

Univerzita Pardubice

Fakulta elektrotechniky a informatiky

Porovnání šíření rádiových vln v prostoru a vedení

Kočí Miloslav

Bakalářská práce

2008

Univerzita Pardubice  
Fakulta elektrotechniky a informatiky  
Katedra elektrotechniky  
Akademický rok: 2007/2008

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Miloslav KOČÍ**  
Studijní program: **B2612 Elektrotechnika a informatika**  
Studijní obor: **Komunikační a mikroprocesorová technika**  
  
Název tématu: **Porovnání šíření radiových vln v prostoru a vedení**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cílem práce je porovnání parametrů šířící se vlny (konstanta šíření, měrný útlum, fázová konstanta, vlnový odpor, popř. další parametry ve vakuu, reálné atmosféře, vedení a obdélníkovém vlnovodu.

Teoretická část:

Reálnou atmosféru popište břítovou překážkou, mlhou (obsah tekuté vody v jednotce objemu = LWC) a deštěm (intenzita srážek v rozmezí 1 a 150 mm/h).

Implementační část:

Sestavte pro typické hodnoty této vlny náhradní schéma z vedení (zvolte vlnovod nebo kabelové či jiné vedení podle vlastního uvážení a volbu zdůvodněte). Kmitočet použijte v rozmezí 1 MHz až 100 GHz.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování bakalářské práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- Černohorský D. a kol.: Elektromagnetické vlny a vedení, VUTIUM Brno, 1999
- Bezoušek P., Schejbal V.: Elektrotechnika, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2001
- GREGORA S., FIŠER O.: Elektrotechnika (elektronická forma učebnice), Univerzita Pardubice, Pardubice, 2005
- Prokop, Vokurka: Šíření elektromagnetických vln a antény. SNTL Praha 1980
- Mazánek, M., Pechač, P., Vokurka, J.: Antény a šíření vln. Vydavatelství ČVUT 1999
- Tysl, V., Růžička, V.: Teoretické základy mikrovlnné techniky. SNTL, Praha, 1
- FIŠER O. Interakce elektromagnetického pole s dešťovým prostředím se zřetelem na útlum družicového signálu v dešti. ČVUT-FEL, 1986

Vedoucí bakalářské práce:

**doc. Ing. Ondřej Fišer, CSc.**  
AV ČR, Ústav fyziky atmosféry

Datum zadání bakalářské práce:

**30. listopadu 2007**


Termín odevzdání bakalářské práce:

**16. května 2008**

  
doc. Ing. Simeon Karamazov, Dr.

děkan



  
Ing. Zdeněk Němec, Ph.D.  
vedoucí katedry

dne

## **Poděkování:**

V první řadě bych touto cestou chtěl poděkovat svému vedoucímu bakalářské práce doc. Ing. Ondřeji Fišerovi, CSc., za to, že si na mě udělal čas ve svém, už tak velmi nabitém programu, za materiály, které mi práci usnadnili, za nepřeborné množství poznámek z praxe, které tuto práci obohatili a v neposlední řadě za jeho přístup a ochotu v celém průběhu spolupráce. Také bych nechtěl zapomenout na svého přítele Milana Ptáčníka, který mi pomohl a poradil, vždy když jsem to potřeboval, děkuji.

*Miloslav Kočí*

## **Acknowledgments**

At first I would like so much thank to my supervisor of this bachelor work doc. Ing. Ondřej Fišer, CSc., for his time, that he made in his heavy daily program, for materials, which he gave me and simplified it for me, for pieces of knowledge from profession which this work and for his big willingness during elaboration, too. I don't want to forget my friend Mr. Milan Ptáčník, who helped me and advised me any time I needed. Thank you him, too.

*Miloslav Kočí*

## **Souhrn:**

Tato bakalářská práce se zabývá popsáním a porovnáním základních parametrů šířící se vlny pro různé druhy prostředí, vedení a pro obdélníkový vlnovod.

Dále tato práce zahrnuje sestavení náhradního schéma vedení tak, aby se jeho parametry shodovali s parametry různých prostředí. V práci se věnujeme prostředí polovodivému, deštivému a prostředí s mlhou. Uvažujeme zde taky prostředí s břítovou překážkou.

## **Klíčová slova:**

činitel šíření, útlumy, fázový posuv, impedance, prostředí, vedení.

## **Abstract:**

This bachelor work is description and comparison a basic parameters of wave propagation in different medias, lines and square waveguide.

This work includes compilation of line equivalent scheme with parameters agreeing parameters in different media. In this work there are presenting semiconducting, rainy and fog media. We are considering media with blade obstacle too.

## **Keywords:**

propagation coefficients, attenuations, phase shifts, impedance, medias, lines

## Obsah:

1. Úvod.....	8
2. Popis šířící se elektromagnetické vlny v atmosféře .....	9
2.1. Šíření rovinné vlny v polovodičovém prostředí .....	9
2.1.1. Charakteristická impedance prostředí .....	11
2.1.2. Index lomu a útlum.....	11
2.1.3. Vlastnosti rovinné vlny šířící se v polovodičovém prostředí.....	13
2.2. Elektrické vlastnosti půdy.....	14
3. Popis šířící se elektromagnetické vlny ve vedení .....	15
3.1. Parametry a základní rovnice homogenního vedení .....	15
3.1.1. Telegrafní rovnice .....	17
3.1.2. Charakteristická impedance vedení.....	20
3.1.3. Bezeztrátové vedení.....	22
3.1.4. Nezkreslující vedení .....	23
3.2. Koaxiální vedení .....	24
4. Popis šířící se elektromagnetické vlny ve vlnovodu .....	25
4.1. Obecné vlastnosti vlnovodů.....	26
4.1.1. Délka vlny ve vlnovodu.....	26
4.1.2. Fázová rychlost vlny ve vlnovodu.....	27
4.1.3. Skupinová rychlost vlny ve vlnovodu .....	27
4.1.4. Podkritický režim vlnovodu .....	27
4.2. Obdélníkový vlnovod.....	28
4.3. Elektromagnetické vlny ve vlnovodu .....	28
4.3.1. Transverzálně magnetická vlna TM .....	28
4.3.2. Transverzálně elektrická vlna TE.....	28
4.3.3. Transverzálně elektromagnetická vlna TEM.....	29
4.4. Měrný útlum $\alpha$ a měrný fázový posuv $\beta$ ve vlnovodu .....	29
4.5. Výběr vhodného vidu pro přenos informace ve vlnovodu.....	31
5. Parametry šíření vln v různém prostředí .....	32
5.1. Vyjádření konstanty šíření, měrného útlumu a měrného fázového posuvu v homogenním jednoduchém dešťovém prostředí.....	32
5.1.1. Konstanta šíření .....	32
5.1.2. Měrný útlum deštěm.....	33

5.1.3. Měrný fázový posuv deštěm.....	34
5.2. Měrný útlum a měrný fázový posuv v mlze .....	34
5.3. Zvlněný a členitý terén.....	35
5.3.1. Útlum způsobený překážkou .....	36
5.4. Výsledné porovnání charakteristických parametrů šířící se vlny .....	37
6. Výpočet náhradního schéma vedení pro různá prostředí .....	37
6.1. Polovodivé prostředí .....	38
6.2. Dešťové prostředí.....	38
6.3. Prostředí v mlze .....	39
6.4. Prostředí s břitovou překážkou .....	39
7. Závěr .....	40

# 1. Úvod

Telekomunikace je obor zabývající se zařízením, metodami přenosu a řízením výměny informací na vzdálenost při využití metalických vedení, optických a mikrovlnných vlnovodů a v širším smyslu i rádiových přenosových tras. První zmínky o přenosu na delší vzdálenosti byly už v roce 1684, kdy Robert Hook na jedné z přednášek Londýnské královské společnosti představil optický telegraf. O sto let později, v roce 1793 sestrojil po několika letech pokusů Francouz Claude Chappe semaforový telegraf. Trasy tohoto telegrafu po Francii byly později dlouhé stovky kilometrů. Vývoj telekomunikace šel keřředu mílovými kroky a nyní si život bez ní dokáže představit jenom málokdo z nás.

Nejčastěji se signál přenáší vedením, prostorem a vlnovodem. Popis šířící se vlny je pro všechny možnosti stejný, ale různí autoři používají pro vyjádření různé symboly, což ovšem orientaci při studiu nijak neprospívá. Proto je jedním z cílů této práce sjednotit základní parametry pro určení popisu přenosu, a to měrný útlum  $\alpha$  a měrný fázový posuv  $\beta$ , pro všechny tyto druhy přenosu.

Dalším cílem této práce je pro určité atmosférické prostředí navrhnout náhradní vedení. Jinými slovy je navržen úsek vedení, který bude mít stejné parametry jako daný atmosférický prostor. Konkrétně je v práci vytvářeno náhradní vedení pro polovodivé prostředí, prostředí s mlhou a dešťové prostředí.



## 2. Popis šířící se elektromagnetické vlny v atmosféře

### 2.1 Šíření rovinné vlny v polovodivém prostředí

Ve velkých vzdálenostech od vysílače, tedy tam, kde tato vzdálenost je podstatně větší než vlnová délka  $\lambda$ , můžeme s dostatečnou přesností nahradit část povrchu kulové vlny rovinou a zcela zanedbat závislost vektorů pole na polárních souřadnicích. To vede k představě rovinné vlny, která nám značně zjednoduší řešení vlnové rovnice.

V praxi má značný význam zejména šíření rádiových vln v polovodivém prostředí, to je takové prostředí, kde převládá hustota proudu vodivého nad hustotou proudu posuvného. S takovým prostředím se setkáváme při vyšetřování průniku rádiových vln do zemské kůry, mořské vody, ale i do ionizovaných vrstev atmosféry. Uvažujeme-li tedy polovodivé prostředí s měrnou vodivostí  $\sigma \neq 0$ , můžeme psát Maxwellovu rovnici ve tvaru

$$\operatorname{rot} \hat{H} = \varepsilon \frac{\partial \hat{E}}{\partial t} + \hat{J} \quad (2.1)$$

kde  $\hat{J}$  je hustota proudu a je rovna  $\hat{J} = \sigma \hat{E}$ , po dosazení a nahrazení derivace násobením  $j\omega$  (platí jen pro harmonickou vlnu) dostaneme

$$\operatorname{rot} \hat{H} = \varepsilon \frac{\partial \hat{E}}{\partial t} + \sigma \hat{E} \quad (2.2)$$

$$\operatorname{rot} \hat{H} = j\omega \varepsilon \hat{E} + \sigma \hat{E} \quad (2.3)$$

což můžeme také napsat jako

$$\operatorname{rot} \hat{H} = \hat{J}_p + \hat{J}_v \quad (2.4)$$

kde  $\hat{J}_p$  je hustota posuvného proudu a  $\hat{J}_v$  je hustota proudu vodivého.

Pro zjednodušení dalších výpočtů nyní zavedeme komplexní permitivitu  $\hat{\epsilon}$

$$\operatorname{rot}\hat{H} = \hat{E}(j\omega\epsilon + \sigma), \quad (2.5)$$

$$\operatorname{rot}\hat{H} = \hat{E}\hat{\epsilon}, \quad (2.6)$$

$$\text{Přičemž } \hat{\epsilon} = (j\omega\epsilon + \sigma). \quad (2.7)$$

Z těchto vztahů můžeme Maxwellovu rovnici napsat také ve tvaru

$$\operatorname{rot}\hat{H} = (j\omega\epsilon + \sigma) \frac{1}{j\omega} \frac{\partial \hat{E}}{\partial t}. \quad (2.8)$$

Po roznásobení nám vyjde rovnice

$$\operatorname{rot}\hat{H} = \left( \epsilon - \frac{j\sigma}{\omega} \right) \frac{\partial \hat{E}}{\partial t} \quad (2.9)$$

Pokud porovnáme tuto rovnici s Maxwellovou rovnicí pro ideální dielektrikum, kde  $\sigma = 0$ , uvidíme, že se od ní liší pouze hodnotami v závorce. Z toho plyne, že se polovodivé prostředí chová vzhledem k rádiovým vlnám o úhlové rychlosti  $\omega$ , jako dielektrikum s komplexní hodnotou permitivity, která je dána vztahem

$$\hat{\epsilon} = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega} \quad (2.10)$$

Pro další zjednodušení vyjádříme relativní komplexní permitivitu  $\hat{\epsilon}_r$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \quad (2.11)$$

$$\hat{\epsilon} = \epsilon_0 \hat{\epsilon}_r \quad (2.12)$$

$$\hat{\epsilon}_r = \frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_0} = \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \quad (2.13)$$

kde  $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} [F/m]$  je permitivita volného prostoru. Vztah pro relativní komplexní permitivitu lze také napsat jako

$$\hat{\epsilon}_r = \epsilon_r - j60\lambda\omega \quad (2.14)$$

### 2.1.1 Charakteristická impedance prostředí

Amplituda i fáze intenzity elektrického pole  $\vec{E}$  se mění při šíření stejně jako amplituda a fáze intenzity magnetického pole  $\vec{H}$ , Poměr amplitud je tedy stálý a nazývá se vlnovou (charakteristickou) impedancí prostředí  $Z_0$ . V ideálním dielektriku je vlnová impedance  $Z_0$  reálná a tudíž intenzity polí  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  jsou ve fázi. Ve vakuu a prakticky i ve vzduchu je  $Z_0 = 120\pi = 376,6 [\Omega]$ . Prostředí s nenulovou vodivostí nebo komplexní permitivitou či permeabilitou má vlnovou impedanci komplexní, vlna je při šíření tlumena a v témže místě prostoru jsou intenzity polí fázově posunuty.

### 2.1.2 Index lomu a útlum

Uvádí se, že

$$\sqrt{\hat{\epsilon}_r} = n - jp \quad (2.15)$$

Pomocí tohoto vzorce, kde index lomu  $n$  a index absorpce  $p$  jsou reálná čísla, je možné vyjádřit složku intenzity elektrického pole vlny šířící se v polovodivém prostředí ve tvaru

$$E(x) = E_0 e^{-\frac{\omega}{c} px} e^{-\frac{j\omega x n}{c}} \quad (2.16)$$

Nyní potřebujeme vyjádřit měrný útlum  $\alpha$ , který určuje, jak rychle ubývá amplituda vlny šířící se podél osy  $x$  fázovou rychlostí  $v_f$ , a měrný fázový posuv  $\beta$ , který nám určuje změnu fáze dané vlny. Tedy

$$\alpha = \frac{p\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} p[-/m] \quad (2.17)$$

$$\beta = \frac{\omega}{v_f} = \frac{2\pi}{\lambda} n[\text{rad}/m]. \quad (2.18)$$

Intenzitu elektrického pole tedy můžeme vyjádřit jako

$$E(x) = E_0 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} = E_0 e^{-\hat{\gamma}x} \quad (2.19)$$

Tento vztah je pro tuto práci klíčový a budeme se k němu vracet i v dalších kapitolách. Ve vztahu se s výhodou zavádí

$$\hat{\gamma} = \alpha + j\beta, \text{ což je konstanta (činitel) šíření.} \quad (2.20)$$

Pokud je prostředí, kde se vlna šíří bezztrátové (vakuum), platí  $\alpha = 0$ , a

$$\beta = \frac{\omega}{v_f} \quad (2.21)$$

kde  $\omega = 2\pi f$  je úhlová rychlost (2.22)

$$v_f = \frac{c}{n} \quad \text{je fázová rychlost vlny v daném prostředí} \quad (2.23)$$

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad \text{je frekvence, } c \text{ je rychlost světla.} \quad (2.24)$$

Potom můžeme napsat, že

$$\beta = \frac{2\pi f}{v_f} = \frac{2\pi}{v_f \lambda} \cdot c \quad (2.25)$$

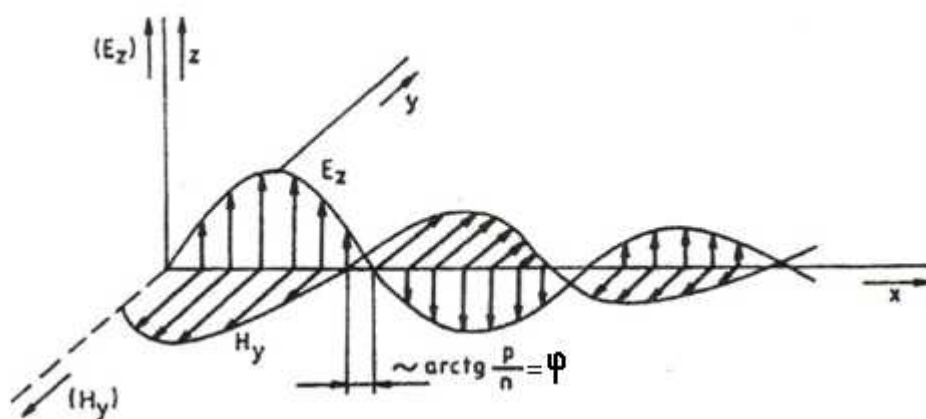
Ve vakuu platí  $c = v_f$ , proto můžeme vztah zjednodušit. Měrný fázový posuv ve vakuu je tedy

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.26)$$

### 2.1.3 Vlastnosti rovinné vlny šířící se v polovodivém prostředí

- 1) Vlnění má transverzální (příčný) charakter, vlna nemá žádnou podélnou složku ve směru šíření.
- 2) Vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  jsou na sebe kolmé, zároveň jsou kolmé i ke směru šíření.
- 3) Elektrické i magnetické pole vlny se šíří stejnou rychlostí.
- 4) Radiová vlna je podél šíření exponenciálně tlumena, a to jak elektrické tak magnetické pole vlny.
- 5) V každém bodě je magnetické pole fázově posunuto oproti elektrickému poli a to o úhel  $\varphi = \arctg \frac{P}{n}$  (2.27)

Struktura elektromagnetického pole při šíření v polovodivém prostředí je zobrazena na obr. 1



Obr. 1 průběh polí rovinné vlny šířící se v polovodivém prostředí.

Z rovnic (2.13),(2.14) a (2.15), porovnáním reálných a imaginárních členů dostaneme výrazy pro  $n$  a  $p$ .

$$n = \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \varepsilon_r + \sqrt{\varepsilon_r^2 + (60\sigma\lambda)^2} \right\}} \quad (2.28)$$

$$p = \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ -\varepsilon_r + \sqrt{\varepsilon_r^2 + (60\sigma\lambda)^2} \right\}}. \quad (2.29)$$

Znaménko před vnější odmocninou charakterizuje směr šíření rádiové vlny vzhledem ke zvolenému počátku souřadnic.

## 2.2 Elektrické vlastnosti půdy

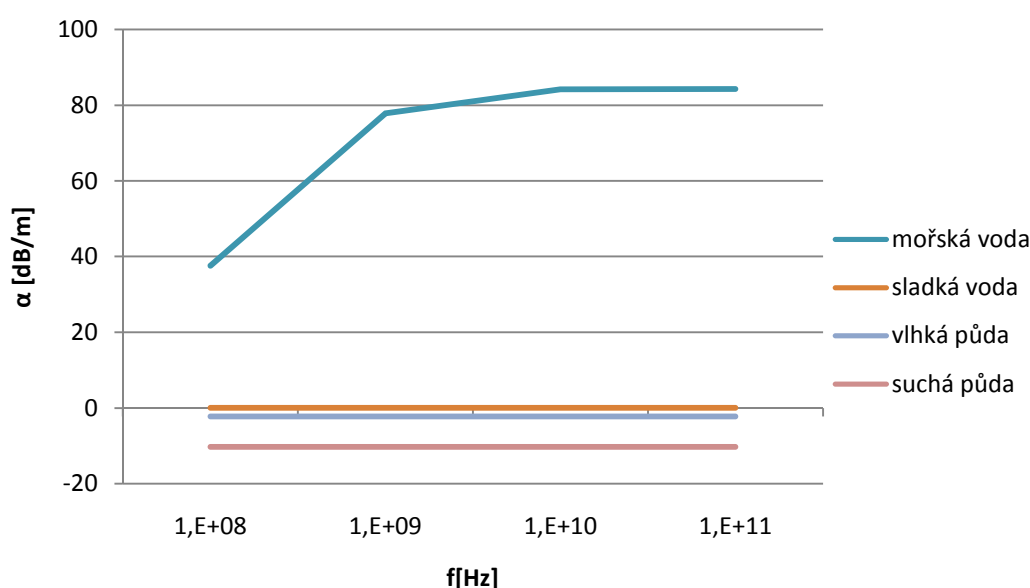
Při rozboru šíření rádiových vln, musíme některé podmínky, při kterých šíření uvažujeme, zidealizovat. Nejpodstatnější idealizace spočívá v tom, že skutečný (nerovný, drsný) povrch zeměkoule nahrazujeme povrchem ideálním (dokonale hladkým) se stejnou hodnotou vodivosti  $\sigma$  a permitivity  $\varepsilon$  jako u skutečného povrchu.

Největší část zemského povrchu je pokryta vodou a to asi ze 70%. Ovšem z hlediska elektrických vlastností je ještě podstatný rozdíl mezi vodou slanou a sladkou. Souš potom dělíme na vlhkou zemi (území s porostem) a suchou zemi (skalnaté hory a pouště).

Tab. 1 permitivita a měrná vodivost polovodivých prostředí, převzato z [5].

Druh povrchu	Meze proměnnosti		Střední hodnota	
	$\varepsilon_r$	$\sigma$ [S/m]	$\varepsilon_r$	$\sigma$ [S/m]
mořská voda	80	1 až 4,3	80	4
sladká voda	80	10-3 až 2,4.10-2	80	10-3
vlhká půda	10-30	3.10-3 až 3.10-2	10	10-2
suchá půda	3-4	1,1.10-5 až 2.10-3	4	10-3
lesy				10-3
velká města				7,5.10-4
hornatý terén				7,5.10-4

Stupeň nerovnosti posuzujeme vždy poměrem rozměru nerovnosti k vlnové délce šířící se vlny. Jak jsme již uvedli, skutečný zemský povrch se při výpočtech nahrazuje ideálním hladkým povrchem s ekvivalentními parametry. Ty se volí tak, aby tlumení přízemních vln způsobené nerovným terénem, bylo stejné jako tlumení způsobené povrchem ekvivalentním. Zavádíme proto tzv. ekvivalentní parametry, které zaručují, že útlum nad touto fiktivní půdou bude stejný jako nad skutečným povrchem. V tab. 1 jsou uvedeny parametry některých druhů zemského povrchu. Pro mořskou vodu, sladkou vodu, suchou půdu a vlhkou půdu jsou na obrázku 2 porovnány měrné útlumy.



Obr. 2 porovnání měrných útlumů pro některá polovodivá prostředí

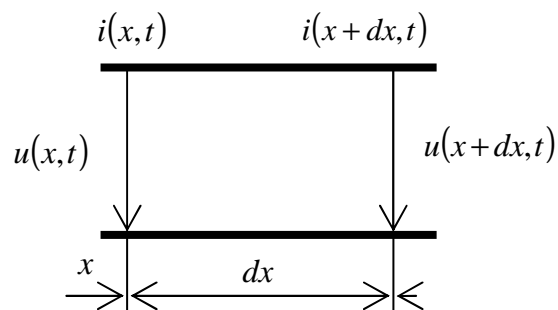
### 3. Popis šířící se elektromagnetické vlny ve vedení

#### 3.1 Parametry a základní rovnice homogenního vedení

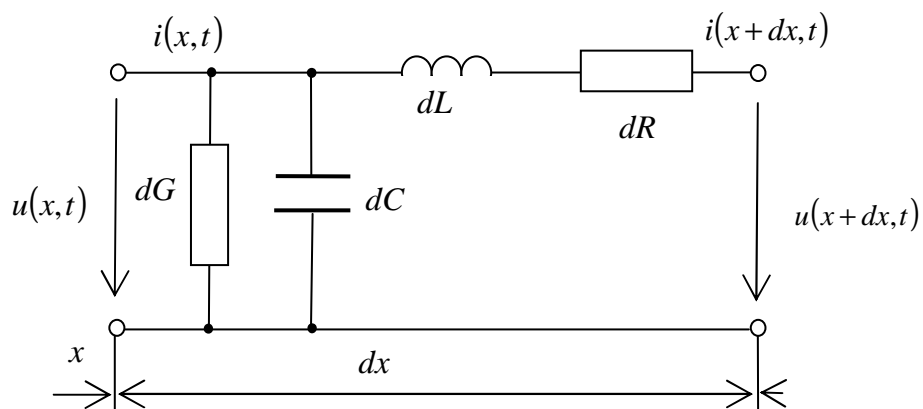
Obvod se soustředěnými parametry je modelem elektromagnetického pole, jehož energie je soustředěna do konečného počtu prostorově oddělených obvodových prvků. Tento model ovšem nemůžeme použít, dokud budou různá časově proměnná a vzájemně závislá elektrická a magnetická pole spojitě rozložena uvnitř společného prostoru. Pokud chceme tento obvod vyřešit, musíme vytvořit náhradní schéma (obvod s rozprostřenými parametry), které se bude skládat z nekonečného počtu elementárních obvodových prvků. Jeho obvodové veličiny jsou funkcemi času a prostoro-

vých souřadnic. Probíhající děje mají vlnový charakter. Řešení obvodu s rozprostřenými parametry se dají výhodně použít pouze pro takové obvody, jejichž podélné rozměry jsou mnohem větší než příčné. Například u vedení se vzhledem malé vzdálenosti vodičů projeví vlnový charakter pouze v podélném směru. To znamená, že k jejich popisu můžeme použít napětí mezi vodiči a proud ve vodičích. Tato napětí a proudy jsou pak funkcemi času a jedné prostorové souřadnice.

Vedení je tvořeno souběžnými vodiči. Pokud se jejich průřez, vzdálenost a vlastnosti okolního prostředí ve směru podélném nemění, jsou vlastnosti stejně dlouhých úseků shodné. Toto vedení nazýváme homogenní.



Obr. 3 úsek homogenního vedení



Obr. 4 náhradní zapojení homogenního vedení



Pokud uvažujeme část dvojvodičového homogenního vedení o délce  $dx$ , kde vstupní napětí  $u(x,t)$  a proud  $i(x,t)$  se liší od výstupního napětí  $u(x+dx,t)$  a proudu  $i(x+dx,t)$  (obr. 3), pak rozdíl mezi energií vstupní a výstupní pro element času, podle vztahu (3.1), je roven energii elektrického a magnetického pole vytvořeného mezi vodiči a energii proměněné v teplo na vodičích a vlivem nedokonalé izolujícího prostředí mezi vodiči. energii elektrického pole si můžeme představit jako energii elementárního kapacitou s kapacitou  $dC$ , vztah (3.2), energii magnetického pole si můžeme představit jako energii elementárního induktoru s indukcí  $dL$ , vztah (3.3) a energii přeměněnou v teplo jako energii dvou elementárních rezistorů, jeden s odporem  $dR$  a druhý s vodivostí  $dG$ , podle vztahu (3.4).

$$W_{vst} - W_{výst} = [u(x,t) \cdot i(x,t) - u(x+dx,t) \cdot i(x+dx,t)]dt \quad (3.1)$$

$$dW_e = \frac{dCu^2}{2} \quad (3.2)$$

$$dW_m = \frac{dLi^2}{2} \quad (3.3)$$

$$dW_t = (dRi^2 + dGu^2) \quad (3.4)$$

### 3.1.1 Telegrafní rovnice

Z elementárních prvků z předchozí kapitoly můžeme vytvořit náhradní schéma pro elementární úsek dvouvodičového homogenního vedení tak, aby měl stejné energetické ztráty (obr. 3). Vzájemné propojení vyplývá ze závislosti příslušných energií na napětí nebo proudu. Pro vyjádření elementárních prvků zavádíme tzv. poměrné parametry udávající kapacitu, indukčnost, odpor a svod vedení na jednotku délky. Tyto parametry značíme stejně jako kapacitu, indukčnost, odpor a vodivost v obvodech se soustředěnými parametry, ovšem rozdíl je v jednotkách, které jsou, jak už již bylo řečeno, na jednotku délky. Tyto parametry obecně označujeme jako primární parametry vedení. Toto vedení je v podstatě obvodem se soustředěnými parametry, takže v něm můžeme aplikovat Kirchhoffovy zákony.

Pro smyčku (obr. 4) tedy platí

$$-u(x,t) + Rdx i(x+dx,t) + Ldx \frac{\partial}{\partial t} i(x+dx,t) + u(x+dx,t) = 0 \quad (3.5)$$

pro  $dx \rightarrow 0$  dostaneme 1. telegrafní rovnici

$$-\frac{\partial}{\partial x} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t}. \quad (3.6)$$

Podobně můžeme pro (obr. 3.2) napsat rovnici pro vstupní uzel

$$-i(x,t) + i(x+dx,t) + Gdx u(x,t) + Cdx \frac{\partial}{\partial x} u(x,t) = 0. \quad (3.7)$$

pro  $dx \rightarrow 0$  dostaneme 2. telegrafní rovnici

$$\frac{\partial i}{\partial x} = Gu + C \frac{\partial u}{\partial t}. \quad (3.8)$$

Telegrafní rovnice (3.6) a (3.8) tvoří soustavu parciálních rovnic s konstantními koeficienty. Když odstraníme jednu proměnnou, dostaneme rovnici pro proměnnou druhou. Pokud derivujeme 1. telegrafní rovnici (3.6) podle  $x$  a dosadíme do ní 2. telegrafní rovnici (3.8), ztratí se z rovnice proud  $i$  a dostaneme rovnici pro napětí  $u$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial u}{\partial t} + RG u. \quad (3.9)$$

Naopak pokud derivujeme 2. telegrafní rovnici podle  $t$  a dosadíme do ní 1. telegrafní rovnici, ztratí se nám z rovnice napětí  $u$  a dostaneme rovnici pro proud  $i$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial i}{\partial t} + RG i. \quad (3.10)$$

Pro řešení těchto rovnic ovšem musí být jednoznačně dány počáteční podmínky, udávající rozložení napětí a proudu podél vedení v čase  $t = 0$  a zároveň podmínky okrajové, udávající časový průběh v některém místě vedení (obvykle na začátku nebo konci).

Při napájení vedení ze zdroje harmonického napětí nebo proudu jsou v ustáleném stavu napětí a proudy v libovolném místě harmonickými funkcemi času, jejichž amplitudy a počáteční fáze závisí na vzdálenosti od počátku. Řešení je vhodné vyjádřit podle fázorů. Je třeba si uvědomit, že derivace fázoru podle času je fázor vynásobený  $j\omega$  (3.11). To ovšem platí pouze pro harmonické průběhy.

$$\frac{\partial \hat{I}}{\partial t} = j\omega \hat{I} \quad (3.11)$$

Telegrafní rovnice zapsané podle fázorů

$$-\frac{dU}{dx} = (R + j\omega L)\hat{I}, \quad (3.12)$$

$$-\frac{dI}{dx} = (G + j\omega C)\hat{U}. \quad (3.13)$$

Nyní zavedeme označení  $R + j\omega L = \hat{Z}_1$ , kde  $\hat{Z}_1$  [ $\Omega/m$ ] je podélná impedance a  $G + j\omega C = \hat{Y}_g$ , kde  $\hat{Y}_g$  [ $S/m$ ] je příčná admitance. Takže můžeme telegrafní rovnice také napsat jako

$$-\frac{dU}{dx} = \hat{Z}_1 \hat{I}, \quad (3.14)$$

$$-\frac{dI}{dx} = \hat{Y}_g \hat{U}. \quad (3.15)$$

Z těchto dvou rovnic (3.14) a (3.15) snadno získáme upravené telegrafní rovnice.

$$\frac{d^2U}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)\hat{U} = \hat{Z}_1\hat{Y}_g\hat{U} = \gamma^2\hat{U}, \quad (3.16)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)\hat{I} = \hat{Z}_1\hat{Y}_g\hat{I} = \hat{\gamma}^2\hat{I}. \quad (3.17)$$

Nyní použijeme parametr  $\hat{\gamma}$  [ $m^{-1}$ ], což je činitel (konstanta) šíření, stejně jako ve volném prostoru a vypočítáme ji  $\hat{\gamma} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \sqrt{\hat{Z}_1\hat{Y}_g} = \alpha + j\beta$ .

Řešení pro napětí z první telegrafní rovnice (3.16) můžeme uvažovat ve tvaru

$$\hat{U} = \hat{U}_p + \hat{U}_z = \hat{A}_p e^{-\hat{\gamma}x} + \hat{A}_z e^{\hat{\gamma}x} \quad (3.18)$$

$\hat{U}_p$  značí postupnou vlnu, čím je vzdálenost od zdroje větší, tím je vlna menší.  $\hat{U}_z$  značí vlnu zpětnou, čím je vzdálenost od zdroje větší, tím je větší i vlna.  $\hat{A}_p$  a  $\hat{A}_z$  jsou integrační konstanty. Ve volném prostoru jsme uvažovali pouze postupnou vlnu.

Řešení pro proud, vycházející z vztahů (3.14) a (3.18) uvažujeme ve tvaru

$$\hat{I} = -\frac{1}{\hat{Z}_1} \frac{d\hat{U}}{dx} = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{Z}_1} [\hat{A}_p e^{-\hat{\gamma}x} - \hat{A}_z e^{\hat{\gamma}x}] = \hat{I}_p + \hat{I}_z. \quad (3.19)$$

### 3.1.2 Charakteristická impedance vedení

Charakteristická impedance  $Z_0$  nezávisí na poloze na vedení, z toho plyne, že je v každé části vedení stejná.

$$\hat{Z}_0 = \frac{\hat{U}_p}{\hat{I}_p} = -\frac{\hat{U}_z}{\hat{I}_z} = \frac{\hat{Z}_1}{\hat{\gamma}} = \frac{\sqrt{\hat{Z}_1}\sqrt{\hat{Z}_1}}{\sqrt{\hat{Z}_1 + \hat{Y}_g}} = \frac{\sqrt{\hat{Z}_1}}{\sqrt{\hat{Y}_g}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad [\Omega]. \quad (3.20)$$

Impedance  $\hat{Z}$  je brána jako celková impedance do bodu a mění se s polohou vedení.

$$\hat{Z} = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \frac{\hat{U}_p + \hat{U}_z}{\hat{I}_p + \hat{I}_z}. \quad (3.21)$$

Konstanta šíření  $\hat{\gamma}$  a charakteristická impedance  $\hat{Z}_0$  určují základní vlastnosti vedení. Závisí na kmitočtu a na náhradních parametrech R, L, C a G. Tyto parametry pro nejběžnější typy vedení, pro vysoké kmitočty (malou ekvivalentní hloubku vnikání) uvádí následující tabulka, ve které

$$\delta = \sqrt{\frac{\omega \mu_v \sigma_v}{2}} \quad (3.22)$$

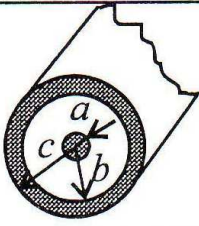
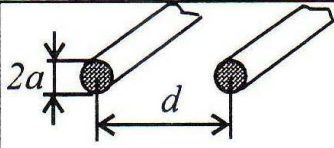
je ekvivalentní hloubka vnikání viz např.[3], což udává vzdálenost od povrchu vodiče, ve které klesne hustota proudu e-krát, tedy na 37%. Parametry prostředí oddělujícího vodiče jsou permitivita  $\epsilon$ , permeabilita  $\mu$  a vodivost  $\sigma$  a parametry materiálu vodičů jsou  $\mu_v, \sigma_v$ . Pro všechny typy vedení platí

$$LC = \epsilon\mu \quad (3.23)$$

$$\frac{G}{C} = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (3.24)$$

Jsou to velice užitečné vztahy, které umožňují z kteréhokoliv z parametrů  $L, C$  a  $G$  určit zbývající dva.

Tab. 2 výpočet náhradních parametrů pro nejběžnější typy vedení

Parametr		
R [Ω/m]	$\frac{1}{2\pi\delta\sigma_v} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ ; ( $\delta \ll a$ a zároveň $\delta \ll (c-b)$ )	$\frac{1}{\pi a \delta \sigma_v}$ ; ( $\delta \ll a$ )
C [F/m]	$\frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}$	$\frac{\pi\epsilon}{\operatorname{argcosh}(d/2a)}$
L [H/m]	$\frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a)$	$\frac{\mu}{\pi} \operatorname{argcosh}(d/2a)$
G [S/m]	$\frac{2\pi\sigma}{\ln(b/a)}$	$\frac{\pi\sigma}{\operatorname{argcosh}(d/2a)}$

### 3.1.3 Bezeztrátové vedení

Při vysokých kmitočtech můžeme zpravidla zanedbat  $R$  proti  $\omega L$  a  $G$  proti  $\omega C$ . Reálné vedení pak můžeme uvažovat jako tzv. vedení bezeztrátové, pro které je  $R = G = \alpha = 0$ .

Činitel šíření  $\hat{\gamma}$  určíme pomocí parametrů náhradního vedení takto:

$$\hat{\gamma} = j\omega\sqrt{LC} = j\beta. \quad (3.25)$$

Podle stejných parametrů určíme charakteristickou impedanci  $Z_0$  a fázovou rychlost  $v_f$

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.26)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.27)$$

$Z_0$  a  $\hat{\gamma}$  můžeme popsat také díky materiálovým parametrům a rozměrům vedení, podle tab. 2.

$$\hat{\gamma} = j\omega\sqrt{\varepsilon\mu} \quad (3.28)$$

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\frac{\mu \ln\left(\frac{d}{a}\right)}{\pi \varepsilon}}}{\sqrt{\ln\left(\frac{d}{a}\right)}} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{d}{a}\right). \quad (3.29)$$

$Z_0$  zde platí pouze pro dvojlinku a závisí na rozměrech vedení (průměry a vzdálenosti vodičů), kdežto  $\hat{\gamma}$  závisí pouze na materiálových parametrech.

### 3.1.4 Nezkreslující vedení

Důležitým typem reálného vedení je vedení nezkreslující. V tomto vedení se signál šíří bez zkreslení, z toho plyne, že je pouze tlumen. Fáze se ale mění stejně, jako u reálného vedení. Má-li být fázová rychlost  $v_f = \frac{\omega}{\beta}$  konstantní, stejná pro všechny spektrální složky šířícího se signálu, musí být fázová konstanta lineární funkcí kmitočtu, viz [3]. Útlum všech složek musí být stejný. Tato podmínka je splněna pokud

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad (3.30)$$

v tom případě musí být splněno

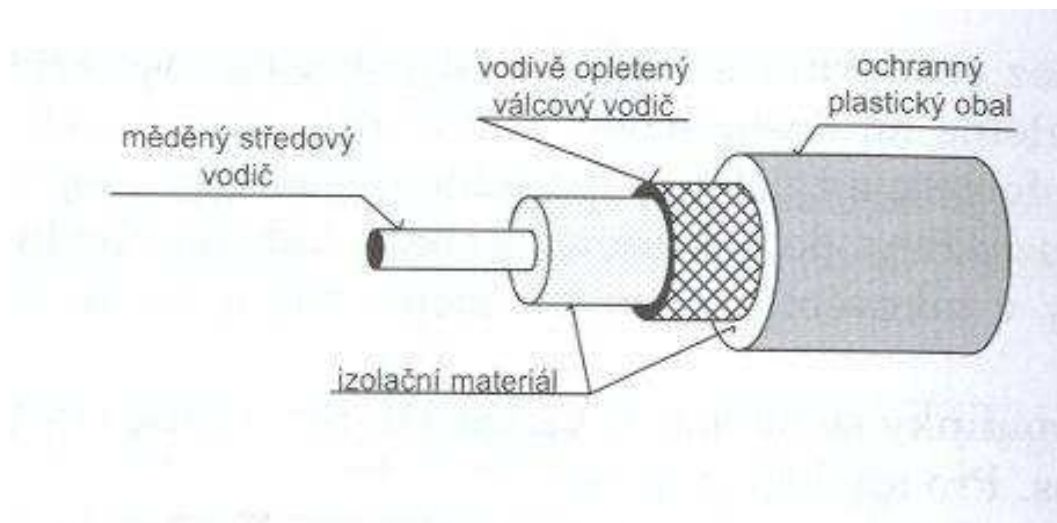
$$\hat{\gamma} = \sqrt{RG\left(1 + \frac{j\omega L}{R}\right)\left(1 + \frac{j\omega C}{G}\right)} = \sqrt{RG}\left(1 + \frac{j\omega C}{G}\right) = \alpha + j\beta \quad (3.31)$$

$$\alpha = \sqrt{RG} \quad ; \quad \beta = \omega\sqrt{LC} \quad (3.32),(3.33)$$

Charakteristická impedance  $Z_0$  a fázová rychlost  $v_f$  jsou stejné jako u beztrátového vedení. Většina koaxiálních kabelů pro telekomunikační účely se konstruuje tak, aby měli vlastnosti nezkreslujícího vedení.

### 3.2 Koaxiální vedení

Koaxiální vedení sestává ze dvou vodičů ve tvaru sousedících válců. Jeden z vodičů je tvořen silnějším, nejčastěji měděným drátkem, a prochází středem celého kabelu. Druhý vodič je tvořen hustou vodivou sítkou, která „obtéká“ izolační vrstvu obklopující středový vodič. Má za úkol odstiňovat středový vodič od okolních vlivů a taky zabránit vyzařování opačným směrem. Hlavní výhodou koaxiálního vedení je velmi dobrá ohebnost. Koaxiální vedení vidíme na obrázku 5 a řez koaxiálním vedením na obrázku 6.

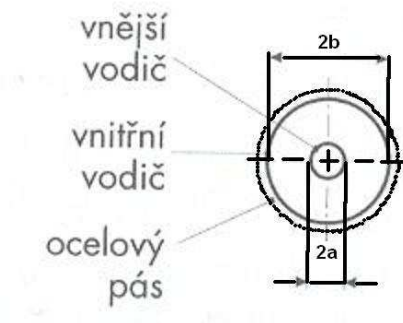


Obr. 5 koaxiální vedení

Typické koaxiální kabely mají vlnovou impedanci  $75 \Omega$  (použití v televizní a družicové technice, nebo v telekomunikacích jako dálkový telefonní kabel pro nosnou telefonii) a  $50 \Omega$  (použití na vysílačích, přijímačích jako napáječ antén a měření). Pro výpočty charakteristické impedance koaxiálního vedení je nutné znát parametry vodiče, zvláště poměr průměru válcového vodiče a průměru středového (vnitřního) vodiče  $b/a$ . Za předpokladu  $R = G = \alpha = 0$  můžeme charakteristickou impedanci koaxiálního vedení napsat jako



$$Z_0 = \sqrt{\frac{\frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)}{\frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (3.34)$$



Obr. 6 řez koaxiálním vedením

## 4. Popis šířící se elektromagnetické vlny ve vlnovodu

Vlnovod je z pravidla kovová trubice libovolného průřezu, v níž se vlna šíří podél osy  $z$ . Nejčastěji používaný je průřez obdélníkový nebo kruhový.

Princip vlnovodu spočívá v přenosu formou harmonické vlny. Záleží také na kmitočtu přenášené elektromagnetické vlny. Pro vlnovod platí, že čím je mezní kmitočet  $f_m$  nižší, tím je vlnovod větší a těžší, čímž se stává technicky nepoužitelný. Pro vysoké kmitočty se pro změnu používají tzv. nadrozměrné vlnovody, které mají velikost deseti milimetrů a jsou také velice pracné na výrobu. Vlnovody se používají od kmitočtu stovek MHz až stovek GHz. Používají se pro své nesporné výhody a to pro nejmenší ztráty přenášené elektromagnetické energie, pro malé vyzářování energie do okolí a pro obrovské přenosy energie v řádu kW až MW (využití u radarů, světelné vlnovody). Jedinou nevýhodou je jejich cena.

## 4.1 Obecné vlastnosti vlnovodů

Vlna ve vlnovodu je vedena, pokud je její podélná konstanta  $k_z$  reálná a nenulová. Je to tehdy, je-li  $k > k_p$ . Protože je  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v_f}$ , můžeme podmínku šíření vlny napsat

$$f > \frac{k_p v_f}{2\pi} = f_k \text{ nebo } \lambda = \frac{2\pi}{k_p} = \lambda_k, \quad (4.1), (4.2)$$

kde  $f_k$  je kritický (mezní) kmitočt a  $\lambda_k$  je kritická (mezní) délka vlny. Z uvedených vztahů plyne, že vlnovod má vlastnosti kmitočtového filtru (horní propusti). Podélná konstanta šíření  $k_z$  má při šíření bezdrátovým vlnovodem stejný význam jako měrný fázový posuv  $\beta$  vlny ve volném prostředí. Můžeme ji vyjádřit pomocí mezních hodnot:

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_p^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{k_p}{k}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{f_k}{f}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_k}\right)^2} = k \sqrt{\Omega} \quad (4.3)$$

kde činitel  $\sqrt{\Omega} = \sqrt{1 - \left(\frac{f_k}{f}\right)^2}$  nabývá pro šířící se vlnu hodnot  $0 < \sqrt{\Omega} < 1$ ,

viz [3].  $k$  značí vlnové číslo a  $k_p$  příčnou konstantu.

### 4.1.1 Délka vlny ve vlnovodu

Pro délku vlny ve vlnovodu  $\lambda_v$ , platí podobný vztah jako pro délku vlny ve volném prostředí, což je  $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ . Ve vlnovodu je délka vlny vždy větší, než délky vlny ve volném prostředí při stejném kmitočtu.

$$\lambda_v = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{2\pi}{k \sqrt{\Omega}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\Omega}}. \quad (4.4)$$

### 4.1.2 Fázová rychlost vlny ve vlnovodu

U fázové rychlosti ve vlnovodu  $v_{vf}$ , platí stejné pravidlo jako u délky vlny ve vlnovodu. Tudíž fázová rychlost ve vlnovodu je vždy větší než fázová rychlost ve volném prostředí.

$$v_{vf} = \frac{\omega}{k_z} = \frac{\omega}{k\sqrt{\Omega}} = \frac{v_f}{\sqrt{\Omega}} \quad (4.5)$$

### 4.1.3 Skupinová rychlost vlny ve vlnovodu

U skupinové rychlosti vlny ve vlnovodu  $v_{vsk}$ , platí, že je vždy menší než fázová rychlost ve volném prostředí a definována vztahem  $v_{vsk} = \frac{d\omega}{dk_z}$  a tedy

$$v_{vsk} = \frac{d\omega}{dk_z} = \frac{1}{\frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{v_f}\right)} = \frac{v_f}{\sqrt{\Omega} \left(1 + \frac{\omega\sqrt{\Omega}}{v_f} \frac{v_f \omega_k^2}{\omega^3}\right)} = v_f \sqrt{\Omega} \quad (4.6)$$

### 4.1.4 Podkritický režim vlnovodu

Podkritický režim znamená, že je frekvence vlny šířící se vlnovodem menší, než kritický (mezní) kmitočet vlnovodu  $f_k$ . V tomto případě je podélná konstanta šíření  $k_z$  ryze imaginární. Zavedeme-li  $k_z = -j\kappa_z$  (kde  $\kappa_z$  je kladné, reálné číslo), je závislost amplitudy vlny ve vlnovodu dána vztahem

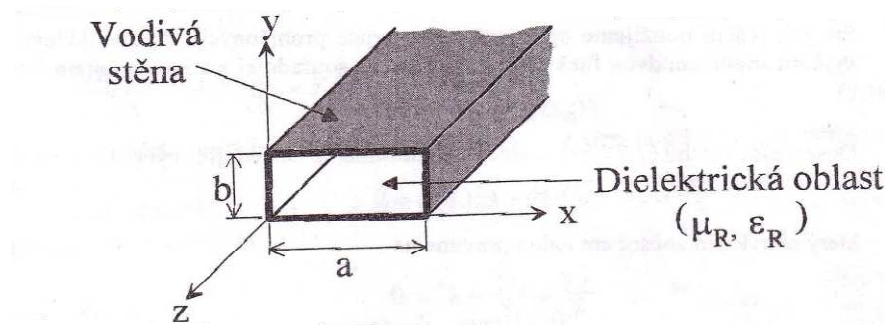
$$e^{-jk_z z} = e^{-\kappa_z z} \quad (4.7)$$

Z toho plyne, že amplituda ve směru souřadnice  $z$ , exponenciálně ubývá. Při tomto jevu ovšem nejde zcela o tlumenou vlnu. Tlumení zde nenastává tím, že by se vlna tlumila vlivem energetických ztrát (měnila se v teplo), ale tím, že se odráží směrem k ústí vlnovodu. Ve vlnovodu, jaký uvažujeme, to je ideálně vodivý vlnovod

zaplněný bezeztrátovým dielektrikem, je změna energie vlny v teplo naprosto vyloučena. Impedance podkritického vlnovodu je ryze imaginární.

## 4.2 Obdélníkový vlnovod

Obdélníkový vlnovod se využívá v kmitočtových pásmech asi od 1 GHz až do frekvencí nad 100 GHz. I dnes kdy se upřednostňuje miniaturizace mikrovlných obvodů, je výhodné vlnovod využít v mnoha případech, kdy je požadován co největší výkon, co nejmenší měrný útlum, minimalizace rušení, využití pásma milimetrových vln resp. přesná měření na bázi mikrovlnné techniky. Geometrii vlnovodu a jeho orientaci v souřadné soustavě vyjadřuje obr. 7. Pro jednoznačnost označení jednotlivých vidů je nutné orientaci dodržet s tím, že delší strana (označená  $a$ ) leží v ose  $x$ .



Obr. 7 obdélníkový vlnovod

## 4.3 Elektromagnetické vlny ve vlnovodu

### 4.3.1 Transverzálně magnetická vlna TM

Elektromagnetická vlna, ve které má magnetická intenzita pouze příčné (transverzální) složky (ve směru  $x, y$ ), kdežto elektrická intenzita i složku podélnou a tvar pole se periodicky opakuje.

### 4.3.2 Transverzálně elektrická vlna TE

Elektromagnetická vlna, ve které má elektrická intenzita pouze příčné složky (ve směru  $x, y$ ), kdežto magnetická intenzita i složku podélnou a tvar pole se periodicky opakuje.

### 4.3.3 Transverzálně elektromagnetická vlna TEM

Elektromagnetická vlna, ve které mají jak elektrická, tak magnetická intenzita pouze složky příčné.

## 4.4 Měrný útlum $\alpha$ a fázový posuv $\beta$ ve vlnovodu

Při řešení vlnové rovnice pro vektory  $\vec{E}$  a  $\vec{H}$  jsme dostali následující vztah pro činitel šíření

$$\hat{\gamma} = \pm \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu \hat{\epsilon}}, \quad (4.8)$$

kde  $k_c$  je konstanta příčného průřezu, pro dominantní vid TE vlny platí  $k_{c,10} = \frac{\pi}{a}$ , kde  $a$  je parametr vlnovodu. Pokud je v dielektriku ve vlnovodu ztrátové, můžeme vyjádřit jeho komplexní permitivitu, viz[6]

$$\hat{\epsilon} = \epsilon'(1 - jtg\delta), \quad (4.9)$$

kde  $tg\delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$  je ztrátový činitel ( $\epsilon'$  je reálná část komplexní permitivity a  $\epsilon''$  je její imaginární část) a můžeme ho vyjádřit také pomocí indexu lomu  $n$  a indexu absorpce  $p$ , tedy

$$tg\delta = -\frac{j2np}{n^2 - p^2} \quad (4.10)$$

Pokud dosadíme vztah (4.8) pro komplexní permitivitu, do vztahu (4.7), dostaneme následnou rovnici

$$\hat{\gamma} = \pm \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu \epsilon'(1 - jtg\delta)} = \pm \sqrt{k^2 - k_c^2 - jk^2 tg\delta}, \quad (4.11)$$

kde  $k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon'}$  je vlnové číslo dané reálnou složkou komplexní permitivity. Jestliže se vrátíme při popisu činitele šíření  $\hat{\gamma}$  ke vztahu  $\hat{\gamma} = \alpha + j\beta$ , lze pak napsat

$$\alpha^2 - \beta^2 + j2\beta\alpha = -\sqrt{k^2 - k_c^2 - jk^2 \operatorname{tg} \delta}, \quad (4.12)$$

nyní oddělíme reálnou a imaginární část, z čehož vzniknou rovnice

$$\alpha^2 - \beta^2 = -(k^2 - k_c^2) \quad (4.13)$$

$$2\beta\alpha = k^2 \operatorname{tg} \delta \quad (4.14)$$

Z těchto vztahů už můžeme odvodit měrný útlum  $\alpha$  a měrný fázový posuv  $\beta$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{k^2 \operatorname{tg} \delta}{\sqrt{k^2 - k_c^2 + \sqrt{(k^2 - k_c^2)^2 + k^4 (\operatorname{tg} \delta)^2}}}, \quad (4.15)$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{k^2 - k_c^2 + \sqrt{(k^2 - k_c^2)^2 + k^4 (\operatorname{tg} \delta)^2}}. \quad (4.16)$$

Pokud jsou ztráty v dielektriku malé, tedy  $\operatorname{tg} \delta \ll 1$ , můžeme rovnice (4.15) a (4.16), zjednodušit tímto způsobem

$$\beta \cong \sqrt{k^2 - k_c^2}, \quad (4.17)$$

$$\alpha \cong \frac{k^2 \operatorname{tg} \delta}{2\beta} \quad (4.18)$$

Pokud je vlnovod vyplněn vzduchem, můžeme v běžné praxi měrný útlum zanedbat.

## 4.5 Výběr vhodného vidu pro přenos informace ve vlnovodu

V obdélníkovém vlnovodu může být vybudeno značné množství vidů. Proto je na místě otázka, jestli je výhodnější přenášet pouze jeden vid, určitou skupinu vidů, nebo libovolné množství vidů. Pokud se rozhodneme přenášet vidů více, nevyhneme se problémům.

Protože každý vid má svůj mezní kmitočet, bude se při daném budícím kmitočtu šířit jinou rychlostí. Kdyby všechny vidy byly buzeny ve stejné fázi, tak na konci přenosové trasy by se jejich fáze lišily, čímž by vznikali interference mezi jednotlivými vidy. Jako příklad lze uvést přenos televizního signálu, kde by se tato skutečnost projevila vznikem tzv. duchů. Jako další nevýhodu pro přenos více vidů je možno uvést rozložení elektromagnetického pole, které má každý vid jiné. To hraje při návrhu jednotlivých vlnovodných dílů značnou roli. Vlnovodný díl navržený pro určitý vid, nezaručuje správnou funkci pro ostatní vidy.

Lze tedy, pro přenos vlnovodem, doporučit používání pouze jednoho vidu. Nyní je ale nutné vybrat nejvýhodnější vid. Pokud budíme vlnovod pod nejnižším mezním kmitočtem všech vidů, pak je vlna exponenciálně tlumena. Nejnižší mezní kmitočet pro TE vlny má vid  $TE_{10}$ . Pokud tedy budíme vlnovod kmitočtem větším než je mezní kmitočet vidu  $TE_{10}$ , bude se vlnovodu šířit pouze tento vid. V okamžiku kdy se kmitočet přehoupne přes mezní kmitočet dalšího vidu  $TE_{20}$ , budou se vlnovodem přenášet již dva vidy, což může vést k výše uvedeným problémům. Při pokračujícím růstu frekvence se budou přidávat další vidy. Z toho plyne, že je pro nás nejvýhodnější přenášet vid s nejnižším mezním kmitočtem  $TE_{10}$ , tedy vid dominantní. Ten jediný může být v určitém kmitočtovém pásmu ve vlnovodu sám. Pro určení mezního kmitočtu vidu, použijeme následující vztah

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}, \quad (4.19)$$

kde  $m$  a  $n$  jsou libovolná přirozená čísla, kdežto  $a$  a  $b$  jsou parametry vlnovodu.

## 5. Parametry šíření vln v různém prostředí

### 5.1 Vyjádření konstanty šíření, měrného útlumu a měrného fázového posuvu v homogenním jednoduchém dešťovém prostředí.

Pro elektromagnetickou vlnu šířící se v homogenním jednoduchém dešťovém prostředí (dále jen HJDP) šířky  $x$  platí, dle [10]:

$$\hat{E}_{h,v}(x) = \hat{E}_{h,v}(0)e^{-j\lambda x \hat{C}_{h,v}}, \quad (5.1)$$

kde  $\hat{C}_{h,v}$  (pro jednoduchost dále vynecháme indexy označující polarizaci  $(h, v)$ ) popisuje makroskopicky dešťové prostředí a platí

$$\hat{C} = \int f(D) \cdot N(D) dD \text{ [dB/m]} \quad (5.2)$$

kde  $f$  je komplexní rozptylová funkce dešťové kapky, udávající vztah mezi dopadající a rozptýlenou elektromagnetickou vlnou kapkou o velikosti  $D$ ,  $D$  je efektivní průměr dešťové kapky [mm].  $N(D)$  je spektrum dešťových kapek;  $N(D)dD$  udává počet kapek o velikosti v intervalu  $D$  až  $D + dD$  v jednotce objemu.

#### 5.1.1 Konstanta šíření

Na HJDP lze celkově pohlížet jako na fiktivní stejnorodé prostředí reprezentované z hlediska šíření elektromagnetických vln jedinou makroskopickou komplexní konstantou šíření  $\hat{\gamma}$

$$E(x) = E(0)e^{-j\hat{\gamma}x}. \quad (5.3)$$

Z porovnání (2.19) a (5.3) pro konstantu šíření v dešťovém prostředí vyplývá

$$\hat{\gamma} = j\lambda C. \quad (5.4)$$



Tímto vztahem se vysvětluje, proč je útlum deštěm dán imaginární částí konstanty šíření a fázový posuv částí reálnou.

### 5.1.2 Měrný útlum deštěm

Pro okamžitý měrný útlum  $\alpha$  lze odvodit, viz například [5]

$$\alpha = \text{Im}(\hat{\gamma})x; \quad x = 1\text{m} \quad (5.5)$$

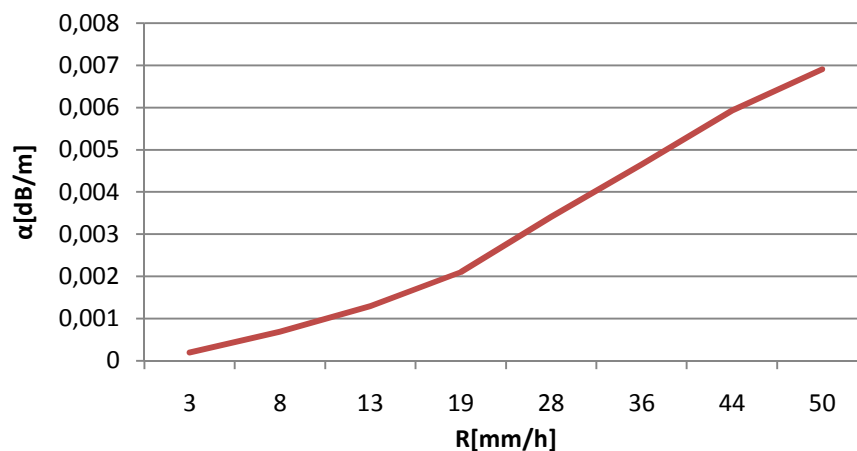
Pro měrný útlum v decibelech, můžeme tedy psát

$$\alpha = 8.686 \cdot \frac{2\pi}{\hat{\gamma}_0} \cdot \text{Im} \int f(D) \cdot N(D) dD \quad [\text{dB/m}], \quad (5.6)$$

kde  $\hat{\gamma}_0$  je činitel šíření pro volný prostor. V technických aplikacích se ovšem většinou měrný útlum aproximuje do tvaru

$$\alpha = a \cdot R^b \quad [\text{dB/km}] \quad (5.7)$$

kde  $R$  je průměrná hodinová intenzita srážek [ mm/h ],  $\{a, b\}$  jsou konstanty závislé na kmitočtu, polarizaci a teplotě (převzato z [9]). Na Obr. 8 vidíme měrný útlum v závislosti na intenzitě srážek při frekvenci  $f = 10$  GHz.



Obr. 8 závislost měrného útlumu  $\alpha$  na intenzitě srážek  $R$

### 5.1.3 Měrný fázový posuv deštěm

Stejně jako u měrného útlumu  $\alpha$ , měrný fázový posuv  $\beta$  lze odvodit, viz např.[5]

$$\beta = \operatorname{Re}(\hat{\gamma})x. \quad (5.8)$$

Finální tvar pro  $\beta$  lze napsat ve stupních na metr

$$\beta = \frac{360}{\gamma_0} \cdot \operatorname{Re} \int f(D) \cdot N(D) dD \quad [^\circ/\text{m}] \quad (5.9)$$

## 5.2 Měrný útlum a měrný fázový posuv v mlze

Mlha je oblak, který leží bezprostředně nad zemí a výrazně omezuje viditelnost. Vzniká kondenzací vodní páry v přízemní vrstvě vzduchu. Skládá se z malých vodních kapiček nebo drobných krystalků rozptýlených ve vzduchu.

Měrný útlum způsobený mlhou je dán vztahem (viz [16])

$$\alpha = \frac{17}{(V_m \cdot z)} \text{ [dB/km]}, \quad (5.10)$$

$$\text{kde } z = \left( \frac{555}{\lambda} \right)^q \quad (5.11)$$

$\lambda$  se do vzorce dosazuje v nm,  $q, z$  jsou konstanty ovlivněné mlhou. I když v této práci používáme měrný útlum výhradně v [dB/m], pro běžnou praxi má smysl spíše v [dB/km] čemuž jsou přizpůsobeny i konstanty pro výpočet útlumu v mlze. Uděláme proto výjimku a měrný útlum v mlze budeme uvádět na kilometrovou vzdálenost.

$V_m$  je viditelnost, v optických spojích se používá vlnová délka  $\lambda = 550$  nm. Pro  $\beta$  není v literatuře uveden vztah, proto použijeme vztah pouze pro volný prostor

(2.26). Následující tabulka 4 nám představuje druhy mlhy a jejich měrný útlum a viditelnost.

Tab. 4 druhy mlhy, jejich viditelnost a měrný útlum (převzato [11])

$V_m$ [km]	$\alpha$ [dB/km]	druh mlhy
<0.08	>146	Hustá
0.08 až 1	10 až 146	Střední
1 až 26	0.23 až 10	lehká

Viditelnost  $V_m$  můžeme dokonce vypočítat

$$V_m = \left( \frac{LWC}{0,0324} \right)^{-1,1085} \quad [\text{km}] \quad (5.12)$$

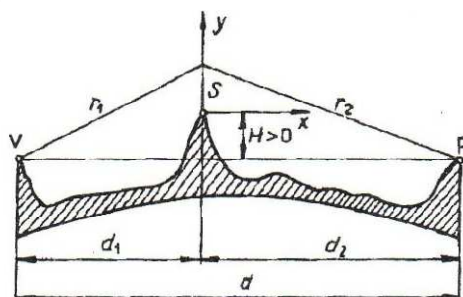
a to díky  $LWC$  [g/m<sup>3</sup>], což je obsah tekuté vody v mracích. Vzorec pro tento výpočet není vyčten z žádné literatury, ale byl mi sdělen po konzultaci v akademii věd v Ústavu fyziky atmosféry, kde na něj přišli díky řadě měření.

### 5.3 Zvlněný a členitý terén

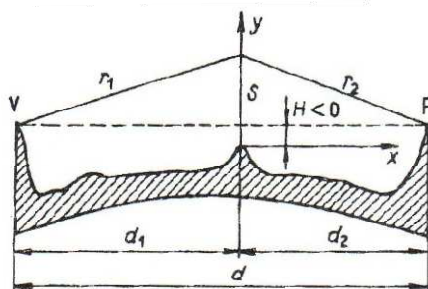
Na trase mezi vysílačem a přijímačem, se v přírodním terénu může objevit řada překážek. Zasahuje-li překážka do bezprostřední blízkosti trajektorie přímého paprsku anebo je-li trajektorie překážkou přerušena, je nutné pamatovat na difrakci, což je vlastně ohyb vlnění způsobený překážkou.

K zajímavé situaci dochází při šíření vlny v kopcovitém terénu, kde jsou překážky velké vůči vlnové délce, s čímž se setkáváme hlavně u velmi krátkých vln. Velmi krátké vlny se nešíří pouze po přímočarých trajektoriích, ale mají schopnost zahýbat i za překážky, díky tomu lze rádiové signály přijímat i ve stínu horského hřebene. V některých případech taková překážka nejen že vlnu netlumí, ona jí dokáže i zesílit. Je-li bod příjmu ve světle a spojnice mezi vysílací a přijímací anténou prochází blízko nad překážkou, může být v případě ostrého hřebenu intenzita elektrického pole  $E$  až o 1,4 dB větší než ve volném prostoru. Na obrázcích 9 a 10, má-

me ukázkou břitové překážky na stíněné a nestíněné trase. Efektivní výšku překážky  $H$  (výšku nad nebo pod spojnicí mezi vysílačem a přijímačem), uvažujeme kladnou, pokud leží přijímač ve stínu obr. 9 a zápornou, leží-li ve světle obr. 10.



Obr. 9 rádiový spoj s překážkou tvaru ostrého břitu na zastíněné trase

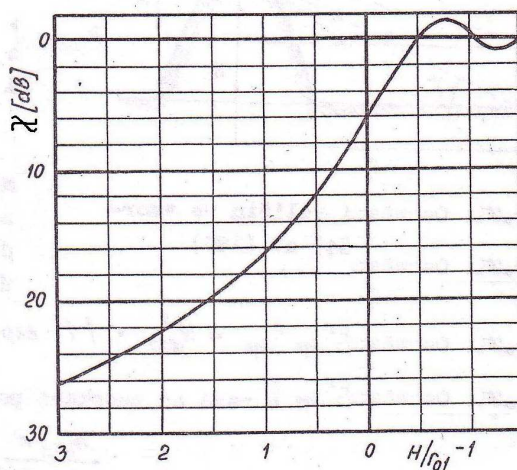


Obr. 10 rádiový spoj s překážkou tvaru ostrého břitu na nestíněné trase

### 5.3.1 Měrný útlum způsobený překážkou

Útlum vlivem překážky značně závisí na tvaru vrcholu. Např. při  $H = 0$  je u ostré překážky  $\chi = 6$  dB, u kulovité překážky je  $\chi$  řádu desítek dB. Čím je vrchol plošší (poloměr křivosti větší), tím je za jinak stejných podmínek větší také útlum. V této práci, na rozdíl od [8] se útlum uvádí v kladných číslech.

Pro představu útlumu způsobeným ostrou (břitovou) překážkou v závislosti na  $\frac{H}{r_{01}}$ , kde  $r_{01}$  je poloměr 1. Fresnelovy zóny [4] slouží obrázek 11.



Obr. 11 útlum způsobený ostrou překážkou

## 5.4 Výsledné porovnání charakteristických parametrů šířící se vlny

Tabulku, ve které jsou znázorněny základní parametry přenosu elektromagnetické vlny pro různé druhy prostoru, pro koaxiální a dvou vodičové vedení a pro obdélníkový vlnovod naleznete v příloze A. Je nutné ale podotknout, že vztahy pro dvou vodičové a koaxiální vedení, platí pro vedení nezkreslující a vztahy pro obdélníkový vlnovod jsou brány za předpokladu malých ztrát v dielektriku  $\text{tg } \delta \ll 1$ , (viz [6]). Veličina označena hvězdičkou, ( $\hat{Z}_0^*$ ,  $\hat{\gamma}^*$ ) je vyjádřena pomocí náhradních parametrů vedení.

## 6. Výpočet náhradního schéma vedení pro různá prostředí

Náhradní schéma budeme vytvářet pro vedení homogenní, hlavně proto, že je vybrané vedení (obr. 4), všeobecně nejznámější. Všechny prostředí jsou uvažovány na délku jednoho metru, až na prostředí v mlze, kde dostupné konstanty pro výpočet útlumu mlhou jsou známy pouze v kilometrech, pro tuto velikost prostředí proto počítáme parametry i my.

## 6.1 Polovodivé prostředí

V tomto prostředí jsme se zabývali mořskou vodou, sladkou vodou, suchou půdou a půdou vlhkou. Zjistili jsme, že narůstající kmitočet vlny procházející polovodivým prostředím má většinou nepatrný vliv na vypočítané parametry. Jedině v mořské vodě bylo možno změny vlivem jiného kmitočtu pozorovat. V následující tabulce 6, jsou představeny náhradní parametry pro daná prostředí. Odpor  $R$  s indukčností  $L$  jsou navrženy a mají pro všechna prostředí stejné hodnoty, aby se dali dobře porovnat s ostatním prostředím. Svod  $G$  s kapacitou  $C$  jsou dopočítané.

Tab. 6 náhradní parametry vedení pro různé druhy polovodivého prostředí

Mořská voda					Sladká voda			
f[GHz]	R[Ω]	G[S]	L[H]	C[F]	R[Ω]	G[S]	L[H]	C[F]
0,1	100	14,13	0,0001	4,47E-11	100	4,441E-06	0,0001	8,89E-12
1	100	60,59	0,0001	1,04E-11	100	4,441E-06	0,0001	8,89E-12
10	100	70,91	0,0001	8,91E-12	100	4,441E-06	0,0001	8,89E-12
100	100	71,05	0,0001	8,89E-12	100	4,441E-06	0,0001	8,89E-12
Suchá půda					Vlhká půda			
f[GHz]	R[Ω]	G[S]	L[H]	C[F]	R[Ω]	G[S]	L[H]	C[F]
0,1	100	0,00352	0,0001	1,12E-12	100	8,878E-05	0,0001	4,45E-13
1	100	0,00355	0,0001	1,11E-12	100	8,882E-05	0,0001	4,44E-13
10	100	0,00355	0,0001	1,11E-12	100	8,882E-05	0,0001	4,44E-13
100	100	0,00355	0,0001	1,11E-12	100	8,882E-05	0,0001	4,44E-13

## 6.2 Dešťové prostředí

Uvažujeme pět druhů dešťového prostředí, které od sebe rozlišujeme pomocí intenzity deště  $R$  [mm/h]. Náhradní parametry jsme spočítali pomocí  $\alpha$ , který je způsoben pouze deštěm a  $\beta$ , což je součet posuvů vlivem deště a volného prostředí. Fázový posuv pouze deštěm je příliš malý, hodnoty by proto vyšly hodně nereálné. Nicméně i při těchto výpočtech jsou parametry značně nereálné. Parametry náhradního vedení pro dešťový prostor představuje tabulka 7.

Tab. 7 parametry náhradního vedení pro dešťový prostor

Pro $f = 10$ GHz					
Dešťové prostředí	R[mm/h]	R[ $\Omega$ ]	G[S]	L[H]	C[F]
mírný déšť	3	1	3,8416E-08	1	3,23737E-29
silný déšť	8	1	4,7651E-07	1	1,7408E-28
prudký déšť	13	1	1,6693E-06	1	3,98323E-28
lijavec	19	1	4,3974E-06	1	7,5811E-28
příval	44	1	3,5106E-05	1	3,08879E-27
Pro $f = 15$ GHz					
Dešťové prostředí	R[mm/h]	R[ $\Omega$ ]	G[S]	L[H]	C[F]
mírný déšť	3	1	4,2068E-07	1	3,28402E-29
silný déšť	8	1	4,3431E-06	1	1,69767E-28
prudký déšť	13	1	1,333E-05	1	3,77841E-28
lijavec	19	1	3,1438E-05	1	7,0137E-28
příval	44	1	0,00019768	1	2,6909E-27

### 6.3 Prostředí v mlze

Pro prostředí v mlze uvažujeme tři druhy mlhy, které od sebe rozlišujeme pomocí viditelnosti  $V_m$ . Výsledky jsou spočítány pro  $\lambda = 850$  nm, což je běžná vlnová délka pro optické spoje. Vypočítané útlumy se shodují s tabulkou 5.1. Náhradní parametry pro prostředí s mlhou uvádí tabulka 8.

Tab. 8 náhradní parametry vedení pro prostředí s mlhou

prostředí mlhy	$V_m$ [km]	R[ $\Omega$ ]	G[S]	L[H]	C[F]
lehká mlha	13	100	0,051801053	0,001	1,11111E-32
střední mlha	0,6	100	8,742195826	0,001	1,11111E-32
hustá mlha	0,02	100	7225	0,001	1,11111E-32

### 6.4 Prostředí s břitovou překážkou

V tomto případě není řeč o měrném útlumu ale pouze o útlumu způsobeném překážkou. Břítová překážka nemá žádný vliv na fázi elektromagnetické vlny. Ku příkladu uvažujme přesně uprostřed trasy mezi vysílačem a přijímačem, které jsou od sebe vzdáleny 1000 m, břitovou překážku. Pokud uvažujeme poměr mezi výškou překážky přes spojnicí mezi anténami a poloměrem první Fresnelovi zóny  $\frac{H}{r_{01}} = 0,5$ , při  $f = 10$  MHz dle obrázku 5.3 zjistíme, že útlum takové překážky je 12 dB.

## 7. Závěr:

Největším přínosem této bakalářské práce je především porovnání parametrů šířící se vlny v různém prostředí, což nám umožní zřetelně porovnat, co má na přenosové vlastnosti v daném prostředí největší vliv.

Z výsledků této práce je vidět, že ve zkoumaných frekvencích 10 a 15 GHz, má nejmenší vliv na měrný útlum vlny dešťové prostředí. U mlhy velice záleží na viditelnosti, pokud je viditelnost jen na několik desítek metrů a uvažujeme-li vlnovou délku spoje 850 nm, je měrný útlum na kilometr pře sto decibelů.

U polovodivého prostředí záleží na parametrech prostředí. Na většinu (z těch, které jsme v práci uvedli) těchto prostředí má frekvence od 100MHz do 100 GHz jen minimální vliv, až na prostředí s mořskou vodou. V mořské vodě jsme také vypočítali největší měrný útlum ze všech polovodivých prostředí.

U břitové překážky se neurčuje měrný útlum, ale pouze útlum překážkou, na který má vliv především výška překážky nad spojnicí vysílač - přijímač.

Náhradní parametry vedení slouží k vytvoření náhradního schéma, které má stejné přenosové vlastnosti jako zkoumaná prostředí, díky tomu můžeme přenosový kanál nahradit vedením. Je pohodlnější zkoumat dané prostředí na modelu (náhradním schématu) v suché laboratoři, než stát za deště nebo v mlze venku.

Nám parametry vedení dle výpočtů vyšla v reálném rozmezí pouze u polovodivého prostředí. U ostatních, vlivem fázového posuvu, vyšla příliš malá kapacita.

Moc bych si přál, aby se má bakalářská práce mohla využívat při dalším studiu modelování reálných přenosových prostředí a aby získané poznatky ulehčili cestu k pochopení této problematiky.



## Seznam použitých obrázků, tabulek a grafů

### *Obrázky:*

Obr. 1 průběh polí rovinné vlny šířící se v polovodivém prostředí.....	13
Obr. 2 porovnání měrných útlumů pro některá polovodivá prostředí .....	15
Obr. 3 úsek homogenního vedení .....	16
Obr. 4 náhradní zapojení homogenního vedení.....	16
Obr. 5 koaxiální vedení.....	24
Obr. 6 řez koaxiálním vedením .....	25
Obr. 7 obdélníkový vlnovod .....	28
Obr. 8 závislost měrného útlumu $\alpha$ na intenzitě srážek $R$ .....	33
Obr. 9 rádiový spoj s překážkou tvaru ostrého břitu na zastíněné trase .....	36
Obr. 10 rádiový spoj s překážkou tvaru ostrého břitu na nestíněné trase.....	36
Obr. 11 útlum způsobený ostrou překážkou .....	37

### *Tabulky:*

Tab. 1 permitivita a měrná vodivost polovodivých prostředí, převzato z [5]... 14	
Tab. 2 výpočet náhradních parametrů pro nejběžnější typy vedení .....	22
Tab. 4 druhy mlhy, jejich viditelnost a měrný útlum (převzato [11]) .....	35
Tab. 6 náhradní parametry vedení pro různé druhy polovodivého prostředí ...	38
Tab. 7 parametry náhradního vedení pro dešťový prostor .....	39
Tab. 8 náhradní parametry vedení pro prostředí s mlhou.....	39

## Seznam použitých znaků a symbolů:

symbol	veličina	symbol	veličina	symbol	veličina
$\hat{\gamma}$	Činitel šíření	$\hat{U}$	Elektrické napětí	$\Omega$	Konstantní činitel
$\alpha$	Měrný útlum	$k_p$	Příčnou konstantu	$C$	Kapacita
$\beta$	Měrný fáz. posuv	$k$	Vlnové číslo	$R$	Odpor
$J$	Hustota proudu	$k_z$	Podélná konstanta	$G$	Svod
$J_p$	Hustota posuvného proudu	$k_c$	Konstanta příčného průřezu	$d, c$	Rozměry vodičů a vlnodů
$J_v$	Hustota vodivého proudu	$m, n$	Libovolná přirozená čísla	$C_{h,v}$	Popisuje dešťové prostředí
$\varepsilon$	Permitivita prostředí	$Z$	impedance	$L$	indukce
$\varepsilon_0$	Permitivita vakua	$f_k$	Mezní frekvence	$R$	Intenzita srážek
$\varepsilon_r$	Relativní permitivita	$f$	frekvence	$x$	Vzdálenost, délka
$\hat{\varepsilon}$	Komplexní permitivita	$\lambda_k$	Mezní vlnová délka	$N(D)$	Spektrum dešťových kapek
$\varepsilon'$	Re. část permitivity	$n$	Index lomu	$V_m$	viditelnost
$\varepsilon''$	Im. část permitivity	$p$	Index absorpce	$LWC$	Obsah tekuté vody v mracích
$\lambda$	Vlnová délka	$c$	Rychlost světla	$\chi$	Útlum překážkou
$\vec{E}$	Intenzita elektrického pole	$i$	Časově proměnný proud	$r_{01}$	Poloměr 1. Fresnelovi zóny
$\vec{H}$	Intenzita magnetického pole	$u$	Časově proměnné napětí	$D$	Efektivní průměr dešťové kapky
$t$	čas	$e$	Eulerovo číslo	$\delta$	Ztrátový činitel
$\omega$	Kruhová rychlost	$\hat{I}$	Elektrický proud	$v_f$	Fázová rychlost
$\hat{Z}_0$	Charakteristická impedance	$a, b$	Rozměry vodičů a vlnodů	$q, z$	Konstanty ovlivněné mlhou
$\hat{Z}_1$	Podélná impedance	$\hat{Y}_g$	Příčná admittance	$\mu$	Permeabilita prostředí

## Seznam použité literatury:

- [1] BEZOUŠEK P., SCHEJBAL V.: Elektrotechnika, Univerzita Pardubice, Pardubice, 2003
- [2] NOVOTNÝ K.: Teorie elektromagnetického pole I, Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000
- [3] NOVOTNÝ K.: Teorie elektromagnetického pole II, Vydavatelství ČVUT, Praha, 2000
- [4] MAZÁNEK M., PECHAČ P., VOKURKA J.: Antény a šíření vln, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1999
- [5] PROKOP J., VOKURKA J.: Šíření elektromagnetických vln a antény, Vydavatelství ALFA, Praha, 1980
- [6] VRBA J.: Úvod do mikrovlnné techniky, ČVUT, Praha, 2007
- [7] ČERNOHORSKÝ D., NOVÁČEK Z.: Antény a šíření rádiových vln, skriptum, VUT-FEI, Brno, 2001
- [8] ČERNOHORSKÝ D.: Antény a šíření rádiových vln, VUT Brno, 1973
- [9] O. FIŠER: Interakce elektromagnetického pole s dešťovým prostředím se zřetelem na útlum družicového signálu v dešti, Kandidátská disertační práce, ČVUT-FEL, 1986
- [10] O. FIŠER: Vliv deště na spolehlivost radiokomunikačních prostředků, Habilitační práce, UPce-DFJP, 2004
- [11] SCHEJBAL V., FIŠER O., ČERMÁK D.: Equivalent rain volume parameters to describe wave propagation, sborník „The second European Conference on Antennas and Propagation EuCAP 2007“, 11 – 16 November 2007, Edinburgh, UK, (CD ROM)
- [12] KVÍČALA R., KVIČERA V., GRÁBNER M., FIŠER O.: BER and Availability Measured on FSO Link, Radioengineering, vol. 16, NO. 3, September 2007, str. 7-12
- [13] PTÁČNÍK M.: Šíření vln v pásmech WiFi, Bakalářská práce, UPce-FEI, 2008

- [14] ČERNOHORSKÝ D., NOVÁČEK Z., RAIDA Z.: elektromagnetické vlny a vedení, VUT, Brno, 1999
- [15] ČERMÁK D.: Analýza šíření elektromagnetických vln v různých prostředích, Disertační práce, UPce-DFJP, 2006
- [16] KOLKA Z., WILFERT O., FIŠER O.: Achievable qualitative parameters of optical wireless links. *Journal of Optoelectronics and Advanced Materials*, 2007, Roč. 9, č. 8, s. 2419-2423. ISSN 1454-4164.
- [17] Wikipedie, otevřená encyklopedie, [www.wikipedia.cz](http://www.wikipedia.cz)
- [18] Google, hledej obrázek, [www.images.google.cz](http://www.images.google.cz)

	prostor				vedení		vlnovod
	volný	polovodivý	mlha	dešťový	koax	dvoulinka	obdélníkový
$\alpha[-/m]$	0	$\frac{2\pi}{\lambda} p$	$\frac{17}{(V_m \cdot z)} \cdot 10^{10} [-/km]$	$\text{Im}(\hat{\gamma})l$	$\frac{R/l}{2Z_0} + \frac{G/l}{2} \cdot Z_0$	$\sqrt{RG}$	$\frac{k^2 \text{tg} \delta}{2\beta}$
$\alpha[dB/m]$	0	$10 \log\left(\frac{2\pi}{\lambda} p\right)$	$\frac{17}{(V_m \cdot z)} [dB/km]$	$(1000)a \cdot R^b$	$10 \log\left(\frac{R/l}{2Z_0} + \frac{G/l}{2} \cdot Z_0\right)$	$10 \log(\sqrt{RG})$	$10 \log\left(\frac{k^2 \text{tg} \delta}{2\beta}\right)$
$\beta[^\circ/m]$	$\frac{360}{\lambda}$	$\frac{360}{\lambda} n$	$\frac{360}{\lambda}$	$\beta = \frac{360}{\gamma_0} \cdot \text{Re}(\hat{C})$	$\frac{360}{\lambda}$	$360 f \sqrt{LC}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
$\beta[\text{rad}/m]$	$\frac{2\pi}{\lambda}$	$\frac{2\pi}{\lambda} n$	$\frac{2\pi}{\lambda}$	$\text{Re}(\gamma)l$	$\frac{2\pi}{\lambda}$	$2\pi f \sqrt{LC}$	
$Z_0[\Omega]^*$	-	-	-	-	$\frac{\sqrt{R + j\omega L}}{\sqrt{G + j\omega C}}$	$\frac{\sqrt{R + j\omega L}}{\sqrt{G + j\omega C}}$	-
$Z_0[\Omega]$	$120\pi$	$\frac{\sqrt{j\omega\mu}}{\sqrt{\sigma}}$	$\frac{\sqrt{j\omega\mu}}{\sqrt{\sigma}}$	$\frac{\sqrt{j\omega\mu}}{\sqrt{\sigma}}$	$\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$	$\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln\left(\frac{d}{a}\right)$	TE vlna $\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$
							TM vlna $\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$
$\hat{\gamma}$					$\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$	$\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$	
$\hat{\gamma}^*$	$j\beta$	$\alpha + j\beta$		$\lambda \hat{C}$	$j\omega \sqrt{\varepsilon\mu}$	$j\omega \sqrt{\varepsilon\mu}$	$\pm \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \varepsilon\mu}$