

# EXPERTNÍ SYSTÉM TYPE-2 FUZZY LOGIKA PRO INVESTIČNÍ ANALÝZU

## INTERVAL TYPE-2 FUZZY LOGIC EXPERT SYSTEM FOR INVESTMENT ANALYSIS

**Zuzana Janková, Petr Dostál**

**Abstract:** *In this paper, a higher degree of fuzzy logic type-2 fuzzy logic is presented as decision making process of investment. There is a key difference between type-2 and type-1 fuzzy logic. The application is made on the Czech stock market and is used to decide on investing in PX index stocks. The proposed type 2 fuzzy model uses the return and risk of investment instruments as input variables. The system created is able to generate aggregate models from a certain number of language rules, allowing the investor to understand the generated financial model. The use of T2FLS can lead to more realistic and accurate results than T1FLS.*

**Keywords:** *Artificial Neural Networks, Czech Stock Market, Fuzzy Logic, Interval Type-2 Fuzzy Logic, Investment Analysis, Soft Computing*

**JEL Classification:** *G11, G12, C45*

### Úvod

V současnosti jsou k prognóze finančních časových řad široce využívány lineární modely, nicméně tyto modely jsou značně omezeny zejména při aplikaci na sezónní a nelineární problémy spojené s nejistotou. Z toho důvodu nelineární metody jako jsou neuronové sítě, fuzzy logika a genetické algoritmy přitahují stále větší pozornost. Fuzzy logika poskytuje způsob, jak vyvodit definitivní závěry z nejasných, nejednoznačných nebo nepřesných informací. Umělá neuronová síť je široce přijímaná zejména kvůli její schopnosti naučit se a odhalovat vztahy mezi nelineárními proměnnými. Tung a Le (2017) uvádí, že umělá inteligence překonává modely statistické regrese a umožňuje hlubší analýzu velkých datových souborů.

Jak uvádí Novák (2000), fuzzy logika umožňuje obsáhnout nepřesnost a poměrně jednoduchým způsobem pracovat s významy slov přirozeného jazyka. Důvod proč fuzzy logika funguje, je poměrně překvapivý, neboť využívá vágně charakterizované expertní znalosti. Jde o vztah mezi relevancí a přesností informace, tedy princip, který hlavní představitel fuzzy logiky Lotfi A. Zadeh (1965), nazval principem inkompatibility. Jura (2005) dodává, že člověk se v řadě situací rozhoduje na základě nepřesných či neurčitých informací, které získává z vnějšího okolí, nicméně i přesto je výsledek jeho činnosti dosažený na základě těchto vágních údajů dostačující. Potenciál fuzzy logiky při zlepšování prognostických modelů lze nalézt v různých aplikacích díky své známé schopnosti překlenout propast mezi číselnými údaji (kvantitativní informace) a jazykovým výrazem (kvalitativní informace).

Zejména finanční trhy jsou ovlivněny deterministickými a náhodnými faktory. Dostál (2011) dále dodává, že hodnoty časových řad cen akciových titulů, komodit, kurzů měn apod. jsou ovlivněny složitými ekonomickými a psychologickými jevy, které obsahují vysoký podíl chaotičnosti, z toho důvodu patří fuzzy logika a ostatní nástroje soft computingu k tomu nejlepšímu, co v současné době existuje pro

zpracování a vyhodnocování informací a dat z ekonomické a finanční oblasti. Chang a spol. (2011) navazují a uvádějí, že prognóza akciového trhu může být úspěšná pouze s použitím nástrojů a technik, které mohou překonat problém nejistoty a nelinearity cen. Wang a Wang (2015) uvádějí, že fuzzy logika a neuronové sítě jsou stále častěji využívány na finančních trzích a jejich umění predikce je široce uznáváno zejména díky schopnosti zachytit nelineární chování. Rao a spol. (2017) tvrdí, že investiční rozhodování založené na fuzzy modelu může být velmi užitečné zejména pro investory, kteří hledají cestu k minimalizaci rizika při řešení jejich dlouhodobého investičního portfolia. Jilani a Burney (2008) představili jednoduchou prognostickou metodu fuzzy časové řady. Obdobně Janková (2018) se zabývá využitím fuzzy logiky při optimalizaci investičního portfolia jako efektivního nástroje v nastupující digitální éře. Dourra a spol. (2002) využívají ve své práci fuzzy informační technologie prostřednictvím technické analýzy a simulují lidské chování v obchodování s akciemi. Autoři doporučují fuzzy logiku jako vhodnou metodu k řešení složitosti akciového trhu. Othman a Schneider (2010) na základě provedené studie považují fuzzy logiku za jednodušší a přínosnější pro investory.

Nicméně, jak uvádí Melin a Castillo (2014) a Castillo a spol. (2007) není rozumné využívat přesné funkce příslušnosti fuzzy logiky pro něco nejistého, jako jsou například výkyvy akciových indexů či akciových titulů. Tyto přesné funkce příslušnosti nejsou schopny zvládnout problémy se začleněním nejistoty, jako jsou data se šumem, nestacionární podmínky či chaotické chování typické pro investiční prostředí. V tomto případě je nezbytné využít k řešení jiný typ fuzzy logiky, která je schopna zvládnout tyto nejistoty, a sice systém type-2 fuzzy logiky (T2FLS). Castillo a spol. (2013) uvádí, že T2FLS jsou v podstatě „fuzzy fuzzy“ množiny. Nicméně výzkumníci museli nějakou dobu vyčkat, aby se teorie mohla dále vyvíjet a rozvíjet. Pokrok T2FLS primárně omezovalo hardwarové vybavení. Chen a spol. (2018) upozorňují, že T2FLS mají vyšší aproximační schopnost než neuronové sítě.

Cílem příspěvku je využití type-2 fuzzy logiky jako podpůrného nástroje k investičnímu rozhodování. T2FLS je aplikována na český akciový trh, který doposud nebyl využit k testování vyššího stupně fuzzy logiky. Český akciový trh je méně efektivní a je charakteristický nižší likviditou než ostatní finanční trh ve vyspělých státech. Z toho důvodu je vhodnější na tento trh aplikovat type-2 fuzzy logiku než-li type-1 fuzzy logiku, neboť T2FLS je schopna pokrýt vyšší stupeň nejistoty vyplývající z těchto typických znaků zkoumaného akciového trhu. T2FLS je navržen tak, aby se zvýšila srozumitelnost generovaného modelu a dosáhlo se lepšího výkonu.

## 1 Systém type-2 fuzzy logiky

Nedávno získal systém type-2 fuzzy logiky popularitu v široké škále aplikací zejména díky své schopnosti zvládnout vyšší stupeň nejistoty. Linag a Mendel (2000) upozorňují na skutečnost, že znalosti, které jsou využívány při konstrukci pravidel v systému type-1 fuzzy logiky (T1FLS), jsou nejisté. Existují tři způsoby, jak se taková nejistota v pravidlech může objevit: (1) slova, která jsou používána v antecedentech a konsekventech pravidel mohou pro různé lidi znamenat různé věci; (2) konsekventy získané při hlasování skupiny odborníků se často liší pro stejná pravidla; (3) šum v trénovacích datech. Antecedentní nebo konsekventní nejistota se transformuje do antecedentní a konsekventní funkce příslušnosti. Systémy type-1

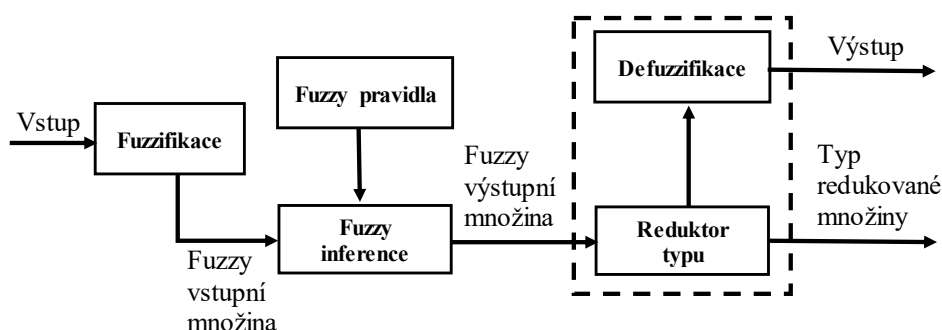
fuzzy logiky nejsou schopny přímo zpracovat tyto nejistoty, naproti tomu systémy type-2 fuzzy logiky mohou tuto nejistotu úspěšně zvládnout.

Z důvodu zvládnání vyššího stupně nejistoty, je T2FLS aplikován na problematiku finančních trhů. Mezi tyto studie lze zařadit například Jianga a spol. (2018), kteří navrhuji intervalový T2FLS pro prognózu akciového indexu v Tchaj-wanu, DJIA a NASDAQ s využitím fuzzy časové řady. Výsledky fuzzy logiky srovnávají s neparametrickým statistickým testováním s konstatováním, že jejich navrhovaný model převyšuje ostatní metody. Zarandi a spol. (2009) aplikují type-2 fuzzy model pro analýzu cen akciových instrumentů automobilového průmyslu v Asii s využitím technických a fundamentálních indikátorů. Jejich výsledky jsou velmi povzbudivé a mohou být implementovány pro předpovídání cen instrumentů v obchodních systémech. Huarng a Yu (2005) navrhli type-2 fuzzy model pro prognózu indexu TAIEX, který dosahuje lepších výsledků než type-1 fuzzy model. Liuet a spol. (2012) představil type-2 neuro-fuzzy model pro predikci TAIEX. Jejich výsledky ukázaly, že tato metoda vykazuje vyšší přesnost předpovědi bez použití dodatečných informací. Hasuike a Ishii (2009) diskutují o problému výběru portfolia s type-2 fuzzy s očekávanými výnosy s ohledem na subjektivitu investora. Bernardo a spol. (2012) navrhli T2FLS, který je schopen generovat souhrnné modely z předem stanoveného počtu jazykových pravidel, což uživateli umožňuje pochopit generované modely pro predikci arbitrážních příležitostí na akciových trzích.

### 1.1 Struktura systému type-2 fuzzy logiky

Struktura T2FLS je velice podobná struktuře T1FLS. Naměřené reálné proměnné jsou nejprve transformovány v bloku **fuzzifikace** na jazykové proměnné, přičemž jazykové proměnné vycházejí ze základních lingvistických proměnných. Dostál a spol. (2005) konstatují, že se obvykle využívá tři až sedm atributů této základní proměnné. Stupeň příslušnosti atributů dané proměnné v množině je znázorňován matematickou funkcí. V T2FLS jsou k dispozici tři typy fuzzifikace. Jestliže jsou naměřená data perfektní, modelují se jako ostrá množina, data se šumem a data se stacionárním šumem se modelují jako type-1 fuzzy množiny a nakonec data s nestacionárním šumem se modelují jako type-2 fuzzy množiny. Přičemž posledně jmenovaný typ fuzzifikace nelze provést v T1FLS.

*Obr. 1: Struktura systému type-2 fuzzy logiky*



*Zdroj: (vlastní zpracování., 2018)*

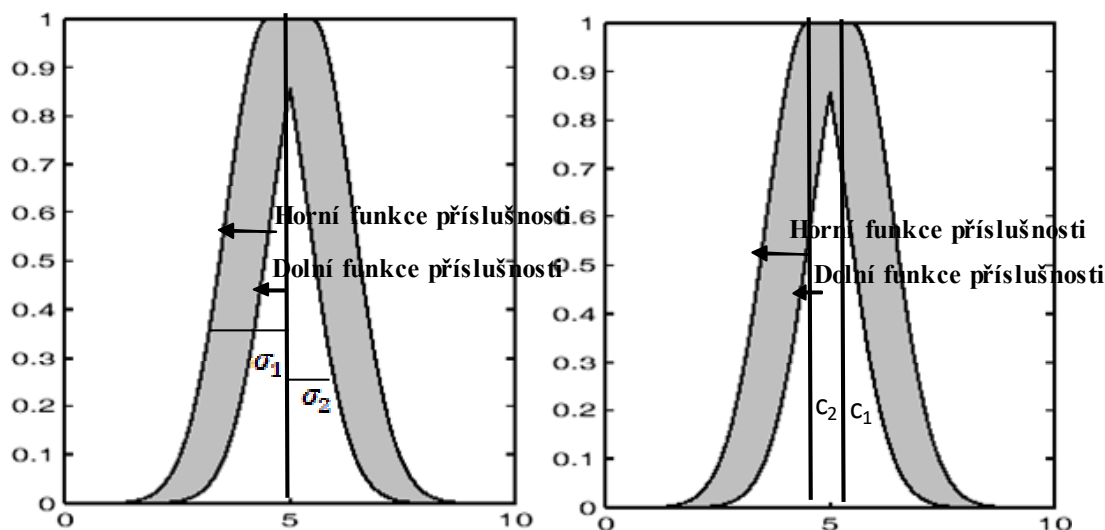
Jak uvádí Medasani a spol. (1998), všechny existující T2FLS funkce příslušnosti nejsou nic jiného než modifikované verze konvenčních T1FLS funkcí. Jinými slovy, základ původní funkce příslušnosti type-1 je rozmazaný, jestliže si odborník není jistý hodnotami funkce příslušnosti kolem určitého konkrétního bodu. Existuje řada fuzzy funkcí příslušnosti typu 2, tj. trojúhelníkové, Gaussovy, lichoběžníkové, sigmoidální

apod. Gaussova funkce příslušnosti je široce využívána v literatuře, v níž je nejistota spojena se střední hodnotou a směrodatnou odchylkou. Na Obr. 2 jsou uvedeny fuzzy množiny Gaussova T2FLS s nejistou směrodatnou odchylkou a nejistou střední hodnotou. Matematický výraz pro funkci příslušnosti lze vyjádřit následovně:

$$\bar{\mu}(x) = \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x - c)^2}{\sigma^2}\right) \quad (1)$$

kde  $c$  a  $\sigma$  jsou středem a šířkou funkce příslušnosti a  $x$  je vstupní vektor, jak popisují Khanesar a spol. (2011).

Obr. 2: Gaussova funkce příslušnosti T2FLS



Zdroj: (vlastní zpracování dle Khanesar a spol., 2011)

Kayacan a spol. (2018) dodávají, že v aplikacích teorie fuzzy množin jsou funkce příslušnosti voleny na základě subjektivního vnímání nejasných nebo nepřesných kategorií. Krom toho neexistují žádná kritéria, která by hodnotila vhodnost či korektnost zvolené funkce příslušnosti.

Po fuzzifikaci následuje **fuzzy inference**, která definuje chování systému za pomoci pravidel IF-THEN a na jazykové úrovni vyhodnocující stav příslušnosti či pravdivosti proměnné. Každá kombinace atributů proměnných, vstupujících do systému a vyskytujících se v podmínce, vyjadřuje jedno pravidlo. Následně je potřeba pro každé pravidlo stanovit stupeň podpory neboli váhu pravidla v daném systému. Výsledkem fuzzy inference, jak uvádí Dostál a spol. (2005), je jazyková proměnná. Ve většině aplikací je ovšem zapotřebí konečný výstup jako konkrétní číslo, a ne fuzzy množina. V důsledku toho musí být výstupní fuzzy množina konvertována na číslo.

Fuzzy pravidla definují spojení mezi vstupními a výstupními fuzzy proměnnými. Pravidla T2FLS mohou nabízet alternativu v případě potřeby modelovat nejistotu problému a dále jsou lepší pro nevyužití přesných stupňů členství, například když jsou tréninková data ovlivněna šumem. Fuzzy pravidlo má, dle Castillo a spol. (2007), následující formu, kde antecedent a konsekvent jsou nyní typu 2:

$$R^n: \text{IF } x_1 \text{ is } X_1^n \text{ and } \dots \text{ and } x_l \text{ is } X_l^n \text{ THEN } y \text{ is } Y^n \quad (2)$$

kde  $X_l^n$  je antecedent T2FLS a  $Y^n = [\underline{y}^n, \bar{y}^n]$  je konsekvent T2FLS. Zde  $\underline{y}^n$  a  $\bar{y}^n$ , jak uvádí Taskin a Kumbasar (2015), mohou být konsekventy nebo lineární funkce:

$$\underline{y}^n = \underline{a}_1^n x_1 + \dots + \underline{a}_l^n x_l + \underline{b}^n \quad (3)$$

$$\bar{y}^n = \bar{a}_1^n x_1 + \dots + \bar{a}_l^n x_l + \bar{b}^n \quad (4)$$

přičemž antecedent je složený fuzzy logický výraz jednoho nebo více jednoduchých fuzzy výrazů spojených s fuzzy operátory. Konsekvent je výraz, který přiřazuje fuzzy hodnotám výstupní proměnnou. Inferenční systém vyhodnocuje všechna pravidla a kombinuje váhy konsekventu všech příslušných pravidel do jedné fuzzy množiny pomocí souhrnné operace.

V T1FLS je proces konverze na konkrétní číslo nazvaný **defuzzifikace**. Existuje mnoho způsobů, jak výsledku docílit, např. výpočet těžiště funkce příslušnosti pro danou množinu, výpočet váženého průměru těžiště jednotlivých funkcí příslušnosti atd. Nicméně celá záležitost je mnohem komplikovanější pro T2FLS, protože přejít z type-2 fuzzy množiny na konkrétní číslo vyžaduje dva kroky. První krok je pojmenován jako **reduktor typu**, ve kterém je type-2 fuzzy množina snížena na type-1 fuzzy množinu. Existuje tolik reduktorů typů jako je metod defuzzifikace T1FLS. Nejčastěji se využívá algoritmus vyvinutý Karnikem a Mendelem (2001) a Mendelem (2001), který je iterativní a rychlý. Reduktor typu generuje fuzzy množinu T1FLS, která se následně transformuje na číselný výstup pomocí defuzzifikace. V případě využití metody středu součtů (cos), reduktor typu má následující matematické vyjádření, dle Taskina a Kumbasara (2015):

$$Y_{\text{cos}}(x) = [y_t, y_r] = \bigcup_{f^n \in F^n(x)} \frac{\sum_{n=1}^N y^n f^n}{\sum_{n=1}^N f^n} \quad (5)$$

kde  $y_t$  a  $y_r$  definovány jako:

$$y_t = \frac{\sum_{n=1}^L \underline{y}^n f^{-n} + \sum_{n=L+1}^N \bar{y}^n f^n}{\sum_{n=1}^L f^{-n} + \sum_{n=L+1}^N \bar{f}^n} \quad (6)$$

$$y_r = \frac{\sum_{n=1}^R \bar{y}^n y^{-n} + \sum_{n=R+1}^N \underline{y}^{-n} f^{-n}}{\sum_{n=1}^R \bar{f}^n + \sum_{n=R+1}^N \underline{f}^{-n}} \quad (7)$$

přičemž R a L jsou body, které lze nalézt pomocí iterativního algoritmu KM.

Druhý krok zpracování výstupu, který následuje za reduktorem typu, se také nazývá defuzzifikace. Z Obr. 1 je patrné, že mohou existovat dva číselné výstupy u T2FLS označené jako „ostrý“ výstup a typ redukované množiny. Posledně jmenovaná vyjadřuje míru nejistoty, které mají T2FLS kvůli nejistým vstupním měření, jak poznamenává Mendel (2007) a Zarandi a spol. (2009). Z reduktoru typu jsou získány průměrné hodnoty  $y_t$ ,  $y_r$  a výpočet výstupu procesu defuzzifikace je následující:

$$y = \frac{y_t + y_r}{2} \quad (8)$$

## 2 Metody

V příspěvku je využit T2FLS pro rozhodování o investování do akciových titulů kótovaných na Burze cenných papírů Praha, a.s. (BCPP). Aplikace vyššího stupně fuzzy logiky byla prozatím nedostatečně využita pro prognózu akciového trhu, o čemž svědčí literární přehled. Navíc autoři si nejsou vědomi aplikace type-2 fuzzy logiky na

českém akciovém trhu. Z toho důvodu je praktická aplikace zaměřena na největší a nejstarší organizátora trhu s cennými papíry v České republice. Jsou využity akciové tituly obsažené v oficiálním indexu BCPP, kterým je index PX. Sledované období je od roku 2015 do konce roku 2017, tj. tříletá perioda, přičemž je využito měsíčních údajů akciových titulů zalistovaných v daném období v indexu PX. Konkrétně se jedná o následující akciové tituly: Erste Group Bank, Komerční Banka, ČEZ, VIG, O2 C.R., Philip Morris ČR.

**Tab. 1 Sumarizace statistických údajů vstupních proměnných**

Statistické údaje	Riziko		Výnos	
	Max	Min	Max	Min
Erste Group Bank	6.171%	5.711%	1.659%	-2.372%
Komerční banka	20.18%	3.30%	11.24%	-0.67%
ČEZ	3.84%	3.21%	2.07%	0.57%
VIG	9.40%	3.94%	2.35%	-0.08%
O2 C.R.	5.03%	2.91%	0.28%	-1.04%
Philip Morris ČR	6.65%	3.59%	0.89%	0.68%

*Zdroj: (vlastní zpracování, 2019)*

Riziko lze charakterizovat jako možnost odchýlení očekávaného výnosu od skutečného výnosu. Jde o určitý stupeň nejistoty související s očekávaným výnosem. Matematický zápis rizika je :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}{T-1}} \quad (9)$$

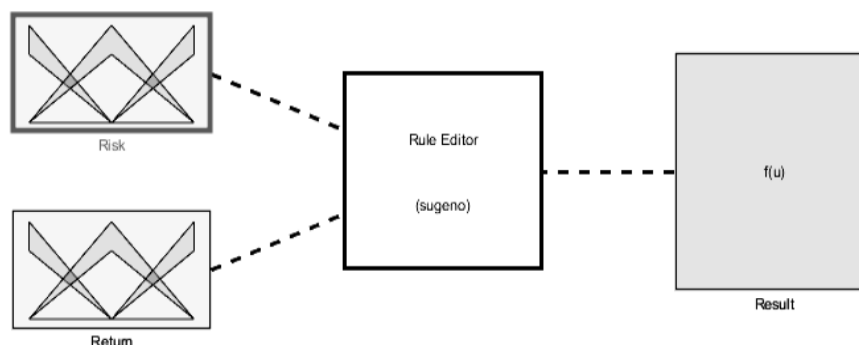
Výnos poskytovaný danou investicí je klíčovým investičním ukazatelem. Výnos lze charakterizovat jako odměnu investora za podstupované riziko. Výpočet je proveden dle následujícího vzorce:

$$r = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (10)$$

### Rozbor problému

Fuzzy logika je schopna přijmout vysvětlení nejednoznačného a vágního myšlení. Fuzzy logika je v poslední době velice populární nástroj pro řešení různorodých problémů. Dva nejrozšířenější typy fuzzy inferenčního systému jsou Mamdani a Sugeno. Následující studie využívá T2FLS typ Sugeno. Návrh modelu Sugeno T2FLS se skládá celkem ze dvou vstupních proměnných a jedné výstupní proměnné. Struktura modelu je znázorněna na Obr. 3.

**Obr. 3: Struktura modelu Sugeno T2FLS**

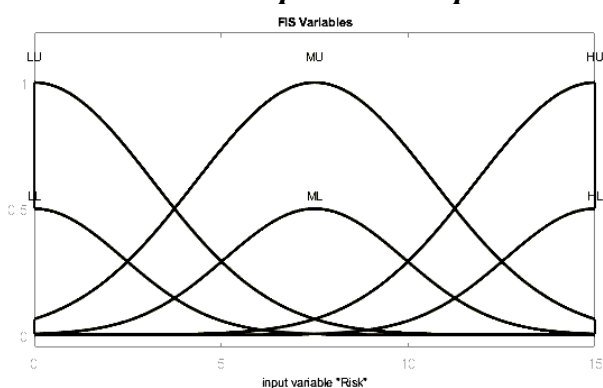


*Zdroj: (vlastní zpracování, 2019)*

Přestože volba funkce příslušnosti je subjektivní a záleží na volbě odborníka a vzorku datového souboru, je provedeno několik studií se zaměřením na komparaci jednotlivých typů těchto funkcí za účelem nalezení té nejvhodnější. Mayilvaganan a Naidu (2011) zjistili, že nejlepší výkon a výsledky byly dosaženy pomocí Gaussovy funkce příslušnosti. Zvonová a lichoběžníková funkce příslušnosti dosahuje horších výsledků než Gaussova. Na výše uvedenou studii navazuje Talpur a kol. (2017), kteří se zaměřili na porovnání Gaussovy, trojúhelníkové, lichoběžníkové a zvonové funkce příslušnosti. Jejich studie ukazuje, že Gaussova funkce příslušnosti je nejvhodnější v modelu ANFIS. Esfahanipour a Aghamiri (2010) ve svém výzkumu využili Gaussovu funkce příslušnosti v ANFIS modelu a doporučují ji k testování údajů o investičních instrumentech. Z toho důvodu je v navrhovaném modelu 2TFLS zvolena právě Gaussova funkce příslušnosti.

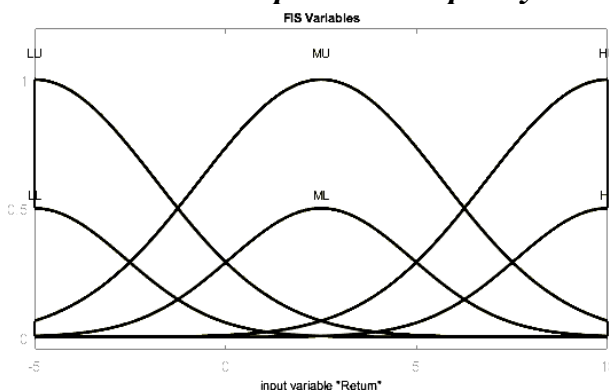
Investoři při rozhodování o investování do investičních instrumentů mohou zvažovat hned několik finančních ukazatelů. Nicméně nejdůležitějším ukazatelem je výnos a riziko dané investice. Tyto dva zásadní ukazatele byly zkoumány a doporučovány v mnoha studiích v kontextu soft computingu, jako například v Arenas a kol. (2001), Fang a spol. (2006), Gupta a spol. (2008). Riziko lze charakterizovat jako možnost, že se očekávaný výnos odchýlí od výnosu skutečného. Jedná se o určitou míru nejistoty spojenou s očekávaným výnosem. Gaussova funkce příslušnosti pro riziko je znázorněna na Obr. 4.

**Obr. 4: Funkce příslušnosti pro riziko**



Zdroj: (vlastní zpracování, 2019)

**Obr. 5: Funkce příslušnosti pro výnos**



Zdroj: (vlastní zpracování, 2019)

Výnos lze chápat jako odměnu investora za podstupované riziko. Gaussova funkce příslušnosti pro výnos je znázorněna na Obr. 5.

Parametry funkcí příslušnosti T2FLS byly odvozeny z funkcí příslušnosti T1FLS. Nejistota obsažená ve funkcích příslušnosti T2FLS byla stanovena subjektivně. Vzhledem k turbulentnímu a vysoce volatilnímu prostředí akciových trhů, byla stanovena nejistota na 50%. Konkrétně, horní funkce příslušnosti obsahuje od původní funkce z T1FLS navíc 25% nejistoty, spodní funkce příslušnosti vzhledem k původní funkci z T1FLS také obsahuje navíc 25% nejistoty.

Ve vytvořeném modelu T2FLS je využito devět IF-THEN pravidel, která jsou znázorněna na Obr. 6. Slovní interpretace fuzzy pravidel je následující: Je-li riziko investičního instrumentu nízké a výnos investičního instrumentu vysoký, potom je doporučováno daný instrument koupit. Obdobně jsou navolena další pravidla. Pravidel je nastaven takový počet, který vystihuje řešenou problematiku. Báze pravidel je nastavena pomocí znalostí a zkušeností expertů a autorů článku.

**Obr. 6: IF-THEN pravidla pro vytvořený model**

1. If (Risk is L) or (Return is H) then (Result is Buy) (1)		
2. If (Risk is M) or (Return is H) then (Result is Buy) (1)		
3. If (Risk is H) or (Return is H) then (Result is Hold) (1)		
4. If (Risk is L) or (Return is M) then (Result is Buy) (1)		
5. If (Risk is M) or (Return is M) then (Result is Hold) (1)		
6. If (Risk is H) or (Return is M) then (Result is Hold) (1)		
7. If (Risk is L) or (Return is L) then (Result is Hold) (1)		
8. If (Risk is M) or (Return is L) then (Result is Sell) (1)		
9. If (Risk is H) or (Return is L) then (Result is Sell) (1)		

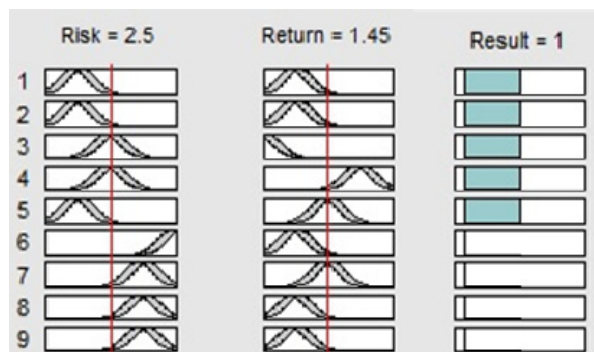
  

If	and	Then
Risk is	Return is	Result is
L	L	Sell

Zdroj: (vlastní zpracování, 2019)

Vytvořený model T2FLS simuluje investiční rozhodování do akciových titulů zahrnutých v indexu PX a kótovaných na českém akciovém trhu. Model lze na základě vytvořených funkcí příslušnosti a pravidel typu Sugeno demonstrovat na případové studii. V případě, že je výnos akciového instrumentu 1,45 % a riziko dosahuje hodnoty 2,5 % měsíčně, je dle T2FLS vhodné daný akciový titul nakoupit do investičního portfolia, neboť je hodnota výstupu je 1. Naopak v případě, že je výnos akciového instrumentu záporný, tedy investor realizuje ztrátu z dané investice, a riziko je na hodnotě 6,58 %, je výstupem modelu hodnota blízké 0. To znamená, že je modelem T2FLS doporučováno danou investici prodat nebo vůbec nekupovat.

**Obr. 7: Fuzzy rozhodovací proces**



Zdroj: (vlastní zpracování., 2019)

Na závěr jsou výsledky dosažené z T2FLS komparovány s výsledky z T1FLS. K tomuto účelu je využit ukazatel střední průměrné chyby (RMSE) který porovnává původní data  $y_i$  a data získaná z výstupu modelu  $\hat{y}_i$ . Matematický zápis ukazatel RMSE je následující:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (11)$$

**Tab. 2 Komparace T1FLS a T2FLS**

Model	RMSE
T2FLS Sugeno	0.07286
T1FLS Sugeno	0.07879
T1FLS Mamdani	0.08632

Zdroj: (vlastní zpracování., 2019)



V Tab. 2 jsou znázorněny výsledky porovnání T1FLS Mamdani i Sugeno s T2FLS Sugeno pomocí ukazatele RMSE. Z hodnot RMSE je patrné, že nejmenší chyby dosahuje T2FLS oproti T1FLS. Konkrétně T2FLS při zkoumání investičního rozhodování dosahuje chyby 0.07286. T1FLS typu Sugeno dosahuje chyby nepatrně vyšší než T2FLS s hodnotou 0.07879. Nejhorších výsledků pro zkoumaný problém dosahuje T1FLS typu Mamdani s chybovou hodnotou 0.08632. Nespornou výhodou pro aplikaci T2FLS na finančních trzích je schopnost pojmut vyšší stupeň nejistoty oproti T1FLS. T2FLS prokázal výpočetní flexibilitu a vhodnosti pro modelování systémů komplexních, dynamických a nelineárních vztahů, které jsou běžné na finančních trzích.

## **Diskuze**

Akciový trh je dynamický a velice složitý systém, jak uvádí Brož a Dostál (2013), tudíž neexistuje zcela jednoduchý způsob, jak předpovědět budoucí vývoj. Cílem vytvořeného modelu není predikovat budoucí vývoj, nýbrž identifikovat ziskové příležitosti, usnadnit rozhodovací proces pro investory a stanovit doporučení ze zvolených vstupních proměnných. Do vytvořeného modelu by bylo samozřejmě možné přidat další vstupní proměnné a vytvořit revidovaný model poněkud složitější, nicméně cílem tohoto příspěvku bylo udržet sadu vstupních proměnných a samotný model co nejjednodušší. Dále jak uvádí Doskočil a Dostál (2017), pouze ověřený model může být v praxi využit jako nástroj pro investiční rozhodování. Z toho důvodu nelze navržený fuzzy model považovat a konečný a jediný správný.

Fullér (1995) definuje některá omezení týkající se fuzzy logiky. Mezi tyto problémy lze zařadit skutečnost, že neexistují žádné záruky, že fuzzy systém zůstane stabilní. Navíc postrádá schopnost učení se a nedisponuje žádnou pamětí. Samotné stanovení vhodné funkce příslušnosti a fuzzy pravidel je samo o sobě velice obtížné, neboť i po rozsáhlém testování není snadné říci, kolik funkcí příslušnosti je nezbytných. Verifikace a validace fuzzy systému vyžaduje rozsáhlé testování s hardwarem ve smyčce, což nemusí být přijatelné pro všechny vývojáře.

## **Závěr**

Proces rozhodování o investičních příležitostech je v dnešní době široce diskutovaným tématem. Modely založené na umělé inteligenci používané v mnoha vědních oborech mohou být použity k tomuto účelu. V tomto příspěvku je představena implementace systému type-2 fuzzy logiky na problém investičního rozhodování. Využití T2FLS může vést k reálnějším a přesnějším výsledkům oproti T1FLS. V příspěvku je vyvinut snadno využitelný model, který obsahuje jednoduché vstupní proměnné zásadně ovlivňující rozhodnutí o investování peněžních prostředků na českém akciovém trhu, přesto model poskytuje investorům spolehlivé doporučení o investici. Pro další výzkum by bylo vhodné rozšířit navržený model o další významné fundamentální indikátory, popřípadě zakomponovat technické a psychologické indikátory a sledovat sílu revidovaného modelu i na jiných akciových trzích.

## **Poděkování**

Příspěvek vznikl za podpory projektu No. FP-J-19-5814 'Využití umělé inteligence v podnikatelství III' a No. FP-S-18-5524 'Informační a znalostní management v éře průmyslu 4.0' interní grantové agentury VUT v Brně.

## Reference

- Arenas, M., Bilbao, A., Rodriguez, M. V. (2001). A fuzzy goal programming approach to portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, 133, 287-297.
- Bernardo, D., Hagrass, H., Tsang, E. (2012). An interval type-2 Fuzzy Logic based system for model generation and summarization of arbitrage opportunities in stock markets. *12th UK Workshop on Computational Intelligence (UKCI)*. IEEE, 1-7.
- Brož, Z., Dostál, P. (2013). Fuzzy Logic Decision Support for Long-Term Investing in the Financial Markets. *Nostradamus: Modern Methods of Prediction, Modeling and Analysis of Nonlinear Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Castillo, O., Melin, P., Castro, R. J. (2013). Computational intelligence software for interval type-2 fuzzy logic. *Computer Applications in Engineering Education*, 21(4), 737-747. DOI: 10.1002/cae.20522.
- Castillo, O., Melin, P., Kacprzyk, J., Pedrycz, W. (2007). Type-2 Fuzzy Logic: Theory and Applications. *IEEE International Conference on Granular Computing (GRC)*. IEEE, 145-145.
- Chang P. C., Fan C. Y., Lin J. L. (2011). Trend discovery in financial time series data using a case based fuzzy decision tree. *Expert Systems with Applications*, 38, 6070-6080.
- Chen, Y., Wang, D., Ning, W. (2018). Forecasting by TSK general type-2 fuzzy logic systems optimized with genetic algorithms. *Optimal Control Applications and Methods*, 39(1), 393-409. DOI: 10.1002/oca.2353.
- Doskočil, R., Dostál, P. (2017). Project success evaluation model based on FIS. In *Perspectives of business and entrepreneurship development in digital age: economics, management, finance and system engineering from the academic and, practioners views*, 149-155.
- Dostál, P. (2011). *Advanced Decision Making in Business and Public Services*. Brno: Academic Publishing House CERM.
- Dostál, P., Rais, K., Sojka, Z. (2005). *Pokročilé metody manažerského rozhodování: konkrétní příklady využití metod v praxi*. Praha: Grada. Expert (Grada).
- Dourra, H., Pepe, S. I. Y. (2002). Investment using technical analysis and fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems*, 127, 221-240.
- Esfahanipour, A., Aghamiri, W. (2010). Adapted Neuro-Fuzzy Inference System on indirect approach TSK fuzzy rule base for stock market analysis. *Expert Systems with Applications*, 37(7), 4742-4748.
- Fang, Y., Lai, K. K., Wang, S. (2006). Portfolio rebalancing model with transaction costs based on fuzzy decision theory. *European Journal of Operational Research*, 175(2), 879-893.
- Fullér, R. (1995). *Neural Fuzzy Systems*. Åbo Akademis tryckeri, Åbo, ESF Series A.
- Gupta, P., Mehrlawat, M. K., Saxena, A. (2008). Asset portfolio optimization using fuzzy mathematical programming. *Information Sciences*, 178(6), 1734-1755.
- Hasuike, T., Ishii, H. (2009). A portfolio selection problem with type-2 fuzzy return based on possibility measure and interval programming. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. IEEE, 267-272.
- Huang, K. H., Yu, T. H. K. (2005). A type 2 fuzzy time series model for stock index forecasting. *Phys. A, Stat. Mech. Appl.*, 353, 445-462.
- Janková, Z. (2018). Využití fuzzy logiky při optimalizaci investičního portfolia. In *Workshop specifického výzkumu 2018*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta podnikatelská, 101-109.
- Jiang, J. A., Syue, C. H., Wang C. H., Wang, J. C., Shieh, J. S. (2018). An Interval Type-2 Fuzzy Logic System for Stock Index Forecasting Based on Fuzzy Time Series and a Fuzzy Logical Relationship Map. *IEEE Access*. 6, 69107-69119.
- Jilani T., Burney S. (2008). A refined fuzzy time series model for stock market forecasting. *Physica A*, 387, 2857-2862.

- Jura, P. (2005). *Fuzzy logika v modelování a řízení dynamických systémů: současný stav, perspektivy a výuka: teze přednášky k profesorskému jmenovacímu řízení v oboru Technická kybernetika*. Brno: VUTUM.
- Karnik, N. N., Mendel, J. M. (2001). Centroid of a type-2 fuzzy set. *Information Sciences*, 132, 195–220.
- Kayacan, E., Sarabakha, A., Coupland, S., John, R., Khanesar, M. A. (2018). Type-2 fuzzy elliptic membership functions for modeling uncertainty. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 70, 170-183. DOI: 10.1016/j.engappai.2018.02.004.
- Khanesar, M. A., Kayacan, E., Teshnehlab, M., Kaynak, O. (2011). Analysis of the Noise Reduction Property of Type-2 Fuzzy Logic Systems Using a Novel Type-2 Membership Function. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 41(5), 1395-1406. DOI: 10.1109/TSMCB.2011.2148173.
- Liang, Q., Mendel, J. M. (2000). Interval type-2 fuzzy logic systems: theory and design. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(5), 535-550. DOI: 10.1109/91.873577.
- Liu, C. F., Yeh, C. Y., Lee, S. J. (2012). Application of type-2 neuro-fuzzymodeling in stock price prediction, *Appl. Soft Comput*, 12(4), 1348–1358.
- Mayilvaganan, M. K., Naidu, K. B. (2011). Comparison of membership functions in adaptive-network-based fuzzy inference system (ANFIS) for the prediction of groundwater level of a watershed. *Journal of Computer Applications Research and Development*, 1(1), 35-42.
- Medasani, S., Kim, J., Krishnapuram, R. (1998). An overview of membership function generation techniques for pattern recognition. *International Journal of Approximate Reasoning*. 19(3-4), 391-417. DOI: 10.1016/S0888-613X(98)10017-8.
- Melin, P., Castillo, O. (2014). A review on type-2 fuzzy logic applications in clustering, classification and pattern recognition. *Applied Soft Computing*, 21, 568-577. DOI: 10.1016/j.asoc.2014.04.017.
- Mendel, J. M. (2007). Advances in type-2 fuzzy sets and systems. *Information Sciences*, 177(1), 84-110. DOI: 10.1016/j.ins.2006.05.003.
- Mendel, J. M. (2001). *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*, Prentice-Hall, Upper-Saddle River.
- Novák, V. (2000). *Základy fuzzy modelování*. Praha: BEN - technická literatura.
- Othman, S., Schneider, E. (2010). Decision making using fuzzy logic for stock trading. *International Symposium on Information Technology*. IEEE, 880-884.
- Rao, V. N., Reddy, K. N., Sangam, S. (2017). Application of Fuzzy Logic in Financial Market for Decision Making. *International Journal of Advanced Research in Computer Science*, 8(3), 382-386.
- Talpur, N, Salleh, M. N. M., Hussain, K. (2017). An investigation of membership functions on performance of ANFIS for solving classification problems. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 226.
- Taskin, A., Kumbasar, T. (2015). An Open Source Matlab/Simulink Toolbox for Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems. *IEEE Symposium Series on Computational Intelligence*. IEEE, 1561-1568.
- Tung, K. T., Le, M. H. (2017). An Application of Artificial Neural Networks and Fuzzy Logic on the Stock Price Prediction Problem. *JOIV: International Journal on Informatics Visualization*, 1(2), 40-49.
- Wang J., Wang, J. (2015). Forecasting stock market indexes using principle component analysis and stochastic time effective neural networks. *Neurocomputing*, 156, 68-78.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*. 8(3), 338-353. DOI: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.
- Zarandi, M. H., Rezaee, B., Turksen, I. B., Neshat, E. (2009). A type-2 fuzzy rule-based expert system model for stock price analysis. *Expert Systems with Applications* 36(1), 139-154. DOI: 10.1016/j.eswa.2007.09.034.

## **Kontaktní adresa**

### **Ing. et Ing. Zuzana Janková**

Vysoké učení technické v Brně, Podnikatelská fakulta, Ústav informatiky  
Kolejní 2906/4, Královo Pole, 612 00 Brno, Czech Republic  
E-mail: xpjanko01@vutbr.cz

### **prof. Ing. Petr Dostál, CSc.**

Vysoké učení technické v Brně, Podnikatelská fakulta, Ústav informatiky  
Kolejní 2906/4, Královo Pole, 612 00 Brno, Czech Republic  
E-mail: dostal@fbm.vutbr.cz  
Tel. číslo: +420541143714

Received: 03. 04. 2019, reviewed: 26. 09. 2019

Approved for publication: 09. 12. 2019