

SCIENTIFIC PAPERS
OF THE UNIVERSITY OF PARDUBICE
Series B
The Jan Perner Transport Faculty
5 (1999)

**ANALÝZA FUNKCE STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU NAPÁJENÉHO ZE
STŘÍDAVÉ SÍTĚ SIMULACÍ POMOCÍ PROGRAMU SPICE**

Jiří KONEČNÝ, Stanislav GREGORA

Katedra elektrotechniky, elektroniky a zabezpečovací techniky

V příspěvku je ukázáno, že program SPICE, který je určen především pro řešení elektronických obvodů, lze velmi snadno a výhodně použít pro řešení mnoha problémů mechaniky, elektromechaniky, fyziky, matematiky a pod. Taková možnost je vítána především v případě řešení nelineárních úloh. V úvodu se rozebírá podstata možnosti použít SPICE pro řešení úloh vedoucích k řešení soustav diferenciálních rovnic, v hlavní části příspěvku je pak provedena analýza chování stejnosměrného motoru při napájení ze střídavé sítě.

1. Úvod

Program SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis), jehož první verze vznikly už někdy okolo roku 1970, a který je dnes používán v celé řadě současných verzí, je velmi oblíbený program používaný zejména pro simulaci a analýzu elektronických obvodů, viz např. [1, 2, 3] . Program však umožňuje řešit nejen elektronické obvody, ale jakékoliv úlohy, které vedou na řešení soustav diferenciálních rovnic poměrně obecného typu. Je jím proto možné simulovat a analyzovat kromě elektrických obvodů také chování mechanických soustav, tepelných jevů a pod. a jejich kombinací.

Řešení úloh elektrických obvodů, mechanických soustav, tepelných jevů a pod. vede k potřebě řešit diferenciální rovnice typu

$$y^{(n)}(t) = f(t, y(t), y'(t), y''(t), \dots, y^{(n-1)}(t)), \quad (1)$$

viz např. [4].

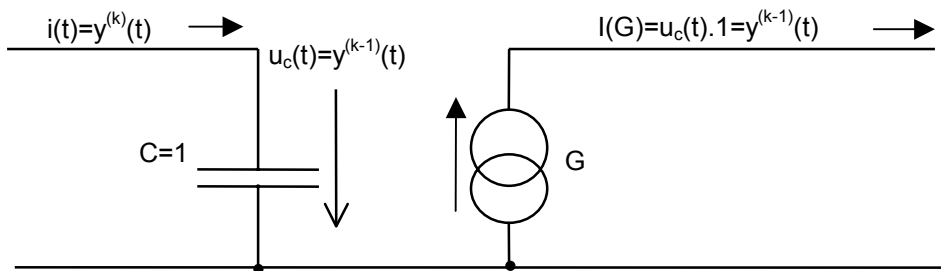
Pokud známe $y(t)$, $y'(t)$, ... , potom podle rovnice (1) určíme nejvyšší derivaci funkce $y(t)$, $y^{(n)}(t)$. Program SPICE umožňuje určení funkční hodnoty $f(\dots)$ pro dosti širokou škálu těchto funkcí, včetně nelineárních. Kromě toho ze známého průběhu $y^{(n)}(t)$ umožňuje určit také všechny nižší derivace. Máme-li k dispozici k -tou derivaci, $y^{(k)}(t)$, potom $(k-1)$ -vou derivaci, $y^{(k-1)}(t)$, získáme integrací. V elektrických obvodech je například integrálem časového průběhu proudu napětí na kondenzátoru,

$$u_c(t) = u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt. \quad (2)$$

Bude-li velikost proudu $i(t)$ rovna k -té derivaci, $y^{(k)}(t)$, bude pro $C=1$ napětí na kondenzátoru, $u_c(t)$, rovno integrálu této derivace, tedy $y^{(k-1)}(t)$. $u_c(0)$ bude představovat hodnotu derivace $y^{(k-1)}(t)$ v čase $t=0$, tedy $y^{(k-1)}(0)$. Položíme-li $i(t)=y^{(k)}(t)$, $C=1$, $u_c(0)=y^{(k-1)}(0)$, bude nabíjení kondenzátoru simulovat výpočet integrálu k -té derivace,

$$y^{(k-1)}(t) = y^{(k-1)}(0) + \int_0^t y^{(k)}(t) dt. \quad (3)$$

Pro určení v pořadí další derivace, $y^{(k-2)}(t)$, potřebujeme pro program SPICE podle derivace $y^{(k-1)}(t)$ představované napětím na kondenzátoru vytvořit stejně velký proud (jím se bude nabíjet další kondenzátor). Blok jednoho integrátoru pro program SPICE tak vytvoříme podle následujícího obrázku.



Obr.1. Část obvodu pro program SPICE, pomocí níž se z derivace $y^{(k)}(t)$ vypočítává derivace $y^{(k-1)}(t)$.

Pro řešení rovnice (1) je potřeba sestavit obvod z n takových integrátorů. Poslední z těchto integrátorů vypočítávající $y(t)$ již nemusí napětí na kondenzátoru převádět na stejně velký proud. Ve formě napětí na kondenzátorech popřípadě proudů proudových zdrojů závislých na napětí budeme tak mít k dispozici všechny derivace $y^{(k)}(t)$ pro rovnici (1), s výjimkou derivace $y^{(n)}(t)$. Tu vytvoříme jako proud (abychom jím mohli nabíjet kondenzátor prvního integrátoru) proudového zdroje závislého na proudech,

napětích a dalších veličinách sestaveného obvodu. Takový proudový zdroj je v programu představován instrukcí

$$G<jméno> \ n+ \ n- \ VALUE=\{výraz\} ,$$

když $G<jméno>$ je název proudového zdroje,

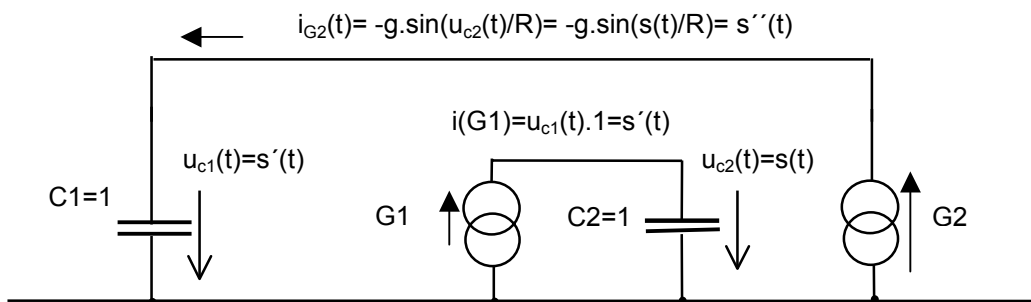
$n+$, $n-$ jsou uzly obvodu, kam je připojena kladná a záporná svorka proudového zdroje.

VALUE je klíčové slovo programu podle něžž program zjistí, že velikost proudu je dána výrazem ve složené závorce. Výraz může obsahovat všechny funkce s nimiž SPICE pracuje (jsou mezi nimi základní operace, sin, cos, tan, log, exp, jejich inverzní protějšky a mnoho dalších).

Například pro řešení rovnice kyvadla v poli zemské tíže

$$\frac{d^2s(t)}{dt^2} + g \cdot \sin\left(\frac{s(t)}{R}\right) = 0 \quad (4)$$

(rovnice bez tlumícího členu) tak sestavíme obvod nakreslený na obr. 2. (Pro vytvoření simulačního programu pro SPICE je ale nutno ještě některé prvky připojit.)



Obr.2. Část obvodu pro program SPICE umožňující řešení rovnice pohybu kyvadla (4).

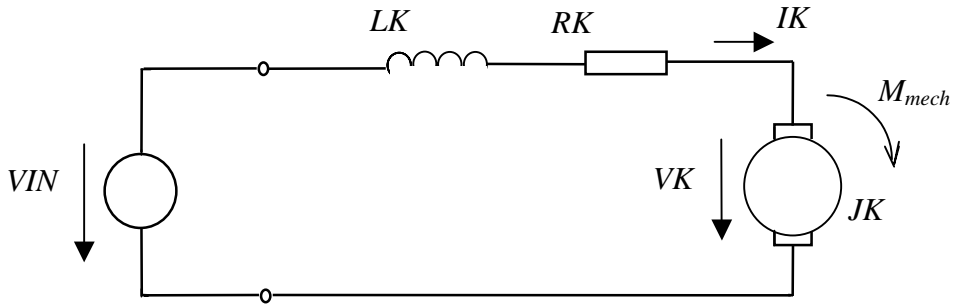
V rovnici (4) a obr.2 je:

- g gravitační zrychlení,
- R délka ramene kyvadla,
- s(t)..... vychýlení závaží kyvadla rovnovážné polohy.

2. Simulace chování stejnosměrného motoru s cizím buzením napájeného ze střídavé sítě

Protože elektrické motory jsou typickými elektromechanickými soustavami jejichž chování lze popsat diferenciálními rovnicemi, lze program SPICE výhodně použít také pro simulaci a analýzu soustav s motory.

Stejnousměrný motor s cizím buzením je schematicky nakreslen na obr.3.



Obr.3. Schematické zobrazení stejnosměrného motoru s cizím buzením.

- VIN je napětí připojené na svorky kotvy motoru,
 LK indukčnost kotvy,
 RK odpor kotvy,
 VK napětí indukované v kotvě v důsledku otáčení kotvy v magnetickém poli vytvářeném buzením,
 ω_k úhlová rychlost otáčení kotvy,
 JK moment setrvačnosti kotvy,
 M_{mech} mechanický moment zátěže brzdící kotvu,
 IK proud tekoucí kotvou.

Pro popis chování motoru použijeme dále tři konstanty, K_1 , K_2 , K_3 .

Pro chování motoru platí následující vztahy.

$$VK = K_1 \cdot \omega_k \quad (5)$$

(napětí indukované v kotvě je úměrné otáčkám kotvy),

$$M_{el} = K_2 \cdot IK \quad (6)$$

(moment, který vytváří proud kotvou je úměrný proudu kotvou), pro jednoduchost předpokládáme mechanický zátěžový moment

$$M_{mech} = M_0 + K_3 \cdot \omega_k \quad (7)$$

(zátěžový mechanický moment složený z konstantní složky a složky úměrné rychlosti otáčení kotvy). Moment, který roztáčí kotvu je

$$M_{el} - M_{mech} = K_2 \cdot IK - M_0 - K_3 \cdot \omega_k \quad (8)$$

a tento moment způsobuje, že kotva se roztáčí s úhlovým zrychlením

$$\omega_k' = \frac{K_2 \cdot IK - M_0 - K_3 \cdot \omega_k}{JK} \quad (9)$$

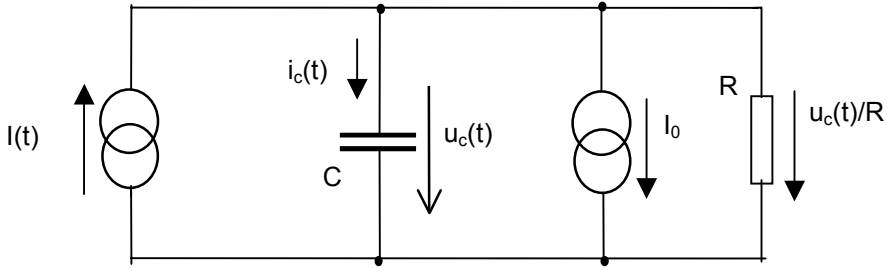
Zapišeme-li tuto rovnici v běžné podobě, obdržíme diferenciální rovnici

$$JK.\omega'_k + K3.\omega_k = K2.IK - M_0 . \quad (10)$$

Rovnice (10) svazuje elektrické parametry motoru (IK) s mechanickými (JK, ω_k , M_0).

Nalezení odpovídajícího zapojení obvodu pro řešení pomocí SPICE tentokrát ukážeme na analogii. Na obr.4, je elektrický obvod, pro který podle prvního Kirchhoffova zákona (velikost součtu proudů přitékajících do uzlu = 0) sestavíme rovnici

$$I(t) = i_c(t) + I_0 + \frac{u_c(t)}{R} = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} + I_0 + \frac{u_c(t)}{R} . \quad (11)$$



Obr.4. Elektrický obvod popsaný diferenciální rovnicí shodnou s rovnicí (10).

Tuto rovnici upravíme na formu

$$C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{R} \cdot u_c(t) = I(t) - I_0 . \quad (12)$$

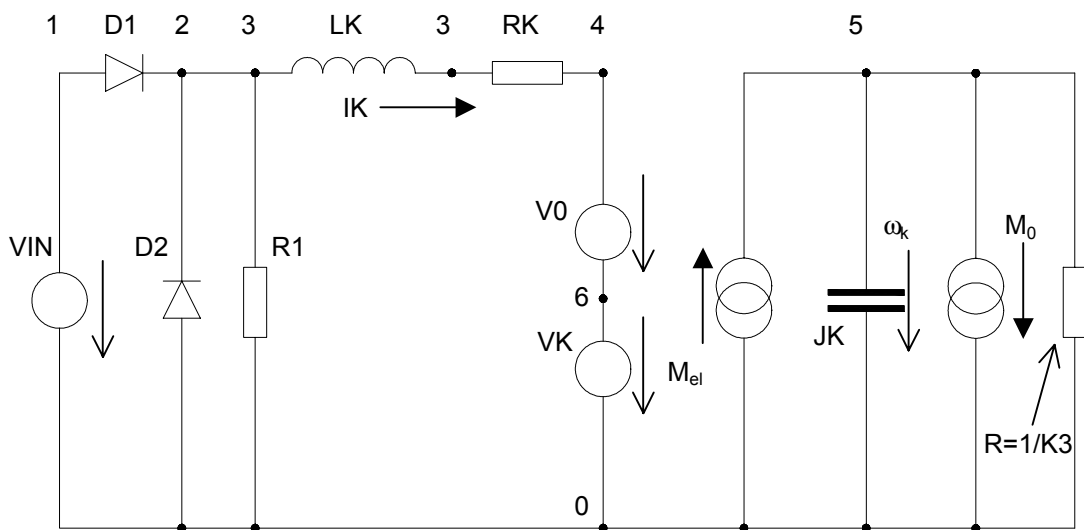
Porovnáním rovnic (10) a (12) zjistíme, že jde v podstatě o rovnice shodné. Položíme-li v elektrickém obvodu

$$u_c(t) = \omega_k(t), C = JK, R = \frac{1}{K3}, I(t) = K2.IK = M_{el}, I_0 = M_0 ,$$

pak se bude elektrický obvod z obr.4 chovat stejně, jako mechanické veličiny motoru (rovnice (10)).

Do schématu k obvodu z obr.4, vystihujícího především chování mechanické části motoru, zahrneme také další elektrické části z obr.3. Nahradíme-li napájení napětiovým zdrojem V_{IN} napájením usměrňovaným střídavým proudem, obdržíme celkové elektrické schéma pro simulaci chování motoru (zahrnující elektrické i mechanické vlastnosti) při napájení usměrňovaným střídavým proudem, viz obr.5.

Napětiový zdroj VK a proudový zdroj M_{el} jsou řízené zdroje, VK je zdroj napětí řízený napětím (ω_k), M_{el} je zdroj proudu řízený proudem (IK , měří se zdrojem $V0$), je nutno je proto v souladu s požadavky SPICE vhodně označit, např. EVK a $FMEL$. Ostatní součástky elektrické části mají názvy podle požadavků programu, v mechanické části je nutno namísto JK použít označení pro kondenzátor, např. CJK , namísto M_0 použít např. $IM0$. Protože budeme provádět časovou (transientní) analýzu, zavedeme



Obr.5. Celkové elektrické schéma pro simulaci chování motoru.

zdroj VIN jako zdroj pro časovou analýzu a v programu musíme použít příkaz pro provedení časové analýzy, `.TRAN`.

Tab. 1. Výchozí program pro simulaci chování elektrického motoru.

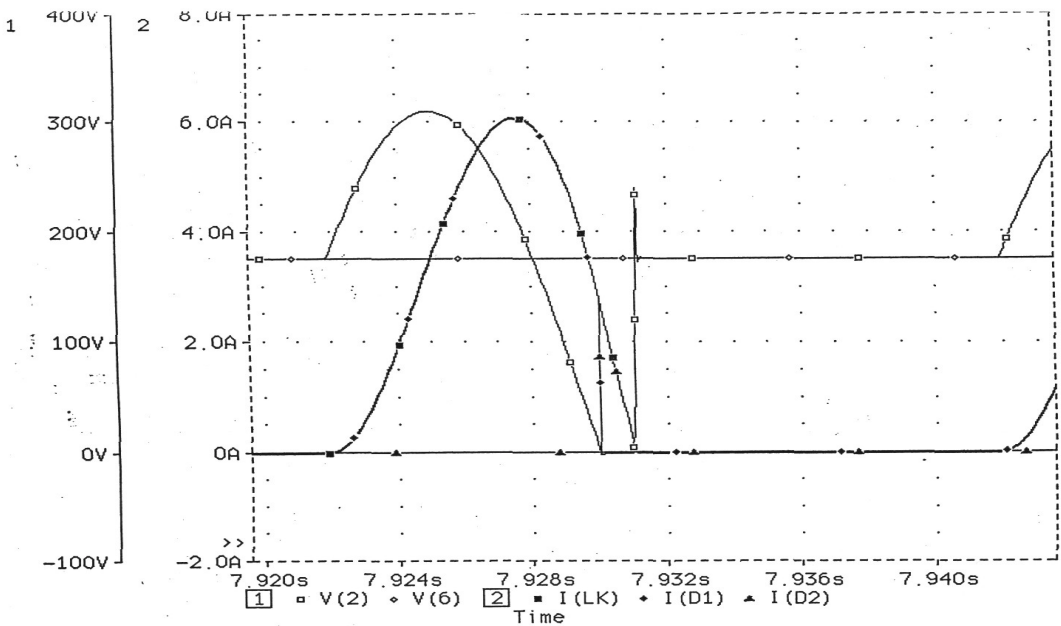
```
*SSMOT.CIR
VIN      1      0      DC0      SIN(0 311 50)
D1       1      2      DVN1
D2       0      2      DVN1
LK       2      3      0.07
RK       3      4      6.1
V0       4      6      0
EVK      6      0      5          0      1.10772
FMEL     0      5      V0      1.2727
CJK      5      0      0.13678
IM0      5      0      0
R        5      0      101.137
R1       2      0      10k
.LIB     pom.lib
.TRAN    0.1m    300m    0      0.1m
.PROBE
.END
```

V programu jsou pro parametry LK , RK , $K1$, $K2$, JK použity hodnoty naměřené na motoru.

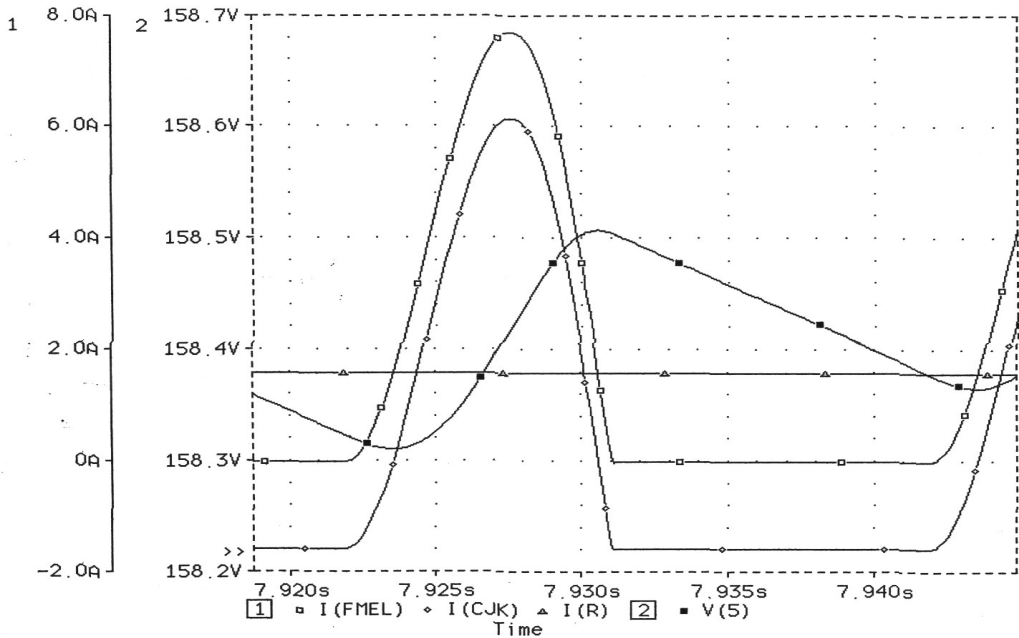
Analýza chování motoru programem SPICE je velmi rychlá a pružná. Byly provedeny desítky pokusů pro různé parametry a napájení motoru. Velmi cenná je analýza chování motoru během přechodných dějů. V příspěvku uvádíme dva příklady grafického výstupu získané příkazem z části programu pro zpracování dat analýzy, viz obr.6 a obr.7. Jde o časové průběhy elektrických a mechanických veličin prakticky již pro ustálený stav. Na druhém z obrázků s časovými průběhy mechanických veličin mají veličiny rozměr elektrických jednotek (proud v ampérech představuje momenty v Nm, napětí ve voltech pak otáčky v rad/s).

3. Závěr

Program SPICE, přestože je původně určen pro řešení elektronických obvodů, lze velmi výhodně použít pro řešení úloh matematiky, fyziky, mechaniky a pod. Velmi cenné je, že umožňuje snadno řešit mnohé nelineární úlohy řešitelné „ručními“ prostředky jen velmi obtížně. Proti řadě jiných prostředků určených k řešení takových úloh má SPICE výhodu ve snadné dostupnosti t. zvl. DEMO verzí (bezplatně, jsou ale omezeny ve svých schopnostech) a ve vynikajících možnostech zobrazování výsledků (což je alespoň tak důležité jako samotné výpočty řešení). Jak už bylo uvedeno, je program zdokonalován již několik desetiletí a to se projevuje na jeho současných schopnostech.



Obr.6. Průběhy napětí a proudů v modelu elektrického motoru (viz obr.5).



Obr.7. Průběhy momentů a úhlové rychlosti v modelu elektrického motoru.

Možnost řešit programem SPICE jiné než elektronické úlohy byla prověřena mimo jiné na řešení diferenciální rovnice kyvadla a Besselovy diferenciální rovnice. Při mnoha pokusech s řešením těchto rovnic byly získány nové (a v některých případech i nečekané) poznatky.

V příspěvku uvádíme grafický výstup, jak ho nabízí SPICE. Ověřili jsme, že z vypočítaných dat je možné získat grafické výstupy i za použití jiných programů (např. Excel).

Lektoroval: Doc.Ing. Stanislav Barto3, CSc.

P5edloženo v b5eznu 2000.

Literatura

- [1] Dobeš Josef: Návrh radioelektronických obvodů počítačem, skriptum ČVUT, Praha 1997.
- [2] Vladimirescu Andrei: The SPICE book, John Wiley & Sons, New York 1994.
- [3] MicroSim Pspice A/D, Reference manual.
- [4] Rektorys Karel: Přehled užití matematiky, díl II, kap. 17, Prometheus, Praha 1995.

Resumé

ANALÝZA FUNKCE STEJNOSMĚRNÉHO MOTORU SIMULACÍ POMOCÍ PROGRAMU SPICE

Jiří KONEČNÝ, Stanislav GREGORA

V příspěvku je ukázáno, že program SPICE, který je určen především pro řešení elektronických obvodů, lze velmi snadno a výhodně použít pro řešení mnoha problémů mechaniky, elektromechaniky, fyziky, matematiky apod. V hlavní části příspěvku je provedena analýza chování stejnosměrného motoru napájeného ze střídavé sítě.

Summary

ANALYSIS OF THE DC MOTOR FUNCTION BY THE SIMULATION WITH SPICE

Jiří KONEČNÝ, Stanislav GREGORA

In the paper there is shown, that the SPICE program, which was developed for electronic and electric circuits simulation, may be used for solution of many problems of electromechanics, mechanics, physics, mathematics and others. Main part of the paper shows using of the SPICE for DC motor (powered by AC) simulation.

Zusammenfassung

DIE GLEICHSTROMMOTORANALYSE MIT HILFE DES PROGRAMS SPICE

Jiří KONEČNÝ, Stanislav GREGORA

In dem Beitrag ist die Möglichkeit des Programs SPICE die Probleme der Mechanik, Elektromechanik, Physik, Mathematik und andere zu lösen dargestellt. In der Hauptteil des Beitrages ist die Analyse der Funktion des Gleichstrommotors mit hilfe des Programs SPICE ausgeführt.