EFEKTIVNÍ DESIGN DODAVATELSKÝCH SYSTÉMŮ

THE EFFICIENT DESIGN OF SUPPLY CHAIN

Jan Škvor, Jakub Dyntar, Ivan Gros

Abstract: *In this paper we present the efficient approach to design of supply chains based on warehouse location. We propose two methods of warehouse location such as the localization method and total enumeration method and compare their efficiency in a numerical study. Based on the results of the numerical study we conclude that both proposed solutions can be used for efficient warehouse location in case of one warehouse placement. In case of the location of many warehouses we recommend the application of localization method mainly because of the acceptable time consumption spent on the searching for the optimal solution.*

Keywords*: Distribution, Supply Chain Design, Warehouse Location.*

JEL Classification*: C61.*

1 Úvod

Navržení efektivní struktury systému distribuce stále představuje aktuální problém pro řadu tuzemských firem. Důvodem je velké množství různých faktorů, které ovlivňují výkonnost distribučního systému jednak z hlediska kvality služeb poskytovaných zákazníkům a také z pohledu nákladů na logistiku, které při distribuci vznikají. Klíčovou roli při navrhování systému distribuce hraje zejména správné stanovení počtu distribučních center a jejich efektivní lokalizace. Nejvýznamnějším faktorem, který přímo determinuje počet a umístění distribučních center je termín vyřízení objednávky, jež ve většině odvětví představuje klíčový ukazatel pro hodnocení úrovně služeb poskytovaných zákazníkům. Z pohledu nákladů na logistiku s sebou ovšem neustálé zkracování termínu vyřízení objednávky přináší prudký nárůst nákladů vznikajících zejména ve spojitosti s nutností provozovat více distribučních center. V literatuře se uvádí, že náklady na distribuci se v konečné ceně výrobku mohou pohybovat v rozmezí 5–30 %, z čehož vyplývá, že optimalizací struktury distribučního systému lze dosáhnout značných úspor nákladů, které ve své podstatě produktu nepřidávají žádnou hodnotu. Komplexní model návrhu dodavatelských systémů se zpravidla snaží odpovědět na otázky:

- kolik distribučních center zvolit,
- kam tyto objekty lokalizovat,
- jak dopravit zboží zákazníkům či
- jak zásobovat distribuční centra z výroby tak,

aby náklady spojené s distribucí zboží byly minimální při dodržení požadované úrovně služeb a to zejména v podobě termínu vyřízení objednávky. Cílem tohoto článku je představit dvě možná řešení otázky umístění distribučních center a tato řešení porovnat pomocí výstupů realizované případové studie. Na tomto místě podotýkáme, že případová studie nezahrnuje porovnání struktury navrženého distribučního systému z hlediska celkových nákladů na distribuci, nicméně obě testovaná řešení lokalizace distribučních center slouží jako vstup pro algoritmy řešící otázky zásobování distribučních center a rozvozy zboží zákazníkům tj. procesy, které lze přímo ohodnotit náklady v peněžních jednotkách. Efektivita obou testovaných řešení je porovnána pomocí dosažené hodnoty účelové funkce a také pomocí spotřeby výpočetního času nutného k nalezení optimálního řešení.

2 Formulace problematiky

2.1 Lokalizace logistických objektů

Definujme model lokalizační úlohy, kdy se omezíme pouze na případy lokalizace objektů v rovině. Tento přístup má nejvíce reálných aplikací a odpovídá požadavkům na lokalizaci objektů v dodavatelských systémech. Úkolem je rozmístit $i = 1, 2, \dots m$ nových objektů (objekty, které jsou předmětem lokalizace), jež jsou ve vazbě s $j = 1, 2, \dots n$ již existujícími objekty (obsluhovaná místa) a to tak, aby náklady na jejich spojení byly minimální. Taková formulace úlohy přesně odpovídá praktickému problému, kdy stojíme před rozhodnutím, kde lokalizovat distribuční sklady abychom mohli obsluhovat naše zákazníky s co nejmenšími přepravními náklady. Vzhledem k nutnosti posoudit kvalitu jednotlivých řešení, je třeba definovat účelovou funkci, která bude vyjádřena pomocí přepravních nákladů. Přepravní náklady jsou obecně závislé především na přepravní vzdálenosti d_{ij}, přepravovaném množství x_{ij}, a typu dopravního prostředku s odlišnými přepravními sazbami c_{ij}. V případě, že budeme provádět lokalizaci nových objektů, např. distribučních skladů pouze vzhledem k obsluhovaným místům, budou přepravní náklady vyjádřeny jako:

$$N_{ij} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \cdot c_{ij} \cdot d_{ij} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} \cdot d_{ij} ,$$

kde w_{ij} jsou označovány jako váhy bodů a jsou pro zadaná x_{ij} a c_{ij} konstantní. V reálných úlohách se jedná o požadavky na dodaná množství produktu. V řadě úloh se může vyskytovat požadavek přepravy také mezi m nově lokalizovanými objekty. Pak se účelová funkce rozšíří o následující tvar:

$$N_{ik} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=2}^{m} x_{ik} \cdot c_{ik} \cdot d_{ik} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{k=2}^{m} w_{ik} \cdot d_{ik} .$$

V některých modelech jsou celkové náklady na přepravu (a tedy i účelová funkce, o jejíž minimalizaci se snažíme) vyjádřeny pouze součtem N_{ij} a N_{ik}, což může být v řadě případů nedostačující. Představme si situaci, kdy budeme lokalizovat více distribučních skladů a výroba distribuovaných produktů, bude umístěna mimo tyto sklady. Pak je třeba celou lokalizaci provést také vzhledem k poloze $l = 1, 2, \dots v$ výrobních závodů. V účelové funkci se objeví další součtový člen přestavující přepravní náklady od místa výroby do místa distribučního skladu:

$$N_{il} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{l=1}^{v} x_{il} \cdot c_{il} \cdot d_{il} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{l=1}^{v} w_{il} \cdot d_{il} .$$

Výsledný tvar účelové funkce bude mít podobu:

$$\min Z = N_{ij} + N_{ik} + N_{il}.$$

Problémem takto definované účelové funkce je však optimalizace nově lokalizovaných objektů vzhledem ke třem na sobě závislým faktorům. Jakákoliv změna polohy nově lokalizovaného objektu se totiž projeví ve všech nákladových funkcích. Budeme-li se snažit optimalizovat náklady vzhledem k jednomu faktoru, např. vzhledem k obsluhovaným místům, velice jednoduše se může stát, že ostatní dvě nákladové funkce porostou rychleji, než bude námi optimalizovaná funkce klesat. Celková účelová funkce tedy poroste, což je opakem naší snahy o nalezení jejího minima. Při hledání optima se tak otevírá prostor pro navržení nových hybridních algoritmů, které budou kombinací tradičních dosud používaných přístupů a heuristických algoritmů. Konkrétně se jako výhodné v této problematice jeví využití algoritmů genetických, které jsou již úspěšně aplikovány např. při řešení problému obchodního cestujícího [8]. Zatímco návrh a testování genetického algoritmu pro lokalizaci distribučních center bude předmětem zájmu autorů v dalších studiích, zaměříme se v následujícím textu na nově navržené algoritmy vycházející z tradičních přístupů k řešení problému lokalizace objektů popsaných výše. Nechť je účelová funkce definována:

$$\min Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} w_{ij} \cdot d_{ij}.$$

Popišme nyní dva odlišné přístupy, které vedou k řešení problému lokalizace obecně n distribučních center v síti zákazníků. Prvním z použitých přístupů je lokalizační model pracující na základě znalosti souřadnic jednotlivých obsluhovaných míst, kdy optimální umístění lokalizovaného objektu zjišťujeme iteračně. V tomto případě se nezabýváme předem omezenou množinou možných řešení úlohy, ale zaměřujeme se přímo na získání optimálního řešení v celém prostoru. Druhou navrženou metodou je využití totální enumerace, kdy pomocí algoritmu ověřujeme všechna možná potenciální řešení u předem vybraných poloh lokalizovaného objektu a následně vybíráme takové, které poskytuje nejlepší hodnotu účelové funkce, v našem případě minimum přepravních nákladů.

2.2 Lokalizační model

První navrženou metodou je přístup založený na lokalizačním algoritmu, který by se dal zkráceně popsat jako hledání těžiště oblasti, ve které se nacházejí obsluhovaná místa. Právě do algoritmem nalezeného těžiště umisťujeme dle typu úlohy požadovaný objekt (v našem případě distribuční sklad). Vzhledem k definici účelové funkce, jak je uvedena v rovnici 5, bude poloha těžiště ovlivňována dvěma faktory. Za prvé se jedná o rozmístění obsluhovaných míst a s tím související vzdálenost mezi těmito místy a lokalizovaným objektem. Druhým faktorem je množství požadavků pro jednotlivá místa. Pro zjednodušení počítáme s jednotkovou přepravní sazbou. V případě, že bychom měli pro všechna místa stejné požadavky na odebraná množství, úloha by se zjednodušila na hledání polohy objektu pouze vzhledem k rozmístění obsluhovaných míst. Tento předpoklad se v reálných situacích prakticky nevyskytuje, a proto je třeba do algoritmu zahrnout oba faktory. Věnujme pozornost nejdřív přepravní vzdálenosti. Protože v tomto přístupu k řešení nemáme předem determinovánu množinu potenciálních míst pro lokalizaci objektu, není možné využít skutečných vzdáleností, jako je tomu v případě totální enumerace. Proto jsou vzdálenosti získávány výpočtem ze známých souřadnic. V literatuře jsou uváděny čtyři metody výpočtu vzdálenosti:

- po osách $d_{ij} = \left|x_i - x_j\right| + \left|y_i - y_j\right|$
- kvadraticky $d_{ij} = \left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2$
- přímá $d_{ij} = \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2}$
- přímá s korekcí $d_{ij} = k\sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2}$

První případ, kdy předpokládáme přepravu po trasách navzájem kolmých, využíváme ve městech s pravoúhlou silniční sítí, ve výrobních halách, skladech apod. Kvadratická vzdálenost je vhodná při lokalizaci a stanovení výkonu vysílačů a také jako snadno získatelné prvotní řešení problému. Pro naši potřebu se budeme zabývat výhradně přímou vzdáleností a přímou vzdáleností s korekcí. Přímá vzdálenost je aproximací skutečných hodnot a plně vyhovuje snad jen u letecké dopravy. U pozemní dopravy se přímá vzdálenost přibližuje skutečným vzdálenostem s rostoucí hustotou sítě pozemních komunikací. Pro získání co nejpřesnějších vzdáleností odpovídajících skutečnosti je v rovnici 9 definována korekce pomocí opravného koeficientu k > 1, jehož zavedením respektujeme zakřivení silnic apod. Empiricky bylo ověřeno, že nejlepší hodnota koeficientu je v rozmezí 1,2–1,4. Ve všech zmíněných metodách výpočtu vzdálenosti určujeme hodnotu na základě znalosti souřadnic lokalizovaných objektů a obsluhovaných míst. Problematice jejich transformace do vhodné podoby pro následnou aplikaci algoritmu řešícího optimální umístění skladu vzhledem k obsluhovaným místům je věnována následující kapitola.

2.2.1 Transformace souřadnic

Pro řešení uvedeného problému je třeba před samotnou aplikací metod a algoritmů pro návrh optimální lokalizace objektů distribučního systému zajistit vhodnou úpravu vstupních dat. Budeme-li vycházet z klasické úlohy, kdy stojíme před návrhem nové distribuční sítě, známe geografické rozložení míst, které budeme z nově lokalizovaných objektů, které jsou předmětem řešení úlohy, obsluhovat. Ve velké většině případů budou obsluhovanými místy města a obce. Níže popsaný postup by mohl pracovat i s přesnými adresami až na úrovni popisných čísel. Znalost jednotlivých obsluhovaných míst a jejich souřadnic GPS (Global Position System), které není dnes problém pomocí některého z dostupných softwarů zjistit, není dostačující. Při aplikaci algoritmů zajišťujících optimální lokalizaci logistických objektů se pohybujeme v rovinně, je tedy třeba GPS souřadnice do roviny převést, aby vzdálenosti mezi obsluhovanými místy odpovídaly reálným vzdálenostem. Se zvětšujícími se vzdálenostmi mezi jednotlivými místy a lokalizovanými objekty nabývá potřeba takové transformace vzhledem k zakřivení Země na významu. Zároveň transformací a následnou úpravou získáváme přehledný soubor obsluhovaných míst se souřadnicemi ve tvaru *(x,y)*, kdy hodnotami souřadnic jsou reálná čísla v desítkové soustavě, se kterými mohou optimalizační algoritmy bez problémů pracovat. GPS souřadnice jsou udávány v souřadném systému WGS-84 (World Geodetic System 1984). Studie, na které bylo testování optimalizačních algoritmů provedeno, se zabývá lokalizací objektů na území České republiky, a proto byla navržena transformace do Souřadnicového systému jednotné trigonometrické sítě katastrální, platného pro Českou republiku a Slovensko a pro naše potřeby se jedná konkrétně o udání polohy bodu v pravoúhlých rovinných souřadnicích, ve formátu *(x,y)*. Souřadnicový systém S-JTSK používá Křovákovo zobrazení, což je konformní kuželové zobrazení. Samotná transformace souřadnic vyžaduje poměrně složité a zdlouhavé definování rovnic s řadou empiricky zjištěných koeficientů. Podrobnější popis transformace je možné nelézt např. v [6], [7] nebo [10]. I bez hlubší znalosti naznačeného postupu transformace, lze s výhodou využít hned několika programů, které jsou schopny ze souboru obsahujícího označení bodu a jeho GPS souřadnice velice rychle transformaci do požadovaného tvaru provést. Přestože by se s převedenými hodnotami souřadnic dalo již v navržených algoritmech pracovat, je vhodné provést ještě doplňující úpravu, která zajišťuje, že nejvýchodnější obsluhované místo bude mít souřadnici x rovnu nule a podobně u nejjižnějšího místa najdeme nulu u souřadnice y. Úpravou je zaručeno, že hodnoty souřadnic budou v řádech desítek a nikoliv statisíců, jak je tomu po samotné transformaci, což by následně mohlo komplikovat a zpomalovat průběh optimalizačních algoritmů. Pro získání reálného umístění objektu v GPS souřadnicích je třeba provést zpětnou transformaci, k čemuž lze opět využít již zmiňované programy.

2.2.2 Lokalizace jednoho objektu

Lokalizace jednoho objektu pouze vzhledem k n obsluhovaným místům je nejjednodušším případem, se kterým se v této problematice můžeme setkat a v některých reálných situacích, je v podmínkách úlohy dokonce specifikováno, že řešením má být optimální umístění právě jednoho objektu. Jak bylo řečeno, hlavní uplatnění doznaly modely, ve kterých reálné vzdálenosti aproximujeme přímkou, a proto byl tento přístup využit i zde. Parametry takové přímky lze snadno vypočítat ze souřadnic existujícího a hledaného objektu. Účelová funkce bude mít tvar:

$$\min Z = k\sum_{j=1}^{n} w_j \sqrt{\left(x - x_j\right)^2 + \left(y - y_j\right)^2}\ .$$

V dalším postupu si můžeme všimnout, že parametr k se v rovnicích nenachází. Je to dáno tím, že zavedená korekce sice má vliv na výslednou hodnotu účelové funkce, ale optimální lokalizaci neovlivní, a proto není třeba mechanismy algoritmů zatěžovat nadbytečnými výpočetními operacemi. Pro získání minimální hodnoty účelové funkce, což značí minimální přepravní náklady, a tudíž optimální lokalizaci objektu, položíme derivace rovnice podle x a y rovny nule a po úpravě dostáváme:

$$x\sum_{j=1}^{n} \frac{w_j}{\sqrt{\left(x - x_j\right)^2 + \left(y - y_j\right)^2}} = \sum_{j=1}^{n} \frac{w_j x_j}{\sqrt{\left(x - x_j\right)^2 + \left(y - y_j\right)^2}},$$

$$y\sum_{j=1}^{n}\frac{w_j}{\sqrt{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2}}=\sum_{j=1}^{n}\frac{w_j y_j}{\sqrt{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2}}.$$

Vzhledem k tomu, že není možné provést další úpravy pro nalezení řešení jediným výpočtem, je třeba využít nějakou z iteračních metod. Autor v publikaci [5] uvádí, že bylo testováno celkem sedm různých přístupů, z nichž jako nejefektivnější se ukázala metoda definující pomocnou funkci ve tvaru:

$$f_j(x,y)=\frac{w_j}{\sqrt{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2+\varepsilon}},$$

kde ε je velmi malá hodnota blížící se k nule. Zavedení ε je nezbytností, protože v průběhu hledání optimálních souřadnic by mohlo dojít k situaci, že by zvolené hodnoty x a y byly právě rovny dvojici x_j a y_j a docházelo by k dělení nulou. V průběhu testování nově navržených algoritmů, tak jak jsou popsány dále, se jako vhodnou ukázala být hodnota 10^{-7}. V případě výrazně nižší hodnoty ε docházelo ke zpomalování konvergence iterační metody směrem k optimálnímu řešení. To především u lokalizace většího počtu skladů, která vyžaduje výrazně více kroků, celý proces komplikuje a prodlužuje dobu nalezení řešení. Konečné výrazy pro hledané souřadnice lze s využitím pomocné funkce vyjádřit:

$$x=\frac{\sum_{j=1}^{n}x_j f_j(x,y)}{\sum f_j(x,y)}\quad y=\frac{\sum_{j=1}^{n}y_j f_j(x,y)}{\sum f_j(x,y)}.$$

Průběh samotného algoritmu pro nalezení optimální lokalizace, tedy souřadnic *(x,y)*, lze zapsat v následujících krocích:

1) Jako východisko můžeme využít řešení získané pomocí jednodušší metody založené na kvadratické vzdálenosti. Tím bude zajištěno, že iterace algoritmu pracující s přímou vzdáleností bude poměrně rychlá. Vzhledem k tomu, že nejsme nuceni díky výpočetní technice provádět jednotlivé iterační kroky ručně, jako výchozí řešení úplně postačí vážené průměry:

$$x^{(0)}=\frac{\sum_{j=1}^{n}w_j x_j}{\sum_{j=1}^{n}w_j}\qquad y^{(0)}=\frac{\sum_{j=1}^{n}w_j y_j}{\sum_{j=1}^{n}w_j}.$$

2) Zvolíme vhodné ε a také určíme pokles účelové funkce, který budeme považovat již za nepodstatný. Hodnota $\Delta Z_{\min}$ určuje, při jak malé změně poklesu účelové funkce nebude již iterování pokračovat a vypočtené hodnoty souřadnic x a y v tomto kroku budou prohlášeny za optimum.

3) V k-tém kroku z již známých souřadnic $(x_{(k-1)},y_{(k-1)})$ vypočteme hodnoty souřadnic $(x_{(k)},y_{(k)})$ následujícím způsobem:

$$x^{(k)} = \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j f_j\left(x^{(k-1)}, y^{(k-1)}\right)}{\sum f_j\left(x^{(k-1)}, y^{(k-1)}\right)} \quad y^{(k)} = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j f_j\left(x^{(k-1)}, y^{(k-1)}\right)}{\sum f_j\left(x^{(k-1)}, y^{(k-1)}\right)}.$$

4) Vypočteme hodnotu změny účelové funkce $Z_{(k)} = Z_{(k)} - Z_{(k-1)}$ a bude-li $\Delta Z < \Delta Z_{\min}$ ukončíme výpočet a vzhledem k předem stanovené hodnotě $\Delta Z_{\min}$ budeme považovat nalezené souřadnice *(x,y)* za optimální. Pokud podmínka splněna nebude, vrátíme se k předcházejícímu bodu a budeme pokračovat krokem k+1.

V případě lokalizace jednoho objektu je celý proces velmi rychlý a efektivní. Po získání optimálního řešení je možné provést korekci pomocí opravného koeficientu *k*, tedy účelovou funkci, která je determinována optimálním řešením, tímto koeficientem vynásobit, a tak se co možná nejvíce přiblížit reálným nákladům, které bude třeba vynaložit na přepravu z nově lokalizovaného distribučního skladu do míst spotřeby. Při aplikaci prezentovaného postupu v praxi, je třeba si uvědomit, že nalezená lokalita musí být vždy konfrontována s místními podmínkami. Velmi jednoduše si dokážeme představit případ, že optimální lokalita, kde bychom měli umístit distribuční sklad, se bude nalézat mimo dosah pozemních komunikací (uprostřed lesa, či dokonce na vodní ploše) nebo v oblasti, kde nejsou k dispozici parcely na stavbu nového objektu. Logicky sice takové řešení z hlediska navržených postupů bude splňovat kritérium optima, v praxi je však nepřípustné. Druhým případem je, že navržená lokalizace by sice byla uskutečnitelná, ale z pohledu nevyhovující infrastruktury by nebyla zabezpečena požadovaná dopravní obslužnost, nebo by skutečné náklady mohly být oproti těm optimálním značně překročeny.

2.2.3 Lokalizace více objektů

V řadě případů reálných situací s lokalizací jednoho skladu nevystačíme. I v případě České republiky je jeden distribuční sklad omezujícím faktorem pro poskytování požadované úrovně služeb, např. plnění termínu vyřízení objednávky. Z tohoto důvodu je třeba často rozhodnout o poloze více logistických objektů. Pro oblast velikosti České republiky se zpravidla nejedná o počet větší než šest. Teorie lokalizačních úloh poskytuje modely umožňující jednorázové optimální umístění více objektů. Jejich použití je poměrně omezené, protože vyžaduje předem stanovit hodnoty w_{ij}, tedy určit kolik budou jednotlivá obsluhovaná místa požadovat od jednotlivých lokalizovaných skladů. Případy, kdy je tato podmínka splněna, najít lze. Potřebujeme např. lokalizovat několik výroben vyrábějících specializované díly tak, aby jejich doprava do montážních závodů byla co nejlevnější. Požadavky montážních závodů na díly z umisťovaných výroben lze pak přesně specifikovat. Metodami řešícími nastíněný problém se nebudeme dále zabývat. Jejich popis je možné najít v [5]. V tomto článku se věnujeme studii, která předpokládá, že všechny umisťované objekty plní univerzální funkci, tedy že všechny distribuované produkty se nacházejí ve všech skladech, které teoreticky mohou obsluhovat jakéhokoli zákazníka dle jeho požadavků. V takovém případě pak neznáme jednotlivá w_{ij}, protože jsou závislá na finální lokalizaci každého jednotlivého skladu. Z této skutečnosti je vidět, že jednorázová lokalizace skladů a přiřazení příslušných obsluhovaných míst s cílem dosáhnout optima přepravních nákladů, je nemožná. Nejjednodušším způsobem jak popsaný problém vyřešit, je předem oblast, ve které se nacházejí obsluhovaná místa, uměle rozdělit na takový počet, kolik objektů budeme umisťovat. V praxi v České republice může rozdělení odpovídat např. krajům. Tento přístup je do velké míry ovlivněn rozhodnutími řešitele a nezaručuje získání optimálního řešení. V literatuře [5] je popsána metoda, která se snaží zavést do řešení problému systematičtější pohled na věc. Takzvaná sekvenční metoda je založena na postupném lokalizování nejdříve jednoho skladu, následném rozštěpení celé oblasti na dvě a znovu lokalizování tentokráte již dvou objektů. Celý proces postupuje obdobným způsobem až do umístění požadovaného počtu skladů a přiřazení příslušných obsluhovaných míst.

Především pro rozsáhlejší úlohy, kdy lokalizujeme větší počet skladů než dva, není metoda zcela vyhovující, a proto byla autory navržena modifikace využívající heuristického přístupu. Základní myšlenka zůstává stejná. Každému obsluhovanému místu je třeba vždy přiřadit nejbližší již lokalizovaný objekt, čímž zaručíme minimální přepravní náklady. Problematickou je však samotná lokalizace, protože algoritmus vyžaduje znát předem body, které budou ze skladu obsluhovány. Ty není možné přiřadit jednotlivým skladům ve chvíli, kdy neznáme jejich polohu. Tento problém se snaží pomocí heuristického přístupu odstranit nově navržený algoritmus, který již nevychází z postupné lokalizace jednoho, následně dvou a více objektů, ale zaměřuje se na optimální lokalizaci požadovaného počtu objektů v rámci jednoho optimalizačního cyklu, který se skládá z následujících kroků:

1) Pomocí náhodného výběru přiřadíme požadovanému počtu *(m)* lokalizovaných objektů rovinné souřadnice některého z obsluhovaných bodů. Celková úloha je nyní rozdělena na *m* pod úloh a v podstatě se jedná o soubor více úloh lokalizace jednoho objektu.
2) V druhém kroku přiřadíme každému obsluhovanému místu nejbližší již lokalizovaný nový objekt a následně provedeme optimalizaci jeho polohy v rámci množiny přiřazených bodů dle výše popsané metody lokalizace jednoho skladu. Tím získáváme pouze optimální polohu objektu pro přiřazené body, nikoliv globální optimum celé úlohy.
3) V dalším kroku je třeba provést ověření, zda přiřazení obsluhovaných míst k nově lokalizovaným objektům je optimální, tedy zda nebude třeba některé z obsluhovaných míst přiřadit k jinému objektu, než pod který byl přiřazen v prvním kroku. Zvláště v prvních fázích cyklu se jedná o poměrně velký počet bodů, které budou svou příslušnost k jednotlivým objektům měnit, což je v podstatě způsob, jakým algoritmus hledá optimální řešení celé úlohy
4) Po znovu přiřazení všech obsluhovaných míst lokalizovaným objektům pokračujeme opět od bodu dva, a to do té doby, než ve dvou po sobě jdoucích krocích algoritmu nedojde k žádné změně v přiřazení obsluhovaných míst, což značí skutečnost, že algoritmus není již schopen najít z výchozích náhodných poloh objektů řešení s nižším ohodnocením účelové funkce, která vyjadřuje přepravní náklady z lokalizovaných objektů do místa spotřeby.

Přístup náhodného výběru pro počáteční polohy lokalizovaných objektů byl zvolen záměrně. Při řešení takovéhoto typu úloh je sice řešitel schopen z geografického rozložení obsluhovaných bodů a z velikosti požadavků určit, kde přibližně by se mohly lokalizované objekty nacházet, ale při testování se ukázalo, že ani v případě, kdy počáteční polohy objektů přímo určuje řešitel, není vždy zaručeno získání optimálního řešení. Využití náhodného výběru zahajovacích poloh v kombinaci s dostatečně velkým počtem opakování získáváme rozsáhlý soubor, který vždy obsahuje zahajovací polohy, hledané optimální polohy všech lokalizovaných objektů včetně přiřazení jimi obsluhovaných míst a samozřejmě také hodnotu účelové funkce a to jak globální, tak lokálních, které představují přepravní náklady pouze pro jednotlivé objekty (sklady). Tím se snažíme odstranit systematické chyby, kterých se může dopouštět řešitel při záměrném výběru zahajovacích poloh lokalizovaných objektů. Vyhodnocení, s jakou úspěšností je algoritmus schopen z celkového počtu náhodných lokalizací konvergovat k optimálnímu řešení v závislosti na počtu skladů, je představeno v případové studii v dalších kapitolách.

2.3 Totální enumerace

Jak už bylo naznačeno, v případě využití totální enumerace, hledáme optimální umístění skladu z množiny předem vybraných míst. Poměrně problematickou částí tohoto přístupu je právě identifikace potenciálních míst. Ne z důvodu své složitosti, ale především z důvodu velké pracnosti. Stejně jako u lokalizačního modelu máme dána místa, která je třeba obsloužit včetně jejich požadavků w_{ij}. Tato obsluhovaná místa vymezují oblast, ve které se budeme pohybovat. Postup začíná zanesením známých obsluhovaných míst do mapy a jejich následným spojením reálně existující silniční sítí. Po tomto kroku zjistíme, že v mapě vznikla řada dopravních uzlů, ve kterých se silnice spojující obsluhovaná místa protínají. Je třeba jednotlivá místa, a to jak ta obsluhovaná, tak ta která vznikla křížením silnic postupně označit $j = 1, 2, \dots n$. Tím prakticky dostáváme množinu obsluhovaných míst, která se rozrostla o námi přidané body křížení, které logicky mají požadavek w_{ij}, roven nule. Výsledkem je, že jsme celou oblast pokryli silniční síti a zároveň jsme identifikovali potenciální místa pro nově lokalizované objekty. Následně je třeba vygenerovat matici vzdáleností o rozměrech (n,n), tedy určit vzdálenosti mezi jednotlivými místy. Oproti předchozí metodě lokalizačního modelu je výhodou, že vzdálenosti odpovídají skutečnosti, protože jsme vycházeli z reálné silniční sítě. Generování matice provedeme tak, že všechny vzniklé úseky, které vzniknou ohraničením právě dvěma body z množiny $j = 1, 2, \dots n$ ohodnotíme jejich skutečnou vzdáleností a následně pomocí využití metod síťové analýzy hledáme nejkratší vzdálenost pro vzájemné spojení všech n bodů. Na již upravená vstupní data je aplikován algoritmus, který postupně prohledává celou množinu potenciálních bodů pro umístění a v závislosti na tom kolik objektů je předmětem lokalizace najde $i = 1, 2, \dots m$ optimálních bodů s nejnižšími přepravními náklady. Bodem může být buď samotné místo obsluhy, nebo některá z křižovatek silniční sítě. Z definice metody vyplývají její pozitiva i negativa. Mezi výhody řadíme, že vyčíslené optimální přepravní náklady odpovídají skutečným nákladům, lokalizace místa je díky předem vymezené množině vždy v rámci silniční sítě a také je možné velmi podobný algoritmus využít na lokalizaci libovolného počtu skladů. Naopak nevýhodou může být, že již předem zvolenou množinou potenciálních míst se připravujeme o možnost nalezení globálního optima. Tento předpoklad lze při hustém pokrytí oblasti obsluhovaných míst silniční sítí zanedbat. Nejvýznamnější nevýhodou je náročnost algoritmu na výkon výpočetní techniky. S rostoucí velikostí množiny potenciálních míst a především s rostoucím počtem lokalizovaných objektů roste neúměrně čas potřebný pro průběh algoritmů, což je podrobněji popsáno v dalším textu.

3 Řešení problému

Pro ověření efektivity přístupů k řešení lokalizačních úloh, které byly popsány v předchozích kapitolách (lokalizační model a totální enumerace), byla využita případová studie vycházející z reálného zadání úlohy, jejímž cílem bylo určit optimální lokalizaci distribučních prvků na území České republiky v oblasti distribuce oblečení. Jedná se o typické zadání problému, kdy máme k dispozici seznam n obsluhovaných zákazníků včetně objemů jejich požadavků na dodané produkty za určité období. V našem případě pracujeme se souhrnnými požadavky za jeden rok. Celkem řešený problém obsahuje 245 obsluhovaných míst. Požadavky pro jednotlivá místa jsou udávány v počtu palet a jsou v intervalu 1 až 6 716 palet. Aplikace nových přístupů na úloze s rozsahem reálného problému si klade za cíl porovnat obě navržené metody ve dvou hlavních bodech:

- časová náročnost nalezení řešení,
- kvalita nalezeného řešení z pohledu dosažené hodnoty účelové funkce.

3.1 Časová náročnost nalezení řešení

Vzhledem k tomu, že oba prezentované postupy do jisté míry využívají metody založené na prohledávání určité množiny potenciálních řešení a vybírají to optimální, je zřejmé, že každý z nich bude vyžadovat určitý čas pro nalezení řešení, což jak se ukázalo na případové studii, může být dokonce omezující faktor při snaze o využití zvoleného přístupu. Navržené algoritmy a jejich testování probíhalo na výpočetní technice s procesorem Intel Core Duo 2,26 GHz a pamětí (RAM) 2,00 GB. Přehled všech časů potřebných k nalezení řešení pro oba přístupy a lokalizaci jednoho až šesti skladů je prezentován v Tab. 1.

Tab. 1: Časy nutné pro nalezení řešení ve formátu hodiny:minuty:sekundy

Počet skladů	Lokalizační model	Totální enumerace
1	00:00:03	00:00:14
2	01:42:09	03:48:34
3	02:26:22	-
4	03:45:10	-
5	04:49:49	-
6	05:13:25	-

Zdroj: Autoři

U lokalizačního modelu se jedná, kromě varianty jednoho skladu, o čas potřebný k uskutečnění jednoho tisíce náhodných výběrů počátečních poloh lokalizovaných objektů, tedy v podstatě také k nalezení stejného počtu řešení, ze kterých je třeba vybrat to optimální. Počtu zastoupení optimálních řešení v celém souboru nalezených řešení se věnuje následující kapitola. V případě totální enumerace je ze znalosti funkce algoritmu jasné, že se jedná o prohledávání potenciálních řešení, tedy že postupně umisťujeme lokalizovaný objekt do všech předem definovaných bodů a za řešení považujeme bod, u něhož získáváme nejnižší ohodnocení účelové funkce. Z takto popsaného postupu je zřejmé, že s rostoucím počtem lokalizovaných objektů roste potřebný čas pro nalezení řešení exponenciálně. U prezentované studie, kterou lze považovat svou rozsáhlostí za standardní, nebylo možné již u třech lokalizovaných objektů nalézt řešení, protože časová náročnost byla neúměrně vysoká. Zde narážíme na první výrazné omezení využití přístupu totální enumerace, z něhož vyplývá její aplikace na reálné případy pouze pro lokalizaci maximálně dvou objektů. U lokalizačního modelu se sice s rostoucím počtem objektů čas nutný pro nalezení řešení také zvyšuje. Nejedná se o nijak dramatický růst, který v podstatě odpovídá lineárnímu průběhu křivky a proto je metoda lokalizačního modelu využitelná i pro větší počet lokalizovaných objektů v poměrně přijatelném čase.

3.2 Kvalita nalezeného řešení z pohledu dosažené hodnoty účelové funkce

Nejvýznamnějším kritériem pro posouzení obou přístupů je jednoznačně kvalita nalezeného řešení. Záměrně hovoříme o kvalitě řešení a ne o požadavku na nejnižší hodnotu účelové funkce a to z důvodu, že každá z metod využívá jiný přístup. Nalezené optimální řešení není možné porovnávat přímo a je třeba sobě ekvivalentní řešení, tedy shodný počet lokalizovaných objektů v obou metodách interpretovat se znalostí navržených algoritmů.

3.2.1 Lokalizační model

Řešením lokalizačního modelu je soubor předem zvoleného počtu iterací (v našem případě jeden tisíc). Každá iterace vždy obsahuje číslo záznamu, výchozí polohy lokalizovaných objektů, které byly získány náhodným výběrem z množiny souřadnic obsluhovaných míst, dále rovinné souřadnice pro optimálně umístěné objekty a ohodnocení řešení účelovou funkcí pomocí přepravních nákladů. Nalezená řešení v podobě lokalizace objektů v rovinných souřadnicích je třeba následně zpětně transformovat do podoby GPS, na jejichž základě je možné zjistit reálnou polohu umístění nových objektů na mapě. Účelová funkce je vypočítávána z přímých vzdáleností. Pro reálné vyčíslení přepravních nákladů je třeba hodnotu účelové funkce vynásobit empirickým koeficientem. Jeho hodnota, tak jak byla stanovena na základě výsledků této studie, je uvedena v textu dále. V předchozí kapitole jsme zmínili, že ne všechna řešení budou odpovídat optimu. Ostatně v takovém případě by ani přístup využívající iterací nebyl nutný. Proto je třeba vyhodnotit, které z přípustných řešení je pro nás globálním optimem. Rozhodujícím kritériem bude samozřejmě účelová funkce s minimální hodnotou. Procentuální zastoupení optimálních řešení v celém souboru nalezených řešení v závislosti na počtu lokalizovaných objektů je uvedeno v Tab. 2, kde je dále pro jednotlivé sklady uveden počet různých nalezených řešení a také v procentech vyjádřeno porovnání nejlepšího a nehoršího řešení. Hodnoty pro jeden sklad nejsou z důvodu nevyužití iteračního postupu v Tab. 2 obsaženy.

Tab. 2: Interpretace řešení získaných využitím lokalizačního modelu

Počet skladů	**Procento optimálních řešení**	**Počet různých řešení**	**Procentuální nárůst účelové funkce nejhoršího řešení oproti nejlepšímu**
2	63,00	2	0,04
3	34,90	12	22,64
4	21,40	29	44,27
5	24,10	64	68,02
6	4,30	49	78,49

Zdroj: Autoři

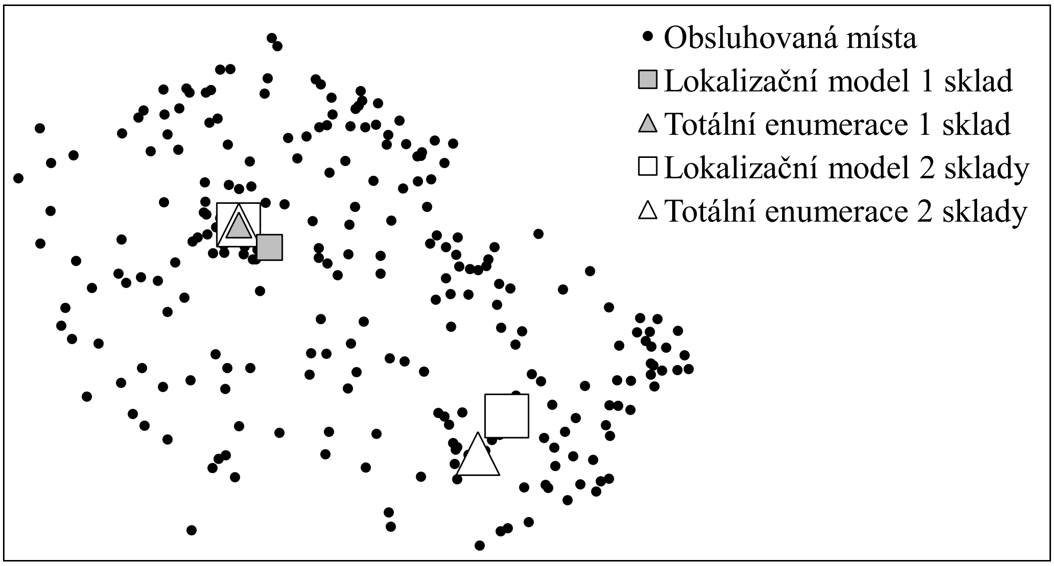
V Tab. 2 můžeme přehledně vidět, že s rostoucím počtem lokalizovaných objektů v zásadě klesá procento zastoupení optimálních řešení v celém souboru nalezených řešení. S tím také koresponduje celkový počet nalezených řešení a nepřekvapivým zjištěním také je, že u vyššího počtu lokalizovaných objektů se zvyšuje rozdíl mezi nejlepším (optimálním) řešením a řešením, které je nejméně výhodné, tedy bylo oceněno nejvyššími přepravními náklady. Obecně se dá říci, že při lokalizaci většího počtu objektů nabývají iterace na významu a celkově se zvyšuje pestrost nalezených řešení, což bylo vzhledem k charakteru úlohy a ke konstrukci algoritmu předem očekáváno. Drobný komentář si zaslouží velký pokles u procenta optimálních řešení v případě šesti skladů. Pokud bychom právě u šesti skladů vzali všechna nalezená řešení, jejichž účelová funkce je optimální nebo se od té optimální neliší o více než jedno procento, dostali bychom 20,90% podíl na všech řešeních. V případě, že bychom udělali ten samý předpoklad u dvou až pěti skladů, zůstali bychom na procentuálním zastoupení, které je uvedeno v Tab. 2. Je tedy vidět, že u většího počtu skladů se od sebe jednotlivá řešení kolem bodu optima příliš neliší, což je možno nakonec brát jako výhodu. Rozhodovatel, který bude provádět samotný výběr vhodné lokality i na základě znalosti místních podmínek si bude moci vybrat z více variant, jejichž ohodnocení přepravními náklady se od řešení optimálního příliš neliší.

3.2.2 Totální enumerace

Interpretace nalezeného řešení metodou totální enumerace je oproti lokalizačnímu modelu výrazně jednodušší. Výsledkem je totiž množina optimálních bodů, jejichž počet bude závislý na počtu lokalizovaných objektů. Tyto body budou ve shodě s definicí algoritmu odpovídat buď obsluhovanému místu, nebo bodu vzniklému křížením silniční sítě, která pokrývá celou oblast, v níž se nacházejí obsluhovaná místa. Vzhledem k využívání skutečných vzdáleností je možné výslednou účelovou funkci využít pro vyčíslení reálných přepravních nákladů.

3.2.3 Dosažené výstupy

Při porovnání výsledků obou metod se z důvodu nepřiměřené časové náročnosti na získání řešení pomocí totální enumerace pří větším počtu lokalizovaných objektů omezíme pouze na případy jednoho a dvou skladů. Grafické znázornění nalezených optimálních lokalizací je pro obě metody a pro případy jednoho a dvou skladů na Obr. 1.



Obr. 1: Výsledná lokalizace jednoho a dvou skladů

Zdroj: Autoři

Z uvedeného grafického znázornění nalezených řešení si můžeme všimnout, že ačkoliv u obou metod reprezentují výsledné lokalizace optimální řešení, nedostáváme absolutní shodu. Hlavním důvodem, proč tomu tak je, jsou principy výpočtu vzdáleností obou metod. V případě totální enumerace pracujeme se skutečnými vzdálenostmi, v případě lokalizačního modelu se vzdálenostmi přímými. Pro určité posouzení do jaké míry se nalezená řešení v obou metodách shodují, je třeba vyjádřit hodnoty účelových funkcí pouze pomocí jedné z metod. V našem případě jsme vybrali přímé vzdálenosti, protože zanesení řešení z totální enumerace do lokalizačního modelu a vyjádření jeho účelové funkce je výrazně jednodušší, než v opačném případě. V Tab. 3 nalezneme hodnoty účelové funkce vyjádřené z přímých vzdáleností pro obě metody pro případ jednoho a dvou skladů. Jednotkou, ve které je účelová funkce vyjádřena, jsou paletokilometry, kterých se běžně pří řešení takovýchto typů úloh využívá.

Tab. 3: Účelové funkce obou metod a vyjádření jejich procentuálního rozdílu

Počet skladů	**Lokalizační model**	**Totální enumerace**	**Procentuální rozdíl**
1	4 156 156	4 212 597	1,34
2	2 104 789	2 133 012	1,32

Zdroj: Autoři

Z tabulky vyplývá, že hodnoty účelových funkcí obou metod vyjádřených pomocí přímých vzdáleností se od sebe liší v průměru pouze o 1,33 %, což můžeme vzhledem k dalším faktorům, které mají vliv na velikost přepravních nákladů považovat za nepříliš významnou hodnotu. Je to dáno tím, že nacházíme-li se v určité vzdálenosti od optimální lokalizace objektu, hodnota účelové funkce roste pozvolna a její růst se strměji projevuje až s větší vzdáleností od optimálního umístění. Vzhledem k tomu, že velmi často je třeba respektovat další místní omezení a nemůžeme tak přesně dodržet optimální lokalizaci, která je výsledkem aplikace lokalizačních algoritmů, je možno považovat řešení obou metod z hlediska optimality, s přihlédnutím k definici účelové funkce pomocí přímých vzdáleností, za ekvivalentní. V předchozím textu jsme zmiňovali empirický koeficient, pomocí něhož přepočítáváme přímou vzdálenost na vzdálenost skutečnou. Protože máme hodnotu účelové funkce získanou pomocí totální enumerace, která pracuje se skutečnými vzdálenostmi a máme také hodnotu účelové funkce pro stejně lokalizované objekty v případě přímé vzdálenosti, je možné koeficient *k* stanovit. Výsledné hodnoty opět pro případ lokalizace jednoho a dvou skladů uvádí Tab. 4.

Tab. 4: Stanovení koeficientu k

Počet skladů	**Skutečná vzdálenost**	**Přímá vzdálenost**	**Koeficient *k***
1	5 116 790	4 212 597	1,21
2	2 684 274	2 133 012	1,26

Zdroj: Autoři

Z tabulky je vidět, že hodnota koeficientu *k* je na spodní hranici teoreticky zjištěného rozmezí 1,2–1,4, což odpovídá faktu, že silniční síť v České republice se vyznačuje poměrně velkou hustotou a hodnota korekce přímé vzdálenosti na skutečnou tak nemusí být příliš vysoká.

4 Závěr

Cílem tohoto článku bylo představit možnosti řešení problematiky lokalizace objektů v dodavatelských systémech. Na základě stávajících matematických modelů byly navrženy dvě nové metody lokalizace logistických objektů. Jedná se o metody totální enumerace a lokalizační model. Na případové studii odpovídající reálnému zadání bylo ověřeno, s jakou efektivitou je možné tyto dva odlišné přístupy využít. Vzhledem ke zvoleným kritériím sloužícím k ohodnocení účinnosti obou navržených metod jsme dospěli k několika závěrům.

Obě metody jsou založeny na odlišném přístupu. Z pohledu výsledné optimality řešení je možné považovat je za ekvivalentní, protože nalezená řešení ohodnocená hodnotou účelové funkce v paletokilometrech se liší minimálně. Určitá rozdílnost poloh objektů, jak bylo ukázáno na případu lokalizace jednoho a dvou skladů, je dána především omezenou množinou potenciálních řešení u totální enumerace v kombinaci s rozdílným výpočtem přepravních vzdáleností, kdy u totální enumerace využíváme skutečné vzdálenosti a u lokalizačního modelu přímé vzdálenosti. Využitím empirického koeficientu, který byl pro Českou republiku stanoven v rozmezí 1,21–1,26 je možné provést korekci přímé vzdáleností tak, aby i výsledná účelová funkce u lokalizačního modelu odpovídala budoucím reálným nákladům na přepravu. Z celkového pohledu se jako výhodnější jeví metoda lokalizačního modelu. Hlavními důvody jsou:

- menší časová náročnost nalezení řešení,
- realizovatelnost metody i pro větší počet lokalizovaných objektů.

Jako nevýhodná se může v průběhu řešení ukázat nutnost vybírat optimální řešení z celého souboru přípustných řešení a také využití přímých vzdáleností, které nikdy zcela přesně, ani po zavedení opravného koeficientu, nebudou odpovídat reálné silniční síti. Vezmeme-li v potaz, že finální lokalizaci skladu je třeba vždy konfrontovat s místními podmínkami a dalšími aspekty, které mají vliv na polohu logistických objektů, lze považovat navržené algoritmy a nalezená řešení pomocí metody lokalizačního modelu za velmi dobrý nástroj na podporu rozhodování v této oblasti.

Poděkování

Tento článek byl zpracován s podporou výzkumného projektu: MSM 6046137306

Použité zdroje

[1] FATTOUH, M., ISSA, A., LASHINE, S. Location/allocation and routing decisions in supply chain network design. *Journal of Modelling in Management*, 2006, vol. 1, no. 2, p. 173–183.

[2] GROS, I., GROSOVÁ, S. Navrhování struktury dodavatelských řetězců. *Logistika*, 2000, no. 9, p. 40–41.

[3] GROS, I., HANTA, V. Optimalizace struktury zásobovacích řetězců. *Logistika*, 2001, no. 12, p. 24–26.

[4] GROS, I., HANTA, V. Lokalizace distribučních center. *Logistika*, 2003, no. 7–8, p. 34–35.

[5] GROS, I. *Matematické modely pro manažerské rozhodování*. Praha: VŠCHT, 2009. ISBN 978-80-7080-709-5.

[6] HANTA, V. Planar multifacility location – the location-alocation problem. In *Proceedings of Algoritmy 2002*: *Conference on Scientic Computing*. 2002, p. 260–267.

[7] HRDINA Z. *Transformace souřadnic ze systému WGS-84 do systému S-JTSK*. Praha: ČVUT, 1997.

[8] HYNEK, J. *Genetické algoritmy a genetické programování*. Grada, 2008. ISBN 978-80-247-2695-3.

[9] KUBÁT, J. K optimalizaci struktury skladové sítě. *Logistika*, 2002, no. 5, p. 20–21.

[10] VEVERKA, B., ZIMOVÁ, R. *Topografická a tematická kartografie*. Praha: ČVUT, 2008.

Kontaktní adresa

Ing. Jan Škvor
VŠCHT Praha
Fakulta chemicko-inženýrská, Ústav ekonomiky a managementu chemického a potravinářského průmyslu
Technická 5, 166 28 Praha 6 – Dejvice, Česká republika
Email: jan.skvor@vscht.cz
Tel.: 220 443 097

Ing. Jakub Dyntar, Ph.D
VŠCHT Praha
Fakulta chemicko-inženýrská, Ústav ekonomiky a managementu chemického a potravinářského průmyslu
Technická 5, 166 28 Praha 6 – Dejvice, Česká republika
Email: jakub.dyntar@vscht.cz
Tel.: 220 443 097

Prof. Ing. Ivan Gros, CSc.
VŠCHT Praha
Fakulta chemicko-inženýrská, Ústav ekonomiky a managementu chemického a potravinářského průmyslu
Technická 5, 166 28 Praha 6 – Dejvice, Česká republika
Email: ivan.gros@vscht.cz
Tel.: 220 443 097

Doručeno redakci: 29. 04. 2011
Recenzováno: 15. 07. 2011
Schváleno k publikaci: 09. 08. 2011