Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní

Teorie her v ekonomické praxi

Kateřina Nováková

Bakalářská práce
2010

Univerzita Pardubice
Fakulta ekonomicko-správní
Ústav matematiky
Akademický rok: **2009/2010**

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení:	**Kateřina** NOVÁKOVÁ
Studijní program:	**B6208 Ekonomika a management**
Studijní obor:	**Management podniku - Management malých a středních podniků**
Název tématu:	**Teorie her v ekonomické praxi**

Zásady pro vypracování:

1. Historický exkurz
2. Úvod do teorie
3. Popis vybrané teorie her
4. Aplikace vybrané teorie v praxi

Rozsah grafických prací:	–
Rozsah pracovní zprávy:	**cca 30 stran**
Forma zpracování bakalářské práce:	**tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

MAŇAS, M. Teorie her a její aplikace. 1.vyd. Praha: SNTL, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X
MAŇAS, M. Teorie her a optimální rozhodování. 1.vyd. Praha: SNTL, 1974. 256 s.
VOLEK, J. Operační výzkum IV - Teorie her a optimálního rozhodování. Univerzita Pardubice,skripta DFJP, 2003. 101 s. ISBN 80-7194-621-4

Vedoucí bakalářské práce:	**Mgr. Ondřej Slavíček** Ústav matematiky
Datum zadání bakalářské práce:	**17. června 2009**
Termín odevzdání bakalářské práce:	**30. dubna 2010**

doc. Ing. Renáta Myšková, Ph.D.
děkanka

L.S.

doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc.
vedoucí ústavu

V Pardubicích dne 14. července 2009

Prohlašuji:

Tuto práci jsem vypracoval samostatně. Veškeré literární prameny a informace, které jsem v práci využil, jsou uvedeny v seznamu použité literatury.

Byl jsem seznámen s tím, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména se skutečností, že Univerzita Pardubice má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona, a s tím, že pokud dojde k užití této práce mnou nebo bude poskytnuta licence o užití jinému subjektu, je Univerzita Pardubice oprávněna ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které na vytvoření díla vynaložila, a to podle okolností až do jejich skutečné výše.

Souhlasím s prezenčním zpřístupněním své práce v Univerzitní knihovně.

V Pardubicích dne 26. 04. 2010

Kateřina Nováková

Na tomto místě bych chtěla poděkovat panu Mgr. Ondřeji Slavíčkovi za cenné rady a připomínky při vedení mé bakalářské práce.

ANOTACE

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou teorie her a její aplikace v ekonomické praxi. Snahou je podat relativně ucelený pohled na možnosti aplikace teorie her v nejrůznějších oblastech lidské činnosti. Práce popisuje konfliktní situace, které se snaží teorie her vyřešit nebo alespoň podat návrh k racionálnímu rozhodnutí, které posléze povede k rovnovážnému řešení. Součástí práce je i vytvoření příkladů nekooperativních her, kterým je věnována větší část této práce.

KLÍČOVÁ SLOVA

Teorie her, rozhodovací situace, konflikt

TITLE

Game theory in economic practice

ANNOTATION

This thesis deals with game theory and its application in economic practice. Aim is to give a relatively comprehensive view of possible applications of game theory in various fields. This work describes conflict situations, which is trying to solve the game theory or at least make a suggestion to a rational decisions, leading to a balanced solution. The work also includes the creation of examples of non-cooperative games, which is devoted the greater part of this work.

KEYWORDS

Game theory, decision situation, conflict

OBSAH

ÚVOD 9

1 Teorie her 11

1. 1 Historie 11

1. 2 Vývoj teorie her 16

2 Předmět teorie her 20

2. 1 Základní pojmy teorie her 20

2. 2 Klasifikace her 23

2. 3 Modely rozhodovacích situací 26

2. 3. 1 Hra v normálním tvaru 27

2. 3. 2 Hra ve tvaru charakteristické funkce 28

2. 3. 3 Hra v explicitním tvaru 29

2. 4 Antagonistické hry dvou hráčů 30

2. 4. 1 Nashova rovnováha 31

2. 4. 2 Smíšené strategie 32

2. 5 Neantagonistické hry dvou hráčů 34

2. 5. 1 Nekooperativní hry 34

2. 5. 2 Kooperativní hry 35

2. 5. 2. 1 Kooperativní hry s přenosnou výhrou 35

2. 5. 2. 2 Kooperativní hry s nepřenosnou výhrou 37

3 Neantagonistické hry dvou hráčů 38

3. 1 Nekooperativní hry 39

3. 1. 1 Vězňovo dilema 44

3. 1. 2 Konflikt typu kuřata 45

3. 1. 3 Konflikt typu manželský spor 46

4 Aplikace vybraných modelů v praxi 47

4. 1 Reklamní hry 47

4. 2 Kuřata 48

4. 3 Manželský spor 49

ZÁVĚR 51

Seznam použité literatury 53

Seznam tabulek 54

Úvod

K udržení tělesného zdraví potřebuje člověk přiměřenou dávku pohybu, stejně tak jako k udržení zdraví duševního potřebuje přiměřenou dávku konfliktů. Náhradou za reálné konflikty, a přípravou na tyto konflikty, jsou hry. V tomto smyslu je hra modelem konfliktu. Pro studium podobných situací jako jsou reálné konflikty se hodí zejména hry salónní, tj. hry jako dáma, šachy, karetní hry, nebo méně známé hry jako backgammon či min. Salónní hry mají dobře rozlišitelné jednotlivé fáze hry a hráči mohou realizovat různé strategie nezávisle na svých fyzických dovednostech, jako je to u venkovních her (tenis, fotbal, golf apod.).

Snahy využít matematické prostředky pro rozbor některých salónních her se začaly objevovat s rozvojem matematiky. Cílem analýz byla snaha získat přehled strategických možností hráčů a vyhodnocení nejlepšího postupu, který by maximalizoval šanci na úspěch, nebo minimalizoval ztrátu v dané hře. Snaha o rozbor herních situací poskytovala zpětné podněty, které rozšiřovaly a doplňovaly matematické disciplíny. Jako příklad lze uvést matematickou disciplínu teorie pravděpodobnosti, která vděčí z velké části za svůj vznik kdysi oblíbené hře v kostky.

Každý člověk se musí denně rozhodovat. Aby dosáhl co nejlepšího výsledku, musí v každé rozhodovací situaci zvolit vhodnou strategii. Jestliže jeho rozhodnutí nezávisí na okolí nebo rozhodnutí jiných osob, je tato situace přirozeně jednoduchá, protože každý dokáže zvolit strategii, která mu přinese největší užitek. Pokud je ale naše rozhodnutí ovlivněno rozhodnutím dalšího subjektu, stává se rozhodovací situace komplikovanější a v těchto případech přichází ke slovu teorie her.

Rozhodovací situace, kde se střetávají alespoň dvě strany, a minimálně jeden účastník je racionální a cílevědomý, nazýváme situacemi konfliktními. S konfliktem se setkáváme v různých podobách, ať už v podobě všední hry jako je např. fotbal, hokej, poker, šachy nebo v podobě závažnějšího válečného konfliktu.

Časem se ukázalo, že konflikty jsou speciálním případem obecnějších rozhodovacích situací, v nichž dochází k vážnějšímu či mírnějšímu střetnutí zájmů účastníků, kteří v nich vystupují. Zjistilo se také, že je velmi těžké určit přesně hranici, kdy dochází k opravdovému střetu zájmů, tedy konfliktu, a kdy v rozhodovací situaci vlastně převládá duch spolupráce a konflikt je pouze vedlejším, nevýrazným jevem. Vše je ještě zkomplikováno tím, že do rozhodování inteligentních účastníků někdy zasahují náhodné mechanismy, které mohou významně ovlivnit výsledky jednotlivých inteligentních účastníků, ale jen těžko lze mluvit o střetnutí zájmů s náhodným mechanismem. Snahy o matematické modelování rozhodovacích situací a konfliktu byly provázeny snahou o jejich klasifikaci podle různých hledisek.

Původně byla teorie her označována jako disciplína akademických matematiků, v dnešní době ale nachází uplatnění i v běžném životě. Ideální pro aplikaci teorie her je oligopolní struktura, kde se nachází omezený, relativně malý počet firem. Při rozhodování se firmy řídí zvolenou strategií, která je reakcí na strategie konkurence. Tyto strategie mohou být kooperativní nebo nekooperativní. V rámci kooperativní strategie spolu firmy spolupracují, neboť vzájemná spolupráce jim přinese větší zisk, než kdyby jednali individuálně. V případě nekooperativní strategie firmy nespolupracují a probíhá mezi nimi těžký konkurenční boj. Výsledky, které plynou z kooperativní strategie, jsou jednoznačně příhodnější. Kooperativních i nekooperativních strategií existuje obrovské množství, spousta z nich ale nevede ke stabilní rovnováze. Toto téma jsem si vybrala pro jeho pestrost a obsáhlost.

Cílem této bakalářské práce je popsat základní principy teorie her a ukázat jejich využití v ekonomické praxi, konkrétně využití nekooperativních strategií.

1 Teorie her

Teorie her je vědní obor, který je řazený do matematické ekonomie. Současně se také zahrnuje do teorie rozhodování a operačního výzkumu zabývající se rozborem širokého spektra rozhodovacích situací s více účastníky. Pojem „hra“ má v moderní teorii her velmi obecný význam. Ten v sobě nezahrnuje pouze salónní hry jako jsou šachy či poker, ale dá se říct že jakoukoli konfliktní situaci mezi jedinci, podniky, armádami, státy, politickými stranami, či biologickými druhy. Různorodost aplikačních oblastí ukazuje na univerzalitu modelů, které byly vyvinuty v rámci teorie her, a představuje také zdroj pro tvorbu modelů nových, které by lépe zachytily zvláštnosti vybrané aplikační oblasti.

Teorie her využívá matematický aparát k tomu, aby zachytila konfliktní situace. Matematika jednoznačně určuje pravidla hry, čímž se vyhýbá skrytým předpokladům a vysvětluje vymezení teorie. Samotná matematika ale nestačí např. na analýzu dynamických rozhodovacích situací, která obsahuje mnoho různých účastníků. Při této analýze se musíme spoléhat na simulační řešení, protože analytické řešení není dostupné. Při analýze některých konfliktních situací kombinujeme různé vědní obory, např. psychologii, biologii a ostatní disciplíny, což vede k dalšímu rozvoji poznání a to zajišťuje, že teorie her zůstává zajímavým a inspirativním oborem.

V základních rozhodovacích situacích obvykle předpokládáme, že subjekt se volně rozhoduje, bez toho aby svým rozhodnutím vyvolal nějaké protiopatření okolí. Ve skutečnosti však dotčené okolí reaguje na subjektem zvolená rozhodnutí, tzn. že rozhodující subjekt se bude rozhodovat v konfliktní situaci. Jinak řečeno ekonomický či jiný subjekt není Robinsonem na pustém ostrově, který hledá optimální strategii přežití bez vzájemného působení dalších subjektů.

1.1 Historie

V průběhu let procházela teorie her určitým vývojem. Vycházelo množství publikací, které formulovaly nové myšlenky a objevily další oblasti jejího využití. V dnešní době její závěry nacházejí uplatnění v širokém okruhu oborů jako je např. ekonomie, politické vědy nebo ostatní společenské vědy.

Teorie her se zabývá studiem konfliktních rozhodovacích situací, kde vystupuje více účastníků a používá terminologii a formální aparát založené na zkoumání jednotlivých jednoduchých modelů konfliktních rozhodovacích situací, kterými můžou být nejčastěji různé společenské hry. Dosažené výsledky v počátcích teorie her byly velmi skromné a nekladly si jiné cíle než zlepšit herní strategii. Určité výsledky z teorie her existovali už dříve, ale do podvědomí ekonomie a společenských věd se dostala teorie her jako vědní disciplína až v roce 1944 po vyjití knihy Johna von Neumanna a Oskara Morgensterna „*Theory of Games and Economic Behaviour*“ (Teorie her a ekonomické chování).

Podívejme se však ještě na počátky teorie her před rokem 1944. Již v roce 1713 objevil Angličan James Waldegrave metodu, která vedla k vítězství v karetní hře Le Her (původní karetní hra dvou hráčů, ke které je zapotřebí 52 karet) a která nesla mnoho znaků moderní teorie her. Waldegravovi se ale nepovedlo získané poznatky aplikovat na žádnou jinou situaci.

Ve dvacátých letech minulého století se to povedlo francouzskému matematikovi Émilu Borelovi, který dokázal spojit problémy karetní hry s reálnými situacemi. Publikoval několik prací, ve kterých byly studovány problémy motivované herními situacemi a první definoval smíšenou strategii spolu s minimax řešením pro hry dvou hráčů se třemi či pěti možnými strategiemi. Borel vymyslel nový přístup ke hře. Podle jeho názoru je potřeba hrát tak, aby bylo riziko prohry co nejmenší, a to bez ohledu na to, jak hraje soupeř. V jeho novém přístupu vycházel ze svých zkušeností karetního hráče a formuloval pravidla pro jednoduché hry, jako např. hra kámen, nůžky, papír. Tato pravidla ukazovala, která kombinace možností minimalizuje ztráty. Borel si byl však vědom nebezpečí možného zneužití objevených postupů ve vojenské strategii, a proto varoval před velkým rozvíjením těchto myšlenek.

Roku 1928 John von Neumann dokázal ve své práci *„Zur Theorie der Gesellschaftsspiele“* matematické tvrzení později označované jako základní věta o maticových hrách. V této práci poukázal na minimax teorém, který říká, že každá hra pro dva hráče s nulovým součtem a konečným množstvím dominantních strategií pro každého hráče je předně vymezena.

V roce 1944 vyšla již zmiňovaná kniha maďarského matematika Johna von Neumanna a německého ekonoma Oskara Morgensterna *„Theory of Games and Economic Behaviour“*, která se stala základním dílem teorie her, tzv. biblí, a ustanovila teorii her jako novou ekonomickou vědní disciplínu. Od vyjití této knihy se zpravidla datuje vznik teorie her. Kniha se stala „biblí“ jak svým obsahem, tak svým rozsahem, protože svazek obsahoval více než šest set stran textu. Teorie her je zde podána hlavně jako nástroj pro popis ekonomického chování. V této knize autoři shrnuli dosud známé výsledky a podstatně je v mnoha směrech doplnili a rozvinuli. Důležitým přínosem autorů bylo, že jasně poukázali na možnost využití teoreticko-herních modelů v oblasti modelování ekonomických a rozhodovacích procesů, které v sobě často nesou prvky konfliktu.

Později Oskar Morgenstern vzpomíná, že když se s von Neumannem rozhodovali o názvu knihy, uvažovali kromě názvu *Teorie her a ekonomické chování* také o názvu *Obecná teorie racionálního chování*. Naštěstí se tak nestalo. Tím by tato vědní disciplína nejspíš přišla o svůj atraktivní název. Ariel Rubinstein v doslovu k vydání u příležitosti šedesátin knihy *Teorie her a ekonomické chování* píše:

„Ten, kdo přišel s názvem teorie her, byl génius nejen v matematice, ale také v práci s veřejností (public relations). Představte si, že by se kniha jmenovala *Teorie racionality a rozhodování v interaktivních ekonomických situacích*. Získala by si kniha a teorie her jako celek takovou popularitu? Slovo hra zní mladě a je důvěrně známé. Každý z nás hraje hry, ať už deskové, počítačové nebo politické.“ [1]

Kniha Johna von Neumanna a Oskara Morgensterna značně přispěla k rychlému vývoji teorie her. Mnoho významných prací vyšla ve čtyřech sbornících *„Contributions to the Theory of Games vol. I, II, III a IV“*, které vydala Princetonská univerzita v průběhu let 1950 až 1957. Roku 1952 vyšla přehledná učebnice *„Introduction to the Theory of Games“* J. C. C. McKinseyho, která značně přispěla k rozšíření teorie her i mimo oblast specializovaných pracovníků. Velmi známou a populární knihou o teorii her je *„The compleat strategist“* od J. Williamse z roku 1954, která vyšla i v českém překladu. Tato kniha naneštěstí končí v těch místech, ve kterých teorie her začíná být užitečná pro aplikace, takže celkový dojem z ní může vyznít tak, že teorie her se zabývá řešením zábavných hříček.

Kniha R. D. Luceho a H. Raify *„Games and Decisions“*, vydaná roku 1957, byla velkým přínosem pro teorii her. Tato kniha vyšla i v ruském překladu. Jsou zde velmi

---

[1] DLOUHÝ, Martin; FIALA, Petr. *Úvod do teorie her*. Praha : Oeconomica, 2007. 114 s. ISBN 978-80-245-1273-0. s. 7.

dobře a srozumitelně objasněny základní principy, o které se opírá matematicky formalizovaná teorie her a bylo zde poukázáno i na některá slabá místa, která se v těchto principech objevují. Tato publikace doznala značného rozšíření a tím dopomohla ke zkorigování již rozšířených tendencí považovat teorii her za čistě matematickou disciplínu, ve které není nutné se tolik starat o interpretaci získaných výsledků v oblasti reálných konfliktů, nebo v oblasti salónních her. Díky tomu se udrželo spojení mezi modelováním rozhodovacích situací a vývojem matematické teorie. Toto spojení pravděpodobně zajistilo i další rozvoj teorie her ve vysokém tempu.

Významným okamžikem vývoje je rok 1951, kdy Američan John Forbes Nash jr. zavedl pojem rovnováhy. Pod tímto pojmem si můžeme představit situaci, kdy hráč volí strategii při daných strategických volbách protihráčů, tzn. stav, kdy žádný z hráčů nemůže dosáhnout vyššího zisku změnou své strategie (za podmínky, že strategie ostatních hráčů zůstaly nezměněny).

Za zmínku stojí i kniha R. Isaacse *„Diferential Games"* z roku 1965, která otevřela nové odvětví teorie her, nazývané teorií diferenciálních her. V této teorii se studují rozhodovací situace, ve kterých strategie znamenají způsob chování v určitém časovém intervalu. Strategie hráčů jsou potom popsány jako funkce času a v určitých případech jsou zadány jako řešení diferenciálních rovnic.

V díle *„Theory of games and economic behaviour"* Johna von Neumanna a Oskara Morgensterna byl popsán postup na řešení koaličního konfliktu, což je situace, ve které vystupuje N hráčů a ti se mohou sdružovat do koalic za účelem zlepšení své pozice v konfliktu. Toto řešení koaličního konfliktu má některé nevhodné vlastnosti, a proto další autoři navrhovali alternativní koncepce řešení. Trvale se zaměřují na ty koncepce, které mají jednoduchou definici, a které se dají v určitých případech s přijatelným úsilím skutečně vypočítat. Jako příklad můžeme uvést pojem tzv. Shapleyovy hodnoty hry, navržený Lloydem S. Shapleyem roku 1953. Tato hodnota nepodává přímo návod jak jednat, ale dobře charakterizuje sílu jednotlivých hráčů v konfliktu.

V knize „*The nucleolus of a characteristic function game*" z roku 1969 od D. Schmeidlera je navrženo pozoruhodné řešení, které se nazývá nukleolus. Některé koncepce řešení, které byly navrženy do té doby, bojují s problémem obecné existence a jednoznačnosti. Požadavek, aby všechny koaliční konflikty bylo možné vyřešit pomocí jednoho principu, je velmi přirozený. Velmi žádoucí vlastností je také jednoznačnost řešení, protože nejednoznačné řešení představuje další problém, a to kterou z alternativních řešení skutečně použít. Pojem nukleolus má poměrně jednoduchou definici a řešením je jednoprvková množina. V dalších pracích, které vznikaly později, byla navržena například metoda, která umožňuje najít nukleolus pomocí aparátu lineárního programování.

Jako zajímavost můžeme uvést, že vedle teorie her se paralelně vyvíjela i teorie užitku, která se zabývá problematikou, jak přehledně charakterizovat preference v rozhodovacích situacích. Vznikala totiž otázka, jakým výsledkům dají účastníci přednost před jinými a jak tyto priority zahrnout do matematického modelu.

Průkopníkem teorie her v Sovětském svazu byl N. N. Vorobjev, který vydal sborníky *„Matričnyje igry“* a *„Beskonečnyje antagonističeskije igry“*. Velký úspěch měla i jeho učebnice teorie her pro ekonomy *„Teorija igr, lekcii dla ekonomistov-kibernetikov“*. Tato učebnice byla vydána i v anglickém jazyce. N. N. Krasovskij a L. C. Pontrjagin přispěli k rozvoji oblasti teorie diferenciálních her.

Nové výsledky získané v oblasti teorie her vychází v několika desítkách odborných časopisů. Jedním z hlavních časopisů odrážejícím vývoj teorie her byl *„International Journal of Game Theory“*, který byl založen roku 1971.

Knižní publikace o teorii her vycházeli i v češtině, případně ve slovenštině. V roce 1967 vyšla knížka *„Teoria hier“*, kterou vydali F. Turunovec a M. Chobot. Roku 1974 vydal Miroslav Maňas knihu *„Teorie her a optimální rozhodování“*. Rozsáhlejší práci nazvanou *„Modely rozhodovania v konfliktných situáciách a za neurčitosti“* vydali roku 1980 M. Chobot a A. Turnovcová. V letech 1967 až 1968 vycházela práce K. Winkelbauera, která se nazývala *„Strategické hry“*. Tato publikace měla celkový rozsah 215 stan a vycházela jako příloha k časopisu *„Kybernetika“*. Do češtiny byly přeloženy i knihy *„Theory of games and statistical decisions“* od D. Blackwella a M. A. Girshicka a *„The compleat strategist“* od J. D. Williamse.

Jedním z významných mezníků vývoje teorie her byl rok 1994, kdy byla udělena Nobelova cena ekonomům Johnu Nashovi, Johnu C. Harsanyimu a Reinhardu Seltenovi za průkopnickou analýzu rovnováhy v teorii nekooperativních her.

Roku 2005 byla udělena Nobelova cena za ekonomii za využití teorie her. Thomas C. Schelling a Robert J. Aumann získali Nobelovu cenu za ekonomii. Komise ocenila jejich přínos k problematice konfliktů a spolupráce aplikací teorie her. Hlavní přínos jejich práce tkví ve vysvětlení problematiky obchodních a cenových válek a v poznání příčin, proč jsou některé skupiny úspěšnější při správě svých zdrojů než skupiny jiné. Oba vědci se snažili zodpovědět, proč jsou některé skupiny lidí, organizace či státy úspěšně prosazují spolupráci, kdežto jiné trpí konflikty. Jejich práce byla založena na teorii her jako dominantním přístupu k této odvěké otázce. [2]

V současné době je bibliografie odborné literatury z teorie her velmi rozsáhlá a zahrnuje v celosvětovém měřítku kolem 200 nejvýznamnějších děl.

Objev teorie her vyvolal u mnohých euforii, protože se zdálo, že díky jejímu rozvoji bude v brzké době nalezen objektivní základ pro řešení problémů vznikajících ve společenské praxi. Teorie her byla využita pro sestavu mnoha modelů: abstraktních ekonomických modelů (modely růstu, konkurenční modely, modely víceúrovňového plánování), modelů rozhodování za rizika a neurčitosti a modelů pro optimální využití výrobních zdrojů. Teorie her našla dále své uplatnění v kybernetice při modelování „chování" systémů a jejich vztahů k jiným systémům. Velice významným přínosem teorie her bylo její využití v matematické statistice a aplikované matematice (lineární programování). Kromě toho našla teorie her také uplatnění ve vojenské oblasti.

Jako hlavní přínos teorie her označujeme vliv na způsob myšlení a logicko-intuitivní přístup k řešení celé řady problémů mimo jiné hlavně v oblasti ekonomiky. Další rozvoj teorie her je úzce spjat s činnostmi, kterými jsou uplatňování aplikací ve společenské praxi a využívání prostředků výpočetní techniky.

1.2 Vývoj teorie her

V následující části jsem se pro zajímavost pokusila vybrat několik významných momentů z vývoje teorie her.

- 1713 – v dopise ze 13. listopadu 1713 ukázal James Waldegrave první známé řešení pro hru dvou hráčů Le Her se smíšenými strategiemi. Toto řešení ale bohužel nebylo rozšířeno na výsledky jiných her.

[2] *Novinky.cz* [online]. 10.10.2005 [cit. 2010-03-10]. Nobelova cena za ekonomii udělena za využití teorie her. Dostupné z WWW: <http://www.novinky.cz/ekonomika/67011-nobelova-cena-za-ekonomii-udelena-za-vyuziti-teorie-her.html>.

- 1838 – v publikaci „*Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*“ řeší Augustin Cournot zvláštní případ duopolu a užívá při tom koncept řešení, který je omezenou verzí Nashovy rovnováhy.
- 1871 – využívá Charles Darwin ve své evoluční teorii první teoreticko-herní argumenty
- 1913 – jedním z uplatňovaných teorémů teorie her je, že šachy jsou přesně vymezeny, a to tak, že vítězí bílá nebo černá strana, nebo obě strany mohou dosáhnout maximálně nerozhodného výsledku. Tento teorém byl publikován Ernstem Zermelem a později byl i označován jako Zermelův teorém.
- 1921–27 – Emile Borel podal první moderní formulaci smíšené strategie spolu s minimax řešením pro hry dvou hráčů se třemi či pěti možnými strategiemi.
- 1928 – John von Neumann předvedl teorém minimax ve svém článku „*Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*“, který říká, že každá hra pro dva hráče s nulovým součtem a konečným množstvím dominantních strategií pro každého hráče je přesně vymezena.
- 1930 – v publikaci „*Problems of Monopoly and Economic*“ navrhnul F. Zeuthense řešení problému dohod, na které později Harsanyi poukázal jako na ekvivalent Nashova řešení konfliktů.
- 1934 – objevil R. A. Fisher řešení hry Le Her jako dříve Waldegrave
- 1944 – je publikována kniha „*Theory of Games and Economic Behavior*“ Johna von Neumanna a Oskara Morgensterna, která objasňuje teorii pro hru dvou hráčů s nulovým součtem, kooperativní hry a jejich koaliční formy a určuje základní axiomy užitkové teorie, která se stala součástí obecné ekonomie. Od tohoto roku se datuje vznik teorie her.
- 1950 – Melvin Dresher a Merrill Flood přišli s experimentem, kterým vzniká hra znám jako věžňovo dilema.
- 1950-53 – vydává John Nash čtyři novinové články, ve kterých prokázal existenci strategického rovnovážného řešení pro nekooperativní hry, navrhnul „Nashův program“, ve kterém se snaží o studium kooperativních her skrze jejich redukci na hry nekooperativní, stanovil axiom teorie dohod a prokázal existenci Nashova řešení dohod a poskytnul první výsledky Nashova programu.

- 1953 – ve svém článku *„A Value for n-person Games"* Lloyd Shapley charakterizuje axiomy koaličních her. Toto řešení je dnes známé jako Shapleyova hodnota.
- 1954 – L. S. Shapley a M. Shubik aplikovali jako první teorii her v politických vědách
- 1954-55 – Rufus Isaacs rozvinul diferenciální hry, a to na základě formování a řešení válečných her.
- 1955 – jednou z prvních aplikací teorie her do filosofie je dílo R. B. Braithwaita *„Theory of Games as a Tool for the Moral Philosopher"*
- 1959 – vyšla publikace Martina Shubika *„Strategy and Market Structure: Competition, Oligopoly, and the Theory of Games"*, kde bylo využito výsledků teorie her pro nekooperativní hry k modelování oligopolu.
- 1961 – první aplikace teorie her do evoluční biologie je dílo R. C. Lewontina *„Evoluce a teorie her"*
- 1964 – byl popsán algoritmus pro nalezení Nashovy rovnováhy v dvojmaticových hrách.
- 1966 – v článku R. J. Aumanna a M. Maschlera se poprvé objevily nekonečně opakovatelné hry s nedokonalými informacemi
- 1966 – John Harsanyi definoval ve svém článku *„A General Theory of Rational Behavior in Game Situation"* rozdíl mezi kooperativní a nekooperativní hrou. Hra je kooperativní, když jsou její důsledky, závazky, dohody, sliby a ohrožení z ní vyplývající vynutitelné. V opačném případě, pokud nejsou tyto závazky vynutitelné, se jedná o hru nekooperativní.
- 1967-68 – John Harsanyi zkonstruoval teorii her s nedokonalými informacemi v sérii tří článků *„Games with Incomplete Information Played by ´Bayesian´Players, Parts I, II and III."*
- 1972 – začal vycházet první mezinárodní časopis *„International Journal of Game Theory"*, na kterém se podílel i Oskar Morgenstern.
- 1982 – byla vydána kniha *„Evolution and the Theory of Games"* od Johna Maynarda Smitha
- 1988 – v knize *„A General Theory of Equilibrium Selection in Games"* vytvořili John C. Harsanyi a Reinhard Selten první obecnou teorii výběru mezi

rovnováhami. V tomto díle stanovili přesná kritéria pro výběr bodu částečné rovnováhy kooperativních a nekooperativních her.

- 1989 – v tomto roce vznikl časopis „*Games and Economic Behavior*".
- 1990 – byla publikována první kniha mikroekonomie pro pokročilé „*A Course in Microeconomic Theory*" od Davida M. Krepa, která integrovala teorii her do standardních mikroekonomických materiálů.
- 1994 – John Nash, John C. Harsanyi a Reinhard Selten získali Nobelovu cenu za průkopnické analýzy rovnováhy v nekooperativních hrách.
- 2005 – byla udělena Nobelova cena za ekonomii Thomasu C. Schellingovi a Robertu J. Aumannovi. Komise ocenila jejich přínos k problematice konfliktů a spolupráce aplikací teorie her. [3]

[3] *Novinky.cz* [online]. 10.10.2005 [cit. 2010-03-10]. Nobelova cena za ekonomii udělena za využití teorie her. Dostupné z WWW: <http://www.novinky.cz/ekonomika/67011-nobelova-cena-za-ekonomii-udelena-za-vyuziti-teorie-her.html>.

2 Předmět teorie her

Teorie her se zabývá řešením a modelováním rozhodovacích situací ve společenských systémech, ve kterých se střetávají zájmy lidí, skupin lidí nebo velkých organizovaných skupin, a to v oblastech průmyslu, obchodu, služeb, vojenství apod.

Značně významnou skupinou rozhodovacích situací je skupina konfliktních rozhodovacích situací, které splňují následující podmínky:

- minimální počet účastníků rozhodovací situace je dva
- každý účastník rozhodovací situace zná jak množinu alternativ svého chování, tak i množinu alternativ svého protivníka
- každý účastník rozhodovací situace dokáže ocenit efektivnost své volby v jakémkoliv případě, který může nastat (při libovolných strategiích volených protivníky)
- každý účastník rozhodovací situace volí z množiny možných strategií nezávisle na tom, jakou strategii zvolí protivník (nemá informace o strategiích volených protivníky)
- minimálně jeden účastník rozhodovací situace je inteligentní hráč, tzn. že jedná rozumně a svou volbou určité strategie sleduje specifický cíl

Účastníkem konfliktní rozhodovací situace může být i některý neuvědomělý systém, např. příroda. Neuvědomělostí se rozumí, že systém nesleduje žádný cíl a jeho jednání je možné považovat za neurčité nebo předvídatelné s jistou pravděpodobností. Tyto konfliktní situace jsou pak předmětem zkoumání speciální skupiny rozhodovacích situací – her proti přírodě. Příroda je v terminologii teorie her označována jako „neinteligentní hráč“ nebo jako náhodný mechanismus.

2.1 Základní pojmy teorie her

Původně se tedy teorie her zabývala společenskými hrami (např. poker, šachy apod.). To se odrazilo v názvosloví, které je poněkud odlišné, než jsou ekonomové běžně zvyklí. Proto si na začátku vyjasníme několik základních pojmů.

Hra – určitý konflikt, rozhodovací situace, je to také soubor pravidel a podmínek, které určují alternativy, které mohou jednotliví hráči volit, v jakém pořadí je volí a jaká je jejich výhra v závislosti na uskutečněné volbě. Všichni účastníci hry musí tato pravidla znát a respektovat. Pojem „hra“ byl převzat z tradičního významu tohoto slova, který zahrnuje tzv. salonní hry (karetní hry, šachy, dáma apod.). Kromě těchto salonních her jsou do teorie her zahrnuty i tzv. ekonomické hry (konkurence v tržním prostředí, ekonomické prognózy v podmínkách neurčitosti, dodavatelsko-odběratelské vztahy atd.). Dále sem patří i řešení rozhodovacích situací ve vojenské oblasti, tedy hry vojenské. Kromě zmíněných tří základních oblastí aplikace metod teorie her existuje spousta dalších možností v různých oblastech společenských systémů (politika, sociologie, psychologie, atd.).

Hrou rozumíme také matematický model rozhodovací situace. Mnoho rozhodovacích situací je možné za jistých předpokladů a po zjednodušení popsat poměrně jednoduchými matematickými modely a při jejich řešení se řídit společnými principy bez ohledu na to, jestli se jedná o hru karetní, ekonomickou, vojenskou, aplikaci v oblasti sociální, nebo patřící do jiné sféry.

Hráč – je to každý účastník rozhodovací situace, nositel práva volby v rámci daného konfliktu, rozhodovatel; je to nejen fyzická osoba, ale i právnické osoby, firma, politická strana apod. Každý hráč zná své cíle, dokáže si je seřadit podle vlastních preferencí a usiluje o maximalizaci svého konečného zisku. Každý hráč si zvolí takové strategie, které ho dovedou k požadovanému cíli v určitém prostoru strategií, který je přirozeně vymezen pravidly hry. Hráče můžeme rozlišovat podle cílevědomosti jejich chování na hráče inteligentní/uvědomělé/racionální a „neinteligentní“/neuvědomělé. Každý hráč také ví, co může získat a co ztratit.

Inteligentní hráč – racionální účastník konfliktu, hráč, který se chová tak, aby maximalizoval svůj užitek, zisk, nebo výhru

Neinteligentní hráč – příroda, náhodný mechanismus

Partie hry – jedna speciální realizace pravidel a podmínek hry, speciální aplikace pravidel, které vedou k určitému výsledku

Strategie – vybraná alternativa, kterou si hráč zvolil, způsob rozhodování hráče

Optimální strategie – nejvýhodnější alternativa, kterou si zvolí každý hráč

Prostor strategií – seznam všech možných alternativ, ze kterých si může hráč vybrat

Výplatní funkce – výhra, zisk hráče, který získal v závislosti na zvolených strategiích; závisí nejen na rozhodnutí hráče, ale i na rozhodnutí ostatních hráčů, proto musí určit výhru pro všechny možné kombinace rozhodnutí všech hráčů

Platba – uskuteční se na konci každé partie, můžeme ji chápat jako peněžní platbu, zjištění počtu dosažených bodů nebo jako subjektivní pocity uspokojení, či neuspokojení. Objem plateb můžeme vždy vyjádřit kvantitativně, a pojem platba používáme jak pro výhru (kladná), tak pro prohru (záporná platba).

Tah – označení pro moment hry, ve kterém se uskutečňuje volba jedné vybrané alternativy z množiny všech možných alternativ. Každá partie je složena z jednoho tahu každého hráče, nebo z posloupnosti tahů hráčů.

Osobní tah – je volba jedné alternativy jednoho z racionálních hráčů

Náhodný tah – je také volba jedné alternativy z množiny alternativ, ale volba je uskutečněna náhodným mechanismem. Pravidla hry určují pravděpodobnosti, se kterými volí náhodný mechanismus různé alternativy (např. náhodný tah bude uskutečněn na začátku první partie karetní hry a tím bude určen hráč, který bude míchat a rozdávat karty).

Rozhodovací situace – taková situace, která nabízí několik variant řešení. Tyto situace se často opakují, a proto je velmi výhodné znát určité vzorce optimálních řešení těchto situací, které pomáhají v budoucnu zajistit rychlé a přínosné rozhodnutí. V případě, že má rozhodovací situace pouze jednoho aktéra, hovoříme o nekonfliktní rozhodovací situaci. Tyto konflikty spadají do oblasti matematického programování a jsou mimo teorii her. Pokud ale v rozhodovací situaci vystupují dva či více účastníků, mluvíme o konfliktní situaci, protože každý prosazuje výlučně své zájmy. Rozhodovací situaci označíme jako konfliktní, pokud důsledek rozhodnutí je závislý nejen na rozhodnutí prvního účastníka, ale také na rozhodnutích dalších účastníků rozhodovací situace.

Důležitou podmínkou proto, aby vznikla rozhodovací situace, je přítomnost minimálně jednoho inteligentního účastníka. Poté můžeme hovořit o konfliktu, který je vždy postaven na dosažení individuálního cíle. Účastníci konfliktu volí svá rozhodnutí z dané množiny možných rozhodnutí. Každá volba pak končí pro účastníka nějakým důsledkem, a to výhrou či ztrátou.

2.2 Klasifikace her

Během svého vývoje se teorie her rozčlenila do několika různých odvětví. Přesně specifikovat tato odvětví lze jen velmi těžko, protože různí autoři používají vlastní členění, avšak všeobecně přijatelné a srozumitelné jsou názvy jako maticové hry, diferenciální hry a nebo kooperativní hry. Nejobecněji přijatou klasifikací odvětví teorie her je třídění používané mezinárodními referátovými časopisy, v čele s časopisem *„Mathematical Reviews“*. Teorie her se podle tohoto třídění ve verzi z roku 1986 člení takto:

1. Hry dvou hráčů
2. Hry N hráčů nekooperativní
3. Hry N hráčů kooperativní
4. Nekonečné hry
5. Víceetapové hry stochastické
6. Víceetapové hry rekurzívní
7. Diferenciální hry
8. Herní modely pronásledování a úniku
9. Teorie užitku
10. Teorie rozhodování
11. Teoreticko-herní modely
12. Poziční hry
13. Aplikace teorie her [4]

Hry můžeme dělit podle různých charakteristik.

Podle počtu účastníků můžeme uvažovat o hrách:

- **s jedním hráčem**
- **se dvěma hráči**
- **s *n* hráči**

Jestliže je v rozhodovací situaci pouze jeden hráč, jedná se o případ, kdy jediný rozhodovatel má zcela pod kontrolou důsledky svých rozhodnutí a tyto důsledky pak nejsou ovlivňovány dalšími činiteli. Krajním případem je konflikt s nekonečným počtem účastníků (např. trh v podmínkách dokonalé konkurence).

---

[4] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace.* Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X.

Při hledání optimálních strategií hráčů je důležité rozlišit případy, kdy všichni hráči mají konečně mnoho možných strategií, a kdy tomu tak není. Matematický aparát, který se v těchto případech používá, je v obou zmíněných případech značně odlišný. Podle počtu alternativ v každém tahu rozhodovací situace tedy rozlišujeme:

- **konečné hry –** v nichž mají všichni hráči pouze konečný počet strategií
- **nekonečné hry –** v nichž mají všichni hráči nekonečně mnoho strategií

V mnoha případech je při aplikaci teorie her důležité rozhodnutí, jestli volit popis pomocí konečné nebo nekonečné hry, které je závislé na zhodnocení situace sestavovatelem modelu. Všechna reálná rozhodnutí jsou vždy konečná. Pokud rozdělujeme např. peněžní částky, nepracujeme většinou s částkami menšími než jsou haléře. Pokud strategie spočívá ve volbě vhodného okamžiku, je přesnost stanovení času omezena a máme tedy opět konečně mnoho možných voleb. Při matematickém popisu je ale práce s množinami, které obsahují tisíce nebo až desetitisíce prvků těžko možná. V tomto případě je tedy výhodnější předpokládat, že strategií je nekonečně mnoho a použít v modelu prostředků spojité matematiky.

Jestliže jeden účastník ztrácí právě to, co druhý získává, tzn. že zájmy hráčů jsou v přímém protikladu, mluvíme o **antagonistickém konfliktu**. U tohoto typu konfliktu jsou zájmy obou stran neslučitelné, a proto v tomto případě nemá smysl žádná dohoda. Konflikt označíme za **neantagonistický**, pokud každý z účastníků sleduje své vlastní zájmy, ale tyto zájmy nemusí být v přímém protikladu. U těchto konfliktů můžeme rozlišit dva případy. Buď hráči mají nebo nemají možnost uzavírat před volbou strategií smlouvy o tom, jakou volbu vyberou. Pokud hráči mají možnost uzavřít závaznou smlouvu před volbou strategie mluvíme o **kooperativní teorii**, v druhém případě se jedná o **nekooperativní teorii**. Jestliže hovoříme o kooperativní teorii, je důležité se zmínit o členění výher plynoucích z dohod. Pokud není domluveno sdílení výsledků dohody, je výhra *nepřenosná*. V případě, že je výhra *přenosná*, předá účastník, který na základě dohody dosáhl lepšího výsledku, určitou náhradu druhé straně za svou zvýhodněnou pozici.

Pokud je v rozhodovací situaci jeden hráč inteligentní a jeden neinteligentní, hovoříme o:

- **rozhodování při riziku** nebo
- **rozhodování při nejistotě**

Rozhodování za rizika používáme, pokud inteligentní hráč zná rozložení pravděpodobností, podle kterého volí neinteligentní hráč své strategie. Pojem rozhodování za nejistoty používáme v případě, kdy toto rozložení pravděpodobností není inteligentnímu hráči známo. Obecně lze říci, že všechny obecné náhodné vlivy je možné shrnout tak, že v popisu konfliktní situace vystupuje nejvýše jeden neinteligentní hráč se známým rozložením pravděpodobností a jeden hráč s neznámým rozložením pravděpodobností.

V některých případech se může stát, že inteligentní hráč pochybuje o inteligenci protihráče. Ten se na jednu stranu snaží maximalizovat svůj zisk, ale chová se přitom zcela iracionálně. Takový hráč je považován za kombinaci racionálně uvažujícího inteligentního hráče a náhodného mechanismu. Takového hráče označíme jako *p-inteligentní*.

Hry můžeme také dělit podle množství informací, které mají hráči k dispozici o předchozích tazích, a to na:

- **hry s úplnou informací**
- **hry s neúplnou informací**

Ve hře s úplnou informací mají hráči před každým tahem přesnou informaci o všem, co se v partii dosud dělo. Ve hře s neúplnou informací jsou tyto informace pouze částečné. Jako příklad hry s úplnou informací můžeme uvést šachy, a jako příklad hry s neúplnou informací uvedeme karetní hry kanasta a žolíky. V těchto hrách hráči vědí o kartách, které mají v ruce a které jsou zatím odehrané, ale nevědí, které karty mají v ruce protihráči a které nejsou zatím ve hře. Toto dělení na hry s úplnou a neúplnou informací se ale vztahuje i na reálné konflikty.

Hry také v rámci teorie her dělíme na:

- **hry s konstantním součtem –** konečná výše výhry je předem dána a hráči ji nemohou ovlivnit volbou své strategie
- **hry s nekonstantním součtem –** jsou ovlivnitelné, předpokládají vznik dodatečné hodnoty

V případě her s konstantním součtem platí pravidlo, že co jedna strana získá, druhá automaticky ztrácí. Obě protistrany se však snaží maximalizovat svůj zisk a současně minimalizovat ztrátu. V některých případech dává součet zisků a ztrát nulu, tedy konstantní součet je nulový. Tyto hry označujeme jako **hry s nulovým součtem**. Na druhou stranu hry s nekonstantním součtem jsou ovlivnitelné a součet zisků a ztrát je kladný. Tyto hry jsou podstatou ekonomického růstu a v každém případě jsou zajímavější, jelikož zde existuje možnost tvorby koalic a můžeme pak říci, že míra přidané hodnoty odpovídá míře spolupráce.

2.3 Modely rozhodovacích situací

V procesu řízení je hlavním a klíčovým prvkem rozhodování. Správné rozhodnutí je nutnou podmínkou pro dosažení vytyčeného cíle. Pokud se vedoucí pracovník rozhodne špatně, jdou všechny jeho následující aktivity, nezávisle na tom, zda jsou prováděny dobře nebo špatně, nesprávným směrem.

Důležité je objasnit některé pojmy, např. *rozhodování*. Různé publikace uvádí mnoho rozdílných definicí, každopádně ale většina z nich se po obsahové stránce shoduje na tom, že rozhodování je proces volby mezi více variantami chování. Rozhodovatele pak označujeme jako nositelé práva volby mezi těmito variantami.

Dalším pojmem k vysvětlení je *rozhodovací situace*. To je taková situace, ve které vystupuje jeden nebo více účastníků a nabízí několik možných variant řešení. Rozhodovatel zde řeší problém výběru mezi několika možnými variantami. Nejdůležitější je však snaha zvolit takovou alternativu, pomocí které rozhodovatel maximalizuje svůj zisk. Rozhodovací situace můžeme popsat několika způsoby. Je možné navrhnout obecný model rozhodovací situace v podobě systému matematických objektů. Tento model je pak schopen popsat všechny možné typy rozhodovacích situací. Pro řešení určitého případu pak stačí pouze specifikovat složky tohoto modelu. Avšak pro typické rozhodovací situace je tento model zbytečně složitý, protože pouze výjimečně lze využít všechny možnosti modelu.

Na druhé straně je ale těžké používat pro každou rozhodovací situaci speciální, byť i úsporný způsob matematického popisu. Příkladem rozhodovací situace může být zavedení nového výrobku, porovnání dvou projektů nebo jen výběr správné karty.

Další termín, který je potřeba definovat je *strategie*. Pod tímto pojmem se skrývají důležitá rozhodnutí a jejich realizace. Jestliže tuto definici přeneseme na podnik, potom podniková strategie je obsáhlým popisem rozhodovacího chování vedení podniku pro zajištění budoucí výnosnosti. Přestože se strategie odvozuje od budoucího, žádoucího úspěchu, určuje cestu, jak se v současnosti rozhodnout, aby se požadovaného úspěchu dosáhlo. Pojem, který se strategií souvisí je taktika. Na rozdíl od strategie, která je záměr a dlouhodobý cíl, přání a úsilí o konečné vítězství, je taktika způsob, jak tohoto cíle dosáhnout.

Rozhodovací situace jsou ve většině případů složité a nepřehledné, a proto aby bylo možné aspoň z části uspět v rozuzlení střetů zájmů, je zapotřebí využít prostředky matematické analýzy. Aby bylo možné tyto prostředky použít, je potřeba rozhodovací situace nějak popsat. U rozhodovacích situací rozlišujeme tři základní modely:

- **hra v normálním tvaru,**
- **hra ve tvaru charakteristické funkce,**
- **hra v explicitním tvaru**

2.3.1 Hra v normálním tvaru

Hra v normálním tvaru je nejužitečnější a nejjednodušší model pro popis reálné rozhodovací situace nebo konfliktu. Základní myšlenkou tohoto modelu je, že při modelování dané situace je nutné znát určité základní prvky. Je potřeba vědět kdo jsou účastníci konfliktu (hráči), jaké mají strategické možnosti a jaké jsou možné důsledky jimi zvolených kombinací strategií. Pokud si tyto prvky představíme jako množiny, pak hra v normálním tvaru je určena třemi množinami, a to množinou hráčů, strategií a výplatních funkcí.

Pod pojmem hráči si můžeme představit osoby, instituce, či jiné elementy, na jejichž rozhodnutích a chování závisí výsledek dané situace. Pokud mluvíme o hrách, je zde vždy konečný počet hráčů, proto je můžeme označit čísly 1, 2, ..., N a jejich souhrn pak označíme jako množinu hráčů Q = {1, 2, ..., N}.

Pojem strategie označuje určitý soubor všech možných rozhodnutí každého hráče. Ke každému hráči $i \in$ Q pak přísluší jedna množina strategií X_i, a ta tvoří prostor strategií hráče *i*. Jestliže každý hráč zvolí vybranou strategii $x_i \in X_i$, pak tvoří tyto strategie dohromady N-tici x = [x_1, x_2, ..., x_n]. Tato N-tice strategií určuje pro každého hráče důsledek, který vyplývá z jeho účasti na rozhodovací situaci. Pokud předpokládáme, že je možné tento důsledek charakterizovat funkcí, která nabývá číselných hodnot, pak lze každému hráči přiřadit funkci $M_i(x)$, *i* = 1, 2, ..., N, která je kvantitativní charakteristikou důsledku rozhodovací situace pro hráče *i*. Tyto funkce $M_i(x)$ nazýváme výplatní funkce a jsou definovány na kartézském součinu prostoru strategií $X = X_1 \times X_2 \times ... \times X_N$. Obecně řečeno, tyto funkce popisují výsledky hráčů, ať už zisky nebo ztráty, při využití některé z jejich možných strategií. Jestliže je výsledkem výplatní funkce kladná hodnota, pak to znamená pro hráče zisk. Pokud ale je výsledkem záporná hodnota, pak utrpěl hráč ztrátu o velikosti | $M_i(x)$ |. Proto se o funkčních hodnotách výplatních funkcí mluví jako o výhrách. Výhry jsou obvykle vypláceny po skončení jedné partie a není důležité, jestli mají podobu získaných bodů nebo peněz. Jestliže je účastníků hry více, pak může jakýkoliv z nich vyplácet výhru kterémukoliv z ostatních hráčů.

V souhrnu můžeme tedy říci, že hra v normálním tvaru je tvořena:

1. seznamem hráčů Q : $Q = \{1, 2, ..., N\}$,
2. prostory strategií jednotlivých hráčů $X_1, X_2, ..., X_N$,
3. výplatními funkcemi $M_1(x), M_2(x), ..., M_N(x)$, které jsou rovněž přiřazeny jednotlivým hráčům,

Hru v normální tvaru pak lze jednoduše zapsat jako:

$$\{Q; X_1, X_2, ..., X_N; M_1(x), M_2(x), ..., M_N(x)\}.$$

Příklad 1:

Předpokládejme, že dva hráči hrají salónní hru, spočívající v tom, že hráč označený jako 1 volí libovolné reálné číslo z intervalu $\langle 0,1 \rangle$ a hráč označený jako 2 volí libovolné reálné číslo z intervalu $\langle -2,2 \rangle$, a to nezávisle na hráči 1. Po zveřejnění voleb hráč 1 dostane částku rovnou součtu zvolených čísel od hráče 2. Modelem této salónní hry je hra v normálním tvaru

$$\{\{1, 2\}; \langle 0,1 \rangle, \langle -2,2 \rangle; M_1(x) = x_1 + x_2, M_2(x) = -(x_1 + x_2)\}.$$ [5]

2.3.2 Hra ve tvaru charakteristické funkce

V některých případech rozhodovacích situací se můžeme setkat se situací, že se hráči mohou spojit do skupiny, tzv. koalice, aby posílili své postavení. Pro takové typy vyvinula teorie her vhodnější model než je hra v normálním tvaru, a to hru ve tvaru charakteristické funkce. Při definování této hry se hráči označují čísly, jako ve hře v normálním tvaru. Koalici pak můžeme popsat soupisem hráčů, kteří ji tvoří. Koaliční skupiny jsou tvořeny podmnožinami množiny Q: $K \subset Q$, $L \subset Q$, ... Například pokud je

[5] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X. s. 16.

Q = {6, 7, 8, 9}, pak jsou možné koalice {6, 8, 9}; {7, 8}; {6, 7, 8}; {7}, ale také {6, 7, 8, 9}.

Každého hráče zajímá, kdo s kým má utvořit koalici. Pro posouzení síly jednotlivých koalic, je důležitá znalost hodnoty výhry, kterou může koalice získat bez spolupráce hráčů, kteří v koalici nejsou. Pokud jsou K_1, K_2, ..., K_S všechny možné koalice z dané množiny hráčů Q, je možné každé z koalic přiřadit číslo $v(K_j)$, j = 1, 2, ..., s, které udává celkovou částku, jakou může koalice získat bez spolupráce hráčů, kteří v K_j nejsou. A právě tuto funkci $v(K)$, která je definovaná na množině všech koalic možných v rozhodovací situaci, nazýváme „hra ve tvaru charakteristické funkce“. Jinak řečeno, jde o funkci, která přiřazuje každé z koalic její celkovou možnou výhru.

2.3.3 Hra v explicitním tvaru

Většina salónních her a některé rozhodovací situace probíhají ve formě postupně realizovaných tahů. Cílem hráčů je pak dosáhnout co možná nejlepších výsledků, které znamenají vítězství ve hře nebo podíl na výhře. Teprve poté co je partie hry ukončena, můžeme říci, že hráč realizoval určitou strategii. Hru, která je realizovaná jako posloupnost tahů, můžeme nazvat tahovou hrou (např. šachy nebo dáma).

Pokud rozhodovací situace probíhá ve formě postupně prováděných tahů, použijeme k popisu této situace třetí matematický model nazývaný hra v explicitním tvaru.

Hra v explicitním tvaru je založena na znázornění rozhodovací situace pomocí grafu, který má tvar stromu. Tento graf je zadaný uzly a hranami, které tyto uzly spojují. Je to tedy souvislý graf bez cyklů, který doplníme ještě označením a orientací hran a označením uzlů. Poté můžeme mluvit o tomto grafu jako o *stromu hry*.

V každé salónní hře nebo podobných rozhodovacích situacích určují pravidla, který hráč provede první tah, kdo druhý, třetí atd. Každý uzel stromu hry vždy znázorňuje každý možný stav partie, tzv. pozici a je k němu přiřazen hráč, který je právě na tahu. Z uzlu pak vychází tolik hran, kolik má vybraný hráč v tomto okamžiku možných tahů.

Jestliže hráč, který je na tahu, provede nějaký tah, vyvolá tím novou pozici a pokračuje jiný hráč. Této pozici pak odpovídá jiný uzel stromu hry a z něho znovu vychází tolik hran, kolik má hráč v danou chvíli možných tahů. Pokud strom hry procházíme od jeho počátečního uzlu, tedy od uzlu, do kterého nevchází žádná hrana, a zachováme přitom orientaci hran, sledujeme průběh jedné konkrétní partie hry. Jestliže z uzlu nevychází žádná hrana, jde o uzel koncový, který odpovídá pozici, kdy je rozhodnuto o výsledku a partie končí. Na závěr je ještě potřeba stanovit preference jednotlivých hráčů mezi koncovými uzly.

Problémem tohoto modelu, hry v explicitním tvaru, je fakt, že strom hry se může velmi rychle rozrůstat do obrovských rozměrů a dokonce ani v dnešní době nelze nalézt řešení některých takto zadaných úloh za pomoci výpočetní techniky. Například jednou z neřešitelných her může být hra šachy, kde už při prvním tahu má hráč s bílými figurkami na výběr z 18 tahů.

Mezi výše popsanými modely rozhodovacích situací – mezi hrou v normálním tvaru, hrou ve tvaru charakteristické funkce a hrou v explicitním tvaru – existují úzké souvislosti. Pro jaký model se nakonec rozhodneme závisí na typu rozhodovací situace a na tom, jaký cíl vlastním modelováním sledujeme.

2.4 Antagonistické hry dvou hráčů

Antagonistickým konfliktem rozumíme rozhodovací situaci, kde vystupují dva inteligentní rozhodovatelé, kteří se snaží maximalizovat svoji výhru a po volbě svých rozhodnutí se rozdělí o pevnou částku, jejíž výše nezávisí na tom, jaká rozhodnutí si tito rozhodovatelé zvolili. Matematickým modelem antagonistického konfliktu je hra v normálním tvaru s konstantním součtem:

$$\{Q = \{1, 2\}; X_1, X_2; M_1(x_1, x_2); M_2(x_1, x_2)\},$$

kde pro všechna $(x_1, x_2) \in X_1 \times X_2$ platí $M_1(x_1, x_2) + M_2(x_1, x_2) = \text{konstanta}$. Pro zjednodušení zavedeme označení pro dva hráče: $X_1 = X$; $X_2 = Y$ a prvky X označíme x, prvky Y označíme y. Pak budeme používat zápis:

$$\{Q = \{1, 2\}; X, Y; M_1(x, y), M_2(x, y)\}$$ [6]

Předpokládáme, že zvětšení výhry jednoho hráče znamená automaticky zmenšení výhry druhého hráče. Pak strategie $\bar{x} \in X$ a $\bar{y} \in Y$ považujeme za optimální, pokud při

[6] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X. s. 28.

volbě jiné strategie $x \in X$ si hráč 1 nemůže svou výhru zlepšit a podobně pokud hráč 2 zvolí jinou strategii $y \in Y$ nemůže si zlepšit svou výhru. Strategie, jejichž optimalita je založena na výše zmíněné zásadě „kdo se odchýlí, nemůže si polepšit“, označujeme jako rovnovážné.

Základním modelem antagonistických her je maticová hra dvou hráčů v normálním tvaru s nulovým součtem. Hra dvou inteligentních hráčů s nulovým součtem a konečným množstvím strategií představuje situaci, kdy se hry účastní pouze dva hráči A a B, přitom výhra jednoho hráče je rovna prohře protihráče, tedy součet provedených výplat je roven nule.

2.4.1 Nashova rovnováha

Nashova rovnováha nastává ve hrách s nulovým součtem tehdy, pokud každý hráč volí svou dominantní strategii sám, bez možnosti domluvy s protihráčem. Tato rovnováha se ale nevyskytuje v rozhodovacích situacích moc často. Pokud se jeden z hráčů odchýlí od své optimální strategie, zatímco jeho soupeř ne, jeho výhra se sníží nebo v nejlepším případě zůstane stejná. Jinak řečeno: „ten, kdo se nebude držet optimálních strategií, si nemůže polepšit“. Takto vymezené optimální strategie se nazývají rovnovážné strategie a představují tzv. **Nashovu rovnováhu (Nashovo rovnovážné řešení)**.

V případě konečných prostorů strategií můžeme hru s nulovým součtem znázornit maticí $A = (a_{ij})$, $i = 1, 2, ..., m$; $j = 1, 2, ..., n$. Výběr *i*-tého řádku matice A odpovídá výběru *i*-té strategie hráče 1, výběr *j*-tého sloupce odpovídá výběru *j*-té strategie hráče 2. Při výběru této dvojice strategií je hodnota výplatní funkce hráče 1 rovna prvku a_{ij}, hodnota výplatní funkce hráče 2 je rovna $-a_{ij}$. Tento model se nazývá maticová hra, matici A nazýváme výplatní maticí. [7]

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & . & \dots & . \\ . & . & \dots & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

[7] DLOUHÝ, Martin; FIALA, Petr. *Úvod do teorie her*. Praha : Oeconomica, 2007. 114 s. ISBN 978-80-245-1273-0. s. 12.

Nashovu rovnováhu dostaneme, když nalezneme **sedlový prvek matice A**. Sedlový prvek matice (Nashovo rovnovážné řešení) je největší číslo ve svém sloupci a současně nejmenší ve svém řádku matice, neboť hráč 2 se snaží minimalizovat výhru hráče 1, protože výhra hráče 2 je $-a_{ij}$. Pokud a_{ij} je sedlový prvek, pak i-tá strategie hráče 1 a j-tá strategie hráče 2 jsou optimální rovnovážné strategie. Jestliže hráč 1 zvolí strategii shodnou s číslem řádku, ve kterém se sedlový prvek nachází a hráč 2 zvolí strategii shodnou s číslem sloupce, v němž se sedlový prvek nachází, pak se tyto strategie nazývají strategie rovnovážné. Hodnota a_{ij} pak udává cenu hry. Uvedené řešení pak nazýváme **Nashovou rovnováhou v ryzích strategiích**.

Při hledání sedlového bodu matice (Nashovy rovnováhy) mohou nastat tyto tři případy:

1. Matice má jeden sedlový prvek (prvek je Nashovým rovnovážným řešením).
2. Matice má více sedlových prvků, jejichž hodnoty jsou si rovny, potom tyto sedlové prvky určují alternativní optimální (rovnovážné) strategie.
3. Matice nemá žádný sedlový prvek, optimální strategie se nám daným postupem nepodařilo najít (neexistuje rovnovážné řešení v ryzích strategiích). [8]

V některých případech lze snížit rozměr matice pomocí tzv. dominovanosti. Hráč 1 nebude volit ten řádek, který obsahuje všechny prvky menší než odpovídající prvky v jiném řádku a naopak hráč 2 zase nebude volit ten sloupec matice, ve kterém jsou všechny prvky větší než prvky v jiném sloupci.

2.4.2 Smíšené strategie

Jestliže se nám nepodařilo najít sedlový prvek matice, neznamená to, že hráči nemají žádné rovnovážné strategie. Jako příklad uvedeme známou hru *kámen, nůžky, papír*. V této hře vystupují dva hráči, kteří mají každý k dispozici tři možné strategie. Pravidla hry určují, že kámen vyhrává nad nůžkami, nůžky vyhrávají nad papírem a papír nad kamenem. Pokud oba hráči zvolí stejnou strategii, dojde k remíze. V reálné situaci by

[8] DLOUHÝ, Martin; FIALA, Petr. *Úvod do teorie her*. Praha : Oeconomica, 2007. 114 s. ISBN 978-80-245-1273-0. s. 13.

hráči hru opakovali, ale v našem případě pokládáme remízu za konečný stav hry. Tato hra je hrou s konstantním součtem a můžeme ji znázornit pomocí matice:

Tabulka 1: Hra kámen nůžky papír

	Kámen	Nůžky	Papír
Kámen	0	+1	-1
Nůžky	-1	0	+1
Papír	+1	-1	0

Můžeme si zde ověřit, že v této matici se nenachází žádný sedlový prvek, takže nelze najít ani Nashovo rovnovážné řešení v ryzích strategiích. I přesto však danou hru můžeme hrát a známe rovnovážnou strategii, která spočívá v náhodném výběru z prostoru možných strategií. Rovnovážná strategie obou hráčů je vektor (1/3; 1/3; 1/3). Čísla vektoru vyjadřují pravděpodobnosti, že hráč zvolí první, druhou nebo třetí strategii. Tyto strategie se nazývají **smíšené (pravděpodobnostní) strategie**. I u těchto strategií platí, že hráč, který se odchýlí od rovnovážné strategie, si nemůže polepšit.

Jestliže nemá maticová hra řešení v ryzích strategiích, využijeme tzv. **smíšené rozšíření maticové hry.** Prostory strategií zde představují vektory pravděpodobností, se kterými hráči volí jednotlivé strategie. Prostory strategií hráčů jsou:

$$X = \left\{ x;\ x^T = [x_1, x_2, ..., x_m],\ \sum_{i=1}^{m} x_i = 1,\ x \geq 0 \right\},$$

$$Y = \left\{ y;\ y^T = [y_1, y_2, ..., y_n],\ \sum_{j=1}^{n} y_j = 1,\ y \geq 0 \right\}.$$

Hodnota výplatní funkce udává očekávanou střední hodnotu výhry. V případě her s konstantním součtem stačí sledovat výplatní funkci prvního hráče, která má tvar:

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i a_{ij} y_j = x^T Ay.$$

Ryzí strategie jsou tedy podmnožinou smíšených strategií. V tomto případě se jedna z pravděpodobností rovná jedné a ostatní pravděpodobnosti jsou rovny nule. Pro maticové hry platí tzv. *základní věta maticových her:*

„Každá maticová hra má Nashovo rovnovážné řešení ve smíšených strategiích.“

Tato věta říká, že pro každou matici A existují dva vektory x a y (kroužkem označujeme, že jde o rovnovážné strategie), pro které platí nerovnice:

$$\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{y}^o \leq \mathbf{x}^{oT}\mathbf{A}\mathbf{y}^o \leq \mathbf{x}^{oT}\mathbf{A}\mathbf{y}$$ [9]

Takto je vyjádřena Nashova rovnováha ve smíšených strategiích. Hráč, který zvolí jinou než rovnovážnou strategii, si v žádném případě nemůže polepšit.

Jestliže má maticová hra rozměr $m \times 2$ nebo $2 \times n$, pak můžeme k nalezení Nashovy rovnováhy využít grafické metody. V ostatních případech se rovnovážné smíšené strategie získají pomocí řešení úloh lineárního programování simplexovou metodou.

2.5 Neantagonistické hry dvou hráčů

Neantagonistickým konfliktem se rozumí situace, kdy účastníci rozhodnutí sice sledují své zájmy, které ale nejsou v přímém rozporu. Zde tedy neplatí, že výhra hráče 1 znamená prohru hráče 2 a naopak. Pro modelový popis těchto rozhodovacích situací jsou vhodné hry dvou hráčů s nekonstantním součtem.

Podle jednotlivých možností se pak teorie neantagonistických her zaměřuje na tři odlišné normativní teorie:

- nekooperativní hry
- kooperativní hry s přenosnou výhrou
- kooperativní hry s nepřenosnou výhrou

2.5.1 Nekooperativní hry

Jako nekooperativní hru označujeme hru, ve které hráči nemohou uzavřít dohodu o společné spolupráci. U antagonistické hry jsme řekli, že pokud první hráč zvolí jinou než rovnovážnou strategii, může poškodit pouze sám sebe a jeho protihráč je pak zvýhodněn o částku, o kterou chybující hráč přišel. U neantagonistických her to je ale jinak. Zde může dojít k tomu, že hráč který nezvolí rovnovážnou strategii, poškodí sám sebe, ale současně může poškodit i svého protihráče, který však rovnovážnou strategii zvolil.

Blíže se neantagonistickým konfliktům a nekooperativním hrám budeme věnovat ve třetí kapitole.

---

[9] DLOUHÝ, Martin; FIALA, Petr. *Úvod do teorie her*. Praha : Oeconomica, 2007. 114 s. ISBN 978-80-245-1273-0. s. 15, 16.

2.5.2 Kooperativní hry

V této části se budeme zabývat rozhodovacími situacemi, ve kterých mohou hráči dopředu uzavřít závaznou dohodu o volbě strategií, které budou pro oba výhodné. Aby mohlo dojít k uzavření dohody o volbě strategií, musí platit důležitá podmínka, a to že oba hráči mají zájem na uzavření dohody. Oba hráči jsou racionální účastníci konfliktu, a proto má pro ně význam dohodu uzavřít pouze když uzavření dohody jim oběma přinese větší výhru než kdyby dohodu neuzavřeli. Uzavřená dohoda je závazná a její plnění je vymahatelné. Rozlišujeme dva typy kooperativních her:

- hry s přenosnou výhrou
- hry s nepřenosnou výhrou

2.5.2.1 Kooperativní hry s přenosnou výhrou

Pokud lze v neantagonistickém konfliktu uzavřít závaznou dohodu o volbě strategií a o přerozdělení výhry, pak je cílem příslušné teorie poskytnout návod jak takovou dohodu s protihráčem výhodně uzavřít. Jestliže se podaří danou dohodu uzavřít, je tím konflikt již vyřešen. V teorii kooperativních her s přenosnou výhrou se zabýváme řešením následujících problémů:

- ve kterých případech má smysl usilovat o uzavření dané dohody
- k jakým určitým strategiím by se měli hráči v této dohodě zavázat
- a jak bude konečná výhra rozdělena mezi hráče.

Uvedené tři problémy nemůžeme řešit odděleně. Rozhodnutí, jestli se má dohoda uzavřít, je úzce spojeno s tím, kolik nakonec jednotliví hráči získají. Hráči si mohou rozdělit pouze to, co společně získají, a to závisí na tom, jaké strategie zvolí.

Je logické, že hráči se budou snažit uzavřít dohodu v případě, že získají více než kdyby spolu nespolupracovali. Prvním krokem v kooperativní hře je tedy zjistit, jaká by byla výše výhry, kdyby danou hru hráči odehráli samostatně. Pokud je zkoumaný konflikt popsán jako hra v normálním tvaru, je jednoduché zjistit, kolik mohou maximálně získat oba hráči, jestliže spolu spolupracují. Výhra, která plyne z Nashova rovnovážného řešení nekooperativní hry, je označována jako zaručená výhra. Zaručená výhra hráče 1 je rovna hodnotě $v(1)$, zaručená výhra hráče 2 je rovna hodnotě $v(2)$. Maximální částka, kterou mohou hráči získat, jestliže spolupracují při volbě strategií, je:

$$v(\{1, 2\}) = \max_{x \in X, y \in Y} \{M_1(x, y) + M_2(x, y)\}$$ [10]

Pokud platí $v(1, 2) > v(1) + v(2)$, vyplatí se hráčům spolupracovat. Optimální strategie jsou ty strategie, které se rovnají maximální hodnotě $v(1, 2)$ a najdeme je tak, že sečteme prvky matic A a B a nalezneme maximální hodnotu.

Složitější je určit, kolik může získat každý hráč, pokud nedojde k dohodě. V tomto případě je obtížné odhadnout, jaké strategie hráči zvolí. Oba hráči mohou chtít maximalizovat svou zaručenou výhru nebo se chovají tak, jako kdyby šlo o nekooperativní hru a volí rovnovážné strategie.

Další otázkou, kterou je potřeba řešit, je rozdělení společné částky $v(\{1, 2\})$ mezi jednotlivé hráče. Částku, kterou získá ze společné výhry první hráč, označíme a_1 a částku, kterou získá druhý hráč, označíme a_2. Dvojici částek a_1 a a_2 nazveme „rozdělení“, pokud pro ni platí:

$$a_1 + a_2 = v(\{1, 2\}),$$

$$a_1 \geq v(\{1\}), \quad a_2 \geq v(\{2\}).$$

Rovnost v prvním řádku nám říká, že si hráči musí rozdělit celou výhru, kterou společně získali. Nerovnosti pak stanovují, že každý hráč musí při dělení dostat minimálně tolik, kolik může získat, jestliže bude v konfliktu jednat sám za sebe. Množina všech rozdělení (a_1, a_2), které splňují výše uvedené podmínky, se nazývá jádrem hry.

Může se stát, že hráči nebudou mít stejné zásluhy na vzniklé výhře. Principů, jak společnou výhru rozdělit mezi hráče podle jejich zásluh, existuje celá řada. Např. můžeme výhru rozdělit v poměru přínosu jednotlivých hráčů ke společné výhře, tedy vybrat rozdělení z jádra, pro které platí:

$$a_1 : a_2 = \big(v(\{1, 2\}) - v(\{2\})\big) : \big(v(\{1, 2\}) - v(\{1\})\big).$$

Dalším rozdělením může být, že si každý hráč ponechá svou zaručenou výhru plus polovinu z toho, co hráči získali díky spolupráci navíc, tedy:

$$a_1^* = v(1) + \tfrac{1}{2}\,[v(1, 2) - v(1) - v(2)],$$

$$a_2^* = v(2) + \tfrac{1}{2}\,[v(1, 2) - v(1) - v(2)].$$ [11]

---

[10] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X. s. 110.
[11] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X. s. 113, 114.

2.5.2.2 Kooperativní hry s nepřenosnou výhrou

Kromě her s přenosnou výhrou existují i kooperativní hry s nepřenosnou výhrou. Jedná se o konfliktní situace, ve kterých lze uzavírat závazné smlouvy o volbě strategií, ale ne o přerozdělení výsledků, které plynou ze spolupráce v oblasti volby strategií. Tyto hry nejsou příliš běžné.

Tato teorie byla navržena pro ty případy, kdy v prostředí, ve kterém střetnutí zájmů probíhá, chybí mechanismus, pomocí kterého by bylo možné přenos výhry realizovat nebo kdy je takový přenos z morálních nebo politických důvodů nepřijatelný.

Kooperativní teorie s nepřenosnou výhrou hledá odpověď na tyto dvě otázky:

1. V kterých případech má smysl uzavírat smlouvu o volbě strategií?
2. K jakým strategiím se mají hráči zavázat v případě, že smlouva bude uzavřena?

3 Neantagonistické hry dvou hráčů

V této kapitole jsem se zaměřila na neantagonistické hry dvou hráčů, speciálně na nekooperativní hry, které nyní blíže popíšu.

Jako neantagonistický konflikt označíme situaci, kdy účastníci rozhodnutí (inteligentní hráči, instituce) sice sledují své zájmy, ty však nejsou v přímém rozporu. Zde tedy neplatí pravidlo, že výhra prvního hráče znamená prohru druhého hráče a naopak. Pro modelový popis těchto rozhodovacích situací jsou vhodné hry dvou hráčů s nekonstantním součtem. Pokud použijeme jako model hru v normálním tvaru, vypadá zápis rozhodovací situace takto:

$$\left\{Q = \{1, 2\};\ X, Y;\ M_1(x, y), M_2(x, y)\right\},$$

kde $M_1(x, y) + M_2(x, y) = \varphi(x, y)$.[12] Konflikt, který je takto popsán, nazýváme *neantagonistický* a o výše uvedeném modelu mluvíme jako o *neantagonistické hře*.

Ve srovnání s antagonistickými konflikty je však u neantagonistických konfliktů objasnění normativně optimálního jednání již dosti obtížné. Pokud zájmy účastníků jsou jen zčásti protichůdné, uvažujeme o možnosti koordinace voleb rozhodnutí, abychom dosáhli oboustranných výhod. Je ale nutné sledovat, jestli je vůbec nějaká koordinace voleb rozhodnutí možná a pokud ano, tak jakými formami může tato koordinace probíhat.

V reálných konfliktech se mohou vyskytovat i doplňující okolnosti. Např. obvyklým případem je, že při určitých výplatních funkcích je výhodné zaplatit protihráči určitou částku za to, že vybere určenou strategii. Tuto platbu však nelze zaplatit z výhry v uvažovaném konfliktu. Je tedy nutné zvolit jiné zdroje, pokud jsou ovšem k dispozici v dostatečné míře. Tyto konflikty pak nazýváme *kooperativní konflikty s doplňovanou výhrou*.

Podle jednotlivých možností se pak teorie neantagonistických her zaměřuje na tři odlišné normativní teorie:

- nekooperativní hry
- kooperativní hry s přenosnou výhrou
- kooperativní hry s nepřenosnou výhrou

[12] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X. s. 92.

3.1 Nekooperativní hry

Jako nekooperativní hru označujeme hru, v níž hráči nemohou předem uzavřít dohodu o společné spolupráci. Nekooperativní teorie neantagonistického konfliktu řeší otázku, co můžeme považovat za racionální volbu strategií v neantagonistickém konfliktu. Přestože je definice rovnovážných strategií u neantagonistického i antagonistického konfliktu formálně stejná, postavení rovnovážných strategií je v těchto případech dost odlišné. U antagonistických konfliktů bylo řečeno, že pokud první hráč zvolí jinou než rovnovážnou strategii, může poškodit pouze sám sebe a jeho protihráč je pak zvýhodněn právě o tu částku, o kterou chybující hráč přišel. U neantagonistických her to je však jinak. Tady může dojít k tomu, že hráč který nezvolí rovnovážnou strategii, poškodí nejen sám sebe, ale současně může poškodit i svého protihráče, který však rovnovážnou strategii zvolil. Tento efekt placení za chyby protihráče je důvodem toho, že se na rovnovážné strategie neklade takový důraz, protože zde je definiční princip rovnovážných strategií „kdo se odchýlí od rovnovážné strategie, může se jedině poškodit“ doplněn o dovětek „za předpokladu, že ten druhý se neodchýlí“. Z toho plyne, že u neantagonistických her, nemůžeme vždy považovat rovnovážné strategie za racionální návod k jednání a často se stává, že u těchto her ani žádný návod k jednání , který by splňoval intuitivní představy o racionalitě, podat nelze.

Matematickým modelem nekooperativní hry pro dva hráče je dvoumaticová hra. Matice A a B charakterizují výplatní funkce prvního a druhého hráče. Při výběru *i*-té strategie (i = 1, 2, ..., m) prvního hráče a *j*-té strategie druhého hráče (j = 1, 2, ..., n) je hodnota výplatní funkce hráče 1 rovna prvku a_{ij} a hodnota výplatní funkce druhého hráče se rovná hodnotě prvku b_{ij}. U nekooperativní hry není mezi hodnotami výher hráčů přímý vztah.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ . & & & \\ . & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ . & & & \\ . & & & \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}$$

Tyto matice se pak pro větší přehlednost píší do jedné tabulky, jinak též dvoumatice, která vypadá takto: [13]

$$\begin{pmatrix} a_{11}, & b_{11}; & a_{12}, & b_{12}; & \dots & a_{1n}, & b_{1n} \\ a_{21}, & b_{21}; & a_{22}, & b_{22}; & \dots & a_{2n}, & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}, & b_{m1}; & a_{m2}, & b_{m2}; & \dots & a_{mn}, & b_{mn} \end{pmatrix}$$

U nekooperativních her se použije modifikované Nashovo rovnovážné řešení. Dvojici strategií x^{o} a y^{o} nazveme Nashovými rovnovážnými strategiemi jestliže platí:

$$f_1(x, y^{o}) \leq f_1(x^{o}, y^{o}),$$

$$f_2(x^{o}, y) \leq f_2(x^{o}, y^{o}),$$

pro všechna $x \in$ X, $y \in$ Y. Rovnovážné řešení pak nalezneme tak, že v matici A označíme všechna sloupcová maxima a v matici B označíme řádková maxima. Jestliže některá dvojice prvků dvoumatice je označena prvním i druhým hráčem, pak jsme nalezli rovnovážné řešení. U dvoumaticových her se můžeme setkat s následujícími čtyřmi případy:

1. Nashovo rovnovážné řešení v ryzích strategiích je jediné. V tom případě dává návod k optimálnímu jednání pro oba hráče.
2. Rovnovážných řešení je více, jedno z rovnovážných řešení je však pro oba hráče výhodnější než ostatní rovnovážná řešení (přesněji řečeno dané rovnovážné řešení dominuje ostatní řešení). Hráči tedy zvolí pro oba nejvýhodnější rovnovážné řešení.
3. Rovnovážných řešení je více, nastává ovšem komplikace, že hráči se neshodnou, které rovnovážné řešení zvolit, neboť každý hráč preferuje jiné rovnovážné řešení.
4. Hra nemá žádné rovnovážné řešení v ryzích strategiích . [14]

V případě, že jsme Nashovo rovnovážné řešení v ryzích strategiích nenalezli, využijeme smíšeného rozšíření dvoumaticové hry, neboť platí věta:

„Smíšené rozšíření každé dvoumaticové hry má alespoň jedno rovnovážné řešení."

---

[13] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X. s. 100.
[14] DLOUHÝ, Martin; FIALA, Petr. *Úvod do teorie her*. Praha : Oeconomica, 2007. 114 s. ISBN 978-80-245-1273-0. s. 20.

Prostory strategií jsou:

$$X = \{x;\ x^T = [x_1, x_2, ..., x_m],\ \sum_{i=1}^{m} x_i = 1,\ x \geq 0\},$$

$$Y = \{y;\ y^T = [y_1, y_2, ..., y_n],\ \sum_{j=1}^{n} y_j = 1,\ y \geq 0\}.$$

Výplatní funkce hráčů mají tvar:

$$f_1(x, y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i a_{ij} y_j = x^T A y$$

$$f_2(x, y) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} x_i b_{ij} y_j = x^T B y$$ [15]

V teorii nekooperativních her se také setkáváme s případy, kdy ve hře existuje více dvojic rovnovážných strategií. Ukažme si tedy příklad, kde se tyto nesnáze s více rovnovážnými strategiemi vyskytují.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{6,-5} & -9,-8 \\ 4,5 & -\boldsymbol{5,7} \end{pmatrix}$$

Tato hra má dvě dvojice rovnovážných strategií: 1, 1 a 2, 2. Ty jsme našli tak, že jsme označili výplatní funkce – u prvního hráče sloupcová maxima a u druhého hráče řádková maxima. Příslušné výhry jsou označeny tučně. První hráč dává ovšem přednost první dvojici rovnovážných strategií, zatímco hráč 2 chce zvolit jednoznačně strategii 2, 2. Jelikož se hráči nemohou mezi sebou dohodnout o volbě strategie, zvolí každý z dvojice rovnovážných strategií pro sebe výhodnější strategii. V tom případě pak skončí konflikt nejhorším možným výsledkem -9, -8. V této hře existuje oboustranně přijatelný výsledek, pokud hráči zvolí dvojici 2, 1. Tato dvojice však není dvojicí rovnovážných strategií. Pak tedy vyvstává otázka, na základě jakého principu by bylo možné označit tuto dvojici 2, 1 za dvojici rovnovážných strategií. Muselo by se jednat o tzv. princip oboustranné solidnosti za účelem oboustranného prospěchu. Problém je ale v tom, že pokud jeden hráč poruší tento princip solidnosti, dojde ke zvýhodnění toho, kdo nebyl solidní a k poškození toho, kdo dodržel tento princip a zachoval se solidně. V těchto případech už teorie her naráží spíše na řešení etických problémů, které se matematickými prostředky jen těžko

[15] DLOUHÝ, Martin; FIALA, Petr. *Úvod do teorie her*. Praha : Oeconomica, 2007. 114 s. ISBN 978-80-245-1273-0. s. 22.

zpracovávají. Z teoreticko-herního pohledu tedy docházíme k závěru, že tento příklad nemá řešení.

Problém, který se vyskytuje v tomto příkladu, vyvolán pouze existencí více dvojic rovnovážných strategií, ale také poměrem výplat uvedených rovnovážných strategií. Tento případ si předvedeme na příkladu

$$\begin{pmatrix} \mathbf{2,1} & -3,-4 \\ -5,0 & \mathbf{9,8} \end{pmatrix}$$

V tomto případě se nacházejí opět dvě dvojice rovnovážných strategií 1, 1 a 2, 2. Hráči se ale i bez jakýkoliv dohod pravděpodobně shodnou na dvojici 2, 2. Tento jev si nyní přesněji definujeme:

Definice: Nechť $\bar{x}$, $\bar{y}$ je dvojice rovnovážných strategií v neantagonistické hře s vlastností

$$M_1(\bar{x},\ \bar{y}) \geq M_1(\hat{x},\ \hat{y}),$$

$$M_2(\bar{x},\ \bar{y}) \geq M_2(\hat{x},\ \hat{y}),$$

kde $\hat{x}$, $\hat{y}$ je libovolná dvojice rovnovážných strategií hry. Potom dvojici $\bar{x}$, $\bar{y}$ nazveme *dominující* dvojicí rovnovážných strategií. [16]

Do této doby jsme zatím uváděli pouze konečné hry. Výše uvedená definice platí pro obecnou hru. Jestliže existuje mezi dvojicemi rovnovážných strategií jedna dominující, pak je tato dvojice racionálním návodem k jednání. Pokud ale ve hře nalezneme více dominujících rovnovážných dvojic, potom je opět hledání racionálního návodu k jednání zkomplikováno. Tento problém je vysvětlen v následujícím příkladu.

$$\begin{pmatrix} 5,-4 & 0,-1 & \mathbf{8,9} \\ -2,-1 & \mathbf{3,3} & -1,-2 \\ \mathbf{8,9} & -1,-2 & -4,-3 \end{pmatrix}$$

V této hře se nacházejí tři dvojice rovnovážných strategií: 1, 3; 2, 2 a 3, 1; z toho dvojice 1, 3 a 3, 1 jsou dominující. Protože hráči spolu nemohou komunikovat a dohodnout se na společné volbě, může se nakonec stát, že zvolí strategie 1, 1 nebo 3, 3. Tyto strategie ovšem nejsou rovnovážné a důsledky těchto dvojic jsou dosti nevýhodné. V dále uvedené definici zavedeme pojem charakterizující případ, kdy je uvedený jev vyloučen.

---

[6] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X. s. 96.

Definice: Nechť I je libovolná množina indexů taková, že $x_{(i)}$, $y_{(i)}$, $i \in I$, jsou dvojice rovnovážných strategií hry. Tuto soustavu dvojic rovnovážných strategií nazveme záměnnou, jestliže se funkční hodnoty $M_1(x, y)$ a $M_2(x, y)$ nezmění, dosadíme-li za x libovolné $x_{(j)}$, $j \in I$, a za y libovolné $y_{(k)}$, $k \in I$.

Zde uvádím příklad hry se záměnnou soustavou dvojic rovnovážných strategií.

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{8{,}9} & -2{,}-1 & \boldsymbol{8{,}9} \\ -1{,}-1 & 3{,}3 & -1{,}-2 \\ \boldsymbol{8{,}9} & 0{,}-1 & \boldsymbol{8{,}9} \end{pmatrix}$$

V této hře vezmeme za I množinu $I = \{1, 2, 3, 4\}$ a položíme $x_{(1)} = 1$, $y_{(1)} = 1$; $x_{(2)} = 1$, $y_{(2)} = 3$; $x_{(3)} = 3$, $y_{(3)} = 1$; $x_{(4)} = 3$, $y_{(4)} = 3$. Soustava $x_{(i)}$, $y_{(i)}$, $i \in \{1, 2, 3, 4\}$, je záměnná. Kdybychom do I přidali index další dvojice rovnovážných strategií $x_{(5)} = 2$, $y_{(5)} = 2$, soustava by již záměnná nebyla. [17]

Nyní můžeme shrnout případy, kdy dvojice rovnovážných strategií umožňují v neantagonistických nekooperativních hrách racionální návod k jednání. Je to v případech kdy:

1. ve hře se nachází pouze jedna dvojice rovnovážných strategií
2. ve hře existuje pouze jedna dominující dvojice rovnovážných strategií
3. všechny dominující dvojice rovnovážných strategií tvoří záměnnou soustavu.

Třetí bod obsahuje i situaci, kdy všechny dvojice rovnovážných strategií vytváří záměnnou soustavu. Pro modelování rozhodovacích situací je nejdůležitější první případ. Neantagonistická hra je nejčastěji vyřešena tak, že najdeme dvojici rovnovážných strategií, která se později ukáže jako jediná dvojice rovnovážných strategií ve hře. Pokud nenastane ani jeden výše uvedený případ, lze konstatovat, že ve vyšetřované hře neexistuje řešení. Je také možné se pokusit nalézt nějaký dodatečný princip, pomocí kterého by bylo možné řešení konfliktu najít, což je značně problematické.

Dvoumaticové hry můžeme využít ke klasifikaci konfliktů se dvěma ryzími strategiemi u každého z hráčů. Významné je to hlavně pro ty typy konfliktů, které nemají zaručeně normativní řešení. Jelikož s takovými konflikty se můžeme běžně setkat, je velmi užitečné znát teoretický model pro získání určitého nadhledu na rozhodování v jinak dost neurotizujících situacích.

[17] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X. s. 97.

Jelikož v těchto konfliktech neexistují samo se vynucující racionální rozhodnutí, spočívá nejlepší jednání v těchto konfliktech pravděpodobně ve snaze směřující ke změně podmínek, za kterých daný konflikt probíhá. To je ovšem jen rada, nikoliv řešení, které odpovídá teorii her, protože pokud by bylo možné změnit podmínky konfliktu, musela by tato možnost být obsažena v seznamu strategií.

Některé modely konfliktů mají svá jména a s nimi spojené legendy, které pomáhají snadněji si zapamatovat jejich podstaty. Mezi nejznámější patří:

- vězňovo dilema
- konflikt typu manželský spor
- konflikt typu kuřata

Tyto modely konfliktů se nyní pokusím blíže popsat. Všechny příklady jsou zadané tabulkami s číselnými hodnotami výher. Je ale důležité upozornit na to, že není podstatné jaké konkrétní hodnoty jsou v tabulkách uvedeny, ale záleží pouze na nerovnostech, které mezi nimi platí. Číselné hodnoty výher se zde uvádějí proto, že lze pomocí nich velmi stručně vzájemné vztahy mezi osmi hodnotami výher vyjádřit.

3.1.1 Vězňovo dilema

V tomto modelu konfliktu spočívá obtížnost situace v tom, že řešení, které je pro obě strany výhodné, sice existuje, ale je nedostupné vzhledem k tomu, že jednostranné porušení solidárního jednání vede k podstatné výhodě toho hráče, který se odchýlil od principu solidnosti a zároveň k nevýhodě toho hráče, který na oboustrannou solidárnost spoléhal.

Název této hry je odvozen od modelové situace, kdy dva vězni, kteří spáchali loupež, jsou uvězněni odděleně jeden od druhého a mají dvě možné strategie: *přiznat* (strategie označená P) nebo *zapírat* (strategie označená Z). Jednostranné zapírání poškodí toho, kdo bude zapírat, neboť pokud se jeden pachatel přizná a druhý ne, je prvnímu pachateli udělen nižší trest a druhému naopak vyšší trest. Pokud se ale oba nepřiznají, dostanou menší trest než kdyby se oba přiznali a tím se vzájemně usvědčili. Tento model může být například tvaru:

Tabulka 2: Vězňovo dilema

	P	Z
P	-3; -3	-1; -4
Z	-4; -1	-2; -2

Hráči, kteří spolu nemůžou spolupracovat, budou volit strategii *přiznat*. Překvapující ale je, že rovnovážné řešení s výplatami (-3; -3) je horší než řešení s výplatami (-2; -2). Tato volba však nesplňuje podmínky Nashovy rovnováhy, protože pokud hráč změní strategii, může si polepšit – dostane snížený trest jeden rok, zatímco druhý hráč si odsedí čtyři roky. Nashovo řešení je tedy rovnovážné, ale není efektivní, protože volbou *zapírat* by oba hráči získali.

Tématem konflikt typu vězňovo dilema se zabývá mnoho autorů ve svých dílech, soustavná pojednání jsou obsažena např. v dílech *„Prisoner´s dilemma, a stochastic solution“* od W. W. Hilla nebo *„Two-person game theory. The essential ideas“* od A. Rappoporta.

3.1.2 Konflikt typu kuřata

Existují problémy, ve kterých je důležitější, aby jednací síly neztratily při řešení těchto problémů svou prestiž než je sám problém. Uvažujeme dvě firmy, které působí ve stejné oblasti. Každá firma může projevit buď *ústupnost* (strategie U) nebo *neústupnost* (strategie N). Pokud obě firmy ustoupí, je výsledek neutrální. Jednostranná ústupnost vede ke zhoršení pozice ustupující firmy a zlepšení pozice firmy, která neustoupí. Jestliže ale žádná firma neustoupí, dojde ke krajně nepříznivému důsledku u obou hráčů. Model této situace představuje dvoumaticová hra, která může vypadat takto:

Tabulka 3: Konflikt typu kuřata

	U	N
U	0; 0	-5; 5
N	5; -5	-10; -10

Tato hra má dva rovnovážné body (N, U) a (U, N), ty však nedávají návod k racionálnímu jednání. Rovnovážná strategie (N, U) je výhodná pro první firmu a strategie (U, N) je výhodná pro druhou firmu. Při volbě svých výhodnějších strategií se firmy sejdou v pozici (N, N), která je pro obě firmy značně nevýhodná. I zde je princip „oboustranné solidnosti“, který by vedl k pozici strategií (U, U), v rozporu s principem rovnovážnosti či maximalizace výhry, který definuje, že racionální je to, od čehož odchýlení vede ke ztrátě.

Název „konflikt typu kuřata“ je odvozen z anglosaské představy o kuřatech jako symbolu bytostí s nízkou inteligencí. Hra kuřata je někdy prezentována jako model chování dvou mladíků, kteří se baví tím, že se proti sobě rozjedou ve svých vozech a kdo první uhne (strategie U), ztrácí prestiž. Jestliže oba hráči zvolí strategii *uhnout*, skončí hra remízou, pokud ale žádný z nich neuhne, skončí hra havárií.

3.1.3 Konflikt typu manželský spor

Spletitost tohoto modelu konfliktu spočívá v tom, že existuje více rovnovážných řešení, z nichž žádné není dominující, takže hráčům není jasné, kterou strategii zvolit. Konkrétní příklad modelu konfliktu typu manželský spor může vypadat následovně:

Tabulka 4: Manželský spor

		Manželka	
		F	N
Manžel	F	2; 1	0; 0
	N	0; 0	1; 2

Manželé mají dnes večer strávit společný večer ve městě. Manžel by chtěl jít na fotbalový zápas, zatímco manželka preferuje nákupy v obchodním centru. Spolu se setkají až večer, přičemž se rozhoduje každý samostatně bez vzájemné domluvy. Každý získá jednu jednotku užitku, pokud stráví večer společně, případně dvě jednotky, když zvolí program, který preferuje. Jestliže stráví večer samostatně, jejich užitky se rovnají nule. Manžel by teoreticky měl zvolit první řádek, protože preferuje fotbalový zápas. Manželka ale dává přednost nákupům, proto zvolí druhý sloupec a pak dostaneme řešení (0; 0), které není příznivé pro žádného hráče.

Pokud je tedy tento konflikt klasifikován opravdu jako nekooperativní, můžeme pomocí teorie nekooperativních her zaručeně zjistit pouze to, že hráčům nemůžeme dát v tomto konfliktu žádný racionální návod k jednání. Jelikož je model symetrický, v reálné situaci by hráči pravděpodobně zvolili strategie (F, F) nebo (N, N) podle okamžité nálady či inspirace.

4 Aplikace vybraných modelů v praxi

Tato kapitola je věnována praktickým příkladům. Zaměřila jsem se na nekooperativní hry dvou hráčů a uvádím zde příklady na využití modelů konfliktů v praxi. Konkrétně to jsou modely vězňovo dilema, konflikt typu kuřata a konflikt typu manželský spor. Model vězňovo dilema je zde demonstrován na reklamních hrách.

4.1 Reklamní hry

V dnešní době představují prostředky, které firmy vynakládají na reklamu, nezanedbatelnou položku ve výdajích. Ve většině případů je totiž potřeba odlišit produkt od ostatních konkurenčních a dostat ho do podvědomí spotřebitelů. Velký význam má reklama na oligopolních trzích, kde je často nabízen homogenní produkt. Je tedy jasné, že pokud bude firma, která se nachází na tomto typu trhu, investovat do reklamní kampaně a ostatní firmy ne, získá časem tato firma určitou výhodu nad ostatními konkurenčními firmami. Na druhou stranu ale pokud budou reklamu využívat všechny firmy na oligopolním trhu, vynaloží na reklamní kampaně obrovské částky peněz, často při mizivé odezvě ze strany spotřebitelů. Navíc budou zisky firem ještě nižší o náklady vynaložené na propagaci produktů. Z toho tedy plyne, že pro firmy by bylo nejvýhodnější, kdyby se reklamy zřekly. Potíž je ale v tom, že jde o konkurenty, takže jakékoliv uzavření dohody mezi nimi je nemožné. A právě v těchto zmíněných případech nám může při rozhodování pomoci teorie her.

Příklad 2

Na tomto příkladu si ukážeme, jak může taková situace vypadat a aplikujeme zde model konfliktu vězňovo dilema. S oligopoly se setkáváme v různých oblastech trhu. Mějme například dva výrobce čokolád: Orion a Figaro, které označíme jako firmy „O“ a „F“. V případě čokolád můžeme říci, že se jedná o homogenní produkty, proto rozdíly v nabídkách firem nejsou příliš velké. Obě firmy se rozhodují, zda mají spustit reklamní kampaň s cílem zvýšení zisků. Strategii „spustit kampaň“ označíme proměnnou x_1 a strategii „nespouštět kampaň“ označíme jako x_2. V tomto případě se tedy obě firmy snaží získat konkurenční výhodu na úkor toho druhého a případné zisky jsou závislé na volbě strategie. Výplatní matice, která zachycuje zisky jednotlivých kombinací strategií by pak mohla vypadat následovně:

Tabulka 5: Příklad modelu vězňovo dilema

		Firma F	
		x_1	x_2
Firma O	x_1	45; 30	90; 0
	x_2	0; 85	55; 50

Konkrétní hodnoty výplatních funkcí v tomto modelu jsou získávány na základě odborných expertíz, které se týkají hlavně podnikové a tržní situace. Hodnoty v této matici odpovídají ziskům obou firem v milionech Kč za rok; hodnoty vlevo ziskům firmy „O“ a hodnoty vpravo ziskům firmy „F“. Pokud tuto matici podrobně prozkoumáme, dojdeme k závěru, že pro firmu „O“ je výhodnější spustit kampaň, kde by dosáhla zisku 45 nebo 90 a pro společnost „F“ je také nejvýhodnější spustit kampaň, v tom případě by dosáhla zisku 30 nebo 85. Protože mezi firmami nemůže dojít k žádné domluvě, zvolí obě firmy pravděpodobně strategii „spustit kampaň“ a tím se ve výplatní matici dostanou na pozici 1, 1 se zisky (45; 30). V tomto případu funguje princip vězňova dilematu, což znamená, že volbou této rovnovážné strategie obě firmy získají méně, než kdyby se obě zřekly reklamní kampaně. Důvodem menších zisků jsou náklady spojené s propagací a malá odezva ze strany spotřebitelů. Jelikož jde o konkurenty, kteří se nemohou spolu dohodnout, nezbývá jim nic jiného než se s danou situací smířit a snažit se zvýšit zisky nějakým jiným způsobem.

4.2 Kuřata

Na dalším příkladu si ukážeme model konfliktu typu kuřata. Uvažujeme dvě těžební společnosti, které těží uhlí v Moravskoslezském kraji. Obě společnosti se rozhodli těžit ve stejné oblasti a obě společnosti mají v úmyslu zdvojnásobit svoji těžbu. U obou firem existují dvě možná rozhodnutí, buď může společnost ustoupit od svého záměru a zůstat při dosavadním rozsahu těžby a nebo neustoupit. V tomto konfliktu hraje také svou roli prestiž, kterou může firma, která by ustoupila, ztratit. Jestliže by obě firmy od svého záměru ustoupily, nic by se nestalo a situace by zůstala nezměněna. Pokud jedna společnost ustoupí a druhá ne, ustupující firma si zhorší svoji pozici a sníží zisk, naopak firma která neustoupí si svoji pozici zlepší a zvýší objem těžby. Pokud by se ale stalo, že by ani jedna firma od svého záměru neustoupila a těžila dál, došlo by k ekologické katastrofě s obrovskými následky pro obě firmy. Tuto rozhodovací situaci znázorníme jako dvoumaticovou hru, strategii „ustoupit“ označíme jako „U“ a strategii „neustoupit“ označíme jako „N“.

Tabulka 6: Příklad modelu kuřata

		Firma B	
		U	N
Firma A	U	0; 0	-10; 22
	N	27; -16	-62; -39

Uvedené hodnoty výplatních funkcí odpovídají ziskům, popř. ztrátám daných společností v milionech Kč. V této hře nalezneme dvě rovnovážné strategie, a to strategie (U, N) a (N, U). Strategie (U, N) je výhodná pro firmu B, která neustoupí a tím realizuje svůj záměr zdvojnásobit svou těžbu, a naopak rovnovážná strategie (N, U) je příznivá pro firmu A. Pokud firmy zvolí svoje výhodnější strategie, sejdou se nakonec v pozici (N, N), která je nepříznivá jak pro obě firmy, tak pro životní prostředí.

V tomto případě by bylo lepší, kdyby spolu firmy mohly spolupracovat a mohly bychom využít řešení *kooperativních konfliktů s doplňovanou výhrou.* Zde by se vyplatilo firmě A opatřit si částku ve výši alespoň 16 mil a nabídnout ji firmě B za to, že se zaváže volit strategii „ustoupit“ a tím by se ve výsledku sešly na pozici rovnovážné strategie (N, U). Je však možné, že firma B může požadovat vyšší částku na základě hrozby, že zvolí strategii „neustoupit“.

4.3 Manželský spor

Na třetím příkladu si předvedeme, jak funguje model konfliktu typu manželský spor. Uvažujeme dvě akciové společnosti, první společnost vyrábí díly jízdních kol, druhá společnost provádí montáž těchto dílů dohromady. Zahraniční společnost oběma firmám nabídla výhodnou nabídku, která spočívala v tom, že se tyto dvě firmy spojí a budou společně buď vyrábět díly a ty pak vyvážet do zahraničí, nebo zde budou dovezené díly montovat a prodávat jízdní kola. Obě firmy dostaly čas na rozmyšlenou ovšem bez toho, aby se mezi sebou dohodly a každá se rozhodla podle sebe.

Firmu, která vyrábí díly (strategie „D“) označíme jako „Firma A“ a firmu, která provádí montáž (strategie „M“) označíme jako „Firma B“. Každá firma získá 2 miliony Kč, pokud se rozhodnou pro společnou spolupráci, případně 7 milionů Kč, když zvolí strategii, kterou preferuje (samozřejmě každá firma preferuje tu činnost, kterou dělala doposud). Tento případ může v podobě dvoumatice vypadat např. takto:

Tabulka 7: Příklad modelu manželský spor

		Firma B	
		D	M
Firma A	D	7; 2	0; 0
	M	0; 0	2; 7

V tomto konfliktu existují dvě rovnovážné strategie (7; 2) a (2; 7), z nichž žádná není dominující, takže společnostem není jasné, které řešení by měly zvolit. Firma A by měla teoreticky zvolit strategii „D“, neboť preferuje výrobu dílů. Na druhou stranu firma B preferuje montáž jízdních kol, proto zvolí druhý sloupec, takže nakonec dostaneme řešení (0; 0), které není výhodné ani pro jednu firmu.

V tomto příkladu by bylo opět výhodnější, kdyby mohly spolu firmy spolupracovat. Jako řešení bych doporučila, aby silnější firma koupila akcie slabší firmy a pokud odkoupí víc jak 50% akcií, může jednat se zahraniční firmou za obě společnosti.

5 Závěr

Téma teorie her a její aplikace do reálného života představuje velmi široké téma, které nelze celé popsat v jediné práci. Mojí snahou bylo vytvořit relativně ucelený přehled této problematiky, který by mohl pomoci rozšířit výklady objevující se v ekonomické literatuře. Během zpracování této práce jsem získávala další nové informace a postupně jsem pronikala do této teorie hlouběji. Podle mého názoru jde o velmi zajímavou vědní disciplínu, která by si zasloužila mnohem více prostoru a hlavně větší lidský zájem. Pochopení dané teorie nám může přinést řadu prospěšných poznatků a zároveň ji můžeme uplatnit v praxi, v čemž vidím také její velký přínos. Ve své práci vycházím z teoretických poznatků, které jsem získávala z publikací uvedených v seznamu literatury. Největším zdrojem informací mi však byla kniha Miroslava Maňase *„Teorie her a její aplikace“*.

Ve většině ekonomických publikací, se kterými jsem se během zpracování své práce setkala, se objevuje téma teorie her jen velmi zjednodušeně. Nejčastěji je zde popsán model vězňovo dilema, který má v reálném životě asi největší uplatnění. Další postupy, které popisuje teorie her, by se určitě také uplatnily, ale většinou jsou velice pracné. Proto je důležité zvážit, zda získané výsledky odpovídají vynaloženému úsilí na realizaci daných postupů.

Aplikace teorie her do praxe je výborný nápad, ale bohužel v některých případech je jen těžko realizovatelný. Teorie her je v určitých aspektech dosti obecná a některé její modely jsou obtížně měřitelné. V některých případech je velmi obtížné, nebo dokonce nemožné, získat potřebné vstupní a výstupní informace. Teoreticko-herní analýzy jsou značně časově i znalostně náročné, ale i přesto nám dokáží umožnit potřebné informace pro správné rozhodnutí. Každopádně jde o jeden z prostředků, který nám pomáhá pochopit chování konkurentů a tím i vylepšit naši vyjednávací pozici.

Jak jsem zde zmínila, teorie her je v některých případech dosti složitá, což je její velký problém. Matematické publikace, které se zabývají teorií her, většinou vyžadují znalost vyšší matematiky a výpočty jsou velmi složité. Navíc je zde i problém dostupnosti publikací zabývající se touto problematikou. České překlady zahraničních děl jsou méně dostupné a práce českých autorů nemohou postihnout celou danou tématiku.

Ideální pro aplikaci teorie her je oligopolní trh, kde se vyskytuje omezený počet firem. Tyto firmy se rozhodují v silně závislém prostředí, ve kterém záleží úspěch firmy na správně zlovené strategii. Pokud by firmy využívaly aplikace teorie her, nepochybně by získaly silnou konkurenční výhodu. V teorii her je popsáno mnoho modelů rozhodovacích situací, nebo alespoň návody, jak takové modely sestavit. Využití těchto poznatků firmám ulehčí rozhodování a může jim ušetřit nemalé finanční prostředky. Kdyby ekonomové své herní modely zaměřili více na empirické zkoumání než na teoretické, a zaměřili se více na vytváření případových studií, které by snáze upoutaly pozornost obchodních společností a upozornily na výhody aplikace teoreticko.herních modelů, uspíšili by proces zavádění teorie her do praxe.

Tato práce mi umožnila se blíže seznámit s teorií her, což považuji za obrovský přínos, který mi tato práce poskytla. Doufám, že moje práce pomůže pochopit základní principy teorie her.

Seznam použité literatury

[1] DLOUHÝ, Martin; FIALA, Petr. *Úvod do teorie her*. Praha : Oeconomica, 2007. 114 s. ISBN 978-80-245-1273-0.

[2] FRANK, Robert H., BERNANKE, Ben. *Ekonomie.* Praha: Grada, 2003, 803 s. ISBN: 80-247-0471-4

[3] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a její aplikace*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1991. 280 s. ISBN 80-03-00358-X.

[4] MAŇAS, Miroslav. *Teorie her a optimální rozhodování*. Praha : SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1974. 256 s.

[5] VOLEK, Josef. *Operační výzkum IV - Teorie her a optimálního rozhodování*. Pardubice : Univerzita Pardubice, 2003. 101 s. ISBN 80-7194-621-4.

[6] VON NEUMANN, John., MORGENSTERN, Oskar. *Theory of games and economic behavior*. Princeton : Princeton University Press, 2004, 739 s. ISBN 0-691-11993-7.

Internetové zdroje

[1]*Econ.canterbury.ac.nz* [online]. 2005 [cit. 2010-03-28]. Dostupné z WWW: <Www.econ.canterbury.ac.nz >.

[2] *Navajo.cz* [online]. 2009 [cit. 2010-04-05]. Dostupné z WWW: <www.navajo.cz>.

[3]*Novinky.cz* [online]. 10.10.2005 [cit. 2010-03-10]. Dostupné z WWW: <Www.novinky.cz>.

Seznam tabulek

Tabulka 1: Hra kámen nůžky papír 31

Tabulka 2: Vězňovo dilema 44

Tabulka 3: Konflikt typu kuřata 44

Tabulka 4: Manželský spor 45

Tabulka 5: Příklad modelu vězňovo dilema 47

Tabulka 6: Příklad modelu kuřata 48

Tabulka 7: Příklad modelu manželský spor 49