

UNIVERZITA PARDUBICE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY
A INFORMATIKY

DIPLOMOVÁ PRÁCE

2011

Bc. Petr Horák

UNIVERZITA PARDUBICE
Fakulta elektrotechniky a informatiky

Řízení vertikálního pohybu dvourotorového systému

Bc. Petr Horák

Diplomová práce
2011

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Petr HORÁK**
Osobní číslo: **I09398**
Studijní program: **N2612 Elektrotechnika a informatika**
Studijní obor: **Komunikační a řídicí technologie**
Název tématu: **Řízení vertikálního pohybu dvourotorového systému**
Zadávací katedra: **Katedra elektrotechniky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cíl:

Navrhnout a ověřit algoritmus řízení laboratorního dvourotorového systému.

Teoretická část:

Seznámení s konstrukcí systému a s jeho připojením k počítači. Experimentální identifikace dynamických vlastností systému. Algoritmy řízení vhodné pro tento systém.

Implementační část:

Proměřit statickou charakteristiku systému pro různou rychlost otáčení zadní vrtule. Identifikovat dynamické vlastnosti systému. Navrhnout a ověřit algoritmus řízení, který bude vyhovovat pro celý rozsah provozních podmínek.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

1. Šulc, B.- Vítěčková, M.: **Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů.** Vydavatelství ČVUT Praha , 2004
2. Drábek, O.- Macháček, J,: **Experimentální identifikace.** VŠCHT Pardubice, 1987

Vedoucí diplomové práce:

doc. Ing. Jiří Macháček, CSc.
Katedra řízení procesů

Datum zadání diplomové práce: **29. listopadu 2010**

Termín odevzdání diplomové práce: **20. května 2011**



prof. Ing. Simeon Karamazov, Dr.

děkan



L.S.



Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.

vedoucí katedry

V Pardubicích dne 29. listopadu 2010

Prohlášení autora

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 25. 08. 2011

Bc. Petr Horák

Poděkování

Rád bych poděkoval především vedoucímu diplomové práce doc. Ing. Jiřímu Macháčkovi, CSc. za jeho čas a cenné rady, které přispěly k dokončení této práce. Dále bych chtěl poděkovat rodičům a přátelům, kteří mě podporovali po celou dobu mého studia.

Anotace

Obsahem této diplomové práce je především návrh a realizace řízení vertikálního pohybu modelu dvourotorového systému. Nejdříve je teoreticky rozebrána daná tematika okolo modelu, experimentální identifikace a řízení. V experimentální části práce byli proměřeny statické charakteristiky a rozšířenou metodou nejmenších čtverců identifikovány dynamické vlastnosti systému. Návrh PID regulátoru Ziegler-Nicholsovou metodou nesplňoval zadání, a proto se přistoupilo k použití robustního řízení. Model setrvává v žádaném náklonu a regulátor je schopen vyrovnat vnější vlivy, které nepříznivě působí na stabilitu systému a to pro celý rozsah provozních podmínek.

Klíčová slova

Optické rotační inkrementální čidlo; metoda nejmenších čtverců; PID regulátor; robustní řízení

Title

Vertical motion control of twin rotor system

Annotation

The present thesis is primarily a design and a realisation control of the twin rotor system vertical motion. First of all, the model, the experimental identification and the control are analysed theoretically. Secondly, in the experimental part, stationary characteristics are measured and dynamic performance of the system is defined by the method of the least squares. Since the Ziegler-Nichols design of the PID controller did not fulfil the assignment, the robust control was chosen instead. Under these conditions, the model remains in the desired angle and the controller is able to balance outside influences, which negatively influence the stability of the system. These conditions remain in whole array of operating conditions.

Keywords

Optical incremental rotary encoder; method of least squares ; PID controller; robust control

Obsah

Seznam zkratk	9
Seznam symbolů	9
Seznam obrázků	11
Seznam tabulek	12
Úvod	13
1 Popis dvourotorového systému	14
1.1 Konstrukce systému	14
1.2 Připojení k počítači	16
1.3 Snímání náklonů	17
2 Teoretická část	19
2.1 Identifikace dynamických vlastností systému	19
2.1.1 Metoda nejmenších čtverců (MNC).....	19
2.1.2 Rozšířená metoda nejmenších čtverců.....	21
2.2 Řízení	23
2.2.1 PID regulátory.....	24
2.2.2 Robustní řízení	26
3 Experimentální část	30
3.1 Statické charakteristiky čidel	30
3.2 Statické charakteristiky vertikálního pohybu systému	32
3.3 Experimentální identifikace dvourotorového systému	35
3.3.1 Metoda nejmenších čtverců (MNC).....	36
3.3.2 Rozšířená metoda nejmenších čtverců.....	38
3.4 Porovnání modelů a jejich vlastnosti	40
3.5 Návrh PID regulátoru.....	46
3.6 Návrh robustního regulátoru	49
3.6.1 Analýza neurčitostí – popis pomocí $W_a(s)$	49
3.6.2 Volba kvality řízení – popis pomocí $W_p(s)$	50
3.6.3 Optimalizace – výpočet přenosu regulátoru F_R	51
3.7 Realizace regulačního obvodu v Simulinku	53
Závěr	54
Seznam použité literatury	55

Seznam zkratek

D/A	digitálně analogový převodník
MATLAB	matrix laboratory - interaktivní programové prostředí a skriptovací programovací jazyk
USB	Universal Serial Bus - univerzální sériová sběrnice
PID regulátor	běžný spojitý regulátor, složený z proporcionální, integrační a derivační části
MNČ	metoda nejmenších čtverců – matematicko statistická metoda
RMNČ	rozšířená metoda nejmenších čtverců
AFCH	amplitudová frekvenční charakteristika
DC	direct current – stejnosměrný proud
LED	Light-Emitting Diode – dioda emitující světlo

Seznam symbolů

U_h	napětí na hlavním motoru
U_z	napětí na zadním motoru
ω_h	otáčky hlavního motoru
ω_z	otáčky zadního motoru
α_v	úhel vertikálního natočení
α_h	úhel horizontálního natočení
θ_i	odhadované parametry
f_i	funkce vstupní i výstupní veličiny
n	řád modelu
n_n	posloupnost nekorelovaných hodnot
$w(k)$	žádaná hodnota
$y(k)$	výstupní veličina
$e(k)$	regulační odchylka
$u(k)$	akční zásah
r_{0k}	kritické zesílení
T_k	kritická perioda
$F_S(s)$	přenos soustavy
$F_R(s)$	přenos regulátoru
$W(s)$	váhová funkce

$\Delta(s)$	třída neurčitosti
R	velikost amplitudy relé
e_{max}	amplituda výstupní veličiny u metody Z-N
ω_B	frekvence, při které nejhorší AFCH poprvé projde hodnotou 0dB (= zesílení 1)
A	velikost zesílení na nízkých kmitočtech
M	velikost zesílení na vysokých kmitočtech
$S(s)$	citlivostní funkce
$T(s)$	komplementární citlivostní funkce
U_t	napětí z tachodynamama
T_d	dopravní zpoždění
T_s	doba ustálení

Seznam obrázků

Obr. 1.1 – Dvourotorový systém[1].....	14
Obr. 1.2 – Blokové schéma dvoumotorového systému	15
Obr. 1.3 – Zařízení NI USB-6009 pro sběr dat.....	16
Obr. 1.4 – Princip funkce optického rotačního snímače[4]	17
Obr. 1.5 – Vícekanálový optický enkodér[4].....	17
Obr. 1.6 – Vyhodnocení směru otáčení optickým enkodérem[4].....	18
Obr. 2.1 – Blokové schéma regulačního obvodu	23
Obr. 2.2 – Standardní zapojení PID regulátoru[6].....	25
Obr. 2.3 – Přehled metod nastavení parametrů[6]	25
Obr. 2.4 – Multiplikativní neurčitost[7].....	27
Obr. 3.1 – Statické charakteristiky.....	30
Obr. 3.2 – Statická charakteristika DC motoru.....	31
Obr. 3.3 – Závislost mezi napětím tachodynamu U_t a úhlem natočení α	31
Obr. 3.4 – Závislost velikosti úhlu náklonu na napětí z inkrementálního čidla.....	32
Obr. 3.5 – Statická charakteristika pro $U_z = 0V$ (max.otáčky po směru hod. ručiček)....	33
Obr. 3.6 – Statická charakteristika pro $U_z = 2,5V$ (netočí se).....	33
Obr. 3.7 – Statická charakteristika pro $U_z = 5V$ (max.otáčky protisměru hod. ručiček) .	34
Obr. 3.8 – Statická charakteristika pro $U_h = 3,2V$ (polovina otáček)	35
Obr. 3.9 – Identifikace systému v prac. bodě $U_h=2V$, $U_z=2,5V$, model II. řádu s T_d	37
Obr. 3.10 – Identifikace systému v prac. bodě $U_h=2V$, $U_z=2,5V$, model III. řádu s T_d	38
Obr. 3.11 – Identifikace systému v prac. bodě $U_h=2V$, $U_z=2,5V$, model III. řádu RMNČ s T_d	39
Obr. 3.12 – Odezva systému na skok z $U_h= 1,5V$ na $2,5V$	42
Obr. 3.13 – Odezva systému na skok z $U_h= 2V$ na $3V$	42
Obr. 3.14 – Odezva systému na skok z $U_h= 2,5V$ na $3,5V$	43
Obr. 3.15 – Odezvy systému na jednotkový skok při $U_z= 2,5V$ (netočí se)	44
Obr. 3.16 – Amplitudová frekvenční charakteristika modelů pro $U_h = 2V$	45
Obr. 3.17 – Naměřená amplitudová frekvenční charakteristika	45
Obr. 3.18 – Regulace při $U_z = 5V$, PID regulátor.....	47
Obr. 3.19 – Regulace při $U_z = 0V$, PID regulátor.....	47
Obr. 3.20 – Regulace při $U_z = 5V$, druhý PID regulátor.....	48
Obr. 3.21 – Regulace při $U_z = 0V$, PI regulátor.....	49
Obr. 3.22 – Aproximační váhová funkce.....	50
Obr. 3.23 – Robustní kvalita řízení.....	51
Obr. 3.24 – Regulace při $U_z = 0V$, robustní.....	52
Obr. 3.25 – Regulace při $U_z = 5V$, robustní.....	52
Obr. 3.26 – Zapojení regulačního obvodu v Simulinku.....	53

Seznam tabulek

Tab. 2.1 – Výpočet parametrů.....	26
Tab. 3.1 – Hodnoty parametrů identifikovaných modelů.....	40
Tab. 3.2 – Hodnoty zesílení pro jednotlivé pracovní body.....	41
Tab. 3.3 – Hodnoty překmitu v jednotlivých pracovních bodech.....	41

Úvod

Cílem diplomové práce bylo navrhnout a ověřit algoritmus řízení laboratorního modelu dvourotorového systému, který bude sloužit ve výuce pro ověření dosažených znalostí z oblasti řídicích technologií. Návrh spočíval v experimentální identifikaci matematického modelu systému a v určení konstant regulátoru, který zajišťoval řízení vertikálního pohybu systému přes vývojové prostředí MATLAB/Simulink.

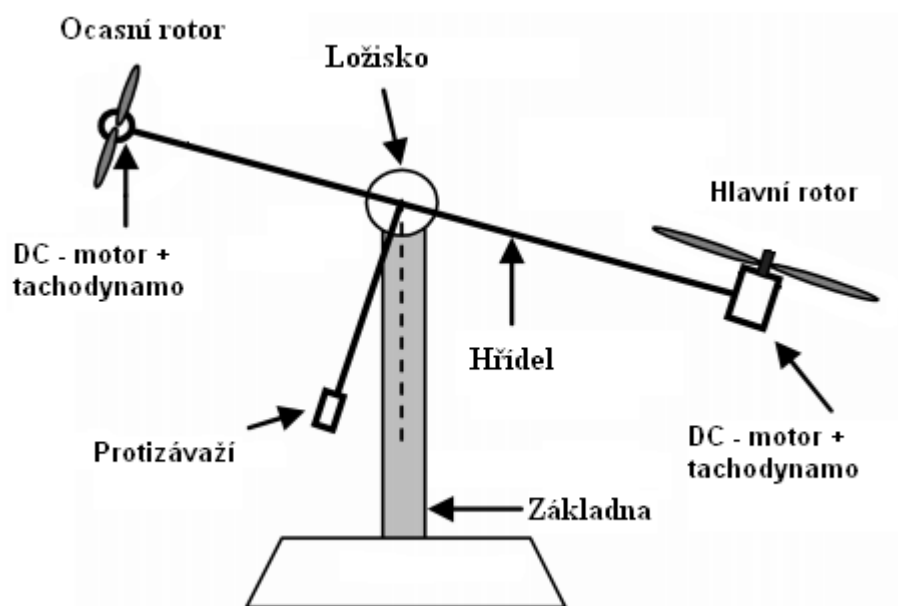
První kapitola se věnuje popisu konstrukce dvourotorového systému, jeho připojení k počítači a principu použitých snímačů náklonů. Druhou kapitolou je teoretická část, která rozebírá dva hlavní body zadání. Prvním z nich je experimentální identifikace dynamických vlastností systému, která je realizována metodou nejmenších čtverců nebo jejími alternativami. Druhým bodem je řízení. V tomto bodě je popsán základní princip použitých regulátorů a principy jejich návržení. Třetí kapitolou je pojednání o experimentální části diplomové práce. Postupně jsou prezentovány výsledky měření statických charakteristik, experimentální identifikace dynamických vlastností a v neposlední řadě návrh regulátorů s ukázkou jejich schopnosti regulovat vertikální pohyb systému. Poslední částí práce je závěr, ve kterém jsou rozebrány dosažené výsledky.

1 Popis dvourotorového systému

Zkoumaný dvourotorový systém je modelem upoutané helikoptéry. Modely podobného nebo stejného typu se využívají zejména k získání praktických zkušeností při řízení vícerozměrných soustav. Jedná se o soustavu se dvěma vstupy a dvěma výstupy. Vstupem do soustavy jsou napětí na hlavní a ocasní motor ovládající rychlost otáčení rotorů. Výstupem je potom vertikální a horizontální úhel natočení modelu.

1.1 Konstrukce systému

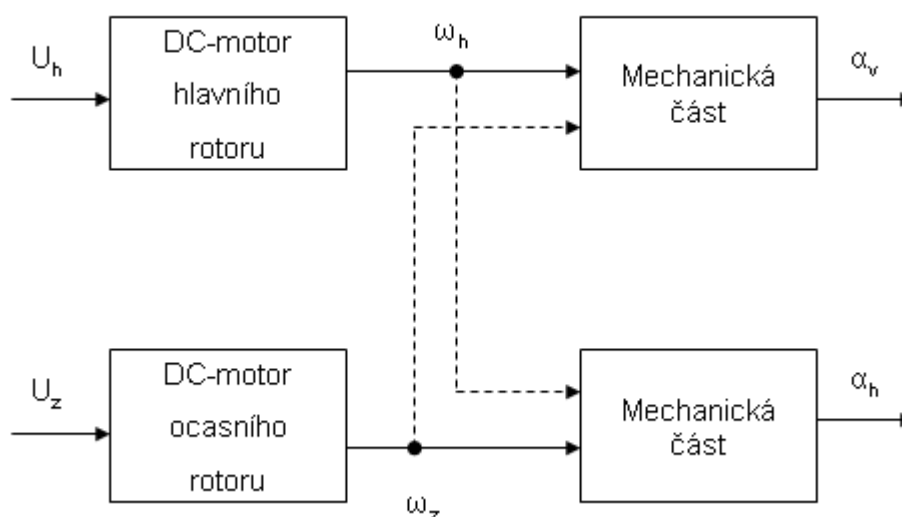
Dvourotorový systém i s jeho hlavními součástmi je znázorněn na obr. 1.1. Model je složen z hřídele, která je otočně spojena s pevnou základnou. Na obou koncích hřídele jsou umístěny hlavní a ocasní rotor. Vrtule rotorů jsou vůči sobě posunuty o 90° . Oba rotory jsou poháněny pomocí stejnosměrných zdrojů a zároveň jsou na nich měřeny jejich otáčky pomocí připojených tachodynamů.



Obr. 1.1 – Dvourotorový systém[1]

Ocasní rotor oproti rotoru hlavnímu má jednu funkci navíc. Podle přiloženého napětí se může točit po směru hodinových ručiček (napětí zhruba $0 - 2,5\text{ V}$), být v klidovém stavu ($2,5\text{ V}$), a nebo se pohybovat protisměru hodinových ručiček ($2,5\text{ V} - 5\text{ V}$). Hodnoty nejsou zcela přesné, protože při malé změně napětí kolem $2,5\text{ V}$ se rotor ještě nepohybuje.

Otočné uložení hřídele umožňuje její pohyb jak ve vertikálním, tak i v horizontálním směru. Tato práce je zaměřená na řízení pohybu ve vertikálním směru, proto je pohyb v horizontálním směru zaaretován a model má možnost se pohybovat pouze v námi žádaném rozmezí. Klidová poloha ve vertikálním směru je nastavena pomocí další součásti modelu, kterou je protizávaží. Jeho velikost byla zvolena tak, aby konec hřídele s hlavním rotorem byl sklopen dolů pod úhlem 45° vzhledem k horizontální rovině, pokud se rotory netočí. Maximální výchylka má být 90° , při nejvyšších otáčkách hlavního rotoru.



Obr. 1.2 – Blokové schéma dvoumotorového systému

Blokové schéma systému je znázorněno na obr. 1.2. Schéma vychází z blokového uspořádání soustavy se dvěma vstupy a dvěma výstupy. Jeden výstup systému je ovlivňován jak přímou větví (tj. příslušným vstupem), tak i křížovou vazbou z druhého vstupu, která je na obrázku znázorněna přerušovanou čarou. Systém je pro jednoduchost rozdělen na dva základní bloky, které jsou v systému obsaženy dvakrát pro vertikální i horizontální rovinu. Prvními bloky jsou stejnosměrné motory, jejichž vstupem jsou napětí U_h a U_z , které ovládají rychlost otáček rotorů ω_h a ω_z . Druhé dva bloky zastupují mechanickou část systému. Jejich výstupem jsou úhly v příslušné rovině α_v pro vertikální rovinu a α_h pro rovinu horizontální. Velikost náklonu ovlivňují otáčky z příslušné roviny a zároveň i otáčky z roviny kolmé, což na schématu představuje křížová vazba nakreslená přerušovaně. V této práci se systém ovšem v horizontální rovině nepohybuje, tudíž se

blokové schéma změně na schéma systému se dvěma vstupy a pouze jedním výstupem, kterým bude úhel α_v . [2]

1.2 Připojení k počítači

Model je propojen s počítačem pomocí zařízení NI USB-6009. To je jednoduché a levné zařízení (viz obr. 1.3) pro rychlé a jednoduché měření dat od firmy National Instruments. S počítačem komunikuje pomocí univerzálního rozhraní USB, ze kterého je také napájené. Zařízení obsahuje osm analogových vstupů, které lze zapojit buď jako osm nesymetrických kanálů (proti společné zemi), jejichž rozlišení je 13 bitů, nebo jako 4 symetrické (diferenciální) kanály, u kterých rozlišení činí 14 bitů. Maximální vzorkovací rychlost dosahuje 48 kHz, což znamená, že dokáže zpracovat až 48000 vzorků za sekundu. Dále obsahuje dva analogové výstupy (každý obsahuje 12-bitový D/A převodník), dvanáct vstupně/výstupních digitálních linek, u kterých je každý kanál samostatně nastavitelný, a jeden 32-bitový čítač.

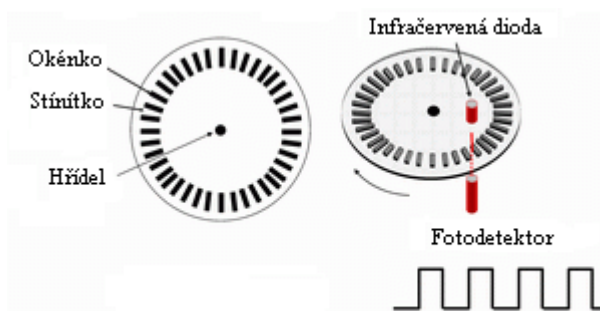


Obr. 1.3 – Zařízení NI USB-6009 pro sběr dat

Pomocí analogových výstupů je přes model v prostředí MATLAB/Simulink možno nastavit napětí na stejnosměrných motorcích, jak hlavního tak i ocasního motoru, které jsou ovládány napětím v rozsahu 0 až 5 V. Analogové vstupy jsou využity pro načítání měřených hodnot do počítače. Snímá se napětí z tachodynam, které měří otáčky obou motorů, a napětí ze snímačů úhlů natočení.[3]

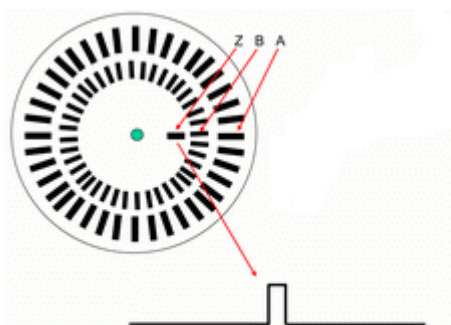
1.3 Snímání náklonů

Snímání náklonů a natočení hřídele je realizováno optickými rotačními inkrementálními snímači polohy. Jednoduše se dá říct, že rotační snímač je elektromechanický převodník, který převádí rotační pohyb na sekvence elektrických impulsů. Celý systém optického snímače je složen z disku s otvory (viz obr. 1.4), hřídelí pevně spojenou s diskem (enkodérem), světelným zdrojem prosvěčujícím otvory v disku (LED dioda) a detektorem infračerveného záření.



Obr. 1.4 – Princip funkce optického rotačního snímače[4]

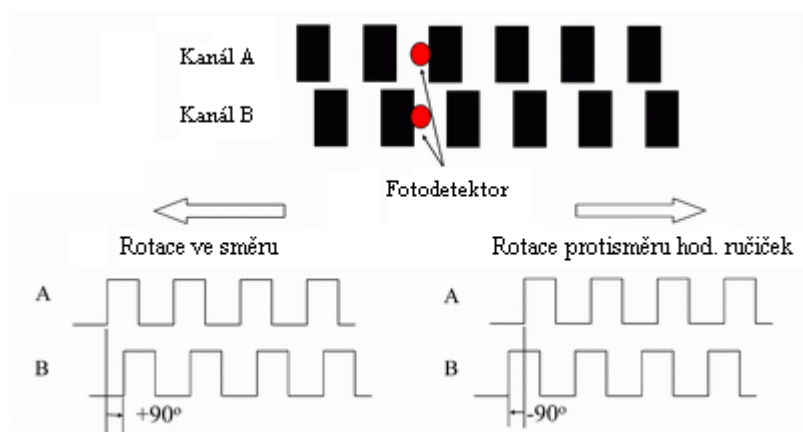
Princip funkce snímače je následující. Paprsek infračerveného záření vysílaný infračervenou diodou LED (umístěnou před diskem) může procházet diskem pouze průhlednými okénky, zatímco zbývající část disku je neprůhledná a funguje jako stínítko, které pohlcuje světlo. Díky otáčení disku spojeného se systémem vznikají světelné impulsy, které dopadají na fotodetektor (umístěný za diskem), který je převádí na elektrické impulsy ve tvaru obdélníkového signálu.



Obr. 1.5 – Vícekanálový optický enkodér[4]

Inkrementální enkodér obvykle generuje dva obdélníkové průběhy, které jsou vzájemně posunuté o 90° a jsou označeny kanál A a kanál B (viz obr. 1.5 a 1.6). Zpracováním signálu ze samotného kanálu A lze získat informaci o rychlosti otáčení

a pomocí druhého kanálu, tedy kanálu B, je možné podle sekvence stavů generovaných oběma kanály rozeznat i směr otáčení (viz obr. 1.6). U některých snímačů bývá k dispozici ještě další signál, nazývaný Z nebo také nulový kanál, který udává referenční (nulovou) polohu hřídele enkodéru. Tento signál je také obdélníkový a má souhlasnou fázi se signálem kanálu A. [4]



Obr. 1.6 – Vyhodnocení směru otáčení optickým enkodérem[4]

Signály ze snímačů jsou posléze upraveny a softwarově vyhodnoceny jednočipovým mikroprocesorem firmy Atmel ATmega8. Mikroprocesor zároveň zpracovává i signály z optočlenů definujících výchozí polohu hřídele, které pracují na stejném principu jako snímače náklonu a natočení hřídele. Mikroprocesor pak změřenou hodnotu zobrazí na LCD displeji.

2 Teoretická část

2.1 Identifikace dynamických vlastností systému

Identifikovat systém znamená získat jeho matematický popis, čili nějaký matematický model, který vyjadřuje dynamické chování systému. Při tvorbě modelu lze postupovat dvěma způsoby. Model, nejčastěji přenosová funkce systému, lze vytvořit buď matematicko-fyzikální analýzou, nebo experimentální identifikací. Dynamický model popisuje chování námi identifikovaného systému při změnách vstupních signálů. Systémy se zpravidla vyjadřují lineárním modelem, u něhož je závislost mezi vstupními a výstupními veličinami lineární. Tato podmínka ovšem u většiny systémů není splněna, a tak lineární model popisuje systém jen v omezeném rozsahu signálů. Toto samozřejmě platí i pro náš nelineární dvourotorový systém. V případě této práce je využito experimentální identifikace.

Experimentální identifikace je postup, při němž se na základě proměření odezvy soustavy na definovaný vstupní signál, určí matematický model. Chování modelu podle zvoleného kritéria se porovná s chováním námi identifikovaného systému. Určují se jak parametry modelu, tak i jeho tvar. Tvar modelu může být rozdílný od tvaru modelu určeného matematicko-fyzikální analýzou. Někdy je vhodné oba modely porovnávat a případně doplňovat. U experimentální identifikace mohou být některé parametry zanedbány, a proto je model rozdílný.

2.1.1 Metoda nejmenších čtverců (MNČ)

Jedná se o jednu ze základních statistických metod odhadu parametrů. Obecný tvar modelu, který chceme odhadovat je:

$$y(k) = \sum_{i=1}^n \theta_i f_i(k) \quad (2.1)$$

θ_i - odhadované parametry

f_i - funkce vstupní i výstupní veličiny

n – řád modelu

Při MNČ se odhady parametrů získají na základě kritéria minimálního součtu kvadrátů chyby $e(k)$:

$$S = \sum_{k=1}^N e^2(k) = \sum_{k=1}^N \left[y(k) - \sum_{i=1}^n \theta_i f_i(k) \right]^2 \quad (2.2)$$

Chybová funkce S nabývá minima v případě, že parciální derivace podle parametrů jsou nulové. Získá se tak soustava n rovnic o n neznámých jejímž řešením jsou hodnoty odhadů parametrů $\hat{\theta}_i$. Při popisu metody se výhodně využívá vektorově-maticový zápis. Ten umožňuje jednodušší zápis výrazů a později usnadňuje programování algoritmu v prostředí MATLAB. Soustavu rovnic lze zapsat ve tvaru:

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e} \quad (2.3)$$

Řešením této rovnice za předpokladu nulových parciálních derivací dostaneme základní maticový tvar pro odhad parametrů MNČ:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{y} \quad (2.4)$$

Je-li model soustavy ve tvaru

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e_r(k) \quad (2.5)$$

jsou vektory ve vztazích definovány takto:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= [y(n+1) \quad y(n+2) \quad \dots \quad y(N)]^T \\ \mathbf{e} &= [e_r(n+1) \quad e_r(n+2) \quad \dots \quad e_r(N)]^T \\ \boldsymbol{\theta} &= [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n]^T \end{aligned}$$

A matice \mathbf{F} je definována následujícím způsobem:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -y(n) & -y(n-1) & \dots & -y(1) & u(n) & u(n-1) & \dots & u(1) \\ -y(n+1) & -y(n) & \dots & -y(2) & u(n+1) & u(n) & \dots & u(2) \\ \vdots & & & & & & & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & u(N-2) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix}$$

N – počet naměřených vzorků

V modelu soustavy jsou $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$ polynomy následujícího tvaru

$$A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i} \quad B(z^{-1}) = \sum_{i=1}^n b_i z^{-i} \quad (2.6a,b)$$

Hodnoty $u(k)$ zde představují velikost definovaného vstupního signálu a hodnoty $y(k)$ jsou změřené hodnoty odezvy systému na vstupní signál $u(k)$.

Pro nestranný odhad parametru $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ musí být splněna podmínka

$$E[\hat{\boldsymbol{\theta}}] = \boldsymbol{\theta} \quad (2.7)$$

Tato podmínka zaručuje, že se při používání odhadu $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ místo $\boldsymbol{\theta}$ nedopustí systematická chyba. V tomto případě se střední hodnota odhadu určí z rovnic (2.3) a (2.4). Její výsledná podoba je následující:

$$E(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \boldsymbol{\theta} + E\left[\left(\mathbf{F}^T \mathbf{F}\right)^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{e}\right] \quad (2.8)$$

Pokud je druhý člen z (2.8) roven nule, pak je odhad parametrů nestranný. To je splněno pokud prvky matice \mathbf{F} a vektoru \mathbf{e} budou nezávislé a zároveň bude $E(\mathbf{e}) = 0$. Nezávislost matice \mathbf{F} a vektoru \mathbf{e} je splněna pro nekorelovaný signál chyby \mathbf{e} . U dynamických soustav jsou podmínky splněny jen u soustav se zanedbatelným šumovým signálem.[5]

2.1.2 Rozšířená metoda nejmenších čtverců

Hlavním rozdílem oproti klasické MNČ je využití chyby rovnice, která je dána vztahem:

$$e_r(k) = \frac{n_n(k)}{D(z^{-1})} \quad (2.9)$$

n_n – posloupnost nekorelovaných hodnot

Model lze takto zapsat ve tvaru

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + [1 - D(z^{-1})] \cdot e_r(k) + n_n(k) \quad (2.10)$$

Vektory a matice, se kterými se pracuje, jsou definovány podobně jako u obecné MNČ. Vektor \mathbf{y} je totožný, ale u ostatních jsou následující změny:

$$\mathbf{e} = [n_n(n+1) \quad n_n(n+2) \quad \dots \quad n_n(N)]^T$$

$$\boldsymbol{\theta} = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n \quad d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_n]^T$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -y(n) & \dots & -y(1) & u(n) & \dots & u(1) & -e_r(n) & \dots & -e_r(1) \\ -y(n+1) & \dots & -y(2) & u(n+1) & \dots & u(2) & -e_r(n+1) & \dots & -e_r(2) \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ -y(N-1) & \dots & -y(N-n) & u(N-1) & \dots & u(N-n) & -e_r(N-1) & \dots & -e_r(N-n) \end{bmatrix}$$

Polynomy $A(z^{-1})$ a $B(z^{-1})$ jsou definovány rov. (2.6a,b), podobně se vyjádří i polynom $D(z^{-1})$:

$$D(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n d_i z^{-i} \quad (2.11)$$

K odhadu parametrů $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ se používá rov. (2.4) jako u obecné MNČ. Podmínka pro nestranný odhad je tu vždy splněna díky nekorelovaným hodnotám $n_n(k)$, které tvoří chybu \mathbf{e} . Výpočet se sestává ze dvou kroků. Je nutné znát hodnoty $e_r(k)$ v matici \mathbf{F} , které jdou ovšem určit až ze znalosti hodnot parametrů $\hat{\boldsymbol{\theta}}$. Proto je v prvním kroku nutno určit hodnoty parametrů a_i a b_i , ze kterých se vypočítají první pořadnice chyby rovnice $e_r(k)$. Ve druhém kroku se v cyklu počítají nové odhady parametrů $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ společně s dalšími $e_r(k)$. Parametry se postupně zpřesňují, a tak dostáváme přesnější model soustavy.[5]

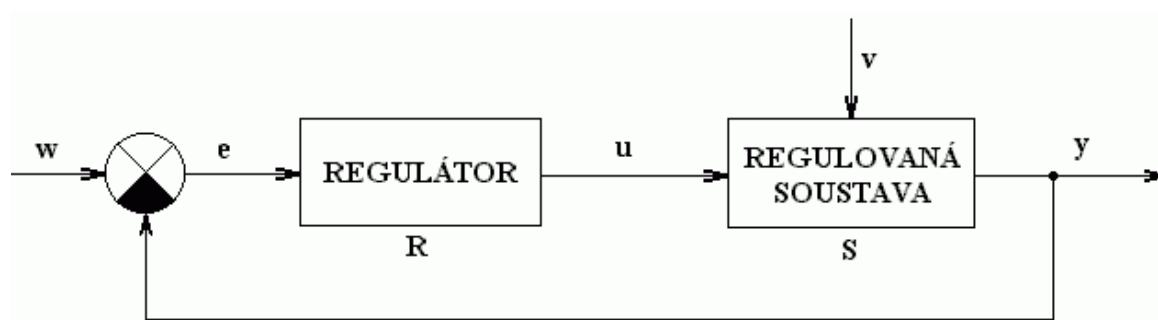
2.2 Řízení

Řízení se využívá hlavně v případech, kdy chceme zajistit regulované soustavě požadované chování nebo stabilizovat nestabilní systém. Hlavní cíle řízení jsou tedy následující:

- sledování žádané hodnoty $w(t)$
- potlačení poruch
- stabilizace nestabilní soustavy

Kvalita regulace se posoudí ze sledovaných, případně i zadaných požadavků na řízení. Může jich být nespočetná řada, zde pár příkladů:

- přípustná ustálená regulační odchylka při konstantním poruchovém signálu
- přípustná ustálená odchylka sledování referenčního signálu (skok, rampa atd.)
- přípustné dynamické chování systému (doba náběhu, překmit atd.)
- potlačení šumu
- robustní stabilita, stabilita při velkých změnách parametrů
- robustní chování, splnění požadavků při velkých změnách parametrů



Obr. 2.1 – Blokové schéma regulačního obvodu

Při řízení se s výhodou využívá záporné zpětné vazby, která má oproti přímé vazbě řadu výhod. Zpětná vazba kompenzuje vliv poruchy a neurčitosti modelu, dokáže stabilizovat nestabilní soustavu a umožňuje lepší přechodové chování a přesnější ustálené

chování. Ovšem má i některé nevýhody. V určitých případech může ohrozit stabilitu a oproti přímé vazbě je složitější a dražší (potřeba senzoru). Ovšem výhody zpětné vazby převažují, a proto se využívá ve většině aplikací. Přímá vazba totiž nedokáže stabilizovat nestabilní soustavu a ani nedokáže kompenzovat vliv poruchy ani neurčitosti modelu.

Systemy se zpětnou vazbou jsou systémy, ve kterých je velikost regulované veličiny y měřena a srovnávána s žádanou hodnotou w . Nejjednodušší zapojení regulačního obvodu se zápornou zpětnou vazbou znázorňuje obr. 2.1. Odečtením hodnot $w(t)$ a $y(t)$ vznikne regulační odchylka $e(t)$.

$$e(t) = w(t) - y(t) \quad (2.12)$$

Tuto regulační odchylku zpracovává algoritmus řízení, který je použit v regulátoru R. Akční veličina $u(t)$ vytvořená na základě zpracování regulační odchylky v regulátoru pak ovlivňuje soustavu S tak, aby se regulační odchylka minimalizovala.

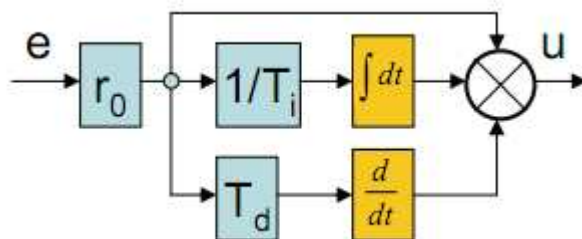
2.2.1 PID regulátory

PID regulátor je složen ze tří částí a je charakterizován následující rovnicí:

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.13)$$

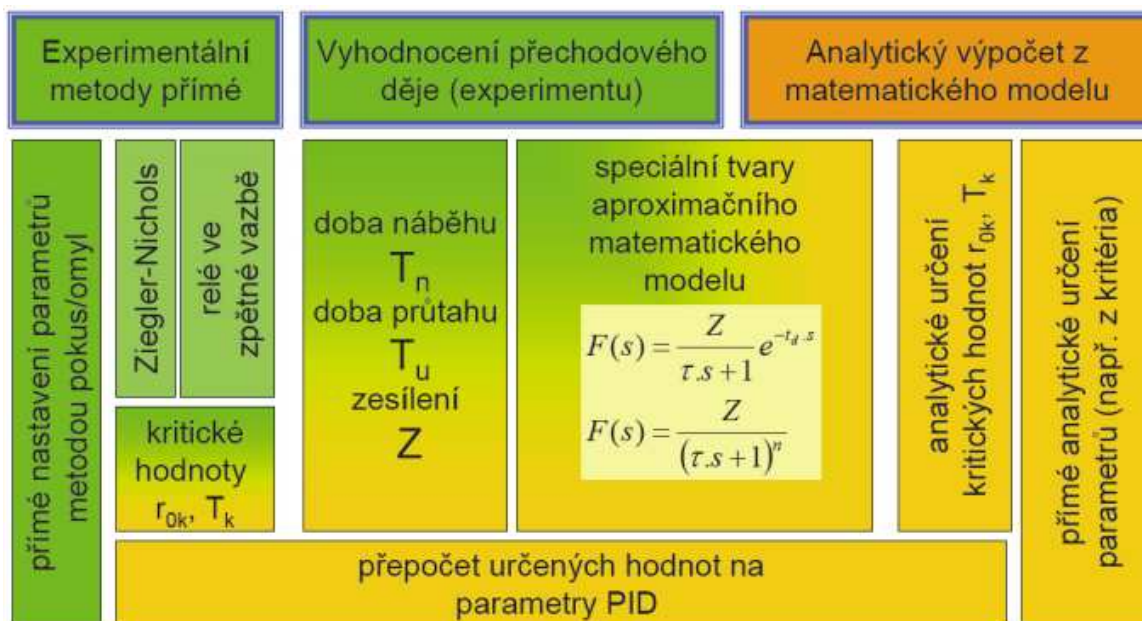
Prvním členem je proporcionalní složka P, která zmenšuje ustálenou odchylku, ale sama o sobě často výstup rozkmitá a to vede ke ztrátě stability. Druhým členem je integrační složka I. Jejím hlavním přínosem je, že v ustáleném stavu je vždy odchylka na skok nulová. Posledním členem je složka derivační D. Derivační složka zrychluje regulační děj. Jednotlivé složky se k regulaci využívají samostatně nebo v různých kombinacích. Samostatně ovšem nelze použít člen D, který je fyzikálně nerealizovatelný. Po úpravě rov.(2.13) dostaneme rovnici pro standardní zapojení regulátoru PID (obr. 2.2), které se nejčastěji používá.

$$u(t) = r_0 \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.14)$$



Obr. 2.2 – Standardní zapojení PID regulátoru[6]

Metod nastavení PID regulátoru je nepřehledná řada. Dělí se na tři základní skupiny. Jednou nich je experimentální návrh parametrů regulátoru. Při této metodě se, jak už z jejího názvu vyplývá, z experimentu (např. vyhodnocení přechodového děje) určí parametry regulátoru. Další velkou skupinou je analytické určení parametrů. Zde se např. z matematického modelu soustavy určí parametry regulátoru. Poslední a tedy třetí skupinou určení parametrů je kombinace dvou předcházejících. Názorně jsou tyto možnosti nastavení ukázány na obr. 2.3. Zelená barva označuje experimentální metody a barva žlutá metody analytické.[6]



Obr. 2.3 – Přehled metod nastavení parametrů[6]

Jednoduchou a léty prověřenou metodou nastavení PID regulátoru je Zieglerova – Nicholsova metoda. U ní je potřeba experimentálně zjistit parametry kritického zesílení r_{0k} a kritické periody T_k a z nich se podle tab. 2.1 určí parametry regulátoru.

Tab. 2.1 – Výpočet parametrů

Typ	r_0	T_i	T_d
P	$0,5r_{0k}$		
PI	$0,45r_{0k}$	$0,85T_k$	
PID	$0,6r_{0k}$	$0,5T_k$	$0,125T_k$

Jsou dvě možnosti jak určit hodnoty kritického zesílení a kritické periody. Prvním je zvyšování zesílení proporcionální složky regulátoru při nulovém vlivu integrační a derivační složky. Zesílení se zvyšuje až do doby, kdy se uzavřený regulační obvod dostane na mez stability, to znamená, že se rozkmitá s konstantní amplitudou. Hodnota zesílení při tomto stavu se pak rovná r_{0k} . Hodnotou T_k se rozumí perioda kmitů na výstupu soustavy. Druhým způsobem je pak zapojení relé do zpětné vazby, které tvoří diskretní obdélníkový průběh a soustavu také dostane na mez stability. Hodnota T_k se pak určí stejně jako v předešlé metodě a hodnota r_{0k} je vypočítaná z následujícího vztahu:

$$r_{0k} = \frac{4 \cdot R}{\pi \cdot e_{\max}} \quad (2.15)$$

kde

R – velikost amplitudy relé

e_{\max} – amplituda výstupní veličiny

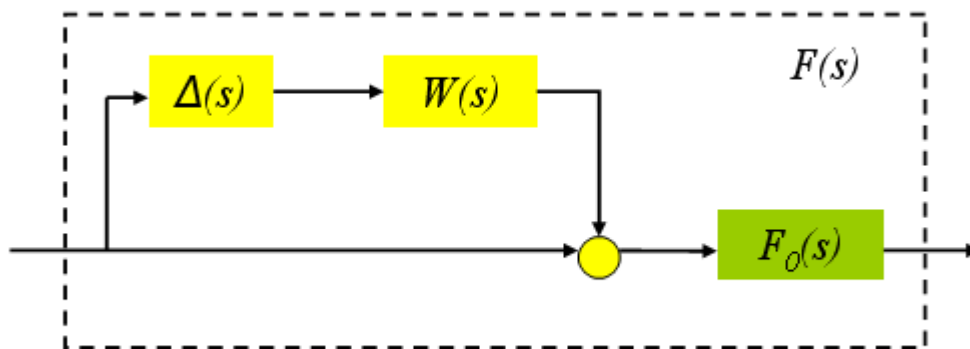
2.2.2 Robustní řízení

Největší výhodou této metody návrhu regulátoru je to, že bere v úvahu nepřesnost modelu. Ta vzniká především při samotném modelování, kdy zanedbáváme některé fyzikální jevy z důvodů zjednodušení modelu, nebo z jejich neznalosti. Nepřesnost ale může vzniknout i později, například změnou vlastností soustavy (stárnutí součástek apod.), nebo působením poruchy (šum apod.) na soustavu. Robustní tedy znamená, že při návrhu regulátoru matematicky popíšeme neurčitost a regulátor musí pracovat i v nejhorším možném případě. Matematické popisy nepřesnosti se dělí do dvou skupin:

- **parametrické** – mění se parametry soustavy (u elektronických obvodů to můžou být například hodnoty odporu R a kapacity C , které mají vliv na časovou konstantu τ), v úvahu se zpravidla berou jejich maximální a minimální hodnoty.

- **neparametrické (dynamické)** – používá se častěji. Vychází z amplitudové frekvenční charakteristiky (AFCH) soustavy, pro kterou se stanoví váha $W(s)$, která určuje, jak se neurčitosti chovají na různých kmitočtech f .

Nejčastěji se počítá s multiplikativní neurčitostí, jejíž blokový model je na obr. 2.4. $F_0(s)$ je nominální model soustavy, $W(s)$ je pevná váhová funkce a $\Delta(s)$ je třída neurčitosti.



Obr. 2.4 – Multiplikativní neurčitost[7]

Pevná váhová funkce W reprezentuje dynamiku neurčitosti a vypočítá se ze vztahu:

$$W(s)\Delta(s) = \frac{|F_s(s) - F_0(s)|}{|F_0(s)|} \quad (2.16)$$

Zde se počítá s $\Delta(s) = 1$, pro kterou je neurčitost modelu největší. Pomocí AFCH všech váhových funkcí W určíme aproximační neurčitost W_a , pod kterou budou všechny AFCH a tedy se bude jednat o nejhorší případ, který může u soustavy nastat. Pro vyjádření W_a se často využívá jednoduchý přenos AFCH vyjádřený rovnicí pro esovitou křivku:

$$W_a(s) = \frac{s + \omega_B A}{\frac{s}{M} + \omega_B} \quad (2.17)$$

kde

ω_B – frekvence, při které nejhorší AFCH poprvé projde hodnotou 0dB (= zesílení 1)

A – velikost zesílení na nízkých kmitočtech

M – velikost zesílení na vysokých kmitočtech

Robustní řízení má opět za cíle především stabilitu uzavřeného regulačního obvodu a dosažení určité kvality řízení (překmit, doba náběhu, apod.), která určuje jak vypadá průběh regulačního pochodu. Robustní kvalita řízení (performance) W_p je opět námi definovaný přenos AFCH podobně jako u W_a .

$$W_p(s) = \frac{\frac{s}{\omega_B} + 1}{s + \omega_B A} \quad (2.18)$$

Kvalita řízení tedy určuje tvar přechodové charakteristiky, která je svázána s průběhem AFCH citlivostní funkce $S(s)$:

$$S(s) = \frac{1}{1 + F_R(s)F_S(s)} \quad (2.19)$$

kde

$F_R(s)$ – přenos regulátoru

$F_S(s)$ – přenos soustavy

Citlivostní funkce $S(s)$ se musí nacházet pod úrovní křivky W_p , což vystihuje následující podmínka:

$$|S(s)| < \frac{1}{|W_p(s)|} \quad (2.20)$$

Matematické vyjádření podmínky pro robustní stabilitu a robustní kvalitu řízení je následující:

$$|S_0(s)W_p(s)| + |T_0(s)W_a(s)| < 1 \quad (2.21)$$

kde

T_0 – komplementární citlivostní funkce nebo také přenos řízení

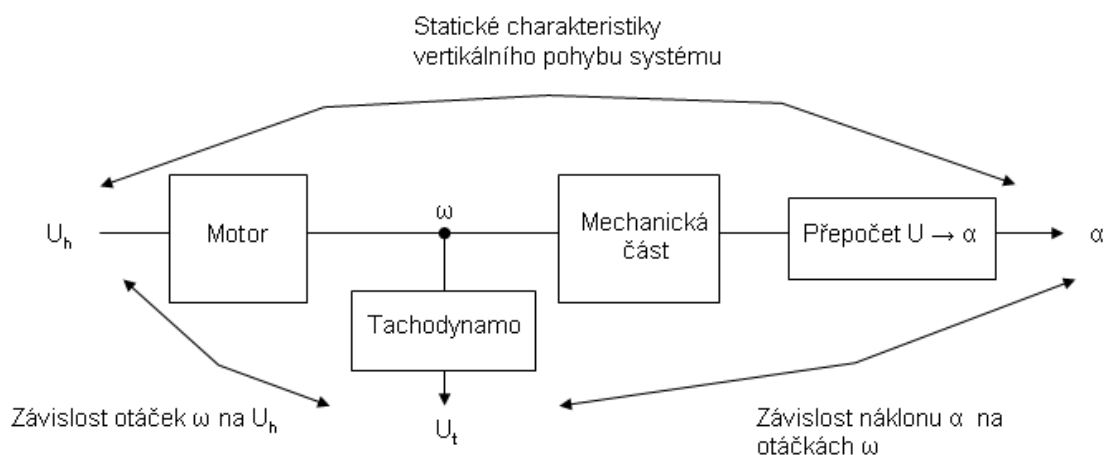
$$T(s) = \frac{F_R(s)F_S(s)}{1 + F_R(s)F_S(s)} \quad (2.21)$$

3 Experimentální část

V této kapitole budou prezentovány výsledky práce, která byla zpracována na základě teoretických znalostí z kapitoly předchozí. Podkapitoly jsou řazeny chronologicky tak, jak postupovala samotná práce. Nejprve bylo nutné proměřit statické charakteristiky, posléze identifikovat modely systému pro různé pracovní body a v neposlední řadě navrhnout regulátory a otestovat je na dvourotorovém systému.

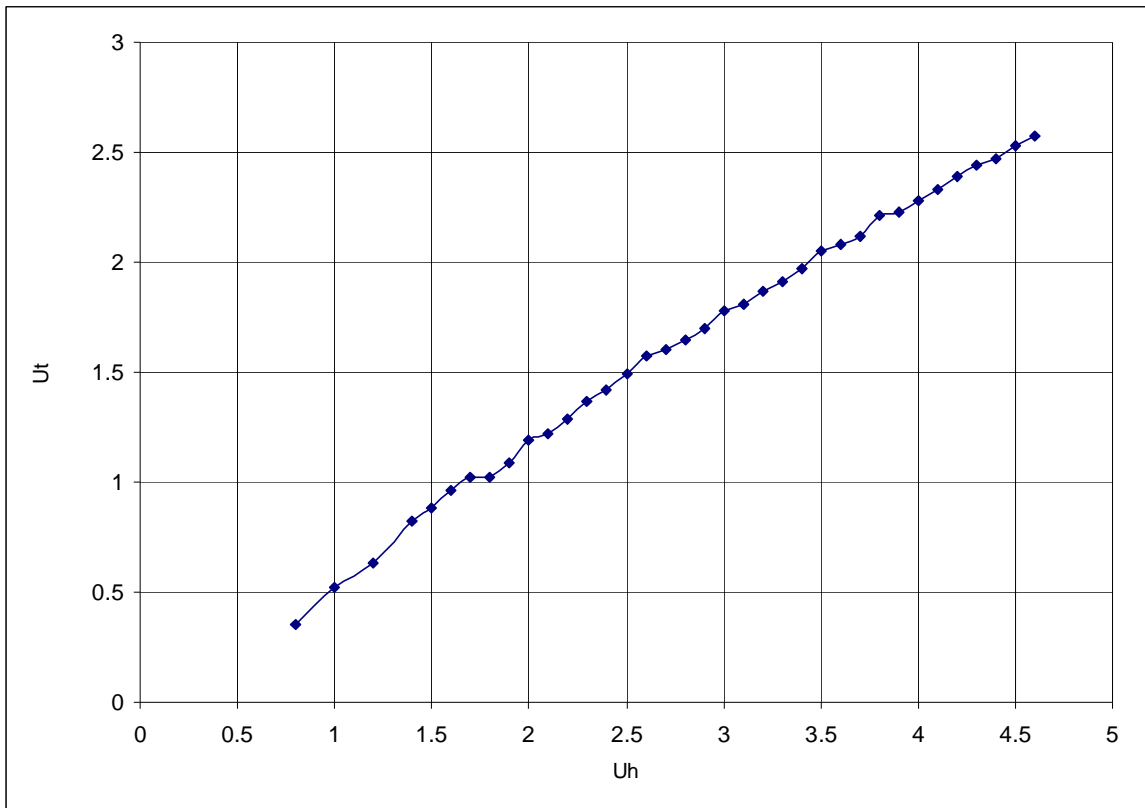
3.1 Statické charakteristiky čidel

Stejnoseměrné DC motory pohánějící oba rotory již mají integrovaná tachodynamata. Tyto motorky se používaly ve spotřební elektronice, bohužel se k nim již nedá dohledat datasheet, a tak neznáme přesný převod mezi napětím a otáčkami. Bylo tedy možné proměřit pouze statické charakteristiky motoru a závislost napětí z tachodynamata na velikost náklonu (obr. 3.1).

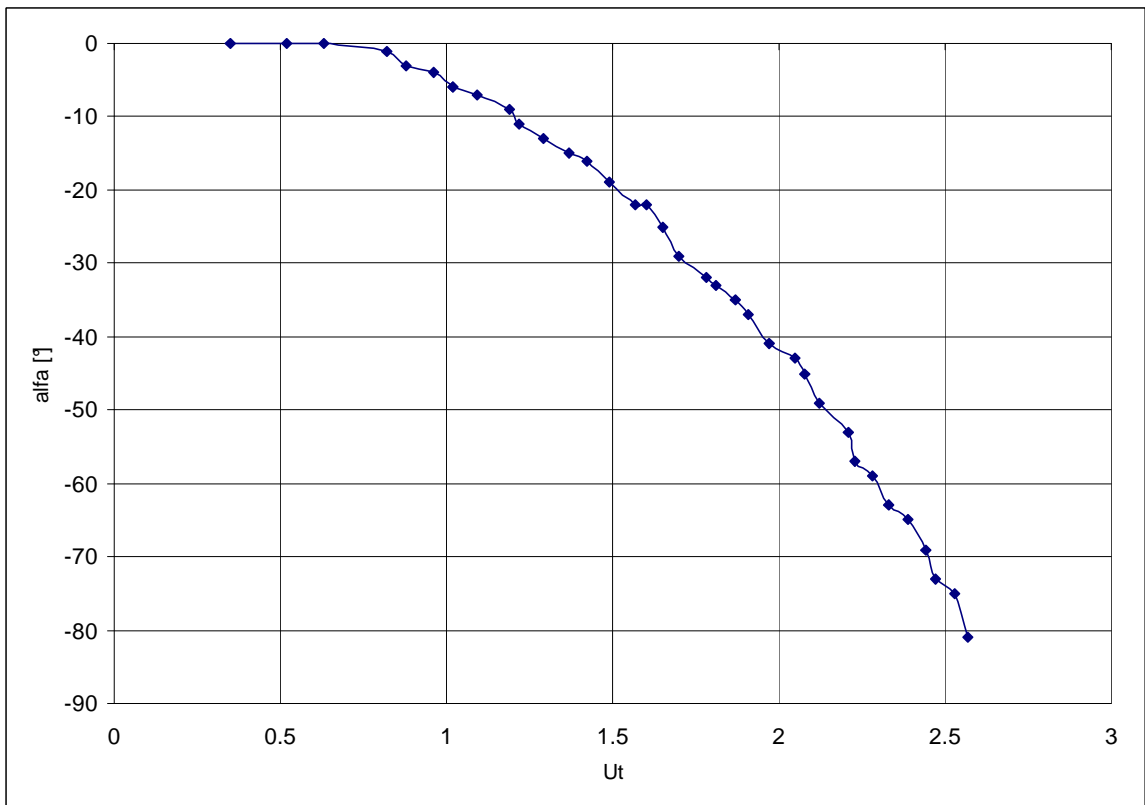


Obr. 3.1 – Statické charakteristiky

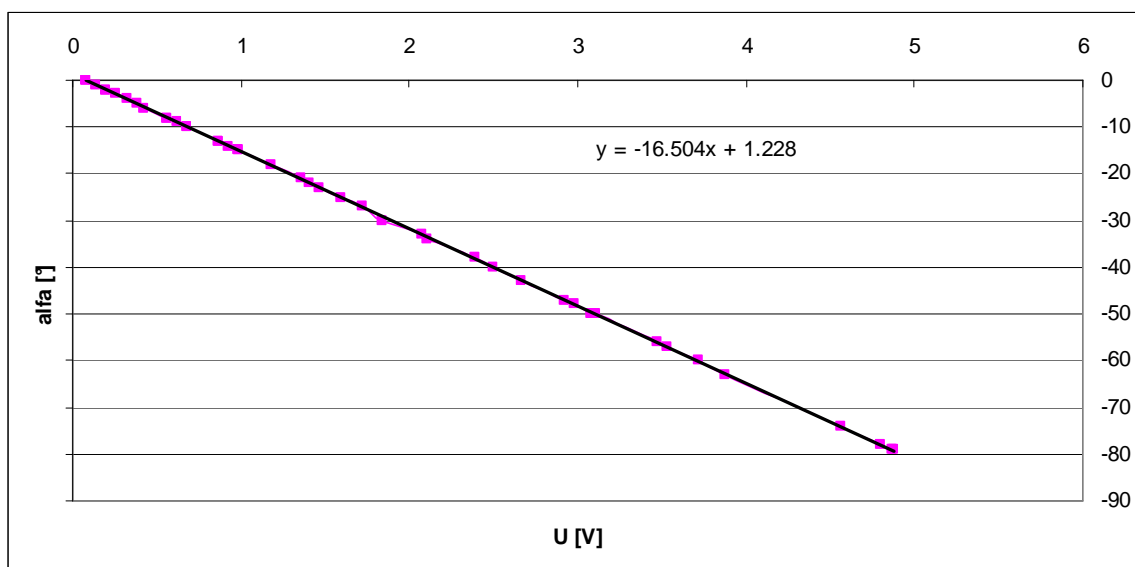
Velikost napětí z tachodynamata U_t je závislá na napětí $U_h \Rightarrow U_t = f(U_h)$. Se zvyšujícím se napětím na vstupu motoru by se měly zvyšovat i jeho otáčky a tedy vlastně napětí U_t (obr. 3.2). Tento předpoklad měření potvrdilo a změřená charakteristika je lineární. Druhá charakteristika (obr. 3.3) závislosti napětí z tachodynamata na velikosti náklonu musí odpovídat statické charakteristice (obr. 3.7) celé soustavy. Trend charakteristik je v podstatě stejný, a tak lze říci, že čidlo pracuje správně.



Obr. 3.2 – Statická charakteristika DC motoru



Obr. 3.3 – Závislost mezi napětím tachodynamu U_t a úhlem natočení α

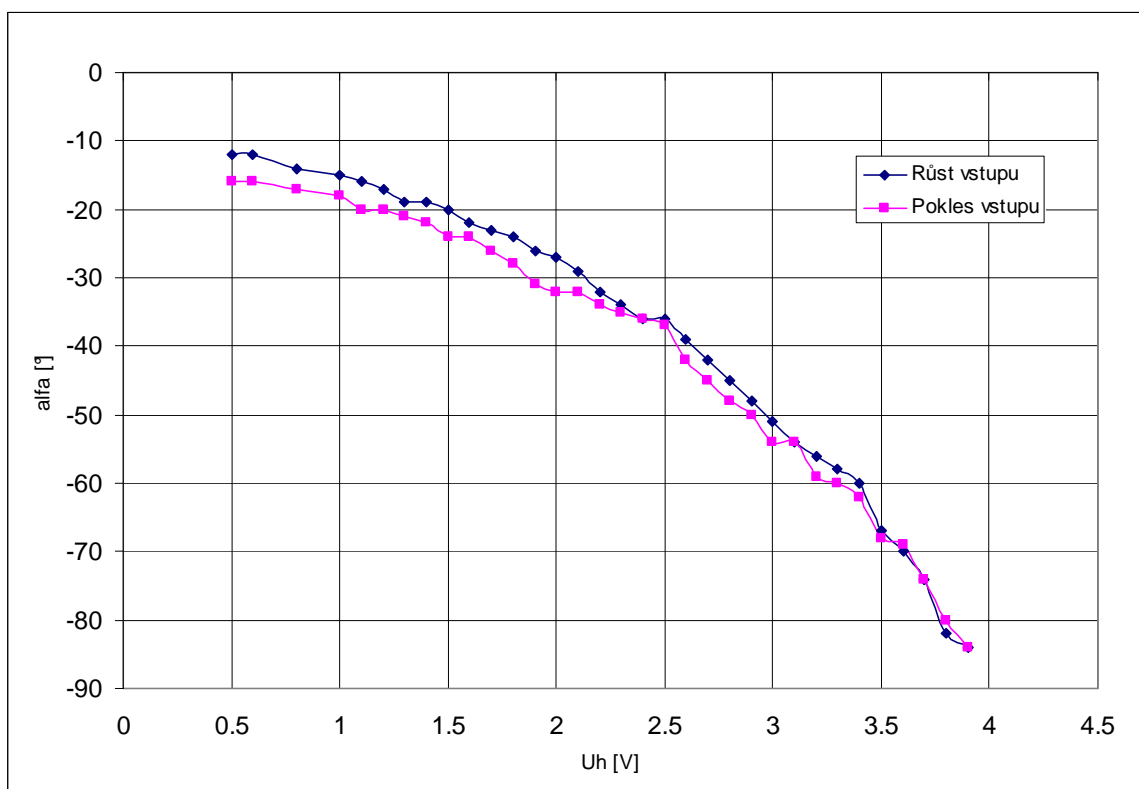


Obr. 3.4 – Závislost velikosti úhlu náklonu na napětí z inkrementálního čidla

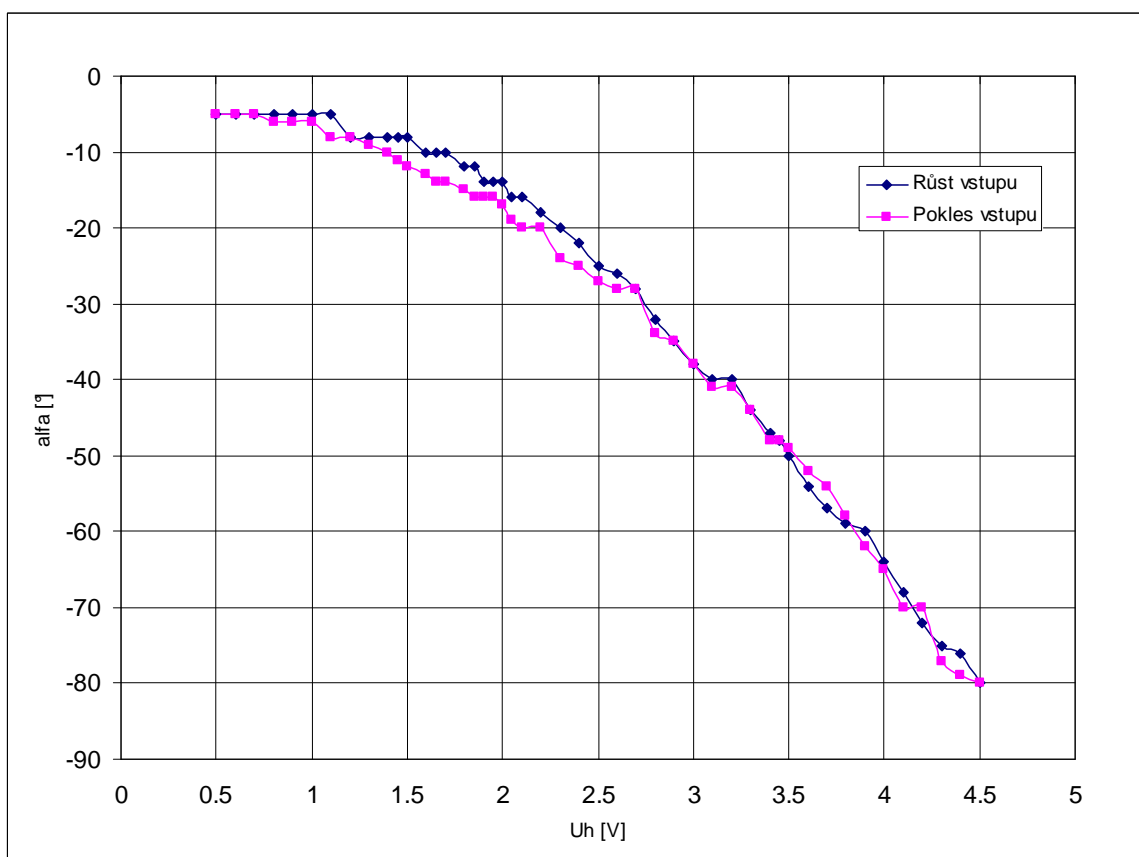
Z charakteristiky na obr. 3.4 je určena závislost mezi změřeným napětím z optického rotačního inkrementálního snímače a velikostí úhlu ve vertikálním směru. Naměřené hodnoty byly proloženy lineární regresní přímkou a její rovnice udává přepočtené napětí ze snímače, které je předáváno do prostředí MATLAB/Simulink, a velikostí vertikálního úhlu natočení.

3.2 Statické charakteristiky vertikálního pohybu systému

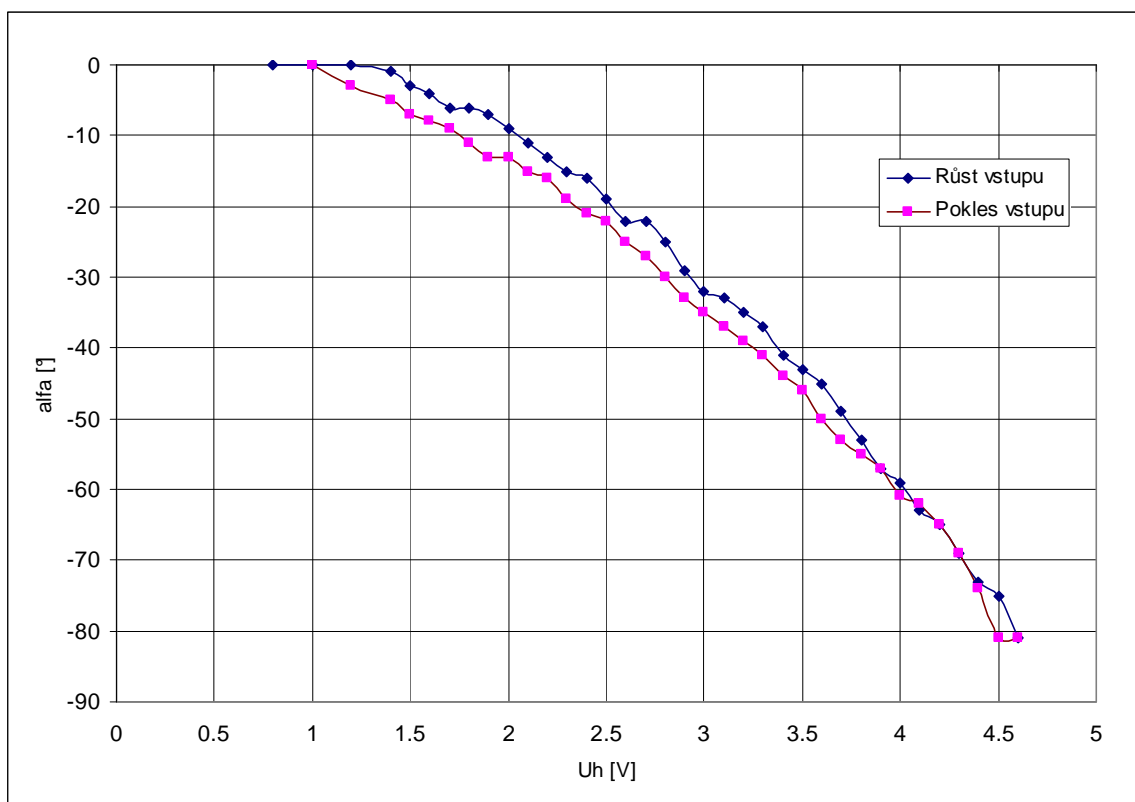
Statická charakteristika je výsledek měření regulované soustavy nezávislé na čase a vyjadřuje závislost výstupu na vstupu. Při měření statické charakteristiky se nenaměří stejné hodnoty výstupu při růstu a při poklesu vstupu, protože měření je zatíženo chybou soustavy, přesností měřidel a přesností odečtu. Tyto nepřesnosti dohromady vytváří hysterezi statické charakteristiky soustavy. Na obr. 3.5 až 3.7 jsou naměřené statické charakteristiky závislosti vertikální výchylky na napětí hlavního motoru, a to pro tři různá napětí motoru ocasního (tzn. pro různé rychlosti otáčení zadní vrtule).



Obr. 3.5 – Statická charakteristika pro $U_z = 0V$ (max.otáčky po směru hod. ručiček)

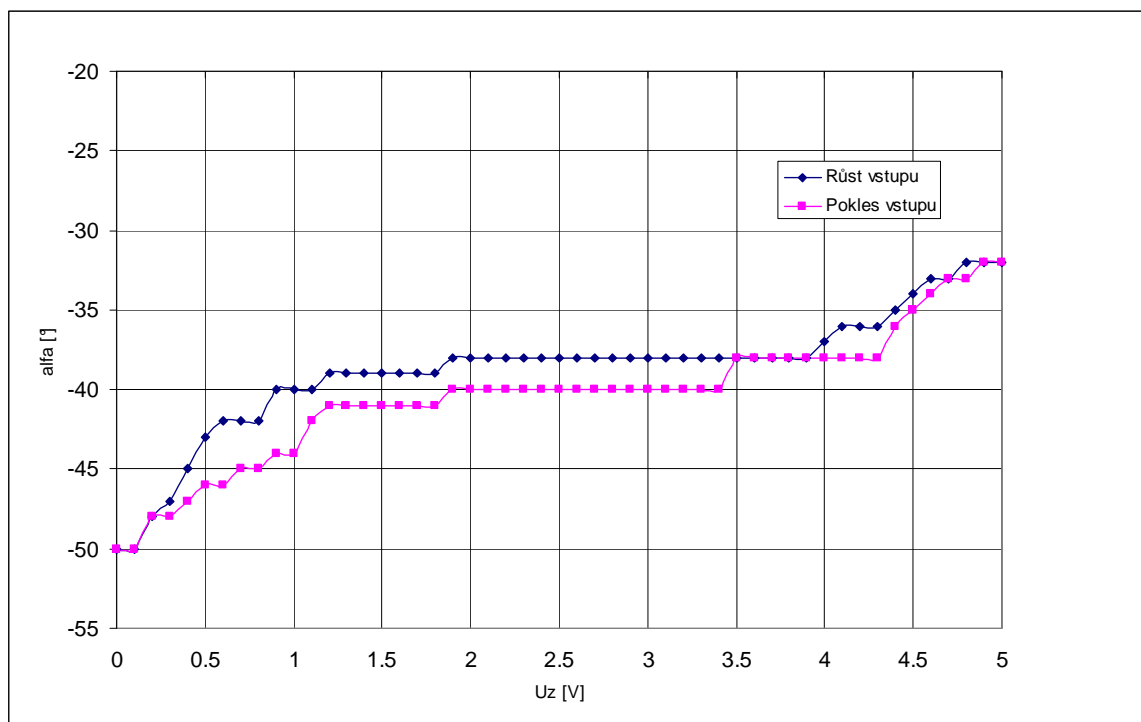


Obr. 3.6 – Statická charakteristika pro $U_z = 2,5V$ (netočí se)



Obr. 3.7 – Statická charakteristika pro $U_z = 5V$ (max.otáčky protisměru hod. ručiček)

Naměřené charakteristiky ukazují nelinearitu soustavy a každá z nich vykazuje určitou hladinu hystereze. Statické charakteristiky se proměřují hlavně z důvodu určení, kde se v soustavě vyskytují nelinearity. Pokud bychom při identifikaci dynamických vlastností proměřili soustavu v nelineární oblasti, dostali bychom díky popisu lineárním modelem velké nepřesnosti. Soustava bude identifikována v různých pracovních bodech, které určují žádanou hodnotu regulované veličiny. Na základě proměřených statických charakteristik lze určit v okolí pracovního bodu oblast, ve které lze soustavu považovat za lineární, a z toho vycházet při volbě amplitudy zkušebního signálu.



Obr. 3.8 – Statická charakteristika pro $U_h = 3,2V$ (polovina otáček)

Statická charakteristika pro ocasní vrtuli (obr. 3.4) opět ukazuje určitou hladinu hystereze při proměřování růstu a poklesu vstupu. Dále je z ní patrné, že při malých otáčkách nemá ocasní vrtule velký vliv na velikost vertikálního úhlu natočení. Malými otáčkami se zde rozumí okolí bodu $U_z = 2,5 V$, kdy se vrtule netočí. Při zvyšování tohoto napětí až do hodnoty $U_z = 5 V$ se rotor otáčí protisměru hodinových ručiček a vertikální úhel začíná klesat. Na druhou stranu při snižování napětí z $2,5 V$ až do $0 V$ se rotor otáčí po směru hodinových ručiček a velikost vertikálního úhlu stoupá. Vliv ocasní vrtule se nejvíce projeví až na otáčkách blízcích se maximu ať už v jednom, nebo ve druhém směru.

3.3 Experimentální identifikace dvourotorového systému

V této části je využito teorie z kapitoly 2.1. Vstupní signál je vždy vyobrazen na grafech s výstupním signálem a signálem z identifikovaného modelu. Vždy je použit skokový signál měnící svou amplitudu o $1 V$. Signály se vzorkovaly s periodou $T = 0,1 s$.

3.3.1 Metoda nejmenších čtverců (MNČ)

Pomocí této jednoduché metody byla identifikace systému velice nepřesná, a tak se musela se použít rozšířená metoda nejmenších čtverců, která bude rozebrána níže. Nepřesnost je způsobena tím, že je signál ze soustavy zatížen šumem a není tedy splněna podmínka pro nestranný odhad. V prostředí MATLAB byl vytvořen skript na výpočet odhadu parametrů a byl aplikován na změřená data ze systému. Skript zároveň vykreslí odezvu modelu na vstupní signál do jednoho obrázku se změřeným výstupním signálem. Potom lze snadno porovnat, zdali identifikace byla úspěšná či nikoli.

Důležitou otázkou je volba struktury modelu systému. Pojem struktury zahrnuje jednak řád diferenční rovnice a také dopravní zpoždění. Určení dopravního zpoždění vychází ze základní znalosti tohoto pojmu. Dopravní zpoždění T_d je čas, za který se začne projevovat odezva systému na vstupní skokový signál. Hodnota T_d je rovna celistvému násobku vzorkovacího signálu (bylo naměřeno $5 * 0,1$ s), tak stačí v rovnici modelu doplnit u vstupního signálu výraz z^{-q} , kde q představuje právě onen násobek (v tomto případě je to 5). Tento výraz představuje posunutí o q vzorkovacích intervalů. Pro používaný model při MNČ je to konkrétně:

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-q}B(z^{-1})u(k) \quad (3.1)$$

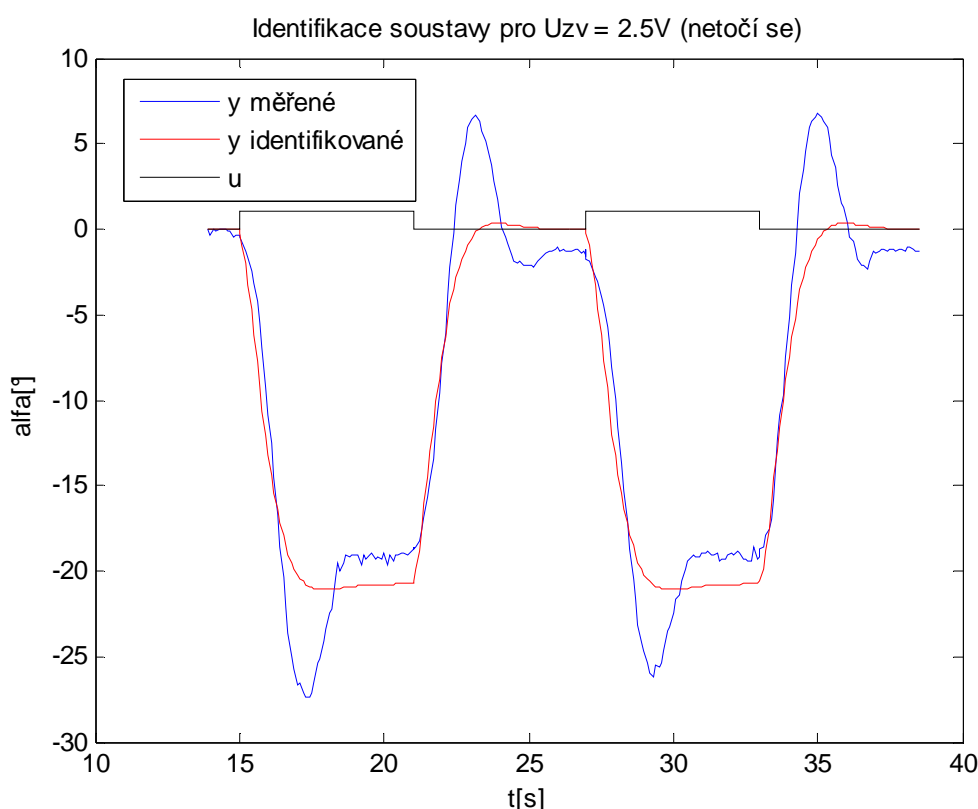
Při numerickém výpočtu v prostředí MATLAB toto představuje pouze posunutí dat o dané T_d a potažmo vlastně změny indexů.

Při odhadu řádu diferenční rovnice se zpravidla postupuje tak, že se opakuje výpočet pro zvyšující se řád a určuje se, jestli má model odpovídající přesnost a zdali zvyšování řádu může ještě přesnost vylepšit či naopak.

Počáteční předpoklad byl takový, že by měl vyhovovat model druhého řádu, který je popsán rovnicí přenosové funkce:

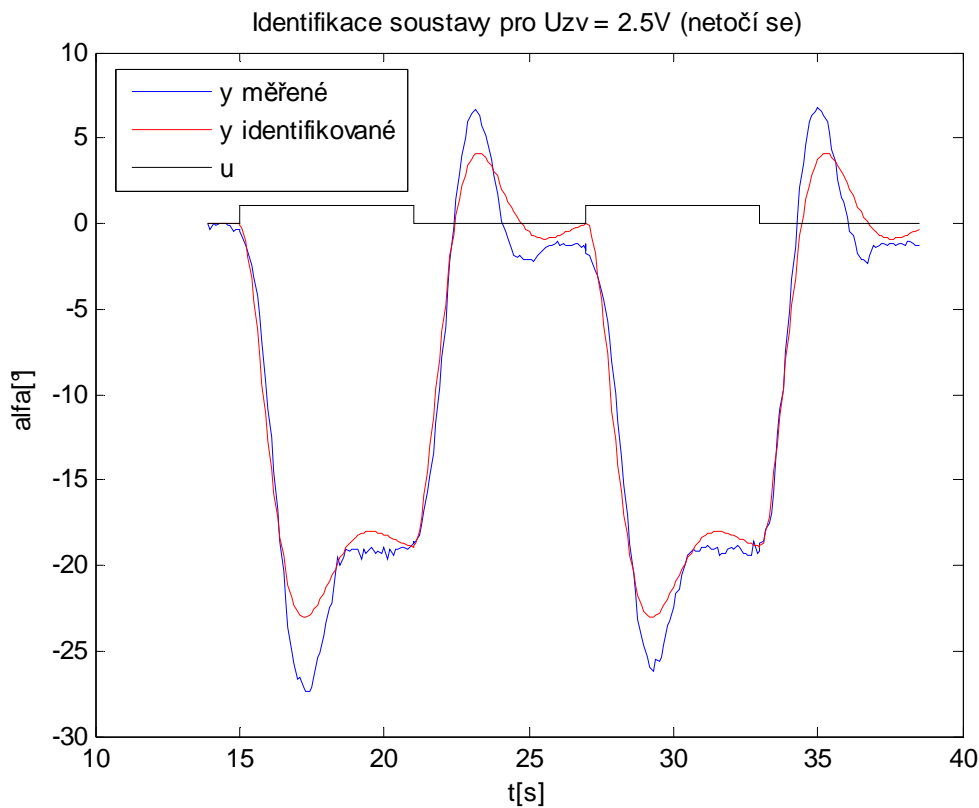
$$F(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{(b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})z^{-q}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (3.2)$$

Z obr. 3.9 je na první pohled patrné, že model druhého řádu s dopravním zpožděním nevyhovuje a bude nutné řád modelu zvýšit.



Obr. 3.9 – Identifikace systému v prac. bodě $U_h=2V$, $U_z=2,5V$, model II. řádu s T_d

Model třetího řádu s dopravním zpožděním již lépe vyhovoval požadavkům, ovšem z obr. 3.10 vyplývá, že identifikace není dostatečně přesná. Překmity na modelu byly výrazně nižší, než překmity změřené na reálném systému. Zvyšování řádu by přineslo jen velmi malé zlepšení a model by se díky tomu stal daleko složitějším. To by vedlo ke komplikovanému návrhu řízení. Bylo tudíž nutné provést úpravy v algoritmu MNC a použít jeho rozšířenou verzi, jak je uvedeno výše v textu.

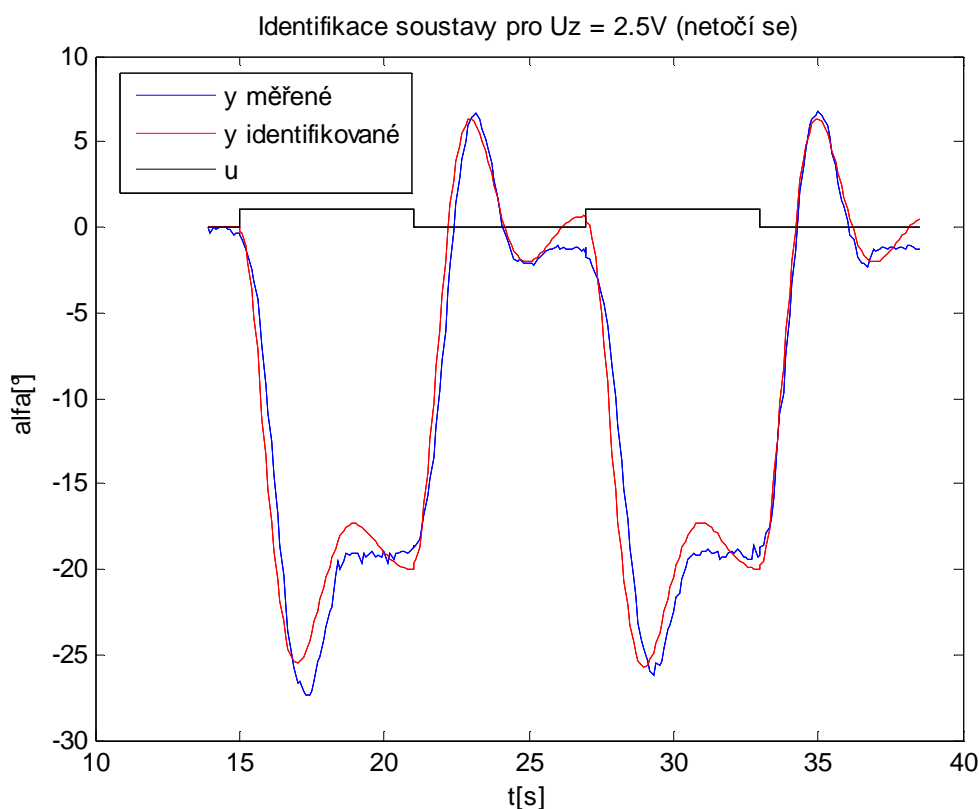


Obr. 3.10 – Identifikace systému v prac. bodě $U_h=2V$, $U_z=2,5V$, model III. řádu s Td

3.3.2 Rozšířená metoda nejmenších čtverců

Využívá se teorie z kapitoly 2.1.2. Skript použitý při řešení MNC se jednoduše rozšíří o výpočet chyby rovnice a cyklus, ve kterém se zpřesňuje odhad parametrů. Rovnice pro model třetího řádu, který byl zvolen jako vyhovující a byl již použit na obr. 3.10 má následující tvar:

$$F(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{(b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}) z^{-q}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}} \quad (3.3)$$



Obr. 3.11 – Identifikace systému v prac. bodě $U_n=2V$, $U_z=2,5V$, model III. řádu RMNČ s Td

Modelovaný systém teď daleko přesněji kopíruje změřenou charakteristiku (obr. 3.11) než v předchozích případech. Jelikož je ovšem systém nelineární a používá se lineární model, tak identifikace nebude nikdy úplně přesná. To je vidět především na modelech v jiných pracovních bodech, kdy se systém dostává blíže nelineární části a odchylky modelu od změřené charakteristiky jsou daleko větší. Z tohoto důvodu nebude možná ani přesná reprodukovatelnost měření, za níž stojí i chyba měření, která v důsledku nelinearity systému může být při dalším měření rozdílná.

Tab. 3.1 – Hodnoty parametrů identifikovaných modelů

Uh = 1.5 - 2.5	b1	b2	b3	a1	a2	a3
Uz=0	0,1664	-0,2911	-0,3586	-0,9982	-0,8121	0,8432
Uz=2.5	-0,337	0,0372	-0,1923	-1,1221	-0,5316	0,6852
Uz=5	-0,2789	0,1529	-0,3018	-1,4057	-0,0007	0,4341
Uh = 2 - 3						
Uz=0	0,1238	-0,7653	0,1801	-1,4185	0,0014	0,4396
Uz=2.5	-0,2144	0,2409	-0,5226	-1,9707	1,0938	-0,0975
Uz=5	-0,3251	0,3704	-0,421	-1,8903	0,9225	-0,0131
Uh = 2.5 - 3.5						
Uz=0	-0,2102	-0,4078	-0,0785	-1,255	-0,3354	0,614
Uz=2.5	-0,266	-0,2241	-0,2434	-1,2574	-0,299	0,5874
Uz=5	-0,7387	1,1674	-0,8067	-2,1612	1,4347	-0,2576

Všechny parametry identifikovaných modelů jsou přehledně znázorněny v tab. 3.1. Celkem bylo identifikováno 9 modelů. Identifikace byla provedena pro tři napětí hlavního motoru $U_h = 1,5 \text{ V}$, $U_h = 2 \text{ V}$ a $U_h = 2,5 \text{ V}$. V každém z těchto tří bodů se model určil pro maximální otáčky ocasního rotoru v obou směrech i pro variantu netočícího se ocasního rotoru.

3.4 Porovnání modelů a jejich vlastnosti

Tab.3.2 porovnává zesílení pro jednotlivé napětí hlavního a ocasního rotoru. Lze vyčíst, že zesílení s rostoucím napětím na hlavním rotoru podle předpokladu stoupá. Největší zesílení je zpravidla dosahováno při napětí ocasního rotoru 0 V, což je maximální rychlost otáčení rotoru ve směru hodinových ručiček. To přivádí model helikoptéry do většího náklonu, a proto je zesílení v tomto případě největší. Hodnoty při netočení ocasního rotoru ($U_z = 2,5 \text{ V}$) a při jeho maximálním točení protisměru hodinových ručiček ($U_z = 5 \text{ V}$) jsou srovnatelné. Z toho vyplývá, že síla ocasního rotoru při napětí 0 V má největší vliv na náklon modelu dvourotorového systému. Hlavní důsledek tohoto zjištění je, že se helikoptéra bude daleko obtížněji řídit právě při tomto napětí na ocasním rotoru

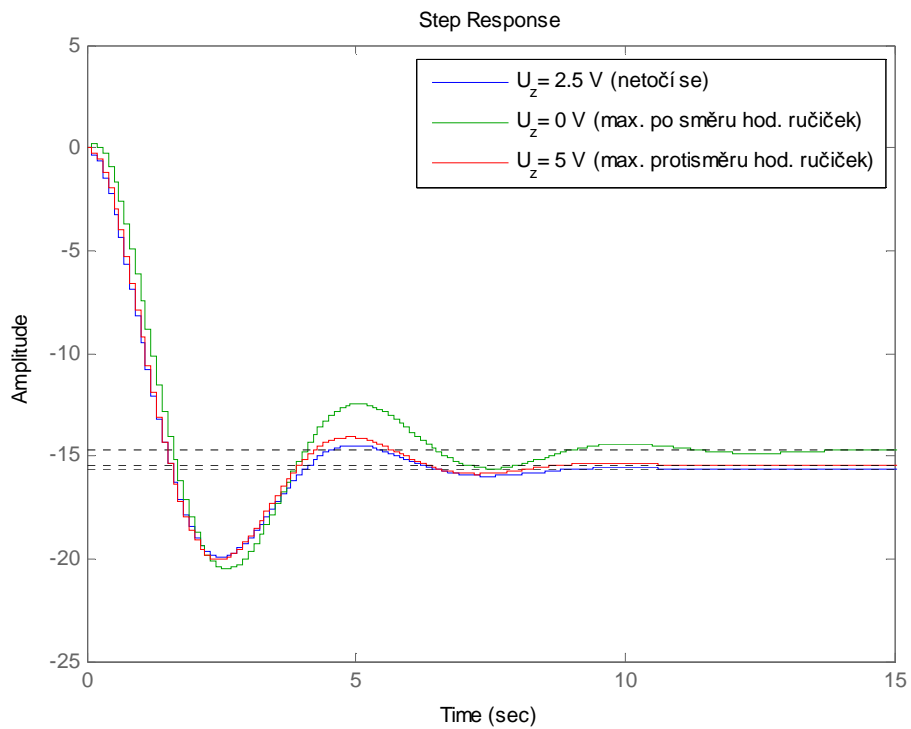
Tab. 3.2 – Hodnoty zesílení pro jednotlivé pracovní body

Uh[V]	Uz[V]		
	0	2.5	5
1.5	-14,732	-15,65	-15,459
2	-20,498	-19,4094	-19,677
2.5	-29,5047	-23,617	-23,8044

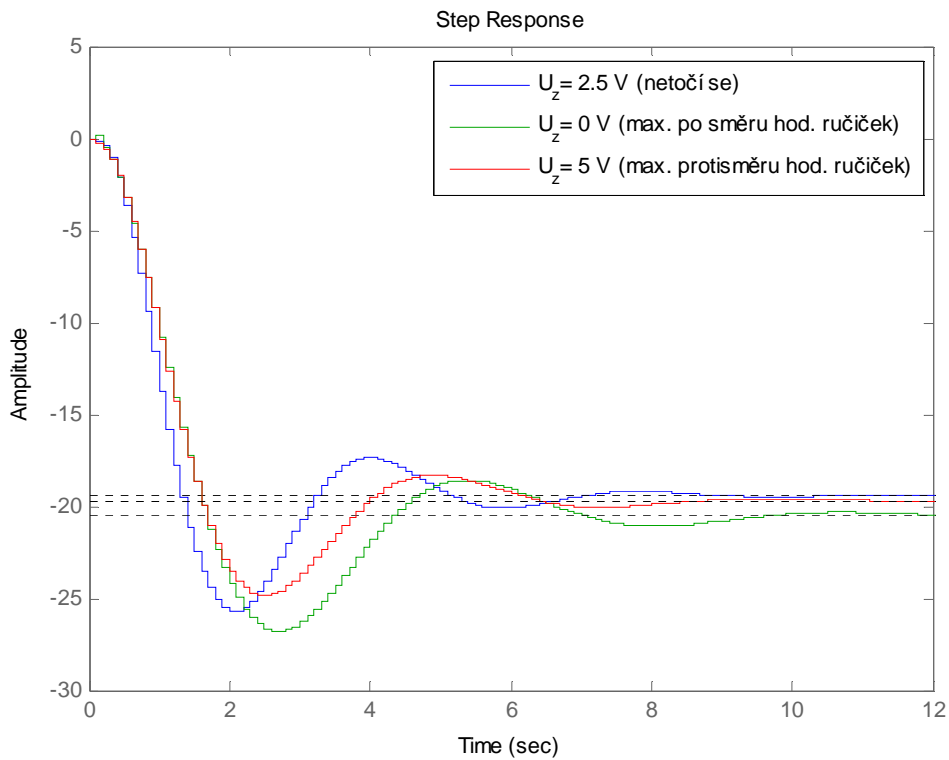
V případě maximálního pohybu ocasní vrtule protisměru hodinových ručiček je překmit přechodové charakteristiky nejmenší (obr. 3.12 – obr. 3.14). V tomto případě působí ocasní vrtule jako jakési tlumení a zmenšuje překmit. Číselně je to vyjádřeno v tab. 3.3. Rozdíl je největší na vyšších napětích hlavního rotoru, kde je rozdíl až 8% mezi netočícím se ocasním rotorem a jeho točením protisměru hodinových ručiček.

Tab. 3.3 – Hodnoty překmitu v jednotlivých pracovních bodech

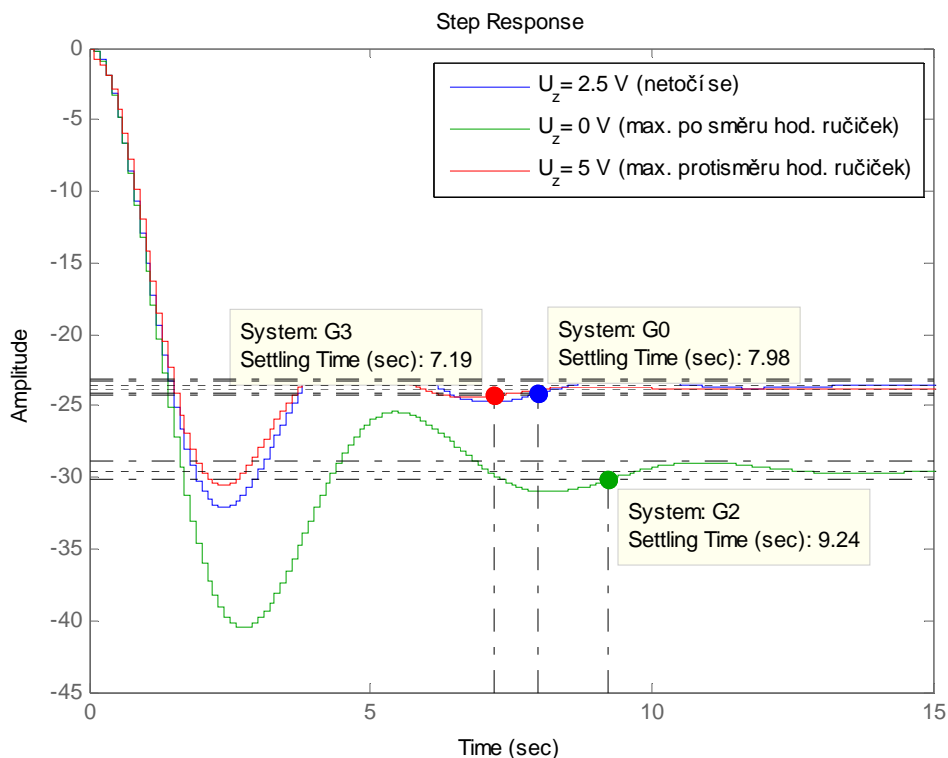
Uh[V]	Uz[V]		
	0	2.5	5
1.5	39,45 %	26,75 %	29 %
2	31,37 %	32,47 %	25,88 %
2.5	36,82 %	36 %	28 %



Obr. 3.12 – Odezva systému na skok z $U_h = 1,5 \text{ V}$ na $2,5 \text{ V}$

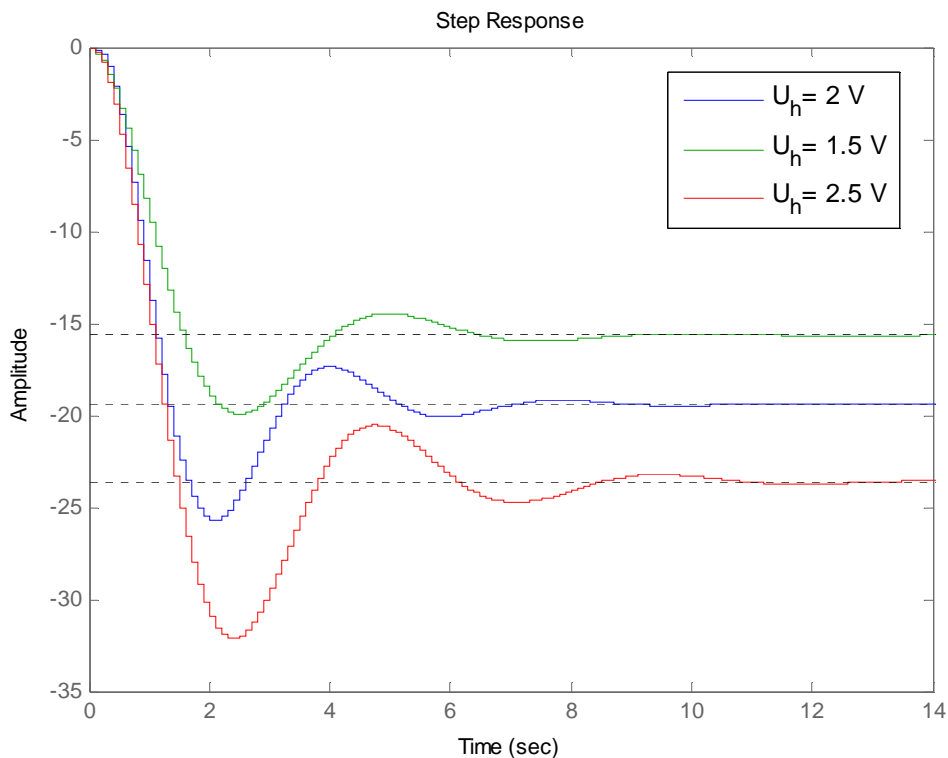


Obr. 3.13 – Odezva systému na skok z $U_h = 2 \text{ V}$ na 3 V



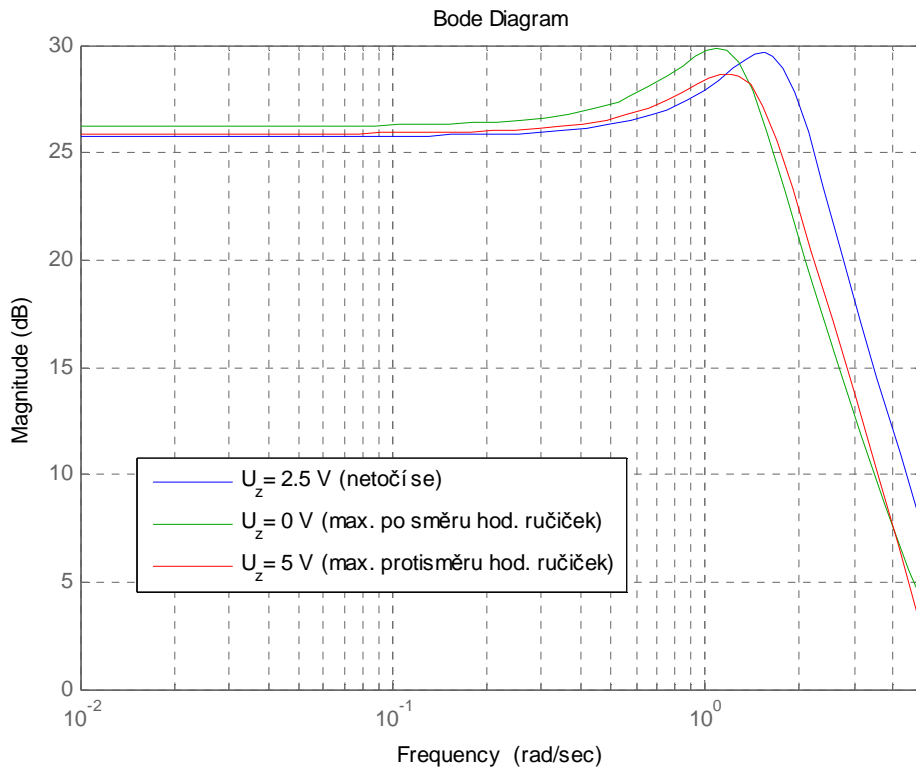
Obr. 3.14 – Odezva systému na skok z $U_h = 2,5$ V na $3,5$ V

Hodnota zesílení vždy určuje, na jaké hodnotě se systém ustálí. Vliv ocasního rotoru na překmit přechodové charakteristiky již byl popsán. Totéž platí i pro dobu ustálení T_s . Díky zásahu ocasní vrtule při otáčení protisměru hodinových ručiček je doba ustálení nejmenší (obr. 3.14). V porovnání s otáčením ocasní vrtule po směru hodinových ručiček rozdíl činí 2,05 s, což není zanedbatelný časový úsek. Doba ustálení T_s je určena automaticky při vykreslování grafu a je to čas, za který se charakteristika přiblíží na 2 % k ustálené hodnotě.

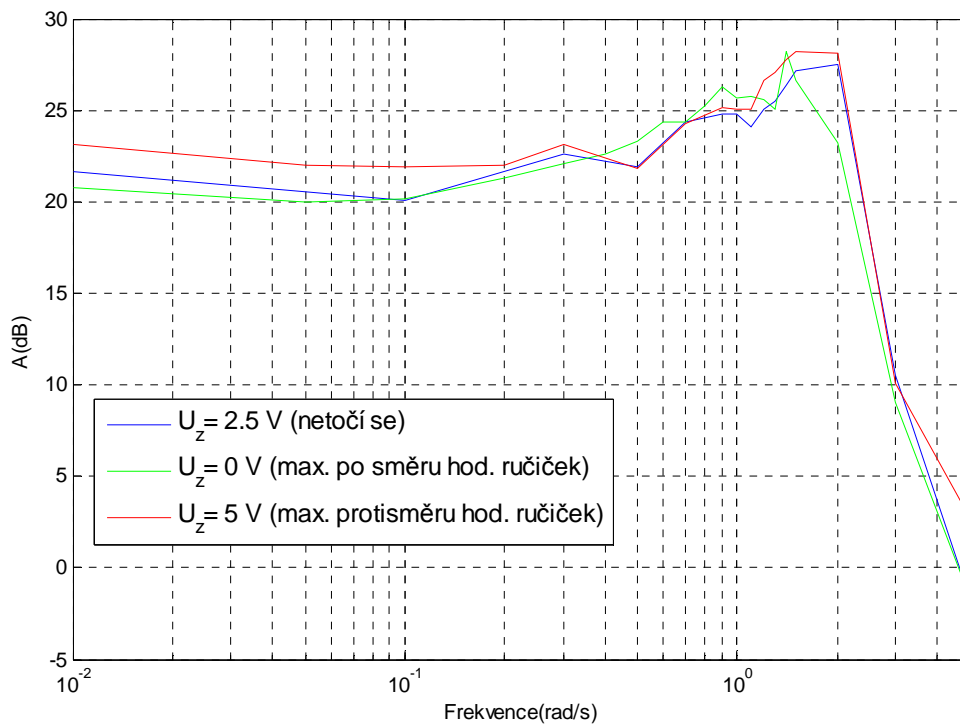


Obr. 3.15 – Odezvy systému na jednotkový skok při $U_z = 2,5$ V (netočí se)

Pokud se vykreslí přechodová charakteristika pro tři napětí U_h za předpokladu netočícího se ocasního rotoru, jak je vidět na obr. 3.15, můžeme chování modelů porovnat se statickou charakteristikou (obr. 3.6) změřenou přímo na dvourotorovém systému a z jiného úhlu potvrdit kvalitu identifikace. Porovnáme-li postupně všechny tři napětí, dojdeme k velice dobrým výsledkům. Při skoku z $U_h = 1,5$ V na hodnotu $U_h = 2,5$ V se přechodová charakteristika ustálí na výchylce $-15,65^\circ$. Odečteme-li z grafu statické charakteristiky změnu výchylky při stejné změně napětí, dostaneme hodnoty -15° a -17° (dvě hodnoty jsou dané díky hysterezi). Tudiž hodnota získaná pomocí modelu 3. řádu s dopravním zpožděním je přesně v rozmezí hodnot, které byly změřeny na reálné soustavě. Takto bychom mohli pokračovat s ostatními napětími a dopracovali bychom se ke stejné pozitivním výsledkům skoro u všech modelů. Někdy se hodnota liší o $1-2^\circ$, což není výrazná chyba, vezmeme-li v potaz chybu měření u statické charakteristiky nebo zjednodušení v lineárních modelech.



Obr. 3.16 – Amplitudová frekvenční charakteristika modelů pro $U_h = 2 \text{ V}$



Obr. 3.17 – Naměřená amplitudová frekvenční charakteristika

3.5 Návrh PID regulátoru

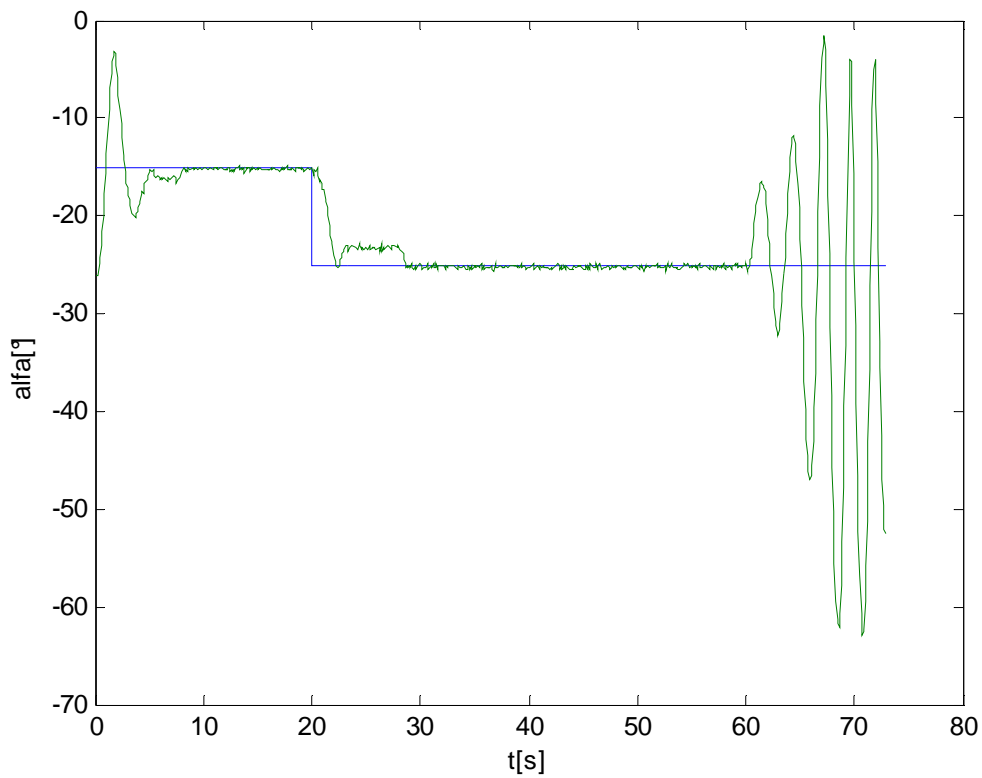
Prvním navrženým regulátorem je PID navržený Zieglerovou-Nicholsovou metodou pomocí relé ve zpětné vazbě přímo na dvourotorovém systému. Velikost amplitudy relé R, při které systém kmital, byla 0,32 a změřená amplituda sinusovky na výstupu byla 25°. Dosazením do vzorce 2.14 bylo určeno $r_{0k} = 0,0163$. Změřená velikost T_k činila 3,5 s. Dosazením do rovnic z tab.2.1 byly určeny parametry regulátoru:

$$r_0 = 0,0317$$

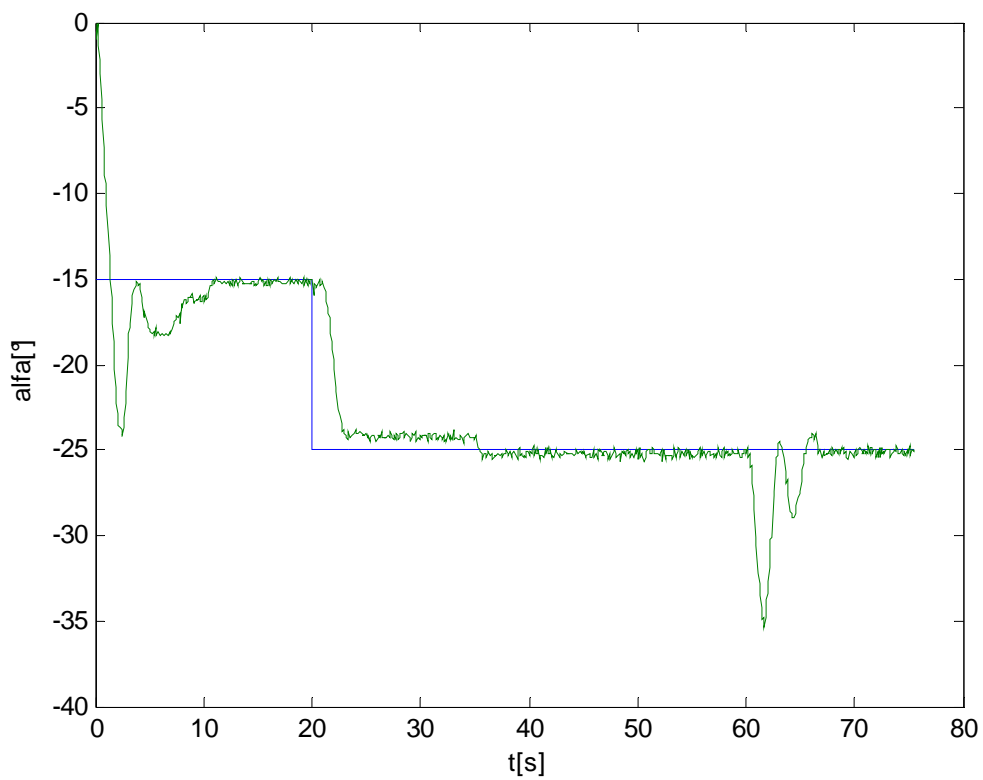
$$T_i = 1,7 \text{ s}$$

$$T_d = 0,425 \text{ s}$$

Regulátor s parametry vypsány výše byl zapojen v rozhraní MATLAB/Simulink do regulačního obvodu a byly změřeny regulační pochody systému při skoku v $t = 10 \text{ s}$ z pracovního bodu ($U_h = 2 \text{ V}$) o 5°. Regulační pochody jsou znázorněny na obr. 3.18 a 3.19. Doba náběhu se pohybuje okolo 2,5 s a překmit je v podstatě nulový. V čase $t = 20 \text{ s}$ byla do systému přivedena porucha v podobě maximálního otáčení ocasního rotoru. V případě $U_z = 5 \text{ V}$ regulátor nedokázal dostat regulovanou veličinu zpět na žádanou hodnotu a systém se rozkmital, a stal se tak nestabilním (obr. 3.18). Při napětí $U_z = 0 \text{ V}$ regulátor pracuje o něco lépe. Soustava se nerozkmitá a doba ustálení je v tomto případě 8 s.

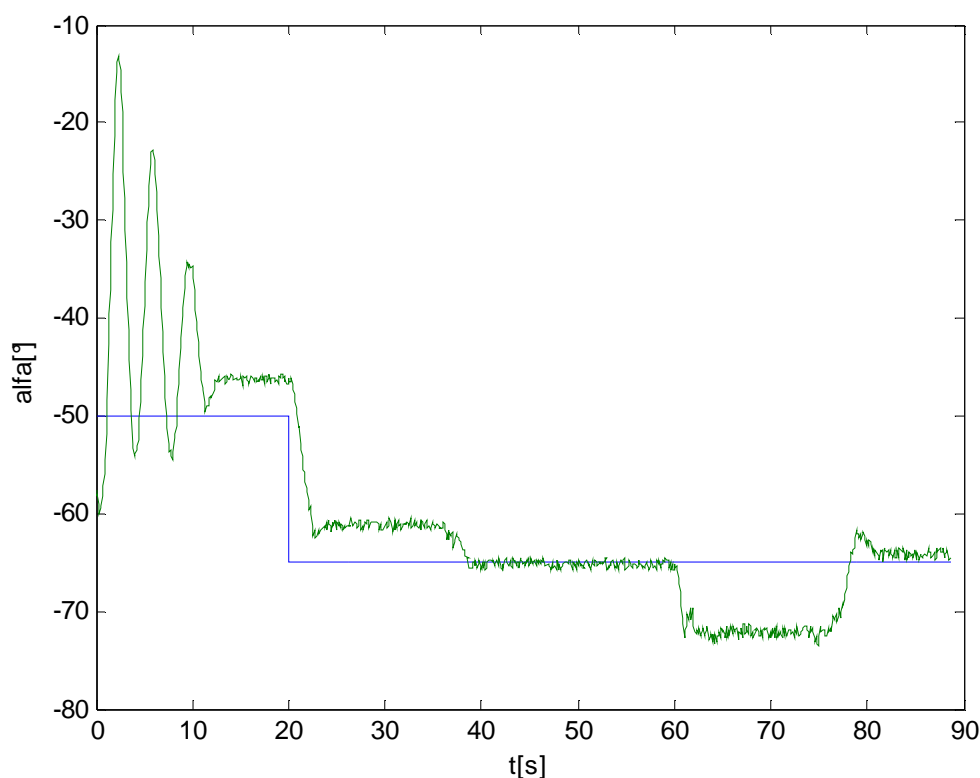


Obr. 3.18 – Regulace při $U_z = 5$ V, PID regulátor



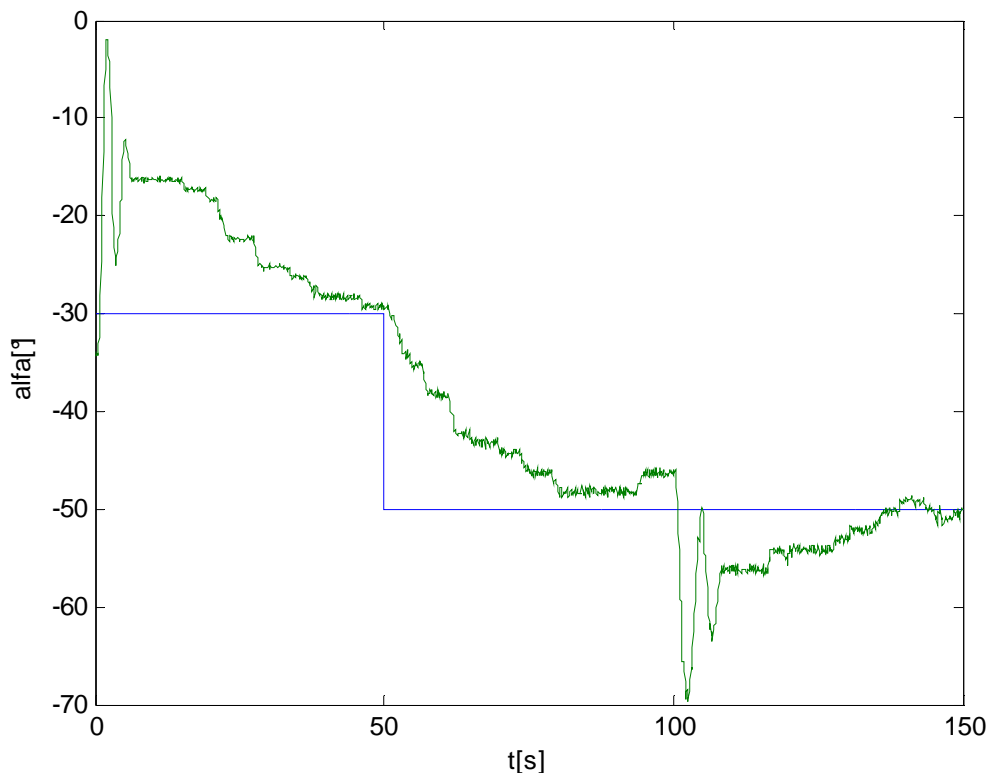
Obr. 3.19 – Regulace při $U_z = 0$ V, PID regulátor

PID regulátor nesplňoval podmínky zadání, protože nevyhovoval pro celý rozsah provozních podmínek. Například pro napětí $U_z = 5 \text{ V}$ na motoru ocasního rotoru se celý systém rozkmital a stal se nestabilním. Zmenšením složky P regulátoru lze docílit lepších výsledků viz obr. (3.20). Složka zesílení se zmenšila na hodnotu 0,0098.



Obr. 3.20 – Regulace při $U_z = 5 \text{ V}$, druhý PID regulátor

Regulátor sice vykazoval lepší výsledky, přesto však nesplnil podmínku zadání a nevyhovoval pro celý rozsah provozních podmínek, protože v některých pracovních bodech se systém stále rozkmitával a stával se nestabilním. Na obr. 3.21 je pro srovnání ukázán regulační pochod pro PI regulátor, který je vypočítán opět dosazením kritického zesílení a kritické periody do rovnic z tab.2.1. Regulátor má větší překmit a doba ustálení se pohybuje kolem 50 sekund, což je oproti 8 sekundám v případě PID regulátoru značný rozdíl a i z tohoto hlediska by tento typ regulátoru nebyl vhodný. Navíc se soustava i s PI regulátorem při $U_z = 5 \text{ V}$ rozkmitá, což je vzhledem k zadání nepřijatelné.



Obr. 3.21 – Regulace při $U_z = 0$ V, PI regulátor

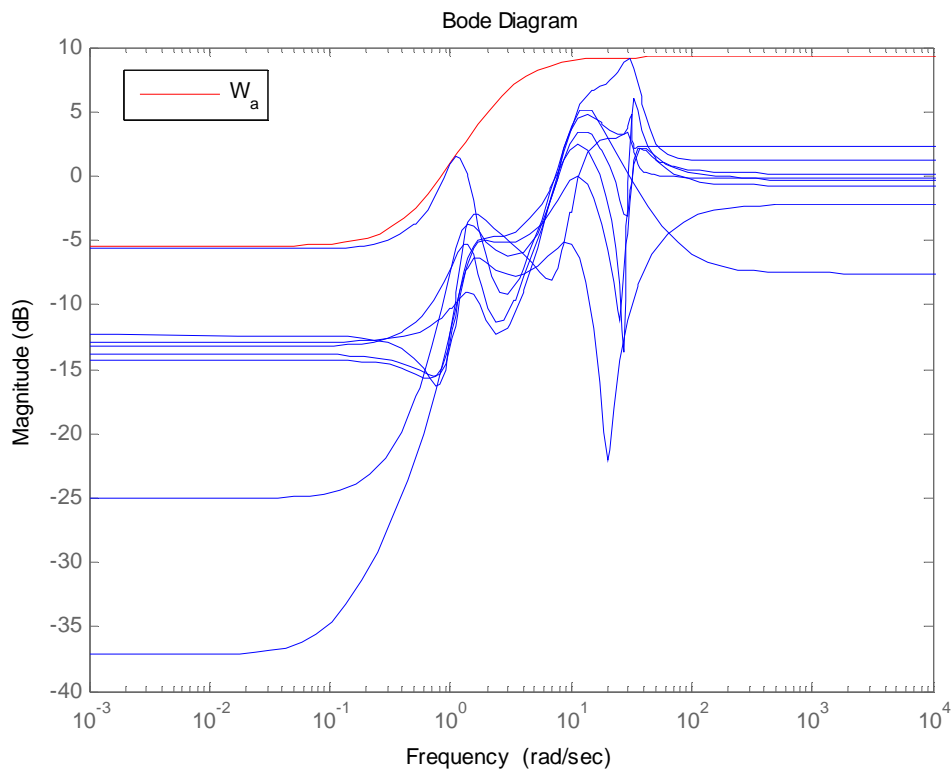
Proto bylo nutné použít metodu návrhu, která by byla efektivnější a hlavně odolnější vůči vnějším i vnitřním poruchám. Bylo tedy použito robustního návrhu regulátoru.

3.6 Návrh robustního regulátoru

Při návrhu se zpravidla postupuje ve třech krocích, které jsou popsány v následujících podkapitolách.

3.6.1 Analýza neurčitostí – popis pomocí $W_a(s)$

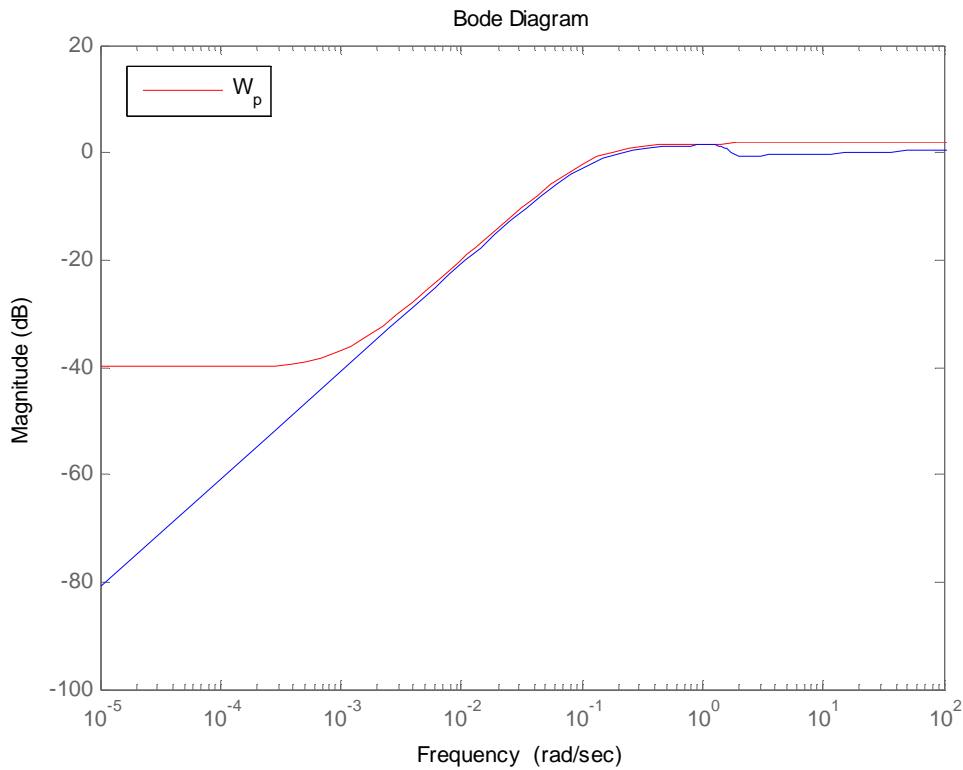
V MATLABU se z identifikovaných modelů vypočítají multiplikační neurčitosti podle rov. (2.16) a vykreslí se jejich AFCH. Pro tyto hodnoty se určí esovitá křivka W_a , která co možná nejlépe kopíruje graf nejhoršího případu neurčitosti. V našem případě hodnoty parametrů z rov. (2.17) byli určeny následovně $\omega_B = 0,94$ rad/s, $A = 0,535$ a $M = 2,9$. Výsledek na obr. 3.22 vhodně kopíruje nejhorší případy neurčitostí W .



Obr. 3.22 – Aproximační váhová funkce

3.6.2 Volba kvality řízení – popis pomocí $W_p(s)$

V tomto druhém případě se postupuje obdobně. Jen se musí namísto multiplikativních neurčitostí vypočítat citlivostní funkci $S(s)$. Ta lze vypočítat jen ze znalosti určitého regulátoru. Byl zvolen regulátor určený předešlou metodou a modelem soustavy v pracovním bodě $U_h = 2 \text{ V}$ a $U_z = 2.5 \text{ V}$, kde měl regulátor velmi dobré chování, tzn. poměrně rychlý náběh a bez překmitu. Po vykreslení AFCH citlivostní funkce bylo možné určit parametry W_p . Konkrétně se jedná o hodnoty $\omega_B = 0,1 \text{ rad/s}$, $A = 0,01$ a $M = 1,226$. Opět je možné se přesvědčit z obr. 3.23, že W_p vhodně kopíruje průběh charakteristiky $S(s)$.

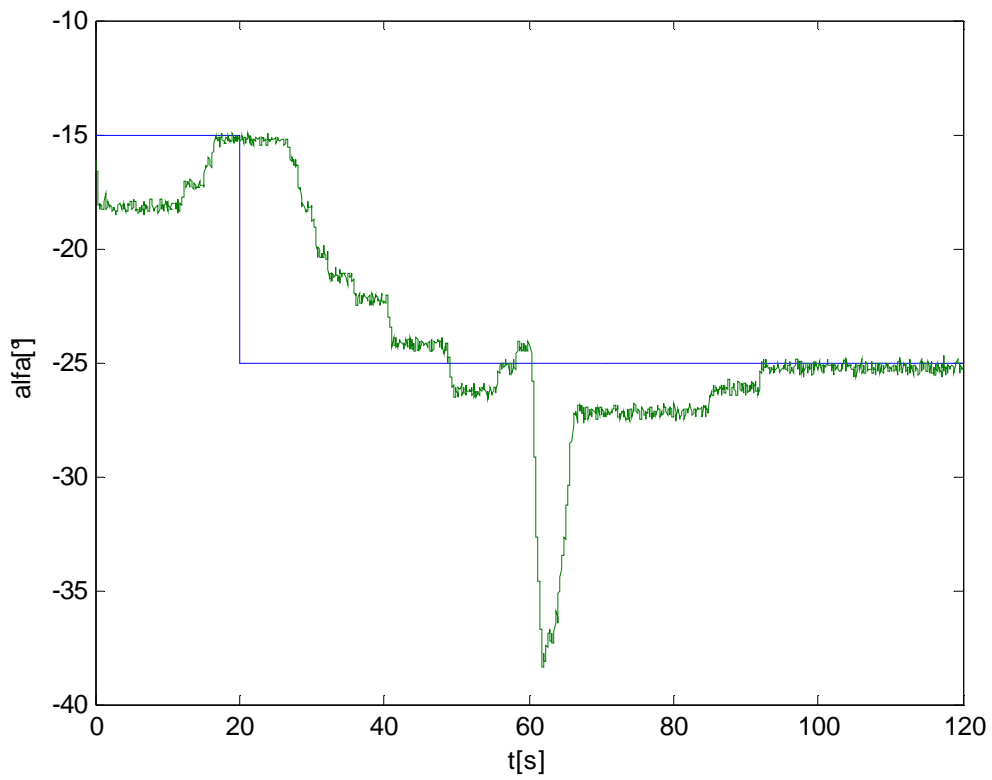


Obr. 3.23 – Robustní kvalita řízení

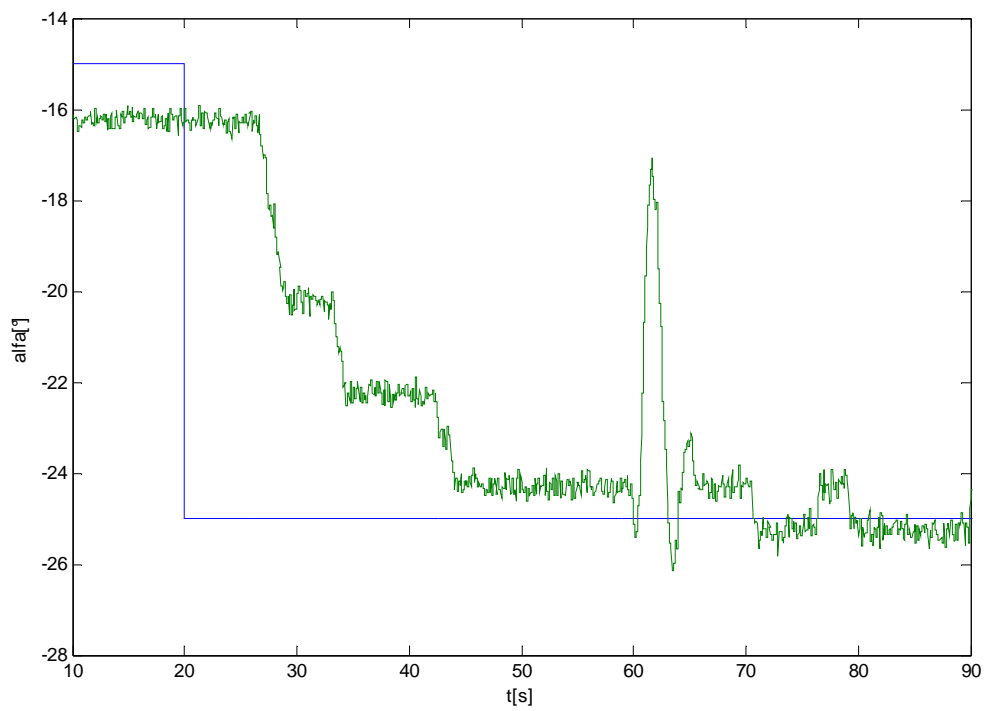
3.6.3 Optimalizace – výpočet přenosu regulátoru F_R

Výpočet optimálního regulátoru se provádí v MATLABU použitím Robust control toolboxu, který obsahuje funkci *hinf*, která ze zadaných hodnot W_a , W_p a nominálního přenosu soustavy vypočítá přenos optimálního regulátoru. Přenos regulátoru vyšel šestého řádu s následujícími parametry:

$$F_R(s) = \frac{-0,2738s^5 - 12,15s^4 - 427,1s^3 - 1575s^2 - 1404s - 1788}{s^6 + 73,49s^5 + 3222s^4 + 40820s^3 + 228000s^2 + 299700s + 299,5} \quad (3.4)$$



Obr. 3.24 – Regulace při $U_z = 0$ V, robustní



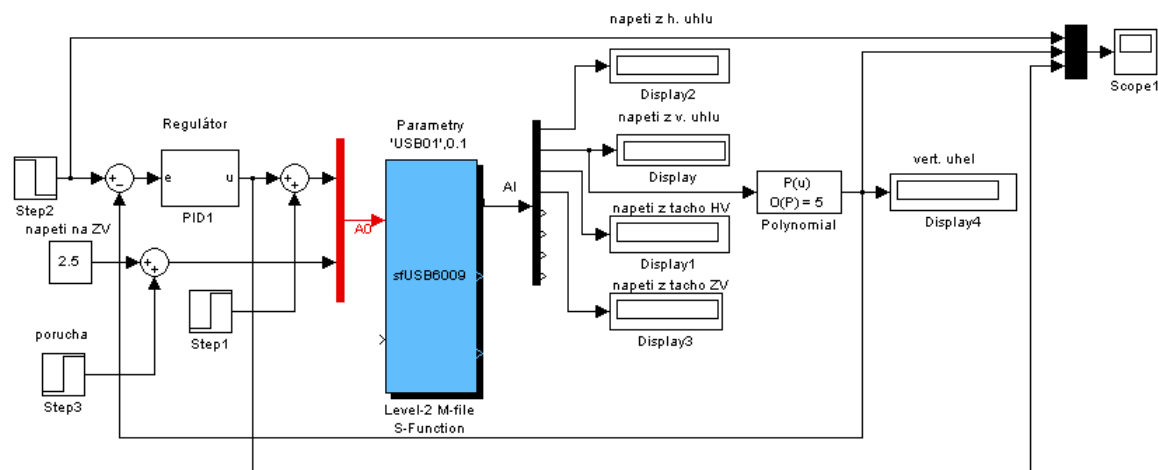
Obr. 3.25 – Regulace při $U_z = 5$ V, robustní

Regulátor s přenosem napsaným výše byl také zapojen v rozhraní MATLAB/Simulink do regulačního obvodu a byly změřeny regulační pochody systému při skoku v $t = 20$ s z pracovního bodu ($U_h = 2$ V) o 10° . Regulační pochody jsou znázorněny na obr. 3.24 a 3.25. V čase $t = 60$ s byla do systému přivedena porucha v podobě maximálního otáčení ocasního rotoru.

Robustní regulátor je sice oproti klasickému PID regulátoru značně pomalejší. Doba náběhu může trvat 30 až 40 s oproti maximálně 3 s u PID, ovšem při přivedení poruchy v podobě ocasní vrtule se nikdy nerozkmitá a pracuje pro celý rozsah provozních podmínek podle zadání.

3.7 Realizace regulačního obvodu v Simulinku

Řízení modelu dvourotorového systému je realizováno pomocí zapojení regulačního obvodu v Simulinku (obr. 3.26). Schéma znázorňuje zapojení s PID regulátorem. Žádaná hodnota natočení systému je přivedena na součtový člen, kde se od ní odečítá velikost naměřeného úhlu a vzniká regulační odchylka. Ta je přivedena na vstup regulátoru (v případě robustního řízení je blok PID nahrazen blokem přenosové funkce), který vypočítá akční zásah. Ten je v podobě napětí přiveden na motor hlavního rotoru.



Obr. 3.26 – Zapojení regulačního obvodu v Simulinku

Závěr

Pro řízení vertikálního pohybu dvourotorového systému byly použity především dva typy regulátoru. Prvním z nich byl klasický regulátor PID navržený Ziegler-Nicholsovou metodou pomocí relé ve zpětné vazbě. Proto se do regulačního obvodu zapojilo relé a zjistili se potřebné parametry kritického zesílení a kritické periody. Z těchto hodnot se posléze podle převodních rovnic určily konstanty regulátoru. Takto navržený regulátor nesplňoval podmínky zadání, tedy nepracoval v širokém rozmezí provozních podmínek. Pokud se do systému přivedla porucha v podobě pohybu ocasní vrtule, tak se při jednom směru otáčení rozkmital. V pracovních bodech, které se přiblížily do části, kde je systém silně nelineární (např. pracovní body $U_h = 1,5$ V nebo $U_h = 3,5$ V), tento regulátor také nepracoval správně. Zmenšením P složky regulátoru navrženého Ziegler-Nicholsovou metodou se docílilo lepších výsledků. Regulátor nebyl tolik náchylný na rozkmit, ovšem i takto upravená verze občas přivedla systém do nestabilního stavu, a proto bylo nutné použít jiný algoritmus řízení, aby se vyhovilo podmínce zadání. Bylo zvoleno robustní řízení, které se využívá především u složitějších systémů. Pomocí Robust control toolboxu se v MATLABU vypočítal přenos regulátoru, který již podmínky zadání splňoval. Nevýhodou robustních regulátorů je jejich pomalejší doba náběhu. Je to způsobeno tím, že jeho návrh zahrnuje známé chyby, které mohou systém ohrozit, a proto je tento regulátor pomalejší.

Práce na systému, který bude používán v laboratořích pro výuku řídicích technologií, by mohla pokračovat rozšířením o řízení pohybu v horizontální rovině a v neposlední řadě řízení v obou směrech najednou.

Seznam použité literatury

- [1] RAHIDEH, Akbar ; SHAHEED, Hasan . Mathematical dynamic modelling of a twin-rotor multiple input–multiple output system. In RAHIDEH, Akbar . *Mathematical dynamic modelling of a twin-rotor multiple input–multiple output system* [online]. London : University of London, 2006 [cit. 2010-01-12]. Dostupné z WWW: <<http://pii.sagepub.com/content/221/1/89.full.pdf>>
- [2] HAVLÍČEK, L. 2010. Twin Rotor Mimo Aerodynamical Laboratory Systém. In 9th International Conference Process Kontrol 2010, Kouty nad Desnou, June 7-10, 2010, Czech Republic
- [3] *Ni.com* [online]. 2008 [cit. 2011-01-20]. Manuals. Dostupné z WWW: <<http://www.ni.com/pdf/manuals/371303l.pdf>>.
- [4] Jonatan [online]. 2007 [cit. 2010-12-08]. Dostupný z WWW: <http://jonatan.spse.pilsedu.cz/~mazanec/opticke_ekodery.htm>.
- [5] DRÁBEK, O. - MACHÁČEK, J.: Experimentální identifikace. VŠCHT Pardubice, 1987
- [6] DUŠEK, František. 2008. Teorie řídicích systémů - přednášky. 2008
- [7] ŠEBEK, Michael. *Polyx.com/_robust/* [online]. 2003 [cit. 2011-05-25]. Design Methods for Control Systems. Dostupné z WWW: <http://www.polyx.com/_robust/slides/ROR12-nes-analyza.pdf>