

**UNIVERZITA PARDUBICE
DOPRAVNÍ FAKULTA JANA PERNERA**

**Asociace dat v multipozičních radarových
systémech pro řízení letového provozu**

HABILITAČNÍ PRÁCE

2023

Ing. Jan Pidanič, Ph.D.

**UNIVERZITA PARDUBICE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY**

KATEDRA ELEKTROTECHNIKY

**Asociace dat v multipozičních radarových
systémech pro řízení letového provozu**

HABILITAČNÍ PRÁCE

AUTOR PRÁCE:

ING. JAN PIDANIČ, PH.D.

2023

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval všem, kteří mě podporovali během psaní této habilitační práce a bez jejichž podpory a povzbuzování by tato práce nikdy nevznikla. Poděkování patří mé rodině za její bezbřehou trpělivost, schovívavost a schopnost snášet mé vrtošivé nálady v době psaní tohoto textu.

Díky patří prof. Ing. Pavlu Bezouškovi, CSc., který mně věnoval ohromné množství volného času při konzultacích, dotazech, odborných diskuzích a přátelských rozhovorech, které významně zvedly úroveň této práce. Dále bych rád poděkoval Ing. Karlu Jurycovi, který mi pomohl s přípravou, optimalizací a laděním podpůrných programů, přípravou grafických podkladů a další řadou činností. Zvláštní poděkování patří Ing. Zdeňku Němcovi, Ph.D., který mne k sepsání habilitační práce „donutil“.

Rád bych poděkoval i mnoha ostatním kolegům, kamarádům a mnohým jiným za neocenitelné rady, pomoc při řešení problémů a povzbuzení pro úspěšné napsání této práce.

V Pardubicích dne 9.2. 2023

Ing. Jan Pidanič, Ph.D.

Anotace

Habilitační práce prezentuje výběr výzkumných aktivit, kterými jsem se při svém dosavadním působení na Univerzitě Pardubice, Fakultě elektrotechniky a informatiky zabýval.

Práce je zaměřena na problematiku signálového zpracování v multi-pozičních radarových systémech, a to zejména na problematiku asociace výsledků měření jednotlivých bistatických radarů v multi-bistatických radarových systémech pro řízení letového provozu.

Zvolené téma plynule navazuje na předchozí výzkumné aktivity, které se zabývaly výpočtem vzájemných funkcí neurčitosti v jednotlivých bistatických radarech, které poskytují vstupní data pro následnou asociaci dat.

V habilitační práci se v úvodu věnuji popisu problematiky multi-pozičních radarových systémů se zaměřením na podtřídu systémů multi-bistatických radarových systémů a principu jejich signálového zpracování, a to jak pro individuální bistatický radar, tak i pro multi-bistatický radarový systém. V této části habilitační práce jsou analyzovány problémy komplikující vyhodnocení cílů, které snižují dosažitelnou informační hodnotu a nástin jejich možných řešení, a to jak z pohledu bistatického radaru, tak i z pohledu jeho zapojení do multi-bistatického radarového systému.

Stěžejní část práce se věnuje problematice asociace naměřených dat na jednotlivých bistatických radarech, které je nutno správně interpretovat (fúzovat), tak aby nedocházelo k chybám asociace, které povedou k nesprávnému určení polohy jednotlivých cílů. Součástí práce je vývoj nové asociační metody (PHD-MAT), která slouží k asociaci a následnému vedení cílů. Tato metoda je založena na modifikovaném výpočtu hypotetické hustoty pravděpodobnosti. Navrhovaná nová asociační metoda s využitím rozšířeného Kálmánova filtru (EKF) umožňuje efektivní rychlost výpočtu a dosahuje vyšší jednoznačnosti reprezentace výsledků než běžně používaná metoda PHDF.

Součástí aktivit je i analýza a porovnání výsledků dvou asociačních metod PHDF (běžně používaná) a PHD-MAT (nově navržená) pro různé scénáře a pro odlišné vstupní parametry.

Klíčová slova

ŘLP, radary, multipoziční radarové systémy, bistatické radary, detekce a sledování objektů, bezpečnost v letecké dopravě, asociace cílů, simulace, modelování, Kálmánova filtrace, PHD.

Annotation

The habilitation thesis presents a selection of research activities I have been involved in during my time at the University of Pardubice, Faculty of Electrical Engineering and Informatics.

The thesis focuses on the problem of signal processing in multi-bistatic radar systems for air traffic control, particularly on the association of measurements from individual bistatic radars.

The chosen topic is seamlessly related to previous research activities that dealt with the computation of mutual uncertainty functions from individual bistatic radar measurements. Measurements represent input data for subsequent data association.

In the habilitation thesis, I describe the problem of multi-position radar systems, focusing on the subclass of multi-bistatic radar systems and their signal processing principles. This is both for an individual bistatic radar and for a multi-bistatic radar system. This part of the habilitation thesis analyses the problems complicating the evaluation of targets that reduce the achievable information value and outlines their possible solutions. This is done from the perspective of bistatic radar and its integration into a multi-bistatic radar system.

The main part of the thesis is devoted to the problem of association of measured data on individual bistatic radars, which must be correctly interpreted (fused) to avoid association errors that will lead to incorrect determination of the position of individual targets. This work includes the development of a new association method (PHD-MAT) for target association and subsequent target tracking. This method is based on a modified hypothetical probability density calculation. The proposed new association method, using the Extended Kalman Filter (EKF), allows for an efficient computational speed and achieves a higher uniqueness in the representation of the results compared to the commonly used PHDF method.

The activities include analysing and comparing the results of two association methods, PHDF (commonly used) and PHD-MAT (newly proposed), for different scenarios and input parameters.

Keywords

Radars, multi-positional radar system, bistatic radar, detection and tracking of the targets, air traffic control, aviation safety, data association, simulation, Kalman filter.

Obsah:

1	Úvod.....	8
2	Přínosy habilitační práce	10
3	Podpora zajištění bezpečnosti leteckého provozu pomocí detekce a sledování všech létajících objektů	11
4	Trendy výzkumu v oblasti multipozičních radarových systémů.....	13
4.1	Výhody multipozičních radarových systémů	14
4.2	Nevýhody multipozičních radarových systémů	15
5	Multi-bistatické radarové systémy (MBRS)	17
5.1	Bistatický radar.....	17
5.2	Zpracování signálu v MBR systému	20
5.3	Zpracování signálu v bistatickém radaru.....	21
5.4	Společná část signálového zpracování v MBR systému	23
5.5	Problémy, komplikující vyhodnocení cílů a snižující dosažitelnou informační hodnotu.....	23
5.5.1.	Problémy, v bistatickém radaru, jejich příčiny a metody řešení.....	23
5.5.2.	Problémy v MBR systému, jejich příčiny a metody řešení	24
6	Procesy asociace a sledování v multi-bistatickém radarovém systému	27
6.1	Struktura dat a změřených parametrů u MBR.....	27
6.2	Model cílů bistatického radaru	28
6.3	Sledování a asociace dat měření v bistatickém radaru	29
6.4	Zpracování dat v MBR systému	32
6.5	Asociace výstupů jednotlivých bistatických radarů	32
6.6	Sledování cílů v MBR systému	34
7	Systematický přístup k asociaci dat a vedení cílů	37
7.1	Bayesova filtrace	37
7.2	Kálmánova filtrace	38
7.3	Základní Kálmánův filtr	39
7.4	Rozšířený Kálmánův filtr (Extended Kalman Filter – EKF).....	41
7.5	Metody, využívající funkce PHD	43
7.5.1.	Filtr PHD (PHDF).....	43
7.5.2.	Multiplikační metoda asociace a sledování (PHD-MAT)	43
7.6	Aplikace EKF pro vedení cílů	48
8	Analýza metod.....	54
8.1	Generátor vstupních dat.....	54
8.1.1.	Generátor cílů pro globální scénáře	54
8.1.2.	Generátor cílů pro lokální scénáře	56
8.2	Popis globálních scénářů a výsledků testování metod PHDF a PHD-MAT	57
8.2.1.	Analýza vlivu hustoty cílů	57
8.2.2.	Analýza vlivu rozptylu eliptické vzdálenosti.....	59
8.2.3.	Ukázka výpočtu trajektorie cíle pomocí metod PHD-MAT a PHDF	61
8.3	Popis lokálních scénářů a výsledků testování vlastností metody PHD-MAT	64
8.3.1.	Dostupné grafické výstupy z jednotlivých simulací	65
8.3.2.	Scénář: Křížení dvou cílů.....	68
8.3.3.	Scénář: Blízký let tří cílů	71
9	Hlavní přínosy dosavadní práce autora	74
10	Závěr.....	76
11	Použité zkratky	77
12	Seznam obrázků	79

13	Seznam tabulek	80
14	Použitá literatura	81
15	Přílohy	91

1 Úvod

Rozvoj všech druhů letecké dopravy v posledních desetiletích významně roste současně s nároky na její plynulost, efektivitu a ekologickou hospodárnost. Tento prudký nárůst požadavků vede k rychle se zvyšujícím nárokům na bezpečnost ve všech doménách věnujících se zabezpečení letecké dopravy. Jedná se nejen o domény technické, ale i o domény normativní a legislativní, které musí reagovat na tento rozvoj. V technické oblasti je nutný vývoj nových nezávislých leteckých bezpečnostních systémů, které budou vhodně doplňovat a rozšiřovat současné závislé letecké bezpečnostní systémy. Závislý systém je zde vnímán z pohledu systému, který údaje o letadle získává přímo od vlastního sledovaného objektu např. ADS-B systém. Využití nezávislých systémů jako vhodného doplňku systémů závislých je také důležité z pohledu zajištění bezpečnosti, plynoucí z důsledků rychle rostoucí hustoty letecké dopravy. Jako příklad lze uvést snížení minima vertikální separace mezi dvěma letadly z 600 m na 300 m, které umožní zvýšení hustoty letecké dopravy. Nezávislé bezpečnostní systémy lze využít také pro detekci nekooperujících objektů, např. těch, které vyvolávají konfliktní, teroristické či jinak ohrožující situace snižující bezpečnost leteckého provozu.

Důraz musí být kladen i na bezpečnost vzdušných prostředků i dalších hodnot na zemi, např. na letištích, která představují systémy, zahrnující zpravidla velké množství různorodých technických kooperujících systémů i velké množství fluktuujících osob (osoby účastníci se přepravy, personál letiště, či osoby zajišťující služby s leteckou dopravou spojené). Další ze současných významných hrozeb ohrožujících leteckou dopravu představují malé, nízko a pomalu letící objekty, které s vynaložením relativně nízkých nákladů dokážou ohrozit plynulost leteckého provozu zejména v okolí letišť.

Současné bezpečnostní letecké systémy jsou převážně systémy závislé, které potřebují komunikaci se sledovanými prostředky. V případě ztráty komunikace je nutné mít k dispozici doplňující bezpečnostní systém, který bude schopen nezávisle zajistit přehled o situaci ve sledovaném prostoru. Toto je platné i pro případné nekooperující letecké prostředky, a to nekooperující z důvodu technického problému či z důvodu jiných (např., konfliktní situace plynoucí z neznalosti či nedodržování bezpečnostních předpisů či teroristických útoků).

Jedním z významných kandidátů nezávislých systémů jsou nezávislé radarové systémy, které nevyžadují kooperaci se sledovanými objekty, ale jejich polohu, rychlost a ostatní charakteristiky získávají nezávisle na jimi poskytnutých informacích. Tyto nezávislé radarové systémy lze využít nejen pro sledování vzdušného prostoru, ale také pro sledování prostoru v okolí letišť pro zajištění jejich bezpečnosti.

Zvláštní třídu nezávislých systémů reprezentují systémy založené na bistatických radarech (radarech s prostorově oddělenou vysílací a přijímací anténou), sdružených do multi-bistatických radarových systémů. Jejich hlavními výhodami, oproti primárním radarům jsou výrazné konstrukční zjednodušení, z něhož plyne i snížení výrobní náročnosti a ceny, zvýšení spolehlivosti a v neposlední řadě snížení možnosti rušení. Jejich nevýhodou je náročnější signálové zpracování, zejména v případě velkého počtu sledovaných objektů, které představuje významný problém i pro jejich větší rozšíření.

Ve své habilitační práci se budu zabývat problematikou signálového zpracování v multi-bistatických radarových systémech, kterému věnuji podstatnou část pozornosti při své vědecké činnosti. Jedná se zejména o asociaci dat, která představuje velmi náročnou úlohu, jak z pohledu správného přiřazení výstupů z jednotlivých bistatických radarů k jednomu cíli v multi-bistatickém radarovém systému, tak i z pohledu výpočetní náročnosti, kde výpočetní náročnost roste s počtem bistatických radarů zapojených v systému i s počtem vyskytujících se cílů.

Doufám, že výsledky této habilitační práce povedou k rozšíření povědomí o těchto speciálních typech radarových systémů, které mají vysoké praktické využití a zároveň řeší problematiku

asociace dat, a to jak z pohledu dosažených výsledků asociace, tak i z pohledu optimalizace rychlosti výpočtu asociace dat.

2 Přínosy habilitační práce

- Zvýšení povědomí o kategorii multi-bistatických radarových systémů z pohledu jejich kladných a negativních vlastností a jejich nasazení
- Zpracování problematiky asociace dat v multi-bistatických radarových systémech z pohledu technik asociace, a zvláště jejich výpočetní náročnosti
- Vývoj „nové“ metody asociace dat a následného sledování cílů, tzv. „multiplikační metoda asociace a sledování“ (PHD-MAT). Metoda je založena na principu výpočtu funkce hypotetické hustoty pravděpodobnosti.
- Porovnání Multiplikační metody asociace a sledování PHD-MAT s rozšířenou asociací metodou PHD filtr, používanou z důvodu jejího efektivního výpočtu, který umožňuje její nasazení v systémech pracujících v reálném čase
- Vývoj algoritmu výpočtu PHD-MAT s využitím rozšířeného Kálmánova filtru (EKF) umožňující efektivní rychlost výpočtu a dosahující vyšší jednoznačnosti reprezentace výsledků
- Analýza PHD-MAT s využitím rozšířeného Kálmánova filtru pro různé reálné scénáře, které mohou nastat v letecké dopravě

3 Podpora zajištění bezpečnosti leteckého provozu pomocí detekce a sledování všech létajících objektů

Pro splnění nároků na zvyšování bezpečnostních požadavků je nutné mít vždy aktuální informace o vzdušné situaci, a to jak ze závislých systémů (např. Automatic Dependent Surveillance Broadcast – ADSB, Secondary surveillance radar SSR atd.), tak i ze systémů nezávislých (např. primární radary, pasivní radarové systémy, multi-bistatické radarové systémy atd.). V současné době je existující infrastruktura dimenzována na standardní vzdušné cíle s důrazem na ekonomiku provozu, což představuje nemístnou preferenci závislých systémů a je nutné ji doplnit o nezávislé sledovací systémy, které představují jakýsi záložní systém v případě poruchy/zničení systémů závislých či jako vhodné potvrzení informace z nezávislého systému.

Zajištění nezávislých bezpečnostních leteckých systémů je klíčový faktor pro zachování či navýšení bezpečnosti v letecké dopravě, a to díky nárůstu letecké dopravy a vzhledem ke zvyšující se dostupnosti technických prostředků, které mohou být zneužity a ohrozit tak bezpečnost letecké dopravy. Díky rozvíjejícím se technologiím se v brzké budoucnosti dá předpokládat velký nárůst hustoty leteckého provozu, a to zejména v oblastech:

- Komerčních i charterových civilních letů
- Komerční nákladní (cargo) civilní dopravy
- Aero taxi (krátké a střední vzdálenosti)
- Vojenských letů
- Vojenské nákladní (cargo) dopravy
- UAV nákladní dopravy (krátké vzdálenosti) [1], [2], [3]

Jedním z vhodných kandidátů na nezávislý bezpečnostní systém představuje multi-bistatický radarový systém, jehož signálovému zpracování se věnuji v této habilitační práci. Multi-bistatický radarový systém může být z pohledu využití vysílačů aktivní či pasivní. Aktivní systém využívá vlastní prostorově oddělené vysílače. Pasivní systém využívá, tzv. příležitostné vysílače (transmitter of opportunity), tj. vysílače již se vyskytující v prostředí. Jedná se například o systémy využívající (parazitující) na vysílačích AM, FM, DVB-T, DVB-T2, WiFi [4], [5], [6], [7], [8], [9]. Je zřejmé, že u pasivních systémů je nutné vybrat vysílače s vysokou spolehlivostí, pokrytím a rozlišením.

Aktivní systém není v porovnání s pasivním systémem tak ekonomicky výhodný, ale jeho zřejmá výhoda spočívá v možnosti volby vhodného vysílaného signálu, který může mít vhodnou formu pro zvýšení rozlišovacích schopností multi-bistatického radarového systému. Pasivní systém je tvořen pouze přijímačem, který zpracovává signály již se vyskytující v prostředí. Jeho nevýhodu lze spatřit v závislosti na parazitujících vysílačích a nevhodnosti vysílaného signálu či nemožnosti jeho tvarování.

Nezávislé bezpečnostní radarové systémy lze využít ve dvou následujících oblastech, které budou diskutovány odděleně.

První oblast představují kooperující objekty, které posílají informace o své situaci ve vzdušném prostoru nadřazeným bezpečnostním systémům. Jedná se ve většině případů o druhy objektů využívaných ve výše uvedených oblastech (kromě vojenských letů, které jsou na hranici obou kategorií a záleží na jejich primárním účelu).

Veškerá letecká doprava podléhá množství pravidel, norem a pokynů z pohledu bezpečnosti letového provozu za které je zodpovědná Agentura Evropské Unie pro bezpečnost letectví (EASA – European Union Aviation Safety Agency) [10]. Členy EASA jsou úřady pro civilní letectví v jednotlivých členských státech (v rámci ČR se jedná o Úřad pro civilní letectví – ÚCL) [11]. ÚCL v rámci ČR zodpovídá za dodržování a vynucování pravidel nad civilním

letectvím, certifikací: letadel, UAV, UAS a ostatního technického leteckého vybavení atd.). Další z významných Evropských agentur je agentura Evropská organizace pro bezpečnost leteckého provozu – EUROCONTROL (European Organisation for the Safety of Air Navigation) [12], která je zodpovědná za rozvoj systémů a postupů zajišťujících plynulé řízení letového provozu (ŘLP [13], anglicky ATC – Air Traffic Control) při zajištění vysoké úrovně bezpečnosti a udržitelné ekonomie. EUROCONTROL dále koordinuje jednotlivá ŘLP členských zemí. ATC představuje zjednodušeně službu poskytovanou za účelem předcházení srážkám letadel a za urychlení a udržování řádného toku letového provozu. Dále existuje významná služba Air Traffic Management – ATM, která představuje službu zahrnující palubní a pozemních funkce potřebných k zajištění bezpečného a efektivního pohybu letadel ve všech fázích provozu (oproti ATC se odlišuje tím, že v sobě zahrnuje i pozemní systémy pokrývající letové provozní služby (ATS) včetně řízení letového provozu (ATC), uspořádání vzdušného prostoru (ASM) a řízení toku a kapacity letového provozu.

Poslední zmíněná významná organizace je European Organisation for Civil Aviation Equipment (EUROCAE) [14], které představuje neziskovou organizaci zaměřenou na specifikaci minimálních požadavků zaměřených na elektronické vybavení spojených s letectvím. Zahrnuje v sobě nejen specifikaci palubních systémů, ale i systémů pozemních a ostatních druhů zařízení spojených s letectvím. Doporučení EUROCAE jsou zpravidla brány jako základ pro vytváření národních předpisů spojených s letectvím.

Druhou oblastí pro využití nezávislých radarových systémů představuje oblast detekce nekooperujících leteckých prostředků. Nekooperující letecký prostředek je prostředek, jenž neposkytuje informace o své identifikaci, poloze a ostatní údajích, ať již z důvodu technické závady, či z důvodů neznalosti, nedbalosti, či kriminální činnosti. Typickým představitelem této kategorie jsou malé, nízko a pomalu letící objekty: drony (UAV) či bezpilotní systémy (UAS), které představují cíle s malou odraznou radarovou plochou, které představuje v aktuálním světě velký bezpečnostní problém [15], [16], [17]. Rychlý rozvoj schopností (automatický let po předem definovaných trajektoriích, zvyšování akčního rádia, významný nárůst indexu zatížení a vysoká manévrovatelnost) a ekonomická dostupnost UAV prostředků z nich dělá ideálního kandidáta na jejich zneužití v rámci kriminální činnosti či teroristických akcí.

Habilitační práce se zabývá nezávislými radarovými systémy, a to multi-bistatickými radarovými systémy z pohledu jejich signálového zpracování se zaměřením zejména na asociaci dat z jednotlivých bistatických radarů. Tato práce navazuje na předchozí výzkum, který se věnoval výpočtu vzájemné funkce neurčitosti, pomocí které dochází k výpočtu bistatických vzdáleností a Dopplerových posuvů pro jednotlivé cíle u jednotlivých bistatických radarů. Asociací dat je zde míněno správné přiřazení měření jednotlivých bistatických vzdáleností a Dopplerových posuvů změřených na individuálních bistatických radarech konkrétním objektům. Teprve po provedené asociaci dat jsme schopni určit polohu cílů, případně jejich rychlost a umožnit tak následné sledování cílů, tzv. tracking.

4 Trendy výzkumu v oblasti multipozičních radarových systémů

Radarová technika hraje v našich životech velmi důležitou roli, (i když často skrytou) již více než jedno století. Aplikace radarové techniky lze nalézt v mnoha oblastech civilního, tak i armádního využití, které denně pozitivně ovlivňují naše životy. Příklady aplikací v civilní oblasti využívající radarovou či obecně sensorovou techniku jsou například zajištění bezpečnosti letového provozu, řízení letového provozu, předpověď počasí, astronomie, různé aplikace sensorové techniky (kontrola rychlosti na silnicích, obsazenost parkovišť, využití senzorů v chytré domácnosti atd.), mapování prostoru, identifikace/rozpoznávání předmětů, aplikace radarů v automobilovém průmyslu pro zvýšení bezpečnosti na silnicích, autonomní řízení vozidel a mnoho jiných civilních aplikací. V oblasti armádního využití představuje radarová technika stěžejní technické prostředky zajišťující protiletectkou a protiraketovou obranu státu, radarové senzory určené pro navádění různých typů zbraňových systémů, přenosné radary pro antiteroristické jednotky umožňující detekci osob za zdí a mnoho jiných aplikací.

Radar je obecně definován jako elektromagnetický senzor určený pro detekci cílů a určení jejich polohy pomocí elektromagnetických vln (respektive rádiových vln). Neustále se zvyšující požadavky na radarové systémy nutí konstruktéry ke zlepšování a zdokonalování jejich vlastností. Jedná se zejména o vzrůstající oblast pokrytí, tj. zvyšování maximálního dosahu radarových systémů, zvyšování rozlišení radaru – umožňující detekci, identifikaci a následné sledování pohybu cílů (trackování) se stále menší radarovou odraznou plochou (jedná se o ekvivalent velikosti objektu), zvyšování počtu sledovaných cílů jedním radarovým systémem, zvyšování odolnosti radaru proti rušení či jeho identifikaci a mnoho jiných požadavků na zlepšení.

Z hlediska topologie radarového systému rozlišujeme tyto typy: (1) monostatický radar, který obsahuje přijímač i vysílač ve stejném místě, (2) bistatický radar, který má jeden přijímač a jeden vysílač na různých místech, (3) multipoziční radar – radarový systém, který zahrnuje více (od několika po desítky) prostorově oddělených vysílačích a přijímacích stanic, jejichž výstupy jsou zpracovávány společně. Systémy, vyhovující definici (3) zde budeme, podle [18], označovat MPRS (Multi-Position Radar Systems). Jednou z možností realizace takových radarových systémů je začlenění jednotlivých, samostatně pracujících monostatických radarů, do multi-radarového systému. Jinou, často používanou variantou je systém, skládající se pouze z bistatických radarů s jedním (společným) přijímačem a několika prostorově oddělenými vysílači. Tyto systémy budeme označovat MBRS (Multi-Bistatic Radar System) a právě těmito systémy se budu zabývat v této práci.

Základní myšlenkou všech MPRS je efektivnější využití informací, obsažených v prostorových charakteristikách elektromagnetického pole. Jak je dobře známo, elektromagnetické pole odražené od ozářených objektů se šíří volným prostorem (kromě stíněných oblastí). Monostatický radar získává informace o objektech z malé oblasti odpovídající vyzařovacímu diagramu antény. V MPRS je informace o sledovaných objektech získána z mnoha prostorově oddělených stanic o dosahu daných vyzařovacími diagramy antén jednotlivých stanic. Tato vlastnost MPRS umožňuje zlepšený „sběr“ informací. Vývoj MPRS jde ve shodě s všeobecným rozvojem, kdy jednotlivé pracovní bloky (monostatický, bistatický radar) jsou začleňovány do větších systémů, které díky spolupráci jednotlivých pracovních bloků zvyšují výkon, efektivitu a vlastnosti takového systému.

Vývoj multipozičních radarových systémů je považován za budoucnost radarových systémů, a to zejména z důvodu zlepšení parametrů nad technologické limity, které jsou dosahovány u

současných samostatných monostatických či bistatických radarů. Jednou z možných cest vylepšování vlastností radarových systémů, tak je jejich sdružování do větších celků, čímž se dosáhne zlepšení požadovaných vlastností.

Vícepoziční radarové systémy jsou vyvíjeny mnoho let např. [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27]. Problematiku MSRS lze rozdělit na dvě oblasti:

- prostorově oddělené stanice
- společné zpracování dat z jednotlivých stanic

Kombinace těchto dvou základních vlastností nám určuje hlavní výhody MPRS systémů. Společné zpracování dat je možné, pokud MPRS systém je tvořen minimálně dvěma přijímacími stanicemi, jednou vysílací stanicí (může se shodovat s místem přijímací stanice) nebo nejméně dvěma vysílacími stanicemi a jednou přijímací stanicí (opět se místo přijímací stanice může shodovat s místem jedné z vysílacích stanic). Bistatický radar lze považovat za jakýsi základní kámen (buňku) určitého typu MPRS, jeho vlastností a patřičný technický popis lze nalézt v mnoha knihách [28], [29], [30], [31], [32].

Z hlediska požadovaných vlastností přináší multipoziční radarové systémy celou řadu výhod (a i některé nevýhody) nad systémy tvořeny jednotlivými monostatickými či bistatickými radary. V další části budou tyto vlastnosti rozebrány podrobněji.

4.1 Výhody multipozičních radarových systémů

Vzhledem k sloučení dat z jednotlivých stanic nám MPRS systémy poskytují několik zásadních výhod oproti monostatickým a bistatickým radarům, které nejsou zapojeny do společného systému.

(1) Odolnost proti rušení

Všechny metody a postupy zabraňující rušení, používané v monostatických/bistatických radarech, je možné použít i u MPRS. Zjevnou výhodou MPRS je velký počet dostatečně prostorově oddělených stanic, kdy provádění úmyslného směrového rušení je vysoce obtížné, právě z důvodu jejich počtu a oddělení. Pokud navíc pracují jednotlivé stanice v různých frekvenčních pásmech, pak je úzkopásmové rušení pro takový MPRS systém neúčinné. [18], [4], [33], [34], [35].

(2) Výkon MPRS

Přidáním jakéhokoliv počtu vysílacích a (nebo) přijímacích stanic k monostatickému či bistatickému radaru a jejich zapojení do společného MPRS systému jistě vzroste celkový výkon (dosah radaru, rozlišení a jiné charakteristiky) a citlivost systému. Jestliže MPRS systém pracuje s kooperativním příjmem informací, kde každá přijímací stanice (nebo radar) může využívat „energii“ ze všech ostatních stanic (radarů), pak tato vlastnost významně zvyšuje výkon systému. Pokud jsou délky základen dostatečně dlouhé, kolísání odraženého signálu v různých přijímacích stanicích je statisticky nezávislé. Stejný výsledek získáme, pokud cíl bude ozářen dostatečně od sebe vzdálenými vysílacími stanicemi. V tomto případě sloučení informací povede k zvýšení výkonového zisku díky vyhlazení kolísání signálu, zvláště pokud je požadována vysoká pravděpodobnost detekce. Tento zisk může být také získán v MPRS systémech s nezávislým příjmem signálu zahrnující MPRS systémy, které obsahují radary s různými nosnými frekvencemi.

Detekce cíle z různých stanic vytváří skvělou obranu proti Stealth technologiím [36], [37], [38], [39], [40]. Stealth technologie je založená na snižování radarové odrazné plochy (Radar Cross Section), tj. snižování odraženého výkonu signálu směrem k přijímači (přijímačům) radaru. [41], [42], [43], [44]. Potlačení RCS u stealth technologie je dáno konstrukcí letadla, na kterém jsou zalomené plochy, které odrážejí signál směrem od radarového přijímače. Naopak ostré hrany, hroty, špice a jiné konstrukční prvky umístěné na letadle by RCS zvyšovaly. Radarová odrazná plocha je velice závislá na úhlu dopadu a odrazu radarového signálu vůči letadlu. Vyšší detekční schopnosti MPRS systémů jsou dané jednak tím, že přijímače jsou umístěny v různých směrech, jednak „ozářením“ cíle z různých směrů, což obojí vede k zvýšení pravděpodobnosti detekce.

(3) Vzrůstající množství informací získané z přijatých signálů

Informace získané z přijatých signálů obvykle obsahují data o geometrických, fyzikálních a jiných vlastnostech cílů zahrnující pohyb cíle vzhledem ke stanicí. Pokud může být cíl pozorován z několika stanic současně, celková hodnota „informace“ o tomto cíli významně vzrůstá v porovnání s monostatickým radarem. Díky měření amplitud, fází a jiných parametrů přijatého signálu z mnoha prostorově oddělených stanic můžeme odhadnout velikost, tvar a pohyb cíle s vysokou přesností a v kratším časovém intervalu. Prostorově koherentní MPRS dostatečně rozsáhlou „síť“ antén mohou získat 2-D nebo dokonce 3-D obraz sledovaného cíle.

(4) Variabilní geometrie MPRS

Velkou výhodou MPRS systémů je vysoká variabilita systému, tj. volbou umístění jednotlivých dvojic přijímač-vysílač (bistatický radar) mohou významně navýšit detekční schopnosti systémů díky rozdílné geometrii vzhledem k cíli a také potlačit nevýhodu samostatného bistatického radaru u něhož na spojnici přijímač-vysílač dochází k významnému snížení přesnosti stanovení pozice cíle.

(5) Spolehlivost systému

Díky rozproštění MPSR systému v prostoru a určité nadbytečnosti (redundanci) některých stanic, je MPSR systém odolnější vůči poruchám i záměrnému zneškodnění. Vyřazením jedné nebo několika stanic nevede k úplné nefunkčnosti systému, ale pouze k určitému zhoršení vlastností systému (snížení rozlišení, dosahu, pokrytí atd.) Tato vlastnost se nazývá „postupná degradace“ funkčnosti systému. Spolehlivost MPRS v porovnání s monostatickým/bistatickým systémem bude pak daleko vyšší. Obsahuje-li MPRS mobilní stanice, pracující v pasivním režimu, pak lze tento systém velice obtížně vypátrat a zneškodnit.

4.2 Nevýhody multipozičních radarových systémů

Základní nevýhodou MPRS je samotná složitost návrhu MPRS a cena systému, což je nutné považovat za nutnou daň za zlepšené parametry uvedené v předchozí kapitole.

(1) Potřeba přímé viditelnosti mezi cílem a větším počtem stanic MPRS.

MPRS systémy jsou omezeny přímou viditelností mezi cílem a MPRS stanicemi. Pokud cíl není současně „viděn“ několika vysílacími a přijímacími stanicemi MPRS, pak informace o cíli např. z jedné či dvou stanic jsou nedostatečné a nemusí dojít k detekci cíle. Toto omezení je

velice významné, zejména u zjišťování polohy cílů letících v nízké letové hladině a u radarových systémů umístěných v horách či členitých terénech, kdy dochází k velkému stínění.

(2) Rozmístění stanic a přesnost určení jejich souřadnic

Při příjmu informací z jednotlivých prostorově oddělených stanic, je nezbytné přesné určení jejich souřadnic, pro správné vyhodnocení přenesených dat. Chyby (či nepřesnosti) při stanovení souřadnic jednotlivých stanic a jejich natočení vzhledem k sdružovacímu centru – Fusion Center (či jinému pomyslnému středu systému), vedou k nepřesnostem při určení souřadnic, rychlosti a jiných parametrů cíle. Určení souřadnic stacionárních stanic je v dnešní době bezproblémové, obtížnější situace nastává u stanic, které se pohybují vzhledem k zemi. K přesnému určení pozice těchto stanic se dnes nejvíce využívá satelitních navigačních systémů (GNSS). Odchytky v určení souřadnic cíle současně s odchylkami nepřesně určených souřadnic stanic, vedou k systematickým a (nebo) pomalu se měnícím chybám v určení souřadnic cíle.

(3) Složitá synchronizace, sfázování prostorově oddělených stanic a přenos referenčních signálů

Pro společné zpracování dat z jednotlivých stanic vyžadují některé druhy MPRS určitý druh synchronizace mezi stanicemi a vyhodnocovacím centrální stanicí. [45], [46]. Konkrétní požadavky závisí na druhu použitého MPRS. Velmi přesné měření souřadnic pomocí hyperbolických nebo eliptických metod vyžaduje přesnou synchronizaci. Chyba synchronizace musí být na úrovni dané převrácenou hodnotou šířky pásma signálu.

Pokud MPRS využívá kooperativní příjem signálů, pak parametry vysílaného signálu (nebo signálů, pokud je v systému obsaženo více vysílačů) musí být přítomné ve všech přijímacích stanicích. Toho lze dosáhnout propojením vysílacích a přijímacích stanic pomocí přenosových linek a vysíláním speciálních referenčních příkazů poskytujících informace jednotlivým přijímacím stanicím o velikosti korekcí.

U prostorově koherentních systémů musí být v každém přijímači referenční frekvence. Tato referenční frekvence je nezbytná pro korelační zpracování dat jak v pasivním, tak i aktivně/pasivním MPRS. Před každým přenosem dat do centrální stanice je použito frekvenční transformace pomocí referenční frekvence. Tato referenční frekvence musí být přenášena po zvláštních linkách z „hlavního“ oscilátoru. K porovnání frekvence místního oscilátoru s referenční frekvencí by mělo docházet dostatečně často, z důvodu zachování „funkčnosti“ a přesnosti daného MPRS. U koherentních systémů je nutná nejen frekvenční synchronizace, ale i synchronizace fázová.

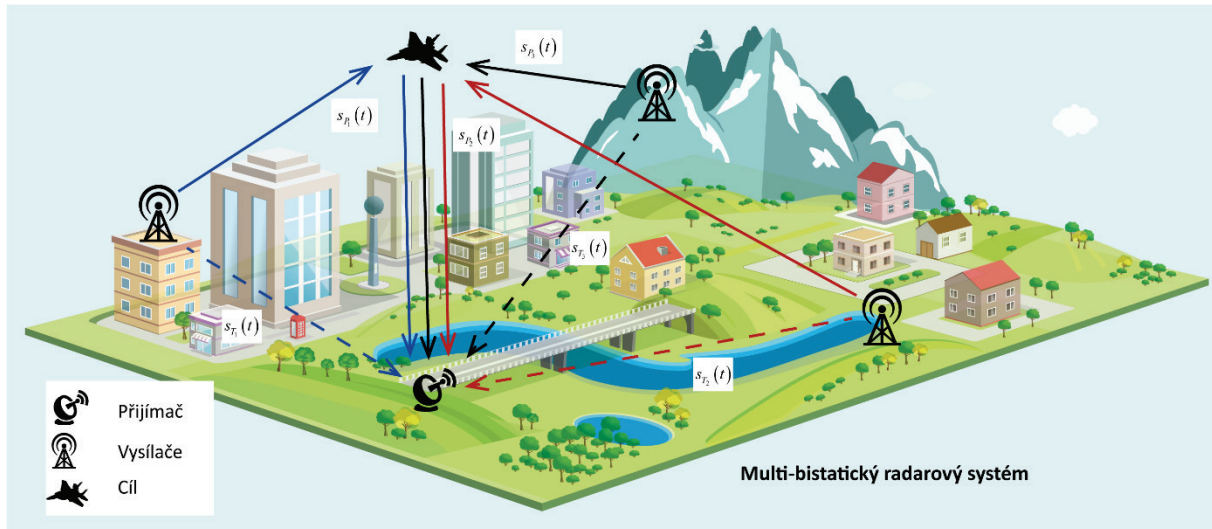
(4) Nutnost přenosových linek (Data Transmission Line – DTL)

Každý MPRS musí obsahovat přenosové linky pro přenos signálů nebo dat z jednotlivých stanic do centra, kde se provádí zpracování. Tyto přenosové linky jsou použity také pro řízení a kontrolu stanic. V dnešní době není výroba potřebných přenosových linek z technologického hlediska problém. Nevýhoda spočívá ve významném nárůstu ceny a složitosti MPSR systému. Přenosové linky je nutné vybavit ochranou proti rušení, odposlechu i proti přímému útoku.

Pokud MPRS pracuje na principu slučování primárních nebo sekundárních dat, pak tyto linky nevyžadují velkou přenosovou kapacitu, z důvodu malého objemu dat (postačuje přenos po telefonních linkách).

5 Multi-bistatické radarové systémy (MBRS)

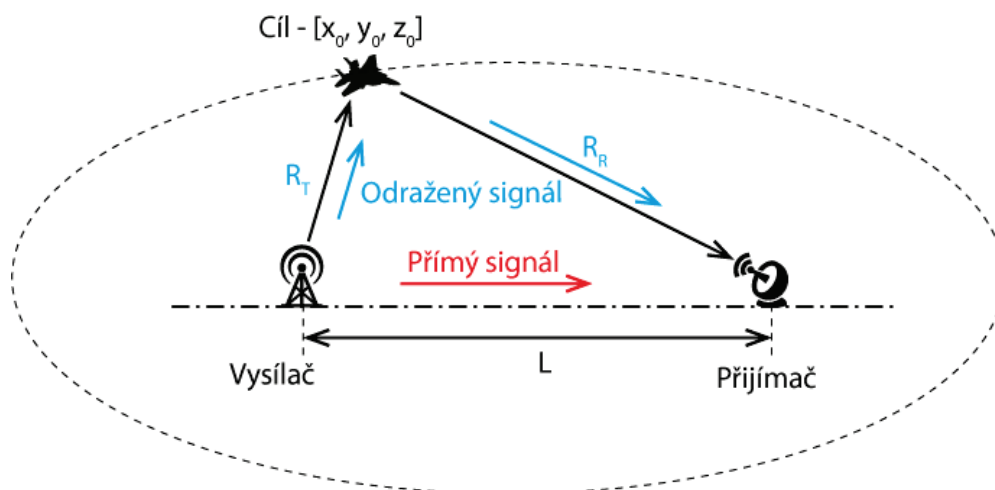
Jak už bylo řečeno, MBRS je radarový systém, který obsahuje více jednotlivých bistatických radarů tvořených několika prostorově oddělenými vysílacími a jedním společným přijímačem. Jednotlivé bistatické radary pracují v zásadě nezávisle na sobě a výsledky svých měření předávají do centrálního systému, kde se vyhodnocuje poloha a rychlost cíle (cílů). Příklad geometrie uvažovaného MBRS systému je na Obr. 5.1. $s_{P_3}(t)$



Obr. 5.1 Příklad uspořádání multipozičního radarového systému [47]

5.1 Bistatický radar

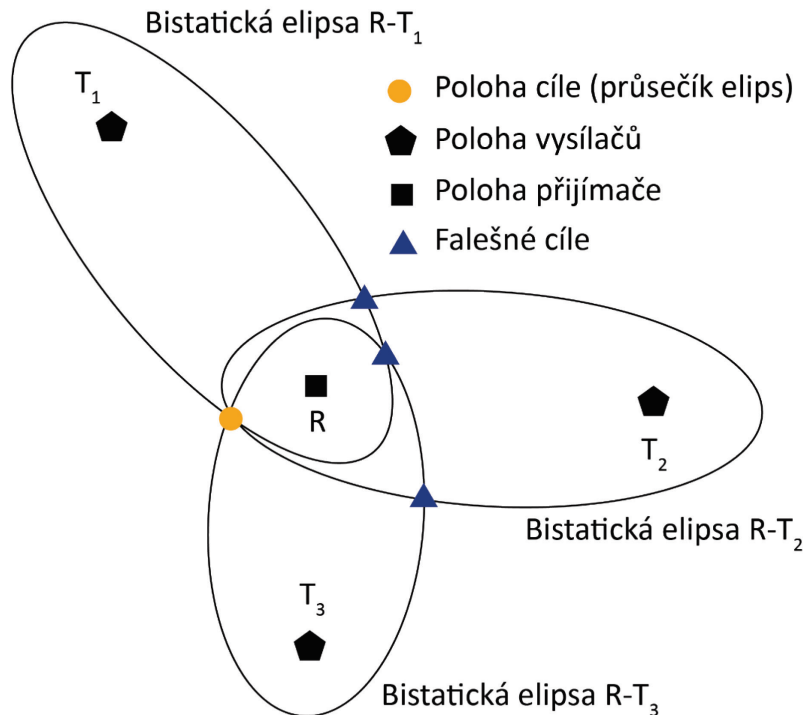
Nejprve popíšeme funkci bistatického radaru (BR), který představuje základní stavební kámen MBRS. Definice bistatického radaru sice není ustálena, ale minimální vzdálenost mezi přijímačem a vysílacem by měla být větší než několiknásobek rozlišovací schopnosti radaru v dále.



Obr. 5.2 Geometrie bistatického radaru v 2D [48]

Základní geometrie bistatického radaru s jedním cílem je na Obr. 5.2. Vzdálenost přijímače od vysílače označíme L , vzdálenost cíle od vysílače R_T a od přijímače R_R . Detekce cíle pomocí bistatického radaru je v mnohém podobná principu detekce v monostatickém radarovém

systemu [49], [50], [51], [52]. Bistatický radar určuje tzv. eliptickou vzdálenost cíle $D = R_T + R_R$ a Dopplerův posuv f_D signálu, odraženého od cíle. Stanovení těchto parametrů cíle je založeno na „porovnání“ (vzájemné korelaci) dvou signálů: přímého (referenčního) signálu $s_R(t)$ na spojnici vysílač – přijímač a odraženého $s_p(t)$ šířícího se po spojnici vysílač – cíl – přijímač po dráze délky D . Konstantní eliptická vzdálenost definuje povrch rotačního elipsoidu (ve 3D) či obvod elipsy (ve 2D) s ohnisky v místech vysílače a přijímače, kde se nachází potenciální cíl. Pro stanovení konkrétní pozice cíle (např. v kartézských souřadnicích) je nutné mít k dispozici data z více bistatických radarů. Z průniku povrchů jejich rotačních elipsoidů/elips pak lze polohu cíle vypočítat, tak jak je ukázáno na Obr. 5.3.



Obr. 5.3 Princip určení polohy cíle MBR systému pro konfiguraci přijímač a tři vysílače.

Obecně schopnost radaru rozlišit a detekovat cíle v odražených signálech od různých objektů s určením jejich vlastností jako je velikost, vzdálenost, směr příchodu odraženého signálu převážně závisí na tvaru vysílané vlny a vlastnostech a výkonu šumu a závoje (clutteru), který je definován jako nechtěné odrazy vyskytující se v signálu – odrazy od země, moře, deště, budov a jiných objektů [53]. Při výpočtu dosahu bistatického radaru vycházíme z bistatické radarové rovnice a z podmínky minimálního přijímaného výkonu:

Bistatická radarová rovnice

$$P_P = P_T G_T G_R F_T^2 F_R^2 \frac{\lambda^2 \sigma_B}{(4\pi)^3 (R_T R_R)^2} \frac{1}{L_T L_R} = P_{\min} = k T_s B_n \left(\frac{S}{N} \right)_{\min}, \quad (5.1)$$

kde P_P je přijímaný výkon,
 P_{\min} je minimální přijímaný výkon,
 R_T je vzdálenost vysílač – cíl,
 R_R je vzdálenost přijímač – cíl,
 P_T je vysílaný výkon,

G_T je zisk vysílací antény,
 G_R je zisk přijímací antény,
 λ je vlnová délka,
 σ_B je bistatická radarová odrazná plocha RCS (**R**adar **C**ross **S**ection),
 F_T je faktor šíření pro vzdálenost vysílač – cíl,
 F_R je faktor šíření pro vzdálenost cíl – přijímač,
 k je Boltzmannova konstanta,
 T_s je šumová teplota systému,
 B_n je šumová šířka pásma přijímacího filtru, vhodného pro všechny spektrální složky přijímaného signálu,
 L_T jsou ztráty na cestě vysílač – cíl (>1),
 L_R jsou ztráty na cestě cíl – přijímač (>1),
 $\left(\frac{S}{N}\right)_{\min}$ je minimální odstup signálu od šumu pro detekci cílů.

Odtud dostaneme pro maximální hodnotu součinu $R_T R_R$ vztah:

$$\kappa = (R_T R_R)_{\max} = \left[\frac{P_T G_T G_R \lambda^2 \sigma_B F_T^2 F_R^2}{(4\pi)^3 k T_s B_n (S/N)_{\min} L_T L_R} \right]^{1/2}, \quad (5.2)$$

který v rovině popisuje křivku - tzv. Cassiniho ovál [54].

Jeho matematická definice: Necht' F a G jsou dva pevně dané body v rovině. Množina bodů X v rovině takových, že součin vzdáleností $|FX|$ a $|GX|$ je konstantní a roven κ^2 , tj.

$$|FX| \cdot |GX| = \kappa^2 \quad (5.3)$$

je Cassiniho ovál.

Aplikací této definice na bistatický trojúhelník Obr. 5.2, tedy, zvolíme-li $|FX| = R_T$, $|GX| = R_R$ a vrchol trojúhelníku bude hledaný cíl, bude Cassiniho ovál představovat hranici maximálního dosahu radaru (diagram krytí).

U radarů je výhodné zobrazit diagramy krytí (Cassiniho ovály) v závislosti na obecném odstupu signálu od šumu S/N různých úrovní, místo na $(S/N)_{\min}$.

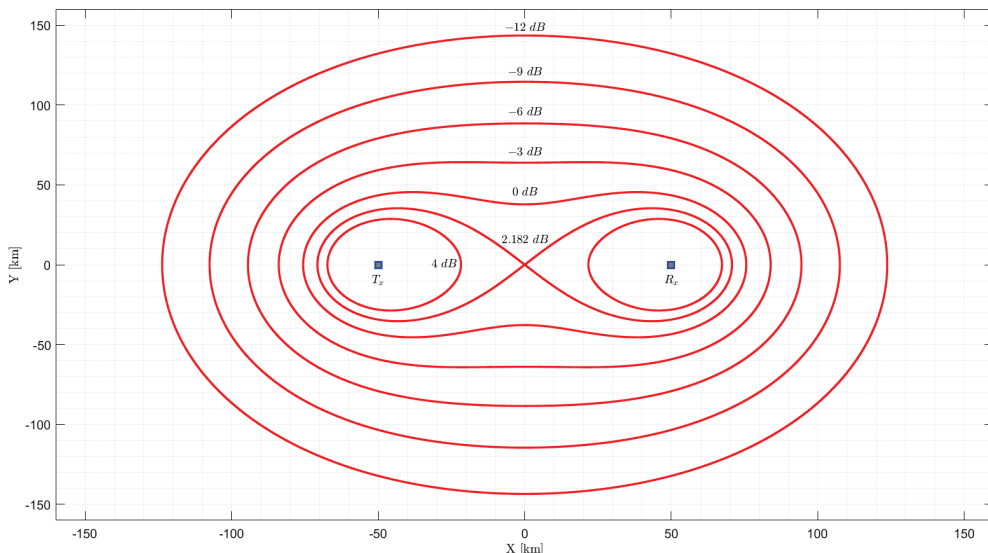
Pak dostaneme:

$$S/N = \frac{P_T G_T G_R \lambda^2 \sigma_B F_T^2 F_R^2}{(4\pi)^3 k T_s B_n L_T L_R R_T^2 R_R^2} = \frac{K}{(R_T R_R)^2}. \quad (5.4)$$

V polárních souřadnicích (r, θ) přejde rovnice (5.4) na tvar

$$S/N = \frac{K}{(r^2 + L^2/4)^2 - r^2 L^2 \cos^2 \Theta}, \quad (5.5)$$

kde K je radarová bistatická konstanta, viz. vztah (5.4).



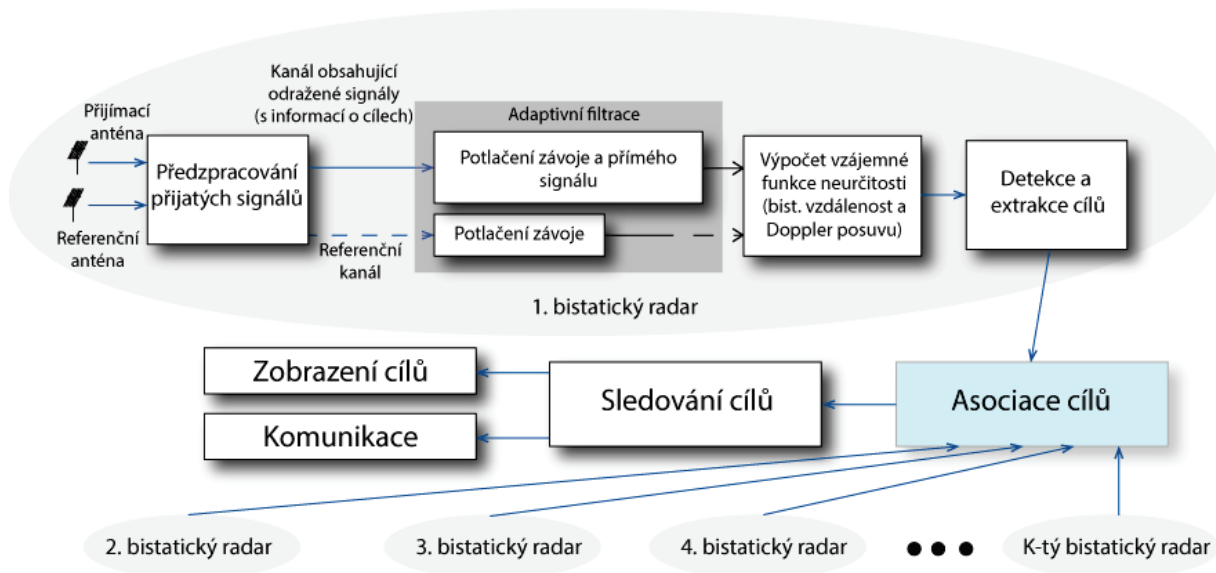
Obr. 5.4 Cassiniho ovály pro parametry:

$EIRP = 10 \text{ kW}$, $G_p = 11 \text{ dB}$, $RCS = 15 \text{ m}^2$, $f = 100 \text{ MHz}$, $F_t = F_r = 0 \text{ dB}$, $T_s = 1000 \text{ K}$, $B = 60 \text{ kHz}$

Podrobné informace věnující se bistatickým radarům lze najít v [30], [55], [56].

5.2 Zpracování signálu v MBR systému

Blokové schéma signálového zpracování v MBR systému je zobrazeno na obrázku Obr. 5.5. Horní část obrázku představuje signálové zpracování, které probíhá v každém bistatickém radaru samostatně (nezávisle na ostatních bistatických radarech). Spodní část obrázku zobrazuje společné bloky zpracování dat v MBR systému. Je nutno poznamenat, že signálové zpracování v bistatickém radaru je výpočetně velice náročné v porovnání s monostatickým radarem, jak bude ukázáno níže.



Obr. 5.5 Blokové schéma signálového zpracování v MBR systému

5.3 Zpracování signálu v bistatickém radaru

Každý bistatický radar bude obsahovat referenční anténu (často směrovou), která v ideálním případě přijímá pouze přímý signál $s_T(t)$, tj. signál, šířící se po spojnici vysílač-přijímač bez obsahu informace o cílech. Přijímací anténa (směrová či všesměrová – dle požadavků na pokrytí zájmového prostoru) přijímá zejména odražené signály $s_p(t)$ od detekovaných cílů a ostatních objektů. Blok předzpracování přijatých signálů zahrnuje analogovou filtraci signálu, digitalizaci signálu, konverzi signálů na komplexní obálky a další potřebné operace pro následné zpracování. Blok adaptivní filtrace slouží k separaci přímého a odraženého signálu a také k potlačení pozemního závoje. V reálném systému totiž přímý signál $s_T(t)$ nebude obsahovat pouze vysílaný signál, ale také odrazy od pozemních objektů (pozemní závoj) i signály, odražené od cílů. Podobně, odražený signál $s_p(t)$ bude obsahovat i pozemní závoj a přímý signál, které je nutno potlačit. A právě adaptivní filtrace plní tuto funkci a potlačuje nežádoucí složky těchto signálů. Výkonová úroveň přímého signálu i pozemního závoje je však mnohem větší, než je výkonová úroveň signálů, odražených od cílů, které chceme sledovat. Proto je adaptivní filtrace u bistatických radarů velice obtížný úkol a v případě nevhodně použitého adaptivního filtru nedojde k dostatečnému potlačení pozemního závoje a přímého signálu, což zcela znemožní následnou detekci cílů. Adaptivní filtrací se zabývají publikace [57], [58].

Dalším krokem v signálovém zpracování je výpočet eliptické vzdálenosti a Dopplerových rychlostí jednotlivých cílů. Tento výpočet je založen na výpočtu korelace mezi přímým $s_T(t)$ a odraženým signálem $s_p(t)$ pomocí funkce nazývané vzájemná funkce neurčitosti (v anglické literatuře je označována CAF – Cross Ambiguity Function). [59], [60], [61], [62], [63], [64] Vzájemná funkce neurčitosti těchto dvou signálů je dána vztahem

$$CAF(\tau, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_T^*(t) s_p(t + \tau) e^{j\omega t} dt, \quad (5.6)$$

kde $s_T(t)$ je přímý (referenční) signál,

$s_p(t)$ je přijatý signál,

τ je časový posun signálu,

ω je posun kmitočtu signálu.

V našem případě je přijatý odražený signál vůči přímému posunut v čase o hodnotu $\tau = \tau_D$ a v kmitočtu o Dopplerův posun $\omega_D = 2\pi f_D$

$$\tau_D = \frac{D-L}{c}, \quad (5.7)$$

$$f_D = -f_0 \frac{v_D}{c}$$

kde: c je rychlost světla,

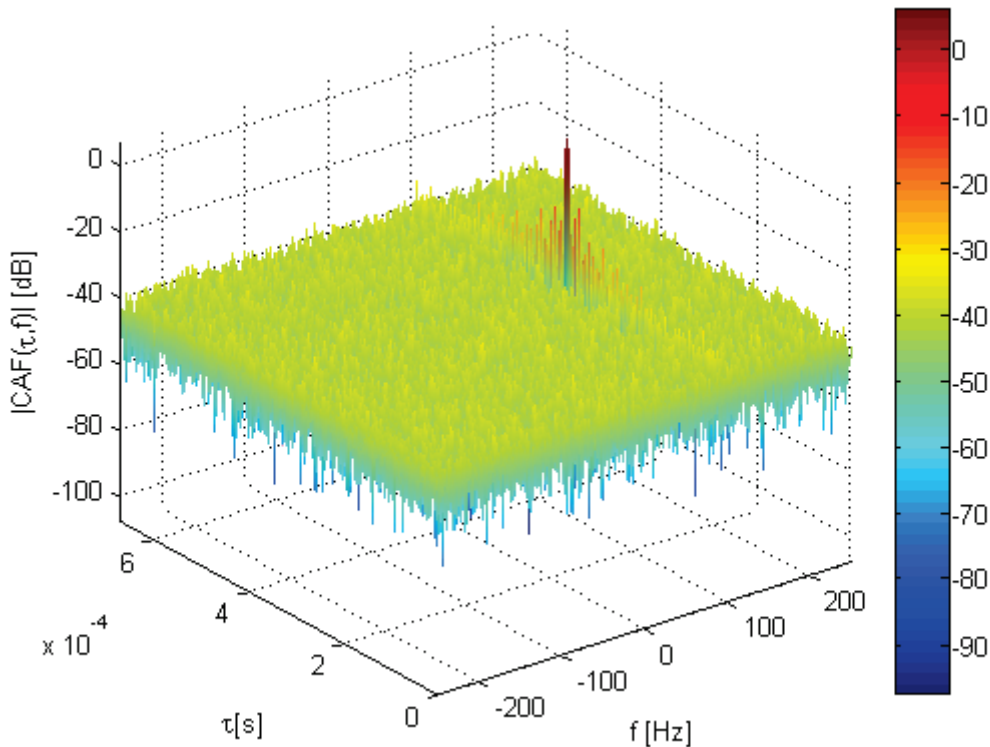
v_D je tzv. Dopplerova rychlost $v_D = \frac{dD}{dt}$,

ω_0 je nosná frekvence vysílaného signálu,

D je délka dráhy paprsku.

Funkce $CAF(\tau, \omega)$ je komplexní funkce dvou reálných proměnných, takže její absolutní hodnota představuje plochu nad rovinou (τ, ω) . Při jednom cíli má, za uvedených podmínek, tato plocha absolutní maximum v bodě $\tau = \tau_D$ a $\omega = \omega_D$. V přítomnosti více cílů je průběh CAF velmi komplikovaný, ale při dostatečné separaci jednotlivých cílů leží maxima absolutní hodnoty CAF v blízkosti bodů, odpovídajících časovým zpožděním a Dopplerovým posuvům kmitočtů jednotlivých cílů.

Otázka vzniku falešných cílů a jejich následné eliminaci, bude rozvedena později. Typická ukázka vypočtené vzájemné funkce neurčitosti pro jeden cíl se šumem je ukázána na Obr. 5.6.



Obr. 5.6 Ukázka vzájemné funkce neurčitosti [64]

Po výpočtu CA funkce následuje blok detekce a extrakce cílů, na jehož výstupu jsou eliptické vzdálenosti a Dopplerovy rychlosti všech relevantních cílů zachycených tímto bistatickým radarem. Detekce je rozhodnutí, zda je v dané rozlišovací buňce přítomen cíl. Pro detekci cílů se používají různé metody, např. CFAR (Constant False Alarm Rate). [65], [66], [67] Ta zjišťuje, zda úroveň signálu v dané buňce překročí nebo nepřekročí určitou mezní (detekční) úroveň, při které bude zajištěna požadovaná pravděpodobnost výskytu falešného poplachu. Při jejím překročení vydá detektor informaci o výskytu potenciálního cíle. Stanovení této úrovně vychází ze statistických parametrů vstupních signálů a rušení. Podrobné informace o metodách určení této úrovně lze nalézt v [49], [51].

Extrakce cílů je proces odhadu souřadnic (τ_{Dm}, f_{Dm}) těch maxim CAF, která byla detektorem propuštěna do dalšího zpracování. Index m označuje pořadí cíle, detekovaného v daném BR.

5.4 Společná část signálového zpracování v MBR systému

Vstupními daty pro společnou část signálového zpracování v MBR systému jsou extrahované dvojice hodnot časového zpoždění τ_{Dmk} a Dopplerovy frekvence f_{Dmk} získané z jednotlivých bistatických radarů, kde index k vyjadřuje pořadí radaru v systému. Zde je nutno připomenout, že pořadí cílů m je u různých radarů různé, protože BR nemá možnost identifikovat svá měření s konkrétním cílem. Blok zpracování v MBR systému pak tyto výstupy z jednotlivých bistatických radarů navzájem přiřazuje (fúzuje) a sleduje. Na výstupu tohoto bloku jsou známy pravděpodobné polohy a rychlosti jednotlivých cílů. Tato operace je extrémně náročný úkol z hlediska požadavků na výpočetní výkon. Hlavním cílem této práce je analýza jednotlivých metod asociace a sledování cílů v MBR systémech a jejich optimalizace, což je nezbytné pro praktické nasazení těchto systémů v reálném čase.

Výstupními bloky jsou blok zobrazení cílů a blok komunikace všech zjištěných informací nadřazenému systému (uživateli).

5.5 Problémy, komplikující vyhodnocení cílů a snižující dosažitelnou informační hodnotu

Tuto problematiku lze rozdělit do dvou vzájemně se prolínajících oblastí, a to (1) problémy u jednotlivých bistatických radarů, (2) problémy v MBR systému.

5.5.1. Problémy, v bistatickém radaru, jejich příčiny a metody řešení

V bistatickém radaru se setkáváme především s následujícími problémy:

- Výpadky měření (ztráta detekce cíle v důsledku šumu, clutteru nebo zastínění)
- Vznik falešných cílů (v důsledku šumu nebo clutteru)
- Zrození/zánik sledovaných cílů (v důsledku vstupu/opuštění sledovaného prostoru, případně vzletu nebo přistání cíle)
- Numerická náročnost při velkém počtu cílů (v důsledku obtížného přiřazení nového měření k předcházejícím)

Ztráta detekce:

Pravděpodobnost ztráty detekce v důsledku šumu je rovna $P_{ZD} = 1 - P_D$, kde P_D je pravděpodobnost detekce. Při obvyklých hodnotách P_D vychází $P_{ZD} = 0,1$ až $0,2$. Vzhledem k tomu, že šum bývá nekorelovaný bude pravděpodobnost opakované ztráty detekce při dvou (třech) následujících měřeních velmi malá, proto lze tento problém eliminovat při sledování výsledků měření bistatického radaru (bistatic tracking [29], [61], [68]) vhodným postupem, překlenujícím krátký výpadek měření [69].

Přítomnost clutteru (závoje z nežádoucích odrazů většinou od terénu) může způsobit ztrátu detekce tím, že maximum, nebo postranní laloky CAF těchto signálů způsobí navýšení detekční úrovně CFAR a slabší cíl pak není detekován. Tady závisí pravděpodobnost a délka výpadku detekce na vlastnostech CAF, clutteru a cíle a obecně ji dobře odhadnout nelze, nicméně lze očekávat, že doba výpadku bude delší, než 2 až 3 intervaly měření. Podobně tomu je v případě zastínění. Tyto případy se blíží problémům při zániku cíle a jejich řešení se přesouvá do zpracování v MBR systému.

Vznik falešných cílů:

Pravděpodobnost vzniku falešných cílů v důsledku šumu je rovna pravděpodobnosti falešného poplachu P_{fa} a vzhledem k typickým hodnotám této veličiny je opakovaný vznik falešného cíle

ve stejném místě v důsledku šumu zcela nepravděpodobný. Tento jev se opět snadno překlene úpravou algoritmu pro sledování měření bistatického radaru. Falešné cíle mohou vzniknout i v důsledku clutteru nebo v důsledku vícecestného šíření (např. odrazy od terénu). Tyto jevy mají obvykle dlouhodobější charakter a jejich řešení se pak přesouvá do MBR systému.

Zrození a zánik cílů:

Cíle se ve sledovaném prostoru objevují nebo mizí v důsledku toho, že do něj vstupují nebo z něj vystupují na jeho hranicích, případně přistanou nebo vzlétnou někde uvnitř prostoru. Tento problém se u BR řeší zrušením dosavadního sledování (tracku), nebo založením nového.

Numerická náročnost při velkém počtu cílů:

Adaptivní filtrace i výpočet funkce neurčitosti (CAF) jsou sice výpočetně náročné, ale náročnost těchto operací na počtu cílů téměř nezávisí. Rychlý nárůst numerické náročnosti výpočtů souvisí u BR s tím, že nová měření parametrů (eliptická vzdálenost a Dopplerův posuv) je potřeba přiřadit k sérii předcházejících měření stejného cíle (pokud existují). Proto se musí vyhodnotit pravděpodobnosti, s jakou každé nové měření přísluší ke každé posloupnosti měření všech dosud sledovaných cílů. Při M cílech, je tedy nutno vyhodnotit v každém kroku M^2 pravděpodobností, což např. při 100 cílech činí 10 000 pokusů. Navíc, při velkém počtu cílů se rozdíl ve výsledcích měření jejich parametrů zmenšují a při vyhodnocování příslušnosti měření ke dříve provedeným měřením dochází k většímu počtu chyb, které pak lze omezit například opět výpočetně náročnou metodou sledování s více hypotézami (Multi Hypothesis Tracking – [70], [71], [72], [73], [74], [75], [76]).

5.5.2. Problémy v MBR systému, jejich příčiny a metody řešení

V MBR systému se setkáváme nejčastěji s následujícími problémy:

- Vznik falešných cílů z průsečíků jednotlivých elips neodpovídajících stejnému cíli
- Nejednoznačnost průsečíků (elipsy/elipsoidy se neprotínají v jednom bodě)
- Vznik falešných cílů a ztráta detekce v důsledku clutteru
- Zrození/zánik cílů ve sledovaném prostoru
- Numerická náročnost při velkém počtu cílů

Vznik falešných cílů z průsečíků elips, neodpovídajících stejným cílům.

Každý cíl pro každý bistatický radar generuje jeden elipsoid ve 3D nebo elipsu ve 2D prostoru s konstantní eliptickou vzdáleností na jehož povrchu (obvodu ve 2D) se cíl nachází. Se vzrůstajícím počtem cílů dochází k prudkému nárůstu počtu průsečíků mezi jednotlivými elipsami. Měření od jednotlivých radarů jsou nezávislá a odrazy nelze jednoduše přiřadit ke konkrétním cílům. Je proto nutné uvažovat všechny možné kombinace měření od jednotlivých bistatických radarů. Počet všech kombinací, které je nutno uvažovat je roven:

$$N = M^K, \quad (5.8)$$

kde N je počet všech možných kombinací měření,

M je počet cílů ve sledovaném prostoru,

K je počet bistatických radarů v MBRS.

Počet průsečíků elips, které by mohly představovat polohu cílů je pak ještě dvojnásobný.

Metody asociace měření jednotlivých BR budou popsány v kapitole 6. Většina pracuje s tzv. blízkými průsečíky, jejichž počet P_k pro jeden cíl je dán vztahem

$$P = \frac{K(K-1)}{2}, \quad (5.9)$$

kde P je počet průsečíků pro jeden cíl.

Například pro $K = 3$ je $P = 3$ a nejbližší trojice průsečíků tedy mohou reprezentovat přibližné polohy cílů.

Je ovšem nutno zdůraznit, že s narůstajícím počtem cílů významně roste i počet chyb identifikaci nejbližších trojic, což je způsobeno existencí šumu a závoje (clutteru) v přijímaném signálu při zmenšujících se rozdílech mezi skutečnými eliptickými vzdálenostmi a Dopplerovými posuvy jednotlivých cílů. To způsobuje, že se objevují falešné cíle, jejichž přítomnost lze potlačit sledováním cílů v MBR systému.

Proces měření veličin z jednotlivých bistatických radarů podléhá rušení. Zejména se jedná o šum, pozemní clutter, vícecestné šíření signálu a průnik přímého signálu do přijímače. Díky rušení vzniká celá řada chyb. Jejich popis a analýza jsou součástí této kapitoly.

Je nutno zdůraznit, že s narůstajícím počtem cílů významně roste i počet chyb a negativních vlivů ve sledovaném měření, což je způsobeno existencí šumu, závoje (clutteru) v přijímaném signálu a menšími rozdíly mezi jednotlivými měřeními eliptických vzdáleností a Dopplerovských posuvů.

Chyby, vznikající v MBR systémech lze rozdělit do dvou vzájemně se prolínajících oblastí, a to (1) chyby vzniklé u jednotlivých bistatických radarů, (2) chyby vzniklé v MBR systému.

Vznik falešných cílů a ztráta detekce v důsledku clutteru

Tento problém se sem přesunul z bistatických radarů. Clutterem však může být v daném místě postiženo například jenom měření jediného bistatického radaru, což umožní přímé vyloučení falešného cíle nebo kratší ztráty detekce. Dále, na rozdíl od měření eliptické vzdálenosti a Dopplerova posuvu u BR je již v MBR systému k dispozici poloha cíle a jeho rychlost. Proto je možno využít i mapu clutteru a s její pomocí překlenout dobu poruchy pomocí sledování cíle.

Zrod a zánik cílů

Tento jev je zde snadno identifikovatelný objevením se nových nebo zánikem některých stávajících sad měření u všech použitých BR současně a je lokalizován na určitá místa v prostoru, takže lze použít i mapu hranic prostoru, případně známé polohy letišť.

Numerická náročnost

Vztah (5.8) udává počet kombinací měření BR, z nichž je nutno vybrat skutečné cíle.

Maximální počet cílů ve sledovaném prostoru vychází ze standardu evropské organizace pro bezpečnou navigaci ve vzdušném prostoru [77] určeného pro systémy řízení letového procesu. Limity se týkají prostoru ve tvaru kruhu o poloměru $r_{\max} = 250$ NM (námořní míle, 1 NM = 1852 m), v které se může nacházet až $N_{\max} = 900$ letadel. Maximální průměrná hustota letadel ρ na 1 km² je pak rovna

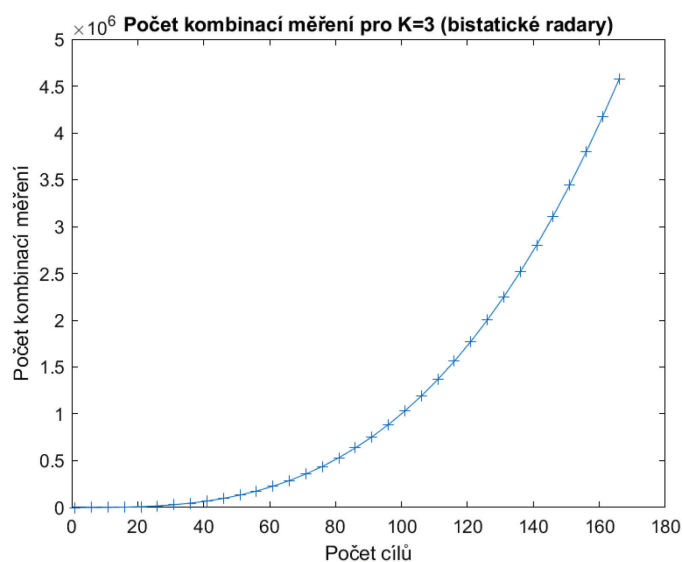
$$\rho = \frac{N_{\max}}{\pi r_{\max}^2 [km]} = \frac{900}{\pi 463^2} = 1,336 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]. \quad (5.10)$$

Lokálně však může být (dle standardu) hustota letadel až čtyřnásobně větší, tj. může dosahovat maximální hodnoty až $\rho = 5,345 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$.

Ukázka prudkého nárůstu počtu možných kombinací měření při rostoucím počtu cílů u MBRS se třemi BR je v Tab. 5.1 a na Obr. 5.7.

Tab 5.1 Celkový počet kombinací pro různých počet cílů pro tři bistatické radary ($K = 3$)

Počet cílů M	10	20	30	60	90	120	150	170
Počet kombinací měření	1000	8000	27000	216000	729000	1728000	3375000	4913000
Poměr počtu cílů a počtu všech kombinací	$1 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$6,9 \cdot 10^{-5}$	$4,4 \cdot 10^{-5}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$



Obr. 5.7 Počet kombinací měření pro tři BR a proměnný počet cílů

Uvedené hodnoty ukazují, že proces asociace při velkém počtu cílů je velice náročný na výpočetní výkon a jeho efektivita je tedy z hlediska praktické aplikace popisovaných systémů klíčová.

6 Procesy asociace a sledování v multi-bistatickém radarovém systému

Asociace a sledování dat a cílů se v MBR systému využívá minimálně ke dvěma účelům. Přímo v bistatických radarech jde o přiřazování nově naměřených dat k dřívějším výsledkům (bistatic association) a o filtraci měřených dat (bistatic tracking). Tato operace zde slouží nejen pro potlačení šumu měření, ale i k odstranění nedostatků detekce (výpadků detekce, falešných cílů) a tak umožňuje přípravu konzistentních dat pro následující operace.

V nadřazeném MBR systému slouží asociace nezávislých měření z jednotlivých bistatických radarů ke stanovení pozice, rychlosti a dalších parametrů cílů. Sledování umožňuje zpřesnění trajektorií cílů a odstranění zbylých chyb detekce případně asociace.

V dalším budeme používat následující označení:

$m = 1, 2, \dots, M$ je pořadí cíle, nebo měření,

$k = 1, 2, \dots, K$ je pořadí bistatických radarů,

$n = 1, 2, 3, \dots$ je pořadí časového okamžiku měření.

Celkový počet existujících cílů i měření, dodávaných jednotlivými bistatickými radary bude záviset jak na čase, tak na tom, který radar je dodává. Tato skutečnost však strukturu dat značně komplikuje. Pro částečné zjednodušení situace budeme tedy vždy počítat s maximálním možným počtem cílů a měření $M = M_{\max}$, přičemž pro nepřítomné cíle a chybějící měření budou příslušná data nabývat nečíselných hodnot (NaN – Not a Number). Musíme také počítat s tím, že pořadí cílů u jednotlivých radarů budou odlišná. Proto používáme pojem m – tý cíl u k – tého radaru. Pokud se týká okamžiků měření ty nebudou u jednotlivých radarů, přesně stejné, ale budeme předpokládat, že vliv těchto odchylek můžeme zanedbat.

6.1 Struktura dat a změřených parametrů u MBR

Hlavními vstupními parametry pro sledování výsledků měření jsou eliptické vzdálenosti a Dopplerovské posuvy pro jednotlivé cíle, změřené jednotlivými bistatickými radary. Každý radar však v jednotlivých časových okamžicích poskytuje nejen tyto hodnoty, ale i odhady jejich směrodatných odchylek.

Soubor měřených parametrů v okamžiku n tedy tvoří matici \mathbf{d}_k^u

$$\mathbf{d}_k^u(n) = \begin{bmatrix} d_{1k}^u(n) & f_{1k}^u(n) & \sigma_{d_{1k}}^u(n) & \sigma_{f_{1k}}^u(n) \\ d_{2k}^u(n) & f_{2k}^u(n) & \sigma_{d_{2k}}^u(n) & \sigma_{f_{2k}}^u(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{Mk}^u(n) & f_{Mk}^u(n) & \sigma_{d_{Mk}}^u(n) & \sigma_{f_{Mk}}^u(n) \end{bmatrix}, \quad (6.1)$$

kde: $d_{mk}^u(n)$ je změřená eliptická vzdálenost m – tého cíle vůči k – tému radaru v okamžiku n ,

$f_{mk}^u(n)$ je změřený Dopplerův posuv u m – tého cíle vůči k – tému radaru v okamžiku n ,

$\sigma_{dmk}^u(n)$ je směrodatná odchylka měření eliptické vzdálenosti v km m – tého cíle vůči k – tému radaru v okamžiku n ,

$\sigma_{fmk}^u(n)$ je směrodatná odchylka měření Dopplerova posuvu u m – tého cíle vůči k – tému radaru v okamžiku n ,

M je maximální počet měření (konstanta).

Předpokládáme, že chyby měření různých radarů ani chyby měření eliptické vzdálenosti a Dopplerova posuvu u stejného radaru nejsou korelované.

Výstupem bistatického sledování u k – tého radaru a současně vstupem do asociace a sledování cílů budou data, která uspořádáme do polí \mathbf{d}_k

$$\mathbf{d}_k = \begin{bmatrix} d_{1k}(n) & v_{1k}(n) & \mathbf{S}_{1k}(n) \\ d_{2k}(n) & v_{2k}(n) & \mathbf{S}_{2k}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{Mk}(n) & v_{Mk}(n) & \mathbf{S}_{Mk}(n) \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

kde: $d_{mk}(n)$ je eliptická vzdálenost m – tého cíle vůči k – tému radaru v okamžiku n po průchodu filtrací v okamžiku n ,

$v_{mk}(n)$ je Dopplerova rychlost v m/s u m – tého cíle vůči k – tému radaru (po filtraci) v okamžiku n ,

$\mathbf{S}_{mk}(n)$ je rozptylová matice vektoru stavových parametrů (d_{mk}, v_{mk}) (po filtraci) v okamžiku n ,

M je maximální počet cílů (konstanta).

I nadále předpokládáme, že chyby určení stavových parametrů mají normální rozložení a mezi jednotlivými radary a cíli nejsou korelované.

6.2 Model cílů bistatického radaru

Ve všech případech je důležité vymezení vlastností cílů a výsledků měření. Obvykle se používá tzv. standardní model cílů, kde se předpokládá:

1. Cíl je buď detekován s pravděpodobností P_D , nebo není detekován s pravděpodobností $1 - P_D$
2. Jeden cíl může generovat pouze jedno měření
3. Výsledky měření mohou odpovídat buď existujícím cílům, nebo nově zrozeným cílům, nebo falešným cílům (např. v důsledku šumu nebo clutteru).
4. Jedno měření může odpovídat pouze jednomu cíli, nebo falešnému cíli.

Nejčastějšími odchylkami od tohoto modelu je model, zahrnující tzv. nerozlišené cíle. V tomto případě místo bodu 4 platí:

- 4b. Jedno měření může příslušet i většímu počtu skutečných (nikoliv falešných) cílů.

Tento případ je nutno uvažovat zejména v případě, že dochází k rozdvojení cíle (např. když letadlo vypustí raketu). V našem případě s touto možností nebudeme počítat.

Další odchylka je významná u tzv. rozsáhlých cílů. Pokud cíl zasahuje více rozlišovacích buněk, může jeden cíl generovat více měření, pak neplatí bod 2. V našem případě je rozměr rozlišovací buňky definován rozlišovacími schopnostmi Δd a Δf_d ve dvou měřených veličinách: eliptické vzdálenosti d a Dopplerova kmitočtu f_d . V případě využití rádiových VKV vysílačů vychází $\Delta d \cong 3$ km a při integrační době 0,5 s $\Delta f_d = 2$ Hz. Z hlediska prostorového lze tedy užitečné cíle považovat za bodové. Z hlediska Dopplerova kmitočtu je však situace složitější. U odrazů od radarových cílů rozlišujeme vlastní Dopplerův efekt, způsobený pohybem celého cíle jako tuhého tělesa a mikro-Dopplerův efekt způsobený samostatným pohybem jeho částí. Sem patří například vibrace částí objektu, pohyb kol automobilů nebo listů vrtule letadel a vrtulníků. Při použití rádiových FM vysílačů vychází u vlastního Dopplerova jevu letadel $\Delta f_d \leq 1$ Hz, takže z tohoto hlediska lze letadlo za daných podmínek považovat za bodový objekt. Mikro-Dopplerův jev, způsobený listy vrtulí je většinou spojen s podstatně menší efektivní odraznou plochou než vlastní těleso cíle. Výjimečně (při zvláštních polohách listů) však dochází k velmi silným odrazům (k tzv. zábleskům – flash [78]), při nichž mají odrazy od listů velmi vysokou (až o 20 dB vyšší) úroveň se spektrem, které pokrývá prakticky celou šířku pásma Dopplerovského zpracování signálu u radaru. V těchto ojedinělých okamžicích se cíl jeví jako rozsáhlý v Dopplerově kmitočtu. Tyto skutečnosti lze rozpoznat při zpracování signálu v jednotlivých bistatických radarech, takže data, předávaná do centrálního zpracování v MBR systému předpokládáme od těchto nedostatků očištěná.

Charakter mikro – Dopplerova jevu jednoho cíle bude u jednotlivých bistatických radarů stejný, ale průběhy mikro-Dopplerových spekter budou velmi odlišné. Přesto by bylo možno právě pomocí analýzy mikro – Dopplerových spekter usnadnit asociaci dat od jednotlivých bistatických radarů v MBR systému. Tyto okolnosti jsou však relevantní hlavně pro vrtulová letadla, vrtulníky a vírníky, případně pro drony, což představuje okrajovou skupinu zájmových cílů. Proto ani variantu modelu rozsáhlých cílů nebudeme v této práci uvažovat.

Dále uvádím stručný popis jednotlivých klasických metod asociace a sledování cílů.

6.3 Sledování a asociace dat měření v bistatickém radaru

Jak už bylo řečeno, hlavními vstupními parametry pro tuto operaci u každého bistatického radaru jsou změřené hodnoty eliptických vzdáleností d_{mk}^u a Dopplerových posuvů f_{mk}^u (6.1) a na výstupu jsou parametry d_{mk} a Dopplerovy rychlosti v_{mk} podle (6.2).

Vstupní parametry hrají při sledování roli měřených parametrů a výstupní parametry roli stavových veličin. Pokud budeme pro sledování uvažovat například model systému se zrychlením rovném bílému Gaussovskému šumu, dostáváme lineární stavovou rovnici. Rovnice měření je také lineární

$$\begin{aligned} d_{mk}^u(n) &= \alpha d_{mk}(n) + w_{d_{mk}}(n) \\ f_{mk}^u(n) &= -\frac{f_0}{c} v_{mk}(n) + w_{f_{mk}}(n) \end{aligned} \quad (6.3)$$

kde α je koeficient pro případný převod jednotek d_{mk} na jednotky D_{mk} ,

$w_{d_{mk}}(n)$, $w_{f_{mk}}(n)$ jsou šумы měření d_{mk}^u a f_{mk}^u v okamžiku n .

Závislost skutečné rychlosti cílů na Dopplerových rychlostech je lineární a lze ji popsat vztahem:

$$v_{mk} = \frac{d}{dt} [R_{T_{mk}} + R_{R_{mk}}] = \frac{dx_{mk}}{dt} \left[\frac{x_{mk} - x_T}{R_{T_{mk}}} + \frac{x_{mk} - x_R}{R_{R_{mk}}} \right] + \frac{dy_{mk}}{dt} \left[\frac{y_{mk} - y_T}{R_{T_{mk}}} + \frac{y_{mk} - y_R}{R_{R_{mk}}} \right] =, \quad (6.4)$$

$$= v_{x_{mk}} A_{mk} + v_{y_{mk}} B_{mk}$$

kde v_{mk} je Dopplerovská rychlost m -tého cíle vůči k -tému radaru v okamžiku n ,
 $v_{x_{mk}}, v_{y_{mk}}$ jsou složky rychlosti m -tého cíle vůči k -tému radaru v okamžiku n
v Kartézských souřadnicích,

A_{mk}, B_{mk} jsou veličiny závislé na pozici m -tého cíle vůči k -tému radaru
v okamžiku n .

Matice měření \mathbf{H} je dána vztahem

$$\mathbf{H} \equiv \begin{Bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\frac{f_0}{c} \end{Bmatrix}. \quad (6.5)$$

Šum měření lze považovat za šum s normálním rozložením. Za těchto podmínek lze pro sledování použít standardní Kálmánův filtr, který je popsán v kapitole 7.3.

Při krátkodobém výpadku detekce se dá nedostatek měřených dat překlenout použitím extrapolovaného odhadu místo konečného odhadu stavových veličin, krátkodobý výskyt falešných cílů lze eliminovat jejich vypuštěním. Přiřazení nových měření k aktuálním se provádí například výběrem nejpravděpodobnějšího pokračování, které v tomto případě vede na nejbližší řešení ve smyslu Mahalanobisovy metriky (viz např. [69], [79]). Pro všechny sledované cíle k -tého radaru se nejprve z odhadu stavových parametrů $\hat{\mathbf{x}}_{mk}(n)$ vypočtou extrapolované odhady měření $\mathbf{y}_{emk}(n+1)$ dané vztahem

$$\mathbf{y}_{emk}(n+1) = \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}}_{mk}(n) \quad (6.6)$$

a následně se vypočítají Mahalanobisovy vzdálenosti $\rho_{m_1 m_2 k_0}$ [79] mezi nově naměřenými parametry všech cílů u jednoho radaru k_0 : $\mathbf{y}_{m_1 k_0}(n+1)$ a všemi extrapolovanými odhady měření $\mathbf{y}_{em_2 k_0}(n+1)$ u stejného radaru:

$$\rho_{m_1 m_2 k_0} = \sqrt{\mathbf{a}^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot \mathbf{a}}, \quad (6.7)$$

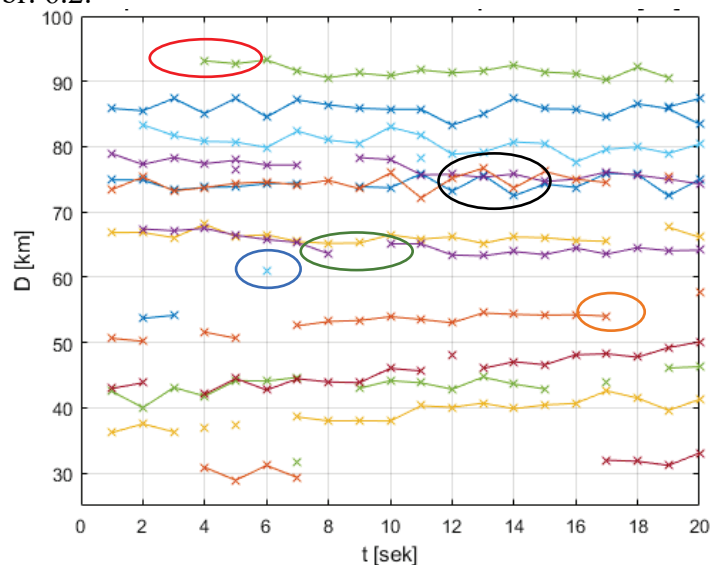
kde $\mathbf{a} = \mathbf{y}_{m_1 k_0}(n+1) - \mathbf{y}_{em_2 k_0}(n+1)$,

Σ je kovarianční matice vektoru \mathbf{a} .

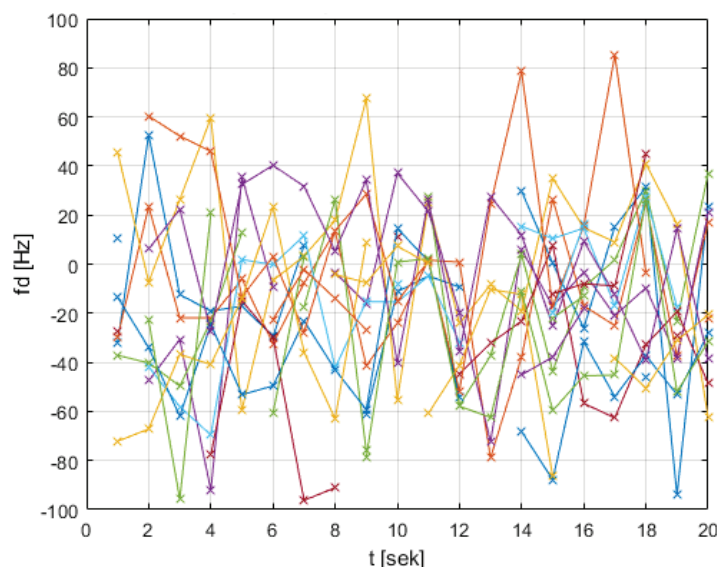
Pro každé nové měření se vyhodnotí nejbližší extrapolovaný odhad. Protože je rozložení šumů normální, znamená to, že takové přiřazení je i nejpravděpodobnější. Musíme však vzít v úvahu, že mezi novými měřeními mohou být i nové cíle, které nenavazují na žádný dosud sledovaný cíl. Přesto mezi vypočtenými vzdálenostmi vždy nějaké minimum (nebo „nejbližší“ výsledek) existuje. Je proto nutno přiřazování omezit pouze na ty případy, kdy minimální vzdálenost nepřekročí definovanou mez, při níž by už byla pravděpodobnost přiřazení příliš nízká. Za těchto okolností se k některým novým měřením nemusí nalézt dostatečně blízké dosud vedené cíle a v takovém případě se inicializuje nové sledování. Nebo naopak, k některým dosud sledovaným cílům se nepodaří nalézt dostatečně věrohodné nové měření, pak se buď postupuje jako v případě krátkodobého výpadku detekce, nebo se sledování takových cílů ukončí. Při

velké koncentraci cílů dochází i k případům, kdy jsou Mahalanobisovy vzdálenosti několika nových měření ke stejnému cíli stejné nebo velmi blízké. Pak lze postupovat např. metodou sledování s více hypotézami – Multiple Hypothesis Tracking ([80], [76], [81], [82]).

Ideální vývoj eliptické vzdálenosti a Dopplerova kmitočtu by byl tvořen rovnou nepřerušovanou čarou (jedna čára pro jeden cíl). Na Obr. 6.1 je zobrazen, z vytvořeného generátoru cílů, výstup, který zahrnuje všechny výše zmíněné vlivy, tj. vliv šumu (vývoj není tvořen přímkou, ale dochází k odchýlkám), výpadky detekce (přerušení čáry – zelená elipsa), vznik nového cíle v čase $t = 4$ – červená elipsa, zánik cíle v čase $t = 7$ – oranžová elipsa, falešný cíl – modrá elipsa či záměna cílů, tj. chybná asociace cílů v rámci jednoho bistatického radaru (černá elipsa). Obdobné chování lze vypočítat i u vývoje Dopplerova kmitočtu zobrazeného na Obr. 6.2.



Obr. 6.1 Vývoj eliptické vzdálenosti v závislosti na čase s vlivy ovlivňující asociaci cílů



Obr. 6.2 Vývoj Dopplerova kmitočtu v závislosti na čase

6.4 Zpracování dat v MBR systému

Vstupními parametry pro asociaci a sledování cílů jsou eliptické vzdálenosti a Dopplerovské rychlosti pro jednotlivé cíle $m = 1, 2, \dots, M$, (d_{mk}, v_{mk}) stanovené jednotlivými bistatickými radary $k = 1, 2, \dots, K$.

Zjednodušujícím předpokladem pro MBR systém bude sledování pouze civilních či nákladních letadel, které se ve vzdušném prostoru po většinu času pohybují v konstantní výšce cca 10 km s omezenými manévrovacími schopnostmi. Z tohoto důvodu, lze úlohu z 3D prostoru převést pouze do horizontální roviny, tak jak je naznačeno na Obr. 5.3. Skutečná poloha cíle je stanovena na základě průsečíku elips (v horizontální rovině).

Z Obr. 5.3 je patrné, že i v případě jednoho cíle a nulových chyb měření vzniká více průsečíků, z nichž pouze jeden odpovídá skutečné poloze cíle a ostatní představují tzv. falešné cíle.

Mezi vstupními parametry (d_{mk}, v_{mk}) a skutečnými souřadnicemi a složkami rychlosti cíle v MBR systému platí následující vztahy (rovnice měření):

$$d_{mk} = \sqrt{(x_{mk} - x_p)^2 + (y_{mk} - y_p)^2 + h^2} + \sqrt{(x_{mk} - x_{vk})^2 + (y_{mk} - y_{vk})^2 + h^2} + \delta d_{mk}, \quad (6.8)$$

$$v_{mk} = \left[\frac{(x_{mk} - x_p)vx_{mk} + (y_{mk} - y_p)vy_{mk}}{\sqrt{(x_{mk} - x_p)^2 + (y_{mk} - y_p)^2 + h^2}} + \frac{(x_{mk} - x_{vk})vx_{mk} + (y_{mk} - y_{vk})vy_{mk}}{\sqrt{(x_{mk} - x_{vk})^2 + (y_{mk} - y_{vk})^2 + h^2}} \right] + \delta v_{mk}, \quad (6.9)$$

kde x_{mk}, y_{mk} jsou skutečné souřadnice m -tého cíle u k -tého radaru,

vx_{mk}, vy_{mk} jsou složky skutečné rychlosti m -tého cíle u k -tého radaru,

h je výška cíle,

δd_{mk} je chyba eliptické vzdálenosti m -tého cíle vůči k -tému radaru po filtraci (bistatickém sledování),

δv_{mk} je chyba Dopplerovy rychlosti m -tého cíle vůči k -tému radaru po filtraci (bistatickém sledování),

x_p a y_p reprezentují souřadnice přijímače,

x_{vk} a y_{vk} reprezentují souřadnice k -tého vysílače.

Kovarianční maticí vektoru chyb $[\delta d_{mk}(n), \delta v_{mk}(n)]$ je rozptylová matice $\mathbf{S}_{mk}(n)$. Vztahy (6.8) a (6.9) představují nelineární soustavu rovnic, jejíž řešení je podmíněno asociací cílů jednotlivých radarů. I pak ale zůstává problém s nelinearitou, takže se pro sledování musí použít buď některá z nelineárních modifikací Kálmánova filtru [76], [83], [84], [85], [86] nebo částicový filtr (Particle Filter [87], [88], [89]).

6.5 Asociace výstupů jednotlivých bistatických radarů

Multi bistatický radarový systém vyhodnocuje dílčí měření jednotlivých radarů. Na rozdíl od případu jediného cíle, kdy jde o standardní úlohu sledování vystupuje, v případě většího počtu cílů, do popředí problematika asociace dat z jednotlivých senzorů. Při asociaci se podle zvoleného kritéria vybírá nejlepší přiřazení dat mezi všemi možnými. Vzhledem k tomu, že počet možných kombinací přiřazení roste velmi rychle s počtem cílů je asociace při velkém počtu cílů výpočetně velmi náročná. Proto je snaha počet těchto operací při sledování i jejich výpočetní náročnost co nejvíce snížit. Při klasickém postupu se provede asociace na začátku sledování, pak probíhá sledování každého cíle samostatně a k nové asociaci se znovu přistoupí až tehdy, když dojde ke splnutí dvou nebo více cílů. Problémy nastávají zejména u cílů, které

jsou špatně rozlišitelné, což je častý problém právě při velkém počtu cílů a nízké přesnosti měření. Tady vystupuje do popředí volba kritéria výběru. Základními metodami asociace a sledování většího počtu cílů jsou metody GNN (General Nearest Neighbour) [90], [91], [92], JPDA (Joint Probabilistic Data Association) [93], [94], [95], [96], MHT (Multi Hypothesis Tracking), [97], [98], [99], [100]. Další skupinou jsou metody, využívají funkce hypotetické hustoty pravděpodobnosti PHD (Probability Hypothesis Density), [80], [83], [98].

Metody asociace dat lze z hlediska jejich zpracování rozdělit do dvou základních skupin, a to sekvenční metody asociace dat, které provádějí asociaci dat přímo v časových okamžicích měření (např. GNN, JPDA) či metody se zpožděným rozhodováním, které jsou založeny na sledování cíle po delší dobu, a k rozhodnutí o dané asociaci dat k jednotlivým cílům dochází až po delším pozorování (např. metody MHT, nebo filtry PHD). Metody se zpožděným rozhodováním, díky delší době pozorování mají věrohodnější výsledky, ale za cenu vyšších výpočetních a paměťových nároků.

Metoda GNN ([90], [91], [92])

Tento typ asociace využívá kritérium vzdálenosti asociovaných subjektů. U multivarietní soustavy vektorů měřených dat se pro výpočet vzdáleností dvou náhodných vektorů často používá tzv. Mahalanobisova metrika ρ_M [79]:

$$\rho_M^2 = (\mathbf{b} - \mathbf{a})^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{b} - \mathbf{a}), \quad (6.10)$$

kde: \mathbf{b} , \mathbf{a} jsou dva vektory o jejichž vzdálenost jde,

\mathbf{R} je kovarianční matice vektoru $(\mathbf{b} - \mathbf{a})$.

Při předpokládané Gaussově statistice vystupujících proměnných odpovídá minimální hodnota Mahalanobisovy metriky maximální pravděpodobnosti. V našem případě máme přiřadit nová měření k dosud vedeným cílům (trajektoriím). Metrika ρ_M tedy vyhodnocuje vzdálenost jednotlivých měření a očekávaných výsledků měření uvedených cílů. Potom \mathbf{a} je vektor očekávaných měřených parametrů konkrétního cíle a \mathbf{b} je jeden z vektorů změřených parametrů. V případě systému MBR, složeného z K bistatických radarů jsou složkami vektoru \mathbf{a} eliptické vzdálenosti $\{D_{km1}\}$ a Dopplerovy kmitočty $\{f_{dkm1}\}$ cíle m_1 vůči k -tému bistatickému radaru, kde $k = 1, 2, \dots, K$, $m_1 = 1, 2, \dots, M_1$. Vektor \mathbf{b} pak obsahuje naměřené hodnoty těchto veličin. Pro výpočet metriky \mathbf{R} se v technikách asociace používají různé aproximace metriky \mathbf{R} , často se např. kovarianční matice rozdílu vektorů nahradí kovarianční maticí parametrů cíle. Tato varianta např. upřednostňuje především měření, která leží v rozptylovém okolí očekávaných cílů.

Při metodě GNN se vypočtou „vzdálenosti“ mezi všemi měřeními a všemi dosud vedenými cíli (tracky). Pak se pro každý track vyhledá měření, vykazující minimální „vzdálenost“ případně se ještě vyloučí tracky, které vykazují nepřiměřeně velké minimum. Jde o metodu jednoduchou, avšak volba této metriky má i své nedostatky. Metoda GNN selhává v případech vysoké hustoty cílů, když je jejich vzájemná vzdálenost srovnatelná nebo menší než standardní odchylka měření.

Metoda JPDA ([93], [94], [95], [96])

U této metody se jako kritérium nejlepší asociace používá celková pravděpodobnost přiřazení M měření k N cílům. V případě MBR systému, složeného z K bistatických radarů, se vychází z pravděpodobnosti $p_{m_1 m_2}$, že vybrané měření m_2 je přiřazeno cíli m_1 . V případě, že všechny zúčastněné veličiny mají normální rozložení mohou být základem pro výpočet těchto

pravděpodobností vzdálenosti přiřazovaných veličin. Tedy podobně jako u metody GNN nejprve vypočteme všechny vzdálenosti ρ_{m_1, m_2}^2 a z nich pravděpodobnosti p_{m_1, m_2} . Na rozdíl od metody GNN však pravděpodobnosti p_{m_1, m_2} splňují normalizační podmínku, že celková pravděpodobnost detekce určitého cíle má definovanou hodnotu $P_{D_{m_1}} < 1$. (Menší, než 1 v důsledku šumu, clutteru nebo zániku cíle):

$$\sum_{m_2=1}^{M_2} p_{m_1, m_2} = P_{D_{m_1}}. \quad (6.11)$$

Pravděpodobnost detekce $P_{D_{m_1}}$ obecně závisí na poloze cíle. Pro výpočet $P_{D_{m_1}}$ se používají různé modely této závislosti např. parametrický nebo neparametrický model [101]. Další podmínkou je, že každé měření je přiřazeno jen k jednomu cíli.

Pro celkovou pravděpodobnost přiřazení tedy dostáváme:

$$P_{m_1} = c \cdot p_{m_1, m_2} \prod_{m=1, m \neq m_1}^{M_2} (1 - p_{m_1, m}), \quad (6.12)$$

kde: p_{m_1, m_2} je pravděpodobnost přiřazení měření m_2 cíli m_1 ,
 c je normalizační konstanta.

Na rozdíl od metody GNN popsany postup upřednostňuje úzká rozložení pravděpodobností oproti širším, což usnadňuje vyhledání optimálního přiřazení i v případě výjimečně velkých chyb měření. Metoda je selektivnější než metoda GNN, tzn., že umožňuje funkci i v případě vyšší hustoty cílů. V případě, že se dva nebo více cílů pohybují v blízkosti po delší dobu, však přesto dochází ke splývání cílů v důsledku opakovaných chyb v přiřazování.

Metody MHT ([97], [98], [99], [100])

U těchto metod tracky, u nichž nelze provést jednoznačné přiřazení měření se rozvětví a sledování probíhá pro každou možnost přiřazení (hypotézu) samostatně. Je to výpočetně velmi náročný systém, protože se hypotetické cesty ještě dále větví a tím exponenciálně narůstá počet vedených cílů. Proto se také používá větší množství různých metod omezování dalšího větvení (pruning). MHT je sice z dosud popsanych metod asociace nejúspěšnější, ale vzhledem k výpočetní náročnosti se její použití omezuje jenom na nejbližší tracky a u vzájemně separovaných tracků se používá JPDA nebo GNN.

6.6 Sledování cílů v MBR systému

Metody sledování cílů lze rozdělit do dvou základních skupin, a to metody využívající Bayesovu/Kálmánovu filtraci a metody založené na výpočtu funkce hypotetické hustoty pravděpodobnosti PHD. V této části práce bude uveden souhrn dostupných a používaných metod pro sledování cílů.

Jedním z předních odborníků věnující se oblasti asociace dat a sledování cílů pro různé druhy radarových systémů patří Yaakov Bar-Shalom [102], jehož celoživotní práce v této oblasti mu přinesla více než 64000 citací [103]. Autor se spoluautory napsal několik souhrnných knih [80], [83], [98], které se věnují problematice asociace a fúze dat a problematice sledování cílů pro různé druhy radarových systémů pracujících za rozdílných podmínek a pro různé druhy cílů.

Metody, využívající Bayesova/Kálmánova filtru

Jeden z nejvyužívanějších algoritmů určených pro sledování cílů je založen na práci Rudolfa Emila Kálmána, který byl publikován v roce 1960 [104] a představuje základní kámen sledování cílů. Existuje nespočet jeho verzí (EKF, UKF, atd...) a rozšíření určených pro různé

aplikace. Popisu sledování cílů zejména v primárních radarových systémech na základě Kálmánovy filtrace se věnuje celá řada publikací, jako [86], [105], [106]. V případě použití v multistatických radarech je nutné sledovací algoritmy upravit tak, aby dokázaly zpracovat a využít informace z jednotlivých radarových senzorů. Těto problematice se věnují publikace [107], [108], které řeší i náročnost výpočetních operací.

Problematice sledování cílů v multistatických radarových systémech, tj. i v systémech, které se mohou skládat z kombinace monostatických/bistatických radarů, se významně věnuje Alfonso Farina [109] s publikacemi [110], [111].

Z novějších aplikací je třeba zmínit také sekvenční verzi rozšířeného Kálmánova filtru (SI-EKF), iterativní verzi Kálmánova filtru UKF (IUKF), interaktivní vícenásobný model algoritmu kombinovaný se sekvenční EKF filtrem (Interactive Multiple Model Algorithm combined with Iterated Unscented Kalman filter – IMM-SI-EKF) a tentýž algoritmus pracující s UKF filtrem (Interactive Multiple Model algorithm with Iterated Unscented Kalman Filter – IMM-IUKF), viz. [112], [99], [113].

Pokud se statistika cílů významně odlišuje od Gaussovské, nebo jsou stavové rovnice, nebo rovnice měření silně nelineární, lze využít metody částicových filtrů (particle filters). Tato metoda nevyužívá linearizace rovnic stavů systémů, ani Gaussovu statistiku, ale je založena na sondování rozložení metodou Monte Carlo [114], [115], [116]. Částicový filtr představuje jeden z nejefektivnějších algoritmů pro sledování cílů. Jeho nevýhodou je extrémní výpočetní náročnost, která značně omezuje jeho široké využití.

Metody, využívající funkce PHD

V poslední době se mezi metodami sledování cílů prosazují metody, využívající funkce hypotetické hustoty pravděpodobnosti, tzv. PHD funkce (Probability Hypothetic Density Function [83], [117], [118], [94], [95], [96], [119], [120], [121]).

Podle definice (např. [122]) je funkce PHD reálná nezáporná funkce, definovaná na prostoru stavů monitorovaného systému, jejíž hodnota je rovna očekávanému počtu cílů (necelistvé číslo), které se v dané buňce nachází. Z toho vyplývá, že integrál funkce PHD přes libovolnou podmnožinu S_1 prostoru stavů (jednoho cíle) je roven střední hodnotě M_{S_1} počtu cílů, které se nacházejí v dané podmnožině a integrál přes celý prostor stavů S je roven celkovému očekávanému počtu cílů M v prostoru

$$\begin{aligned} \int_{S_1} PHD(\mathbf{x}) d\mathbf{x} &= M_{S_1} \\ \int_S PHD(\mathbf{x}) d\mathbf{x} &= M \end{aligned} \quad (6.13)$$

Průběh PHD funkce se obvykle aproximuje lineární kombinací komponent, které odpovídají jednomu odhadovanému stavu. Nejčastější používané kombinace jsou: GM (Gaussian Mixture), SMC mixture (Sequential Monte-Carlo), GIW mixture (Gaussian Inverse Wishart), GGIW (Gama-Gaussian Inverse Wishart) ([97], [117], [123]- [124]). Poslední dvě metody se používají hlavně u rozsáhlých cílů, které zde však neuvažujeme. Velkou výhodou aproximace GM je, že i po aplikaci lineární transformace zůstává aproximací GM, i když s jinými parametry, což umožňuje, že stačí počítat jen nové parametry jednotlivých složek a jejich váhy. Pokud se však statistika značně liší od normálního rozložení i lokálně nebo pokud se používají nelineární transformace, nezbyvá obvykle než přejít k SMC-M (Sequential Monte Carlo, také nazývaná částicová filtrace [125]), která dokáže pracovat i s těmito předpoklady, ale je to metoda výpočetně nesmírně náročná. V této práci se budu věnovat pouze aproximaci

GM, kde je celkové rozložení $PHD(\mathbf{x})$ lineární kombinací normálních rozložení jednotlivých složek:

$$PHD(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^I w_i \mathcal{N}(\mathbf{x} | \boldsymbol{\mu}_i, \mathbf{R}_i), \quad (6.14)$$

kde: \mathbf{x} je vektor zobecněné polohy cíle,

$\mathcal{N}(\cdot)$ je průběh normálního rozložení jedné složky,

$\boldsymbol{\mu}_i, \mathbf{R}_i$ jsou standardní parametry normálního rozložení (střední hodnota a kovarianční matice) i -té složky,

w_i je váha i -té složky.

7 Systematický přístup k asociaci dat a vedení cílů

Asociace dat a následné vedení cíle (tracking) jsou dvě úlohy, kterou jsou vzájemně provázané. Asociační metody, ať již pracující na téměř libovolném přístupu, fúzí měření z jednotlivých měření bistatických radarů (v jejich lokálních souřadných soustavách) a na základě této fúze jsou schopny stanovit pozici cíle v jednotlivých časových okamžicích ve společné souřadné soustavě (např. v kartézských souřadnicích). Vedení (tracking) cíle představuje sledování trajektorie, rychlosti a dalších parametrů cíle v čase, na základě výstupu asociačních metod v jednotlivých časových okamžicích pozorování.

Jedny z nejpoužívanějších principů vedení cíle jsou metody založené na Kálmánově filtraci, které představují rekurzivní typ filtrů pracujících/využívajících Bayesovské statistiky (tzv. Bayesův filtr). Bayesův filtr představuje základní typ filtru na jehož principu pracuje celá řada rekurzivních typů filtrů (linear-Kalman Filter, Extended Kalman Filter, Unscented Kalman Filter, Particle filter atd.), které se používají pro vedení cílů.

7.1 Bayesova filtrace

Bayesova filtrace vychází z Bayesovské statistiky, kterou objevil Thomas Bayes, anglický duchovní, který jako první formuloval Bayesovu větu [126] (Bayesův teorém), která udává vztah mezi podmíněnou pravděpodobností jevů a opačnou podmíněnou pravděpodobností

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}, \quad (7.1)$$

kde A, B jsou dva nezávislé jevy, které mohou nastat individuálně, ale i současně,

$P(A)$ je pravděpodobnost jevu A ,

$P(B)$ je pravděpodobnost jevu B ,

$P(A|B)$ je podmíněná pravděpodobnost jevu A za předpokladu, že nastal jev B ,

$P(B|A)$ je podmíněná pravděpodobnost jevu B za předpokladu, že nastal jev A .

$P(A)$ představuje apriorní pravděpodobnost (předpoklad – např. pozice cíle v následujícím časovém okamžiku), $P(B|A)$ představuje věrohodnost měřených dat na základě teoretických předpokladů a $P(A|B)$ představuje posteriorní pravděpodobnost, tj. pravděpodobnost potvrzení našeho odhadu na základě naměřených dat. Bayesovský přístup je založen na víře v platnost testované hypotézy, založené na podmíněné pravděpodobnosti.

Rekurzivní Bayesovy filtry představují základní přístup statistické filtrace, založené na aktualizaci odhadu stavu daného systému na základě nových pozorování a aktualizací rozložení pravděpodobnosti stavu systému na základě nových měření. Pro odvození Bayesova filtru využijeme Bayesův teorém daný vztahem (7.1) a Markovův předpoklad, který nám říká, že známý stav systému je nezávislý na stavu systému v budoucnu.

Při popisu Bayesova filtru použijeme aposteriorního odhadu stavu systému:

$$p(x_t | z_{1:t}), \quad (7.2)$$

kde x_t je stav systému v čase t (poloha letadla v čase t v Kartézských souřadnicích) - stavová veličina

$z_{1:t}$ jsou všechna předchozí měření v minulosti, tj. do času t (všechna měření eliptické vzdálenosti a Dopplerova posuvu).

S využitím Bayesova teoremu, prohozením proměnných z_t a x_t a vyčleněním posledního měření z_t lze náš odhad stavu upravit na tvar

$$\begin{aligned} p(x_t | z_{1:t}) &= \eta p(z_t | x_t, z_{1:t-1}) p(x_t | z_{1:t-1}) = \\ &= \eta p(z_t | x_t) p(x_t | z_{1:t-1}) = \\ &= \eta p(z_t | x_t) \int p(x_t | x_{t-1}, z_{1:t-1}) p(x_{t-1} | z_{1:t-1}) dx_{t-1} = \\ &= \eta p(z_t | x_t) \int p(x_t | x_{t-1}) p(x_{t-1} | z_{1:t-1}) dx_{t-1} \end{aligned} \quad (7.3)$$

kde η je normalizační konstanta.

Konečný vztah lze rozdělit na tzv. korekční a predikční část, kterou můžeme označit jako předběžný odhad $\bar{p}(x_t)$:

$$\begin{aligned} p(x_t | z_{1:t}) &= \underbrace{\eta p(z_t | x_t)}_{\text{korekční část}} \underbrace{\int p(x_t | x_{t-1}) p(x_{t-1} | z_{1:t-1}) dx_{t-1}}_{\text{predikční část} = \bar{p}(x_t)}. \\ p(x_t | z_{1:t}) &= \eta p(z_t | x_t) \bar{p}(x_t) \end{aligned} \quad (7.4)$$

Bayesův filtr v každém časovém okamžiku provádí predikci budoucího stavu (polohy letadla) a zároveň korekci predikce aktuálního stavu (predikovaného v předchozím okamžiku), na základě posledního měření.

V případě většího počtu cílů platí obdobný vztah [127]

$$p(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t}) = p(\mathbf{Z}_t | \mathbf{X}_t) \int_{\mathbf{X}_{t-1}} p(\mathbf{X}_t | \mathbf{X}_{t-1}) p(\mathbf{X}_{t-1} | \mathbf{Z}_{1:t-1}) \mu_s d\mathbf{X}_{t-1} \quad (7.5)$$

kde \mathbf{X}_t je množina stavů všech cílů v okamžiku t (celkový počet cílů v okamžiku t je M_t),
 \mathbf{Z}_t je množina měření všech cílů v okamžiku t ,
 $\mathbf{Z}_{1:t}$ je množina všech měření všech cílů od okamžiku 1 do okamžiku t ,
 μ_s je normalizační koeficient, závisející na tom, o který cíl se jedná.

Na rozdíl od případu s jedním cílem je v případě mnoha cílů počet možných přiřazení $\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t}$

roven $\Lambda_t = \prod_{k=1}^K M_{t,k}$, což značně komplikuje výpočty ($M_{t,k}$ je počet cílů u k -tého radaru

v okamžiku t). Po provedené asociaci, se počet potřebných výpočtů sníží na počet cílů M_t v okamžiku t a úloha se změní na paralelní vedení $M_t = \max_{k=1, \dots, K} M_{t,k}$ oddělených cílů. Asociace

ovšem vyžaduje také výpočet Λ_t funkcí $p(\mathbf{X}_t | \mathbf{Z}_{1:t})$, ale je zřejmé, že asociaci není potřeba provádět v každém okamžiku, ale až po několika (případně mnoha) krocích, což výpočty značně urychlí.

Jiný přístup volí filtr s funkcí PHD (PHDF – PHD Filter) [128]. Tento filtr řeší pouze vývoj funkce PHD a neprovádí asociace. Určení zobecněných poloh cílů se pak provede vyhledáním maxim funkce PHD, viz. kapitola 7.5.1.

7.2 Kálmánova filtrace

Kálmánova filtrace představuje jednu z nejvyužívanějších rekurzivních metod odhadu stavu systému, která pro odhad stavu systému jsou využívána naměřená data a vlastní model systému

zahrnující i jeho chování v minulosti. Kálmánova filtrace poskytuje přesnější odhady stavových parametrů, než jsou odhady založené pouze na jednom jediném měření, a to díky využití odhadu společného rozdělení pravděpodobností pro jednotlivé časové úseky. Základním typem Kálmánova filtru je lineární Kálmánův filtr (kapitola 7.3), který bude využit pro popis rozšířeného Kálmánova filtru (kapitola 7.4). Existuje celá řada odvození Kálmánova filtru, a to jak ze statistického pohledu, tak i z pohledu pravděpodobnostního. V této kapitole je uvedeno zkrácené odvození lineárního a rozšířeného Kálmánova filtru založené na pravděpodobnostním modelu, na základě knihy [129].

7.3 Základní Kálmánův filtr

Základním typem Kálmánova filtru je lineární Kálmánův filtr, který předpokládá, že všechna pravděpodobnostní rozdělení všech proměnných jsou normální a modely systému i měření jsou lineární.

Kálmánův filtr využívá princip Bayesova rekurzivního typu filtru, který odhaduje stav našeho systému (jeho pravděpodobnostní rozložení v čase t), na základě Gaussova pravděpodobnostního rozložení v čase $t-1$ a aktuálního měření (pozorování). Tyto kroky jsou opakovány pro jednotlivé časové okamžiky.

Kálmánova filtrace je složena ze dvou základních kroků

- (1) Krok predikce – na základě informací z minulosti a pozorování v čase $t-1$ odhadujeme stav systému v čase t ,
- (2) Krok korekce – na základě aktuálního měření (pozorování) v čase t dojde k „opravě“ (korekci) predikovaného stavu v čase t .

Kálmánova filtrace představuje v podstatě výpočet váženého průměru predikce a pozorování, přičemž váhy vyjadřují, na kolik jsme si jistí predikcí či měřením. Výpočet se uskutečňuje v predikční a korekční části prostřednictvím rozptylových matic chyb predikce a chyb měření.

Při popisu Kálmánova filtru využíváme vícerozměrné Gaussovo rozložení pravděpodobnosti, které je dáno vztahem

$$p(x) = \det(2\pi \Sigma)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)}, \quad (7.6)$$

kde x je vícerozměrná proměnná (vektor),
 Σ je kovarianční matice proměnné x ,
 μ je střední hodnota proměnné x ,
 $(\cdot)^T$ je operace transpozice.

Jak již, bylo zmíněno výše Kálmánův filtr pracuje pouze s lineárními modely, který lze popsat vztahy

Krok predikce (stavová rovnice):

$$x_t = A_t x_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (7.7)$$

Krok korekce (rovnice měření):

$$z_t = C_t x_t + \delta_t, \quad (7.8)$$

kde x_t je aktuální stav systému (vektor o rozměru $n \times 1$),

x_{t-1} je předchozí stav systému,

A_t je matice popisující vývoj systému v čase $t-1 \rightarrow t$ (např. pohyb letadla), rozměr matice je $n \times n$,

ε_t je chyba predikce (chyba systému),
 z_t představuje výsledek pozorování, za stavu systému x_t , (vektor o rozměru $k \times 1$),
 C_t je matice pozorování (měření). Slouží k výpočtu výsledku pozorování, očekávaného, když se nacházím ve stavu x_t (rozměr matice je $k \times n$),
 δ_t je chyba korekce (chyba měření),
 n je rozměr stavového prostoru,
 k je rozměr měření (pozorování).

U obou chyb (šumů) ε_t a δ_t předpokládáme, že jsou nezávislé a mají Gaussovo rozložení pravděpodobností a kovariančními maticemi R_t a Q_t .

Lineární model systému popsany vztahy (7.7), (7.8) a vztah pro popis vícerozměrného Gaussova rozložení (7.6) využijeme pro následný popis Kálmánova filtru s využitím vztahu Bayesova filtru (7.4).

Krok predikce $p(x_t | x_{t-1})$:

Predikční část Bayesova filtru určuje pravděpodobnost změny stavu systému z x_{t-1} do x_t . Ovlivňují ji veličiny A_t a ε_t , které vstupují do kovarianční matice R_t , kde výsledkem bude „průměr“ Gaussovského rozložení, tj. jak jsme daleko od střední hodnoty s uvážením chyby ε_t .

Krok predikce je dán vztahem

$$p(x_t | x_{t-1}) = \det(2\pi R_t)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(x_t - A_t x_{t-1})^T R_t^{-1} (x_t - A_t x_{t-1})}, \quad (7.9)$$

kde R_t je kovarianční matice vektoru x_t .

Krok korekce $p(z_t | x_t)$:

Korekční část filtru na základě predikovaného stavu systému x_t (odhadu polohy letadla) v čase $t-1$, zjišťuje, jak daleko jsme od skutečného pozorování v čase t . V podstatě se vypočítá rozdíl mezi tím, co očekáváme ($C_t x_t$) a tím co pozorují ve skutečnosti (z_t). Tímto výpočtem získám Gaussovské pravděpodobnostní rozdělení tohoto rozdílu s uvážením nejistoty (chyby) mého pozorování (měření).

Korekční krok je dán vztahem

$$p(z_t | x_t) = \det(2\pi Q_t)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(z_t - C_t x_t)^T Q_t^{-1} (z_t - C_t x_t)}, \quad (7.10)$$

kde výrazy charakterizují

z_t skutečné pozorování (měření),

$C_t x_t$ očekávaný výsledek měření při predikovaném stavu systému x_t ,

$Q_t^{-1} (z_t - C_t x_t)$ odpovídá nejistotě pozorování (měření).

Následuje prezentace algoritmu lineárního Kálmánova filtru v maticovém tvaru, která je rozdělena do pěti kroků opakujících se pro jednotlivé časové okamžiky.

Algoritmus lineárního Kálmánova filtru:

$$(1) \text{ Kálmánův filtr } (\mu_{t-1}, \Sigma_{t-1}, z_t) \quad (7.11)$$

- (a) $\bar{\mu}_t = A_t \mu_{t-1}$
- (b) $\bar{\Sigma}_t = A_t \Sigma_{t-1} A_t^T + R_t$
- (c) $K_t = \bar{\Sigma}_t C_t^T (C_t \bar{\Sigma}_t C_t^T + Q_t)^{-1}$
- (d) $\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t (z_t - C_t \bar{\mu}_t)$
- (e) $\Sigma_t = (I - K_t C_t) \bar{\Sigma}_t$

(2) Návrat do bodu (1) s hodnotami μ_t, Σ_t .

Veličiny μ_t, Σ_t představují predikovanou střední hodnotu a predikovanou kovarianční matici Gaussovského pravděpodobnostního rozdělení systému, K_t se nazývá Kálmánovo zesílení (jedná se vlastně o výpočet váženého součtu dvou Gaussovských pravděpodobnostních rozdělení a vyjadřuje míru „důvěry“ pozorování (měření) vůči predikované hodnotě).

Kálmánův lineární filtr je velmi efektivní nástroj, ale lze ho použít pouze pro lineární systémy, které mají pouze Gaussovské pravděpodobnostní rozložení. Bohužel, ve většině případů, není svět ani lineární a ani striktně Gaussovský. Pro nelineární systémy, klasický lineární Kálmánův filtr selže. Je tedy nutné použít jiné nástroje, kde jedním z nejvíce využívaných je, tzv. rozšířený Kálmánův filtr (EKF).

7.4 Rozšířený Kálmánův filtr (Extended Kalman Filter – EKF)

Rozšířený Kálmánův filtr pracuje s nelineární stavovou rovnicí a nelineární rovnicí měření

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_{t-1}) + \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \mathbf{z}_t &= \mathbf{h}(\mathbf{x}_t) + \boldsymbol{\delta}_t \end{aligned} \quad (7.12)$$

Nelineární vektorové funkce $\mathbf{g}(\mathbf{x}_{t-1})$, $\mathbf{h}(\mathbf{x}_t)$ se lokálně linearizují pomocí Taylorovy aproximace [130] ve stavu systému \mathbf{x}_{t-1} (tedy v předcházejícím okamžiku). Tak se obě nelineární rovnice nahradí lineárními a dále již výpočet probíhá shodně s lineárním Kálmánovým filtrem.

Taylorova aproximace pro krok predikce a krok korekce:

Krok predikce:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}_{t-1}) \approx \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_{t-1}) + \frac{\partial \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_{t-1})}{\partial \mathbf{x}_{t-1}} (\mathbf{x}_{t-1} - \boldsymbol{\mu}_{t-1}), \quad (7.13)$$

kde $\mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_{t-1})$ reprezentuje střední hodnotu pravděpodobnostního rozložení,

$$\mathbf{G}_t = \frac{\partial \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_{t-1})}{\partial \mathbf{x}_{t-1}} \text{ je Jakobián vektoru } \mathbf{g}(\mathbf{x}) \text{ v bodě } \boldsymbol{\mu}_{t-1}.$$

Krok korekce:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_t) \approx \mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t) + \frac{\partial \mathbf{h}(\boldsymbol{\mu}_t)}{\partial \mathbf{x}_t} (\mathbf{x}_t - \boldsymbol{\mu}_t), \quad (7.14)$$

kde $\bar{\boldsymbol{\mu}}_t$ je predikovaná střední hodnota stavových parametrů,

$\mathbf{h}(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t)$ reprezentuje predikovanou střední hodnotu pravděpodobnostního rozložení,

$\mathbf{H}_t = \frac{\partial \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_t)}{\partial \mathbf{x}_t}$ je Jakobián vektoru $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ v bodě $\boldsymbol{\mu}_t$.

Taylorova aproximace, jako každá aproximace, je jen přibližným vyjádřením původní nelineární funkce. Chyby linearizace pomocí Taylorovy aproximace lze rozdělit do dvou skupin:

- (1) V důsledku rozdílu mezi linearizovanou funkcí $\mathbf{H}_t(\mathbf{x}_t - \boldsymbol{\mu}_t)$ a původní nelineární funkcí $\mathbf{h}(\mathbf{x})$
- (2) V důsledku pravděpodobnostního rozložení stavů: Čím bude mít Gaussova křivka nižší rozptyl, tj. bude užší, tím menší bude chyba, způsobená linearizací funkce $\mathbf{g}(\mathbf{x}_{t-1})$ v bodě $\boldsymbol{\mu}_{t-1}$.

Podobně jako v případě lineárního Kálmánova filtru, budou EKF pro kroky predikce a korekce platit vztahy.

Krok predikce $p(x_t | x_{t-1})$:

$$p(x_t | x_{t-1}) = \det(2\pi R_t)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(g_t(\mu_{t-1}) - G_t(x_{t-1} - \mu_{t-1}))^T R_t^{-1} (x_t - g_t(\mu_{t-1}) - G_t(x_{t-1} - \mu_{t-1}))}. \quad (7.15)$$

Krok korekce $p(z_t | x_t)$:

$$p(z_t | x_t) = \det(2\pi Q_t)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(z_t - h(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t) - H_t(x_t - \bar{\boldsymbol{\mu}}_t))^T Q_t^{-1} (z_t - h(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t) - H_t(x_t - \bar{\boldsymbol{\mu}}_t))}. \quad (7.16)$$

S využitím linearizovaných funkcí lze upravit algoritmus lineárního Kálmánova filtru na algoritmus, tzv. rozšířeného Kálmánova filtru využívající Taylorovu aproximaci.

Algoritmus rozšířeného Kálmánova filtru:

$$(2) \text{ Rozšířený Kálmánův filtr } (\boldsymbol{\mu}_{t-1}, \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{t-1}, z_t) \quad (7.17)$$

- (a) $\bar{\boldsymbol{\mu}}_t = \mathbf{g}(\boldsymbol{\mu}_{t-1})$
- (b) $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t = G_t \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_{t-1} G_t^T + R_t$
- (c) $K_t = \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t H_t^T (H_t \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t H_t^T + Q_t)^{-1}$
- (d) $\boldsymbol{\mu}_t = \bar{\boldsymbol{\mu}}_t + K_t (z_t - h(\bar{\boldsymbol{\mu}}_t))$
- (e) $\boldsymbol{\Sigma}_t = (I - K_t H_t) \bar{\boldsymbol{\Sigma}}_t$

$$(3) \text{ Návrat do bodu (1) s hodnotami } \boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\Sigma}_t.$$

7.5 Metody, využívající funkce PHD

7.5.1. Filtr PHD (PHDF)

Podobně jako u Bayesova filtru lze odvodit i vztahy pro vývoj PHD funkce v čase [127]

$$PHD_t(\mathbf{x}) = fce(\mathbf{x}, \mathbf{X}_{t-1}, \mathbf{Z}_{1:t}, p_D(\mathbf{x}), p_S(\mathbf{x}), \beta(\mathbf{x}), \gamma(\mathbf{x})), \quad (7.18)$$

kde: $PHD_t(\mathbf{x})$ je funkce PHD v okamžiku t ,

\mathbf{x} je stav systému jednoho cíle,

\mathbf{X}_{t-1} je množina stavů všech systémů v okamžiku předcházejícím okamžiku t ,

$\mathbf{Z}_{1:t}$ je množina měření všech systémů od okamžiku 1 do okamžiku t ,

$p_D(\mathbf{x})$ je pravděpodobnost detekce v bodě \mathbf{x} ,

$p_S(\mathbf{x})$ je pravděpodobnost falešné detekce v bodě \mathbf{x} ,

$\beta(\mathbf{x})$ je pravděpodobnost zániku cíle v bodě \mathbf{x} ,

$\gamma(\mathbf{x})$ je pravděpodobnost generování cíle v bodě \mathbf{x} .

Explicitní vyjádření závislosti $PHD_t(\mathbf{x})$ na $PHD_{t-1}(\mathbf{x})$ lze však získat pouze u lineárního systému. Dále, pokud je systém lineární a $PHD_{t-1}(\mathbf{x})$ je lineární kombinací normálních rozložení (6.14) tedy GM, pak i $PHD_t(\mathbf{x})$ je GM. Takže pomocí těchto vztahů lze propagovat $PHD(\mathbf{x})$ v čase, aniž by se prováděla asociace. Podle potřeby lze zobecněné polohy (stavy \mathbf{x}) jednotlivých cílů vyhledat v místech lokálních maxim funkce PHD. Vypuštění asociací značně zjednodušuje a tím urychluje výpočty. Bohužel počet (Gaussových) komponent funkce PHD se při propagaci v čase zvyšuje, takže je nutno provádět odstraňování méně významných maxim (pruning) a slučování blízkých maxim (merging) s čímž souvisí nutnost časté renormalizace vah jednotlivých složek GM.

Popsaný postup se nazývá PHD filtr – PHDF [115], [123], [128], [131] a je výpočetně velmi efektivní. Avšak v případě vysoké hustoty cílů je už po několika krocích situace velmi nepřehledná, protože absence asociace zavádí v každém kroku mnoho dalších složek GM, odpovídajících nereálným kombinacím měřených parametrů, jejichž amplitudy nejsou zanedbatelné. Navíc, nelze jednoznačně tvrdit, že skutečným polohám cílů odpovídají právě ta největší maxima. Určité východisko nabízí následující metoda, která provádí občasnou asociaci měření jednotlivých bistatických radarů, což okamžitě sníží počet složek GM na počet cílů M_t . Po nějakou dobu lze pak u většiny cílů nezávisle propagovat jejich stavy, než se dostanou do těsné blízkosti jiných cílů, pak je nutno asociaci provést znovu. Tato metoda, kterou zde označuji jako PHD Multiplikační metoda asociace a sledování (PHD-MAT = PHD Multiplication Association and Tracking) je podrobněji popsána v kapitole 7.5.2. Je pravda, že mohou existovat i cíle, které se pohybují v těsné blízkosti jiných cílů po delší dobu, pak nezbyvá, než použít filtr PHDF pouze pro tyto vybrané cíle a těch už je méně.

7.5.2. Multiplikační metoda asociace a sledování (PHD-MAT)

Metoda PHD-MAT je nově navržený algoritmus asociace dat a následného vedení cílů, založená na modifikovaném výpočtu PHD funkce.

Výhodou této metody je fakt, že se asociace cílů, která je výpočetně velmi náročná, nemusí provádět v každém časovém okamžiku, ale až po určité době, čímž se redukuje výpočetní náročnost. Druhým vylepšením je modifikace metody výpočtu PHD funkce, oproti metodě PHDF popsané v kapitole 7.5.1, která je založená na „součtu“ jednotlivých pravděpodobnostních rozdělení jednotlivých cílů, kde pro vyšší počet cílů dochází k nárůstu velké nejednoznačnosti složek funkcí PHD.

U MBR systémů vychází výpočet funkce PHD z toho, že maxima této funkce jsou v místech maximálních pravděpodobností poloh jednotlivých cílů. U GM aproximace je PHD složena ze složek s průběhy:

$$PHD_i(\mathbf{x}) = c_i e^{-\rho^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)}, \quad (7.19)$$

kde c_i je normalizační koeficient i – tého cíle,

ρ je používaná metrika.

Výpočet modifikované PHD vychází z Gaussových složek (7.19), odpovídajících jednotlivým měřením bistatických radarů. V našem případě složky vektoru \mathbf{x} tvoří složky polohy (x, y) a rychlosti (v_x, v_y) ve dvourozměrném prostoru. Metrika $\rho(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ porovnává eliptickou vzdálenost a Dopplerův posuv $\mathbf{z}(\mathbf{x})$, příslušející obecné zobecněné poloze \mathbf{x} s naměřenými parametry \mathbf{z}_i (které odpovídají nějaké dosud neznámé zobecněné poloze cíle \mathbf{x}_i). V souladu se značením výstupů bistatických radarů (6.1) až (6.5), označíme i příslušné Gaussovské složky funkce PHD

$$PHD_{m,k}(\mathbf{x}) = c_{m,k} e^{-\rho^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{m,k})}$$

$$\rho^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{m,k}) = [\mathbf{z}(\mathbf{x}) - \mathbf{z}_{m,k}]^H \mathbf{S}_{m,k}^{-1} [\mathbf{z}(\mathbf{x}) - \mathbf{z}_{m,k}]$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ v_x \\ v_y \end{bmatrix}; \quad \mathbf{x}_{m,k} = \begin{bmatrix} x_{m,k} \\ y_{m,k} \\ v_{x_{m,k}} \\ v_{y_{m,k}} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} D(\mathbf{x}) \\ f_d(\mathbf{x}) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{z}_{m,k} = \begin{bmatrix} D_{m,k}(\mathbf{x}) \\ f_{d_{m,k}}(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \quad (7.20)$$

$$\mathbf{S}_{m,k} = \text{cov}[[\mathbf{z}(\mathbf{x}) - \mathbf{z}_i]]$$

kde: k je pořadí BR,

m je pořadí cíle u k – tého radaru,

\mathbf{x} je bod ve společném prostoru stavů jednoho cíle,

$\mathbf{z}(\mathbf{x})$ jsou vypočtené hodnoty očekávaných výsledků měření cíle ve stavu \mathbf{x} ,

$\mathbf{z}_{m,k}$ jsou výstupy hodnot D a f_d pro m – tý cíl u k – tého radaru,

$\mathbf{S}_{m,k}$ je rozptylová matice m – tého cíle k – tého radaru podle (6.2).

Protože každá složka PHD odpovídá jednomu cíli, musí být konstanty $c_{m,k}$ voleny tak, aby byl integrál každé složky přes celý prostor stavů jednoho cíle roven jedné

$$\int_S PHD_{m,k}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1. \quad (7.21)$$

Takto se funkce PHD jednotlivých složek podobají hustotám pravděpodobnosti. Nyní vynásobíme mezi sebou funkce PHD od různých radarů

$$\Gamma_n(\mathbf{x}) = \prod_{k=1, m_k \in B_n}^K PHD_{m_k, k}(\mathbf{x}), \quad (7.22)$$

kde B_n je jedna z permutací $\{m_1, \dots, m_k, \dots, m_K\}$, $m_k \in \langle 1, M_k \rangle$.

I když bude počet lokálních maxim funkcí $\Gamma_n(\mathbf{x})$ podstatně větší než počet cílů, absolutní maxima permutací B_n odpovídající skutečným cílům budou dosahovat nejvyšších hodnot. Je tedy zapotřebí nalézt maxima jednotlivých funkcí $\Gamma_n(\mathbf{x})$. Tady lze využít toho, že maximum součinu exponenciálních funkcí leží v místě minima součtu metrik $\rho^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{m_k, k})$, takže polohu maxima $\Gamma_n(\mathbf{x})$ hledáme jako

$$\mathbf{x}_n = \arg \left\{ \min_{m_k \in B_n} \sum_{k=1}^K \rho^2(\mathbf{x}, \mathbf{x}_{m_k, k}) \right\}. \quad (7.23)$$

Součet metrik je kvadratická funkce \mathbf{x} , takže minimum \mathbf{x}_n nalezneme řešením soustavy lineárních rovnic.

Poté vyjádříme velikost maxima L_n

$$L_n = \left(\prod_{k=1, m_k \in B_n}^K c_{m_k, k} \right) \exp \left(\sum_{k=1, m_k \in B_n}^K \rho^2(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{m_k, k}) \right). \quad (7.24)$$

Pro další zpracování vybereme jen zvolený počet M permutací $B_n \langle n_1, n_2, \dots, n_M \rangle$ s největšími hodnotami L_n , přičemž M volíme obvykle rovným maximálnímu počtu cílů, detekovaných v daný okamžik jednotlivými radary, tj.

$$n \in \langle n_1, n_2, \dots, n_M \rangle, \quad (7.25)$$

kde $M = \max(M_k)$.

V dalším pak tyto vybrané kombinace měření sledujeme samostatně pomocí EKF (kapitola 7.6). Současně stále vyhodnocujeme rozptyl každé kombinace σ_n^2

$$\sigma_n^2 = \sum_{k=1, m_k \in B_n}^K \rho^2(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{m_k, k}). \quad (7.26)$$

V důsledku chyb měření není hodnota takto určené chyby nulová.

Očekávali bychom, že rozptyl σ_n^2 bude dosahovat hodnot, srovnatelných s celkovým počtem proměnných, což jsou eliptická vzdálenost D_k a Dopplerův posun f_{dk} pro K radarů, tedy celkem $2K$ komponent. Pokud tento rozptyl výrazně překročí očekávanou chybu, je to známka, že používaná asociace již dále není oprávněná a je zapotřebí provést asociaci novou. Podmínku nové asociace zapíšeme ve tvaru

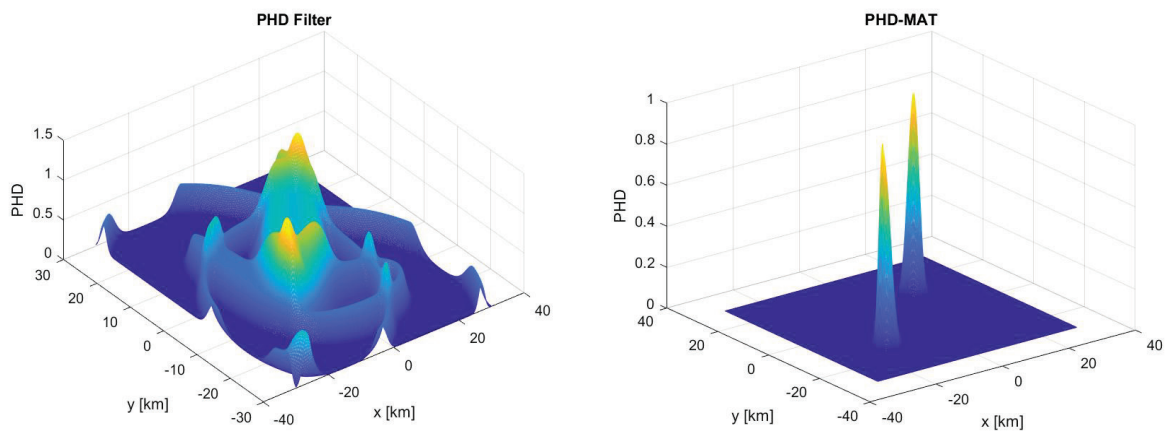
$$\sigma_n^2 > \kappa \cdot 2 \cdot K, \quad (7.27)$$

kde $\kappa > 1$ je koeficient, určený experimentálně (obvykle v rozmezí 2–5).

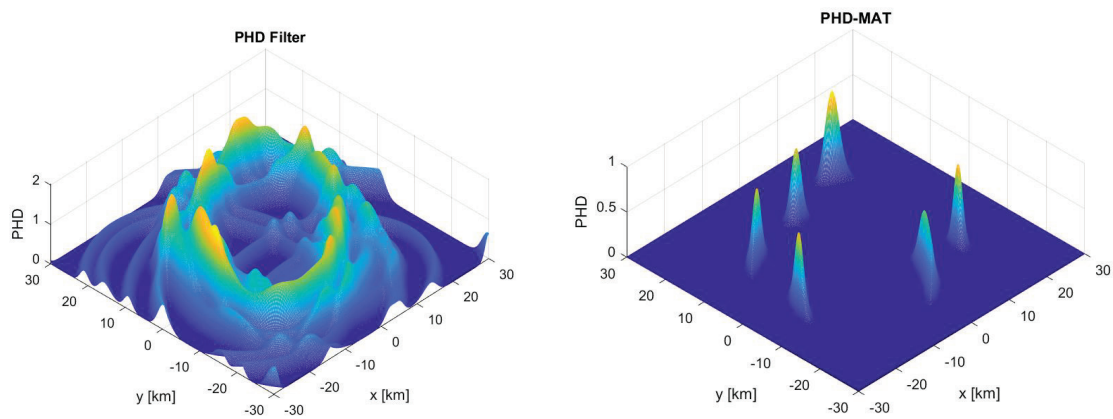
Pro ukázkou, jak se uplatní PHD-MAT oproti filtru PHDF s GM jsme zvolili MBR systém s jedním vysílačem a třemi přijímači ve vrcholech čtverce. Skládá se tedy ze tří bistatických

radarů, které ale (pro jednoduchost) měří pouze eliptické vzdálenosti cílů D ve dvourozměrném prostoru.

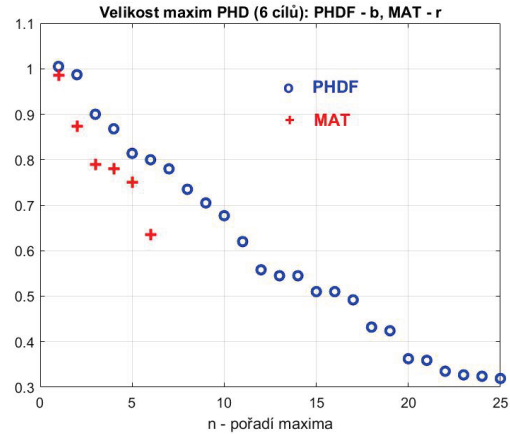
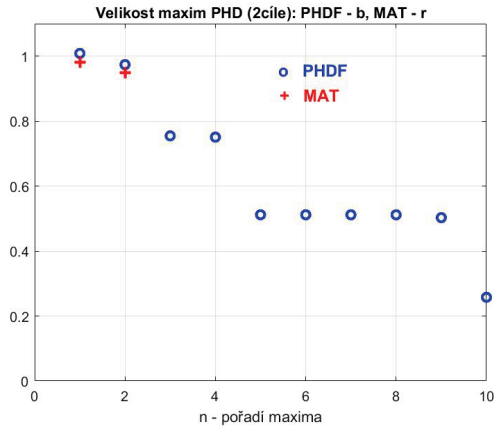
Na Obr. 7.1 je zobrazena funkce $PHD(\mathbf{x})$ jako lineární kombinace komponent (GM), příslušejících jednotlivým výsledkům bistatických radarů při dvou cílech a vedle toho funkce, složená z komponent $\Gamma_n(\mathbf{x})$ se stejnými cíli po provedené asociaci. Podobně jsou obě tyto veličiny zobrazeny na Obr. 7.2, ale pro $M = 6$ cílů. Je vidět, že metoda PHDF s aproximací GM bez asociace celkem dobře popisuje situaci při menší hustotě cílů, kde je situace srovnatelná s PHD-MAT, ale v případě vyšší hustoty cílů je u PHDF situace velmi nepřehledná, zatímco druhá metoda jednotlivé cíle stále zřetelně identifikuje. Na Obr. 7.3 jsou vyneseny velikosti maxim PHD funkce u standardní metody PHDF (bez asociace) a metody PHD-MAT po asociaci při dvou a šesti cílech. Vidíme, že metoda PHD-MAT dává jednoznačnou identifikaci správných cílů, zatímco u metody PHDF je velmi obtížné, zejména při větší hustotě cílů, rozhodnout, která maxima představují skutečné a která jen fiktivní cíle.



Obr. 7.1 Porovnání funkce PHD u metody PHDF a PHD-MAT při 2 cílech ve čtverci 30x30 km



Obr. 7.2 Porovnání funkce PHD u metody PHDF a PHD-MAT při 6 cílech ve čtverci 30x30 km

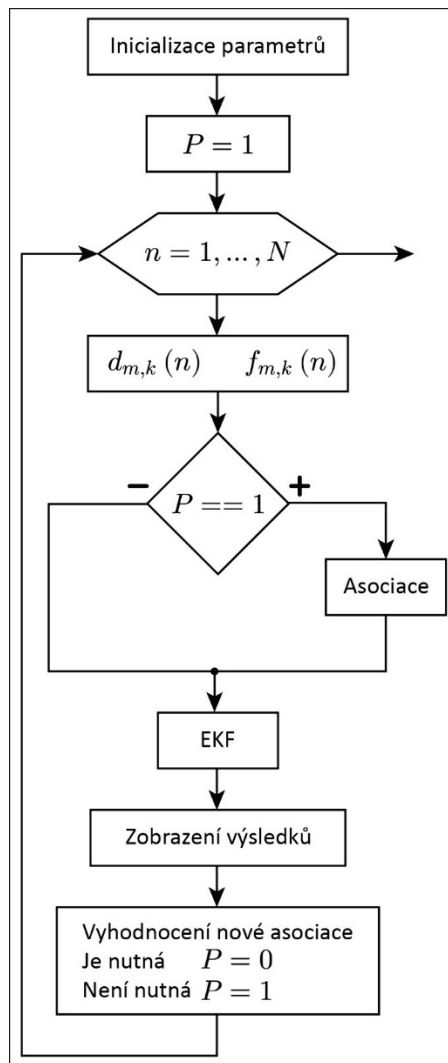


Obr. 7.3 Velikost maxim funkce PHD u metody PHDF a PHD-MAT při dvou (vlevo) a šesti (vpravo) cílech ve čtverci 30x30 km

c na Obr. 7.4. Analýza počtu kroků sledování cílů pomocí EKF s vyhodnocením postupného nárůstu chyb ve vedení cílů a ostatní analýzy budou součástí kapitoly 8.

Princip výpočtu PHD-MAT algoritmu je následující:

- Provede se inicializační asociace cílů pomocí metody PHD-MAT
- S každým dalším zpracováním dat se na základě vedení cílů pomocí EKF, dle vhodné zvoleného kritéria přiřadí příznak $P=0$ či 1.
Příznak 0: není nutná asociace a Kálmán vede cíle stále s dostatečnou přesností, Příznak 1: je nutná nová asociace. V prvním časovém okamžiku (inicializace) je vždy příznak nastaven na hodnotu $P = 1$, tj. provede se asociace. V následujících krocích, již záleží hodnota příznaku na zvoleném kritériu
- Vhodné kritérium potřeby nové asociace je založeno na porovnání souhrnného rozptylu σ_n^2 výpočtu stavu n – tého cíle s celkovým rozptylem chyb, očekávaným v důsledku chyb vedení cílů v jednotlivých BR podle (7.27).



Obr. 7.4 Blokové schéma PHD-MAT algoritmu

7.6 Aplikace EKF pro vedení cílů

V této části bude popsána konkrétní realizace rozšířeného Kálmánova filtru (Extended Kalman Filter – EKF), která slouží ke sledování již asociovaných cílů v MBR. Je založena na obecném tvaru EKF, uvedeném v kapitole 7.4. Filtr EKF „sleduje“ cíle po určitou dobu (bez nutnosti asociace v každém časovém okamžiku) a tím se významně snižuje výpočetní náročnost metody. Doba, po kterou nedochází k asociaci závisí obecně na rozptylu (rozptylových maticích) dat, dodávaných jednotlivými BR.

Výsledkem asociace a vedení cílů budou:

- (a) Přiřazení naměřených eliptických vzdáleností $d_{m,k}$ a Dopplerových kmitočtů $f_{m,k}$ u všech radarů $k = 1, \dots, K$ k příslušným cílům $m = 1, \dots, M$, kde M je celkový počet cílů. Veličiny $d_{m,k}$ a $f_{m,k}$, tak budou u každého radaru (v každém sloupci k) příslušet m – tému cíli,
- (b) Stanovení zobecněných poloh $\mathbf{x}_{m,t}$ všech cílů $m = 1, \dots, M$ v okamžiku t ,
- (c) Stanovení trajektorií cílů $\mathbf{x}_{m,1:t}$ v okamžicích 1 až t ,

Poloha m – tého cíle $\{x_m, y_m\}$ v časovém okamžiku n je řešením soustavy rovnic (6.8), kterou lze upravit na tvar

$$\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2} + \sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2} = d_{m,k}(n) + \delta_{m,k}(n), \quad (7.28)$$

pro všechny radary $k = 1, \dots, K$

kde chyby (odchylky) $\delta_{m,k}(n)$ obsahují především chyby měření (již po Kálmánově filtraci eliptických vzdáleností, tj. seřazení naměřených dat na jednotlivých bistatických radarech pro jednotlivé časové okamžiky, viz. kapitola 6.3). V rovnicích neuvažujeme výšku cíle, díky předpokladu, že sledujeme pouze civilní či nákladní letadla, která se ve vzdušném prostoru pohybují po většinu času konstantní rychlostí ve výšce cca 10 km, viz. kapitola 6.4.

Soustava rovnic (7.28) je soustava nelineárních rovnic s náhodnou pravou stranou s chybami $\delta_{m,k}$, o nichž budeme předpokládat, že jsou Gaussovské, nekorelované a se stejnými rozptyly.

Stavové parametry EKF jsou:

- Poloha m – tého cíle: $x_m(n), y_m(n)$
- Rychlost m – tého cíle: $v_{x_m}(n), v_{y_m}(n)$
- Zrychlení, které je v našem modelu pohybu charakterizováno bílým šumem s rozptylem σ_a^2

Měřené parametry (pozorování) jsou:

- Eliptická vzdálenost m – tého cíle: $d_{m,k}(n)$
- Dopplerův posuv m – tého cíle: $f_{m,k}(n)$

Stavová rovnice EKF:

$$\begin{aligned} x_m(n) &= x_m(n-1) + v_{x_m}(n)T_v + q_x(n) \\ y_m(n) &= y_m(n-1) + v_{y_m}(n)T_v + q_y(n) \\ v_{x_m}(n) &= 0 \cdot x_m(n-1) + v_{x_m}(n)T_v + q_{v_x}(n) \\ v_{y_m}(n) &= 0 \cdot y_m(n-1) + v_{y_m}(n)T_v + q_{v_y}(n) \end{aligned} \quad (7.29)$$

kde $q_x(n), q_y(n)$ jsou chyby modelu stavové rovnice v souřadnicích x, y ,

$q_{v_x}(n), q_{v_y}(n)$ jsou chyby modelu stavové rovnice složek rychlosti $v_x(n), v_y(n)$,

T_v je perioda vzorkování (perioda měření).

Rovnice měření EKF:

$$\begin{aligned} d_{m,k}(n) &= D_{m,k}(n) + w_{d_{m,k}}(n) \\ f_{m,k}(n) &= \frac{f_0}{c} \cdot \frac{dD_{m,k}(n)}{dt} + w_{f_{m,k}}(n) \end{aligned} \quad (7.30)$$

kde $D_{m,k}(n)$ je eliptická vzdálenost m – tého cíle u k – tého radaru,
 f_0 je nosná frekvence,
 c je rychlost světla,
 $w_{d_{m,k}}(n)$ je šum měření eliptické vzdálenosti,
 $w_{f_{m,k}}(n)$ je šum měření Dopplerova kmitočtu.

Eliptická vzdálenost $D_{m,k}(n)$ a její derivace $\frac{dD_{m,k}(n)}{dt}$ jsou dány vztahy

$$D_{m,k}(n) = \sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2} + \sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}$$

$$\frac{dD_{m,k}(n)}{dt} = \frac{[x_m(n) - x_p] \cdot v_{x_m}(n) + [y_m(n) - y_p] \cdot v_{y_m}(n)}{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}} + \frac{[x_m(n) - x_{vk}] \cdot v_{x_m}(n) + [y_m(n) - y_{vk}] \cdot v_{y_m}(n)}{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}} \quad (7.31)$$

Ze vztahu pro eliptickou vzdálenost a její derivaci (7.31) je patrné, že se jedná o nelineární vztahy. V případě dostatečně hustého vzorkování, lze provést jejich linearizaci s použitím Taylorovy aproximace:

$$D_{m,k}(n) \cong D_{m,k}(n-1) + \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial x_m(n-1)} \Delta x_m(n) + \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n-1)} \Delta y_m(n) \quad (7.32)$$

$$\frac{dD_{m,k}(n)}{dt} \cong \frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} + \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial x_m(n-1)} \cdot \Delta x_m(n) + \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{x_m}(n-1)} \cdot \Delta v_{x_m}(n) + \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial y_m(n-1)} \cdot \Delta y_m(n) + \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{y_m}(n-1)} \cdot \Delta v_{y_m}(n) \quad (7.33)$$

kde $\Delta x_m(n) = x_m(n) - x_m(n-1)$,
 $\Delta y_m(n) = y_m(n) - y_m(n-1)$,
 $\Delta v_{x_m}(n) = v_{x_m}(n) - v_{x_m}(n-1)$,
 $\Delta v_{y_m}(n) = v_{y_m}(n) - v_{y_m}(n-1)$.

Výpočet jednotlivých parciálních derivací ve vztazích (7.32) a (7.33), které představují Jakobián jednotlivých veličin jsou z důvodu přehlednosti zařazeny do Přílohy 1.

Vztahy (7.32) a (7.33) ještě upravíme a dostaneme linearizované verze rovnic měření (pro eliptickou vzdálenost a Dopplerův posuv)

$$d_{m,k}(n) = \left[D_{m,k}(n-1) - \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial x_m(n-1)} x_m(n-1) - \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n-1)} y_m(n-1) \right], \quad (7.34)$$

$$+ \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial x_m(n-1)} x_m(n) - \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n-1)} y_m(n) + wd_{m,k}(n)$$

$$f_{m,k}(n) = \frac{f_0}{c} \left\{ \begin{aligned} & \frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial x_m(n-1)} x_m(n-1) - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial y_m(n-1)} y_m(n-1) - \\ & \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{x_m}(n-1)} v_{x_m}(n-1) - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{y_m}(n-1)} v_{y_m}(n-1) \end{aligned} \right\} + \quad (7.35)$$

$$+ \frac{f_0}{c} \left\{ \begin{aligned} & \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial x_m(n-1)} x_m(n) - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial y_m(n-1)} y_m(n) - \\ & \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{x_m}(n-1)} v_{x_m}(n) - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{y_m}(n-1)} v_{y_m}(n) \end{aligned} \right\}$$

Praktická realizace EKF je řešena ve většině případů pomocí maticové formy, tak jak bylo ukázáno v algoritmu EKF, viz. vztah (7.11).

Stavová rovnice v maticové formě

$$\mathbf{xy}_m(n) = \mathbf{A}(n-1)\mathbf{xy}_m(n-1) + \mathbf{q}(n-1), \quad (7.36)$$

kde:

$$\mathbf{xy}_m(n) \equiv \begin{Bmatrix} x_m(n) \\ y_m(n) \\ v_{x_m}(n) \\ v_{y_m}(n) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{A}(n) \equiv \begin{Bmatrix} 1 & 0 & T_v & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_v \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{Q} \equiv \begin{Bmatrix} Q_s & 0 & Q_{sv} & 0 \\ 0 & Q_v & 0 & Q_{sv} \\ Q_{sv} & 0 & Q_s & 0 \\ 0 & Q_{sv} & 0 & Q_v \end{Bmatrix}. \quad (7.37)$$

$$Q_s = \sigma_a^2 \frac{T_v^3}{3}, \quad Q_v = \sigma_a^2 T_v, \quad Q_{sv} = \sigma_a^2 \frac{T_v^2}{2}$$

$\mathbf{xy}_m(n)$ je sloupcový vektor parametrů cílů, v pořadí souřadnice cíle x_m , y_m a složky jeho rychlosti v_{x_m} , v_{y_m} . $\mathbf{A}(n)$ je matice přenosu ve stavové rovnici a \mathbf{Q} reprezentuje kovarianční matice měření, jejíž výpočet je uveden v Příloze 2.

Linearizovaná rovnice měření v maticovém tvaru:

$$\mathbf{df}_m(k) = \mathbf{H}_m(k) \cdot \mathbf{xy}_m(k) + \mathbf{a}_m(k) + \mathbf{w}_m(k). \quad (7.38)$$

Následující vztahy popisují strukturu jednotlivých vektorů a matic:

$$\begin{aligned}
\mathbf{df}_m(n) &\equiv \begin{pmatrix} d_{m,1}(n) \\ f_{m,1}(n) \\ \vdots \\ d_{m,K}(n) \\ f_{m,K}(n) \end{pmatrix}, & \mathbf{xy}_m(n) &\equiv \begin{pmatrix} x_m(n) \\ y_m(n) \\ v_{x_m}(n) \\ v_{y_m}(n) \end{pmatrix}, & \mathbf{wm}_m(n) &\equiv \begin{pmatrix} wd_{m,1}(n) \\ wf_{m,1}(n) \\ \vdots \\ wd_{m,K}(n) \\ wf_{m,K}(n) \end{pmatrix}, & \mathbf{am}_m(n) &\equiv \begin{pmatrix} a_{m,1}(n) \\ b_{m,1}(n) \\ \vdots \\ a_{m,K}(n) \\ b_{m,K}(n) \end{pmatrix} \\
\mathbf{H}_m(n) &\equiv \begin{pmatrix} H_{dx_{m,1}}(n) & H_{dy_{m,1}}(n) & 0 & 0 \\ H_{fx_{m,1}}(n) & H_{fy_{m,1}}(n) & H_{vx_{m,1}}(n) & H_{vy_{m,1}}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{dx_{m,K}}(n) & H_{dy_{m,K}}(n) & 0 & 0 \\ H_{fx_{m,K}}(n) & H_{fy_{m,K}}(n) & H_{vx_{m,K}}(n) & H_{vy_{m,K}}(n) \end{pmatrix}, \\
H_{dx_{m,k}}(n) &= \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial x_m(n-1)} & H_{dy_{m,k}}(n) &= \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n-1)} \\
H_{fx_{m,k}}(n) &= \frac{f_0}{c} \cdot \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial x_m(n-1)} & H_{fy_{m,k}}(n) &= \frac{f_0}{c} \cdot \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial y_m(n-1)} \\
H_{vx_{m,k}}(n) &= \frac{f_0}{c} \cdot \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{x_m}(n-1)} & H_{vy_{m,k}}(n) &= \frac{f_0}{c} \cdot \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{y_m}(n-1)} \\
a_{m,k}(n) &= D_{m,k}(n-1) - \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial x_m(n-1)} x_m(n-1) - \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n-1)} y_m(n-1) \\
b_{m,k}(n) &= \frac{f_0}{c} \left\{ \begin{aligned} &\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial x_m(n-1)} x_m(n-1) - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial y_m(n-1)} y_m(n-1) - \\ & - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{x_m}(n-1)} v_{x_m}(n-1) - \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{y_m}(n-1)} v_{y_m}(n-1) \end{aligned} \right\}. \quad (7.39)
\end{aligned}$$

(1) Počáteční podmínky

$$Q_s = \sigma_a^2 \frac{T_v^3}{3}, \quad Q_v = \sigma_a^2 T_v, \quad Q_{sv} = \sigma_a^2 \frac{T_v^2}{2}$$

$$\mathbf{A} \equiv \begin{Bmatrix} 1 & 0 & T_v & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_v \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{Q} \equiv \begin{Bmatrix} Q_s & 0 & Q_{sv} & 0 \\ 0 & Q_v & 0 & Q_{sv} \\ Q_{sv} & 0 & Q_s & 0 \\ 0 & Q_{sv} & 0 & Q_v \end{Bmatrix}$$

$\mathbf{W} \equiv \text{diag}[\sigma_d^2, \sigma_f^2, \dots, \sigma_d^2, \sigma_f^2]$, čtvercová diagonální matice $2K \times 2K$

$$\mathbf{xy}_{me}(1) = \mathbf{xy}_m(1); \mathbf{S}_{me} = \mathbf{W}$$

(2) Opakovaně v každém kroku k od $k = 1$:

a. Výpočet matic měření a zesílení

$$\mathbf{H}_m(n) \equiv \begin{Bmatrix} H_{dx_{m,1}}(n) & H_{dy_{m,1}}(n) & 0 & 0 \\ H_{fx_{m,1}}(n) & H_{fy_{m,1}}(n) & H_{vx_{m,1}}(n) & H_{vy_{m,1}}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_{dx_{m,K}}(n) & H_{dy_{m,K}}(n) & 0 & 0 \\ H_{fx_{m,K}}(n) & H_{fy_{m,K}}(n) & H_{vx_{m,K}}(n) & H_{vy_{m,K}}(n) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{a}_m(n) \equiv \begin{Bmatrix} a_{m,1}(n) \\ b_{m,1}(n) \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{m,K}(n) \\ b_{m,K}(n) \end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_m(n) = \mathbf{S}_{me}(n) \cdot \mathbf{H}_m^T(n) \cdot [\mathbf{H}_m(n) \cdot \mathbf{S}_{me} \cdot \mathbf{H}_m^T(n) + \mathbf{W}]^{-1}$$

b. Odhad signálu a rozptylové matice

$$\widehat{\mathbf{xy}}_m(n) = \mathbf{xy}_{me}(n) + \mathbf{K}_m(n) \cdot [\mathbf{df}_m(n) - \mathbf{a}_m(n) - \mathbf{H}_m(n) \cdot \mathbf{xy}_{me}(n)]$$

$$\mathbf{S}_m(n) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_m(n) \cdot \mathbf{H}_m(n)] \cdot \mathbf{S}_{me}(n)$$

c. Extrapolace

$$\mathbf{xy}_{me}(n+1) = \mathbf{A} \cdot \widehat{\mathbf{xy}}_m(n)$$

$$\mathbf{S}_{me}(n+1) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}_m(n) \cdot \mathbf{A} + \mathbf{Q}$$

8 Analýza metod

Tato kapitola je věnována analýze navržené metody PHD-MAT (kapitola 7.5.2) a jejímu porovnání zejména s metodou PHDF (kapitola 7.5.1). Testování metod probíhá ve dvou scénářích:

Globální scénář: různá poloha a hustota cílů, rozložených v celém zájmovém prostoru (scénář slouží k posouzení schopnosti testované metody určit správnou polohu jednotlivých cílů v případě velkého počtu cílů).

Lokální scénář: dva až čtyři cíle se pohybují po definovaných trajektoriích v malé části celého prostoru (scénář slouží k ověření schopnosti dané metody rozlišit blízké cíle za různých podmínek).

Důležitou součástí, potřebnou pro tuto analýzu, je generátor vstupních dat, který připravuje data pro testování metod za různých podmínek, které mohou nastat.

8.1 Generátor vstupních dat

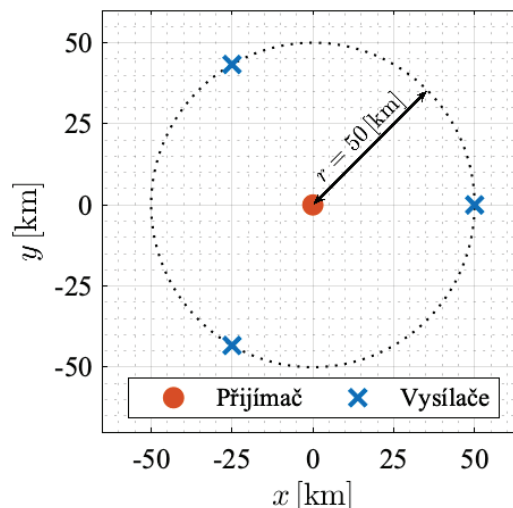
Generátor vstupních dat byl vyvinut v prostředí MATLAB z důvodu jeho snadného použití či případných modifikací kódu. Skládá se z generátoru cílů, který generuje polohy a pohyby cílů a z generátoru měřených dat, který ke každému cíli počítá eliptické vzdálenosti a Dopplerovy posuvy k jednotlivým BR.

8.1.1. Generátor cílů pro globální scénáře

V globálním scénáři umožňuje generátor cílů generovat buď determinované cíle (tj. jejich polohy a pohyby jsou manuálně zadané), nebo náhodné cíle, kdy jsou tyto parametry generovány náhodně.

Všechny cíle se pohybují ve vymezeném 2D prostoru, se středem v bodě $[0,0]$. Polohu přijímače, počet a polohu vysílačů lze volit libovolně. Pro testování byl zvolen případ s jedním přijímačem a třemi vysílači, jejichž rozmístění bylo na následující:

- Přijímač se nachází ve středu kružnice v bodě $[0,0]$
- Vysílače leží rovnoměrně rozmístěny na poloměru kružnice o velikosti 50 km, viz. Obr. 8.1



Obr. 8.1 Rozmístění přijímače a vysílačů

Generátor cílů pro globální scénáře v sobě zahrnuje níže uvedené vlivy, které umožňují komplexní vyhodnocení obou metod asociace (PHDF a PHD-MAT). Zahrnuté vlivy jsou:

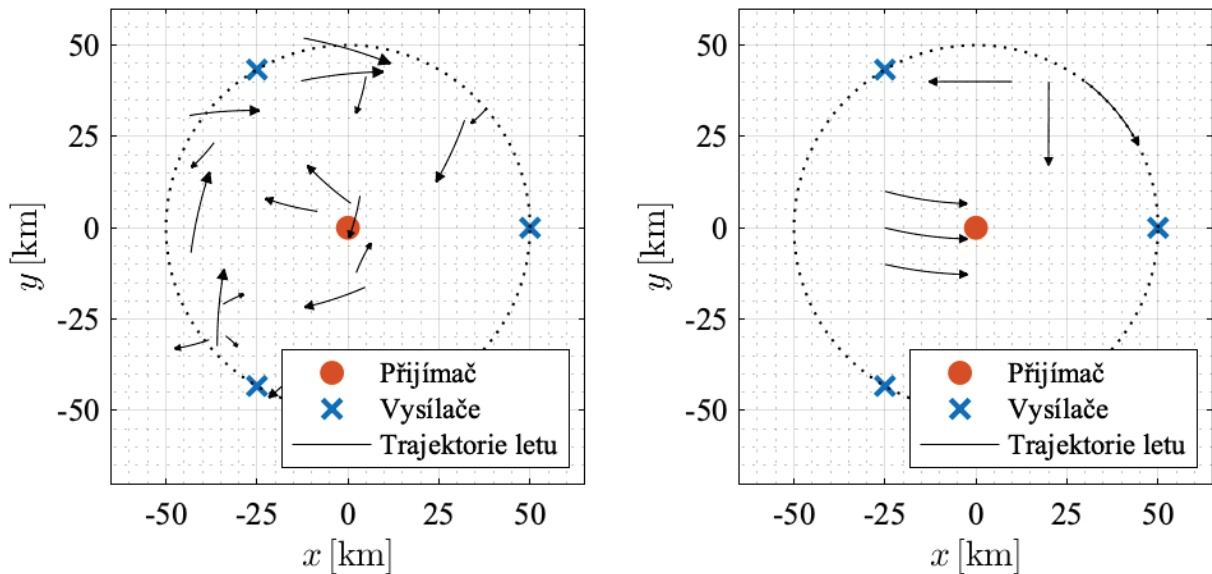
- Vznik falešných cílů z průsečíků jednotlivých elips neodpovídajících stejnému cíli
- Nejednoznačnost průsečíků (elipsy/elipsoidy se neprotínají v jednom bodě)
- Vznik falešných měření a ztráta detekce v důsledku clutteru
- Vznik falešných měření a ztráta detekce v důsledku šumu
- Zrození/zánik cílů ve sledovaném prostoru
- Chyby měření v důsledku šumu (chyby jsou generovány generátorem náhodných čísel se směrodatnou odchylkou měření eliptické vzdálenosti a Dopplerova kmitočtu)

Generátor umožňuje nastavení následujících vstupních parametrů:

Polohu přijímače, počet a polohu vysílačů

X_0	délka strany x sledovaného prostoru v km,
Y_0	délka strany y sledovaného prostoru v km,
P, R	počet bodů v osách X, Y ,
M_0	počet cílů (pro generování náhodných cílů),
N	počet uvažovaných kroků v čase,
ΔT	časový krok v sekundách,
v_{\max}	maximální rychlost cíle v m/s,
P_d	pravděpodobnost detekce,
P_{fa}	pravděpodobnost falešného poplachu v důsledku šumu,
P_c	pravděpodobnost detekce clutteru,
L_k	korelační délka detekovaného clutteru v počtech kroků detekce,
f_0	kmitočet nosné,
σ_D	standardní odchylka měření eliptických vzdáleností v km,
σ_f	standardní odchylka měření Dopplerova kmitočtu v Hz,
σ_a	standardní odchylka měření zrychlení v ms^{-2} .

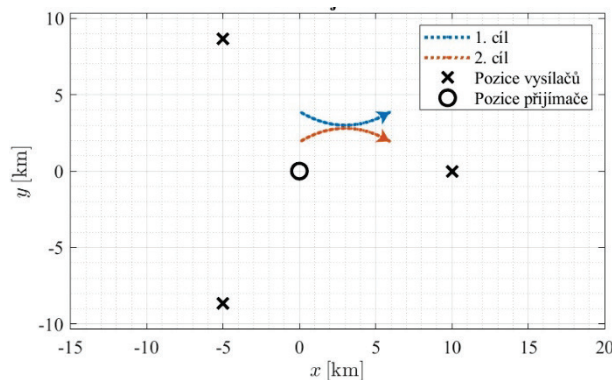
Vizualizace generovaných dat náhodných cílů s definovanou hustotou cílů v daném prostoru je zobrazena na Obr. 8.2 (vlevo), vizualizace generovaných dat cílů po předem definovaných trajektoriích je ukázána na obrázku Obr. 8.2 (vpravo).



Obr. 8.2 Ukázka vizualizace generovaných dat náhodných cílů (vlevo) a vizualizace trajektorie dat determinovaných cílů

8.1.2. Generátor cílů pro lokální scénáře

V lokálním scénáři umožňuje generátor cílů generovat pohyb determinovaných cílů po specifických trajektoriích, např. křížících se cílů, cílů pohybujících se po parabole atd., které mají sloužit zvláště k potvrzení výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT. Pohyb cílů lze definovat libovolně v prostoru, stejně jako polohu přijímače, počet a polohu vysílačů. Z důvodu přehlednosti byla opět zvolena konfigurace, kdy pozice přijímače je v bodě $[0,0]$ a vysílače jsou umístěny rovnoměrně na kružnici o poloměru 20 km. Generátor umožňuje nastavení pohybu cílů po přímce a po parabole. U obou trajektorií lze nastavit individuální parametry cíle: počáteční rychlost cíle v_0 $[\text{ms}^{-1}]$, úhel natočení trajektorie α $[\text{°}]$ vůči ose x , konstantní zrychlení cíle a $[\text{ms}^{-2}]$, ostatní vstupní parametry jsou shodné s parametry uvedenými u globálního generátoru scénářů (až na počet cílů a maximální rychlost cíle, které jsou používány pro generování náhodných cílů). Ukázka grafického výstupu z generátoru lokálních cílů je na Obr. 8.3.



Obr. 8.3 Ukázka vizualizace generovaných dat determinovaných cílů pro lokální testování

8.2 Popis globálních scénářů a výsledků testování metod PHDF a PHD-MAT

V tomto scénáři se provádí analýza úspěšnosti určení poloh cílů metodami PHDF a PHD-MAT v celém sledovaném prostoru: (1) při různém počtu cílů, tj. při různé hustotě letového provozu, (2) různých chybách měření (směrodatné odchylce měření eliptické vzdálenosti) a (3) Stanovení trajektorie cíle, tj. vývoj polohy cílů v čase. Všechny falešné cíle se pro tyto účely považují také za neúspěšně stanovené polohy. Vychází se z malého počtu cílů a postupně se zvyšuje počet cílů a sleduje se úspěšné stanovení polohy cílů pomocí obou metod. Neúspěšnost stanovení polohy je rovna počtu neúspěšných určení polohy dělenému počtem skutečných cílů. Pro každou stanovenou hustotu cílů se provádí 20 pokusů, tak aby šlo data relevantně vyhodnotit.

8.2.1. Analýza vlivu hustoty cílů

Maximální počet cílů ve sledovaném prostoru vychází ze standardu evropské organizace pro bezpečnou navigaci ve vzdušném prostoru [77] určeného pro systémy řízení letového procesu, tak jak je uvedeno v kapitole 5.5.2. Maximální průměrná hustota letadel ρ na 1 km^2 je rovna

hodnotě $\rho_{MAX} = 1,336 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$, přičemž v lokální oblasti může být hustota provozu až

čtyřnásobně vyšší, tj. $\rho_{MaxLok} = 5,345 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$. Pozice cílů jsou pro danou hustotu letadel

generovány náhodně. Velikost sledovaného prostoru byla dána kružnicí o poloměru 50 km , tj. plocha 7850 km^2 . Hustota letadel byla volena tak, aby bylo pokryto hodnoty v okolí maximálních povolených hustot, tj. nejhorší možné případy. Výpočet PHDF a PHD-MAT je prováděn pro jediný časový okamžik. Zvolené hustoty cílů (s uvedeným průměrným počtem

cílů) jsou: $\rho_1 = 1,4 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$ (11 cílů), $\rho_2 = 2,2 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$ (17 cílů),

$\rho_3 = 4 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$ (31 cílů), $\rho_4 = 5,6 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$ (44 cílů). Výsledky výpočtu pomocí

metody PHD-MAT a pomocí PHD filtru jsou zobrazeny na Obr. 8.4 - Obr. 8.7.

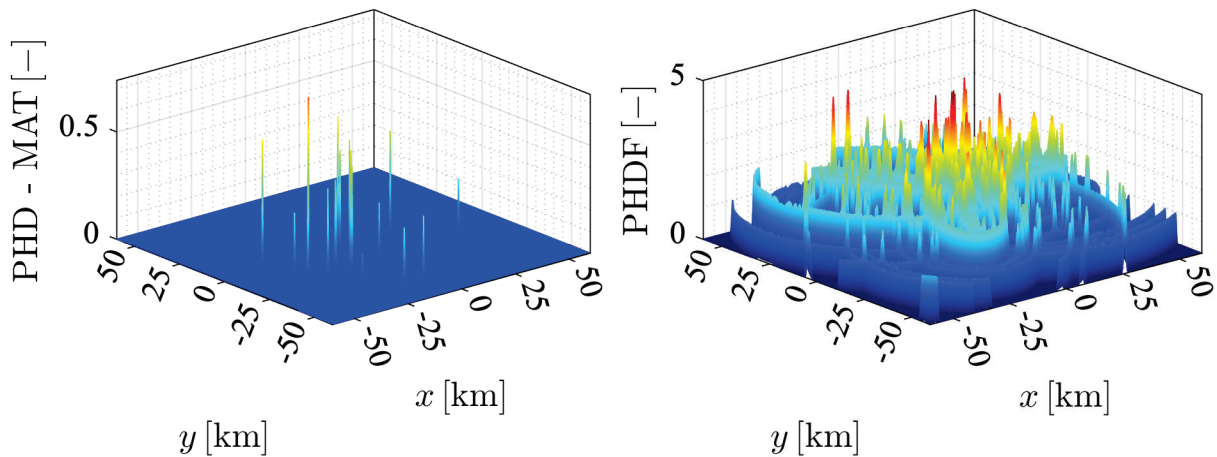
Z prezentovaných výsledků je zřejmé, že z pohledu počtu maxim, které odpovídají potenciální poloze cílů dochází u metody PHD-mat k významné redukci počtu maxim oproti metodě

PHDF, kde i pro hodnotu hustoty letového provozu $\rho_1 = 1,4 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$, má PHDF funkce

celou řadu ostatních maxim reprezentujících falešné cíle. Tvar PHD funkce vypočítané pomocí metody PHDF (Obr. 8.4 - Obr. 8.7. vpravo) je tvořen průnikem bistatických elips, jejichž povrch není konstantní, ale má celou řadu maxim umístěných na elipsách a ležících i mimo ně. Z výsledné PHD funkce je velmi obtížné stanovit polohu skutečných cílů, díky velkému množství maxim. Některé skutečné cíle mohou být i „schovány“ na povrchu bistatických elips. U metody PHDF se pro stanovení skutečných poloh cílů na základě vypočítané PHD funkce používá dvou metod omezení počtu maxim, a to pomocí metody shlukování (merging) a rozdělování (pruning). Metoda shlukování spočívá ve slučování maxim, které reprezentují jeden skutečný cíl. Metoda pruning spočívá naopak v odstraňování méně významných maxim. Vyhodnocení vypočtené PHD funkce pomocí merging/pruning je velmi pracné i při nízké hustotě cílů ve vzdušném prostoru, a to z důvodu (1) nejednoznačnosti přiřazení cílů k jednomu cíli při shlukování, či (2) výběru méně významných maxim při omezování. Existuje celá řada

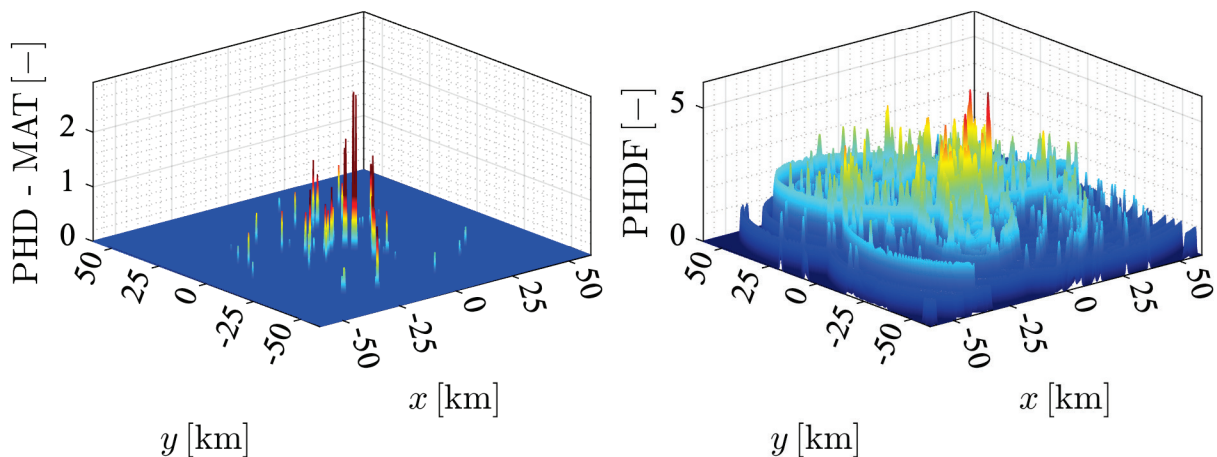
metod, která na základě rozdílných vyhodnocovacích podmínek provádějí shlukování/omezování, viz. [117], [132], [133].

PHD funkce vypočtená pomocí metody PHD-MAT (Obr. 8.4 - Obr. 8.7. vlevo) obsahuje oproti metodě PHDF velmi nízký počet maxim, jejichž počet téměř odpovídá počtu skutečných cílů. Maxima vypočtené PHD funkce jsou dána průsečíkem jednotlivých bistatických elips odpovídajícím měřením z jednotlivých bistatických radarů. Falešné cíle, které jsou dány průsečíkem dvou elips (tj. dané kombinace odpovídají dvě měření ze tří) lze omezit na základě vedení cílů v delším časovém úseku, kdy dojde k významnému nárůstu chyby (odchylky od skutečné hodnoty) a tím dokážeme identifikovat tento cíl, jako cíl falešný.



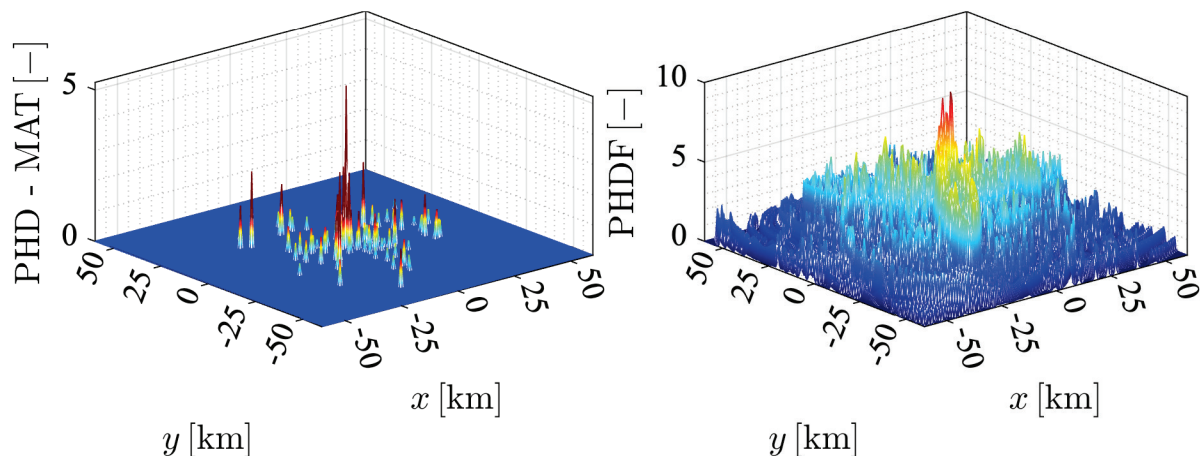
Obr. 8.4 Ukázka výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT(vlevo) a PHDF(vpavo) pro

$$\rho_1 = 1,4 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right], 11 \text{ cílů ve sledovaném prostoru}$$



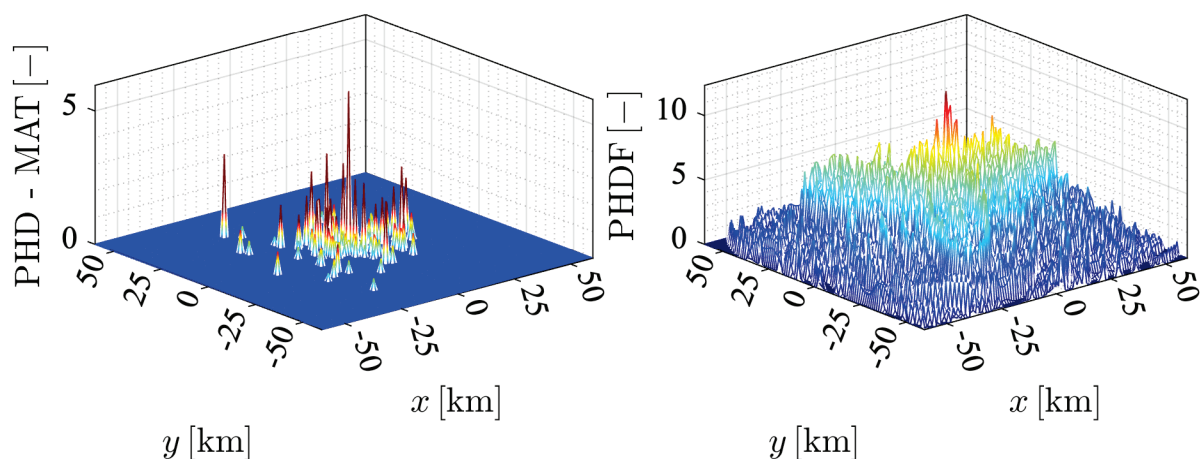
Obr. 8.5 Ukázka výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT(vlevo) a PHDF(vpavo) pro

$$\rho_2 = 2,2 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right], 17 \text{ cílů ve sledovaném prostoru}$$



Obr. 8.6 Ukázka výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT(vlevo) a PHDF(vpavo) pro

$$\rho_3 = 4 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right], 31 \text{ cílů ve sledovaném prostoru}$$



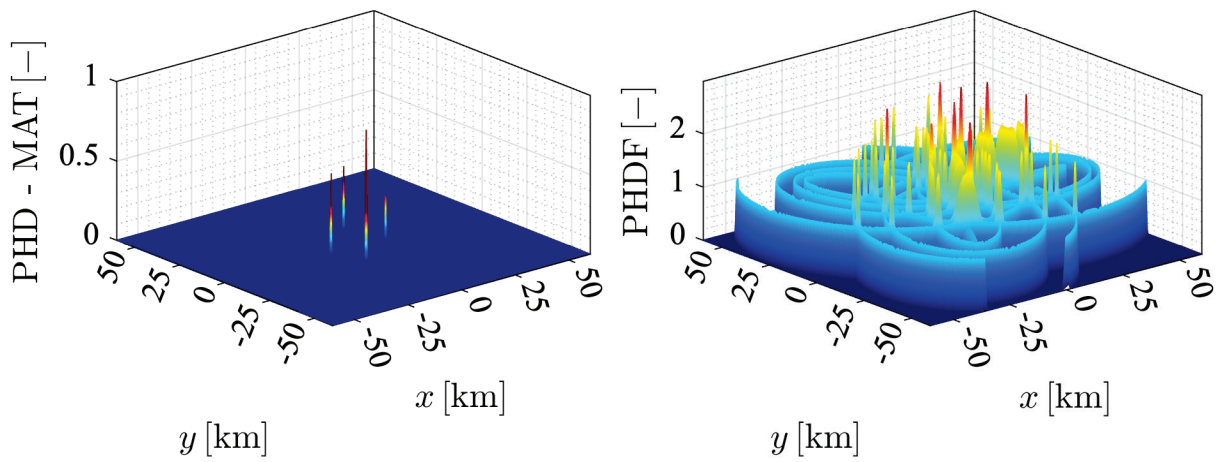
Obr. 8.7 Ukázka výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT(vlevo) a PHDF(vpavo) pro

$$\rho_4 = 5,6 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right], 44 \text{ cílů ve sledovaném prostoru}$$

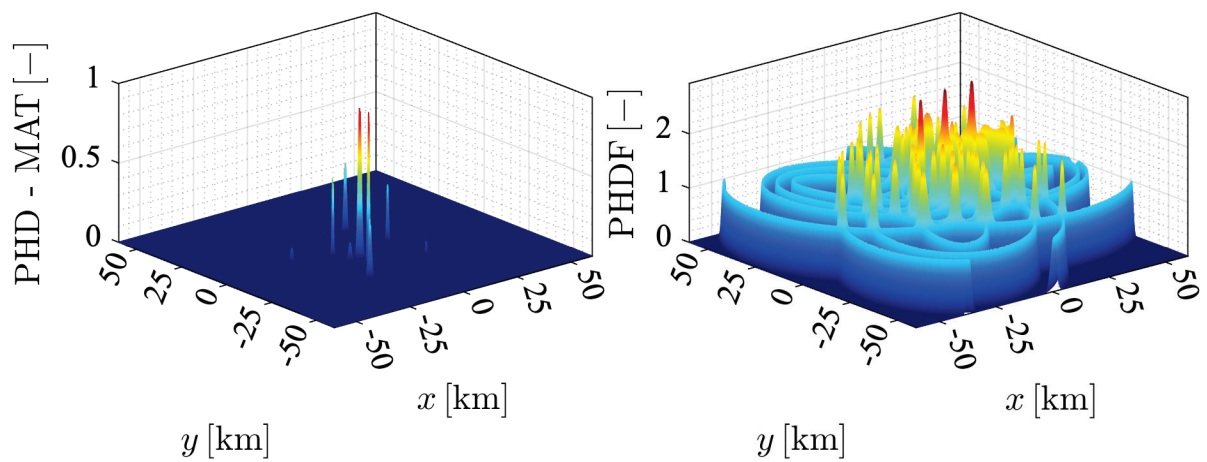
8.2.2. Analýza vlivu rozptylu eliptické vzdálenosti

Tato kapitola analyzuje vliv rozptylu eliptické vzdálenosti na výpočet PHD pomocí metod PHD-MAT a PHDF. Pro tyto výpočty jsou ve sledovaném prostoru zvoleny polohy čtyř cílů s polohami cílů $[x, y]$ km v souřadnicích: $[-10, 0]$, $[-15, 0]$, $[10, 17]$, $[-15, -25]$. Vliv rozptylu eliptické vzdálenosti je ukázán pro hodnoty σ_D 0,5 km, 1 km, 2 km a 5 km. Z prezentovaných výsledků, viz Obr. 8.8 - Obr. 8.11 je zřejmé, že i pro nízkou hodnotu rozptylu má vypočtená PDF funkce pomocí metody PHDF velké množství maxim, jejich počet a podobnost znemožňují (bez dalšího dodatečného zpracování) stanovení jednoznačných poloh jednotlivých cílů. Zvyšování rozptylu vede k „rozšiřování“ maxim, které mají tvar Gaussova rozložení a dochází tak k splynutí jednotlivých maxim. Se vzrůstajícím rozptylem dochází k prudkému nárůstu množství lokálních maxim u vypočtené PHD funkce pomocí PHDF. K nárůstu počtu maxim a k jejich „rozšiřování“ dochází i u metody PHD-MAT, ale tento nárůst není tak

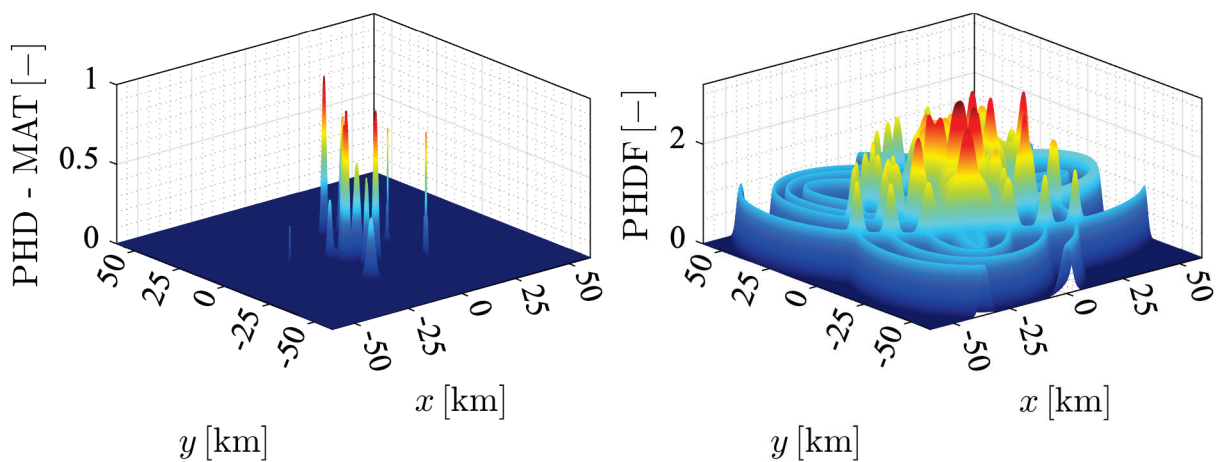
markantní. I přes tento nárůst lze u této metody stále spolehlivě stanovit polohy cílů při velkém rozptylu eliptické vzdálenosti, zejména s využitím změny PHD funkce v čase.



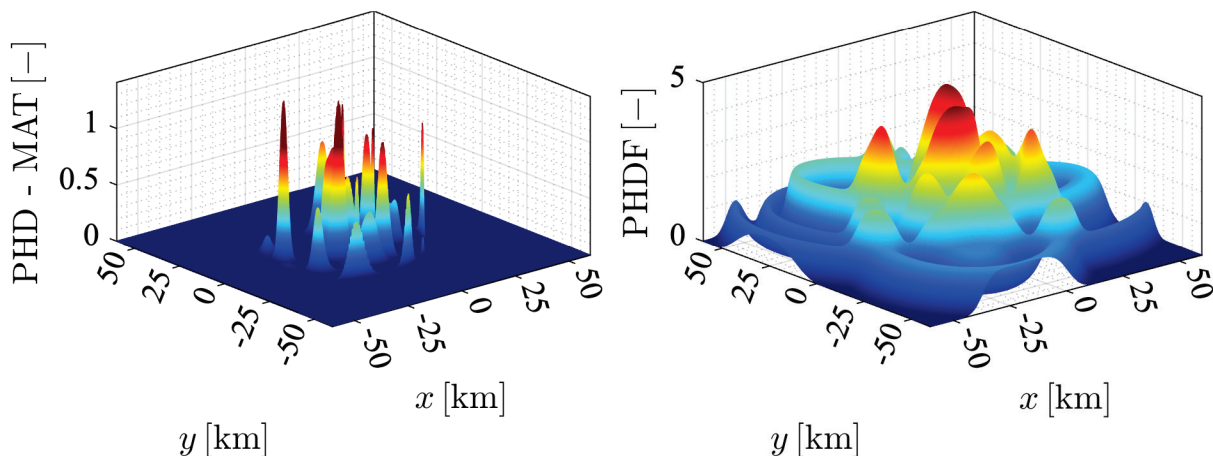
Obr. 8.8 Stanovení polohy cílů pomocí PHD-MAT a PHDF při rozptylu eliptické vzdálenosti $\sigma_D = 0,5$ km



Obr. 8.9 Stanovení polohy cílů pomocí PHD-MAT a PHDF při rozptylu eliptické vzdálenosti $\sigma_D = 1$ km



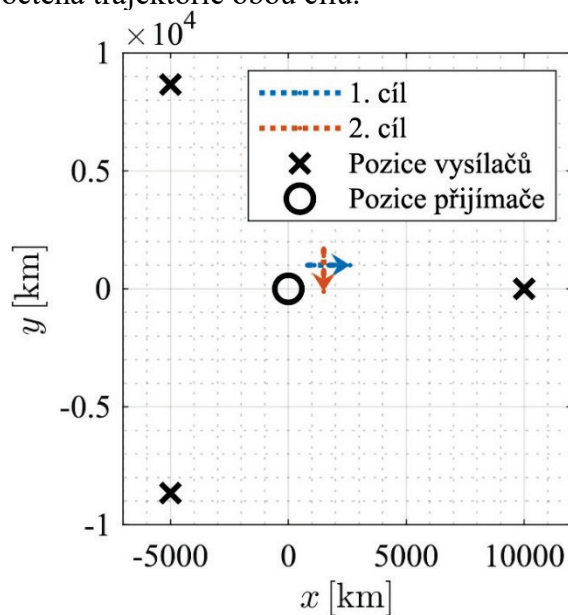
Obr. 8.10 Stanovení polohy cílů pomocí PHD-MAT a PHDF při rozptylu eliptické vzdálenosti $\sigma_D = 2$ km



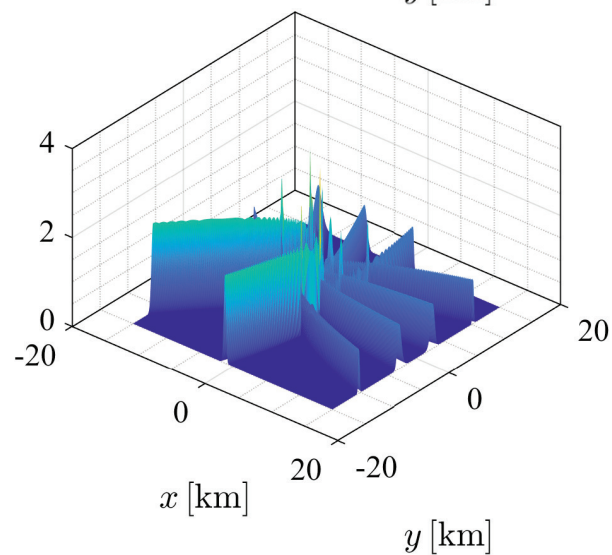
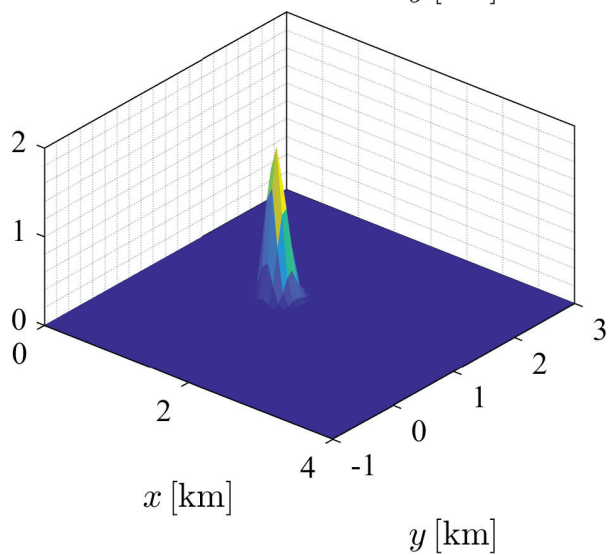
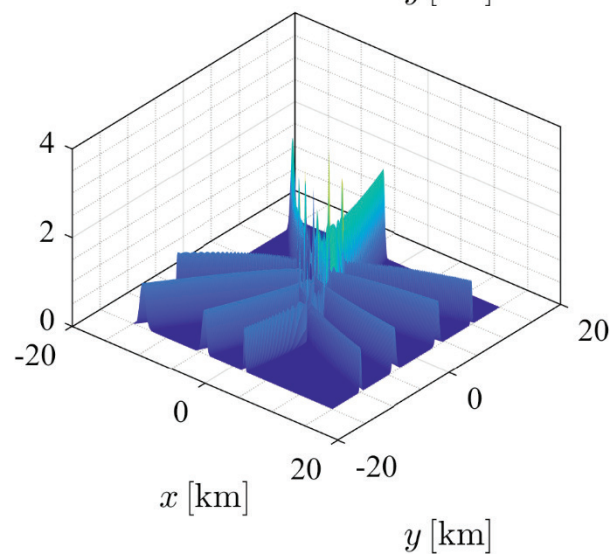
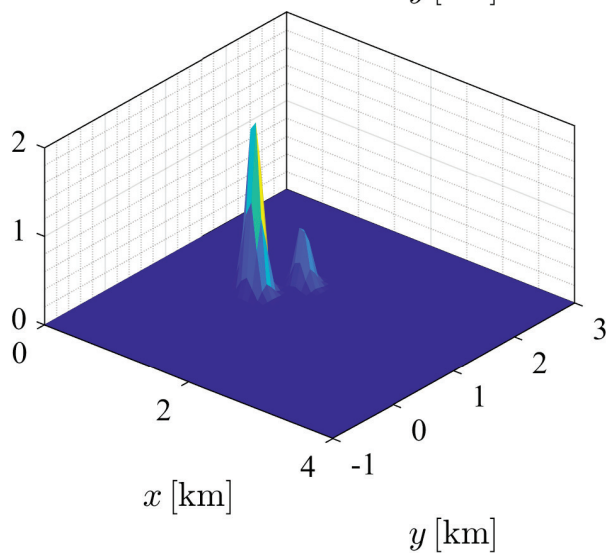
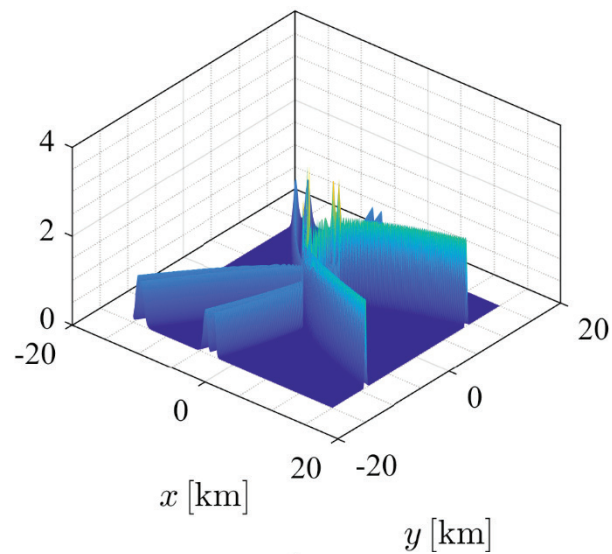
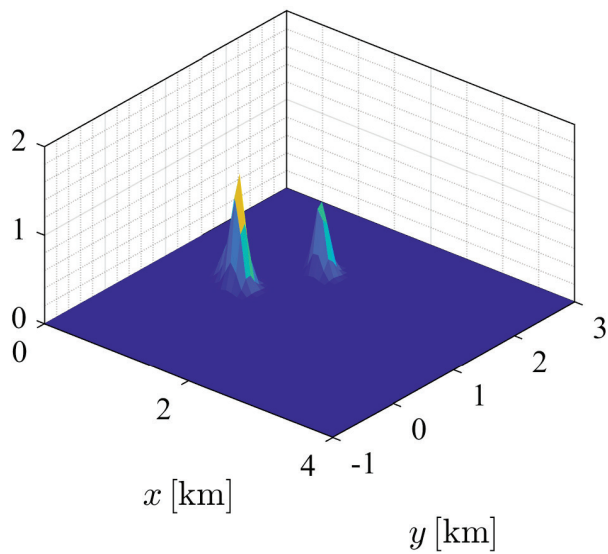
Obr. 8.11 Stanovení polohy cílů pomocí PHD-MAT a PHDF při rozptylu eliptické vzdálenosti $\sigma_D = 5$ km

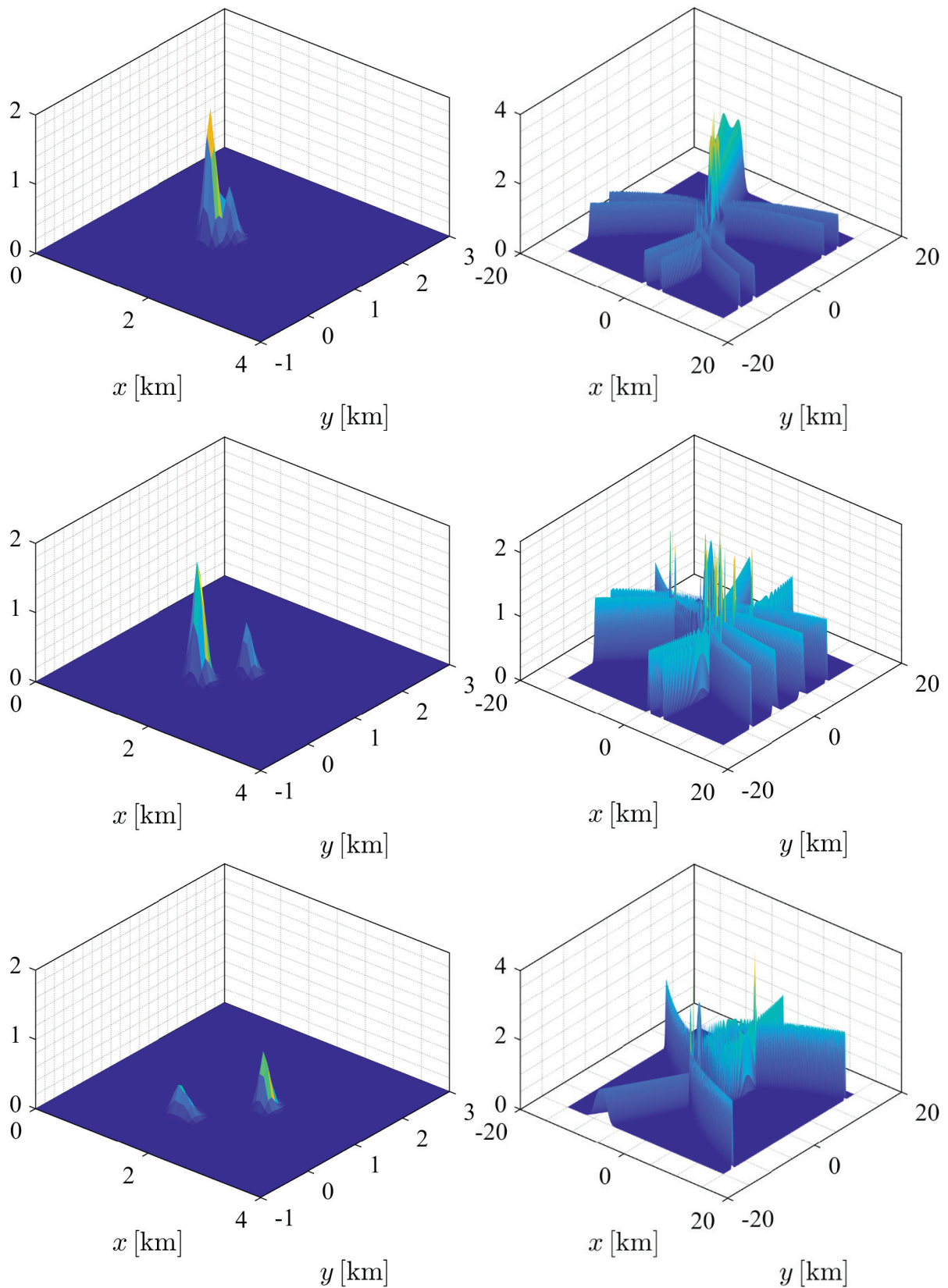
8.2.3. Ukázka výpočtu trajektorie cíle pomocí metod PHD-MAT a PHDF

Problematiku stanovení trajektorie na základě výpočtu PHD funkce pomocí metod PHDF a PHD-MAT ilustruje níže uvedená ukázka. Předpokládejme situaci, kdy máme dva cíle, které se pohybují kolmo k sobě po trajektorích, viz. Obr. 8.12 pro 6 časových okamžiků a rozptyl chyb $\sigma_a = 1$ [ms⁻²], $\sigma_D = 0,5$ [km], $\sigma_f = 500$ [Hz]. Na níže uvedených obrázcích (Obr. 8.13) jsou zobrazeny výsledky výpočtu PHD funkce pro metodu PHD-MAT (vlevo) a PHDF (vpravo). Ze zobrazených výsledků je zřejmé, že bez dodatečného zpracování výsledků není sledování cíle pomocí metody PHDF možné z důvodu nemožnosti stanovení poloh cílů v jednotlivých časových okamžicích. Oproti tomu PHD funkce stanovená pomocí metody PHD-MAT umožňuje spolehlivé stanovení poloh jednotlivých cílů a lze pozorovat postupné přibližování a oddalování dvou maxim, které odpovídají stanoveným polohám cílů. Souhrnné výsledky, jsou zobrazeny na Obr. 8.14 a představují sružené výsledky všech PHD funkcí do jedné funkce, tak aby více vynikla vypočtená trajektorie obou cílů.

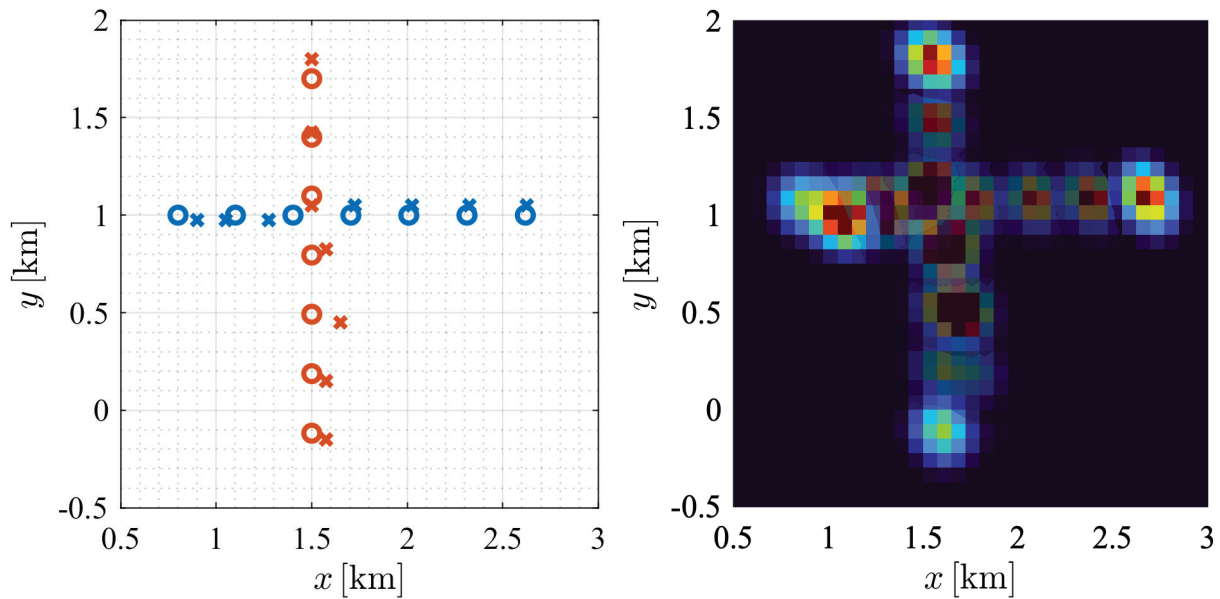


Obr. 8.12 Scénář situace pohybu dvou cílů, vzhledem k pozicím přijímače a vysílače





Obr. 8.13 Výsledky výpočtu PHD funkce pro jednotlivé časové okamžiky (od okamžiku $t = 0 - 6$ [s]) pomocí metody PHD-MAT (vlevo) a PHDF (vpravo)



Obr. 8.14 Souhrnná PDF představující sumu jednotlivých PHD funkcí zobrazených uvedených na předchozích obrázcích (Obr. 8.13)

Porovnání ideálních pozic a pozic získaných pomocí PHD-mat funkce je zobrazeno na Obr. 8.14. Je nutno podotknout, že chyba ve stanovení pozice pomocí PHD-MAT metody je závislá na celé řadě proměnných jako je počet bodů, v nichž se PDF funkce počítá, velikosti chyb σ_a , σ_D a σ_f .

8.3 Popis lokálních scénářů a výsledků testování vlastností metody PHD-MAT

V tomto scénáři se provádí analýza úspěšnosti určení poloh dvou až tří cílů v malé části sledovaného prostoru, která slouží k ověření schopnosti nové metody PHD-MAT rozlišit blízké cíle za různých podmínek). Vzhledem k tomu, že jde o lokální vlastnosti metody pracuje se jen s rovnoměrným pohybem cílů (případně s rovnoměrně zrychleným). Počáteční polohy, rychlosti a zrychlení jsou determinované. Každá situace se se stejnými počátečními podmínkami opakuje 20krát (s náhodně stanovenými chybami měření).

V tomto scénáři se zjišťuje rozlišitelnost několika cílů a počty kroků sledování prostřednictvím rozšířeného Kálmánova filtru (EKF) do okamžiku nezbytnosti provést novou asociaci na základě nastaveného prahu vyhodnocovací podmínky, a to v následujících situacích:

- Blízké, paralelně se pohybující cíle s různou rychlostí (ve stejném i opačném směru)
- Míjející se cíle se stejnou rychlostí, ale s trajektoriemi pod různými úhly
- Cíle s 1 blízkou eliptickou vzdáleností
- Cíle se 2 blízkými eliptickými vzdálenostmi

Všechny scénáře byly ověřeny s různou velikostí chyb měření, s výpadky či záměnou měření (prohození naměřených dat z jednotlivých bistatických radarů) a v přítomnosti falešných cílů. Tato kapitola obsahuje ukázkou vybraných scénářů, které vhodně ilustrují výsledky PHD-MAT. Pro všechny lokální analýzy je uvažováno shodné rozmístění přijímače (ve středu souřadného systému) a vysílačů (rozmístěné rovnoměrně do kruhu o poloměru 20 km).

Popis všech analyzovaných scénářů je uveden v Tab. 1. Scénáře byly voleny, tak aby došlo k ověření spolehlivosti algoritmu v situacích, kdy může dojít ke chybné asociaci cílů, tj. k chybnému přiřazení dat, naměřených jedním bistatickým radarem k datům, naměřených jiným bistatickým radarem. Uvedená tabulka obsahuje vždy číslo scénáře, popis scénáře s uvedením počtu cílů, dobu simulace, informace o trajektorii jednotlivých cílů (jak pro rovnoměrný pohyb, tak i pro pohyb po parabole), počáteční rychlost cíle, či případné zrychlení/zpomalení cíle. Další údaje reprezentují chyby měření, respektive jejich směrodatné odchylky v eliptické vzdálenosti, rychlosti a zrychlení. Všechny vstupní parametry jsou volitelné a lze tedy otestovat libovolnou situaci při nastavení odlišných chyb měření. Z důvodu rozsáhlosti grafických výstupů pro každý scénář a počtu analýz (popsaných níže) jsou v této kapitole zařazeny a popsány jen dva scénáře. Grafické výstupy z ostatních scénářů jsou uvedeny v příloze 3 (již bez popisu).

Tab 8.1 Popis scénářů

Scénáře testování	Popis scénáře		Doba simulace [s]	Počáteční souřadnice [km]	Vrchol paraboly	Počáteční rychlost [m/s]	Zrychlení/zpomalení [m/s ²]	Ostrost paraboly	Sigma D	Sigma v	Sigma a
Scénář 1	Paralelní let - letadla vedle sebe	1. letadlo	30	[1,2,05]	x	300	1		500	150	5
		2. letadlo	30	[1,1,05]	x	300	1				
Scénář 2	Paralelní let - letadla proti sobě	1. letadlo	30	[1,2,05]	x	300	1		500	150	5
		2. letadlo	30	[10,5,1,05]	x	-300	1				
Scénář 3	Křížující se letadla	1. letadlo	30	[-4,7]	x	300	1		500	150	5
		2. letadlo	30	[1,12]	x	300	1				
Scénář 4	Míjející se let pod úhlem 15°	1. letadlo	30	[-4,7]	x	300	1		500	150	5
		2. letadlo	30	[-4,5,8]	x	300	1				
Scénář 5	Míjející se let po "parabole"	1. letadlo	30	x	[1,3]	200	0.2	0.0001	500	150	5
		2. letadlo	30	x	[1,2,8]	200	0.2	-0.0001			
Scénář 6	Míjející se let po "parabole", proti sobě	1. letadlo	30	x	[-10,-2]	-200	0.2	0.0001	500	150	5
		2. letadlo	30	x	[-10,0]	200	0.2	-0.0001			
Scénář 7	Míjející se let po "parabole"+ 3.letadlo kolmo dolů 270°)	1. letadlo	30	x	[1,5]	-200	0.2	0.0001	500	150	5
		2. letadlo	30	x	[1,4]	200	0.2	-0.0001			
		3. letadlo	30	[1,8]	x	200	1				
Scénář 8	Míjející se let po "parabole"+ 3.letadlo vodorovně)	1. letadlo	30	x	[1,5]	200	0.2	0.0001	500	150	5
		2. letadlo	30	x	[1,4]	200	0.2	-0.0001			
		3. letadlo	30	[0,4,5]	x	200	1				
Scénář 9	Míjející se let po "parabole"+ 3.letadlo kolmo nahoru 90°)	1. letadlo	30	x	[1,5]	200	0.2	0.0001	500	150	5
		2. letadlo	30	x	[1,4]	200	0.2	-0.0001			
		3. letadlo	30	[1,1,5]	x	200	1				

8.3.1. Dostupné grafické výstupy z jednotlivých simulací

Pro lokální testování asociace cílů, pomocí metody PHD-MAT, bylo navrženo několik grafických výstupů, které slouží k zvýšení srozumitelnosti jednotlivých analýz. Tato kapitola obsahuje jejich popis.

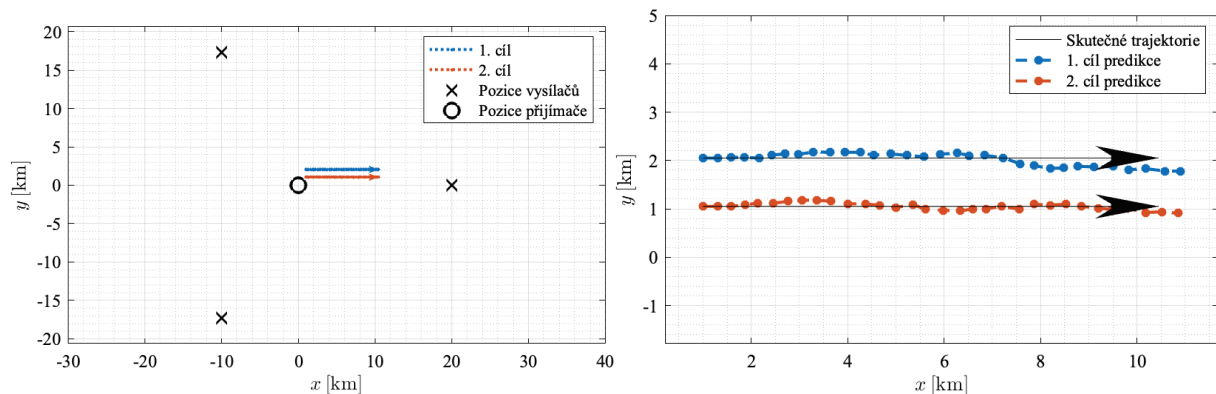
Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů

Tento grafický výstup zobrazuje polohu přijímače a vysílačů a skutečnou trajektorii cílů v kartézském souřadném systému. Šipky u jednotlivých cílů značí směr letu. Typická ukázka skutečné trajektorie cílů je uvedena na Obr. 8.15 (vlevo).

Predikovaná trajektorie cílů pomocí EKF filtru

Grafický výstup zobrazuje odhadnutou trajektorii cílů na základě naměřených dat, zatížených chybou měření. Odhady poloh jednotlivých cílů jsou označeny tečkami v jednotlivých časových okamžicích, tj. pro simulaci o délce $t = 30$ s se bude odhadnutá trajektorie skládat ze 30 bodů. Odhadnuté trajektorie jednotlivých cílů jsou barevně rozlišeny kvůli jednoznačné

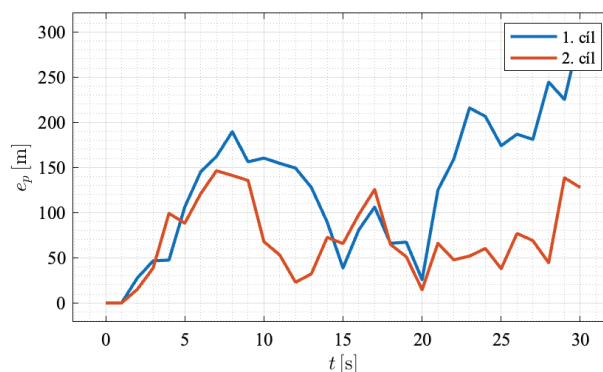
identifikaci cílů. Z důvodu názornosti jsou zde uvedeny i skutečné trajektorie cílů, viz Obr. 8.15 (vpravo).



Obr. 8.15 Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vpravo)

Vývoj chyby odhadu polohy

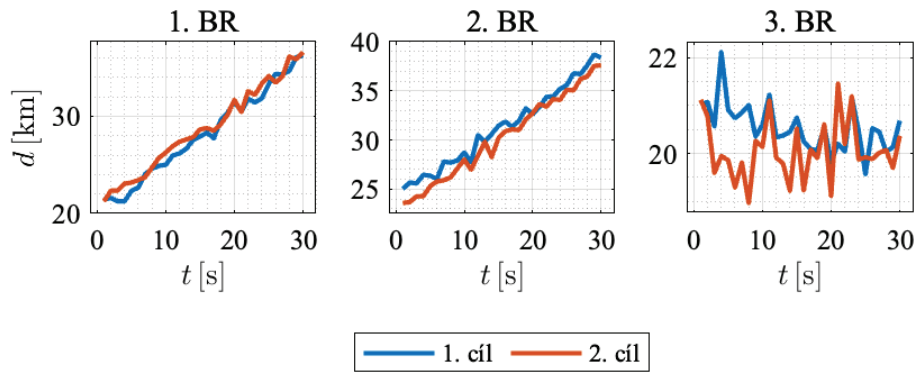
Chyba odhadu polohy představuje vzdálenost mezi odhadnutou a skutečnou polohou cíle. Typická ukázka vývoje této chyby je uvedena na Obr. 8.16. Vidíme, že chyby polohy se pohybují v rozmezí 100 až 300 m.



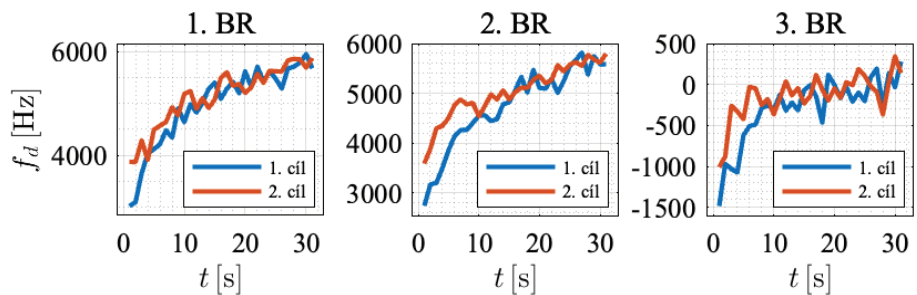
Obr. 8.16 Vývoj chyby odhadu polohy (mezi odhadnutou a skutečnou polohou)

Vývoj naměřených hodnot eliptické vzdálenosti a Dopplerova posunu cílů u jednotlivých bistatických radarů

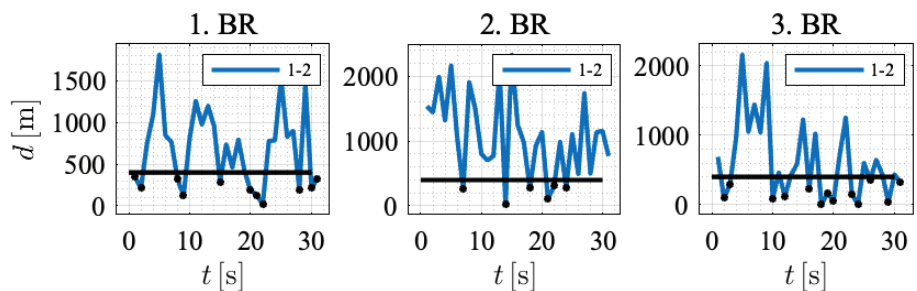
Následující grafické výstupy na Obr. 8.17, Obr. 8.18 reprezentují časový vývoj eliptických vzdáleností a Dopplerových posunů dvou cílů u jednotlivých bistatických radarů. Odtud lze například vyčíst, kdy jsou měřené hodnoty obou cílů u jednoho radaru podobné a tedy, kdy může dojít k chybě asociace, kterou v naší analýze sledujeme. Přesnost měření eliptické vzdálenosti lze posoudit z Obr. 8.19, kde je zobrazen vývoj rozdílu eliptických vzdáleností obou cílů u jednotlivých bistatických radarů. Vidíme, že chyby jsou mnohem větší než chyby odhadu polohy, kde se vlastně naměřené hodnoty „průměrují“ a ještě se filtrují pomocí EKF.



Obr. 8.17 Vývoj eliptických vzdáleností dvou cílů u jednotlivých bistatických radarů



Obr. 8.18 Vývoj eliptické vzdálenosti obou cílů pro jednotlivé bistatické radary



Obr. 8.19 Vývoj rozdílu eliptických vzdáleností dvou cílů u jednotlivých bistatických radarů

Pomocí navrženého simulátoru byly provedeny analýzy následujících procesů:

- Sledování cílů pomocí navrženého filtru EKF s asociovanými vstupními daty. Slouží k verifikaci funkčnosti filtru EKF, která je velmi závislá na směrodatných odchylkách vstupních parametrů.
- Sledování cílů pomocí filtru EKF, kde vstupní data nejsou po určitou dobu asociovaná.
- Sledování cílů pomocí filtru EKF, kde vstupní data nejsou po určitou dobu asociovaná a současně dochází k vyhodnocení chyby v určení polohy cíle(ů). Překročení prahové hodnoty této chyby automaticky inicializuje novou asociaci cílů.

Důležitou vlastností navrženého simulátoru je možnost manuální nastavení možnosti de-asociace dat, tj. jejich záměna v rámci jednotlivých bistatických radarů. K této situaci může

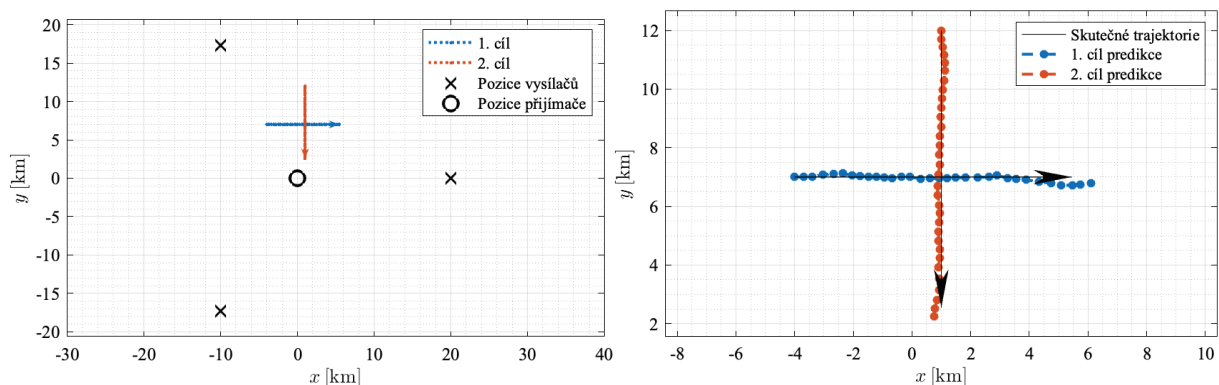
nastat v případě, kdy se cíle pohybují po podobných eliptických vzdálenostech vůči jednotlivým bistatickým radarům. Předpokládejme situaci, kdy se ve sledovaném prostoru nacházejí tři cíle. Na jednotlivých bistatických radarech, tak může dojít k záměně naměřených dat v kombinaci 1-2, 1-3, 2-3 (Obr. 8.29). Vodorovná čára zde představuje prahovou hodnotu eliptické vzdálenosti (manuálně nastavenou), která pokud je překročena, tak je nutné provést novou asociaci cílů. Tento grafický výstup slouží ke stanovení rozsahu naměřených dat, kde je pravděpodobná jejich záměna (u jednotlivých bistatických radarů).

8.3.2. Scénář: Křížení dvou cílů

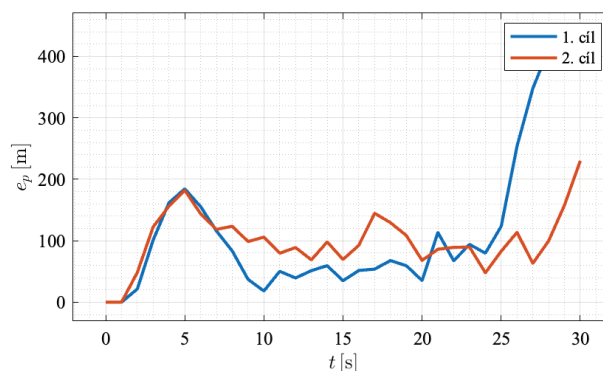
Tento scénář modeluje situaci dvou cílů, míjejících se pod úhlem 90° . Jejich trajektorie se protínají v různých, ale blízkých časových okamžicích ve shodné letové hladině. Skutečné trajektorie cílů a směry jejich pohybu jsou na Obr. 8.20 (vlevo). Tento jednoduchý scénář byl zvolen z důvodu názornosti a jednoduché možnosti ověření navrženého algoritmu asociace dat.

Sledování cílů pomocí navrženého filtru EKF v případě asociovaných vstupních dat

Na Obr. 8.20 (vpravo) jsou zobrazeny výsledky vedení cílů pomocí EKF v případě dvou cílů pohybujících se rovnoměrně. Ze zobrazených výsledků je zřejmé, v případě pohybu po přímce navržený filtr nemá s vedením cílů problém a nárůst chyby v určení polohy cílů je i pro cca 20-25 kroků predikce na úrovni do 200 m (viz. Obr. 8.21).



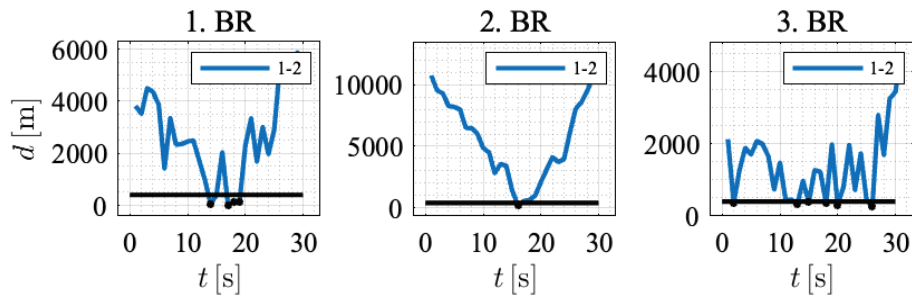
Obr. 8.20 Scénář 3: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)



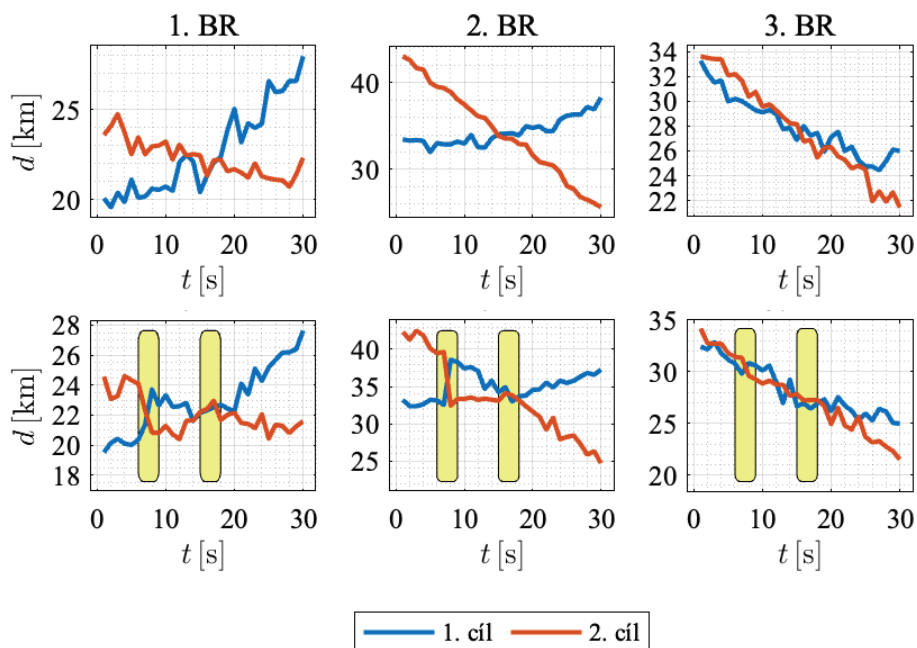
Obr. 8.21 Scénář 3: Vývoj chyby predikce

Sledování cílů pomocí navrženého filtru EKF v případě částečně de-asociovaných vstupních dat

Uvažujeme situaci, kde vzniknou chyby při asociaci cílů, tj. dojde k prohození dat mezi jednotlivým bistatickými radary. Dle vývoje rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary (Obr. 8.22) je zřejmé, že pro zvolený práh 400 m může u všech bistatických radarů nastat chyba nejpravděpodobněji v časovém intervalu $t = 9 - 18$ s. Na Obr. 8.23 (nahore) je zobrazen vývoj eliptické vzdálenosti asociovaných cílů u jednotlivých bistatických radarů a na dolním obrázku totéž při de-asociovaných datech. Zde je patrná záměna naměřených dat, viz žluté zvýraznění, které označuje počátek a konec zaměněných dat.



Obr. 8.22 Scénář 3: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary



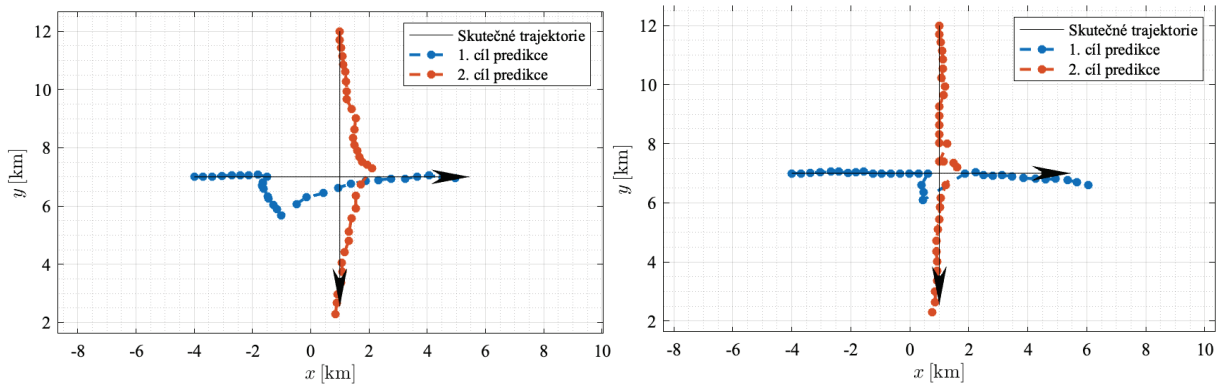
Obr. 8.23 Scénář 3: Vývoj eliptické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data v čase $t = 9 - 18$ s

Výsledky predikované trajektorie v případě záměny dat jsou zobrazeny na Obr. 8.24 (vlevo). Z výsledků je patrné chybné určení polohy dat v čase $t = 9 - 18$ s a „snaha“ EKF pro $t > 18$ s o návrat na původní trajektorii. Vývoj chyby stanovení polohy je zobrazen na Obr. 8.25 (vlevo).

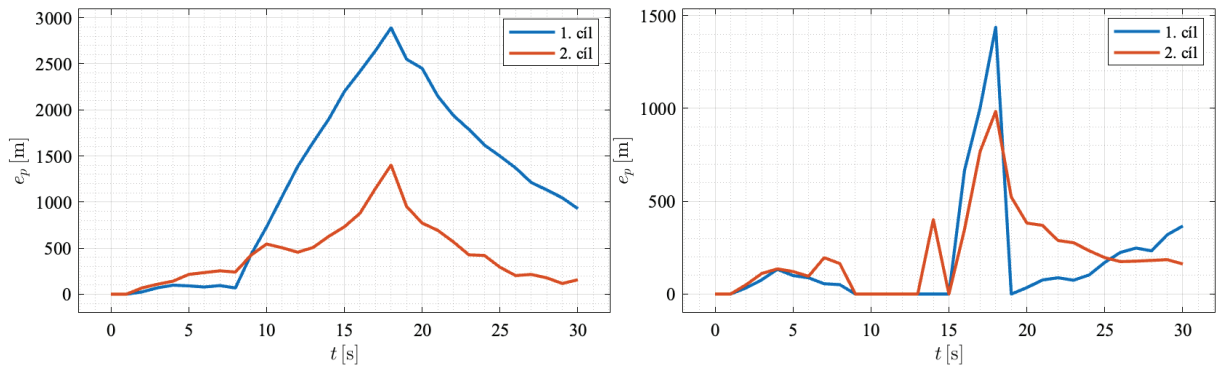
Sledování cílů pomocí navrženého filtru EKF v případě částečně de-asociovaných vstupních dat s vyhodnocovací metrikou

Uvažujme shodnou situaci jako v předchozím případě de-asociovaných dat, ale nyní s vyhodnocením metriky pro automatickou asociaci dat. Použitá metrika vyhodnocení dat je

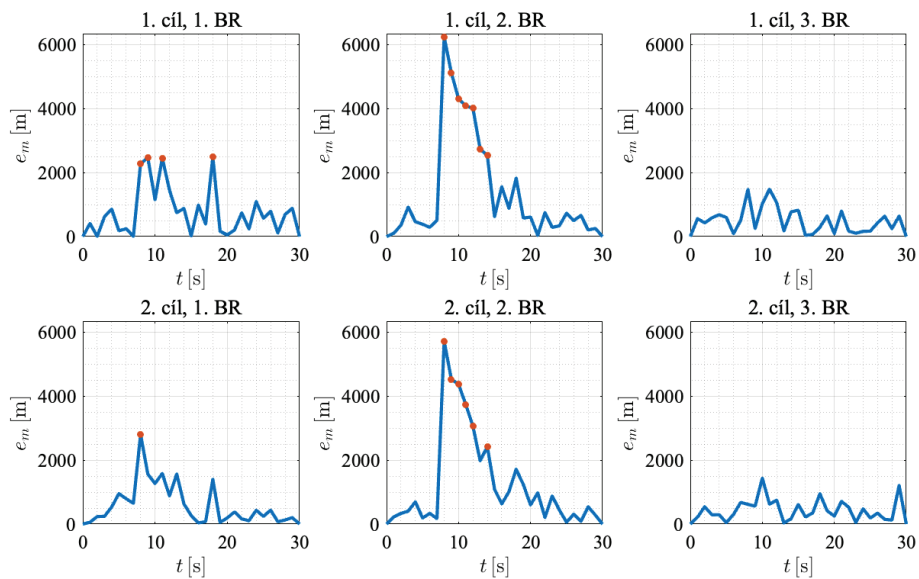
založená na základě vyhodnocení chyby mezi predikovanou a naměřenou hodnotou eliptické vzdálenosti. V případě, že je překročen nastavený práh (manuálně zvolený, v našem případě 2 km), dojde k nové asociaci dat. Místa automatické asociace jsou zobrazena na Obr. 8.26 a jsou zvýrazněna červenými body. Vývoj chyb polohy cílů bez a s využitím asociace jsou zobrazeny na Obr. 8.25. Z časového vývoje je zřejmé, že v čase $t = 19$ s na Obr. 8.25 (vpravo) došlo k asociaci dat. Odhadnuté trajektorie s využitím automatické asociace dat jsou zobrazeny na Obr. 8.24 (vpravo). Zde je zřejmý rychlý „návrat“ ke skutečné trajektorii cílů.



Obr. 8.24 Scénář 3: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)



Obr. 8.25 Scénář 3: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo)



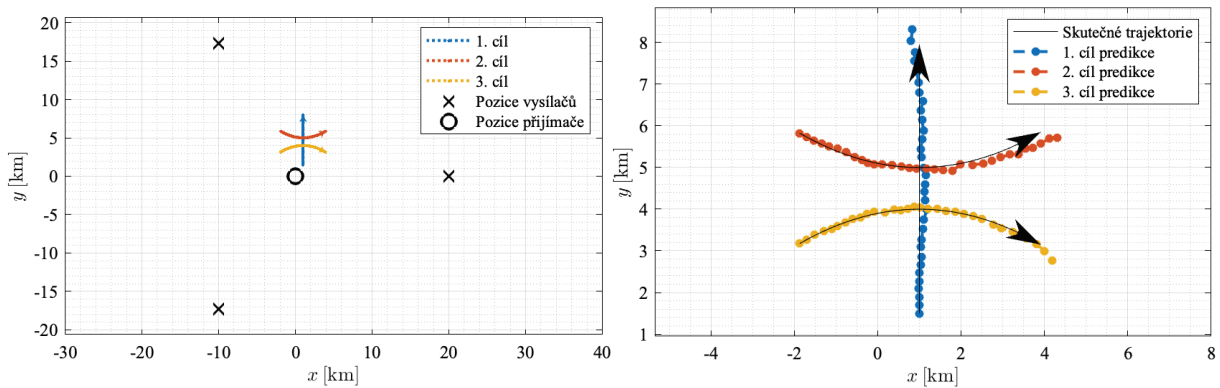
Obr. 8.26 Scénář 3: Vývoj metriky pro novou asociaci pro jednotlivé cíle a bistatické radary

8.3.3. Scénář: Blízký let tří cílů

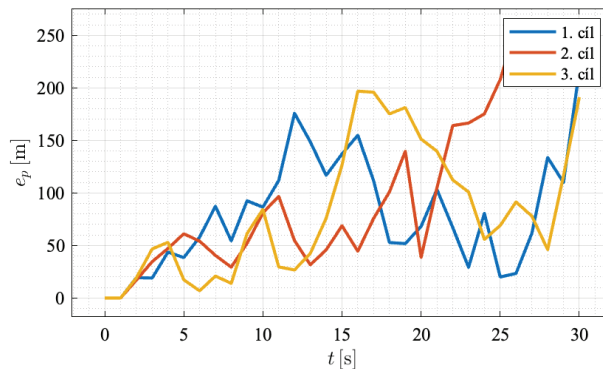
Tento scénář modeluje situaci tří cílů. Jejich trajektorie se protínají v různých, ale blízkých časových okamžicích ve shodné letové hladině. Skutečné trajektorie cílů a směry jejich pohybu jsou na Obr. 8.27 (vlevo). Tento scénář byl zvolen pro ověření chování navrženého algoritmu pro vyšší počet cílů.

Sledování cílů pomocí navrženého filtru EKF v případě asociovaných vstupních dat

Na Obr. 8.27 (vpravo) jsou zobrazeny výsledky vedení cílů pomocí EKF v případě tří cílů pohybujících se rovnoměrně zrychleným pohybem. Ze zobrazených výsledků je zřejmé, že ani v případě pohybu po parabole navržený filtr nemá s vedením cílů problém a nárůst chyby v určení polohy cílů je i pro cca 20-25 kroků predikce na úrovni do 200 m (viz Obr. 8.28).



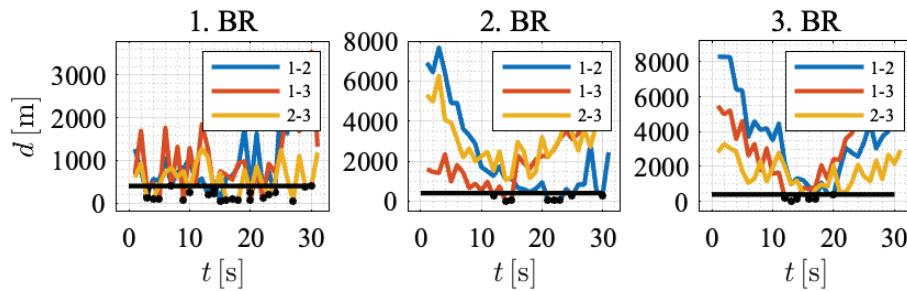
Obr. 8.27 Scénář 9: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)



Obr. 8.28 Scénář 9: Vývoj chyby predikce (rozdíl mezi skutečnou a predikovanou polohou)

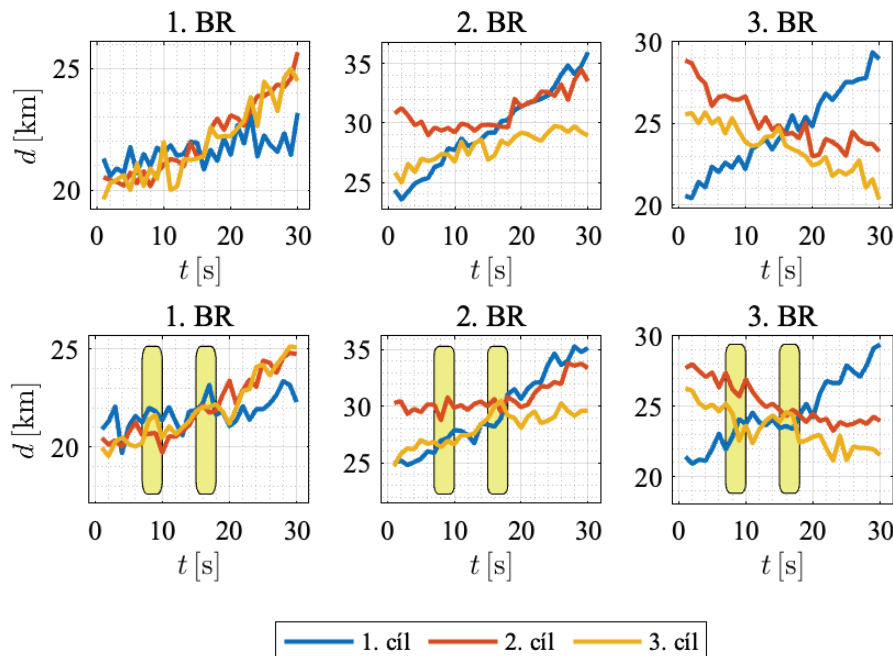
Sledování cílů pomocí navrženého filtru EKF v případě částečně de-asociovaných vstupních dat

Při uvažování situace, kdy dojde k prohození naměřených dat z jednotlivých bistatických radarů, vzniknou chyby při asociaci cílů. Z průběhů vývoje rozdílů eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary (Obr. 8.29) a pro zvolený práh 400 m byla zvolena chyba záměny na intervalu $t = 10 - 18$ s. Z uvedených grafů je zřejmé, že chyba záměny např. u prvního bistatického radaru může nastat téměř v celém intervalu hodnot. Toto je dáno tím, že je vývoj rozdílů eliptické vzdálenosti jednotlivých cílů vůči tomuto bistatickému radaru podobný.



Obr. 8.29 Scénář 9: Vývoj rozdílů eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary

Na Obr. 8.30 (nahore) je zobrazen vývoj eliptické vzdálenosti asociovaných cílů u jednotlivých bistatických radarů a na dolním obrázku totéž při de-asociovaných datech. Zde je patrná záměna naměřených dat u jednotlivých cílů, viz žluté zvýraznění, které označuje počátek a konec zaměněných dat.



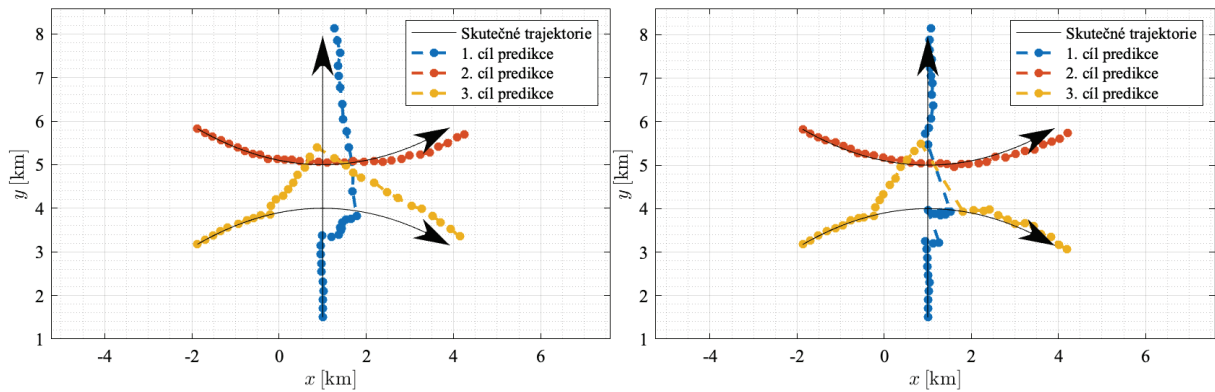
Obr. 8.30 Scénář 9: Vývoj eliptické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data v čase $t = 10 - 18$ s

Výsledky predikované trajektorie v případě záměny dat jsou zobrazeny na Obr. 8.31 (vlevo). Z výsledků je patrné chybné určení polohy dat v čase $t = 10 - 18$ s a „snaha“ EKF pro $t > 18$ s o návrat na původní trajektorii. Vývoj chyby stanovení polohy je zobrazen na Obr. 8.32 (vlevo).

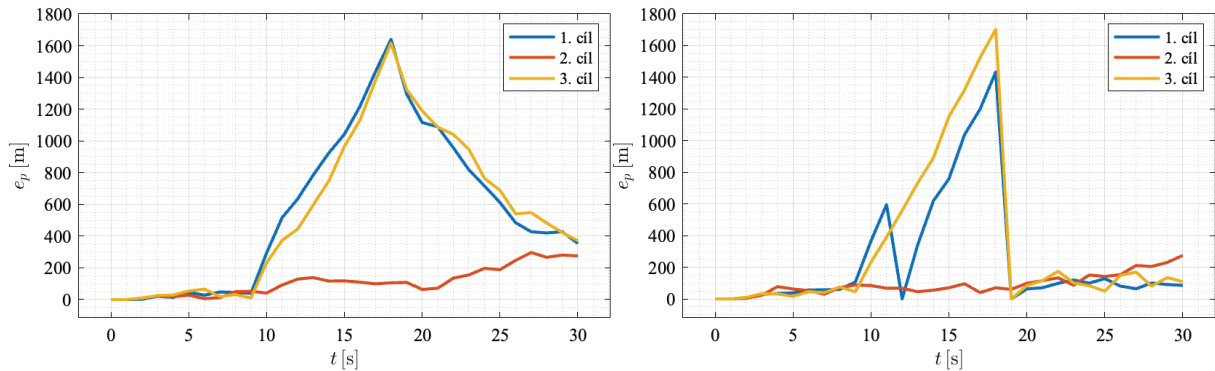
Sledování cílů pomocí navrženého filtru EKF v případě částečně de-asociovaných vstupních dat s vyhodnocovací metrikou

Uvažujme shodnou situaci (jako v předchozím případě de-asociovaných dat), ale nyní s vyhodnocením metriky pro jejich automatickou asociaci, kdy v případě překročení nastaveného prahu (manuálně zvolený, v našem případě 2 km), dojde k nové asociaci dat. Místa automatické asociace jsou zobrazena na Obr. 8.33 a jsou zvýrazněna červenými body. Vývoj chyb pozic cílů bez a s využitím asociace jsou zobrazeny na Obr. 8.32. Z časového vývoje je

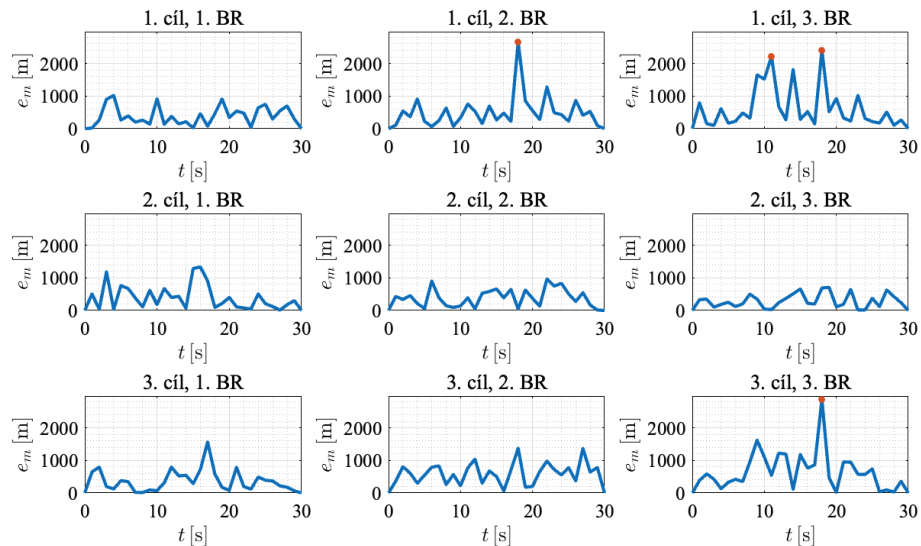
zřejmé, že v čase $t = 19$ s na Obr. 8.31 (vpravo) došlo k asociaci dat. Zde je zřejmý rychlý „návrat“ ke skutečné trajektorii cílů.



Obr. 8.31 Scénář 9: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)



Obr. 8.32 Scénář 9: Vývoj chyby predikce bez asociace (vlevo), vývoj chyby predikce s asociací (vpravo)



Obr. 8.33 Scénář 9: Vývoj metriky (s asociací) pro jednotlivé cíle a bistatické radary

9 Hlavní přínosy dosavadní práce autora

Do hlavních výstupů mých výzkumných aktivit lze v současné době zahrnout přínosy v oblasti zpracování signálů v bistatických radarových systémech. Tyto moderní radarové systémy zásadním způsobem rozvíjí současné možnosti řízení a dohledu nad dopravním leteckým provozem. Výzkumné aktivity zahrnují analýzu signálů v blocích řetězce signálového zpracování důležitých pro detekci pohybujících se cílů, jako je potlačení závoje (clutteru), separace kanálů, asociace a sledování (tracking) cílů. Výsledky vlastního původního výzkumu jsou průběžně publikovány na mezinárodních konferencích a v časopisech, vždy indexovaných v databázích jako např. Scopus, WoS a IEEE. Další výzkumnou zájmovou oblastí je oblast radiového monitoringu, detekce a identifikace signálů.

První významné výstupy jsou publikovány v disertační práci „Metody pro výpočet vzájemné funkce neurčitosti“, kde jsou popsány algoritmy pro výpočet a následnou optimalizaci výpočtu vzájemné funkce neurčitosti pomocí paralelního zpracování signálů (dat), sloužící k detekci cílů u bistatických radarových systémů. Již v průběhu tvorby disertační práce byly průběžně výstupy publikovány. Následné výzkumné aktivity v oboru habilitace navazují na disertační práci, jsou většinou úzce spojeny s dopravní tematikou a jsou zaměřeny na oblast asociace cílů u bistatických radarových systémů, která slouží k identifikaci cílů a následnému sledování (trackingu) cílů, tedy dopravních prostředků a dalších objektů ve vzdušném prostoru. Metody asociace cílů vyžadují vysoký stupeň optimalizace a paralelizace algoritmů z důvodu vysoké numerické náročnosti na výpočet v reálném čase.

Další výzkumné aktivity byly spojeny se účastí na řešení projektu TAČR „Systém pro monitorování a detekci – SYMOD“, ve kterém byla našim pracovištěm řešena bezdrátová komunikace mezi pohybujícími se uživateli s mnoha senzory v komplikovaném prostředí s vícecestným šířením signálu. Jako velmi významné lze hodnotit přímé zapojení do řešení evropského projektu programu H2020 „Railway High Integrity Navigation Overlay System“, ve kterém jsem se zabýval problematikou využití GNSS pro bezpečnou lokalizaci souprav železničních dopravních systémech. Výsledky projektu RHINOS byly vytvořeny ve spolupráci s mnoha zahraničními spoluřešiteli a hlavním řešitelem firmou Ansaldo STS S.P.A., zároveň byly výsledky kladně přijaty agenturou The European GNSS Agency (GSA).

Další výzkumné aktivity jsou spojeny se spoluúčastí na řešení dvou projektů programu TRIO v oblasti zpracování signálů u primárních radarových systémů s názvy „Systém pro detekci malých létajících objektů v oblasti letiště“ a „Využití moderních mikroelektronických prvků ke zvýšení užitečných vlastností primárního radaru“, jenž se věnuje problematice potlačení vlivu větrných elektráren (snížení detekčních schopností) u primárních radarových systémů.

V letech 2018-2022 jsem byl členem řešitelského týmu projektu „Spolupráce Univerzity Pardubice a aplikační sféry v aplikačně orientovaném výzkumu lokačních, detekčních a simulačních systémů pro dopravní a přepravní procesy (PosiTrans)“, na kterém jsem spolupracoval na pozici výzkumný pracovník senior v oblasti „Radarové systémy a technologie pro bezkontaktní detekci“ s průmyslovým partnerem projektu RETIA, a.s.

V letech 2019-2022 jsem jako hlavní řešitel vedl bilaterální projekt z programu INTER-EXCELLENCE s partnerem Indian Institute of Technology Guwahati, Assam, Indie. Cílem tohoto projektu je aplikačně zaměřený vývoj bezdotykové technologie s prvky umělé inteligence, která bude využita pro návrh moderních elektronických a komunikačních systémů využitelných v inteligentních detekčních systémech pro ostrahu rozsáhlých zájmových prostor.

V oblasti mezinárodní spolupráce jsou aktivity zaměřeny na problematiku analýzy, modelování a potlačení clutteru u bistatických radarových systémů ve spolupráci s University of Cape Town, Jižní Afrika. V oblastech modelování, optimalizace a paralelního zpracování dat pro různé hardwarové platformy (cluster, GPU, multi-CPU) spolupracuji s Universitou of Indonesia, Indonesia jako spoluřešitel v projektu „Integrating Powerful Graphical Processing Unit into Cloud computing prototype platform to support drug discovery processes based on Indonesia medical plants“. S Indian Institute of Technology Guwahati (IIT Guwahati) spolupracuji v oblasti vývoje bezkontaktní technologie, biomedicínského zpracování dat a na vývoji algoritmů pro zpracování radarových dat. Se všemi uvedenými institucemi mám společnou publikační činnost zejména v časopisech z vydavatelství IEEE s hodnocením AIS v Q3-Q1.

Veškeré výsledky vědeckovýzkumných aktivit přímo provazují s pedagogickou činností na Fakultě elektrotechniky a informatiky a v období Dopravní fakultě Jana Pernera (v letech 2008–2021). V přednáškách a cvičeních se věnuji odborným oblastem zpracování signálů a dat, přenosu informací sdělovacími systémy, analýza a zpracování náhodných signálů. Mnou vedené a studenty úspěšně obhájené diplomové a bakalářské práce jsou taktéž úzce spojeny s oborem habilitace.

Shrnutí hlavních přínosů vědeckovýzkumných aktivit autora:

- přínosy v oblasti zpracování signálů pro detekci cílů v bistatických radarových systémech,
- přínosy v oblasti asociace cílů u bistatických radarových systémů,
- přínosy v oblasti potlačení vlivu větných elektráren na detekční schopnosti primárních radarových systémů, optimalizace a paralelní zpracování signálů v radarových systémech
- přínosy v oblasti návrhu algoritmů zpracování signálů

10 Závěr

Současný stav poznání ukazuje důležitost a aktuálnost zvoleného tématu habilitační práce, která se věnuje problematice využití multipozičních radarových systémů, které jsou vhodné jako sekundární zabezpečující systémy používané v leteckém provozu. Nezbytnost nasazení těchto sekundárních zabezpečujících technologií lze rozdělit do dvou kategorií:

- (1) Zvyšování hustoty leteckého provozu, který vede k nárůstu kolizních situací, kterým je nutné předcházet
- (2) Nárůst nebezpečných situací spjatých s rychlým rozvojem technologií v oblasti autonomních leteckých prostředků, které lze zneužít pro kriminální, teroristické či jiné společensky nepřijatelné účely

Hlavní výhodou multipozičních radarových systémů a zejména jejich podkategorie multi-bistatických radarových systémů, lze spatřit v obtížnosti jejich detekce a tím i jejich vyřazení z provozu a jejich relativně ekonomické dostupnosti (v porovnání s cenou např. primárního radaru). Tyto systémy lze využít zejména pro zajištění bezpečnosti vzdušných prostředků i dalších hodnot na zemi. Současné bezpečnostní letecké prostředky jsou převážně systémy závislé na poskytované informaci od kooperujících sledovaných prostředků. Multipoziční radarové systémy tuto kooperaci nevyžadují a zajišťují bezpečnost sledovaného prostoru nezávisle na kooperaci/ne-kooperaci sledovaného objektu.

Širokému nasazení těchto sekundárních (nezávislých) bezpečnostních systémů brání několik faktorů, a to zejména (1) výpočetní náročnost vzájemné funkce neurčitosti a (2) výpočetní náročnost a nejednoznačnost asociace dat v multipozičních radarových systémech.

Tématu multi-pozičních radarových systémů se věnuji téměř po celou dobu své vědecko-výzkumné činnosti od počátku doktorského studia na DFJP, kdy se má disertační práce se věnovala Optimalizaci výpočtu vzájemné funkce neurčitosti u multipozičních radarových systémů. Na dané téma disertační práce jsem navázal habilitační prací, která se věnuje tématu asociace dat v multipozičních radarových systémech. Habilitační práce shrnuje problematiku poznání v oblasti asociace dat a navrhuje její možné řešení pomocí návrhu modifikované metody asociace dat založené na výpočtu funkce hypotetické hustoty pravděpodobnosti. Tato nově navržená metoda zvyšuje jednoznačnost stanovení polohy cíle a zároveň díky využití sledování pomocí rozšířeného Kálmánova filtru EKF snižuje výpočetní náročnost, tak aby bylo možné její využití v systémech pracujících v reálném čase.

Habilitační práce představuje aktuální soubor poznatků v oblasti multipozičních radarových systémů se zaměřením na problematiku asociace dat a současně poukazuje na možná řešení, která brání jejich širokému nasazení v oblasti zabezpečujících systému využívaných v leteckém provozu.

Z pohledu pedagogické činnosti jsou poznatky využity ve vytvoření základu pro výukové materiály v rámci pedagogické činnosti na Fakultě elektrotechniky a informatiky, v tématech závěrečných prací a v rozšíření obsahu přednášených témat magisterského studijního programu „Radarové systémy“ a doktorského studijního programu „Elektrotechnika a informatika“.

11 Použité zkratky

ADS-B	Automatic Dependent Surveillance–Broadcast
AM	Amplitudová Modulace
ATC	Air traffic control
ATM	Advanced Traffic Management
BR	Bistatický radar
CAF	Cross Ambiguity Function
CFAR	Constant False Alarm Rate
DTL	Data Transmission Line
DVB-T	Digital Video Broadcasting – Terrestrial
DVB-T2	Digital Video Broadcasting – Terrestrial 2
EASA	European Union Aviation Safety Agency
EKF	Extended Kálmán Filter
EUROCAE	European Organisation for Civil Aviation Equipment
EUROCONTROL	European Organisation for the Safety of Air Navigation
FM	Frekvenční Modulace
GGIW	Gamma Gaussian Inverse Wishart PHD Filter
GIW	Gaussian Inverse Wishart
GM	Gaussian Mixture
GNN	General Nearest Neighbour
IMM-IUKF	Interactive Multiple Model algorithm with Iterated Unscented Kalman Filter
IMM-SI-EKF	Interactive Multiple Model Algorithm combined with Iterated Unscented Kalman filter
IUKF	Iterated Unscented Kalman filter
JPDA	Joint Probabilistic Data Association
MBR	Multi-Bistatic Radar
MBRS	Multi-Bistatic Radar System
MHT	Multi Hypothesis Tracking
MPRS	Multi-Position Radar Systems
PHD	Probability Hypothesis Density
PHD-MAT	Probability Hypothesis Density - Multiplication Association and Tracking

PHDF	Probability Hypothesis Density Filter
RCS	Radar Cross Section
ŘLP	Řízení letového provozu
SI-EKF	Sequential Iterative Extended Kalman Filter
SMC-M	Sequential Monte Carlo (Particle filter)
SSR	Secondary surveillance radar
UAS	Unmanned Aircraft Systems
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
ÚCL	Úřad pro civilní letectví
VKV	Velmi krátké vlny
WiFi	Wireless Fidelity

12 Seznam obrázků

Obr. 5.1 Příklad uspořádání multipozičního radarového systému [47].....	17
Obr. 5.2 Geometrie bistatické radaru v 2D [48].....	17
Obr. 5.3 Princip určení polohy cíle MBR systému pro konfiguraci přijímač a tři vysílače.....	18
Obr. 5.4 Cassiniho ovály pro parametry: $EIRP = 10 \text{ kW}$, $G_p = 11 \text{ dB}$, $RCS = 15 \text{ m}^2$, $f = 100 \text{ MHz}$, $F_t = F_r = 0 \text{ dB}$, $T_s = 1000 \text{ K}$, $B = 60 \text{ kHz}$	20
Obr. 5.5 Blokové schéma signálového zpracování v MBR systému.....	20
Obr. 5.6 Ukázka vzájemné funkce neurčitosti [64].....	22
Obr. 5.7 Počet kombinací měření pro tři BR a proměný počet cílů.....	26
Obr. 6.1 Vývoj eliptické vzdálenosti v závislosti na čase s vlivy ovlivňující asociaci cílů.....	31
Obr. 6.2 Vývoj Dopplerova kmitočtu v závislosti na čase.....	31
Obr. 7.1 Porovnání funkce PHD u metody PHDF a PHD-MAT při 2 cílech ve čtverci 30x30 km.....	46
Obr. 7.2 Porovnání funkce PHD u metody PHDF a PHD-MAT při 6 cílech ve čtverci 30x30 km.....	46
Obr. 7.3 Velikost maxim funkce PHD u metody PHDF a PHD-MAT při dvou (vlevo) a šesti (vpravo) cílech ve čtverci 30x30 km.....	47
Obr. 7.4 Blokové schéma PHD-MAT algoritmu.....	48
Obr. 8.1 Rozmístění přijímače a vysílačů.....	54
Obr. 8.2 Ukázka vizualizace generovaných dat náhodných cílů (vlevo) a vizualizace trajektorie dat deteminovaných cílů.....	56
Obr. 8.3 Ukázka vizualizace generovaných dat determinovaných cílů pro lokální testování..	56
Obr. 8.4 Ukázka výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT(vlevo) a PHDF(vpravo) pro $\rho_1 = 1,4 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$, 11 cílů ve sledovaném prostoru.....	58
Obr. 8.5 Ukázka výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT(vlevo) a PHDF(vpravo) pro $\rho_2 = 2,2 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$, 17 cílů ve sledovaném prostoru.....	58
Obr. 8.6 Ukázka výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT(vlevo) a PHDF(vpravo) pro $\rho_3 = 4 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$, 31 cílů ve sledovaném prostoru.....	59
Obr. 8.7 Ukázka výpočtu PHD funkce pomocí metody PHD-MAT(vlevo) a PHDF(vpravo) pro $\rho_4 = 5,6 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{letadel}}{\text{km}^2} \right]$, 44 cílů ve sledovaném prostoru.....	59
Obr. 8.8 Stanovení polohy cílů pomocí PHD-MAT a PHDF při rozptylu eliptické vzdálenosti $\sigma_D = 0,5 \text{ km}$	60
Obr. 8.9 Stanovení polohy cílů pomocí PHD-MAT a PHDF při rozptylu eliptické vzdálenosti $\sigma_D = 1 \text{ km}$	60
Obr. 8.10 Stanovení polohy cílů pomocí PHD-MAT a PHDF při rozptylu eliptické vzdálenosti $\sigma_D = 2 \text{ km}$	60
Obr. 8.11 Stanovení polohy cílů pomocí PHD-MAT a PHDF při rozptylu eliptické vzdálenosti $\sigma_D = 5 \text{ km}$	61
Obr. 8.12 Scénář situace pohybu dvou cílů, vzhledem k pozicím přijímače a vysílačů.....	61
Obr. 8.13 Výsledky výpočtu PHD funkce pro jednotlivé časové oknažiky (od okamžiku $t = 0 - 6 \text{ [s]}$) pomocí metody PHD-MAT (vlevo) a PHDF (vpravo).....	63
Obr. 8.14 Souhrnná PDF představující sumu jednotlivých PHD funkcí zobrazených uvedených na předchozích obrázcích (Obr. 8.13).....	64

Obr. 8.15 Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vpravo)	66
Obr. 8.16 Vývoj chyby odhadu polohy (mezi odhadnutou a skutečnou polohou).....	66
Obr. 8.17 Vývoj eliptických vzdáleností dvou cílů u jednotlivých bistatických radarů	67
Obr. 8.18 Vývoj eliptické vzdálenosti obou cílů pro jednotlivé bistatické radary	67
Obr. 8.19 Vývoj rozdílu eliptických vzdáleností dvou cílů u jednotlivých bistatických radarů	67
Obr. 8.20 Scénář 3: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)	68
Obr. 8.21 Scénář 3: Vývoj chyby predikce	68
Obr. 8.22 Scénář 3: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary	69
Obr. 8.23 Scénář 3: Vývoj eliptické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data v čase $t = 9 - 18$ s	69
Obr. 8.24 Scénář 3: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)	70
Obr. 8.25 Scénář 3: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo)	70
Obr. 8.26 Scénář 3: Vývoj metriky pro novou asociací pro jednotlivé cíle a bistatické radary	70
Obr. 8.27 Scénář 9: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)	71
Obr. 8.28 Scénář 9: Vývoj chyby predikce (rozdíl mezi skutečnou a predikovanou polohou)	71
Obr. 8.29 Scénář 9: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary	72
Obr. 8.30 Scénář 9: Vývoj eliptické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data v čase $t = 10 - 18$ s	72
Obr. 8.31 Scénář 9: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)	73
Obr. 8.32 Scénář 9: Vývoj chyby predikce bez asociace (vlevo), vývoj chyby predikce s asociací (vpravo)	73
Obr. 8.33 Scénář 9: Vývoj metriky (s asociací) pro jednotlivé cíle a bistatické radary.....	73

13 Seznam tabulek

Tab 5.1 Celkový počet kombinací pro různých počet cílů pro tři bistatické radary ($K = 3$)	26
Tab 8.1 Popis scénářů.....	65

14 Použitá literatura

- [1] LAMPERTI, Gaia. Faster, cheaper, greener: Are drone deliveries the future of logistics?. *Euronews.next* [online]. 2022 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.euronews.com/next/2022/07/23/faster-cheaper-greener-are-drone-deliveries-the-future-of-logistics>
- [2] MADANI, Batool a Malick NDIAYE. Hybrid Truck-Drone Delivery Systems: A Systematic Literature Review. *IEEE Access*. 2022, **10**, 92854-92878. DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3202895. ISSN 2169-3536. Dostupné také z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9869811/>
- [3] FlytBase. *Flytbase* [online]. 2022 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://flytbase.com/drone-delivery/>
- [4] GRIFFITHS, H. a Christopher J. BAKER. *An introduction to passive radar*. Boston: Artech House, 2017. Artech House radar library. ISBN 9781630810368.
- [5] LONG-XIANG, Sun, Liu JIAN a Chen SI-XING. Analogue TV Signal-Based Passive Radar onboard Single Air-Platform. In: *2006 CIE International Conference on Radar*. IEEE, 2006, s. 1-4. DOI: 10.1109/ICR.2006.343147. ISBN 0780395824. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=4148550>
- [6] MALANOWSKI, Mateusz, Jacek MISIUREWICZ, Janusz KULPA, Piotr SAMCZYNSKI a Krzysztof KULPA. Analysis of detection range of FM-based passive radar. *IET Radar, Sonar*. 2014, **8**(2), 153-159. DOI: 10.1049/iet-rsn.2013.0185. ISSN 17518784. Dostupné také z: <http://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/iet-rsn.2013.0185>
- [7] OLSEN, K.E. a K. WOODBRIDGE. Classification aspects of Passive Bistatic Radar based on DVB-T. In: *IET International Conference on Radar Systems (Radar 2012)*. Institution of Engineering and Technology, 2012, s. 02-02. DOI: 10.1049/cp.2012.1704. ISBN 9781849196765. Dostupné také z: <http://digital-library.theiet.org/content/conferences/10.1049/cp.2012.1704>
- [8] KRYSIK, P., K. KULPA, M. BACZYK, L. MASLIKOWSKI a P. SAMCZYNSKI. Ground moving vehicles velocity monitoring using a GSM based passive bistatic radar. In: *Proceedings of 2011 IEEE CIE International Conference on Radar*. IEEE, 2011, s. 781-784. DOI: 10.1109/CIE-Radar.2011.6159657. ISBN 9781424484430. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6159657/>
- [9] CHETTY, Kevin, Qingchao CHEN a Karl WOODBRIDGE. Train monitoring using GSM-R based passive radar. In: *2016 IEEE Radar Conference (RadarConf)*. IEEE, 2016, s. 1-4. DOI: 10.1109/RADAR.2016.7485069. ISBN 9781509008636. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7485069/>
- [10] *European Union Aviation Safety Agency* [online]. Germany, 2022 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.easa.europa.eu/en>
- [11] *Úřad pro civilní letectví* [online]. Praha, 2022 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.caa.cz/>
- [12] *EUROCONTROL* [online]. Belgium, 2022 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.eurocontrol.int/>
- [13] *Řízení letového provozu České Republiky* [online]. Praha, 2022 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.rlp.cz/>

- [14] *EUROCAE* [online]. Paris, 2022 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.eurocae.net/>
- [15] Drone in near miss scare at 700ft with Heathrow airliner: Fears that this year's Christmas must-have gadgets could cause disaster in the skies. *Mailonline* [online]. London, UK, 2016 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.dailymail.co.uk/sciencetech/article-2864691/Drone-near-miss-scare-700ft-Heathrow-airliner.html>
- [16] Airport Security: Gatwick shows US airport vulnerability to drones threats. *AIRSIGHT* [online]. 2022 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.911security.com/blog/airport-security-gatwick-shows-u.s.-airport-vulnerability-to-drones-threats>
- [17] Airport security: the drone danger. *AirSide* [online]. London, UK, 2019 [cit. 2022-11-22]. Dostupné z: <https://www.airsideint.com/issue-article/airport-security-the-drone-danger/>
- [18] CHERNYAK, Victor S. *Fundamentals of multisite radar systems*. Amsterdam, The Netherlands: Gordon and Breach Science Publishers, 1998, xiii, 475 p. ISBN 9056991655.
- [19] *Lockheed Martin Corporation* [online]. USA, 2020 [cit. 2020-07-07]. Dostupné z: <http://www.lockheedmartin.com>
- [20] BEZOUSEK, Pavel a Vladimír SCHEJBAL. Bistatic and Multistatic Radar Systems. *Radioengineering*. Brno, 2008, 17(3), 7.
- [21] GRECO, Maria S., Alan BERNARD, Reidar HAUGEN, Radek PLŠEK, Daniel W. O'HAGAN a Mateusz MALANOWSKI. *Land and sea clutter from FM-based passive bistatic radars*. 2014, 8(2), 160-166. DOI: 10.1049/iet-rsn.2013.0186. ISSN 1751-8784. Dostupné také z: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/iet-rsn.2013.0186>
- [22] DOUGHTY, Shaun Raymond. *Development and Performance Evaluation of a Multistatic Radar System*. 2008. Doctoral Thesis. University of London.
- [23] *Academic Press Library in Signal Processing, Volume 7: Chapter 5 Multistatic radar systems*. In: . 2018, s. 23. DOI: 10.1016/C2016-0-00738-6. ISBN 978-0-12-811887-0.
- [24] EDRICH, Michael a Alexander SCHROEDER. Multiband multistatic Passive Radar system for airspace surveillance: A step towards mature PCL implementations. *2013 International Conference on Radar*. IEEE, 2013, , 218-223. DOI: 10.1109/RADAR.2013.6651988. ISBN 978-1-4673-5178-2. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6651988/>
- [25] BAKER, C.J. a H.D. GRIFFITHS. BISTATIC AND MULTISTATIC RADAR SENSORS FOR HOMELAND SECURITY. *Advances in Sensing with Security Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2006, , 1-22. NATO Security Through Science Series. DOI: 10.1007/1-4020-4295-7_01. ISBN 1-4020-4284-1. Dostupné také z: http://link.springer.com/10.1007/1-4020-4295-7_01
- [26] DERHAM, T.E., S. DOUGHTY, K. WOODBRIDGE a C.J. BAKER. *Design and evaluation of a low-cost multistatic netted radar system*. 2007, 1(5). DOI: 10.1049/iet-rsn:20060100. ISSN 17518784. Dostupné také z: https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/iet-rsn_20060100
- [27] *Air and Spaceborne Radar Systems*. 1st ed. United Kingdom: William Andrew, 2007. ISBN 1891121138.
- [28] *Radar Handbook ; editor in Chief M. I. Skolnik*. 2. ed. New York: McGraw-Hill Publishing Company, 1990. ISBN 0-07-057913-X.

- [29] WILLIS, Nicholas J. *Bistatic radar*. Vyd. 1. Boston: Artech House, 1991, xv, 329 p. ISBN 089006427X.
- [30] WILLIS, Nicholas J a H GRIFFITHS. *Advances in bistatic radar*. Raleigh, NC: SciTech Pub, 2007, xiv, 493 p. ISBN 1891121561.
- [31] CHERNIAKOV, Mikhail. *Bistatic Radar: Emerging Technology*. 1st. ed. Wiley, 2008. ISBN 978-0-470-02631-1.
- [32] CHERNIAKOV, Mikhail. *Bistatic Radar: Principles and Practice*. 1st. ed. United Kingdom: Wiley, 2008. ISBN 9780470026304.
- [33] ABDALLA, Ahmed, Mohaned Giess Shokrallah AHMED, Yuan ZHAO, Ying XIONG a Bin TANG. Deceptive jamming suppression in multistatic radar based on coherent clustering. *Journal of Systems Engineering and Electronics*. 2018, **29**(2), 269-277. DOI: 10.21629/JSEE.2018.02.07. ISSN 10044132. Dostupné také z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8355929>
- [34] BO, Lv, Song YAO a Zhou CHANG-YOU. Study of multistatic radar against velocity-deception jamming. *2011 International Conference on Electronics, Communications and Control (ICECC)*. IEEE, 2011, , 1044-1047. DOI: 10.1109/ICECC.2011.6066436. ISBN 978-1-4577-0320-1. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6066436/>
- [35] TANG, Zheng-Zhao, Yang-Yang DONG, Chun-Xi DONG, Xin CHANG a Guo-Qing ZHAO. A Deception Jamming Method Countering Bi- and Multistatic ISAR Based on Micro-Doppler Effect. *Mathematical Problems in Engineering*. 2018, **2018**, 1-6. DOI: 10.1155/2018/3689382. ISSN 1024-123X. Dostupné také z: <https://www.hindawi.com/journals/mpe/2018/3689382/>
- [36] A Closer Look At Stealth. *AviationWeek* [online]. USA: AviationWeek, 2020 [cit. 2020-07-07]. Dostupné z: <https://aviationweek.com/defense-space/closer-look-stealth>
- [37] State of Stealth: Special Topic. *AviationWeek*. USA, 2017, **2017**, 41.
- [38] GRANT, Rebecca. *The Radar Game: Understanding Stealth and Aircraft Survivability: Next American Century Series*. 1. Washington: IRIS Independent Research, 1998. ISBN 1892799006.
- [39] ZOHURI, Bahman. *Radar Energy Warfare and the Challenges of Stealth Technology*. 1st. ed. USA: Springer, 2020. ISBN 3030406180.
- [40] SUKHAREVSKY, Oleg I. *Electromagnetic wave scattering by aerial and ground radar objects*. 1st. ed. Boca Raton, 2015. ISBN 978-146-6576-780.
- [41] ZHANHE, Liu, Huang PEILIN, Gao XU, Li YING a Ji JINZUA. Multi-frequency RCS Reduction Characteristics of Shape Stealth with MLFMA with Improved MMN. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2010, **23**(3), 7. DOI: doi.org/10.1016/S1000-9361(09)60223-5.
- [42] YING, Li, Wu ZHE, Huang PEILIN a Liu ZHANHE. A New Method for Analyzing Integrated Stealth Ability of Penetration Aircraft. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2010, **23**(2), 187-193. DOI: 10.1016/S1000-9361(09)60203-X. ISSN 10009361. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S100093610960203X>
- [43] SANTOS, Luan Silva Carvalho dos, Luiz Alberto De ANDRADE a Adriana Medeiros GAMA. Analysis of Radar Cross Section Reduction of Fighter Aircraft by Means of Computer Simulation. *Journal of Aerospace Technology and Management*. 2014, **6**(2), 177-182. DOI: 10.5028/jatm.v6i2.259. ISSN 2175-9146. Dostupné také z: <http://www.jatm.com.br/ojs/index.php/jatm/article/view/259>

- [44] Low Observable Principles, Stealth Aircraft and Anti-Stealth Technologies. *Journal of Computations & Modelling*. United Kingdom: Scienpress, 2014, 4(1), 37. DOI: Low Observable Principles, Stealth Aircraft and Anti-Stealth Technologies.
- [45] M. WEISS. Synchronisation of bistatic radar systems. *IEEE International IEEE International IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2004. IGARSS '04. Proceedings. 2004.* IEEE, 2004, , 1750-1753. DOI: 10.1109/IGARSS.2004.1370671. ISBN 0-7803-8742-2. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1370671/>
- [46] LIU KESHENG. An analysis of some problems of bistatic and multistatic radars. *2003 Proceedings of the International Conference on Radar (IEEE Cat. No.03EX695)*. IEEE, 2003, , 429-432. DOI: 10.1109/RADAR.2003.1278780. ISBN 0-7803-7870-9. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1278780/>
- [47] PIDANIC, Jan, Tomas SHEJBAL, Zdenek NEMEC a Heru SUHARTANTO. Advanced targets association based on GPU computation of PHD function. In: *2015 International Conference on Advanced Computer Science and Information Systems (ICACSIS)*. IEEE, 2015, s. 13-22. DOI: 10.1109/ICACSIS.2015.7415197. ISBN 9781509003631. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=7415197>
- [48] PIDANIC, J., K. JURYCA a A. M. KUMAR. Analysis of Bistatic Ground Clutter. *Radioengineering*. 2018, 27(3), 856-863. DOI: 10.13164/re.2018.0856. ISSN 1210-2512. Dostupné také z: https://www.radioeng.cz/fulltexts/2018/18_03_0856_0863.pdf
- [49] SKOLNIK, Merrill I. *Introduction to radar systems*. 3rd ed. Boston: McGraw-Hill, 2001. ISBN 978-0-07-288138-7.
- [50] NATHANSON, Fred E., J. Patrick REILLY a Marvin COHEN. *Radar design principles: signal processing and the environment*. Second Edition. Edison, NJ: Scitech Publishing, 1999. ISBN 1891121502.
- [51] BEZOUŠEK, Pavel a Pavel ŠEDIVÝ. *Radarová technika*. Vyd. 1. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004, vi, 217 s. ISBN 8001030369.
- [52] HRDINA, Zdeněk, Petr PÁNEK a František VEJRAŽKA. *Rádiové určování polohy: (Družicový systém GPS)*. Vyd. 1. Praha: České vysoké učení technické, 1995. ISBN 80-01-01386-3.
- [53] BARTON, David K. *Radar technology encyclopedia*. 1st. ed. Boston: Artech House, 1997. ISBN 08-900-6893-3.
- [54] LOMTATIDZE, Lenka. *Historický vývoj pojmu křivka*. V Brně: Nadace Universitas, 2007. Scintilla. ISBN 978-80-7204-492-4.
- [55] WILLIS, Nicholas J. *Bistatic radar*. Raleigh, NC: Scitech Publishing, INC, 2005, xv, 329 pages. ISBN 9781891121456.
- [56] BLAKE, Lamont V. *Radar range-performance analysis*. 1st. ed. Norwood: Artech House, 1986. ISBN 08-900-6224-2.
- [57] HAYKIN, Simon S. *Adaptive filter theory*. 4th ed. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2002. ISBN 01-309-0126-1.
- [58] SAYED, Ali H. *Fundamentals of adaptive filtering*. New York: IEEE Press, 2003. ISBN 04-714-6126-1.
- [59] PIDANIC, Jan. *Methods for computing cross ambiguity function*. Pardubice, Czech Republic, 2013.
- [60] YATRAKIS, Christopher L. *Computing the Cross Ambiguity Function: A Review*. New York, USA, 2005. Master Thesis. Binghamton University.

- [61] MALANOWSKI, Mateusz. *Signal processing for passive bistatic radar*. 1st. ed. Norwood, MA: Artech House, 2019. Artech House radar library. ISBN 978-163-0816-629.
- [62] LEVANON, Nadav a Eli MOZESON. *Radar signals*. Hoboken, NJ: J. Wiley, 2004, xiv, 411 p. ISBN 0471473782.
- [63] RICHARDS, M. A. *Fundamentals of radar signal processing*. Second edition. New York: McGraw-Hill Education, 2014. ISBN 978-0-07-179832-7.
- [64] PIDANIC, Jan. *Metody pro výpočet CAF - přehled, srovnání a analýza*. Pardubice, 2012. Dissertation Thesis. University of Pardubice.
- [65] MINKLER, Gary. *Cfar: The Principles of Automatic Radar Detection in Clutter*. 1st. ed. Magellan Book, 1990. ISBN 978-0962161810.
- [66] *Principles of modern radar*. Editor Mark A. RICHARDS, editor James A. SCHEER, editor William A. HOLM. Edison: SciTech Publishing, 2010. ISBN 978-1-891121-52-4.
- [67] SRINIVASAN, Rajan. CFAR detection. *Importance Sampling*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2002, , 97-135. DOI: 10.1007/978-3-662-05052-1_5. ISBN 978-3-642-07781-4. Dostupné také z: http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-05052-1_5
- [68] MALANOWSKI, M. a K. KULPA. Two Methods for Target Localization in Multistatic Passive Radar. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2012, **48**(1), 572-580. DOI: 10.1109/TAES.2012.6129656. ISSN 0018-9251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6129656/>
- [69] MINAŘÍK, Tomáš. *Kalmanova filtrace měření koherentního bistatického radaru v případě většího počtu cílů*. Pardubice, 2019. Diplomová práce. Univerzita Pardubice.
- [70] WERTHMANN, John R. a Oliver E. DRUMMOND. Step-by-Step Description of a Computationally Efficient Version of Multiple Hypothesis Tracking. *Aerospace Sensing*. 1992, (1698), 288-300. DOI: 10.1117/12.139379. Dostupné také z: <http://proceedings.spiedigitallibrary.org/proceeding.aspx?articleid=991282>
- [71] TOBIAS, M. a A.D. LANTERMAN. A probability hypothesis density-based multitarget tracker using multiple bistatic range and velocity measurements. In: *Thirty-Sixth Southeastern Symposium on System Theory, 2004. Proceedings of the*. IEEE, 2004, s. 205-209. DOI: 10.1109/SSST.2004.1295649. ISBN 0780382811. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1295649>
- [72] GAO, L. a Y. MA. Dual Detection-Guided Newborn Target Intensity Based on Probability Hypothesis Density for Multiple Target Tracking. *KSI Transactions on Internet and Information Systems*. 2016, **10**(10), -. DOI: 10.3837/tiis.2016.10.025. ISSN 19767277. Dostupné také z: <http://www.itiis.org/digital-library/manuscript/1502>
- [73] KLEMM, Richard, Hugh GRIFFITHS a Wolfgang KOCH. *Novel Radar Techniques and Applications: Volume 2: Waveform Diversity and Cognitive Radar, and Target Tracking and Data Fusion*. 1st. ed. United Kingdom: SciTech Publishing, 2017. ISBN 978-1-61353-226-3.
- [74] JING, Zhongliang, Han PAN, Yuankai LI a Peng DONG. *Non-cooperative target tracking, fusion and control: Algorithms and Advances*. New York, NY: Springer Science Business Media, 2018. ISBN 978-331-9907-154.
- [75] GENG, Wen-dong, Yuan-qin WANG a Zheng-hong DONG. *Group-target tracking*. 1st. ed. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg, 2016. ISBN 978-981-1018-862.

- [76] STONE, Lawrence D., Roy L. STREIT, Thomas L. CORWIN a Kristine L. BELL. *Bayesian Multiple Target Tracking*. 2nd. ed. Norwood, MA: Artech House, 2014. ISBN 978-1-60807-553-9.
- [77] EUROCONTROL. *European Mode S Station Functional Specification*. 3.11. 2005. SUR/MODES/EMS/SPE-01. Dostupné také z: <https://www.eurocontrol.int/publication/european-mode-s-station-functional-specification>
- [78] POUPART, G. J. *Wind farms impact on radar aviation interests: Technical Report*. 2003. United Kingdom: QinetiQ, 2003.
- [79] MAHALANOBIS, Prasanta Chandra. On the generalised distance in statistics. In: *Proceedings of the National Institute of Sciences of India*. 1st. ed. India: National Institute of Sciences of India, 1936, s. 8.
- [80] BAR-SHALOM, Yaakov a Xiao RONG-LI. *Multitarget-multisensor tracking: advanced applications*. 3rd. ed. Norwood: Artech House, 1990. ISBN 08-900-6377-X.
- [81] BLACKMAN, S.S. Multiple hypothesis tracking for multiple target tracking. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*. 2004, **19**(1), 5-18. DOI: 10.1109/MAES.2004.1263228. ISSN 0885-8985. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1263228/>
- [82] TOBIAS, M. a A.D. LANTERMAN. A probability hypothesis density-based multitarget tracker using multiple bistatic range and velocity measurements. *Thirty-Sixth Southeastern Symposium on System Theory, 2004. Proceedings of the*. IEEE, 2004, , 205-209. DOI: 10.1109/SSST.2004.1295649. ISBN 0780382811. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=1295649>
- [83] BAR-SHALOM, Yaakov, Xiao-Rong LI a Thiagalingam KIRUBARAJAN. *Estimation with applications to tracking and navigation*. New York: Wiley, 2001. ISBN 04-714-1655-X.
- [84] GREWAL, Mohinder S. a Angus P. ANDREWS. *Kalman filtering: Theory and practice using MATLAB*. 3rd ed. Hoboken: Wiley, 2008. ISBN 978-0-470-17366-4.
- [85] HAYKIN, Simon. *Kalman Filtering and Neural Networks*. 1st. ed. Wiley-Interscience, 2001. ISBN 978-0-471-46421-1.
- [86] BROOKNER, Eli. *Tracking and Kalman filtering made easy*. New York: John Wiley, 1998. ISBN 04-711-8407-1.
- [87] GUSTAFSSON, Fredrik. Particle filter theory and practice with positioning applications. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*. 2010, **25**(7), 53-82. DOI: 10.1109/MAES.2010.5546308. ISSN 0885-8985. Dostupné také z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5546308/>
- [88] BRANKO, Ristic. *Particle Filters for Random Set Models*. 1st. ed. New York, USA: Springer-Verlag, 2013. ISBN 978-1-4614-6316-0.
- [89] YOZEVITCH, Roi a Boaz BEN-MOSHE. Advanced Particle Filter Methods. In: *Heuristics and Hyper-Heuristics - Principles and Applications*. InTech, 2017. DOI: 10.5772/intechopen.69236. ISBN 978-953-51-3383-4. Dostupné také z: <http://www.intechopen.com/books/heuristics-and-hyper-heuristics-principles-and-applications/advanced-particle-filter-methods>
- [90] RONG LI, X. a Y. BAR-SHALOM. Tracking in clutter with nearest neighbor filters: analysis and performance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 1996, **32**(3), 995-1010. DOI: 10.1109/7.532259. ISSN 0018-9251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/532259/>

- [91] SINHA, A., Z. DING, Thia KIRUBARAJAN a M. FAROOQ. Track Quality Based Multitarget Tracking Approach for Global Nearest-Neighbor Association. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2012, **48**(2), 1179-1191. DOI: 10.1109/TAES.2012.6178056. ISSN 0018-9251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6178056/>
- [92] KULMON, Pavel a Petra STUKOVSKA. Assessing Multiple-Target Tracking Performance Of GNN Association Algorithm. *2018 19th International Radar Symposium (IRS)*. IEEE, 2018, , 1-10. DOI: 10.23919/IRS.2018.8448011. ISBN 978-3-7369-9545-1. Dostupné také z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8448011/>
- [93] ROECKER, J.A. A class of near optimal JPDA algorithms. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. **30**(2), 504-510. DOI: 10.1109/7.272272. ISSN 00189251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/272272/>
- [94] BLOM, H.A.P. a E.A. BLOEM. Combining IMM and JPDA for tracking multiple maneuvering targets in clutter. *Proceedings of the Fifth International Conference on Information Fusion. FUSION 2002. (IEEE Cat.No.02EX5997)*. Int. Soc. Inf. Fusion, 2002, , 705-712. DOI: 10.1109/ICIF.2002.1021224. ISBN 0-9721844-1-4. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1021224/>
- [95] TUGNAIT, J.K. Tracking of multiple maneuvering targets in clutter using multiple sensors, IMM, and JPDA coupled filtering. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2004, **40**(1), 320-330. DOI: 10.1109/TAES.2004.1292168. ISSN 0018-9251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1292168/>
- [96] SOONHO JEONG a J.K. TUGNAIT. Tracking of multiple maneuvering targets in clutter with possibly unresolved measurements using imm and jpdam coupled filtering. *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005*. IEEE, 2005, , 1257-1262. DOI: 10.1109/ACC.2005.1470137. ISBN 0-7803-9098-9. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1470137/>
- [97] LIU, Zong Xiang a Xiu JIANG TANG. Particle Implementation of Marginal Distribution Bayes Filter. In: *2018 14th IEEE International Conference on Signal Processing (ICSP)*. IEEE, 2018, s. 817-821. DOI: 10.1109/ICSP.2018.8652418. ISBN 978-1-5386-4673-1. Dostupné také z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8652418/>
- [98] BAR-SHALOM, Yaakov, Peter K. WILLETT a Xin TIAN. *Tracking and Data fusion: A Handbook of Algorithms*. 1. Connecticut, USA: YBS Publishing, 2011. ISBN 0964831279.
- [99] LIANGBIN WU, XINMEI HU a SHICANG ZHANG. Multiple manoeuvring targets tracking via GM-PHD and IMM-SB/MHT. *IET International Radar Conference 2013*. Institution of Engineering and Technology, 2013, , 0060-0060. DOI: 10.1049/cp.2013.0245. ISBN 978-1-84919-603-1. Dostupné také z: <https://digital-library.theiet.org/content/conferences/10.1049/cp.2013.0245>
- [100] TANG, Huatao, Hao CHA, Feng LIU a Binbin WANG. A new MHT algorithm for small UAV considering micro Doppler characteristic. In: *2021 IEEE 2nd International Conference on Information Technology, Big Data and Artificial Intelligence (ICIBA)*. IEEE, 2021, s. 361-364. DOI: 10.1109/ICIBA52610.2021.9687983. ISBN 978-1-6654-2877-4. Dostupné také z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9687983/>
- [101] The probabilistic data association filter. *IEEE Control Systems* [online]. 2009, **29**(6), 82-100 [cit. 2022-07-14]. DOI: 10.1109/MCS.2009.934469. ISSN 1066-033X. Dostupné z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5338565/>

- [102] Yaakov Bar-Shalom. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001 [cit. 2022-08-18]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Yaakov_Bar-Shalom
- [103] Google scholar - y. bar-shalom. *Google scholar* [online]. Google, 2022 [cit. 2022-08-18]. Dostupné z: <https://scholar.google.com/citations?user=aW9GaKYAAAAJ&hl=en&oi=ao>
- [104] KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*. 1960, **82**(1), 35-45. DOI: 10.1115/1.3662552. ISSN 0021-9223. Dostupné také z: <https://asmedigitalcollection.asme.org/fluidsengineering/article/82/1/35/397706/A-New-Approach-to-Linear-Filtering-and-Prediction>
- [105] RAMACHANDRA, K. V. *Kalman filtering techniques for radar tracking*. 1. New York: Marcel Dekker, 2000. ISBN 9780824793227.
- [106] GREWAL, Mohinder S. a Angus P. ANDREWS. *Kalman filtering: theory and practice using MATLAB*. Fourth edition. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 2015. ISBN 9781118851210.
- [107] THOMAS, H.W., G. MAIGNAN a J.T. STOREY. Tracking in a multiradar environment. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. 1976, **123**(3). DOI: 10.1049/piee.1976.0044. ISSN 00203270. Dostupné také z: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/piee.1976.0044>
- [108] WILLNER, D., C. CHANG a K. DUNN. Kalman filter algorithms for a multi-sensor system. *1976 IEEE Conference on Decision and Control including the 15th Symposium on Adaptive Processes*. IEEE, 1976, , 570-574. DOI: 10.1109/CDC.1976.267794. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/4045654/>
- [109] Alfonso Farina. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001 [cit. 2022-08-19]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Alfonso_Farina
- [110] Multistatic Tracking and Comparison with Netted Monostatic Systems. In: *Proceedings of the International Conference Radar-82*. London, UK, 1982, s. 183-187.
- [111] FARINA, A. Tracking function in bistatic and multistatic radar systems. *IEE Proceedings F Communications, Radar and Signal Processing*. 1986, **133**(7). DOI: 10.1049/ip-f-1.1986.0100. ISSN 01437070. Dostupné také z: <https://digital-library.theiet.org/content/journals/10.1049/ip-f-1.1986.0100>
- [112] PETSIOS, Michail N., Emmanouil G. ALIVIZATOS a Nikolaos K. UZUNOGLU. Manoeuvring target tracking using multiple bistatic range and range-rate measurements. *Signal Processing*. 2007, **87**(4), 665-686. DOI: 10.1016/j.sigpro.2006.07.003. ISSN 01651684. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0165168406002568>
- [113] BOZDOGAN, Ali Onder, Gokhan SOYSAL a Murat EFE. Multistatic tracking using bistatic range - Range rate measurements. In: *FUSION '09. 12th International Conference on Information Fusion*. Seattle, WA, USA, 2009. ISBN 978-0-9824-4380-4.
- [114] BA-NGU VO, S. SINGH a A. BOUCET. Sequential monte carlo methods for multi-target filtering with random finite sets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2005, **41**(4), 1224-1245. DOI: 10.1109/TAES.2005.1561884. ISSN 0018-9251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1561884/>

- [115] BA-NGU VO, S. SINGH a A. DOUCET. Sequential monte carlo implementation of the phd filter for multi-target tracking. *Sixth International Conference of Information Fusion, 2003. Proceedings of the.* IEEE, 2003, , 792-799. DOI: 10.1109/ICIF.2003.177320. ISBN 0-9721844-4-9. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1255286/>
- [116] CHOPIN, Nicolas a Omiros PAPASPILIOPOULOS. *An Introduction to Sequential Monte Carlo*. 1. Switzerland: Springer Nature Switzerland AG, 2020. ISBN 978-3-030-47844-5.
- [117] PANTA, Kusha, Daniel E. CLARK a Ba-Ngu VO. Data Association and Track Management for the Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density Filter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2009, **45**(3), 1003-1016. DOI: 10.1109/TAES.2009.5259179. ISSN 0018-9251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5259179/>
- [118] BLOM, H.A.P. a Y. BAR-SHALOM. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients. *IEEE Transactions on Automatic Control*. **33**(8), 780-783. DOI: 10.1109/9.1299. ISSN 00189286. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1299/>
- [119] DEMPSTER, R.J., S.S. BLACKMAN a T.S. NICHOLS. Combining IMM filtering and MHT data association for multitarget tracking. *Proceedings The Twenty-Ninth Southeastern Symposium on System Theory*. IEEE Comput. Soc. Press, 1997, , 123-127. DOI: 10.1109/SSST.1997.581591. ISBN 0-8186-7873-9. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/581591/>
- [120] KOCH, W. Fixed-interval retrodiction approach to Bayesian IMM-MHT for maneuvering multiple targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. **36**(1), 2-14. DOI: 10.1109/7.826308. ISSN 00189251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/826308/>
- [121] MAHLER, R.P.S. Multitarget bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2003, **39**(4), 1152-1178. DOI: 10.1109/TAES.2003.1261119. ISSN 0018-9251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/1261119/>
- [122] FRIEDEN, B. Roy. *Probability, Statistical Optics, and Data Testing: A Problem Solving Approach*. 3rd. ed. New York, USA: Springer-Verlag, 2001. ISBN 3-540-41708-7.
- [123] PASHA, Syed Ahmed, Ba-Ngu VO, Hoang Duong TUAN a Wing-Kin MA. A Gaussian Mixture PHD Filter for Jump Markov System Models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2009, **45**(3), 919-936. DOI: 10.1109/TAES.2009.5259174. ISSN 0018-9251. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/5259174/>
- [124] TANG, Xu, Jian ZHOU, Jian HUANG a Ping WEI. Improved Particle Implementation of the Probability Hypothesis Density Filter in Resampling. In: *2012 IEEE 12th International Conference on Computer and Information Technology*. IEEE, 2012, s. 56-61. DOI: 10.1109/CIT.2012.36. ISBN 978-1-4673-4873-7. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/6391874/>
- [125] KANTAS, N., A. DOUCET, S.S. SINGH a J.M. MACIEJOWSKI. An Overview of Sequential Monte Carlo Methods for Parameter Estimation in General State-Space Models. *IFAC Proceedings Volumes*. 2009, **42**(10), 774-785. DOI: 10.3182/20090706-3-FR-2004.00129. ISSN 14746670. Dostupné také z: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016387432>

- [126] Bayesova věta. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001 [cit. 2022-07-08]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Bayesova_v%C4%9Bta
- [127] VO, B.-N. a W.-K. MA. The Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density Filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2006, **54**(11), 4091-4104. DOI: 10.1109/TSP.2006.881190. ISSN 1053-587X. Dostupné také z: <https://ieeexplore.ieee.org/document/1710358/>
- [128] DAMES, Philip M. Distributed multi-target search and tracking using the PHD filter. *Autonomous Robots*. 2020, **44**(3-4), 673-689. DOI: 10.1007/s10514-019-09840-9. ISSN 0929-5593. Dostupné také z: <http://link.springer.com/10.1007/s10514-019-09840-9>
- [129] THRUN, Sebastian, Wolfram BURGARD a Dieter FOX. *Probabilistic robotics*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 2006. ISBN 978-0262201629.
- [130] Taylor expansions and applications. *Mathematical Analysis I*. 1. Milano: Springer Milan, 2008, s. 223-255. Universitext. DOI: 10.1007/978-88-470-0876-2_7. ISBN 978-88-470-0875-5. Dostupné také z: http://link.springer.com/10.1007/978-88-470-0876-2_7
- [131] LI, Yunxiang, Huaitie XIAO, Zhiyong SONG, Hongqi FAN a Rui HU. Joint multi-target filtering and track maintenance using improved labeled particle PHD filter. In: *2014 7th International Congress on Image and Signal Processing*. IEEE, 2014, s. 1136-1140. DOI: 10.1109/CISP.2014.7003951. ISBN 978-1-4799-5835-1. Dostupné také z: <http://ieeexplore.ieee.org/document/7003951/>
- [132] ARDESHIRI, Tohid, Umut ORGUNER, Christian LUNDQUIST a Thomas B. SCHON. On mixture reduction for multiple target tracking. In: *2012 15th International Conference on Information Fusion*. Singapore, 2012, s. 8. ISBN 978-0-9824438-5-9.
- [133] WANG, Kuiwu, Qin ZHANG a Xiaolong HU. Label GM-PHD Filter Based on Threshold Separation Clustering. *Sensors*. 2022, **22**(1). DOI: 10.3390/s22010070. ISSN 1424-8220. Dostupné také z: <https://www.mdpi.com/1424-8220/22/1/70>

15 Přílohy

Seznam příloh

Příloha 1: Výpočty parciálních derivací použitých při linearizaci

Příloha 2: Výpočet kovarianční matice měření \mathbf{Q}

Příloha 3: Výsledky lokálního testování pro dané scénáře

Příloha 1

Výpočty parciálních derivací použitých při linearizaci

$$(1) \frac{dD_{m,k}(n)}{dt}$$

$$\begin{aligned} \frac{dD_{m,k}(n)}{dt} &= \frac{d\left\{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2} + \sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}\right\}}{dt} \\ &= \frac{d\left\{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}\right\}}{dt} + \frac{d\left\{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}\right\}}{dt} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2[x_m(n) - x_p] \frac{dx_m(n)}{dt} + 2[y_m(n) - y_p] \frac{dy_m(n)}{dt}}{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2[x_m(n) - x_{vk}] \cdot \frac{dx_m(n)}{dt} + 2[y_m(n) - y_{vk}] \cdot \frac{dy_m(n)}{dt}}{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}} \\ &= \frac{[x_m(n) - x_p] \cdot v_{x_m}(k) + [y_m(n) - y_p] \cdot v_{y_m}(n)}{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}} + \frac{[x_m(n) - x_{vk}] \cdot v_{x_m}(n) + [y_m(n) - y_{vk}] \cdot v_{y_m}(n)}{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}} \end{aligned}$$

$$(2) \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n)} &= \frac{\partial\left\{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2} + \sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}\right\}}{\partial y_m(n)} \\ &= \frac{\partial\left\{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}\right\}}{\partial y_m(n)} + \frac{\partial\left\{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}\right\}}{\partial y_m(n)} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2[y_m(n-1) - y_p] \cdot 1}{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2[y_m(n-1) - y_{vk}] \cdot 1}{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}} \\ &= \frac{y_m(n-1) - y_p}{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}} + \frac{y_m(n-1) - y_{vk}}{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}} \end{aligned}$$

$$(3) \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n)}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial D_{m,k}(n-1)}{\partial y_m(n)} &= \frac{\partial \left\{ \sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2} + \sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2} \right\}}{\partial y_m(n)} \\ &= \frac{\partial \left\{ \sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2} \right\}}{\partial y_m(n)} + \frac{\partial \left\{ \sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2} \right\}}{\partial y_m(n)} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2[y_m(n-1) - y_p] \cdot 1}{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2[y_m(n-1) - y_{vk}] \cdot 1}{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}} \\ &= \frac{y_m(n-1) - y_p}{\sqrt{[x_m(n) - x_p]^2 + [y_m(n) - y_p]^2}} + \frac{y_m(n-1) - y_{vk}}{\sqrt{[x_m(n) - x_{vk}]^2 + [y_m(n) - y_{vk}]^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4) \quad & \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial x_m(n-1)} \\
& \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial x_m(n-1)} = \frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} \right.}{\partial x_m(n-1)} \\
& \quad \left. + \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}} \right\}}{\partial x_m(n-1)} \\
& = \frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} \right\}}{\partial x_m(n-1)} + \\
& \quad \frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}} \right\}}{\partial x_m(n-1)},
\end{aligned}$$

kde

$$\begin{aligned}
& v_{x_m}(n-1) \cdot \sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2} - \\
& - \left\{ \frac{\left\{ v_{x_m}(n-1) \left[x_m(n-1) - x_p \right] + v_{y_m}(n-1) \left[y_m(n-1) - y_p \right] \right\} \left[x_m(n-1) - x_p \right]}{\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2}} \right\} \\
A_1 = & \frac{\left\{ v_{x_m}(n-1) \left[x_m(n-1) - x_p \right] + v_{y_m}(n-1) \left[y_m(n-1) - y_p \right] \right\} \left[x_m(n-1) - x_p \right]}{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2} = \\
& \frac{v_{x_m}(n-1) \cdot \left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + v_{x_m}(n-1) \cdot \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2 -}{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2} - \\
& \frac{-v_{x_m}(n-1) \cdot \left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 - v_{y_m}(n-1) \cdot \left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot \left[y_m(n-1) - y_p \right]}{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2} = \\
& \frac{\left[y_m(n-1) - y_p \right] \left\{ v_{x_m}(n-1) \cdot \left[y_m(n-1) - y_p \right] - v_{y_m}(n-1) \cdot \left[x_m(n-1) - x_p \right] \right\}}{\left(\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2} \right)^3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& v_{x_m}(n-1) \cdot \sqrt{[x_m(n) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n) - y_{V_k}]^2} - \\
& - \frac{\left\{ v_{x_m}(n-1)[x_m(n-1) - x_{V_k}] + v_{y_m}(n-1)[y_m(n-1) - y_{V_k}] \right\} [x_m(n-1) - x_{V_k}]}{\sqrt{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2}} = \\
\mathbf{B}_1 = & \frac{v_{x_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + v_{y_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2 -}{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2} \\
& - \frac{v_{x_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 - v_{y_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}] \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}]}{\sqrt{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2}} = , \\
& = \frac{[y_m(n-1) - y_{V_k}] \left\{ v_{x_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}] - v_{y_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}] \right\}}{\left(\sqrt{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2} \right)^3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_1 = & \frac{[y_m(n-1) - y_P] \left\{ v_{x_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_P] - v_{y_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_P] \right\}}{\left(\sqrt{[x_m(n-1) - x_P]^2 + [y_m(n-1) - y_P]^2} \right)^3} \\
& + \frac{[y_m(n-1) - y_{V_k}] \left\{ v_{x_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}] - v_{y_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}] \right\}}{\left(\sqrt{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2} \right)^3} .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(5) \quad & \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{x_m}(n-1)} \\
& \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{x_m}(n-1)} = \frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} + \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}} \right\}}{\partial v_{x_m}(n-1)} \\
& = \underbrace{\frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} \right\}}{\partial v_{x_m}(n-1)}}_{A_2} + \\
& + \underbrace{\frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}} \right\}}{\partial v_{x_m}(n-1)}}_{B_2} \\
A_2 & = \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot \sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}}{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2} = \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right]}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} \\
B_2 & = \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot \sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}}{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right]^2} = \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right]}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}} \\
A_2 + B_2 & = \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right]}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} + \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right]}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}}
\end{aligned}$$

$$(6) \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial y_m(n-1)}$$

$$\frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial y_m(n-1)} = \frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2}} + \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right]^2}} \right\}}{\partial y_m(n-1)}$$

$$= \underbrace{\frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2}} \right\}}{\partial y_m(n-1)}}_{A_3} +$$

$$+ \underbrace{\frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right]^2}} \right\}}{\partial y_m(n-1)}}_{B_3}$$

$$\begin{aligned} & v_{y_m}(n-1) \cdot \sqrt{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2} - \\ & - \frac{\left\{ v_{x_m}(n-1) \left[x_m(n-1) - x_p \right] + v_{y_m}(n-1) \left[y_m(n-1) - y_p \right] \right\} \left[y_m(n-1) - y_p \right]}{\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2}} \Bigg|_{A_3} = \\ & = \frac{v_{y_m}(n-1) \cdot \left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + v_{y_m}(n-1) \cdot \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2 - v_{y_m}(n-1) \cdot \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2 - v_{x_m}(n-1) \cdot \left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot \left[y_m(n-1) - y_p \right]}{\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2}} = \\ & = \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \left\{ v_{y_m}(n-1) \cdot \left[x_m(n-1) - x_p \right] - v_{x_m}(n-1) \cdot \left[y_m(n-1) - y_p \right] \right\}}{\left(\sqrt{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2} \right)^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& v_{y_m}(n-1) \cdot \sqrt{[x_m(n) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n) - y_{V_k}]^2} - \\
& - \frac{\left\{ v_{x_m}(n-1)[x_m(n-1) - x_{V_k}] + v_{y_m}(n-1)[y_m(n-1) - y_{V_k}] \right\} [y_m(n-1) - y_{V_k}]}{\sqrt{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2}} \\
\mathbf{B}_3 = & \frac{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2}{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2} \\
& v_{y_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + v_{y_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2 - \\
& - v_{y_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2 - v_{x_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}] \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}] \\
= & \frac{\sqrt{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2}}{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2} \\
= & \frac{[x_m(n-1) - x_{V_k}] \left\{ v_{y_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}] - v_{x_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}] \right\}}{\left(\sqrt{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2} \right)^3} \\
\mathbf{A}_3 + \mathbf{B}_3 = & \frac{[x_m(n-1) - x_P] \left\{ v_{y_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_P] - v_{x_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_P] \right\}}{\left(\sqrt{[x_m(n-1) - x_P]^2 + [y_m(n-1) - y_P]^2} \right)^3} + \\
& + \frac{[x_m(n-1) - x_{V_k}] \left\{ v_{y_m}(n-1) \cdot [x_m(n-1) - x_{V_k}] - v_{x_m}(n-1) \cdot [y_m(n-1) - y_{V_k}] \right\}}{\left(\sqrt{[x_m(n-1) - x_{V_k}]^2 + [y_m(n-1) - y_{V_k}]^2} \right)^3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(7) \quad & \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{y_m}(n-1)} \\
& \frac{\partial \left[\frac{dD_{m,k}(n-1)}{dt} \right]}{\partial v_{y_m}(n-1)} = \frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} + \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}} \right\}}{\partial v_{y_m}(n-1)} \\
& = \underbrace{\frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_p \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} \right\}}{\partial v_{y_m}(n-1)}}_{A_4} + \underbrace{\frac{\partial \left\{ \frac{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right] \cdot v_{x_m}(n-1) + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot v_{y_m}(n-1)}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}} \right\}}{\partial v_{y_m}(n-1)}}_{B_4} \\
A_4 & = \frac{\left[y_m(n-1) - y_p \right] \cdot \sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}}{\left[x_m(n-1) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_p \right]^2} = \frac{\left[y_m(n-1) - y_p \right]}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} \\
B_4 & = \frac{\left[y_m(n-1) - y_{vk} \right] \cdot \sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}}{\left[x_m(n-1) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n-1) - y_{vk} \right]^2} = \frac{\left[y_m(n-1) - y_{vk} \right]}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}} \\
A_4 + B_4 & = \frac{\left[y_m(n-1) - y_p \right]}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_p \right]^2 + \left[y_m(n) - y_p \right]^2}} + \frac{\left[y_m(n-1) - y_{vk} \right]}{\sqrt{\left[x_m(n) - x_{vk} \right]^2 + \left[y_m(n) - y_{vk} \right]^2}}
\end{aligned}$$

Příloha 2

Výpočet kovarianční matice měření \mathbf{Q}

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q} &= \int_0^{T_v} A(\tau) Q_c A^T(\tau) d\tau = \int_0^{T_v} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \tau \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \tau & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \tau & 0 & 1 \end{bmatrix} d\tau = \\
 &= \int_0^{T_v} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sigma_a^2 \tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_a^2 \tau \\ 0 & 0 & \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \tau & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \tau & 0 & 1 \end{bmatrix} d\tau = \int_0^{T_v} \begin{bmatrix} \sigma_a^2 \tau^2 & 0 & \sigma_a^2 \tau & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \tau^2 & 0 & \sigma_a^2 \tau \\ \sigma_a^2 \tau & 0 & \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \tau & 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix} d\tau = \\
 &= \begin{bmatrix} \sigma_a^2 \frac{T_v^3}{3} & 0 & \sigma_a^2 \frac{T_v^2}{2} & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \frac{T_v^3}{3} & 0 & \sigma_a^2 \frac{T_v^2}{2} \\ \sigma_a^2 \frac{T_v^2}{2} & 0 & \sigma_a^2 T_v & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \frac{T_v^2}{2} & 0 & \sigma_a^2 T_v \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} Q_s & 0 & Q_{sv} & 0 \\ 0 & Q_v & 0 & Q_{sv} \\ Q_{sv} & 0 & Q_s & 0 \\ 0 & Q_{sv} & 0 & Q_v \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Příloha 3

Výsledky lokálního testování pro dané scénáře

Výsledky odpovídají nastavením parametrů uvedených v Tab 8.1 Popis scénářů. Grafické výstupy pro jednotlivé scénáře jsou vždy chronologicky uvedeny v pořadí:

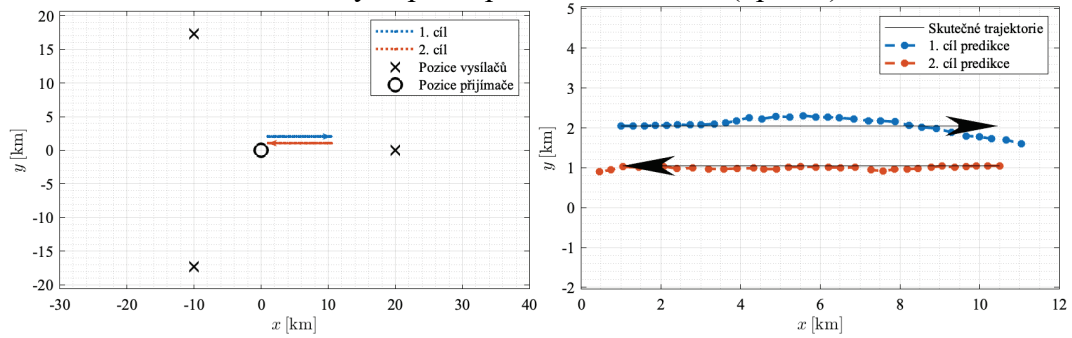
- Scénář X: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)
- Scénář X: Vývoj chyby predikce
- Scénář X: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary
- Scénář X: Vývoj bistatické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data
- Scénář X: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)
- Scénář X: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo)
- Scénář X: Vývoj metriky pro novou asociaci pro jednotlivé cíle a bistatické radary

Seznam scénářů (dle Tab 8.1):

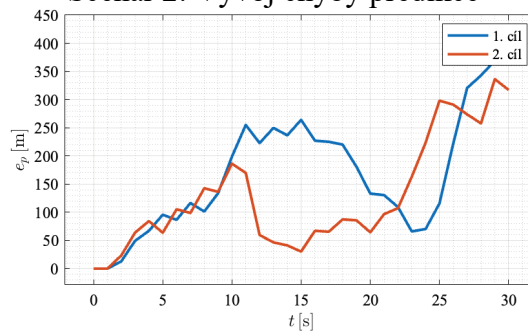
- Scénář 2
- Scénář 4
- Scénář 5
- Scénář 6
- Scénář 7
- Scénář 8

Scénář 2

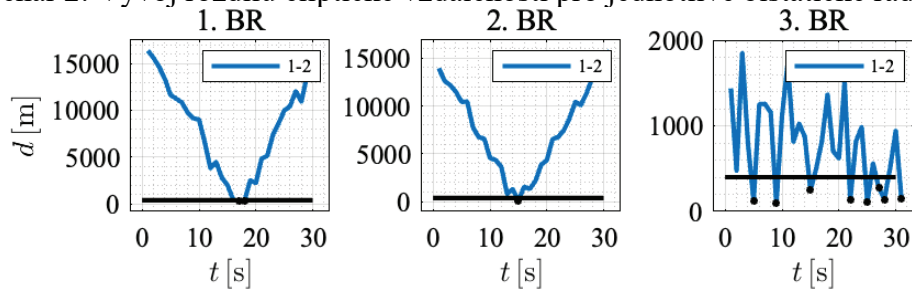
Scénář 2: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)



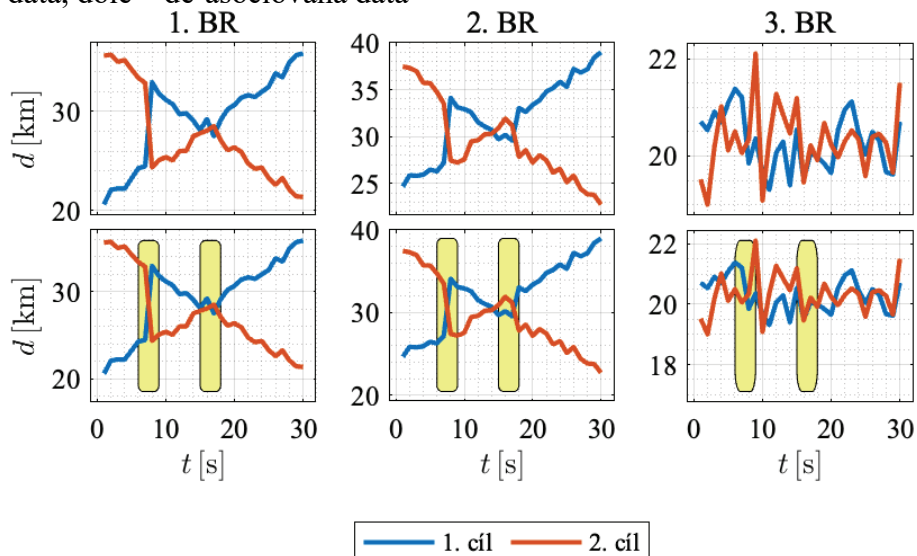
Scénář 2: Vývoj chyby predikce



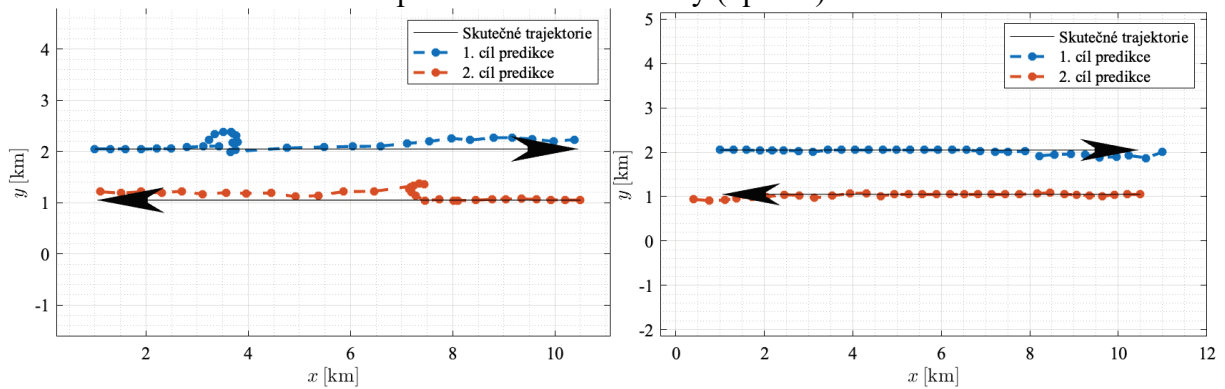
Scénář 2: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary



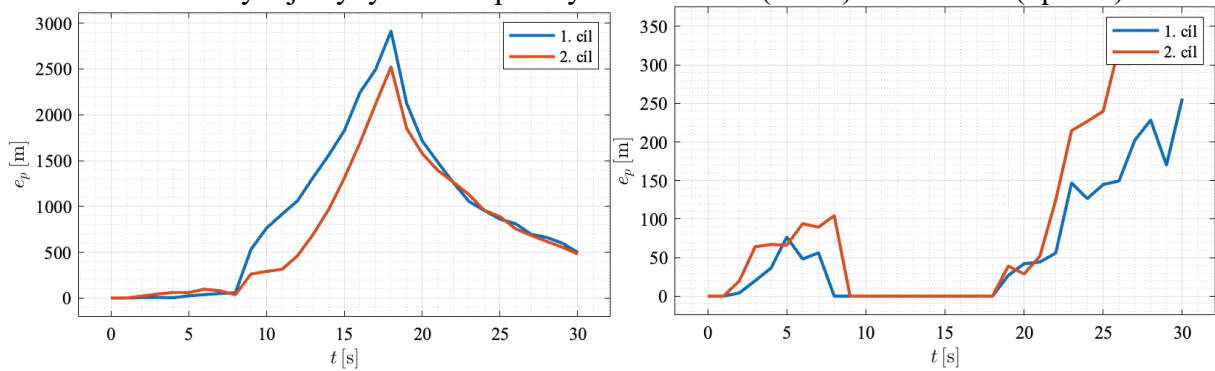
Scénář 2: Vývoj bistatické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data



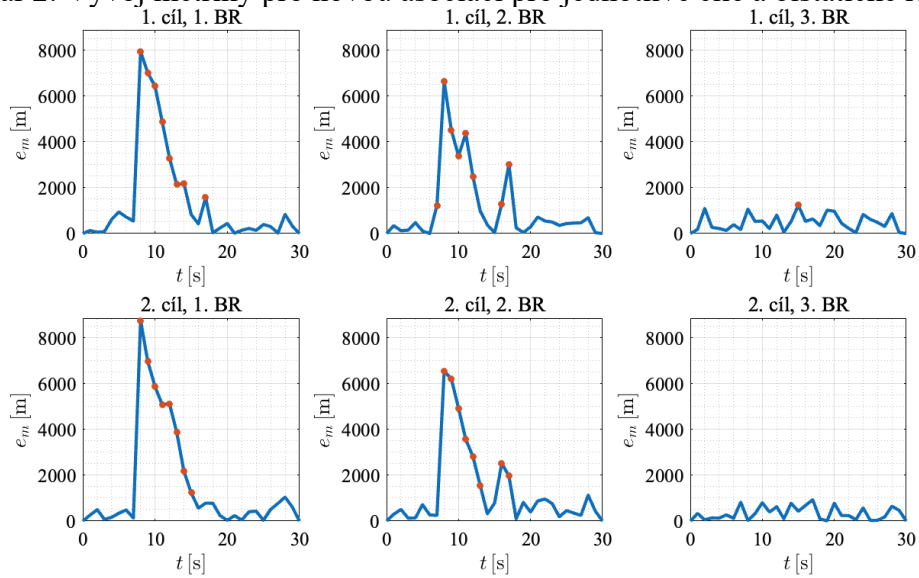
Scénář 2: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)



Scénář 2: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo).

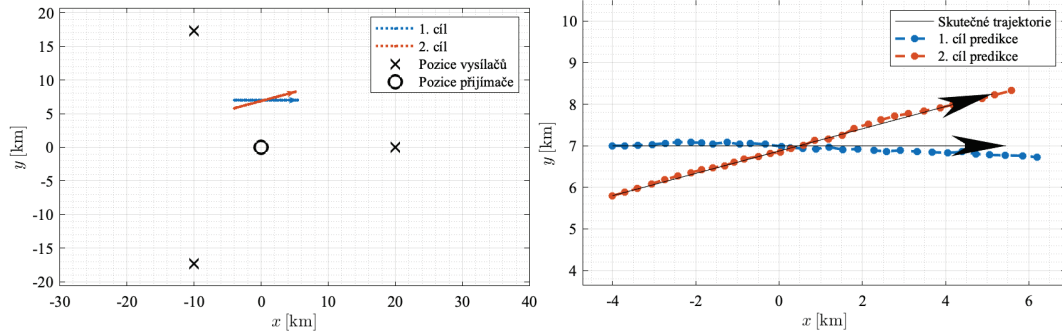


Scénář 2: Vývoj metriky pro novou asociaci pro jednotlivé cíle a bistatické radary

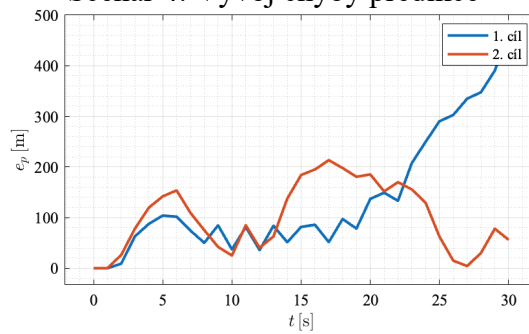


Scénář 4

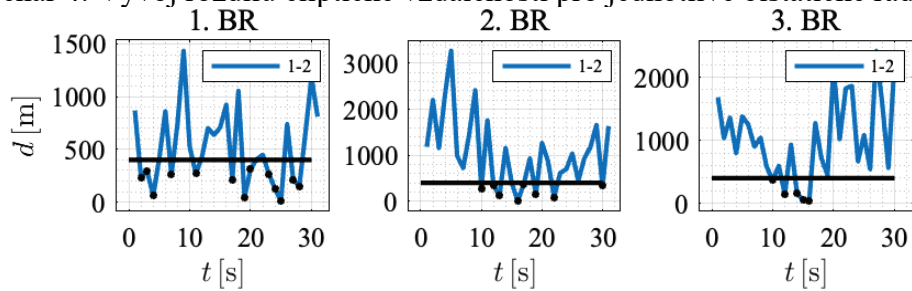
Scénář 4: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)



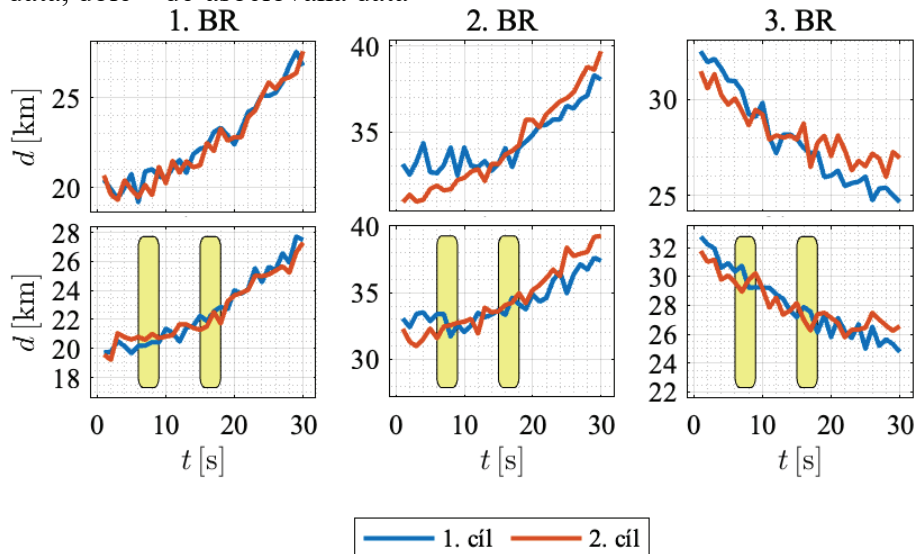
Scénář 4: Vývoj chyby predikce



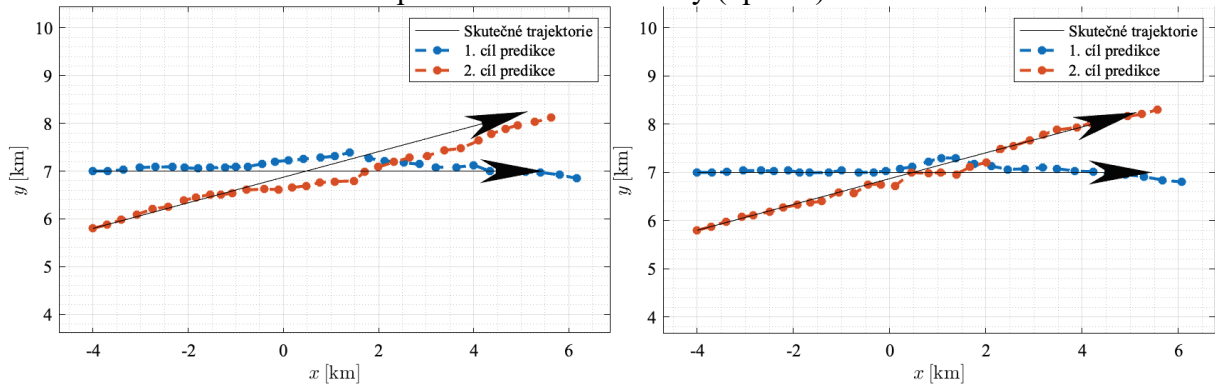
Scénář 4: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary



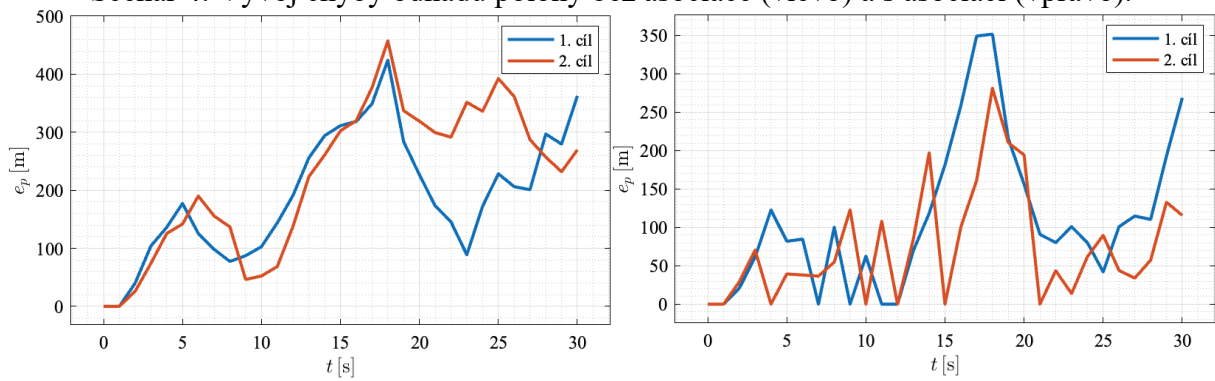
Scénář 4: Vývoj bistatické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data



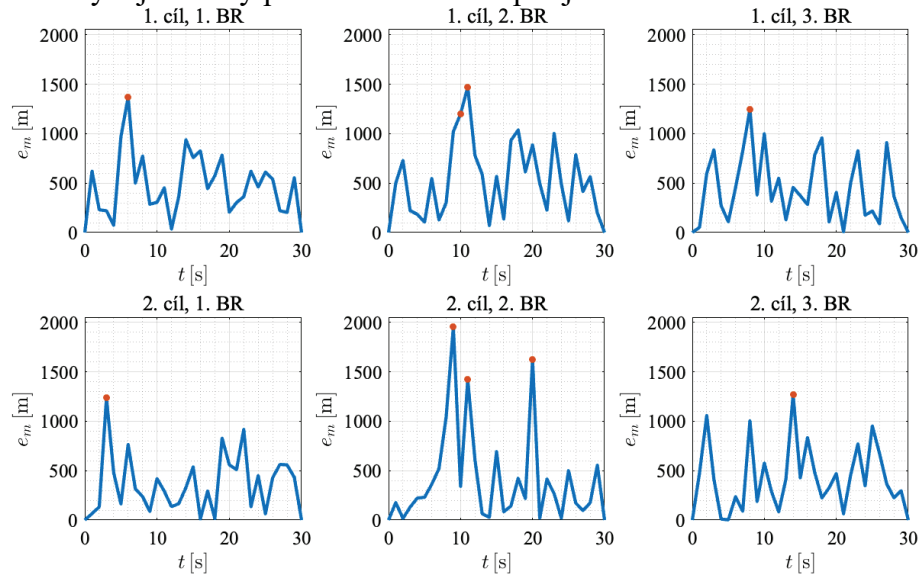
Scénář 4: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)



Scénář 4: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo).

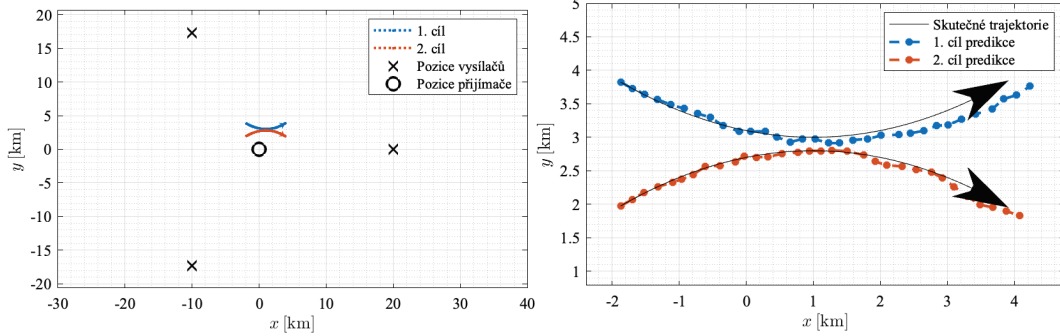


Scénář 4: Vývoj metriky pro novou asociaci pro jednotlivé cíle a bistatické radary

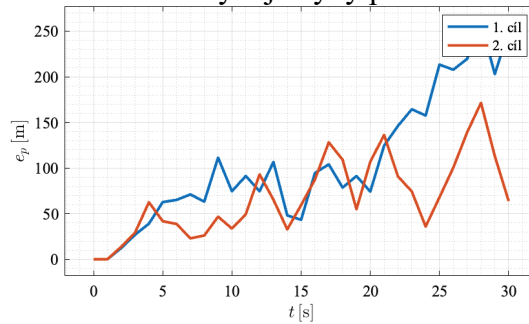


Scénář 5

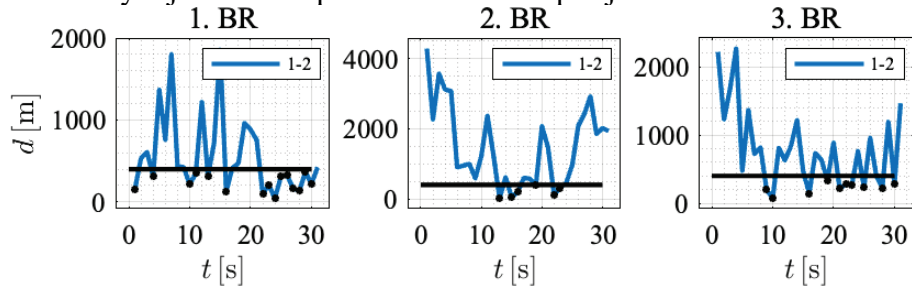
Scénář 5: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)



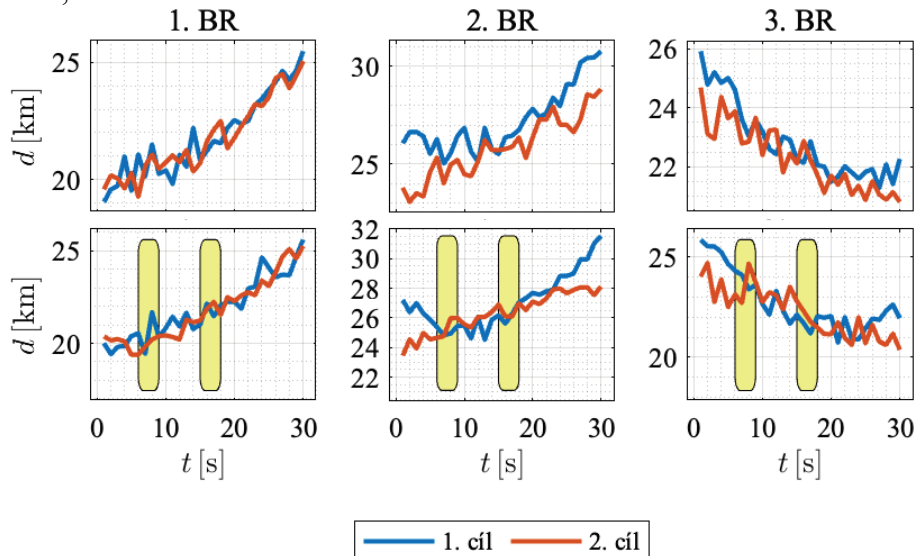
Scénář 5: Vývoj chyby predikce



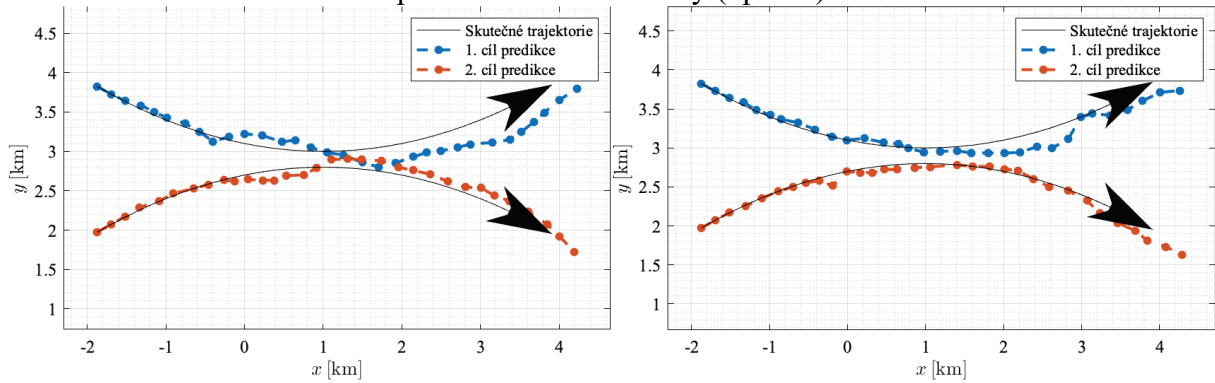
Scénář 5: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary



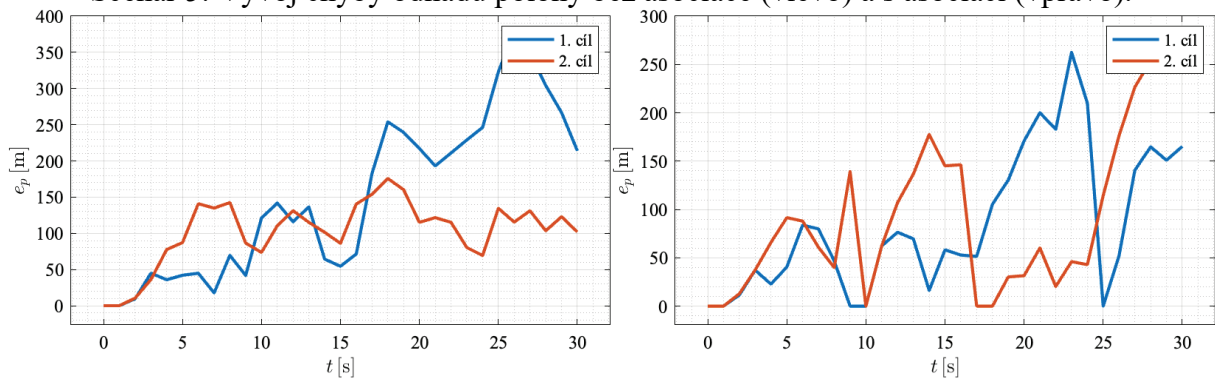
Scénář 5: Vývoj bistatické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data



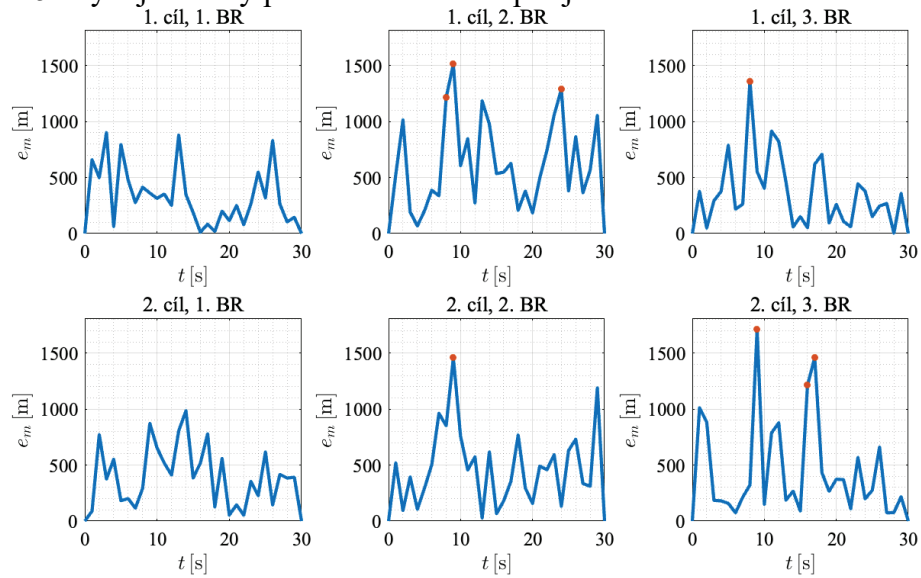
Scénář 5: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)



Scénář 5: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo).

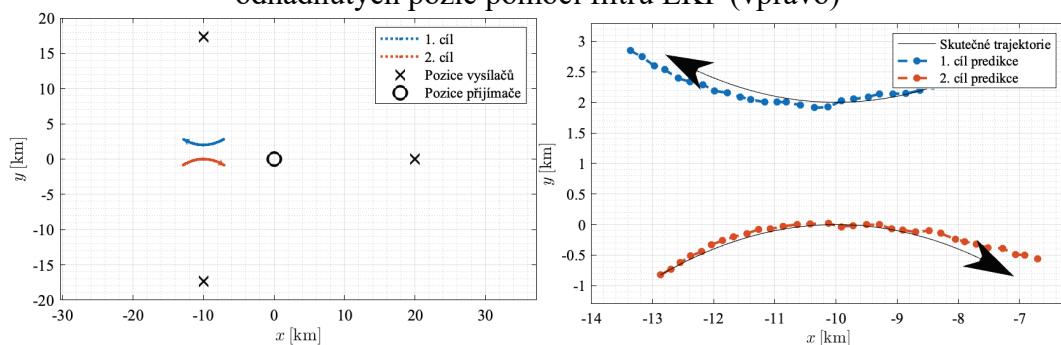


Scénář 5: Vývoj metriky pro novou asociaci pro jednotlivé cíle a bistatické radary

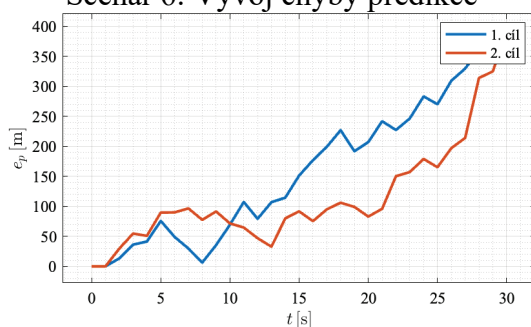


Scénář 6

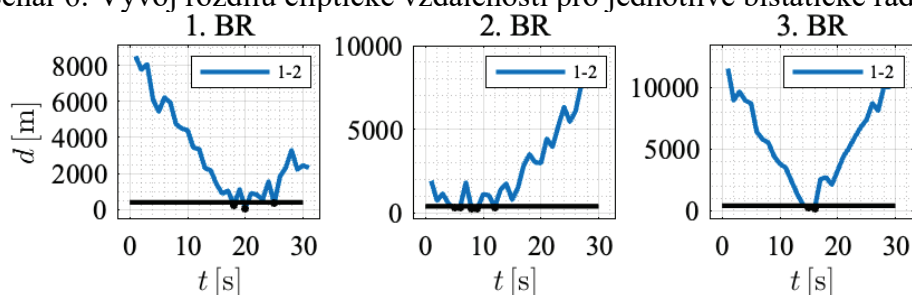
Scénář 6: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)



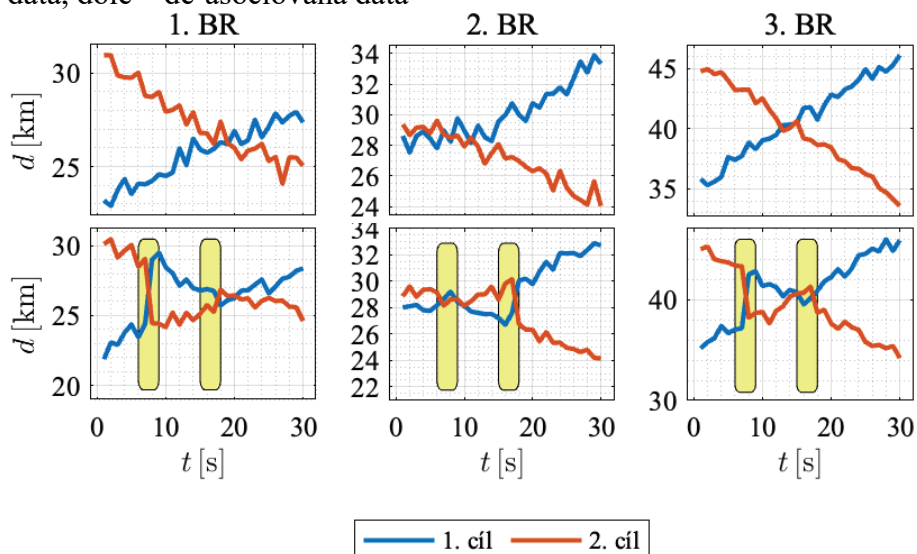
Scénář 6: Vývoj chyby predikce



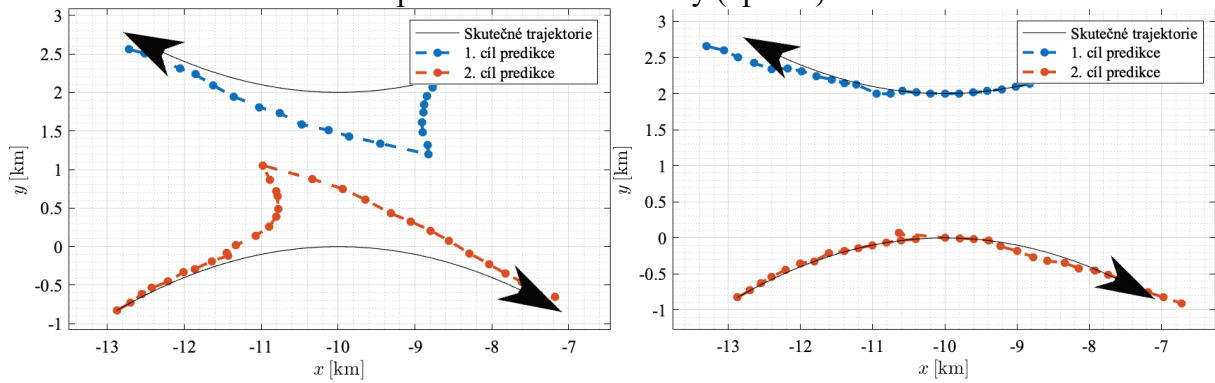
Scénář 6: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary



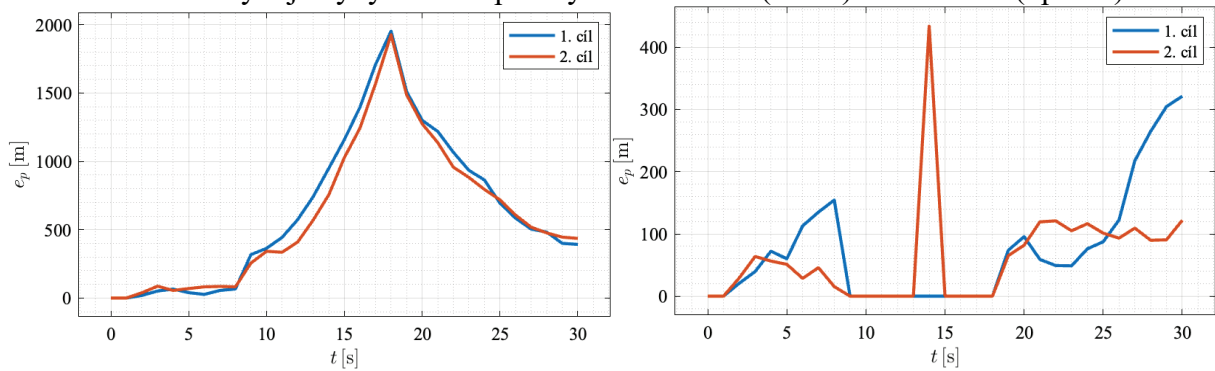
Scénář 6: Vývoj bistatické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahoře – asociovaná data, dole – de-asociovaná data



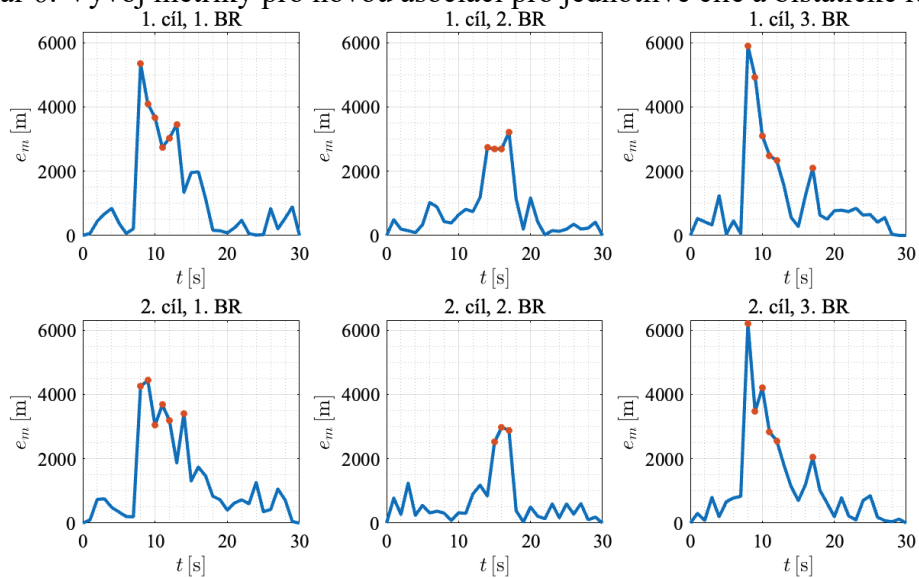
Scénář 6: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)



Scénář 6: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo).

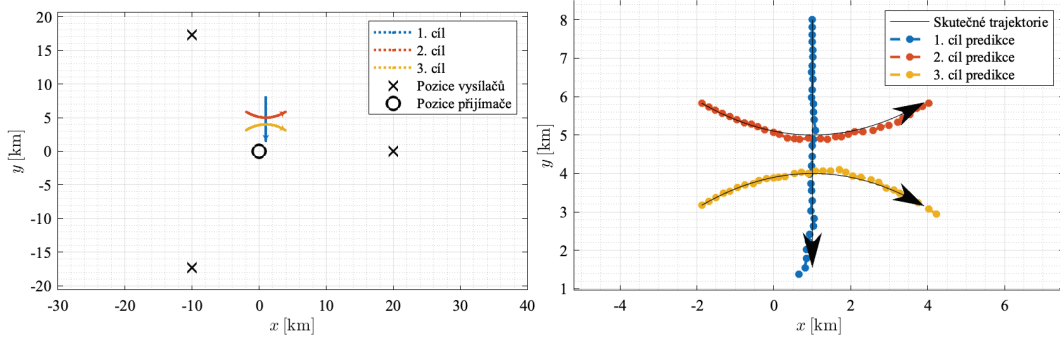


Scénář 6: Vývoj metriky pro novou asociaci pro jednotlivé cíle a bistatické radary

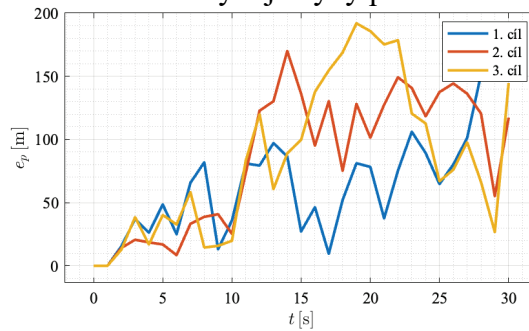


Scénář 7

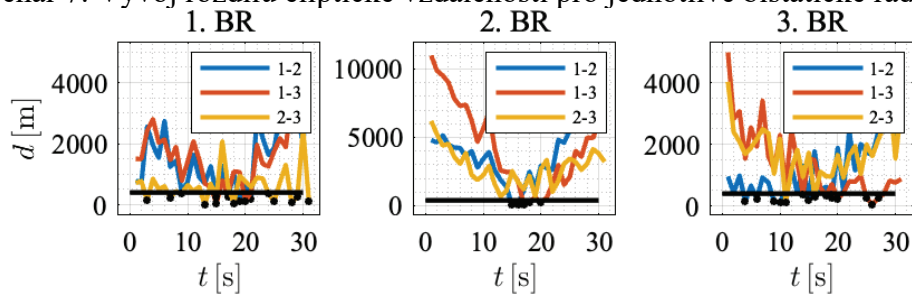
Scénář 7: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)



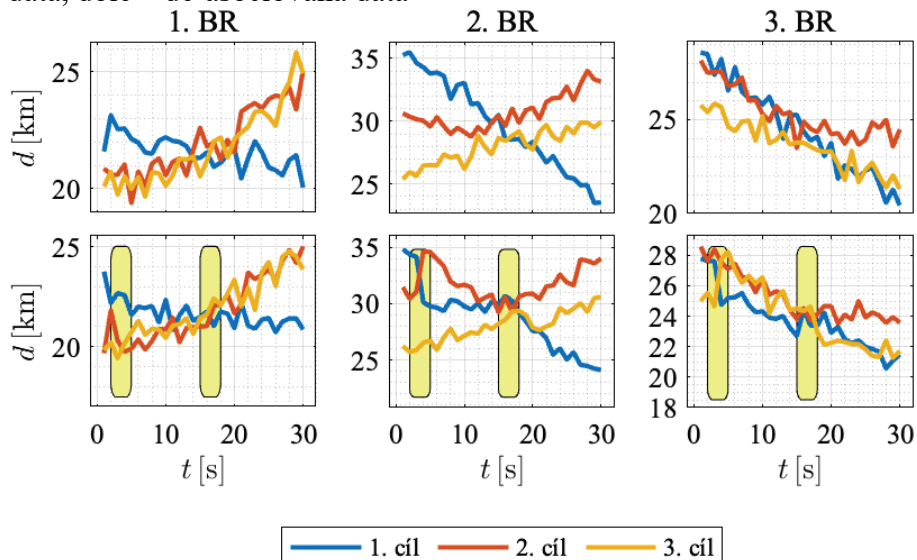
Scénář 7: Vývoj chyby predikce



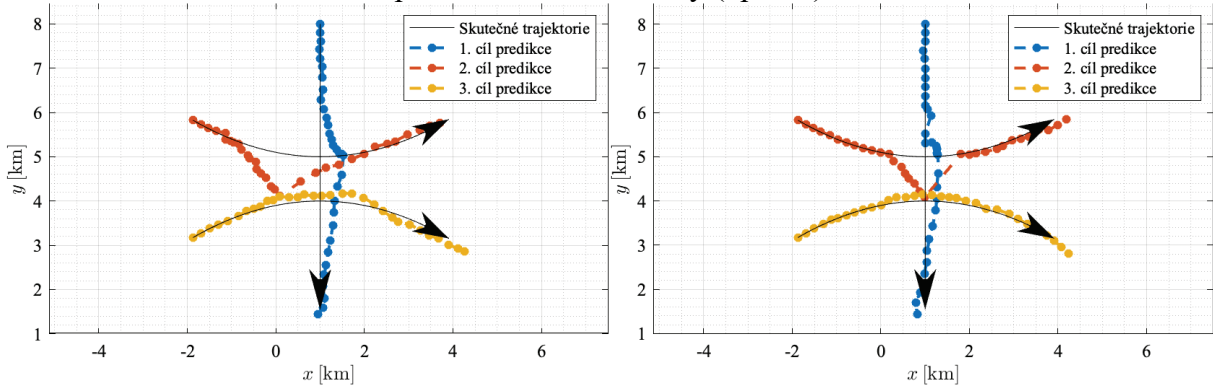
Scénář 7: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary



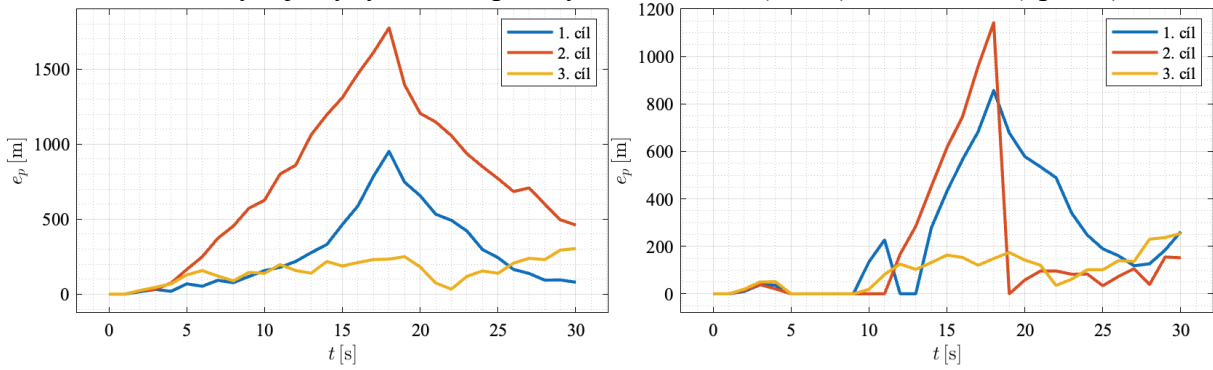
Scénář 7: Vývoj bistatické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data



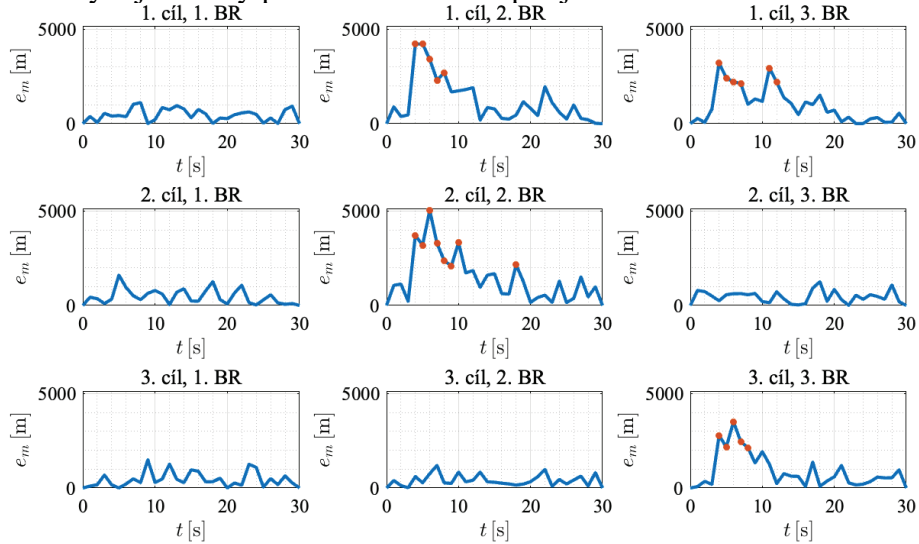
Scénář 7: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)



Scénář 7: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo).

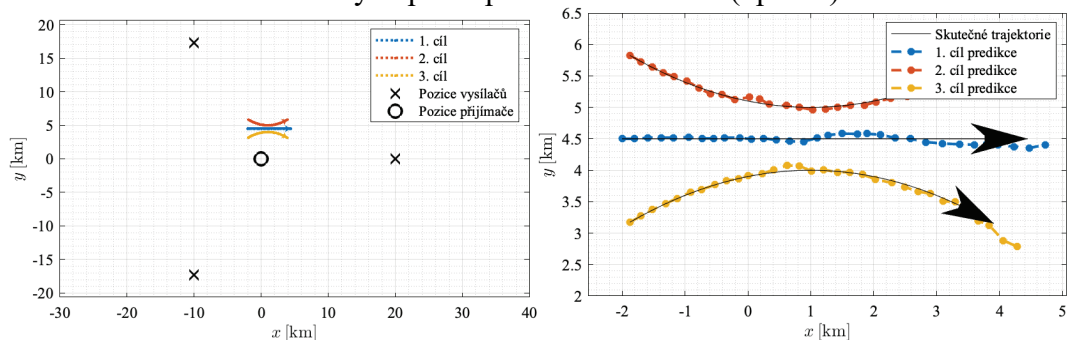


Scénář 7: Vývoj metriky pro novou asociaci pro jednotlivé cíle a bistatické radary

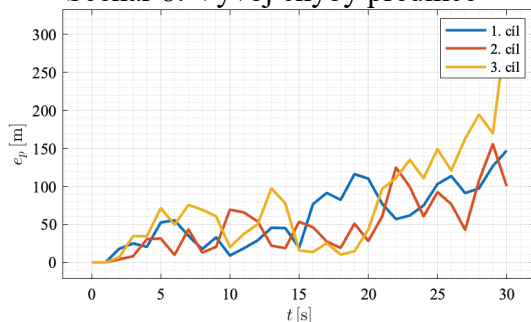


Scénář 8

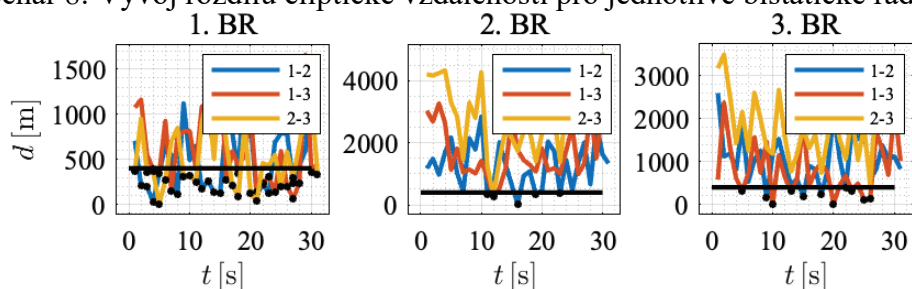
Scénář 8: Skutečná trajektorie cílů s umístěním přijímače a vysílačů (vlevo), detail odhadnutých pozic pomocí filtru EKF (vpravo)



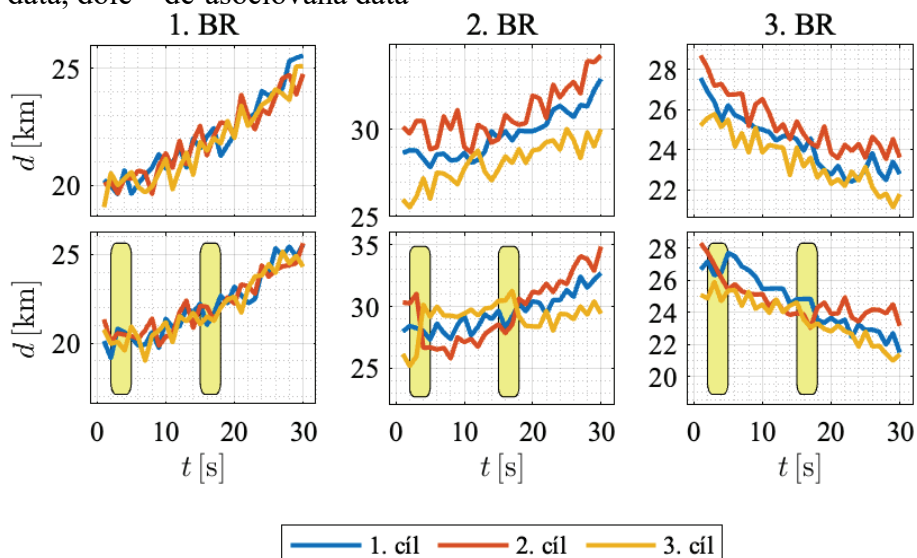
Scénář 8: Vývoj chyby predikce



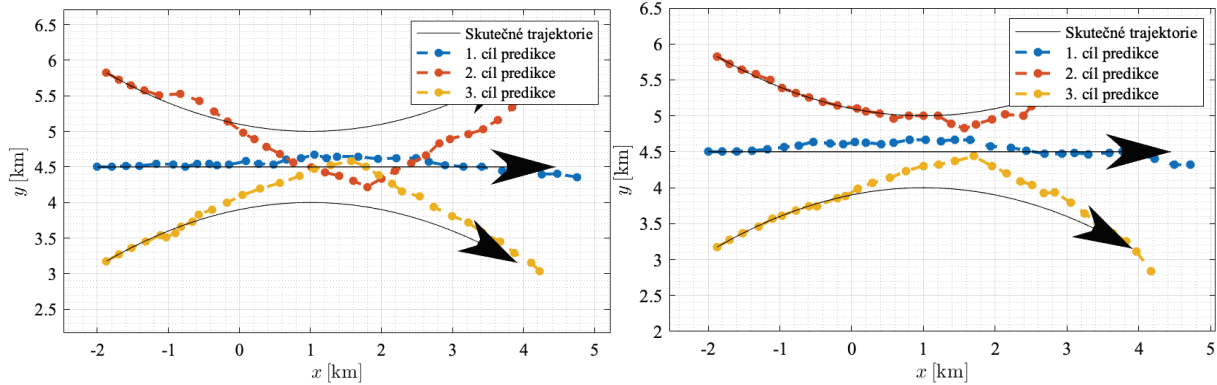
Scénář 8: Vývoj rozdílu eliptické vzdálenosti pro jednotlivé bistatické radary



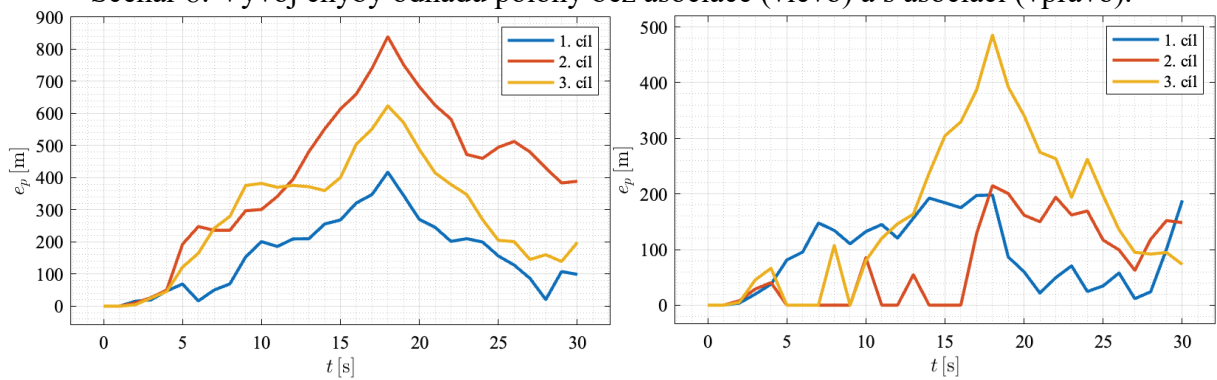
Scénář 8: Vývoj bistatické vzdálenosti cílů na jednotlivých bistatických radarech: nahore – asociovaná data, dole – de-asociovaná data



Scénář 8: Predikovaných pozic pomocí filtru EKF (vlevo) bez asociace a s asociací cílů pomocí zvolené metriky (vpravo)



Scénář 8: Vývoj chyby odhadu polohy bez asociace (vlevo) a s asociací (vpravo).



Scénář 8: Vývoj metriky pro novou asociaci pro jednotlivé cíle a bistatické radary

