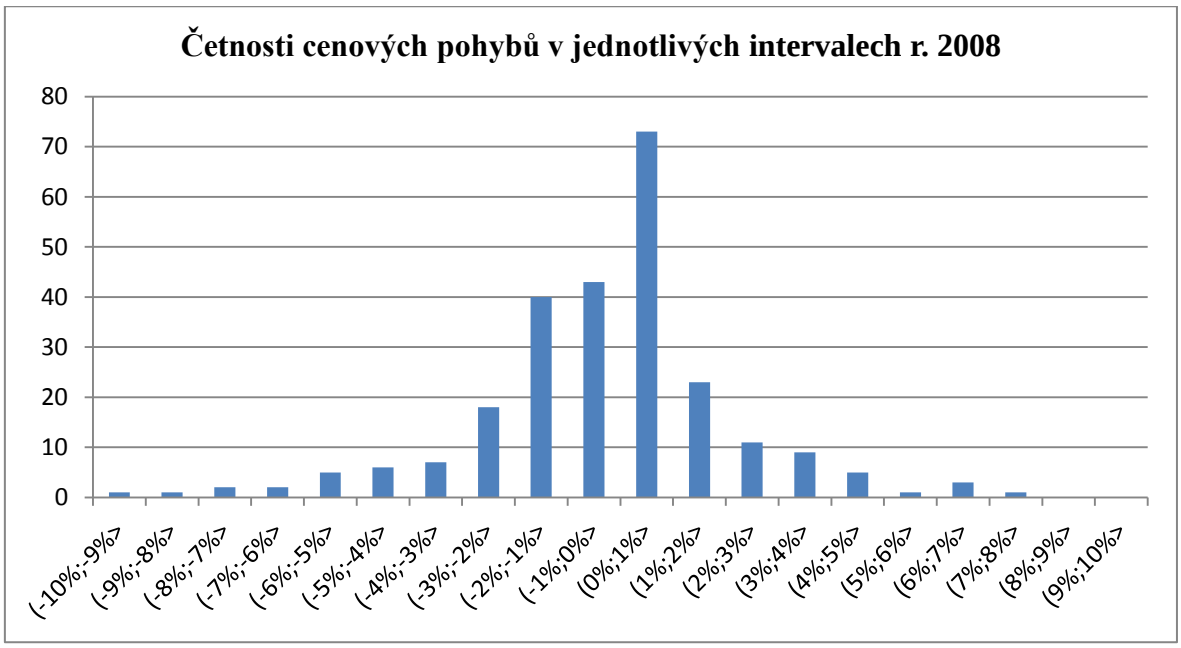
Obrázek 24 zobrazuje četnosti cenových pohybů v roce 2006. Střední hodnota cenových pohybů, zastoupená aritmetickým průměrem, pro tento rok byla 0,05 % a výběrová směrodatná odchylka byla 0,62 %. *[vlastní zpracování]*




**Obrázek 24 - Četnost cenových pohybů v roce 2006**

*Zdroj: vlastní zpracování*

Obrázek 25 představuje četnost cenových pohybů v roce 2008. Střední hodnota cenových pohybů, vyjádřená znovu aritmetickým průměrem, byla v tomto roce -0,16 % a výběrová směrodatná odchylka činila 2,69 %.




**Obrázek 25 - Četnost cenových pohybů v roce 2008**

*Zdroj: vlastní zpracování*

Pokud bude provedeno porovnání roku 2006 a 2008, zjistilo by se, že se jedná o zcela rozdílné roky. Především pokud se zaměříme na výběrovou směrodatnou odchylku roku 2006 a cenové pohyby roku 2008, které ne zřídka převyšovali desetinásobek směrodatné odchylky roku 2006. Tedy v roce 2008 se opakovaně stával jev, který bychom z dat roku 2006 považovali za nemožný. *[vlastní zpracování]*

Pokud bychom byli obchodníkem, využívajících dat roku 2006, nebo i za 30 let uvedených v této práci, tak bychom nepředpokládali cenové turbulence z roku 2008. V případě, že bychom obchodovali na pákový efekt, existovalo by tu velmi reálné riziko, že bychom zkrachovali, jelikož bychom náš obchodní účet exponovali na základě dat podobným roku 2006. *[vlastní zpracování]*

### 3.2.3 Analýza chování trhu při poklesu a růstu

Poslední analýza se zabývá chováním trhů při poklesech a při růstech. Ze 7561 obchodních dnů bylo 3476 dnů poklesových, což představuje 45,98 %. Růstových dnů (včetně nerozhodných dnů) bylo 4084, což představuje 54,02 %. V případě, že by se trhy chovali na základě náhodné procházky, měl by být poměr poklesových a růstových dnů vyrovnaný, dle výše uvedeného je však rozdíl 4%. Dále průměrný poklesový den měl hodnotu -0,85 % a průměrný růstový den měl hodnotu 0,80 %. *[vlastní zpracování]*

To, čemu nasvědčují výše uvedená čísla, lze vidět i na grafech finančních trhů. V případě růstu trhu se vyskytuje více růstových dní s menším přírůstkem, naopak

v případě poklesu trhů se vyskytuje méně dní s větším úbytkem. Je to vysvětlováno emocemi na trhu, kdy v případě růstu trhu investoři nemají strach a jsou hnáni chamtivostí, resp. vidinou zisku. V případě poklesu trhu jsou investoři ovládáni strachem a rychleji likvidují své investice, aby co nejméně ztratily. Aby byla tato závislost objasněna, bylo vybráno 10 nejvíce růstových a poklesových dní za 30 let, uvedených v Tabulce 1. Následně byl sestrojen Obrázek 26, ve kterém tyto dny chybí. *[vlastní zpracování]*

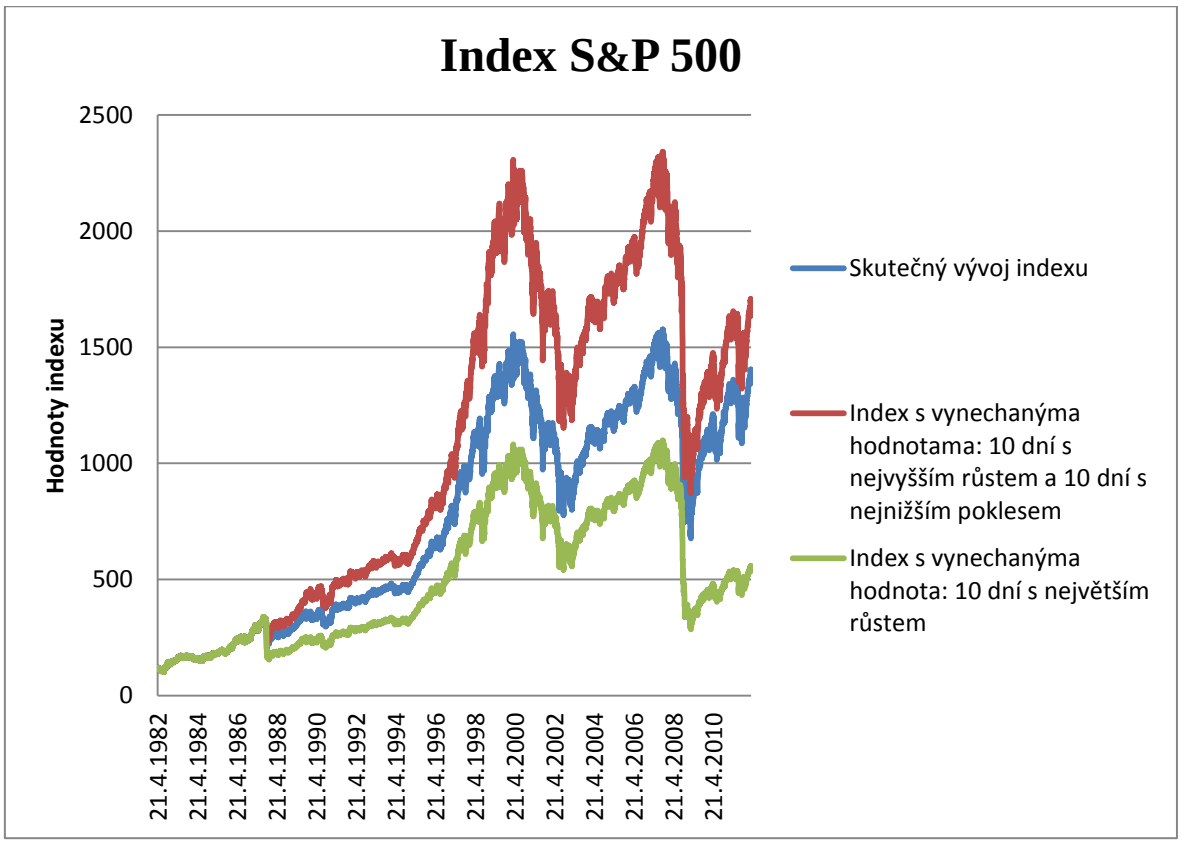
**Tabulka 2 – 10 největších růstů a poklesů za posledních 30 let**

| | Největší růsty | | Největší poklesy | |
|---|---|---|---|---|
| **1** | 21.10.1987 | 19,42% | 19.10.1987 | -28,61% |
| **2** | 13.10.2008 | 14,11% | 15.10.2008 | -9,88% |
| **3** | 28.10.2008 | 12,46% | 1.12.2008 | -8,88% |
| **4** | 20.10.1987 | 7,32% | 26.10.1987 | -8,61% |
| **5** | 24.11.2008 | 7,07% | 8.1.1988 | -8,41% |
| **6** | 19.9.2008 | 6,77% | 13.10.1989 | -8,36% |
| **7** | 13.11.2008 | 6,35% | 20.11.2008 | -7,90% |
| **8** | 29.10.1987 | 6,25% | 29.9.2008 | -7,88% |
| **9** | 20.10.2008 | 6,10% | 31.8.1998 | -7,47% |
| **10** | 10.3.2009 | 5,93% | 27.10.1997 | -7,42% |

*Zdroj: vlastní zpracování*

Obrázek 26 zobrazuje jednotlivé průběhy indexu, pokud by bylo pouhých 20 dnů s extrémními cenovými pohyby odebráno, index by měl průběh červené čáry. Z průběhu červené čáry je patrné, že přestože bylo odebráno 10 nejvíce růstových dnů, index dokázal mít lepší hodnoty, nežli hodnoty skutečné a to právě díky odebrání 10 nejvíce poklesových dnů. Neboli, poklesové dny si nejsou rovny s růstovými dny, protože pro vyrovnání hodnoty po poklesovém dnu je třeba více růstových dnů. Poklesové dny přináší na finanční trhy volatilitu, což lze vyčíst i z Obrázku 23, kdy největší volatilita byla v dobách, kdy finanční trhy nejvíce ztrácely hodnotu. *[vlastní zpracování]*

Zelená čára na Obrázku 26 představuje situaci, kdy bylo odebráno pouze 10 nejvíce růstových dnů. Z průběhu této čáry je patrné, že extrémní hodnoty mají velký vliv na samotný vývoj indexu. Stačí pouze vzorku o velikosti 10/7561 a index se již zcela odlišuje od svého skutečného vývoje. Toto by mohlo korespondovat právě s teorií chaosu, která byla v této práci uvedena.



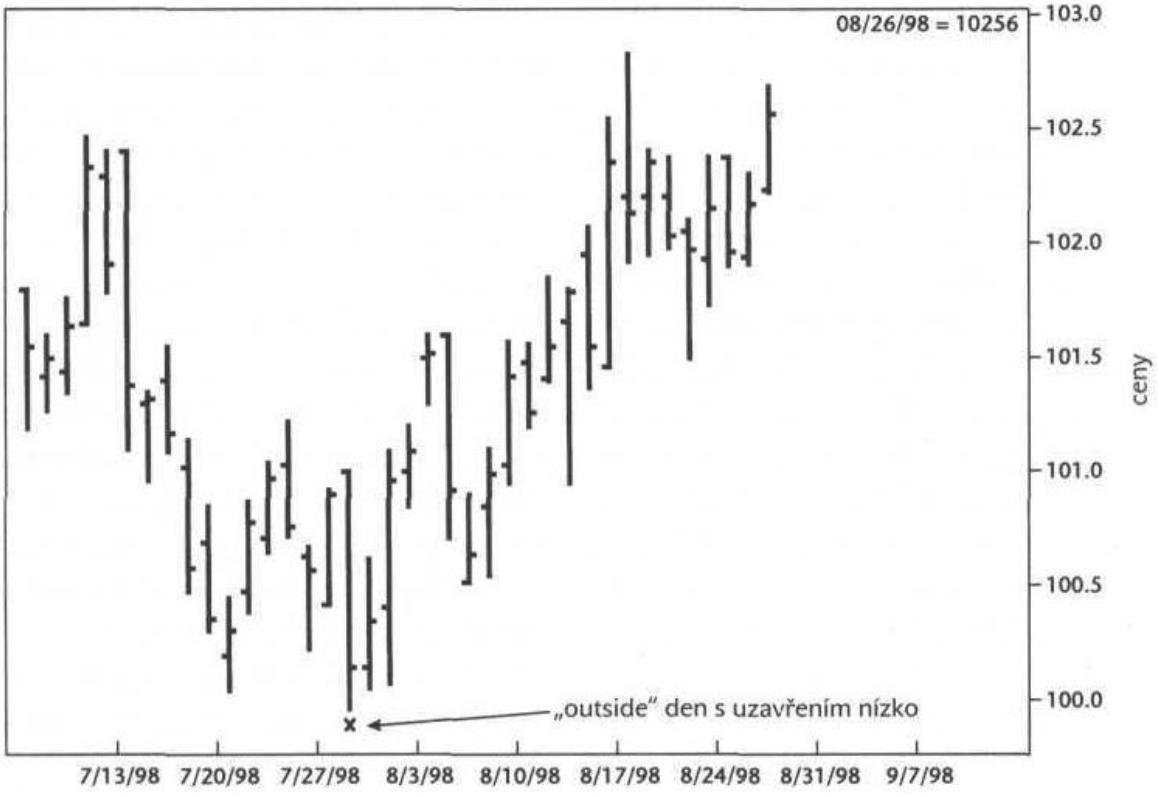

**Obrázek 26 - Vývoj indexu S&P bez extrémních dnů.**

*Zdroj: vlastní zpracování*

## 3.3 Vydělávání na finančních trzích pomocí fraktálů

Pomocí fraktálů lze nejen řídit rizika, ale také vydělávat na finančních trzích nemalé peníze. Mnoho spekulantů využívá k vydělávání peněz na finančních trzích fraktály, i když oni tomu říkají spíše patterny (z angl. překladu vzory, cenové formace na grafu).

Jedním takovým jednoduchým cenovým vzorem je tzv. „outside“ den, který představil známý obchodník s komoditami Larry Williams ve své knížce Dlouhodobá tajemství krátkodobých ochodů. Jedná se o den, kdy cenová úsečka aktuálního dne zcela pokryje cenový vývoj dne předešlého, což lze vidět na Obrázku 27. Pravidlo ke vstupu u tohoto cenového vzoru zní, že pokud se objeví „outside“ den, jehož uzavírací cena je pod Low předchozího dne, vstoupíme za cenu rovnající se uzavírací ceně „outside“ dne. Opačné pravidlo by znělo pro prodejní signál, tedy pokud se objeví „outside“ den, který uzavře nad High předchozí úsečky, vstoupíme za uzavírací cenu úsečky „outside“ dne. *[22]*

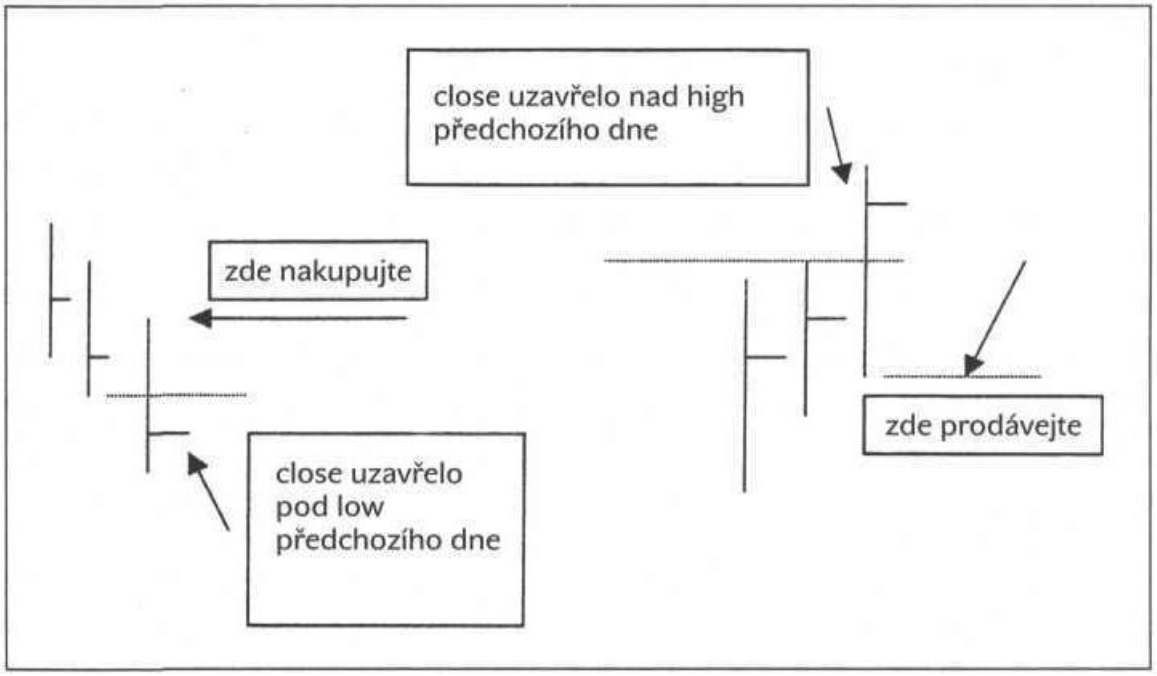



**Obrázek 27 - U. S. Dollar Index v roce 1998**

*Zdroj: [22]*

Jaký by byl výsledek v případě dodržení těchto základních pravidel na trhu s americkými desetiletými dluhopisy? Za období 10.6.1990 – 27.8.1998 by se vygenerovalo 104 obchodů s 82 % úspěšností a čistým ziskem 12 115 dolarů. V případě, že bychom vynechali obchodování ve čtvrtek, klesl by počet obchodů na 78, avšak úspěšnost by stoupla na 90 % a stejně tak čistý zisk na 17 245 dolarů. *[22]*

Dalším takovým vzorem může být „zlomový den“. Pravidla pro zlomový den zní, pokud je uzavírací cena aktuálního dne pod Low předchozího dne, umístíme nákupní signál na High aktuálního dne, pro prodejní signál platí totéž, avšak opačně. Situaci lze vidět na Obrázku 28.




**Obrázek 28 - Ukázka zlomového dne**

*Zdroj: [22]*

Výsledek při dodržování těchto pravidel na trhu s desetiletými dluhopisy by byl za období 26.1.1986 – 27.8.1998 následující: 28 obchodů s úspěšností 89 % a čistým ziskem 13 303 dolarů. Tyto jednotlivé vzory lze shledávat v různých časových rámcích s obdobnou úspěšností. *[22]*

Tato pod-kapitola nám názorně ukázala, že lze s určitou pravděpodobností, předpovídat budoucí vývoj ceny aktiva. Šance, že vyhrajeme, nejsou po celou dobu 50:50 jako v případě hodu mincí, ale lze vysledovat určité cenové vzory, které dají obchodníkovi výhodu vyšší než je 50 %, což podporuje fraktalitu a chaotičnost finančních trhů.

# Závěr

Tato práce pojednávala o dvou hlavních přístupech kvantitativních metod, zabývající se řízením rizika na finančních trzích. Prvním přístupem, dalo by se říci klasickým, je přístup vycházející z teorie efektivních trhů. Tento přístup těží z obecně známých statistických metod a především, z Gaussova rozdělení pravděpodobnosti pohybu ceny finančního aktiva, zároveň s Gaussovým rozdělením pravděpodobnosti velikosti tohoto pohybu. Tento přístup by se zdál logický, pokud pohlédneme na četnosti jednotlivých dnů, uvedených v této práci. Avšak s čím tento přístup již nepočítá, je variabilita volatility na finančních trzích, která se doslova mění ze dne na den. Tak jako u experimentu se zrnky rýže (uvedeno taktéž v této práci), kdy nikdo nevěděl, jakou lavinu spustí nadcházející zrnko, ani dnes nikdo neví, jakou volatilitu přinese zítřek na finančních trzích. Díky tomu, že tento přístup nebere v potaz měnící se volatilitu, existují zde dny, které se svou volatilitou vzdalují několik odchylek od střední hodnoty. Tedy z pohledu statistika se jedná o jev nemožný či zanedbatelný, avšak na finančních trzích se jedná o jev pravidelný a s devastujícími následky (např. bankroty investičních bank).

Druhým přístupem, který by se dal označit za alternativní, je přístup založený na teorii fraktálů. Tento přístup, jak jsme si uvedli, těží především z empirického pozorování přírody resp. přírodních objektů. Fraktály lze zapsat jednoduchou rekurzivní rovnicí, avšak výsledkem je komplexní obrazec s nekonečnou možností přiblížení, kde bychom stále viděli původní obrazec. Tento přístup je založen na mocninné závislosti (představena v této práci), jejímž základem je, že extrémní hodnoty mohou nastat, nelze však určit s jakou přesnou pravděpodobností, za to víme, že s mnohem většími následky. Příkladem může být v této práci zmíněné zemětřesení či experiment s rýží. Fraktály nám mohou pomoci ve stanovení rizika, především tehdy, pokud jsme schopni určit generátor, kterým bychom byli schopni následně generovat možné cenové vývoje, a tím se připravit na odpovídající riziko. Dále fraktály pomáhají mnohým burzovním spekulantům vydělávat na finančních trzích nemalé peníze tím, že poskytují opakující se cenové formace, které poskytují lepší výhodu na výdělek, nežli je šance 50:50.

Pokud bych měl porovnat obě metody a posoudit jejich schopnost řídit rizika a odrážet realitu finančních trhů, bez váhání bych pro řízení rizika a modelování vývoje cen volil metody založené na fraktálech. Fraktály jsou empiricky doložené a bezpochyby odráží skutečné riziko na finančních trzích věrohodněji, než metody založené na teorii efektivního trhu. Výše uvedené bych shrnul vyjádřením, který napsal jeden z nejvlivnějších ekonomů Paul Cootner po přednášce B. Mandelbrota kolem roku 1960, kde uvedl: „Stejně jako před

ním premiér Chrurchill nám Mandelbrot neslíbil utopii, nýbrž jen krev, pot, slzy a dřinu. Má-li pravdu, pak jsou téměř všechny naše statistické nástroje překonané nebo nsmyslné.“[10]

[10] Z použité literatury [20]

# Použitá literatura


[1] EFINANCIALCAREERS UK. *Value at Risk (VaR)* [online]. 01.01.2008 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://news.efinancialcareers.com/20157/value-at-risk-var/

[2] THE FINANCIAL REGULATION FORUM. *Credit ratings: How Fitch, Moody's and S&P rate each country* [online]. 21.09.2011 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.financialregulationforum.com/wpmember/credit-ratings-how-fitch-moodys-and-sp-rate-each-country-6926/

[3] BALANCE JUNKIE. *Modern Portfolio Theory: Fact or Fiction?* [online]. 21.05.2010 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://balancejunkie.com/2010/05/21/modern-portfolio-theory-fact-or-fiction/

[4] MOTIV DESIGNS. *Fractal History, History of Fractals* [online]. 2008 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://motiv-designs.com/fractal-history.html

[5] BARTUŇKOVÁ, Michaela. *Náhodná procházka a její aplikace*. Brno, 23.05.2007. Dostupné z: http://is.muni.cz/th/150628/prif_b. Bakalářská práce. Masarykova univerzita. Vedoucí práce martin kolář.

[6] BRADLEY, Larry. *The Butterfly Effect* [online]. 2010 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.stsci.edu/~lbradley/seminar/butterfly.html

[7] BUCHANAN, Mark. *Všeobecný princip*. Praha: Baronet, 2004. ISBN 80-7214-644-0.

[8] GREGOR, Leoš a Daniel HEINRICH. STANOVENÍ RIZIKA INVESTIČNÍHO PROJEKTU NA BÁZI METODOLOGIE VALUE AT RISK. In: *Vysoké učení technické v Brně* [online]. 2003 [cit. 2012-03-15]. Dostupné z: http://www.fce.vutbr.cz/veda/dk2003texty/pdf/5-1/rp/gregor.pdf

[9] JÍLEK, Josef. *Finanční trhy a investování*. Praha: Grada Publishing, 2009. ISBN 978-80-247-1653-4.

[10] MANDELBROT, Benoit B. *How Fractals Can Explain What's Wrong with Wall Street* [online]. 15.09.2008 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.scientificamerican.com/article.cfm?id=multifractals-explain-wall-street&page=3

[11] MANDELBROT, Benoît. *Fraktály*: *tvar, náhoda a dimenze.* 1. vyd. Praha: Mladá fronta, 2003, 206 s. ISBN 80-204-1009-0.

[12] NESNÍDAL, Tomáš. *Obchodní příkazy v praxi (3/3)* [online]. 23.05.2011 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.financnik.cz/komodity/zkusenosti/obchodni-prikazy-v-praxi-limit.html

[13] NESNÍDAL, Tomáš. *Obchodní příkazy v praxi (1/3)* [online]. 09.05.2011 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.financnik.cz/komodity/zkusenosti/obchodni-prikazy-v-praxi-market.html

[14] NESNÍDAL, Tomáš. *Obchodní příkazy v praxi (2/3)* [online]. 16.05.2011 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.financnik.cz/komodity/zkusenosti/obchodni-prikazy-v-praxi-stop.html

[15] PODHAJSKÝ, Petr. *Obchodování z DOMu vs. obchodování z grafu* [online]. 20.01.2011 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.financnik.cz/komodity/zkusenosti/obchodovani-z-domu.html

[16] PODHAJSKÝ, Petr. *Hodnoty bid a ask v intradenním obchodování* [online]. 29.03.2007 [cit. 2012-03-15]. Dostupné z: http://www.financnik.cz/komodity/zkusenosti/obchodovani-z-domu.html

[17] PODHAJSKÝ, Petr. *Spread* [online]. 17.02.2009 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.financnik.cz/wiki/spread?s=spread

[18] SHALIZI, Cosma. *Basic Definitions: Indexed Collections and Random Functions* [online]. 2007 [cit. 2012-04-20]. Dostupné z: http://www.stat.cmu.edu/~cshalizi/754/notes/lecture-01.pdf

[19] STRNAD, Petr. Řízení tržních rizik pomocí Value at Risk – úskalí a problémy. [online]. [cit. 2012-03-15]. Dostupné z: http://www.risk-management.cz/clanky/PetrStrnad-ValueAtRisk.pdf

[20] TALEB, Nassim. *Černá labuť*: *následky vysoce nepravděpodobných událostí*. Vyd. 1. Překlad Jan Hořínek. Praha: Paseka, 2011, 478 s. ISBN 978-807-4321-283.

[21] VOLEK, Josef. *Operační výzkum IV: teorie her a optimálního rozhodování*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2003. ISBN 8071946214.

[22] WILLIAMS, Larry R. *Dlouhodobá tajemství krátkodobých obchodů*. Praha: Centrum finančního vzdělávání, 2007, 272 s. Finančník. ISBN 978-80-903874-1-6.