

VÝPOČET NAPJATOSTI ŘÍDCE VYZTUŽENÉHO TLAČENÉHO PÁSU

Hynek ŠERTLER, Tomáš REIMONT

Katedra dopravní infrastruktury

1. Úvod

U tlačených deskových pásů ocelových železničních mostů, pozůstávajících z plechu vyztuženého jednou nebo dvěma podélnými výztuhami (**obr. 1**), dochází v důsledku imperfekcí k boulení plechu i podélných výztuh a k redistribuci napětí po ploše pásu. Problém je dnes již početně zvládnut fyzikálně - geometricky nelineární analýzou. I když dnes již pro řešení tohoto problému existuje programové vybavení, je jeho užití v praxi příliš drahé a zdlouhavé a nevhodné pro mnohonásobné simulace, potřebné pro stochastickou analýzu, ke které řešení úlohy směřuje. Z toho důvodu byla vytvořena zjednodušená metoda na principu prutové analogie. Principy této metody a její postupný vývoj jsou uvedeny v publikacích uvedených v přehledu literatury. První autor tohoto příspěvku se svými spolupracovníky na Vysoké škole dopravy a spojů v Žilině se ve své dřívější výzkumné činnosti tímto fenomenem zabýval v souvislosti s posuzováním stávajících mostů. Byl proveden rozsáhlý experimentální i teoretický výzkum. Výsledky tohoto výzkumu byly vtěleny do směrnic pro přepočítání ocelových železničních mostů (ČD SR 5(S), 1993). Inženýrská veřejnost byla s touto metodikou seznámena v (Šertler a kol., 1991) a (Šertler, Vičan, 1996) a (Šertler, Vičan, 1995). Jako výpočetní model v této koncepci byla zvolena "modifikovaná vzpěrnostní analogie". Ta přihlíží jak k vlivu redistribuce napětí po šířce i výšce příčného řezu pásu. Zohledňuje příznivý účinek příčné ohybové tuhosti pásového plechu a vlivy podélné spojitosti výztuh. Na rozdíl od

eurokódu, kde je vliv stabilitních jevů vyjádřen redukcí průřezové plochy pásu, zavádí vliv vybočování v napěťové odezvě, což umožňuje počítat zatížitelnost. Hlavním důvodem, proč byla modifikovaná prutová analogie zvolena, byla skutečnost, že umožňuje zavést do výpočtu vliv diagnostiky a zavést měřené imperfekce. Protože je teorie odvozena pro stávající mosty, u kterých dochází vlivem provozu k odbourání vnitřního pnutí od svařování, není tento vliv zohledněn. Výpočetním modelem podélné výztuhy se stává spojitý, počátečně zakřivený tlačенý prut na pružném podloží. Tato metoda byla později zpřesněna v tom smyslu, že se uvažil vliv poklesu normálové síly v podélné výztuze v důsledku redistribuce normálního napětí po šířce pásu (Šertler, 2001). Přírůstkový průhyb výztuhy je v tomto případě nutno řešit z kubické rovnice. Parametrickou studií bylo zjištěno, že rozdíl tohoto upřesněného řešení proti zjednodušenému řešení (Šertler a kol., 1991) závisí na poměru kritického napětí výztuhy k mezi kluzu a na imperfekci výztuhy, nepřesáhne však 5%.

Eurokód 3, část 5, přejatý do našich norem (ČSN PENV 1993-1-5, 21998), řeší tento problém v čl. 4.2.2.5. Ten slouží především pro posouzení vlivů poddajných podélných výztuh tlačенých stojin plnostěnných nosníků, dá se však použít i pro posouzení tlačенých pásů. Při posouzení na MSU je snížení únosnosti tlačенých vyztužených pásů vyjádřeno redukčním součinitelem, který je lineární kombinací součinitele globálního vyboulení pásu jako kontinua a vybočení pásu jako prutu, přičemž se předpokládá uvolnění vazby mezi pásem a stojinami nosníku. Při výpočtu součinitele globálního vyboulení se přijal zevšeobecněný Winterův výpočetní model. Tlačенé stěny vyztužené jednou nebo dvěma podélnými výztuhami jsou zvláštním případem ortotropních stěn. Pro výpočet kritického napětí výztuhy jako prutu se i tu zavádí výpočetní model prutu na pružném podloží. Bylo provedeno srovnání obou způsobů výpočtu t. j. podle modifikované prutové analogie a eurokodu na konkrétním příkladě (Šertler H, 2000) a bylo zjištěno, že rozdíly jsou zanedbatelné.

2. Cíle a metody řešení

Cílem výzkumu, prezentovaném v tomto článku, bylo testování metody prutové analogie pomocí programů MKP na konkrétním případě. V rámci řešení šlo především ověření těchto problémů:

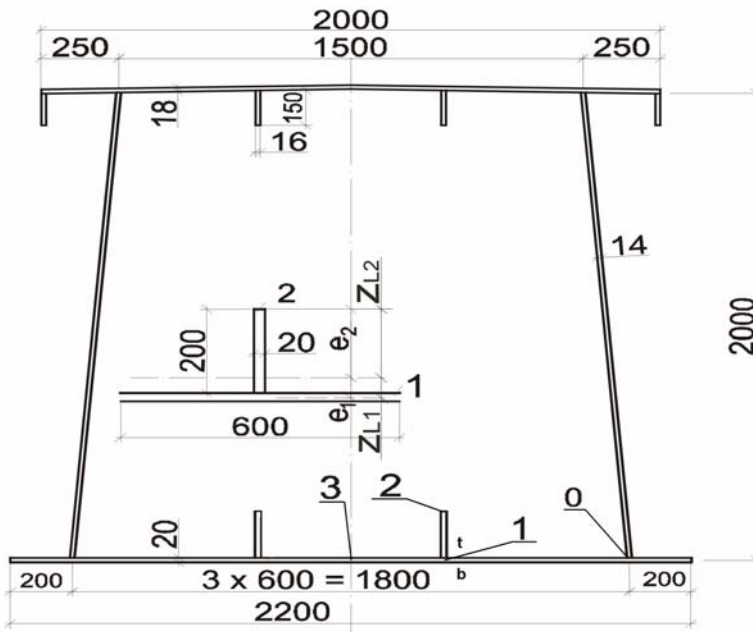
- výpočet napětí v konkrétních bodech panelu při dané úrovni zatížení,
- výpočet mezní únosnosti panelů a z toho výpočet redukčního součinitele spolupůsobící plochy. Jako mezní stav bylo uvažováno jednak dosažení první plastifikace, jednak maximální normálová síla, resp. průměrné napětí, které je sledovaný panel schopen přenést,
- na základě analýzy výsledků provést korekce zjednodušeného řešení.

Sledovaný ortotropní pás představuje tlačенý deskový spodní pás spojitého komorového nosníku v podporové oblasti, znázorněný na **obr. 1**. Je obecně spojitý přes

příčné výztuhy představující jeho příčné podpory. Pro účel testování byla vybrána jen část tohoto pásu mezi stojinami hlavního nosníku nejvíce namáhaná a to:

1. Izolovaný panel omezený dvěma sousedními příčnými výztuhami ve vzdálenosti L , podélně vyztužený dvěma podélnými výztuhami, s počáteční kladnou, popřípadě zápornou geometrickou imperfekcí ve tvaru sinusové plochy o max. amplitudě $f_0 \pm L/500$. Kladná imperfekce je taková imperfekce, při které je ohybem tláčen plech. Štíhlosti subpanelů plechu mezi příčnými výztuhami byly zvoleny tak, aby nedocházelo k jejich lokálnímu boulení. Tento panel byl vyšetřován jednak metodou prutové analogie, jednak metodou MKP a to ve dvou verzích:
 - s využitím programového systému IDA NEXIS 32 (využívající geometricky nelineární geometrickou analýzu) (M02),
 - programového systému ANSYS (M03), využívající materiálně nelineární analýzu.
2. Spojitý panel o třech polích se střídavě kladnými i zápornými imperfekcemi o stejných velikostech max. amplitudy $\pm L/500$. Předpokládá se konstantní normálová síla po délce. Tento panel je označen M04.

Sledovaný panel omezený příčnými výztuhami je na čelech zatěžován silou F , představující výslednici normálového napětí ve směru podélné osy panelu.



Obr. 1 Příčný řez komorovým mostem

3. Výpočet podle modifikované vzpěrnostní analogie

Zohledňuje se příznivý účinek příčné ohybové tuhosti pásového plechu a vlivy podélné spojitosti výztuh. Výpočetním modelem podélné výztuhy je počátečně zakřivený tlačенý prut na pružném podloží. Ve smyslu (ČD SR 5(S), 1993) pro sledovaný panel byla deformační a napjatostní odezva po šířce panelu v polovině rozpětí počítána následovně:

Vstupní veličiny:

$$\begin{aligned} \bar{f}_0 = \frac{f_0}{L} & \dots\dots\dots \text{poměrná amplituda počátečního zakřivení} \\ & \text{výztuhy,} \\ E & \dots\dots\dots \text{modul pružnosti,} \\ A & \dots\dots\dots \text{celková průřezová plocha panelu,} \\ A_L & \dots\dots\dots \text{plocha výztuhy se spolupůsobící částí plechu,} \\ \bar{z}_{Lj} = \frac{z_{Lj}}{L} & \dots\dots\dots \text{poměrná souřadnice z bodu j výztuhy.} \end{aligned}$$

Poměrná amplituda přírůstkového průhybu výztuhy v polovině rozpětí:

$$\bar{f} = \bar{f}_0 \frac{\sigma_0}{\sigma_{cr} - \sigma_0} \quad (1)$$

kde:

$$\begin{aligned} \sigma_0 & \dots\dots\dots \text{je průměrné napětí na nevybočeném panelu} \\ & \text{v těžišti výztuhy,} \\ \sigma_{cr} & \dots\dots\dots \text{je kritické napětí výztuhy.} \end{aligned}$$

Pro zjednodušení je dále bráno rovné průměrnému napětí na podélném okraji.

Napětí $\sigma_{x,j}$ v bodě j výztuhy (j = 1,2) podle **obr. 1**:

$$\sigma_j = \sigma_0 - \frac{\pi^2 E}{4} \bar{f} (\bar{f} + 2\bar{f}_0 + 4\bar{z}_{Lj}) \quad (2)$$

Průměrné napětí v panelu:

$$\sigma_{str} = \sigma_0 - \frac{\pi^2 E}{4} \bar{f} (\bar{f} + 2\bar{f}_0) \frac{2A_L}{A} \quad (3)$$

Redukční součinitel pro hladinu m:

$$\rho_m = \frac{\sigma_{str}}{\sigma_0} \quad (4)$$

Poznámka: Napětí v těžišti výztuhy je v důsledku membránových účinků poněkud menší, ale tento rozdíl je podle (Šertler, 2002) zanedbatelný.

Předpoklady řešení:

Homogenní okrajové podmínky na příčných i podélných okrajích.

Příčné okraje zůstávají přímé a rovinné i po deformaci.

Vyšetřování je provedeno v lineární oblasti .

Vyšetřování je provedeno podle teorie II. řádu za předpokladu malých deformací

Zadání:

Jako zatížení je zavedeno podélné posunutí na příčném okraji u_x

$$\bar{f}_0 = \pm \frac{1}{500} \quad u_x = m \cdot u_1$$

posunutí příčného okraje nevybočeného panelu pro $x = 0$.

$$E = 210000 \text{ MPa} \quad u_1 = \frac{f_Y \cdot L}{E} = 5,58 \text{ mm}$$

$$A = 44 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_L = 16 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$z_{1,b} = -37,5 \text{ mm}$$

$$z_{1,t} = -17,5 \text{ mm}$$

$$z_2 = 182,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{cr} = 692 \text{ MPa bráno z (Šertler, 2001)}$$

$$f_y = 355 \text{ MPa}$$

$$L = 3300 \text{ mm.}$$

Výpočet je proveden v programu EXCEL, kde jsou použity tyto symboly:

- σ_0 napětí na podélném okraji,
- $\sigma_{j,k}$ napětí v bodě j , vlákních k ($j=1,2,3$) ($k=b,t,n$),
- σ_{str} průměrné napětí na panelu,
- b horní vlákna,
- t spodní vlákna,
- n střednice plechu,
- σ_m napětí ve střednici plechu.

Výsledky výpočtu pro kladnou imperfekci jsou v **tab. 1**.

Z tabulky vyplývá, že první plastifikace bylo dosaženo pro $m = 0,9$ při okrajovém napětí 319,0 MPa a středním napětí 315 MPa.

Únosnost panelu:

$$\text{Mezní síla} \quad F_U = f_{yd} \sum A_{L,j} \chi_{L,i} , \quad (5)$$

kde: $\chi_{L,i} = \frac{\sigma_{OL,i}}{f_y}$ je redukční součinitel vzpěrnosti. (6)

Části plechu přilehlé k podélnému okraji považujeme za absolutně tuhé výztuhy ($\chi = 1$).

$\sigma_{OL,i}$ napětí v těžišti výztuhy při dosažení meze kluzu na střednici plechu.

Tab. 1

<i>m</i>	σ_0	<i>f</i>	$\sigma_{1,b}$	$\sigma_{1,t}$	σ_2	σ_{str}	$\sigma_{1,m}$	ρ_m
0,70	248,12	0,0011	271,48	257,44	117,01	245,96	264,4624	0,99
0,80	283,56	0,0014	312,39	294,95	120,53	280,74	303,6692	0,99
0,90	319,01	0,0017	312,39	332,75	117,88	315,33	322,5693	0,99
0,93	329,64	0,0018	367,01	344,15	115,61	325,65	355,5813	0,99
0,96	340,28	0,0019	379,90	355,59	112,54	335,95	367,7454	0,99
0,98	347,37	0,0020	388,56	363,24	110,02	342,80	375,8991	0,99
1,00	354,45	0,0021	397,28	370,90	107,09	349,63	384,0902	0,99

Efektivní plocha pásu:

$$A_{eff} = \rho \cdot A , \quad (7)$$

kde: $\rho = \frac{\sum \chi_{L,i} A_{L,i}}{A} . \quad (8)$

Pro sledovaný panel platí:

$$\rho = \frac{A - 2A_L + \chi_L 2A_L}{A} = 1 - \frac{2A_L}{A} (1 - \chi_L) \quad (9)$$

Pro případ, že za mezní stav považujeme dosažení meze kluzu ve střednici plechu je pro $\sigma_{1,m} = 355 \text{ MPa}$ (viz **tab. 1**)

$$\sigma_0 = 329,63 \text{ MPa}$$

$$\chi_L = \sigma_{0L} / f_y = 0,91$$

$$\rho = 1 - \frac{2 \cdot 16 \cdot 10^{-3}}{44 \cdot 10^{-3}} (1 - 0,91) = 0,93$$

Pro zápornou imperfekci $\bar{f}_0 = -1/500$ je výpočet napětí proveden v tabulce 2. Pro tento případ je dosaženo meze kluzu v odstávající přírubě při $m = 0,67$ při $\sigma_0 = 237,48 \text{ MPa}$, součinitel $\rho = 1,0$. To znamená, že se průřezová plocha vlivem vybočení pásu neredukuje. Je nutno redukovat návrhovou únosnost redukčním součinitelem 0,67.

Hynek Šertler, Tomáš Reimont:

Tab. 2

m	σ_0	f	$\sigma_{1,b}$	$\sigma_{1,t}$	σ_2	σ_{str}	ρ_m
0,50	177,23	-0,0007	159,34	167,99	254,48	176,50	1,00
0,60	212,67	-0,0009	189,53	200,67	312,14	211,95	1,00
0,65	230,40	-0,0010	204,30	216,84	342,23	229,67	1,00
0,67 1.pl	237,48	-0,0010	210,14	223,27	354,53	236,76	1,00

Pokud za mezní stav považujeme první plastifikaci těžiště výtuzného prvku, zvýší se únosnost podle **tab. 2a**.

Tab. 2a

m	σ_0	f	$\sigma_{1,b}$	$\sigma_{1,t}$	σ_2	σ_{str}	ρ
0,5	177,23	-0,0007	159,34	167,99	211,23	176,01	0,99
0,6	212,67	-0,0009	189,53	200,67	256,41	211,04	0,99
0,7	248,12	-0,0011	218,82	232,87	303,08	245,96	0,99
0,81 1.pl	287,11	-0,0014	249,72	267,54	356,61	284,21	0,99

První plastifikace středu výtuzhy bylo v tomto případě dosaženo při úrovni hladiny okrajového napětí 287,11 MPa, t. j. pro $m = 0,81$.

Mezní únosnost s uvažováním i strukturálních imperfekcí vypočítáme z χ podle ČSN 73140:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{355}{692}} = 0,72. \quad (10)$$

Pro křivku c ($a_0 = 0,49$) je:

$$\chi_L = 0,712$$

$$\rho = 0,79$$

4. Výpočet pomocí softwaru IDA NEXIS 32

Tento výpočetní model je nadále označován M02. Výpočet byl proveden jako nelineární podle teorie II.řádu.

Okrajové podmínky

Souřadný systém: osa X - podélný směr, osa Y - příčný směr, osa Z – svislý směr

Podélné okraje:

- volný posun v ose X

- volný posun v ose Y s výjimkou v místě v místě příčných okrajů
- nulový průhyb v ose Z
- volné pootočení v příčném směru

Příčné okraje:

- volný posun okrajů jako celku v ose X volné pootočení kolem osy Y
- zamezení posunu v ose Y a v ose Z
- okraj výztuhy není omezen v ose Z

Střed panelu:

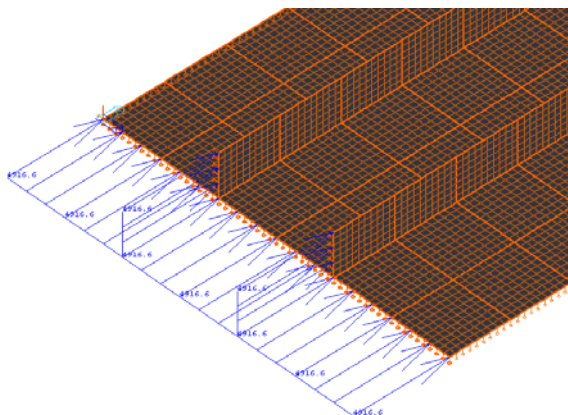
- zamezení posunu v ose X

Imperfekce

Geometrické, průhyb v místě výztuh s amplitudou $+L/500$ ve tvaru sinusoidy ve směrech osy Y a X.

Zatížení

Jsou zavedeny liniové síly na obou příčných okrajích. Velikost zatěžujících sil je po určitých krocích, které odpovídají reakčním silám vyvolaných posunem příčného okraje. Jako referenční krok 1 je brán posun (m) $u_1 = 5,58\text{mm}$, tomu odpovídající reakční síla $15326,2\text{ kN}$ ($6966,5\text{kN/m}$).



Obr. 2 Zavedení zatěžující síly na příčném okraji $u_{0,7}$

Výpočet

Výpočet kritické síly byl proveden na modelu bez počátečních geometrických imperfekcí. Panel byl zatížen rovnoměrnou liniovou silou na příčném okraji 100 kN/m . Kritický násobek kdy dojde k vybočení je $133,46$. Kritická síla je $29361,2\text{ kN}$. Tomu odpovídající $\sigma_{cr} = 661,28\text{ MPa}$.

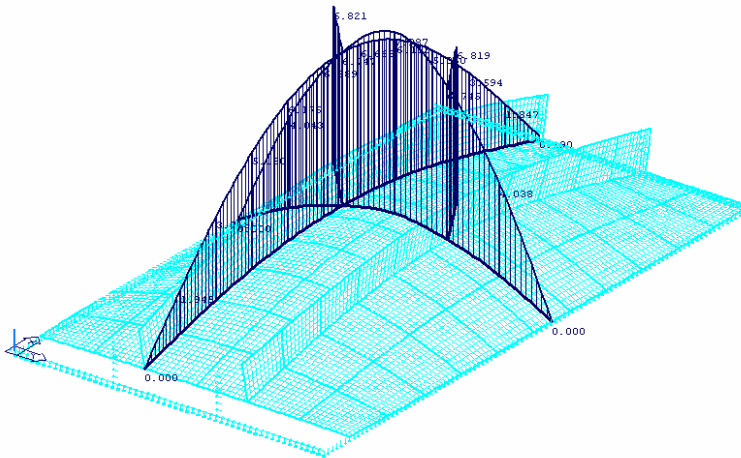
Hynek Šertler, Tomáš Reimont:

Bylo zavedeno celkem sedm zatěžovacích stavů: $u_{0,7}$ až $u_{1,1}$. Nebyla uvažována plastifikace průřezu. Sledovaly se průběhy napětí ve středním řezu: okraj, v místě výztuhy a na volném konci výztuhy. Dále velikost deformací u_z v ose Z v podélném směru v místě výztuhy. Velikosti zatěžovacích sil, průměrného napětí a součinitele ρ jsou v **tab. 3**.

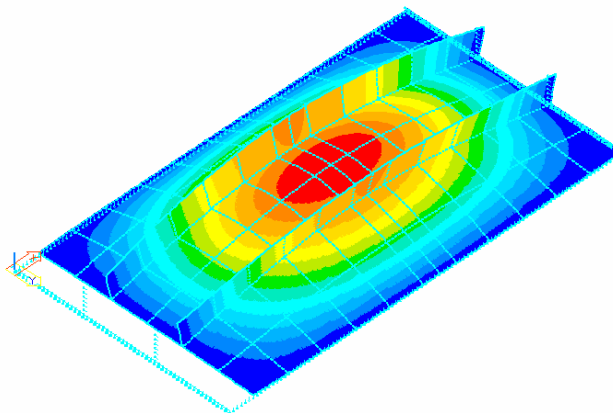
Tab. 3 Velikost zatěžovacích sil a průměrných napětí u jednotlivých kroků

m	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	1	1,1
Síla (kN)	10816,60	12321,90	13831,60	14583,70	15028,70	15326,20	16795,90
$\sigma_{str,k}$ (MPa)	245,83	280,04	314,35	331,45	341,56	348,32	381,73
$\sigma_{0,k}$ (MPa)	256,00	293,00	330,80	350,00	361,40	369,00	408,00
ρ_m	0,96	0,96	0,95	0,95	0,95	0,94	0,94

Prostorové znázornění průběhu přírůstkového průhybu v podélném řezu v místě výztuhy a v příčném směru ve středu panelu jsou na **obr. 3**.



Obr. 3 Prostorové průběhy přírůstkových průhybů při kroku u_1



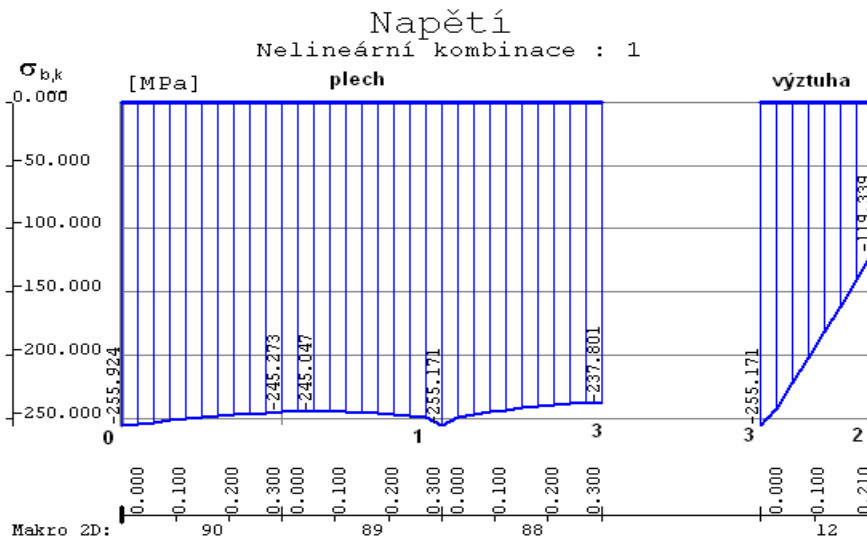
Obr. 4 Tvar deformace panelu MO2

Tab. 4 Velikost průhybu v místě výztuhy (mm)

<i>m</i>	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	1	1,1
<i>uz</i>	3,67	4,53	5,54	6,12	6,49	6,75	8,19

Tab. 5 Velikost normálového σ_x napětí ve středním řezu panelu (MPa)

<i>m</i>	$\sigma_{0,b,k}$	$\sigma_{0,t,k}$	$\sigma_{1,b,k}$	$\sigma_{1,t,k}$	$\sigma_{2,b,k}$	$\sigma_{2,a,k}$
0,70	255,9	256,0	269,5	255,2	119,4	122,3
0,80	292,9	293,1	309,0	291,4	123,9	127,5
0,90	330,7	330,9	349,6	328,1	123,0	127,5
0,95	349,8	350,1	370,2	346,5	120,1	125,0
0,98	361,2	361,5	382,6	357,5	117,4	122,6
1,00	368,9	369,2	390,9	364,8	115,2	120,6
1,10	407,4	407,9	433,1	401,4	98,6	105,2



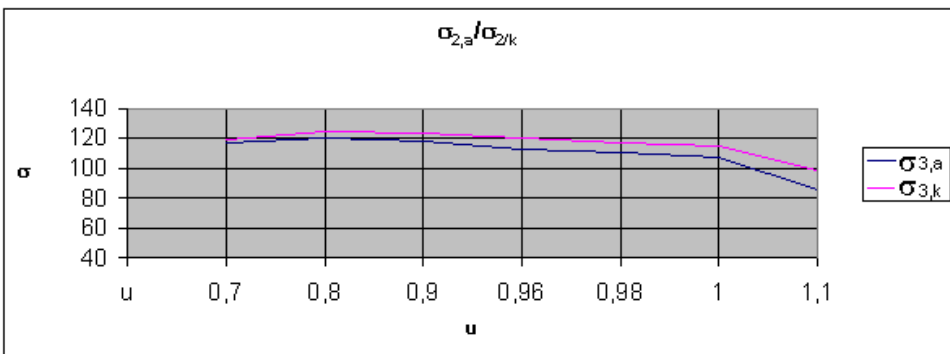
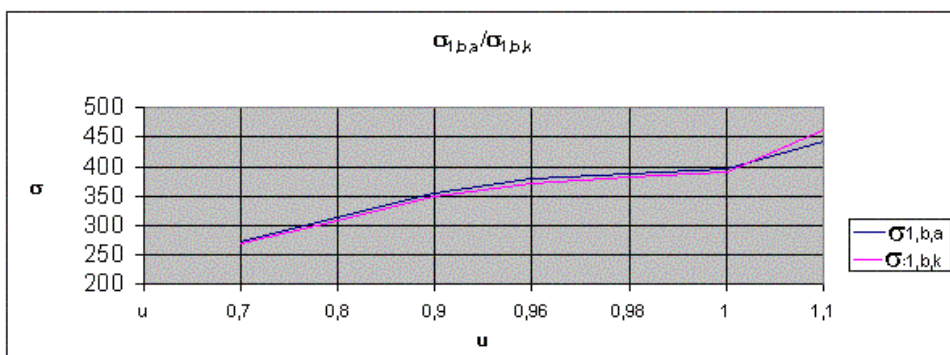
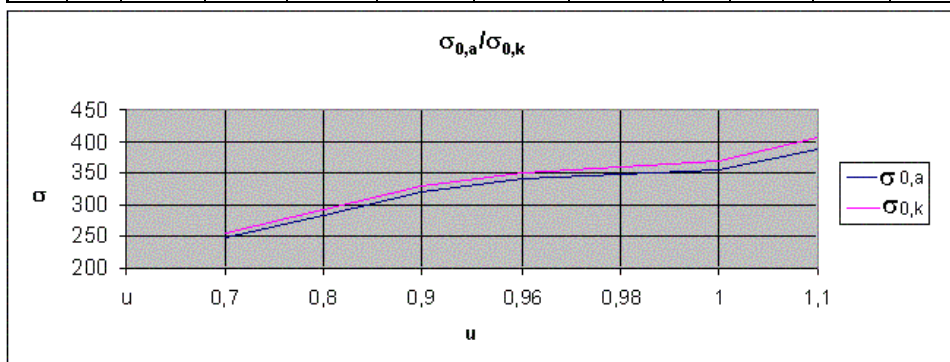
Obr. 5 Průběh napětí ve středním řezu při kroku $u_{0,7}$

5. Analýza výsledků

Výsledky výpočtu podle prutové analogie byly srovnány s výsledky výpočtů metodou konečných prvků, pomocí softwaru IDA NEXIS 32. Výsledky jsou uvedeny v **tab. 6** a v příložených grafech. V podélných okrajích a v místě odstávající příruby jsou uvedena průměrná napětí.

Tab. 6 Porovnání výsledků metodou prutové analogie a MPK, modelu M02

M	s1	$\sigma_{0,a}$	$\sigma_{0,k}$	$\sigma_{1,b,a}$	$\sigma_{1,b,k}$	$\sigma_{1,t,a}$	$\sigma_{1,t,k}$	$\sigma_{2,a}$	$\sigma_{2,k}$	$\sigma_{str,a}$	$\sigma_{str,k}$
0,70	271	248	256	271	269.1	257	255	117	121	246	246
0,80	312	284	293	312	309	295	291	121	126	281	280
0,90	354	319	331	354	350	333	328	118	126	315	314
0,95	380	340	350	380	370	356	347	113	123	336	331
0,98	389	347	361	389	383	363	358	110	120	343	342
1,00	397	354	369	397	391	371	365	107	118	350	348
1,10	442	390	408	442	462	409	363	85	102	383	382



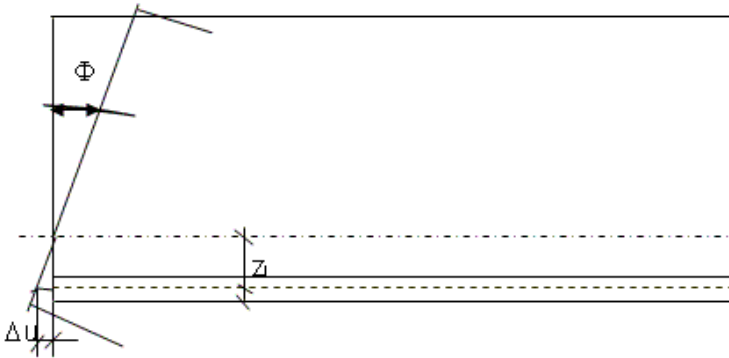
V této tabulce značí:

$\sigma_{i,a}$ napětí v bodě i podle prutové analogie
 $\sigma_{i,k}$ napětí v bodě i podle metody konečných prvků

6. Upravená prutová analogie

Srovnáním výsledků podle obou koncepcí bylo zjištěno, že shoda je uspokojivá, menší rozdíly jsou na okrajích (max. 5%) a tím i v součinitelích efektivní plochy ρ viz **tab. 1** a **tab. 3**. Tento rozdíl je způsoben tím, že jsme ztotožnili napětí na podélných hranách plechu z průměrným napětím na nevybočeném panelu.

Upřesnění metody prutové analogie provedeme z deformační podmínky na příčných okrajích, o kterých předpokládáme, že zůstanou rovinné i po natočení okolo osy otáčení, o které předpokládáme, že leží v těžišti výztuhy. Z toho důvodu se vzhledem k nevybočenému panelu poposune střednice plechu o hodnotu Δu .



Obr. 6 Pootočení tuhého čela panelu na okraji

Pro posunutí v příčné hraně panelu ve střednici plechu platí podle obrázku vztah

$$\Delta u = z_L * \Phi = v'(0) * z_L = \frac{\pi}{L} * f * \cos \frac{\pi x(0)}{L} * z_L = \frac{\pi}{L} * f * z_L \quad (11)$$

kde: $v'(0)$ je první derivace průhybu výztuhy.

Celkové prodloužení střednice plechu bude $2 \Delta u$.

Tomu odpovídající průměrné napětí bude

$$\Delta \sigma = 2 \Delta u * E/L = \frac{\pi}{L} * f * z_L * E/L = \frac{2}{\pi} * \sigma_M, \quad (12)$$

kde:
$$\sigma_M = \frac{\pi^2 E}{L^2} f z_L, \quad (13)$$

kde:
$$\bar{f} = \frac{f}{L}, \bar{z}_L = \frac{z_L}{L}. \quad (14)$$

Průměrné napětí na podélných hranách bude:

$$\sigma_{fl} = \sigma_0 + \Delta\sigma \quad (15)$$

S tímto doplňkem přejde **tab. 1** na tvar, uvedený v **tab. 7**.

Tab. 7

<i>m</i>	σ_0	σ_{fl}	<i>f</i>	$\sigma_{1,b}$	$\sigma_{1,t}$	σ_2	σ_{str}	ρ_m
0,70	248,12	260,41	0,0011	271,48	257,44	117,01	249,31	0,96
0,80	283,56	298,83	0,0014	312,39	294,95	120,53	284,91	0,95
0,90	319,01	337,82	0,0017	312,39	332,75	117,88	320,46	0,95
0,93	329,64	349,65	0,0018	367,01	344,15	115,61	331,11	0,95
0,95	340,28	361,55	0,0019	379,90	355,59	112,54	341,75	0,95
0,98	347,37	369,53	0,0020	388,56	363,24	110,02	348,84	0,94
1,00	354,45	377,55	0,0021	397,28	370,90	107,09	355,92	0,94
1,10	389,90	418,28	0,0026	441,89	409,47	85,23	391,24	0,94

Z této tabulky je zřejmá téměř naprostá shoda součinitelů efektivní plochy ρ_m s modelem MO2 (**tab. 3**). Tabulka **tab. 6** se s dosazením hodnot z **tab. 7** změní následovně:

Tab. 8 Srovnání výsledků upravené prutové analogie s MO2

<i>m</i>	<i>s1</i>	$\sigma_{0,a}$	$\sigma_{0,k}$	$\sigma_{1,b,a}$	$\sigma_{1,b,k}$	$\sigma_{1,t,a}$	$\sigma_{1,t,k}$	$\sigma_{2,a}$	$\sigma_{2,k}$	$\sigma_{str,a}$	$\sigma_{str,k}$
0,70	271	260,41	256	271	269,1	257	255	117	121	246	246
0,80	312	298,83	293	312	309	295	291	121	126	281	280
0,90	354	337,82	331	354	350	333	328	118	126	315	314
0,95	380	361,55	350	380	370	356	347	113	123	336	331
0,98	389	369,53	361	389	383	363	358	110	120	343	342
1,00	397	377,55	369	397	391	371	365	107	118	350	348
1,10	442	418,28	408	442	462	409	363	85	102	383	382

Z tabulky je zřejmá téměř naprostá shoda výsledků napětí v plechu.

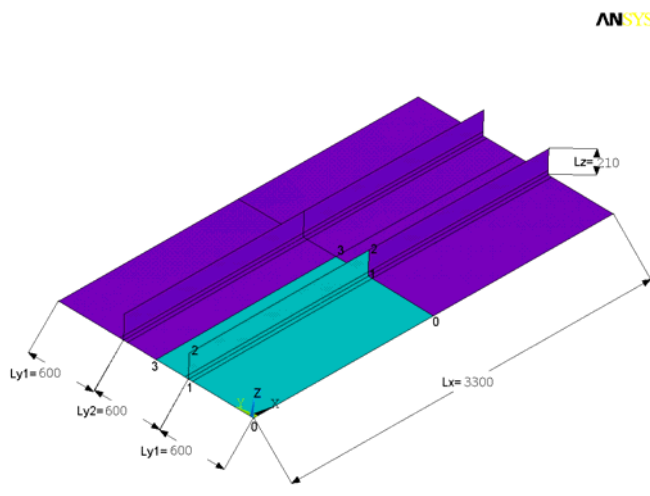
Výsledky byly dále ověřeny materiálově-geometricky nelineárním výpočtem realizovaným pomocí softwaru ANSYS.

7. Výpočet pomocí softwaru ANSYS

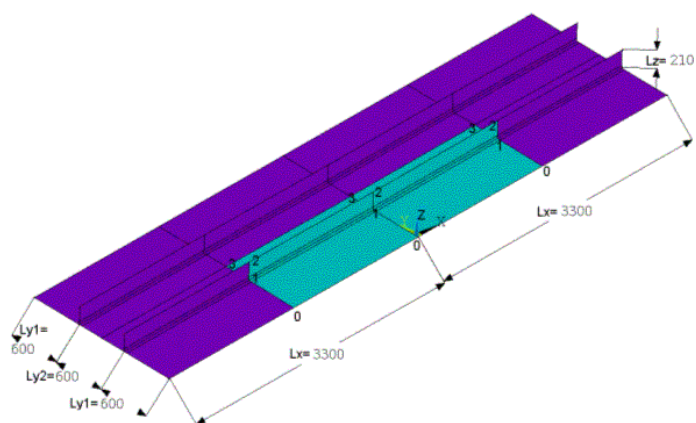
Výpočtový model označený M03 představuje část tlačeneho deskového pásu komorového nosníku mezi dvěma sousedními příčnými výztuhami s geometrickou imperfkcí ve tvaru jedné poloviny periody funkce sinus po délce i šířce deskového panelu. Geometrická imperfekce vytváří vlnu jejíž výchylka směřuje od ideální roviny panelu na

stranu přivařených podélných výztuh panelu. Schéma deskového panelu, ze kterého vychází výpočtový model M03, je znázorněn na **obr. 7**.

Výpočtový model označený M04 představuje část tlačeneho deskového pásu komorového nosníku mezi třemi sousedními příčnými výztuhami s geometrickou imperfekcí ve tvaru jedné periody funkce sinus po délce deskového panelu a s geometrickou imperfekcí ve tvaru jedné poloviny periody funkce sinu po šířce deskového panelu. Mezi jednou dvojicí příčných výztuh deskového pásu komorového nosníku geometrická imperfekce vytváří vlnu jejíž výchylka směřuje od ideální roviny panelu na stranu přivařených podélných výztuh a mezi druhou dvojicí příčných výztuh imperfekce směřuje od ideální roviny panelu opačným směrem než v sousedním poli. Náčrtek deskového panelu, ze kterého vychází výpočtový model M04, je znázorněn na **obr. 8**.



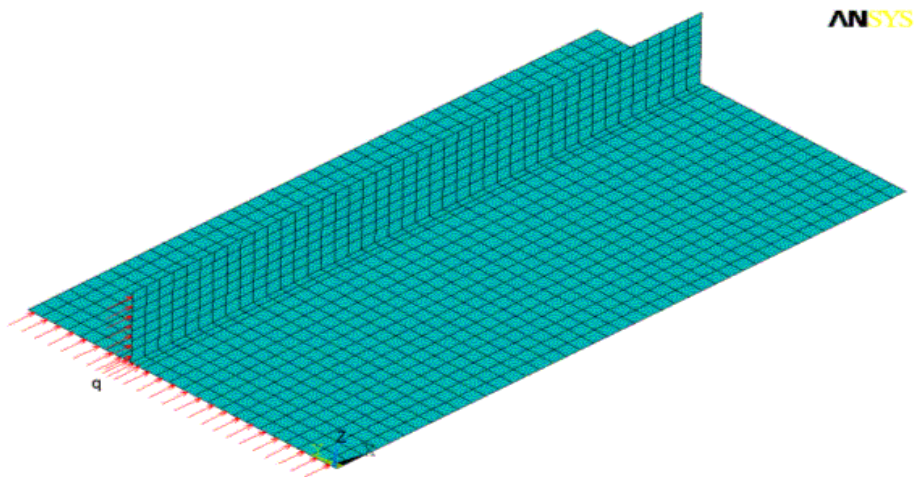
Obr. 7 Schema deskového panelu pro výpočtový model M03



Obr. 8 Schema deskového panelu pro výpočtový model M04

7.1 Výpočtový model M03

Z důvodů symetrie je modelována jedna čtvrtina deskového panelu. Náčrtek deskového panelu je uveden na Obr. 7. Síť konečných prvků výpočtového modelu je znázorněna na **obr. 9**. Ve výpočtovém modelu je použito skořepinových elementů číslo 181 z knihovny programu ANSYS. Skořepinový element 181 je formulován pro plasticitu, velké deformace i přetvoření. Skořepinový element 181 umožňuje zadání počátečního napětí. Výpočtový model je vytvořen s amplitudou geometrické imperfekce $+Lx/500$. Panel je orientován vzhledem ke globálnímu souřadnému systému tak, že podélný okraj je rovnoběžný s osou X a kolmý na osu Y. Počátek globálního souřadného systému je umístěn v průsečíku podélného okraje a příčné výztuhy deskového pásu komorového nosníku.

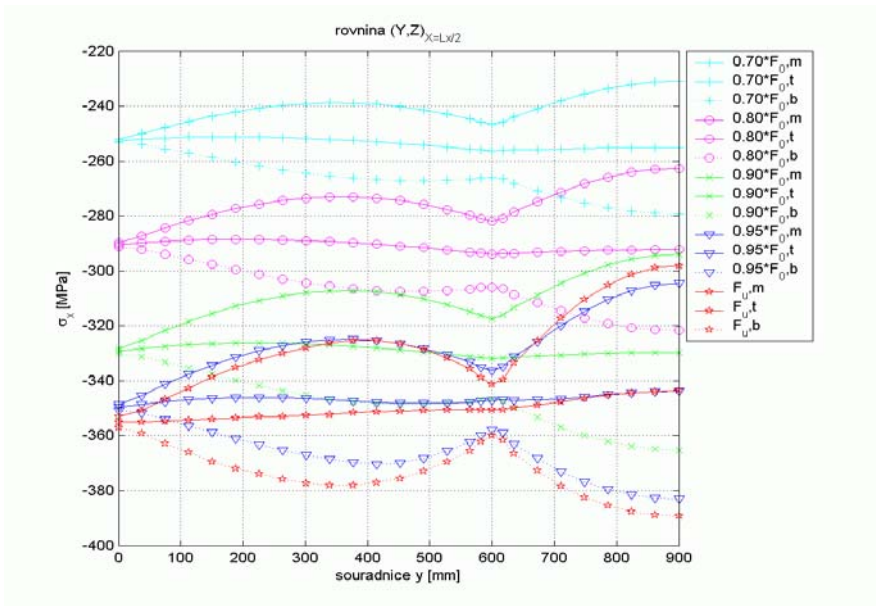


Obr. 9 Výpočtový model M03

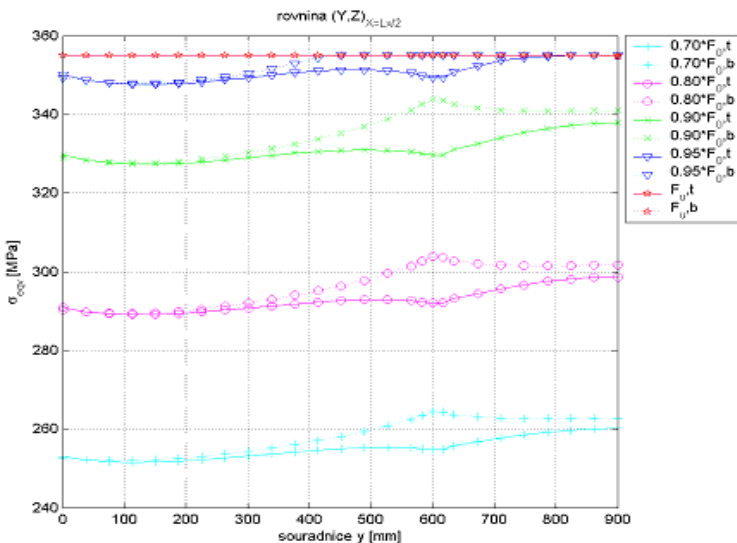
Některé výsledky řešení jsou na obr.10 až 13.

Z **obr. 10**, kde je znázorněn průběh napětí σ_x po šířce plechu uprostřed rozpětí, je patrný výrazný vliv ohybových napětí v důsledku boulení plechu. Membránové napětí ve střednici plechu je celkem vyrovnané při všech hladinách zatížení.

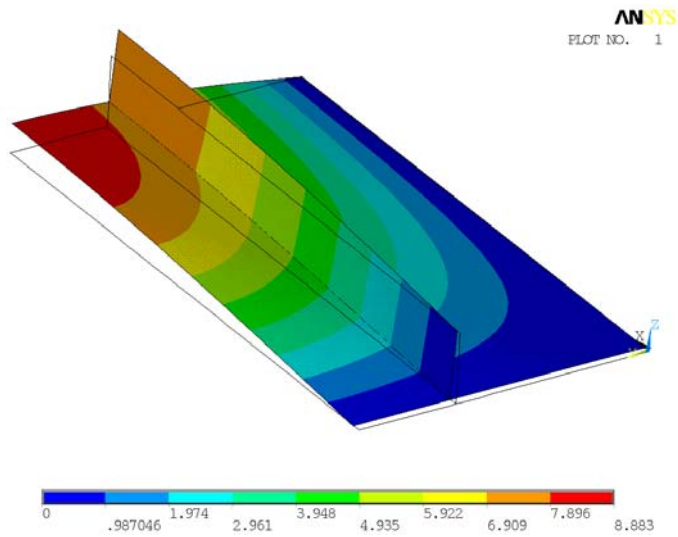
Na **obr. 11** je průběh srovnávacího napětí po šířce panelu. Toto napětí je důležité pro posouzení bezpečnosti. Jeho průběh po šířce panelu je pro nižší hladiny zatížení mírně stoupající ke středu panelu, na mezi únosnosti přibližně vyrovnaný na mezi kluzu. Rozdíly mezi horními a dolními vlákny jsou daleko menší, než tomu bylo u σ_x až na oblast připojení výztuh.



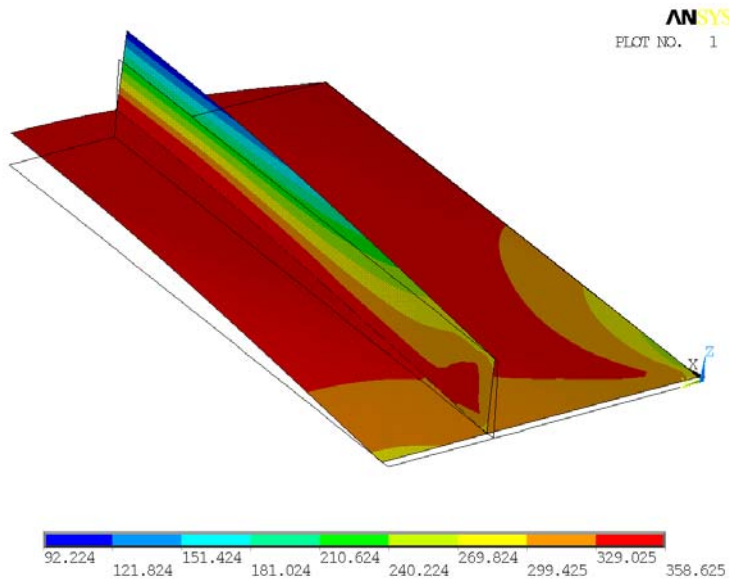
Obr. 10 Hodnoty napětí σ_x v řezu plechu deskového panelu daném rovinou $(Y,Z)_{X=Lx/2}$, pro zatížení $F = \{0.7, 0.8, 0.9, 0.95\} \cdot F_0$, nebo F_u



Obr. 11 Hodnoty napětí σ_{eqv} v řezu plechu deskového panelu daném rovinou $(Y,Z)_{X=Lx/2}$, pro zatížení $F = \{0.7, 0.8, 0.9, 0.95\} \cdot F_0$, nebo F_u



Obr. 12 Tvar deformace panelu MO3



Obr. 13 Izopásma napětí při zatížení F_u

Tab. 9 Srovnání výpočtu podle výpočetního modelu M02 a M03

u	σ_0		$\sigma_{1,b}$		$\sigma_{1,t}$		σ_2		σ_{str}	
	M03	M02	M03	M02	M03	M02	M03	M02	M03	M02
0,70	253	256	266	269.1	246	255	139	121	242	246
0,80	291	293	306	309	282	291	149	124	276	280
0,90	331	331	346	350	317	328	156	125	311	314
0,95	348	350	358	370	336	347	187	123	328	331
0,98		361		383		358		120	343	342
1,00	351	369	360	391	341	365	132	115	331	348

Srovnání výsledků výpočetních modelů MO2 a modelu MO3, pro 2 úrovně je v **tab. 9**. Podle této tabulky je dobrá shoda ve výsledcích v plechu. Napětí v odstávající přírubě vychází poněkud větší u MO3. To však není rozhodující pro únosnost.

Pro návrh, resp. posouzení tlačeneho pásu jsou důležité hodnoty středního napětí, resp. redukční součinitele ρ_m , které dávají pokles únosnosti. Tyto hodnoty jsou podle jednotlivých modelů v **tab. 10**. Hodnoty ρ_m byly vyčíslené podle vztahu (4), σ_0 podle prutové analogie bylo bráno podle **tab. 8**, podle modelu MO2 a MO3 podle tab.9.

Tab. 10 Mezní hodnoty středního napětí a součinitel ρ_m

m	prut. Analogie		M02		M03	
	$\sigma_{str,a}$	ρ_a	$\sigma_{str,k}$	ρ_k	$\sigma_{str,k}$	ρ_k
0,70	249	0,96	246	0,96	242	0,97
0,80	281	0,99		0,00	280	0,99
0,90	320	0,95	314	0,95	276	0,95
1.p	330	0,94	314	0,94	311	0,94
u	331	0,93			331	0,94

Poznámka:

1.p = první plastifikace

u = mximální únosnost

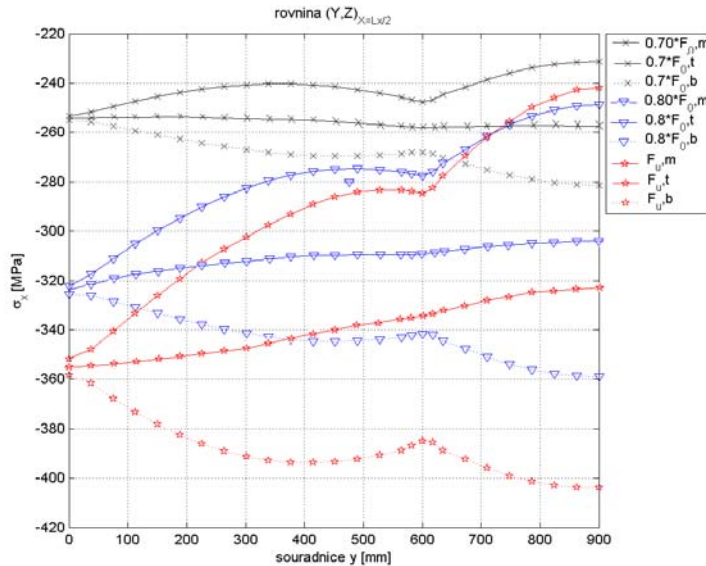
Z této tabulky plyne, že hodnoty redukční součinitelů jak při první plastifikaci, tak i mezní únosnosti jsou téměř stejné při všech modelech a mírně klesající se vzrůstem hladiny zatížení.

7.2 Výpočtový model M04

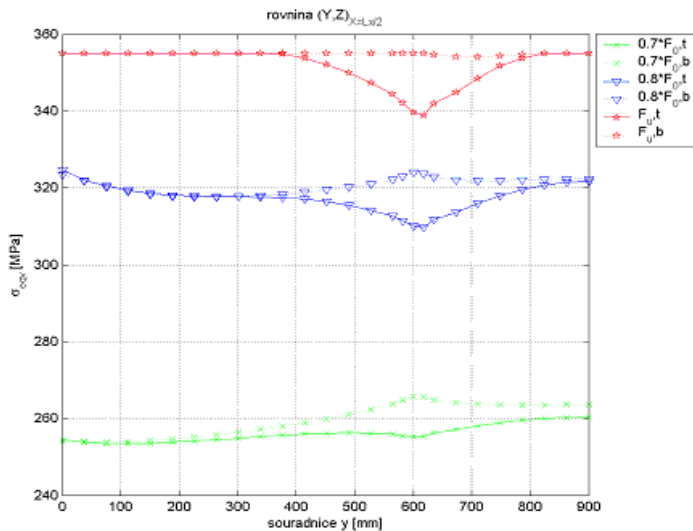
Z důvodů symetrie je modelována jedna čtvrtina deskového panelu. Náčrtek deskového panelu je uveden na **obr. 8**. Výpočtový model je vytvořen s amplitudou geometrické imperfekce $+L_x/500$ a $-L_x/500$. Znaménko + znamená, že výchylka

geometrické imperfekce směřuje v kladném směru osy Z. Panel je orientován vzhledem ke globálnímu souřadnému systému tak, že podélný okraj je rovnoběžný s osou X a kolmý na osu Y. Počátek globálního souřadného systému je umístěn v průsečíku podélného okraje deskového panelu a příčné výtuhy deskového pásu komorového nosníku ležící mezi dvěma počítanými poli.

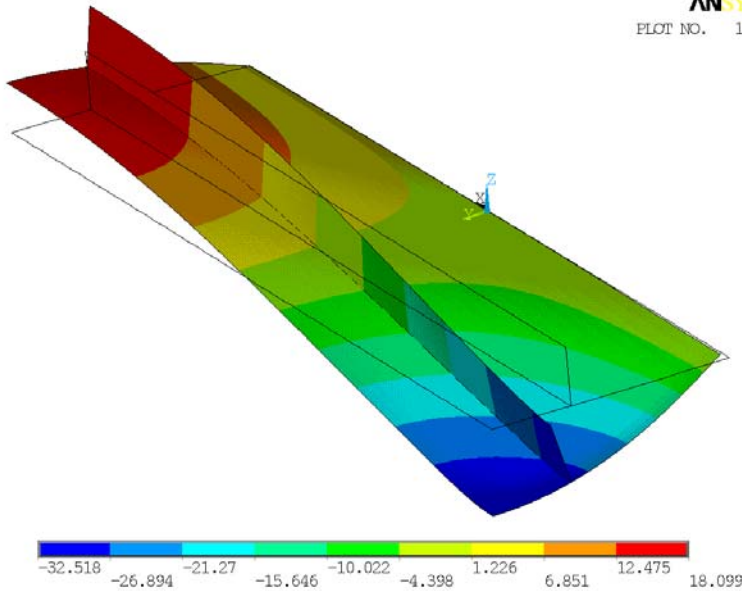
Některé výsledky řešení jsou na **obr.14** až **obr. 16**.



Obr. 14 Hodnoty napětí σ_x v řezu plechu deskového panelu daném rovinou $(Y,Z)_{X=Lx/2}$, pro zatížení $F=\{0.7, 0.8\}\cdot F_0$, nebo F_u



Obr. 15 Hodnoty napětí σ_{eqv} v řezu plechu deskového panelu daném rovinou $(Y,Z)_{X=Lx/2}$, pro zatížení $F = \{0.7, 0.8\}\cdot F_0$, nebo F_u



Obr. 16 Tvar deformace panelu M04

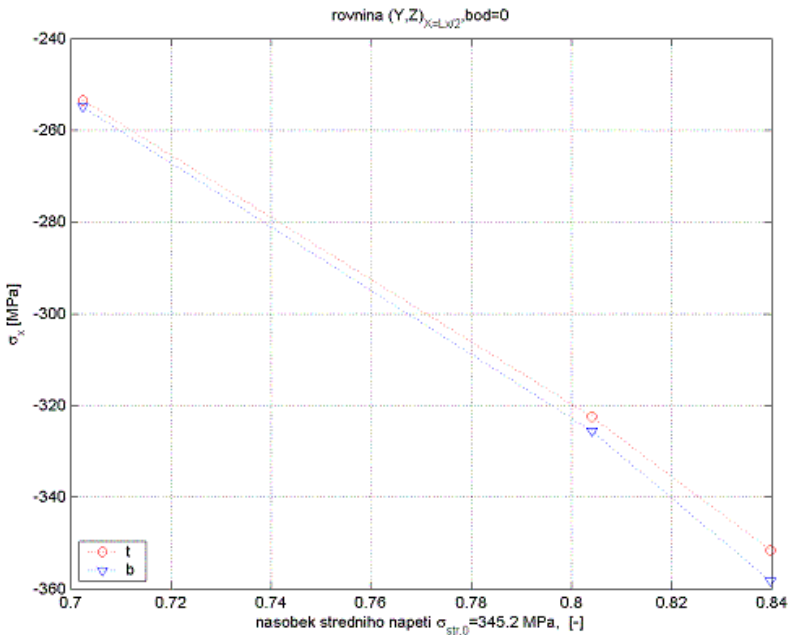
Spojité panel M04 se střídavými kladnými i zápornými hodnotami imperfekcí dává podle **tab. 11** nižší hodnoty mezní únosnosti než izolovaný panel o jednom poli M03 s kladnou imperfekcí, ale vyšší hodnoty, než izolovaný panel se zápornou imperfekcí. Bezpečnou hodnotu dává aritmetický průměr z hodnot ρ pro kladnou a zápornou imperfekci.

$$\rho_m = \frac{(0,67 + 0,93)}{2} = 0,80$$

Tab. 11 Mezní hodnoty středního napětí a součinitel ρ_m pro spojitý panel

m	Prut. Analogie(-f)		M04		M03	
	$\sigma_{str,a}$	ρ_a	$\sigma_{str,k}$	ρ_k	$\sigma_{str,k}$	ρ_k
0,60	212	1,00	202	0,95	200	0,95
0,67	281	0,79		0,00	280	0,79
0,90	315	0,89	314	0,88	302	0,85
1.p	237	0,67	314	0,88	315	0,89
u			288,00	0,81	331	0,93

Hodnoty ρ_m byly počítány s využitím **obr. 17**.



Obr. 17 Hodnoty napětí σ_x v bodu 0, který leží v rovině $(Y, Z)_{X=L/2}$

8. Shrnutí hlavních výsledků řešení a jejich analýza

Izolovaný panel:

- Bylo dosaženo velmi dobré shody výsledků podle upravené metody prutové analogie s výsledky výpočtů MKP, model M02 (viz. **tab. 8**). Menší odchylky jsou jen v odstávající přírubě, což není pro únosnost panelu rozhodující.
- Výsledky výpočtů modelu M03 vykazují proti výsledkům podle prutové analogie a M02 menší pokles napjatosti v oblasti výtuh, (viz **tab. 9**).
- Rozdíly výsledků dosažených podle modelu M02 a M03 (oba provedeny metodou MKP) je možno vysvětlit jen různou volbou konečných prvků .
- Mezní únosnosti charakterizované součinitelem spolupůsobící plochy ρ jsou stejné u všech výpočetních modelů (viz. **tab. 10**).
- Redukční součinitelé ρ_m jen mírně klesají s růstem hladiny zatížení (viz. **tab.10**) Toho je možno využít pro návrh zjednodušeného modelu tím, že zavedeme součinitel ρ stanovený z mezní únosnosti konstantní pro všechny hladiny zatížení panelu. Výpočet takto provedený bude ve prospěch bezpečnosti.

Spojité panel:

- Proti izolovanému panelu je mezní únosnost nižší. Je to v důsledku záporných imperfekcí v krajních polích, kde dochází k plastifikaci tlačných odstávajících

přírub podstatně dříve než tomu je u izolovaného panelu s kladnou imperfekcí (viz. **tab. 11**).

- Vliv ohybových účinků od boulení panelu ve středním poli s kladnou imperfekcí je daleko výraznější než u izolovaného panelu. Znamená to, že v oblasti středního pole s kladnými imperfekcemi jsou hodnoty napětí v plechu v místě výztuh větší než tomu je u izolovaného panelu.

Závěry:

1. Testování prutové analogie metodou konečných prvků dokázalo dostatečnou přesnost této zjednodušené metody jak pro stanovení mezní únosnosti, tak i pro výpočet napjatosti ve zvolených bodech sledovaného panelu.
2. Výrazně se projevuje vliv spojitosti tlačného pásu po délce. Ukazuje se, že dochází k interakci a vzájemnému ovlivnění polí s kladnými i zápornými imperfekcemi. Toto vzájemné ovlivnění je tím větší, čím je rozdílnost imperfekcí v sousedních polích větší. V oblasti středního pole s kladnými imperfekcemi jsou hodnoty napětí v plechu v místě výztuh větší než tomu je u izolovaného panelu.

Pro konkrétní posouzení tlačného panelu se navrhuje tento postup:

- Vypočítá se součinitel efektivní plochy ρ a efektivní plocha tlačného pásu pro mezní únosnost panelu. S touto efektivní plochou pásu se vypočítají průřezové hodnoty celého komorového nosníku
- Vypočítají se normálová napětí od návrhového zatížení na podélných hranách pásu.
- pro výpočet napětí v požadovaných bodech na příčném řezu tlačného pásu se použije upravená prutová analogie.

Příspěvek vznikl v souvislosti s řešením výzkumného záměru „Interakce dopravních prostředků a dopravní cesty“. Institucionální výzkum DFJP UPa, MŠMT J15/98:255100002.

Lektoroval: Prof. Ing. Josef Vičan, CSc.

Předloženo: v únoru 2004

Literatura

1. ČD SR 5(S): *Určování zatížitelnosti železničních mostů*. Vydavat. MDS Praha 1993
2. ČSN PENV 1993-1-5: *Navrhování ocelových konstrukcí. Část 1.5 Obecná pravidla-Doplňující pravidla pro rovinné deskostěnné konstrukce bez příčného zatížení ČNI 1998*.
3. ŠERTLER H., VIČAN J. *Skutečné působení ocelových železničních mostů*. Vydala Vysoká škola dopravy a spojů v Žilině 1995. ISBN 80-7100-225-9.
4. ŠERTLER H. *Parametrická studie tlačných vyztužených pásů*. In: *Spolehlivost a diagnostika v dopravní technice 2000*. Ediční středisko Univerzity Pardubice r. 2000, str. 34.

Hynek Šertler, Tomáš Reimont:

5. ŠERTLER H. *Výpočetní modely tlačného dílce vyztuženého panelu*. Ing. Zborník zo seminára Rozvojové tendence v odbore ocelových konštrukcií. Jahodná pri Košiciach, 2001.
6. ŠERTLER H., TOMICA V., VIČAN J. *Zatížiteľnosť ocelových železničných mostů*. Inženýrské stavby 10 r. 1991, str. 340-344.
7. SERTLER H., VICAN J. *Check of compression plate flanges of existing steel railway bridges. IN: Coupled instabilities in metal structure CIMS 96*. Imperial College Press London, str. 397-405
8. ŠERTLER H. *Stabilitní problémy mostních konstrukcí. In: Ocelové konstrukcie a mosty 2000. In: Zborník referátov 19. Česká a slovenská mezinárodní konferencia, 27.-30.9.2000, Štrbské Pleso-Vysoké Tatry*, str. 135-141. ISBN 80-232-0189-1.

Resumé

VÝPOČET NAPJATOSTI ŘÍDCE VYZTUŽENÉHO TLAČENÉHO PÁSU

Hynek ŠERTLER, Tomáš REIMONT

V následujícím příspěvku je prezentována verifikace zjednodušené metody pro výpočet únosnosti a napjatosti tlačného deskového vyztuženého pásu (Šertler, Vičan, 1995). Pozornost byla zaměřena na pásy s malým počtem podélných výztuh. Tato metoda je založena na modifikované prutové analogii. Verifikace je provedena pomocí nelineárních modelů MKP na konkrétním příkladu části tlačného pásu komorového mostu. Geometrické imperfekce jsou uvažována ve tvaru sinusoidy. Byly vyšetřovány dvě alternativy a to jeden panel mezi dvěma příčnými výztuhami, zatížený konstantní normálovou silou a spojitý tříkolový panel s kladnou imperfekcí ve středním poli a zápornou imperfekcí v okrajových polích. Výsledky jsou prezentovány ve formě tabulek a grafů. Bylo zjištěno, že metoda prutové analogie je dostatečně přesná a použitelná v technické praxi.

Summary

DETERMINATION OF THE LOAD CARRYING CAPACITY OF A COMPRESSED NARROW STIFFENED FLANGE

Hynek ŠERTLER, Tomáš REIMONT

The article deals with buckling of a plate flange, stiffened by small number of the longitudinal stiffeners. In practice, plate flanges often occur in box girders of the railways bridges structures. The paper presents the results of the research, done at the Infrastructure department of the Jan Perner Transport Faculty of the University of Pardubice, and supported by the Czech Grant Agency.

Some time ago, the simplified approach of the assessment of the compression stiffened plates was developed by the team of the first author. This approach was based on the modified column analogy. This modification takes the plate behaviour into account by introducing suitable boundary conditions at the cross borders of the panel. This approach was published (Šertler a kol., 1991), (Šertler, Vičan, 1996) and (Šertler, Vičan, 1995) and included into the Czech code for assessment of existing railways bridges (ČD SR 5(S), 1993). The following research of the first author generalised and stated more precisely this method (Šertler, 2001). For narrow flanges, the flexural rigidity of the plate was taken into account and the stiffened plate was modeled as the set of compressed columns on the elastic foundations, supported elastically by the cross beams. Later, the other procedure for assessment of compression stiffened plates was recommended for Eurocode 3 and incorporated into some of the Czech codes (ČSN PENV 1993-1-5, 21998). The comparison studies were done, and the good agreement between both methods was confirmed.

The aim of this paper is to present the results of testing of the column analogy method using geometrically and materially nonlinear models on a real example. The panel between the adjacent cross beams outlying 3300 mm was investigated. This panel presents the part of the compression stiffened

bottom flange of the continuous box girder in the support region. The cross section of the box girder is shown in Fig. 1. The investigated panel is imperfect, with the initial curvature and the initial bow $L/500$. The homogeneous boundary conditions on the borders were supposed. The panel is subjected to the line compression loading at the cross borders. The model was calculated using a column analogy model and a FEM non-linear stiffened plate model. For the latter, the standard software IDA-NEXIS was used (Model MO2). The ANSYS software for the geometrically and materially non-linear investigation was used alternatively (MO3). When the column analogy model was used, the constant displacement of the cross borders in the longitudinal direction was supposed. The continuous 3 - fields panel was investigated also with positive imperfection in the central field, and negative imperfection at the border fields (MO4). The deflections and stress distribution over the panel cross sections were calculated using the formulas (1) - (4). The load was increased step by step. The increase is given by the parameter m (see Tab. 1). The stress distribution over the central cross section at the characteristic points (see Fig. 1) by the positive imperfection and the correction factor ρ of the effective area of the panel cross section is given in Tab. 1. The limit state for this shape of plate curvature was defined by the first plate plasticity. The same is given in Tables 2 and 2a for negative imperfection. The limit state is defined by first plastification of the outstanding border of the stiffener. The MO2 and MO3 models were subjected on the cross borders to the uniformly distributed line loading (Fig. 2). The limit state of the MO3 and MO4 models was defined by maximal attended longitudinal force. Some results of MO2 investigation are in Tab. 3-5 and Fig. 3-5. Fig. 3 shows the deflection distribution; Fig 5 presents the longitudinal normal stress distribution over the central cross sections. The comparison of the results from column analogy and MO2 is in Table 6. The results were analysed and it was found that larger differences were only at the longitudinal borders. These contradictions were removed by refinement of column analogy method (Fig. 6) and formulas below. The results of this refinement are in Tab. 7. The comparison of the results of MO2 and MO3 models are in Tab. 9. From this table it is seen that good agreement occurs at the plate. Greater differences are at outstanding border of the stiffener. The comparison of results of the column analogy and FEM by MO2 and MO3 models is shown in Table 10. From this table it is seen, that the values of reduction factors of the effective area are the same in all analysed models. The MO3 and MO4 models are demonstrated in Figs. 7 – 8. The stress distribution over the central cross section of MO3 model is in Fig. 10, and that of the MO4 model is in Fig. 14. These figures demonstrate that great influence of the flexural stresses due to buckling occurs. The membrane stress over the plate especially by the lower degree of the loading changes at MO3 only slightly. By the MO4 model, the differences are greater.

The presented research proved that the column analogy method is accurate enough for technical use. Continuous panel MO4 with negative and positive imperfections gives much lower loading capacity as, than the simple model by with positive imperfection only.

Zusammenfassung

BEULTRAGFÄHIGKEIT DER DRUCKBEANSPRUCHTEN VERSTEIFTEN GURTPLATTEN

Hynek ŠERTLER, Tomáš REIMONT

Der Beitrag präsentiert die Verifikation einer vereinfachten Methode für die Bestimmung der Beultragfähigkeit druckbeanspruchter versteifter Gurtplatten (Sertler, Vičan ,1995). Die Aufmerksamkeit wurde auf die Platte mit kleiner Anzahl der Längsversteifungen gerichtet. Diese Methode beruht auf der Analogie mit Stabknicken. Die Verifikation wurde mittels nichtlinearen FEM Modellen durchgeführt, und zwar auf dem Beispiel der Gurtplatten eines Hohlkastendurchlaufträgers (Bild 1). Die geometrische Imperfektion wurde in der sinusförmigen Form angenommen. Zwei Alternativen der Modelle wurden untersucht. In der ersten Alternative wurde ein Panel untersucht, der zwischen zwei Querversteifungen durch eine konstante Normalkraft belastet war. In der zweiten Alternative wurden drei Felder der Gurtplatte untersucht: mit positiver Imperfektion im mittleren Feld und negativer Imperfektion in Randfeldern. Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in der Form von Tabellen und Grafen dargestellt. Der Beispiel zeigt die Anwendung und Vorteile der vereinfachten Methode.

Hynek Šertler, Tomáš Reimont: