

Zamyšlení nad hodnocením výkonů studenta a klasifikací studijních výsledků v matematice na vysoké škole

Otakar Prachař

Ústav matematiky, FES, Univerzita Pardubice

Abstract:

The article deals with problems of evaluation of student's achievements and with problem of classification of educational results in mathematics at the universities. The proposal of changes at evaluation of educational output and system of classification is included.

1. Úvod

Vzdělávací proces je třeba exaktně plánovat, organizovat a řídit. Účinné řízení procesu vyučování a učení v každém předmětu studijního plánu na vysoké škole zahrnuje i hodnocení studijní činnosti, které je závěrečnou fází, ale zároveň východiskem pro zkvalitňování vzdělávacího procesu. Výsledkem výchovně vzdělávacího procesu je určitá osobnostní změna studenta.

Hodnocení plní funkci

- a) didaktickou - umožňuje porovnat a seřadit výkony jednotlivých studentů a skupin, regulovat další postup ve výuce diferencovaně podle kvality výkonu;
- b) motivační - ovlivňuje rozvoj poznávacích zájmů, zvyšuje studijní úsilí;
- c) výchovnou - vyvolává změny v chování, pocitech a postojích studenta k učení;
- d) prognostickou - umožňuje předvídat další rozvoj osobnosti.

Kvalitu skutečných studijních výsledků ověřujeme porovnáváním s vytčenými cíli vyjádřenými exaktně kvalitativními i kvantitativními znaky.

Formujeme-li cíle vzdělávání v matematice jako osvojování vhodně strukturovaných poznatků, ovládnutí matematických činností (dovednosti, metody, algoritmy), rozvíjení poznávacích procesů a schopností k poznávací a praktické činnosti (rozvíjení specifických forem matematického myšlení, schopností aplikace poznatků a činností, schopnosti sebevzdělávání), pak směřujeme k ovládnutí matematiky jako nástroje a prostředku k řešení problémů nejen matematiky, ale i jiných vědních oborů, techniky a praxe. Žádoucí je integrace matematického vzdělání s přírodovědným, v poslední době i s humanitním, protože matematika je pro řadu oborů nástrojem k řešení jejich problémů.

Nikdo jistě nepochybuje o tom, že se v matematice nelze spokojit s namemorovanými vědomostmi ze studovaných tematických okruhů, ale že je třeba pěstovat dovednosti, rozvíjet schopnost aplikace osvojených vědomostí a dovedností při řešení různých problémů, schopnost přenosu (transferu) znalostí do jiných oblastí společenské praxe.

Student má znát nejen definice a matematické věty, ale umět jich s porozuměním užívat při řešení úloh, porozumět vztahům a souvislostem mezi jednotlivými tématy, matematizovat reálné situace a řešit různé problémy, užívat geometrickou představivost v konkrétních situacích.

Neméně důležitým cílem je chápání významu matematiky jako nástroje k poznávání a přetváření světa, jako výsledku stále se prohlubujícího abstraktního odrazu vztahů reálného světa, jako prostředku formování a rozvoje osobnosti. Při vyučování a učení matematice je

třeba si klást i cíle hodnotové (afektivní), které se týkají zájmů, postojů a hodnotové orientace studenta.

Positivních studijních výsledků lze dosáhnout, právě když cíle a pedagogické působení učitele jsou v souladu s reálnými učebními možnostmi každého studenta. Hodnocení výsledků vyučování a učení musí zahrnovat hodnocení studijních výkonů i hodnocení vývoje osobnosti. Spočívá v porovnání skutečného stavu s plánovanými cíli, v posouzení určitých kvalit studenta (znalostí, schopností, zájmů, postojů, morálních a volních vlastností apod.), v interpretaci vzniklých rozdílů a v hledání příčin, zahrnuje rovněž vyvození závěrů a přijetí účinných opatření k optimalizaci výchovně vzdělávacího procesu.

Objektivní hodnocení studijních výsledků předpokládá získání a registraci úhrnných informací o průběžném i konečném výkonu studenta, o výsledcích pedagogického působení i samostatného učení a následné srovnání získaných výsledků se stanoveným cílem. K tomu slouží vstupní, průběžné a výstupní didaktické testy, především pak písemná a ústní zkouška. Předpokladem kvalitního hodnocení je formulace učebních cílů vzhledem k činnosti studenta, stanovení požadavků na studijní výkon, stanovení kritérií, měrných jednotek dovolujících kvalitu výkonu hodnotit zařazením na příslušný stupeň hodnotící škály.

2. Navrhované změny hodnocení výkonů studenta v matematice a klasifikace prospěchu

V článku se zamýšlím nad potřebou změny hodnocení výkonů studenta v matematice i změny klasifikace prospěchu v předmětu zařazeného do studijního plánu studovaného oboru. Proces vyučování a učení vyúsťující ve výkonu studenta je mnohostranným procesem, jehož výsledek lze stěží postihnout jedním číselným údajem (ciferně i slovně vyjádřeným), tedy veličinou skalární. Je žádoucí hodnocení vícesložkové (více číselnými údaji), tedy vektorem. Vyjádřeme proto efekt vyučování a učení matematice u studenta vektorem $\vec{E} = (V, D, T, K, S, P)$ se složkami V (objem a kvalita vědomostí), D (objem a kvalita dovedností), T (schopnost aplikace vědomostí a dovedností při řešení problémů, úspěšnost transferu do jiných oblastí), K (tvůrčivé řešení problémů), S (schopnost sebevzdělávání), P (postoj k učení). Tento šestiměrný vektor lépe vyjadřuje stav vývoje osobnosti studenta. Jednak má větší vypovídací hodnotu než jednorozměrný klasifikační stupeň, zejména umožňuje posuzovat kvalitativní úroveň jednotlivých složek výkonu studenta a poskytuje komplexnější pohled na studijní výsledky v předmětu.

Uvažovanému způsobu hodnocení výkonu studenta v matematice je třeba přizpůsobit i strukturu vstupních, průběžných a výstupních didaktických testů, rovněž i písemné a ústní zkoušky. Průběžné testy mohou být koncipovány na zjišťování kvality pouze jedné složky, mohou však mít i povahu komplexnější. Písemná a ústní zkouška je integrovanou zkouškou, při níž zjišťujeme u studenta kvalitu výkonu ve složkách V, D, T, K . Posouzení úrovně u zbývajících dvou složek S, P klasifikačním stupněm je pak výsledkem dlouhodobého pozorování osobnosti studenta.

K zjišťování kvalitativní úrovně jednotlivých složek výkonu studenta slouží kontrolní otázky a úkoly v didaktických testech, při písemné a ústní zkoušce.

U složky V (vědomosti, fakta, terminologie, symbolika, matematické značky) se vyžaduje znalost definic, objasňování matematických vět, zákonů, pravidel, principů a vzorců, zapisování definic a matematických vět pomocí kvantifikátorů.

Otázky a úlohy jsou uváděny slovesnou vazbou: definovat, vyslovit, zapsat, vybrat, pojmenovat.

U složky *D* (dovednosti, metody, algoritmy)

jde o porozumění a zvládnutí matematických činností, dokazování matematických vět, užívání algoritmů, zvládnutí výpočtů, řešení úloh, zvládnutí grafického znázornění matematických objektů.

Užívané slovesné vazby:

objasnit, vysvětlit, dokázat, řešit, vypočítat, graficky znázornit.

U složky *T* (aplikace poznatků a činností při řešení problémů, transfer znalostí do jiných vědních oborů a oblastí společenské praxe)

se jedná o dovednost sestavení pracovního postupu, dovednost aplikovat matematické poznatky, metody a činnosti k řešení matematických problémů i problémů jiných vědních oborů a společenské praxe.

Užívané slovesné vazby:

aplikovat, použít, odvodit, prokázat, navrhnout, řešit.

U složky *K* (tvořivá činnost, schopnost logického myšlení)

se předpokládá schopnost vyhledávat nové problémy, formulovat hypotézy a ověřovat jejich správnost, schopnost objevovat pro studenta nové poznatky a postupy, schopnost matematizace reálných situací, ovládnutí myšlenkových operací abstrakce, generalizace, konkretizace, specifikace, analogie, ovládnutí indukce, dedukce, verifikace, schopnost analýzy a syntézy, schopnost porovnávání a rozlišování (rozdělování, komparace, diskriminace), rozvíjení matematického myšlení a jeho specifických forem (funkční, pravděpodobnostní, kombinatorické, stochastické).

Užívané slovesné vazby:

analyzovat, provést rozbor, navrhnout, specifikovat, porovnat, rozlišit, modifikovat, modelovat, verifikovat, rozhodnout, vyvodit obecné závěry.

U složky *S* (schopnost sebevzdělávání)

se hodnotí dlouhodobým pozorováním schopnost vyhledávání a využívání informačních pramenů, zvládnutí techniky duševní práce, schopnost kontroly a hodnocení výsledků vlastní matematické činnosti.

U složky *P* (postoje k učení matematice)

se hodnotí zájem o matematiku, plnění uložených úkolů, stupeň potřeby permanentního vzdělávání v matematice.

V návaznosti na zjišťování kvalitativní úrovně jednotlivých složek výkonu studenta v matematice je třeba připravovat didaktické testy, kontrolní písemné práce, písemné i ústní zkoušky.

Ukažme formulace kontrolních otázek a úloh k zjišťování kvalitativní úrovně složek výkonu studenta v matematice.

Složka *V*

1) Jak je pomocí zobrazení definována posloupnost reálných čísel ?

Zapište definici limity posloupnosti $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$.

2) Napište definici cyklotrické funkce $f: y = \arcsin x$ a uveďte její charakteristické vlastnosti. Načrtněte její graf.

3) Formulujte jako pravdivou implikaci nutnou podmínku konvergence nekonečné

číselné řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Složka D

- 1) Užitím definice derivace funkce v bodě vypočítejte derivaci $f'(2)$ pro funkci $f(x) = \frac{2}{x}$.
- 2) Ze znalosti grafu funkce $f: y = \log_2 x$ načrtněte graf funkce $g: y = 3 + \log_2(x+1)$. Vyjádřete definiční obor $D(g)$ a určete souřadnice průsečíků grafu funkce g se souřadnicovými osami kartézské soustavy souřadnic.
- 3) Sestavte Taylorův mnohočlen $T_3(x)$ funkce $f(x) = \sin^3 x$ v bodě $x_0 = \frac{\pi}{6}$.
- 4) Najděte intervaly konvexnosti a konkávnosti, inflexní body funkce $f(x) = (x+2)e^{4x}$.

Složka T

- 1) Vypočítejte přibližně hodnotu Eulerova čísla e užitím $T_6(x)$ a odhadněte absolutní chybu.
- 2) S jakou procentuální chybou je třeba změřit poloměr koule r , aby při výpočtu objemu koule byla chyba menší než 1 % ?
- 3) Dešťová kapka, jejíž počáteční hmotnost je m_0 , padá účinkem gravitační síly g ve vakuu, přičemž se rovnoměrně vypařuje. Úbytek hmotnosti m_0 je přitom úměrný času t (koeficient úměrnosti k). Po kolika sekundách od začátku padání bude kinetická energie kapky E_k maximální a jak bude veliká?

Složka K

- 1) Uveďte nutnou podmínku existence lokálního extrému funkce $f(x)$ v bodě x_0 ve tvaru pravdivé implikace. Může mít funkce $f(x) = 2x^3 + x$ lokální extrémy?
- 2) Načrtněte graf libovolné funkce $y = f(x)$, $x \in \langle 0; 3 \rangle$, jestliže víte, že $y > 0$, $y' < 0$, $y'' > 0$, $y(2) = 1$.
- 3) Traktor se má přemístit z místa A na silnici do místa B v polích. V kterém místě má odbočit ze silnice do polí, aby byl v místě B co nejdříve, jede-li po silnici rychlostí v_1 km/hod., v polích rychlostí v_2 km/hod., kde $v_1 > v_2$.

Znázorněme si v připojené tabulce model hodnocení kvality výsledků učební činnosti studenta, v němž je použito složek definovaného vektoru. V navrženém modelu jsou využity pouze tři klasifikační stupně u všech složek výkonu studenta. Domnívám se, že třístupňová klasifikační stupnice je k hodnocení výkonu i prospěchu postačující.

Vždyť v navazujícím doktorandském studiu je používána pouze dvoustupňová klasifikační stupnice (prospěl, neprospěl). U každé složky je možno navíc volbou váhového koeficientu zdůraznit význam složky při hodnocení výkonu studenta. Vzhledem k užívaným tradičním klasifikačním stupňům čím větší váhový koeficient, tím je kladen menší důraz na výkon u dané složky.

Klasifikační stupeň	Složky					
	<i>V</i>	<i>D</i>	<i>T</i>	<i>K</i>	<i>S</i>	<i>P</i>
1 (výborně) 2 (dobře) 3 (nedostatečně)	<i>V</i>	<i>D</i>	<i>T</i>	<i>K</i>	<i>S</i>	<i>P</i>
Váhové koeficienty	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
Navržené empirické hodnoty	2	1	1	2	2	2

U složky *P* lze hodnotící škálu vyjádřit slovně

1	kladný
2	neutrální
3	záporný

Hodnocení kvality výsledků učební činnosti studenta v matematice je vyjádřeno šestiřozměrným vektorem $\vec{E} = (V, D, T, K, S, P)$, jehož souřadnice jsou po řadě klasifikační stupně jednotlivých složek.

Pro celkové hodnocení lze definovat kritériální funkci

$H = f(V, D, T, K, S, P)$, která je vyjádřena vztahem $H = c_1V + c_2D + c_3T + c_4K + c_5S + c_6P$, přičemž hodnoty $V, D, T, K, S, P \in \{1, 2, 3\}$, $c_i \in \{1, 2\}, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, $H \in \langle 10, 30 \rangle$ a nabývá pouze celočíselných kladných hodnot.

Celkové hodnocení lze stanovit na základě hodnoty H .

Celkové hodnocení	Hodnota H
prospěl výborně	10 - 15
prospěl dobře	16 - 24
neprospěl (nevyhověl)	25 - 30

Za úspěšně studujícího lze pokládat studenta, který si osvojil podstatnou část stanoveného učiva nutnou k dalšímu studiu (osvojení základních pojmů, vlastností matematických objektů, osvojení základních dovedností a návyků), má rozvinuté schopnosti k poznávací a k praktické činnosti (osvojení intelektuálních procesů umožňujících chápat podstatu učiva a aplikovat poznatky při řešení problémů praxe), projevuje samostatnost a vytrvalost v učení, má zájem o sebevzdělávání, jeho vyzrálost se projevuje v postojích k dění v přírodě i společnosti.

Při nedosažení určených cílových hodnot je třeba uvažovat

- a) o zdokonalení programu vzdělávání a procesu vyučování a učení,
- b) o změně vstupního stavu studenta zvýšením nároků na předcházející přípravu,
- c) o změně hodnot cílových parametrů,
- d) o zkvalitnění řízení výchovně vzdělávacího procesu, aby pedagogické působení i učební činnost maximálně odpovídaly možnostem studentů a vedly k dalšímu rozvoji osobnosti studenta.

Pak lze dosáhnout maximálně možných studijních výsledků v matematice u studentů na vysoké škole.

3. Závěr

Navrhovaný způsob hodnocení výkonů studenta a klasifikace prospěchu se může někomu zdát příliš revoluční, jinému dokonce ztřeštěný a ostatním nerealizovatelný. Tento způsob hodnocení je však variabilní a adaptibilní. Lze jej přizpůsobit i pro užívaný Studijní a zkušební řád Univerzity Pardubice pro studium v bakalářských a magisterských studijních programech, v němž je užívána dokonce šestistupňová klasifikační stupnice (1,0 – výborně, 1,5 – výborně minus, 2,0 – velmi dobře, 2,5 – velmi dobře minus, 3 – dobře, 4,0 – nevyhověl). Pochopitelně se změni číselné hodnoty kritériální funkce H a klasifikační stupnice pro hodnocení prospěchu se musí upravit.

Navržený model hodnocení kvality výsledků učební činnosti studenta, v němž je použito složek definovaného vektoru, je využitelný i v jiných předmětech. Je však třeba zohlednit specifickou předmět, vymezit strukturovaně studijní cíle, navrhnout vhodné prostředky k jejich splnění a formulovat kontrolní otázky a úlohy. Pochopitelně i počet složek uvažovaného vektoru se může zmenšit, případně i zvětšit. Výhodou je, že vícerozměrný vektor má větší vypovídací hodnotu než jednorozměrný klasifikační stupeň, umožňuje posuzovat kvalitativní úroveň jednotlivých složek výkonu studenta, lépe vyjadřuje stav vývoje osobnosti studenta a poskytuje komplexnější pohled na studijní výsledky v předmětu.

Literatura:

1. Holý, K., Novák, S.: Místo kontroly a hodnocení výsledků studia ve výchovně vzdělávacím procesu. Vysoká škola, roč. XXVII, 1978 – 1979, č. 6, s. 257–266.
2. Husén, T.: Hodnocení výkonu žáka a vzdělávací systémy. In: Modernizace metod výchovně vzdělávací práce a moderní didaktická technika. Praha, SPN 1975, s. 201 – 215.
3. Prachař, O.: Model integrovaného systému výchovy a vzdělávání v základním kursu matematiky na vysoké škole technického směru. Kandidátská disertační práce. VŠCHT Pardubice 1980, s. 320.
4. Wain, G.T. (red.): Mathematical Education. New York, Van Nostrand, Reinhold 1978, s. 205.

Kontaktní adresa:

prof. RNDr. Otakar Prachař, CSc.
Ústav matematiky Fakulty ekonomicko-správní Univerzity Pardubice,
Studentská 84, 532 10 Pardubice 9
tel: 466036014
e-mail: otakar.prachar@upce.cz

Recenzovala:

doc. PaedDr. Jana Kubanová, CSc., Ústav matematiky FES, Univerzita Pardubice