SCIENTIFIC PAPERS
OF THE UNIVERSITY OF PARDUBICE
Series B
The Jan Perner Transport Faculty
**4** (1998)

# POZNÁMKA K SPOLEHLIVOSTI REGIONÁLNÍ DOPRAVY

Jan ČERNÝ

Fakulta managementu, VŠE Jindřichův Hradec a DFJP, Univerzita Pardubice

## ÚVOD

Podíl veřejné dopravy na obsluze regionálních přeprav neustále klesá. Konkurenceschopnost příměstské autobusové a vlakové dopravy je ovlivňována řadou faktorů, mezi nimiž nezanedbatelnou roli hraje jejich spolehlivost.

V [1] se zavádějí 2 typy spolehlivosti:

- D - spolehlivost, tj. pravděpodobnost toho, že přepravní služba bude vůbec provedena a dokončena,
- T - spolehlivost, tj. pravděpodobnost dodržení trvání přepravy (případně s určitou tolerancí).

Pokud jde o prvně jmenovanou, je situace v českých systémech veřejné regionální dopravy velmi dobrá. K vynechávání spojů bez náhrady prakticky nedochází.

Podstatně horší je však T - spolehlivost těchto služeb a problém jejích zvyšování je skutečně naléhavý.

Vedou k němu dvě cesty:

- zvyšování spolehlivosti dodržování úsekových jízdních dob,
- konstrukce spolehlivěji dodržovatelných jízdních řádů.

Na první cestě může dopravce uplatnit zvyšování technické spolehlivosti vozidel a spolehlivosti chování osádek. My se však budeme zabývat druhou cestou. Pro stanovení jízdního řádu jednoho spoje ji popisuje článek [2] a naši snahou bude popsat způsob vypořádání se s tímto problémem v případě, že máme spojů více než jeden a že jsou vzájemně provázány v přestupních uzlech.

## 1. MODEL

Při sestavování matematického modelu si nejdříve musíme uvědomit jednu důležitou skutečnost, kterou si ozřejmíme na příkladě: Nechť *a, b, c, d* jsou uzly dopravní sítě a nechť spoj $s_1$ jede po trase *a-b-c*, přičemž v uzlu *b* na něj navazuje spoj $s_2$ z *b* do *d*. Pokud je tato návaznost závazná, pak z hlediska časové spolehlivosti jízdního řádu je tato situace rovnocenná se situací, ve které spoj $s_1$ jede po trase *a-b-d* a v uzlu *b* na něj navazuje $s_2$ do *c*. Rovněž za rovnocennou lze považovat též situaci, ve které bychom měli tři spoje: $s_1$ z *a* do *b*, $s_2$ z *b* do *c* a $s_3$ z *b* do *d*, pokud $s_2$ a $s_3$ závazně navazují na $s_1$.

Označíme-li totiž *Y* náhodnou veličinou času příjezdu spoje ve směru od *a* do stanice *b* zvětšenou o manipulační dobu v *b* (např. 3 minuty pro výstup, nástup, přestup a různé další úkony) a *t* a *t´* odjezdy spojů z *b* do *c* resp. *d* dle jízdního řádu, pak pro *t* ale stejně i pro *t´* bude rozumné žádat, aby

$$P\{Y > t + z\} \leq r\ , \qquad (1)$$

kde *z* je přípustné zpoždění (např. 5 nebo 2 min., ale případně i 0) a *r* je akceptovatelné riziko (např. 0,05 nebo 0,01). Tato podmínka vlastně žádá, aby spoj z *b* do *c* resp. do *d*) byl na odjezdu z *b* opožděn o více než tolerovatelné zpoždění *z* minut jen s pravděpodobností, nepřevyšující akceptovatelné riziko *r*. Jinými slovy, žádá se, aby *T* - spolehlivost odjezdu spoje z *b* do *c* (resp. do *d*) byla alespoň *1 - r*.

Z těchto důvodů můžeme v našem modelu pracovat jen s úsekovými spoji (jakými byly $s_1$, $s_2$, $s_3$ ve výše uvedeném případě).

Na dopravních sítích se můžeme setkat nejen s tím, že více odjíždějících spojů navazuje na jeden spoj přijíždějící, ale i s tím, že rovněž přijíždějících spojů bude více než jeden. V tom případě pro každý z přijíždějících spojů $s_1,...,s_n$ označíme $Y_1,...,Y_n$ náhodné veličiny časů příjezdů těchto spojů do nějakého uzlu *b*, zvětšené o potřebnou manipulační dobu a definujeme náhodnou veličinu $Y = max\{ Y_1,...,Y_n\}$. Když spoj *s*, odjíždějící dle jízdního řádu v čase *t*, musí navazovat v uzlu *b* na spoje $s_1,...,s_n$, pak pro něj musí být opět splněn vztah (1) , kde *Y* je vlastně hodnota času příjezdu posledního z nich.

Vztah (1) nám vyjadřuje vazbu mezi (náhodnými) dobami příjezdů spojů do nějakého uzlu a spolehlivosti času odjezdu na ně navazujícího spoje. Otázkou je, jak se toto promítne do dopravní sítě, kde je více takových uzlů, v nichž spoje navzájem na sebe navazují. Zde možno s výhodou využít modifikaci metody PERT na síťových grafech. Musíme však upozornit, že síťový graf metody PERT je něco jiného, jako graf dopravní sítě, na které se spoje provozují.

Nechť tedy $S = \{s_1,...s_n\}$ je množina úsekových spojů a nechť pro každý spoj $s_i \in S$ je

$X_i$ - náhodná veličina jízdní doby spoje,

$W_i$ - množina indexů spojů, na které spoj $s_i$ navazuje,

$m_{ji}$ - minimální manipulační doba mezi příjezdem spoje $s_j$ ($j \in W_i$) a odjezdu spoje $s_i$,

$t_i$ - odjezd spoje $s_i$ v jízdním řádu,

$r_i$ - akceptovatelné riziko zpoždění spoje $s_i$,

(někdy můžeme volit společnou hodnotu rizika *r*, $r_i = r$ pro $i = 1,...n$).

Sestavme pak podle běžných postupů k metodám CPM a PERT síťový graf $G = (V,H)$, kde do hranové množiny *H* patří spoje $s_i \in S$ jako skutečné činnosti a dále potřebné fiktivní činnosti zajišťující jejich návaznost a správnost síťového grafu.

Vytvořme teď graf $G_1 = (V,H,d)$ z grafu $G$ tak, že trvání každé skutečné činnosti $s_i \in S$ bude $d(s_i) = 1$, kdežto u každé fiktivní činnosti $f$ to bude $d(f) = 0$. Nechť $b(h)$ je metodou CPM vypočten čas, kdy nejdříve může začít činnost $h$ na $G_1$. Pak pro ty spoje $s_i \in S$, pro které $b(s_i) = 0$, můžeme položit $z_i = 0$, $U_i = t_i$, $Y_i = t_i$.

Nechť $s_i \in S$ je takový spoj, že $b(s_i) = 1$. Pak činnost $s_i$ v síťových grafech $G$, $G_1$ navazuje na neprázdnou množinu činností $s_j$, $j \in W_i$, přičemž $b(s_j) = 0$. Definujme náhodné veličiny

$$U_i = max \{Y_j + X_j + m_{ij} : j \in W_i\} \qquad (2)$$

jako čas, kdy by spoj $s_i$ mohl nejdříve odjet a

$$Y_i = max\ ( t_i , U_i ) \qquad (3)$$

jako skutečný čas odjezdu spoje $s_i$. Vypočtěme dále

$$z_i = min \{ z \geq 0 : P\{ U_i > t_i + z \} \leq r_i \} . \qquad (4)$$

Tím získáme hodnoty $z_i$ pro ty spoje $s_i$, pro které $b(s_i) = 1$.

Nechť nyní $s_i \in S$ je takový spoj, že $b(s_i) = 2$. Pak pro $s_j \in W_i$ bude $b(s_j) \in \{0, 1\}$, tj. veličina $Y_j$ bude již definována a pomocí (2), (3), (4) můžeme definovat $U_i$, $V_i$ a vypočíst $z_i$. Stejnou úvahu můžeme zopakovat pro spoje $s_i$, pro něž $b(s_i) = 3, 4, ...$ *atd.* a posléze definovat

$$z_0 = z_0(t_1,...,t_n) = max\{z_i, i\text{-}1,...,n\} .$$

Číslo $z_i$ představuje nejmenší možnou hodnotu, již zpoždění spoje $s_i$ převýší jen s pravděpodobností $r_i$. Je-li předem dána hodnota přípustného zpoždění $z$, např. $z = 0$, nebo $z = 5\ min.$ a je-li $z_i \leq z$ pro $i = 1, ..., n$, pak můžeme říci, že $T$ - spolehlivost dopravní obsluhy množinou $S$ je přijatelná.

Není-li tomu tak, je $z_0 > z$ a pak existují spoje, u kterých pravděpodobnost přípustného zpoždění překračuje akceptovatelné riziko $r_i$. V té situaci vznikne otázka, jak upravit hodnoty $t_1, ..., t_n$ tak, aby $z_0(t_1, ..., t_n) \leq z$.

## 2. OPTIMALIZAČNÍ PROBLÉM

Někdy může být užitečným zformulovat problém volby odjezdů $t_1, ..., t_n$ takto:

**P1**: Nechť $S$ je daná množina spojů, nechť $z$ je přípustné zpoždění, nechť pro každé $s_i \in S$ jsou $X_i$, $W_i$, $m_{ij}$, $t_i$ a $r_i$ definovány jako výše a nechť odjezd $t_i$ je pevně určen pro ty $s_i$, pro něž $W_i = \emptyset$ (tj. pro první spoje). Úlohou je určit ostatní hodnoty $t_i$ tak, aby $z_0(t_1, ..., t_n) \leq z$ a $t_1 + ... + t_n$ nabývalo minimální hodnoty (tj. aby úhrnné opoždění spojů bylo minimální).

Analogicky s metodou GOP-1 můžeme tento problém řešit takto:

1. Pro každý spoj $s_i$, pro který $b(s_i) = 1$ najdeme náhodnou veličinu $U_i$ podle (2), pak určíme minimální $t_i$, pro které

$$P\{U_i > t_i + z\} \leq r_i$$

a pak podle (3) určíme $Y_i$.

2. Pro každý spoj $s_i$, pro který $b(s_i) = 2$ zopakujeme předešlý krok.
3. ... atd.

Tím postupně určíme hodnoty $t_i$ pro všechny spoje $s_i \in S$. Tyto časy budou zřejmě řešením problému **P1**.

K tomuto problému bychom mohli definovat i „symetrický“ problém **P2**, kde by se hodnoty $t_i$ předem pevně určily ne pro spoje $s_i \in S$, jimž žádné spoje nepředcházejí, ale pro spoje $s_i \in S$, za nimiž už žádné nenásledují a, samozřejmě, hodnota $t_1 + \ldots + t_n$ by se měla maximalizovat. Jednou z cest, jak řešit problém **P2** je „otočit“ spoje i časomíru tak, aby se zaměnily výchozí a cílové stanice spojů a místo časů $t_i$ by se uváděly časy $1440 - t_i$.

*Poznámka: Článek vznikl za podpory grantů GAČR 103/97/0825 a 101/98/0377.*

*Lektoroval: Doc. RNDr. Bohdan Linda, CSc.*
Předloženo v listopadu 1998.

## Literatura

[1] Černý, J.- Kluvánek, P.: Základy matematickej teórie dopravy. VEDA, Bratislava, 1991.

[2] Černý, J.- Vašíček, R.: The GOP-1 method and its use to time-table preparation. Rail International 8 (1977), 98-103.

## Resumé

**POZNÁMKA K SPOLEHLIVOSTI REGIONÁLNÍ DOPRAVY**

Jan ČERNÝ

Článek se zabývá časovou spolehlivostí veřejné regionální dopravy. Je zde popsán obecný model GOP - 1 [1] na síťových grafech.

## Summary

**A NOTE TO RELIABILITY OF REGIONAL TRANSPORT**

Jan ČERNÝ

The paper deals with the time reliability of regional public transport. An extension of the GOP-1 model [2] to activity graph is presented.

## Zusammenfassung

**DIE NOTE ZUR ZUVERLÄSSIGKEIT DES REGIONALVERKEHRS.**

Jan ČERNÝ

Der Beitrag löst die zeitliche Zuverlässigkeit des öffetlichen Verkehrs und betätig sich mit dem allgemeines Modell GOP - 1 [2] in den Netzegraphen.