ODHADY DISTRIBUČNÝCH NÁKLADOV

Marta Janáčková

Katedra aplikovanej matematiky, Strojnícka fakulta, Žilinská univerzita

The paper deals with the problem of distribution cost estimation, which arises when daily demand of customer in a distribution system is less than vehicle capacity. Then, demands of the customers, which are assigned to a given warehouse, are satisfied by more complex routes of vehicles and the associated distribution costs are difficult to estimate. Within this contribution, some conditions on network are studied, under which it is easy to find a good estimation of the distribution costs. The conditions involve only few network parameters as average and standard deviation of edge length and average and standard deviation of node degree. More, linear estimation cost functions are formed here for the networks, which satisfy the constructed conditions.

1. Úvod

V neustále sa meniacej hospodárskej situácii dochádza k zmenám v dodávateľsko-odberateľských vzťahoch. Pre podnikateľov je stále aktuálna úloha umiestnenia skladov a určenie okruhu ich odberateľov. To si vyžaduje značné prostriedky, preto rozhodovaniu musí predchádzať analýza a vyhodnotenie predpokladaných nákladov. Súčasťou vyhodnotenia je riešenie nasledujúcej úlohy .

Distribútor chce realizovať istý počet skladov v umiesteniach z množiny I vytipovaných lokalít. Zo skladov majú byť zásobovaní odberatelia z množiny J s ročnými požiadavkami b_j, pričom každý z nich bude plne zásobený z jediného skladu. Treba rozhodnúť o počte a umiestnení skladov a priradení odberateľov tak, aby náklady boli minimálne.

Náklady f_i na vybudovanie alebo prenájom i-teho skladu sú jednorázové a do značnej miery nezávislé od presnej lokalizácie. Naopak, náklady spojené so zásobovaním skladov od výrobcu a odberateľov zo skladov sú podmienené ich polohou.

Zásobovanie skladov z primárneho zdroja je možné robiť s predstihom a vo veľkých množstvách. Dá sa teda pokryť kyvadlovými jazdami, t.j. vozidlo jazdí zo zdroja do skladu celkom vyťažené. Najzložitejšie bude ohodnotenie nákladov pri zásobovaní odberateľov, pretože ich celkové požiadavky sa rozpadnú na viac menších dávok. Jedna dávka odpovedá množstvu tovaru, ktoré dostane odberateľ pri jednej návšteve vozidla v istom časovom období. Tieto náklady by bolo možné zistiť iba riešením serie úloh okružných jázd, kde by každému rajónu daného skladu a každému zásobovaciemu dňu v roku odpovedala jedna konkrétna úloha okružných jázd.

Matematický model celej úlohy bude mať tvar

$$min \sum_{i\in I} f_i\, y_i + \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} e_0\, b_j\, x_{ij_j}\, d_{0i} + O(\boldsymbol{x})$$

za podmienok

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad pre\ j \in J$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad pre\ i \in I,\ j \in J$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad pre\ i \in I$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad pre\ i \in I,\ j \in J$$

kde e_o predstavuje náklady na dovoz jednotky tovaru na 1km vzdialenosti a

d_{oi} vzdialenosť primárneho zdroja od umiestnenia skladu i.

Úloha okružných jázd je NP-ťažká aj pri známej polohe skladu a množine odberateľov, ktorí z neho majú byť zásobovaní a obyčajne sa rieši heuristikou. Jej výsledky ovplyvňuje veľa parametrov ako napríklad tvar siete, stupne uzlov, dĺžky úsekov, zloženie dopravného parku, objem požiadaviek odberateľov a ďalšie [4]. Pri riešení umiestňovacej úlohy nepotrebujeme nájsť konkrétne okružné jazdy, ale odhadnúť distribučné náklady. Preto sa budeme zaoberať jej odhadom.

Podobné problémy riešili napríklad Daganzo v [1], Janáček a Plevný v [2].

V tomto príspevku sa zaoberáme skúmaním charakteristík sietí, v ktorých bude ohodnotenie distribučných nákladov, zahrnutých vo funkcii O(**x**) jednoduché a zameriame sa na možnosti identifikácie takýchto sietí.

2. Siete s dobre odhadnuteľnými nákladmi na okružné jazdy

Predpokladajme, že náklady na jazdu sú priamo úmerné dĺžke prejdenej trasy.

Jednou z podmienok, pri ktorých sa úloha môže zjednodušiť je rozloženie požiadaviek odberateľov. Celkové požiadavky b_j j-teho odberateľa sú zo skladu dovážané podľa potrieb v jednotlivých (denných) dávkach b_{jt}, $t \in T$, kde T je množina rozvozných dní.

V prípade, keď jednotlivé b_{jt} budú odpovedať kapacite použitého vozidla alebo jeho celočíselnému násobku, rozpadnú sa okružné jazdy na kyvadlový spôsob dopravy. Funkciu O(**x**) potom dobre odhadneme vzťahom

′

$$O(x) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} e_1 d_{ij} b_j x_{ij}, \quad kde \quad b_j = \sum_{t \in T_j} b_{jt}$$

e_1 sú náklady na prepravu jednej jednotky tovaru na jeden kilometer trasy vozidlami zabezpečujúcimi prepravu tovaru zo skladov k odberateľom,

d_{ij} je vzdialenosť i-teho skladu od j-teho odberateľa.

Tento odhad je možné použiť aj v prípadoch, keď nie je splnená podmienka kyvadlových jázd, ale v tom prípade bude odhad zaťažený istou chybou. Platí to zvlášť vtedy, ak je jednou jazdou zásobená väčšina odberateľov rajónu. Dĺžku okružných jázd v rajóne strediska (skladu), je potom možné presnejšie odhadnúť dĺžkou trasy obchodného cestujúceho idúcou cez všetkých odberateľov rajónu.

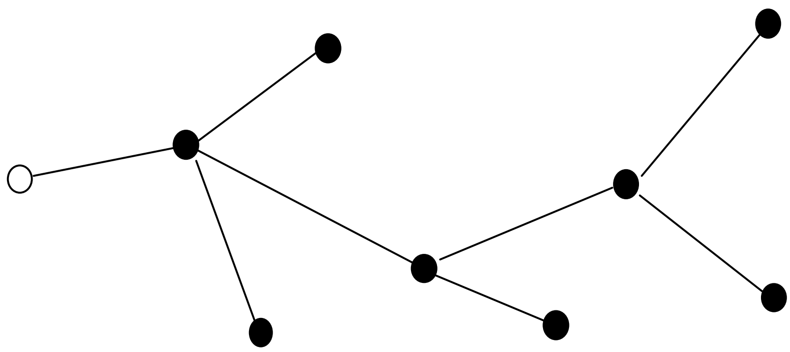
Takýto odhad bude najlepší pre prípad, keď okružná jazda, zabezpečujúca dennú prepravu tovaru z i-teho skladu k jemu priradeným odberateľom, bude úlohou obchodného cestujúceho pre každé $i \in I$. To nastane vtedy, ak súčet denných požiadaviek odberateľov, patriacich ku i-temu stredisku nebude väčší ako kapacita vozidla. Ani takáto úloha nie je jednoduchá. Existujú však siete s takými geometrickými vlastnosťami, kde odhad dĺžky trasy obchodného cestujúceho nie je ťažký a ich hľadaním sa budeme ďalej zaoberať .

Najskôr si uvedomíme, že reálne dopravné siete modelujeme súvislým rovinným grafom v ktorom platí, že graf o n vrcholoch môže obsahovať najmenej n-1 a najviac 3n-3 hrán.

Siete možno dobre charakterizovať pomocou pravdepodobnostných rozdelení stupňa uzlov, dĺžky úsekov, pomerom počtu uzlov a úsekov a ďalších parametrov (Janáčková v [3]).

Regióny hornatých oblastí majú častejšie tvar stromu, prevažná časť uzlov má stupeň 1 až 3. Oproti tomu v rovinatých oblastiach má väčšia časť uzlov stupeň 3 až 5. Pre tieto siete je tiež charakteristické, že dĺžky úsekov sú vyrovnanejšie, t.j. majú menší rozptyl a v porovnaní s hornatým typom siete sú kratšie . Budeme sa teraz zaoberať otázkou, pre akú špeciálnu štruktúru siete sa dá ľahko odhadnúť dĺžka trasy obchodného cestujúceho.

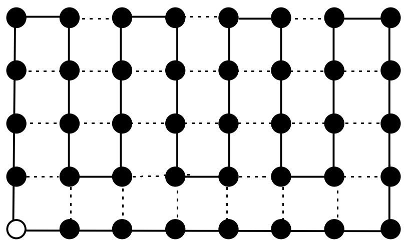
Najjednoduchší prípad nastane pre siete, ktorých grafom je strom (obr.1)..



Obr. 1

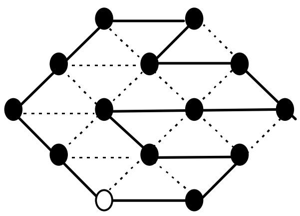
Dĺžka optimálnej trasy obchodného cestujúceho bude rovná dvojnásobku súčtu dĺžok všetkých hrán grafu. Graf stromu o n vrcholoch obsahuje n -1 hrán, čiže pre väčšie n sú ich počty takmer rovnaké. Priemerný stupeň vrcholov je dva. V tomto prípade môže byť rozptyl pre stupeň vrcholu i dĺžku hrany veľký, ale nemá vplyv na výpočet dĺžky trasy.

V prípade hustejších sietí, ktorých grafy obsahujú viac kružníc, môžeme dobrý odhad urobiť len za špeciálnych podmienok. Budeme požadovať, aby rozptyl pre stupeň vrcholu aj dĺžku hrany bol veľmi malý, respektíve aby všetky hrany mali takmer rovnakú dĺžku, a veľká časť vrcholov rovnaký stupeň.



Obr. 2

Takúto vlastnosť spĺňa napríklad "štvorcová" sieť, ktorej uzly sú umiestnené v bodoch mriežky. Trasu obchodného cestujúceho bude tvoriť kružnica, znázornená na obrázku č.2.(plnou čiarou) Jej dĺžka bude pre graf o n vrcholoch n-násobkom dĺžky jednej hrany grafu. Pre väčší počet vrcholov bude mať tento graf takmer dvojnásobný počet hrán ako počet vrcholov, priemerný stupeň vrcholov je blízky číslu 4.



Obr. 3

Ďalšou sieťou spĺňajúcou dané vlastnosti je "trojuholníková" sieť, znázornená na obrázku č.3. Táto sieť je hustejšia ako "štvorcová". Pre väčší počet uzlov n obsahuje takmer 3n úsekov. Priemerný stupeň uzlov je 6. Napriek tomu vďaka homogénnosti existuje trasa pre obchodného cestujúceho v tvare kružnice a jej dĺžka bude mať znovu dĺžku rovnú n- násobku dĺžky jedného úseku.

Aby uvedené odhady dobre modelovali realitu, predpokladáme rovnomerné rozdelenie požiadaviek pre odberné dni a odberateľov.

3. Odhadové funkcie pre špecifické typy sietí

Pre siete, v ktorých je počet úsekov a uzlov približne rovnaký a graf má až na malé výnimky tvar stromu, bud pre O(**x**) platiť

$$O(\mathbf{x}) = |T| \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} 2E_1 h_{ij} x_{ij} \ ,$$

kde $|T|$ je odhadovaný počet zásobovacích dní v roku

E_1 sú náklady na 1km dĺžky trasy vozidla, prepravujúceho tovar zo skladu k odberateľom

h_{ij} je dĺžka posledného úseku na najkratšej ceste z i do j .

O(**x**) modeluje distribučné náklady za podmienok

$$x_{ij} \leq x_{ij'}$$

pre každé $i \in I$ a pre každú dvojicu (j',j), kde j' je odberateľ, ktorý na najkratšej ceste z i do j bezprostredne predcháza odberateľa j.

Ak bude sieť hustejšia a bude spĺňať podmienku rovnomerného rozdelenia uvedených parametrov (t.j. s malým rozptylom dĺžok úsekov a stupňa uzlov a požiadaviek odberateľov), potom O(X) bude mať tvar

$$O(x) = |T| \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} E_1 h_i x_{ij} \ ,$$

kde h_i odpovedá strednej hodnote dĺžky úsekov v okolí skladu.

O(**x**) modeluje distribučné náklady za podmienok

$$x_{ij} \leq x_{ij'}$$

pre každé $i \in I$ a pre každú dvojicu (j',j), kde j' je odberateľ, ktorý na najkratšej ceste z i do j bezprostredne predcháza odberateľa j.

Literatúra

[1] Daganzo,C.F.: Logistics System Analysis. Springer Verlag Berlin 1991,1996, 341s.

[2] Janáček,J.,Plevný,M.: Testování odhadových funkcí pro úlohu rajonizace. Horizonty dopravy 2, 1992,s.35-44.

[3] Janáčková.M.:Problémy adekvátnosti a dekompozície semieuklidovskej siete. Horizonty dopravy 4, Žilina 1991 s.1-11.

[4] Janáčková.M.:Some Invariables of Network for the Vehicle Routing Problem. Proceedings of the mathematical methods in economics. Ostrava 1997,s.85-89.

Kontaktná adresa:

RNDr.Marta Janáčková,CSc., Katedra aplikovanej matematiky Strojnícka fakulta, Žilinská univerzita, Veľký Diel, 010 01 Žilina

e-mail:Janack@stroj.utc.sk

Recenzoval: doc.RNDr.Bohdan Linda,CSc., katedra matematiky, FES, UPa